

45174



MODELE GENERAL DU PLATEAU CONTINENTAL NORD EUROPEEN

J.C. SALOMON et M. BRETON

Programme CEE-MAST 890093 - FLUXMANCHE

Rapport de la tache N1 : modélisation mathématique en hydrodynamique

NOVEMBRE 1990



FREMER-DRO/EL



DRO/EL - 90.25

MODELE GENERAL DU PLATEAU CONTINENTAL NORD EUROPEEN

J.C. SALOMON et M. BRETON

Programme CEE-MAST 890093 - FLUXMANCHE

Rapport de la tache N1 : modélisation mathématique en hydrodynamique

NOVEMBRE 1990

DRO/EL - 90.25

IFREMER
Centre de BREST
S.D.P.
B.P. 70
29280 PLOUZANE
Tél : 98.22.40.40
Télex : 940 627

DIRECTION ENVIRONNEMENT
ET RECHERCHES OCEANIQUES

DEPARTEMENT ENVIRONNEMENT LITTORAL

AUTEUR(S) : SALOMON J.C. et BRETON M.		CODE : N° <u>DRO/EL-90.25</u>
TITRE RAPPORT DE LA SOUS TACHE N1 MODELE GENERAL DU PLATEAU CONTINENTAL NORD EUROPEEN		Date : Décembre 1990 Tirage nb : 10
CONTRAT (intitulé) N° _____	PROGRAMME CEE-MAST 890093 FLUXMANCHE	<u>DIFFUSION</u> Libre X Restreinte Confidentielle

<p><u>RESUME</u></p> <p>— Ce rapport présente un modèle courantologique bidimensionnel du plateau continental nord-ouest européen.</p> <p>On discute la situation géographique des limites du modèle et on examine sa réponse vis-à-vis des trois forçages extérieurs : la marée, le vent, les gradients de pression. —</p>
Mots-clés : Modèle, Manche, Mer du Nord
Key words :



Ifremer Institut français de recherche pour l'exploitation de la mer

Programme : FLUXMANCHE

Tache N : Modélisation mathématique en hydrodynamique.

RAPPORT DE LA SOUS-TACHE N1 : MODELE GENERAL DU PLATEAU CONTINENTAL NORD EUROPEEN

J. C. SALOMON et M. BRETON

AVANT PROPOS

Selon les termes du projet n° 890 093, remis à la Commission des Communautés Européennes, dans le cadre du programme MAST, la proposition FLUXMANCHE a pour objectif général d'améliorer la connaissance de l'hydrodynamique de la Manche orientale et celle des flux d'eau et de matière à travers le Pas de Calais. La démarche est largement basée sur la Modélisation mathématique. Elle fait l'objet de la tache N, qui doit associer un modèle bidimensionnel sphérique, un modèle bidimensionnel plan et un modèle tridimensionnel.

La tache N1 correspond à la réalisation de ce premier modèle bidimensionnel en coordonnées sphériques et mailles découvrantes.

I - INTRODUCTION

En hydrodynamique la modélisation mathématique consiste à résoudre un ensemble d'équations qui décrivent l'évolution du fluide. Ce système est bien identifié et ses lois de comportement sont connues. En dehors des aspects numériques (supposés résolus ou bien à résoudre dans une étape ultérieure) le problème physique se restreint à la définition d'un état initial et de conditions aux limites ouvertes du domaine.

Le problème des conditions initiales, fondamental dans son essence, est en pratique aisément soluble puisque dans les phénomènes de propagation en milieu hydraulique, un état transitoire, quel qu'il soit, se propage et se dissipe à une vitesse relativement rapide. Après un certain laps de temps la mémoire dynamique du système se trouve dépassée et il ne persiste plus de traces de cet état initial. Le système est alors dans un état entièrement déterminé par sa dynamique interne et les sollicitations auxquelles il se trouve soumis au travers de ses limites ouvertes (surface et périphérie).

Les conditions aux limites demeurent la donnée de base du travail de modélisation hydrodynamique.

De manière générale on a intérêt à repousser la position de ces frontières vers le large, jusqu'à ce que la plus grande part possible de la dynamique des mécanismes modélisés se trouve incluse dans l'aire du modèle. Les conditions imposées en périphérie auront alors moins d'importance et le modèle aura davantage de degrés de liberté. En contrepartie, il faudra limiter la précision spatiale du modèle pour compenser le coût numérique de sa plus grande extension.

Inversement, si la surface du modèle est trop restreinte, une partie des résultats découleront directement des conditions aux limites. Dans ce cas le modèle perdra une part de sa dynamique interne et ne présentera plus d'intérêt pour la simulation de cas hypothétiques.

On adoptera ici un compromis voisin du premier cas. On repoussera les frontières du domaine aussi loin qu'il est possible, dans la limite de coûts informatiques raisonnables. Pour des raisons d'efficacité on procèdera selon la technique des modèles "Gigogne" : un premier modèle bidimensionnel d'emprise beaucoup plus vaste que la Manche (objet de cette étude) sera destiné à fournir les conditions aux limites des modèles bidimensionnels et tridimensionnels ultérieurs. Les résultats de ce modèle dont la maille peut être assez grossière, ne seront pas exploités en tant que tels puisque les modèles des étapes N2 et N3 fourniront ultérieurement des résultats plus précis et plus complets. Il importera seulement de vérifier que les conditions aux limites fournies par ce modèle aux suivants sont correctes et répondent bien aux nécessités de l'étude des flux en Manche.

II – POSITION GEOGRAPHIQUE DES LIMITES DU MODELE

Les modèles mathématiques bidimensionnels de l'IFREMER (système MARS) fonctionnent à l'aide de conditions aux limites de niveau. Pour que ces modèles soient aussi généraux que possible celles-ci doivent donc contenir les informations représentant les trois sources des mouvements marins : la marée, la météorologie, et les gradients de pression.

1. La marée

La marée est créée dans l'océan profond par la composition des forces d'attraction universelle des astres les plus proches (lune et Soleil) et des forces centrifuges dues à la rotation de la terre. Cette marée statique provoque un ébranlement de la surface qui se propage en obéissant aux lois de l'hydrodynamique. Le mécanisme complet peut aujourd'hui se modéliser à peu près totalement. Il faut dans ce cas réaliser un modèle de l'océan entier.

A l'inverse, si la marée est déjà connue sur le périmètre de l'aire d'étude (ce qui pourrait être le cas de la Manche et du Pas de Calais) le modèle sera construit directement en résolvant la partie "propagation", sans se préoccuper des termes de "génération". En fait, ceci n'est peut être ni souhaitable, ni possible, car la marée sur le plateau continental, se déforme très rapidement par des mécanismes non linéaires d'advection et de frottement, ce qui enrichit progressivement son spectre d'un grand nombre de composantes imparfaitement connues. La marée au large ayant une forme plus simple (il n'existe pas de composante à haute fréquence) il peut s'avérer préférable de fixer les limites du modèle par ces grandes profondeurs.

D'autres considérations moins fondamentales guident souvent le choix des modélisateurs:

- il est plus difficile d'effectuer des mesures de marée par grands fonds que sur le plateau,
- il est plus difficile de stabiliser un modèle numérique de marée par grands fonds que sur le plateau.

Les modèles de marée existants sur notre façade de la Manche sont donc pour certains limités au plateau continental, et pour d'autres s'étendent au delà, ce qui semble préférable mais plus délicat à réaliser.

2) La Météorologie

Si on exclut l'agitation de surface, le vent et les gradients de pression atmosphérique créent respectivement des tensions de frottement à la surface de l'eau et des écarts horizontaux de pression qui se traduisent à leur tour par des dénivellations et des courants marins. Ces phénomènes hydrauliques se propagent et évoluent (tout comme la marée) selon les lois complexes de l'hydrodynamique marine, décrites par les équations de Navier-Stokes.

Ces mécanismes seraient aisément modélisables si ce n'était le problème des conditions aux limites qui, cette fois n'ont aucune forme simple, puisqu'elles ne sont pas périodiques. Les conditions propres à chaque calcul devraient donc être mesurées, ce qui s'avère impossible. Cette orientation exclurait également la possibilité de simulations hypothétiques, puisque aucune donnée ne serait disponible.

Une solution élégante et simple existe à ce problème si les limites sont situées dans l'océan profond, à grande distance du plateau continental. Dans ce cas les calculs théoriques révèlent que près des limites :

- les variations de pression atmosphériques sont contrebalancées de manière quasi immédiate par des variations du niveau de la surface, de sorte que les gradients horizontaux de pression dans la masse liquide se trouvent annulés (règle du baromètre inverse),

- le vent provoque un flux d'eau mais pas de pente de la surface (théorie d'Ekman).

Le meilleur choix s'impose donc clairement : pour modéliser l'effet des phénomènes météorologiques il convient de situer les frontières du modèle au-delà du plateau continental, par grands fonds et si possible à bonne distance du talus (distance supérieure à la dimension des couches limites latérales). Il demeurera la difficulté numérique de faire fonctionner le modèle par ces grandes profondeurs.

3) Les gradients horizontaux de pression

Des gradients horizontaux de pression existent en mer. Ils accompagnent les grands mouvements océaniques. Le domaine hauturier est le domaine de la géostrophie, c'est-à-dire que les gradients de pression équilibrent la force de Coriolis qui est elle-même proportionnelle à l'intensité des courants. Ceux-ci étant faibles, il en découle que les gradients de pression au large sont également faibles.

Sur le plateau continental, par contre, et particulièrement lorsque les courants de marée sont importants, une force de frottement s'ajoute aux précédentes qui provoque une rotation des courants vers la direction de la pente et une diminution de leur intensité.

Cela signifie que, si les limites du modèle sont situées par grande profondeur, le gradient de pression que l'on imposera éventuellement aux limites sera faible, sous peine de s'accompagner de courants intenses qui n'existent pas à cet endroit. Dans l'hypothèse où une erreur serait commise sur ce terme, il n'en résulterait qu'une altération faible des courants sur le plateau, qui est notre zone d'étude, tandis que l'écart serait plus important sur le talus et serait probablement détectable.

Ici encore, le meilleur choix sera de placer la limite du modèle au-delà du talus continental.

Pour toutes ces raisons il a été décidé de placer les frontières de ce modèle d'approche de la Manche sur les parallèles : 47.5 degrés et 63 degrés nord et sur les méridiens 12 degrés ouest et 12.5 degrés est.

Le calcul des courants à cette échelle spatiale ne peut se faire sans tenir compte de la courbure de la terre. Le modèle sera donc écrit dans un système de coordonnées sphériques.

Les conditions aux limites de marée seront une synthèse de l'atlas de Schwiderski (1983) et des calculs de Pingree et Griffiths (1987).

III - ASPECTS MATHÉMATIQUES ET NUMÉRIQUES

Equations

Les équations du mouvement bidimensionnel sont connues sous le nom de "Saint-Venant".

En coordonnées sphériques elles s'expriment comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{R \cos \varphi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{v}{R} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{u v \operatorname{tg} \varphi}{R} - 2 \Omega v \sin \varphi + \frac{g}{R \cos \varphi} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} + \frac{\tau_{f\lambda} - \tau_{s\lambda}}{\rho H} - N \nabla^2 u = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u}{R \cos \varphi} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + \frac{v}{R} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{u^2}{R} \operatorname{tg} \varphi + 2 \Omega u \sin \varphi + \frac{g}{R} \frac{\partial \zeta}{\partial \varphi} + \frac{\tau_{f\varphi} - \tau_{s\varphi}}{\rho H} - N \nabla^2 v = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{R \cos \varphi} \frac{\partial(Hu)}{\partial \lambda} + \frac{\partial(Hv)}{R \partial \varphi} - \frac{Hv}{R} \operatorname{tg} \varphi = 0 \quad (3)$$

λ : Longitude

φ : latitude

t : temps

u, v : composantes de la vitesse selon λ et φ

ζ : cote de la surface

R : rayon terrestre

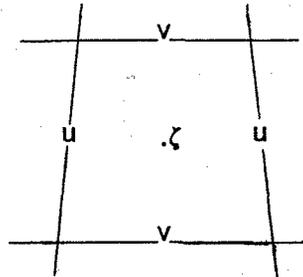
Ω : vitesse angulaire de rotation terrestre

- g : accélération de la pesanteur
 τ_f, τ_s : tensions de frottement au fond et en surface
 N : viscosité horizontale.

Procédé de Résolution

Le système forme des équations (1), (2) et (3) est transformé en une expression numérique approchée selon une méthode aux différences finies et résolu par un procédé Implicite aux Directions Alternées (A.D.I.).

Les inconnues u , v et ζ sont disposées régulièrement au centre et à la périphérie de la maille de calcul comme suit :



Le pas d'espace est de 0,1 degré de latitude et 0,15 degré de longitude, ce qui correspond à une distance de 11 112 m selon la direction nord-sud et une distance comprise entre 8 829 m (au nord) et 13 138 m (au sud) selon la direction ouest-est.

Les dimensions de la matrice sont alors de 146 x 151, soit 22 046 points de calcul, océan et terre confondus.

Intégration temporelle

Selon la méthode A.D.I. l'intégration sur un pas de temps Δt est découpée en deux étapes :

- Les équations (1) et (3) sont d'abord résolues simultanément comme suit :

$$\begin{bmatrix} u \\ \zeta \end{bmatrix}^{t + \frac{\Delta t}{2}} = \begin{bmatrix} M_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ \zeta \end{bmatrix}^{t - \frac{\Delta t}{2}, t}$$

Le domaine est alors balayé en lignes.

Puis les équations (2) et (3) sont résolues à leur tour, ce qui conduit à la nouvelle expression :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \zeta \end{bmatrix}^{t+\Delta t} = \mathbf{M}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \zeta \end{bmatrix}^{t+\frac{\Delta t}{2}}$$

Le domaine est ici balayé en colonnes.

Toutes les dérivées spatiales qui entrent dans la définition des matrices M1 et M2 sont prises de manière centrée.

M1 et M2 possèdent une forme tridiagonale qui permet une résolution simple et rapide, ici par double balayage.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \diagup & & 0 \\ & \diagdown & \\ 0 & & \diagup \end{bmatrix}$$

Le pas de temps Δt adopté pour les simulations qui suivent est de 120 secondes.

IV – RESULTATS

1) La Marée

Les figures 1 à 3 présentent les cartes d'amplitude et de phase de la marée lunaire M2 et de ses harmoniques M4 et M6.

Les résultats propres à M2 peuvent se comparer avec divers documents bibliographiques résultant de mesures ou de calculs :

- Lennon (1961), dans Huntley (1980),
- Flather (1976),
- Maier-Reimer (1977),
- Howarth et Pugh (1983),
- Beckers et Neves (1985),
- Pingree et Griffiths (1987) (figure 4).

La comparaison est tout à fait favorable et confirme que le modèle fonctionne de manière correcte. Lignes de phase et d'amplitude se retrouvent bien au même endroit avec un écart de quelques centimètres ou de quelques degrés aussi bien entre les documents qui peuvent servir de référence que entre ce nouveau modèle et les précédents.

Nous avons également comparé nos résultats aux mesures côtières et marines publiées par Flather (1976). En dépit des différences de nature entre ces mesures ponctuelles et les indications d'un modèle, qui résultent d'un filtrage par la taille de la maille notamment, l'écart type entre les deux séries de valeurs, en Mer du Nord, est de 8 cm. On constate une sous-évaluation systématique des amplitudes calculées par le modèle sur la cote est de l'Angleterre et une surévaluation sur les côtes occidentales du continent. C'est un défaut du modèle dont il faudrait probablement rechercher l'origine dans la bathymétrie notamment dans la schématisation des archipels Orcade et Shetland qui ne peut être satisfaisante avec une maille de 10 km environ.

Dans le cas des mesures côtières il faut également tenir compte de ce que le simple décalage (5 km) entre le point de calcul des niveaux au centre de la maille et la côte où sont faites les observations, correspond à un écart de niveau de 3 cm sur la côte est britannique. Il faudrait aussi faire la part des effets bathymétriques très locaux non rendus par le modèle.

Composantes supérieures de la marée.

Les composantes M4 et M6 de la marée n'existent pas dans les conditions imposées aux limites. Elles sont intégralement générées à l'intérieur du modèle par les termes advectifs et de frottement. Leur présence est donc un révélateur très précis des qualités ou défauts du modèle.

Les résultats propres à M4 peuvent se comparer à des modèles de détail : ceux de Werner et Lynch (1989), Prandle (1980), Pingree et Maddock (1978) ou encore Chabert d'hières et Le Provost (1978), ainsi qu'au modèle général de Howarth et Pugh (in Johns, 1983).

La comparaison avec tous les modèles de détail est excellente, aussi bien la comparaison entre eux, que celle des résultats présentés ici. Ces autres modèles n'ont qu'une emprise limitée à tout ou partie de la Manche et du Pas de Calais, ce qui signifie qu'une part significative de la solution leur est fournie sous forme de conditions aux frontières. Notre modèle fonctionne différemment : aucune information n'est présente aux limites, puisque l'amplitude y est nulle. Le mécanisme est entièrement généré à l'intérieur du modèle. Compte tenu de ce qu'aucun étalonnage n'a été fait pour modifier nos résultats vis-à-vis des ondes supérieures, nous considérons que la vérification est très probante.

La comparaison avec le modèle de Howarth et Pugh, qui est également un modèle général du plateau, est un peu moins favorable. Compte-tenu des remarques faites plus haut, nous considérons que notre calcul est plus précis.

L'onde M6 est encore plus faible que M4 et ne dépasse la dizaine de centimètres que dans la baie de la Seine.

Les résultats de Chabert d'hières et Le Provost (1978) sont généralement conformes aux nôtres, dans la Manche, de même que ceux de Prandle (1980) dans la partie sud de la Mer du Nord, et on constate un accord presque parfait avec les travaux de Werner et Lynch (1989). Ici encore le modèle se trouve validé au-delà de ce que l'on pouvait attendre, compte tenu de la taille de la maille, ce qui le qualifie pour fournir des conditions aux limites de marée sur le périmètre des sous-modèles qui seront élaborés à l'intérieur de cette zone.

2) Le vent

On a exposé au paragraphe (II, 2) que grâce à des limites situées au-delà du plateau continental, l'action du vent sur le mouvement de l'eau pouvait être calculée en imposant à la surface du modèle une tension d'entraînement des particules.

Ce calcul a été effectué ici pour un vent permanent de force modérée (environ 10 m/s) provoquant une tension superficielle de $0,2 \text{ n/m}^2$, et superposé à une marée moyenne. Huit directions de vent ont été envisagées : nord, nord-est, est, sud-est, sud, sud-ouest, ouest et nord-ouest.

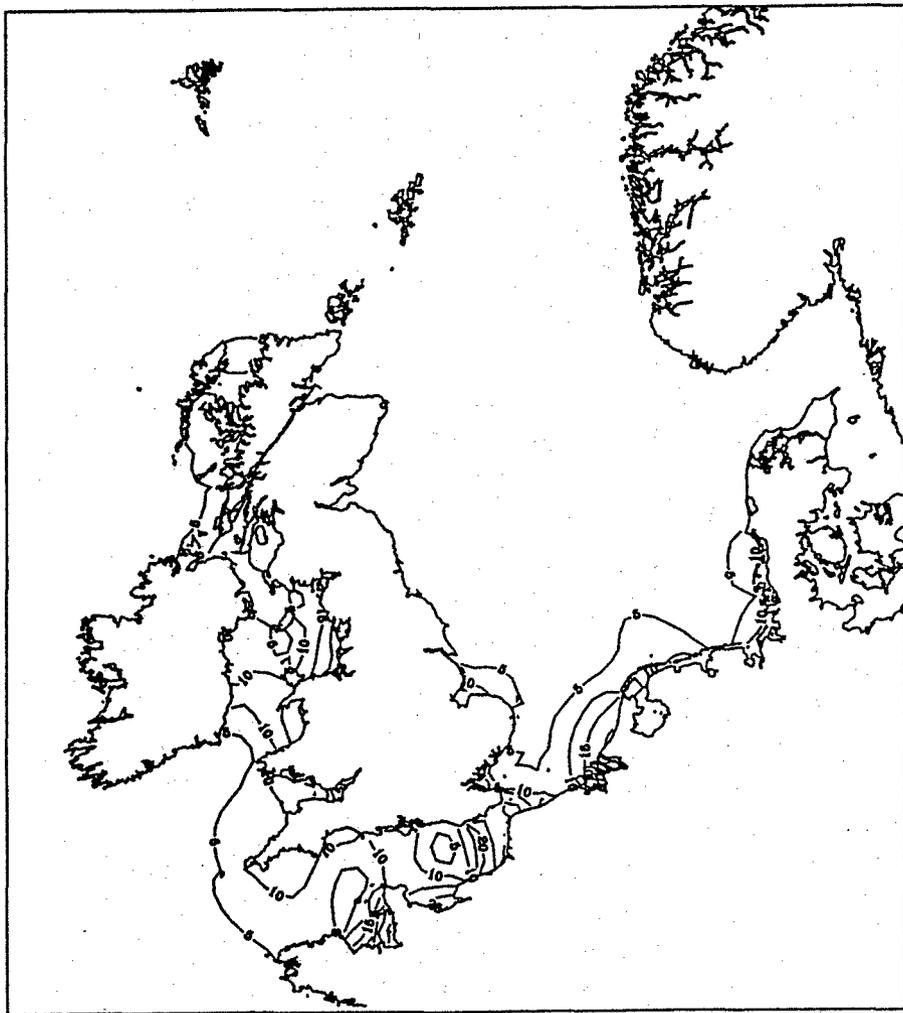


Figure 2 : Amplitude (centimètres) et phase (degrés) de l'onde M_4



Figure 3 : Amplitude (centimètres) et phase (degrés) de l'onde M_6

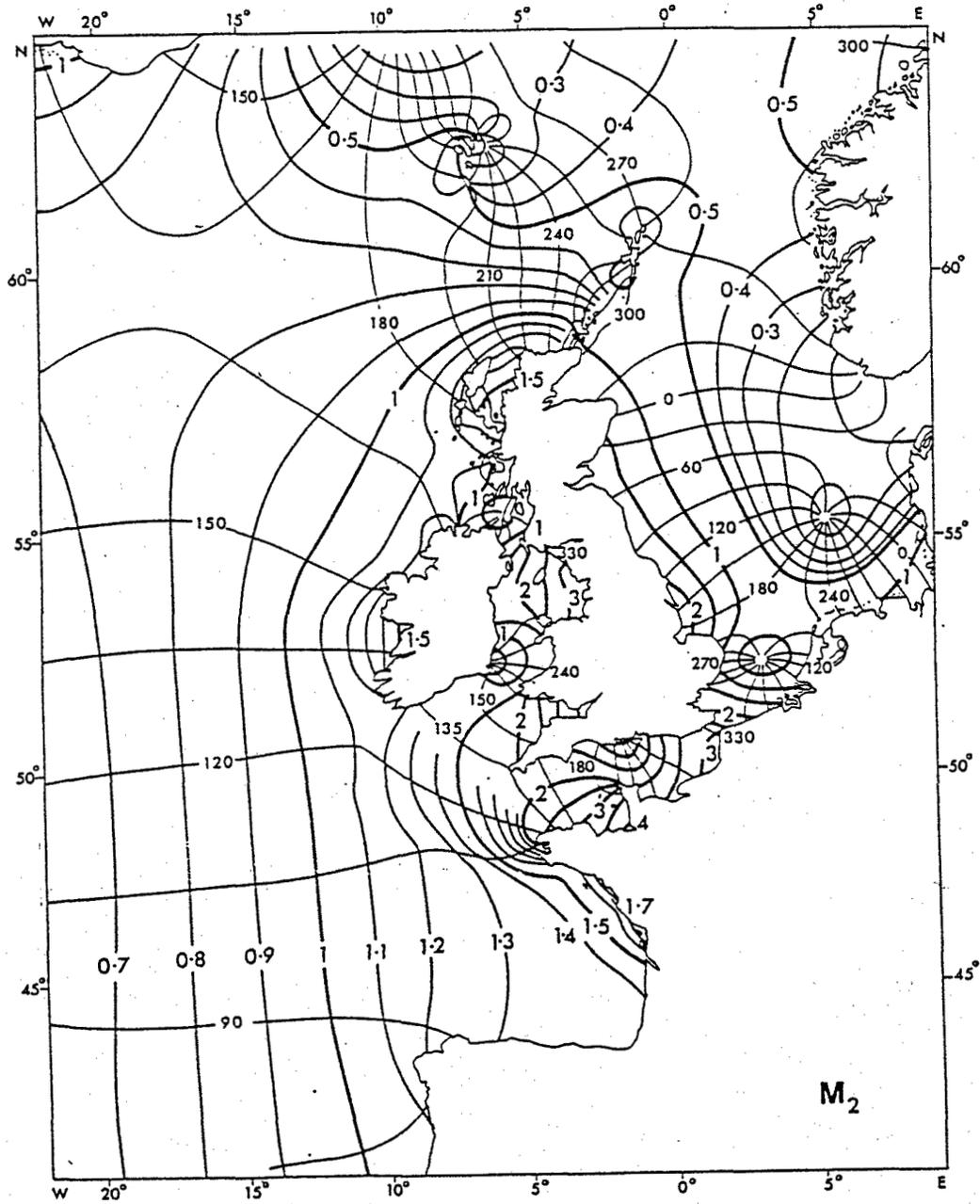


Figure 4 : Amplitude (mètres) et phase (degrés) de l'onde M_2 dans le proche atlantique et la Mer du Nord d'après Pingree et Griffiths (1987).

Les figures 5 et 6 présentent les résultats sous la forme de cartes de niveau moyen. C'est cette information de niveau qui sera retransmise aux sous-modèles de détail.

Pingree et Griffiths (1980) présentent des résultats semblables pour une tension de vent presque équivalente de $0,16 \text{ n/m}^2$ et deux directions sud-ouest et sud-est, ainsi que Prandle (1984) pour des cas de vents plus faibles, de directions ouest et sud et d'intensité respective $0,0529 \text{ n/m}^2$ et $0,0435 \text{ n/m}^2$. Nos résultats sont tout à fait cohérents avec ces deux documents, correction faite de la différence de forçage dans chaque cas.

On observe des dépressions particulièrement marquées sur les cotes du German Bight, pour des vents de secteur est (nord-est à sud-est). Elles atteignent ou dépassent 40 cm dans nos simulations. Ces mêmes régions sont évidemment sujettes à des surcotes à peu près équivalentes pour des vents de secteur ouest. D'une manière générale les situations relatives à des vents de direction opposée, sont presque exactement symétriques.

Le détroit du Pas de Calais provoque une variation brutale des niveaux pour des vents de direction nord ou sud, qui s'accompagneront donc de fortes valeurs du flux d'eau. Cette remarque aura son importance dans les stades ultérieurs du programme Fluxmanche, lorsque nous porterons intérêt aux flux transitant entre la Manche et la Mer du Nord.

Comme on le prévoyait dans la discussion théorique du paragraphe II.2, les pentes de la surface sont surtout importantes sur le plateau continental, notamment dans le German Bight, mais pas au large. La présence du talus est, le plus souvent, révélée par une ligne de niveau différente de moins de 1 cm de celui qui est imposé dans l'océan.

3) Les Gradients de Pression

Pour tester la réponse du modèle à un éventuel gradient de pression accompagnant les mouvements de l'océan profond, on a imposé au long des limites une pente régulière du niveau moyen (selon oy) de 20 cm sur les 1 730 km d'extension nord-sud du modèle, superposée à l'onde de marée. Le résultat de la simulation est présenté figure 7.

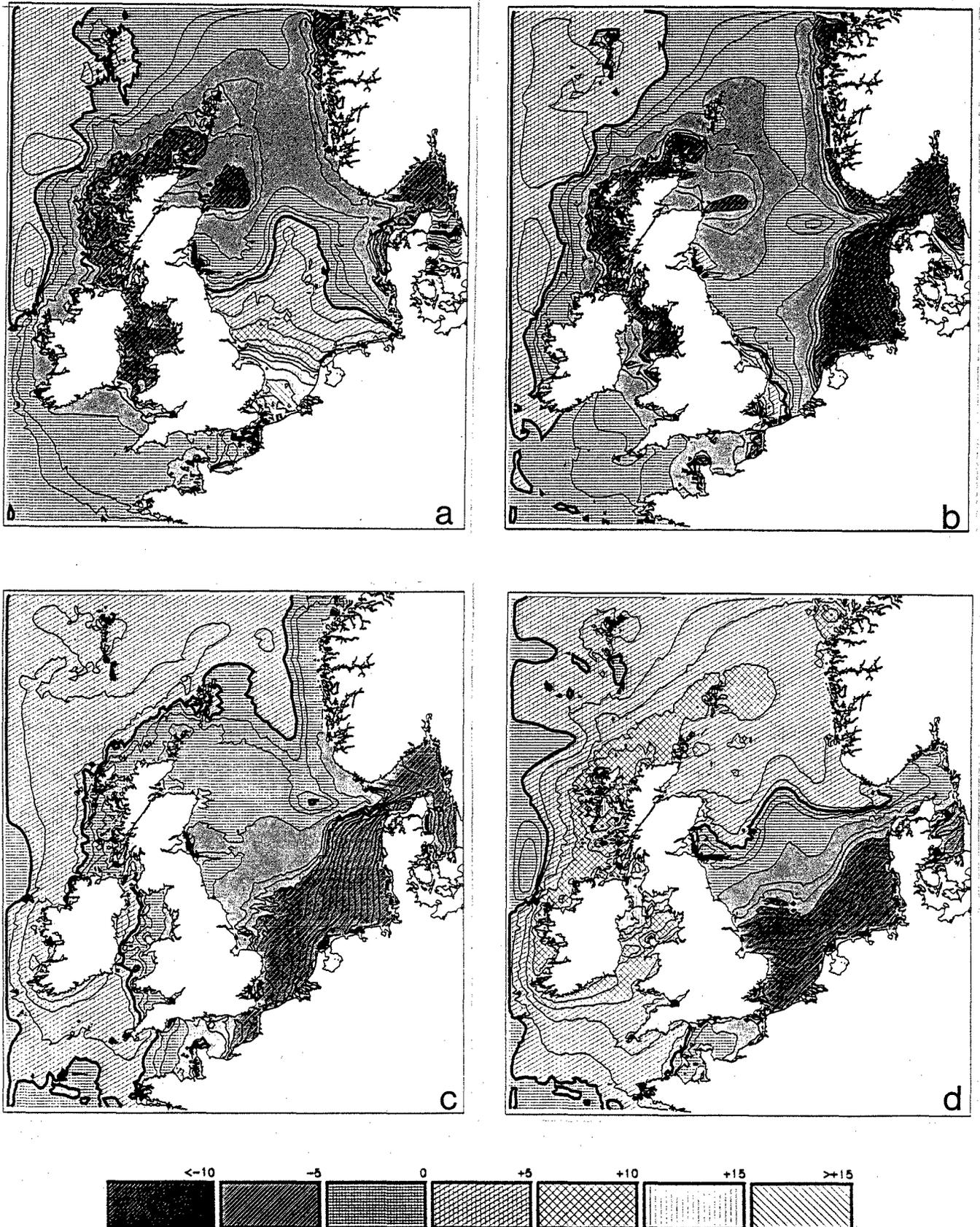


Figure 5 : Niveau moyen de la mer (centimètres) pour des vents de secteur nord (a), nord est (b), est (c) et sud est (d).
Isolignes tous les 1 cm entre - 5 cm et + 5 cm ; tous les 2 cm ailleurs.

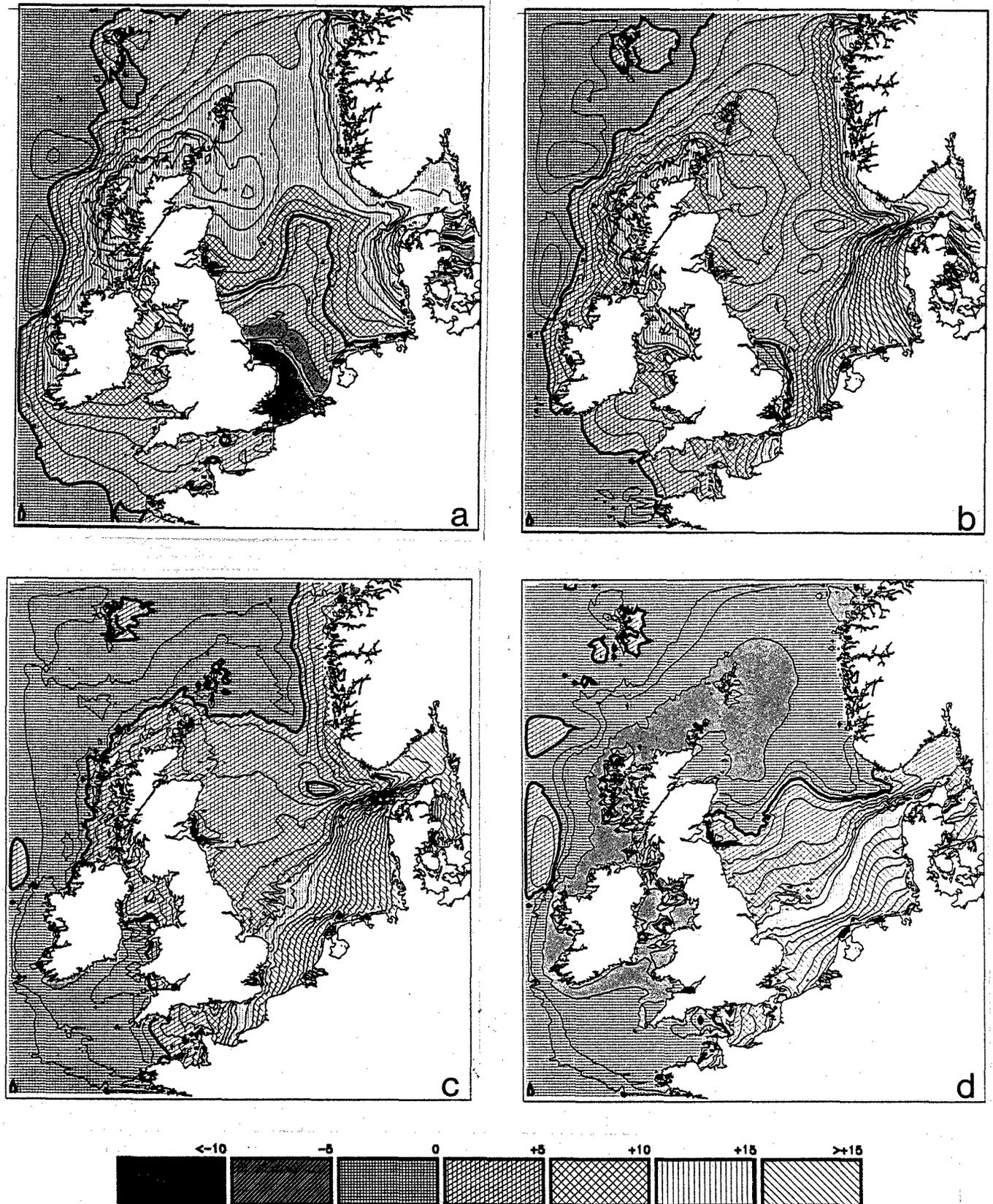


Figure 6 : Niveau moyen de la mer (centimètres) pour des vents de secteur sud (a), sud ouest (b), ouest (c) et nord ouest (d). Isolignes tous les 1 cm entre - 5 cm et + 5 cm ; tous les 2 cm ailleurs.

Comme il était prévisible, 80 % de la dénivellation disparaît au dessus du talus continental. Il y aura donc à cet endroit, génération d'un courant géostrophique assez fort (ici de l'ordre de 10 cm/s pour une pente de 1 cm/10 km), tandis que sur le plateau ne se superposera au courant de marée qu'un mouvement moyen forcé par une pente d'environ 1 cm pour 500 km. Compte tenu du frottement causé par la marée, le courant qui en résultera sera environ deux ordres de grandeurs en deça de la valeur précédente, et certainement négligeable devant les effets du vent et de la marée.

La limite du modèle étant placée au-delà du talus continental, nous vérifions ici que nous pourrions ignorer les gradients de pression sur les frontières ouvertes sans altérer la solution sur le plateau continental. La même constatation avait été faite par Prandle (1987).

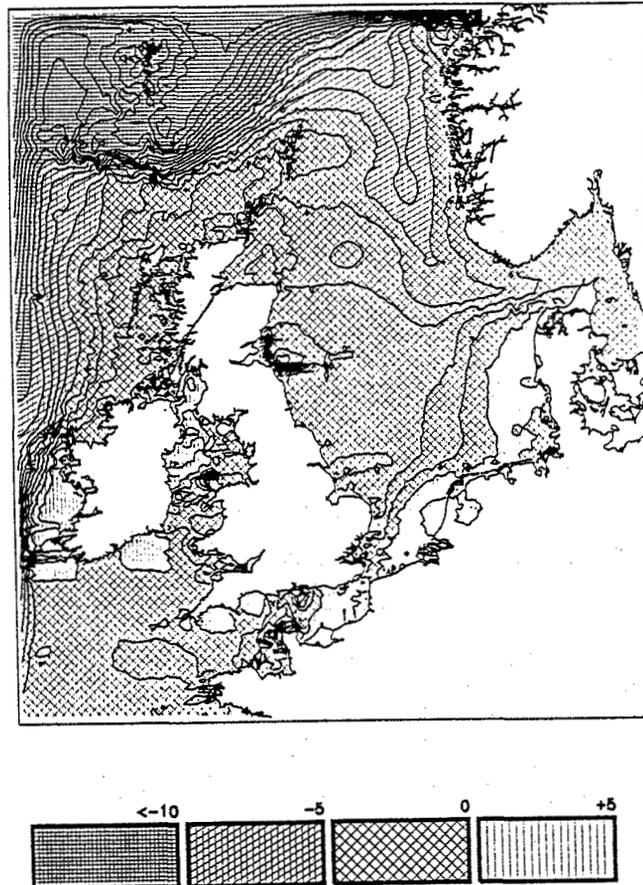


Figure 7 : Niveau moyen de la mer pour une marée moyenne et une pente sud-nord du niveau moyen de 0,116 mm/km. Isolignes tous les centimètres.

IV – CONCLUSION

Le travail présenté ci-dessus avait pour but de mettre au point un modèle qui fournirait les conditions hydrodynamiques générales régnautes sur le plateau continental nord européen et permettrait de créer des sous modèles de détail en tout point.

Pour parvenir à cette fin et nous affranchir des problèmes ultérieurs de conditions aux limites, nous avons conçu un modèle de grande emprise, débordant du talus continental.

La réponse du modèle a été testée vis-à-vis de la marée seule et de sa combinaison avec le vent et un gradient de pression dans l'océan. Dans chaque cas son fonctionnement a été jugé satisfaisant. La qualité des résultats le situe en bonne place parmi les autres modèles existants sur cette zone, alors que cela n'était pas vraiment sa vocation initiale.

Nous considérons que la tâche N1 a été menée à bien et que nous pouvons aborder dans de bonnes conditions les tâches N2 et N3, de modélisation détaillée de l'hydrodynamique et des flux transitant en Manche est et dans le Pas de Calais.

BIBLIOGRAPHIE

BECKERS et NEVES, 1985.

A semi-implicit tidal model of the north european continental shelf. Appl. Math. Modelling, vol. 9, 395-402.

CHABERT D'HIERES et LE PROVOST, 1978.

Atlas des composantes harmoniques de la marée dans la Manche. Annales Hydrographiques, vol. 6, Fasc. 3.

FLATHER, 1976.

A tidal model of the north-west european continental shelf. Mémoires de la Société Royale des Sciences de Liège, 6ème série, tome X, 141-164.

HOWARTH et PUGH, 1983.

Observations of tides over the continental shelf of north-west Europe. In B. JOHNS (ed) "Physical Oceanography of Coastal and shelf seas" Elsevier Oceanography series, 135-188.

HUNHTLEY, 1980.

Tides on the north west european continental shelf in BANNER, COLLINS et MASSIE (éditeurs) : "the north-west european shelf seas : the sea bed and the sea in motion". Vol. II : Physical and Chemical Oceanography, and Physical Resources, Elsevier Oceanography Series, vol. 24B, 301-351.

MAIER-REIMER, 1977.

Residual Circulation in the North Sea due to the M₂ - tide and mean annual wind stress, Deutsche Hydrographische Zeitschrift, vol. 30, n° 3, 69-80.

PINGREE R.D., GRIFFITHS D.F., 1980.

Currents driven by a steady uniform wind stress on the shelf seas around the British Isles. Oceanol. Acta, 3, 2, 227-236.

PINGREE R.D. et GRIFFITHS D.F., 1987.

Tidal friction for semi-diurnal tides. Continental shelf research, vol. 7, n° 10, 1181-1209.

PINGREE R.D., MADDOCK L., 1978.

The M₄ tide in the english channel derived from a non-linear numerical model of the M₂ tide. Deep Sea Research, Vol. 25, 53-63.

PRANDLE D., 1978.

Residual flows and elevations in the southern North Sea. Proc. R. Soc. Lond. A. 359, 189-228.

PRANDLE D., 1980.

Co-tidal charts for the southern north sea. Dt. Hydrogr. Z 33, H.2., 68-81.

PRANDLE D., 1984.

A modelling study of the mixing of ¹³⁷Cs in the seas of the european continental shelf. Phil. Trans. R. Soc. Lond. A 310, 407-436.

PRANDLE D., 1987.

Response of the N.W. european shelf sea at subtidal frequencies. Continental shelf Research, Vol. 7, n° 3, 267-284.

SCHWIDERSKI, 1983.

Atlas of ocean tidal charts and maps, Part I : the semi diurnal principal lunar tide M2, Marine Geodesy, vol. 6, n° 3-3, 219-265.

WERNER F.E. et LYNCH D.R., 1989.

Harmonic structure of English Channel/Southern Bight tides from a wave equation simulation. Adv. Water Resources, Vol. 12, Septembre, 121-142.