

BAIE DE VILAINE

OXYMOR 1983

MODELE MATHEMATIQUE VERTICAL

EVOLUTION DE L'OXYGENE DISSOUS AU FOND

DEPARTEMENT ENVIRONNEMENT
LITORAL ET GESTION DU MILIEU
BREST

B. THOUVENIN

IFREMER Bibliotheque de BREST



OEL05447

SOMMAIRE

	<u>Pages</u>
I - INTRODUCTION	1
II - CAMPAGNE DE MESURES	2
III - CORRELATIONS ENTRE L'OXYGENE ET LA STRATIFICATION	7
IV - MODELE MATHEMATIQUE	13
1. Hypothèses - Etablissement de l'équation	13
2. Schéma numérique	16
3. Coefficient d'échange vertical	18
V - ESSAIS	23
1. Essai sur la 4e période - du 23 au 29 juillet	23
2. Vérification sur les 3 autres périodes	27
VI - TESTS DE SENSIBILITE	32
1. Sensibilité aux conditions verticales	34
2. Sensibilité aux conditions aux limites	36
VI - EXPLOITATION POSSIBLE DES RESULTATS	38
VII - CONCLUSION	43
ANNEXE 1 - Stabilité du schéma numérique	47
ANNEXE 2 - Tests de sensibilité	49

EVOLUTION DE L'OXYGENE DISSOUS AU FOND
MODELE MATHEMATIQUE VERTICAL

OXYMOR JUILLET 1983 - BAIE DE VILAINE

Décembre 1984.

I - INTRODUCTION

— Une série de campagnes a été effectuée pendant l'été 1983 en baie de VILAINE afin d'étudier les phénomènes d'anoxie au niveau du fond.

Un point de mesure "OXYMOR" a été choisi pour suivre l'évolution de l'oxygène au fond en même temps que la température sur la verticale, les courants et la salinité au fond et en surface. —

Ces observations ont montré une bonne corrélation entre le déficit en oxygène au fond et la stratification de densité entre le fond et la surface. Cette loi a été mise en évidence pour un ensemble de périodes comportant plusieurs jours consécutifs.

Cette observation nous a conduit à mettre en place un modèle mathématique vertical élémentaire qui tente de retrouver l'évolution du déficit au fond en considérant que cette évolution ne dépend que de la stratification verticale. Le phénomène prépondérant sera donc pendant ces périodes une diffusion locale de l'oxygène de la surface vers le fond.

II - CAMPAGNE DE MESURES

La mesure de l'Oxygène au fond a eu lieu pendant trois périodes du 26 mai au 30 août 1983

du 26 mai au 28 juin	(1ère partie)
du 28 juin au 4 août	(2ème partie)
du 4 août au 30 août	(3ème partie)

Seule la 2ème partie est exploitable pour le calcul de la stratification car les courantomètres de surface ou de fond n'ont pas marché dans l'une ou l'autre des 2 autres parties.

La période choisie pour notre travail a été celle correspondant au mois de juillet, avec les mesures suivantes :

- l'oxygène à 1 m au dessus du fond
- la température et la salinité à 1,5 m au dessus du fond
- la température et la salinité au dessous de la surface
- la pression au fond (1,5 m au dessus)
- les vitesses et directions des courants en surface et au fond
- les températures mesurées à l'aide d'une chaîne de thermistance à 0,7 m ; 1,4 m ; 1,9 m ; 3,9 m ; 4,9 m ; 5,9 m ; 6,9 m ; 7,9 m ; 8,8 m au dessous de la surface.
- des données météo (vent, Pression atmosphérique, Température de l'air)
- la consommation en oxygène des sédiments au fond mesurée par respiromètre.

A partir de ces mesures, nous avons calculé :

- les densités σ_s et σ_f en surface et au fond, fonction des salinités et températures
- la stratification $\Delta\sigma = \sigma_f - \sigma_s$
- le déficit en oxygène au fond à partir de la concentration d'oxygène au fond C et la concentration à saturation calculée à partir des températures et salinités mesurées.

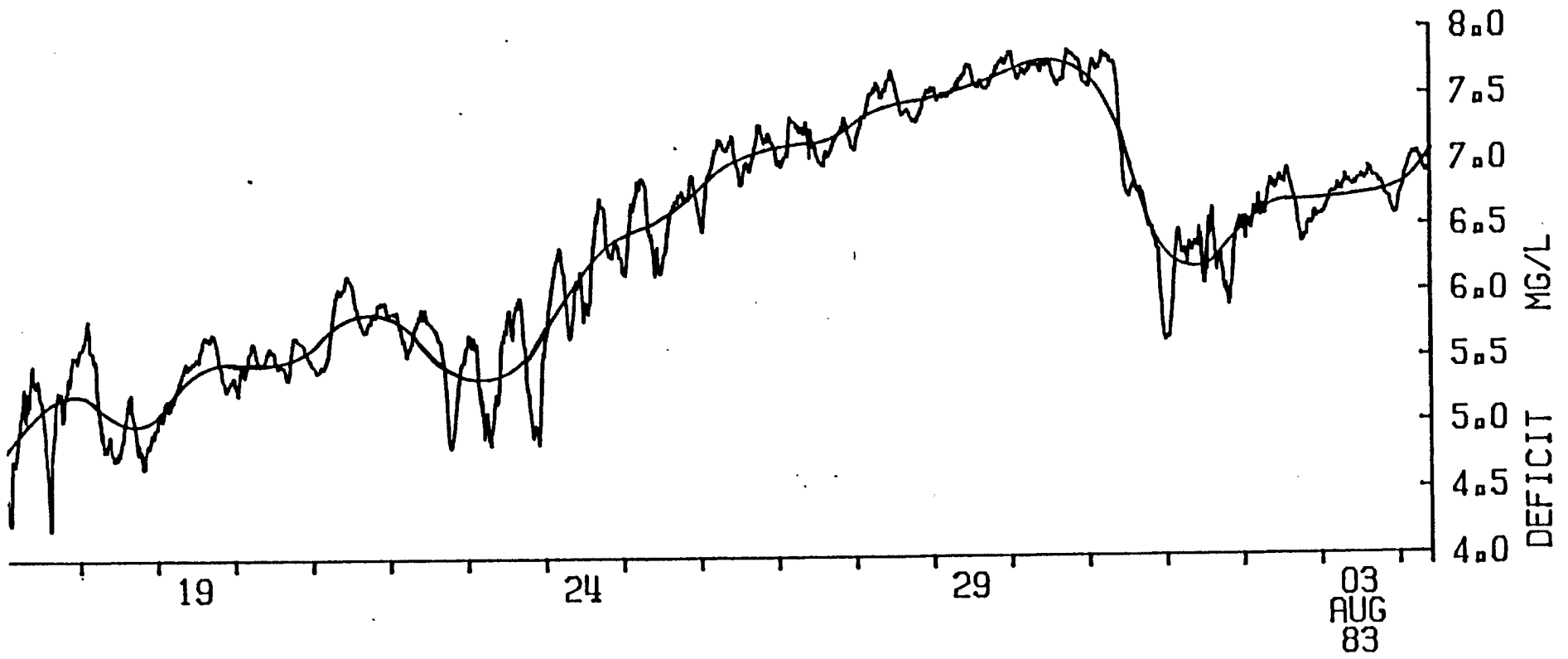
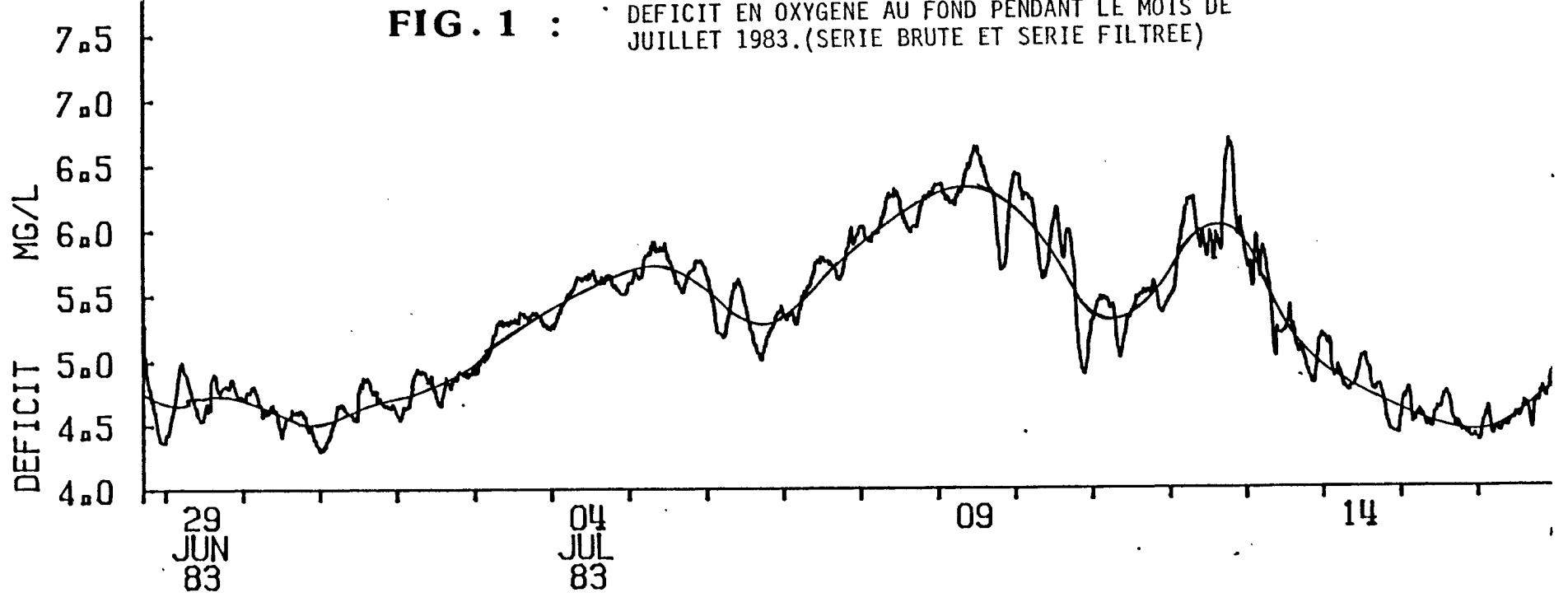
$$Def = C_s - C$$

On obtient ainsi des séries temporelles échantillonnées toutes les 10 mn, pendant 1 mois.

Un exemple est donné figure 1 pour le déficit en Oxygène.

On remarque sur cet enregistrement des oscillations d'environ 12 h, que l'on retrouve avec l'analyse spectrale de la série de mesures de l'oxygène (figure 2), avec un pic également à 24 h.

FIG. 1 : DEFICIT EN OXYGENE AU FOND PENDANT LE MOIS DE JUILLET 1983. (SERIE BRUTE ET SERIE FILTREE)



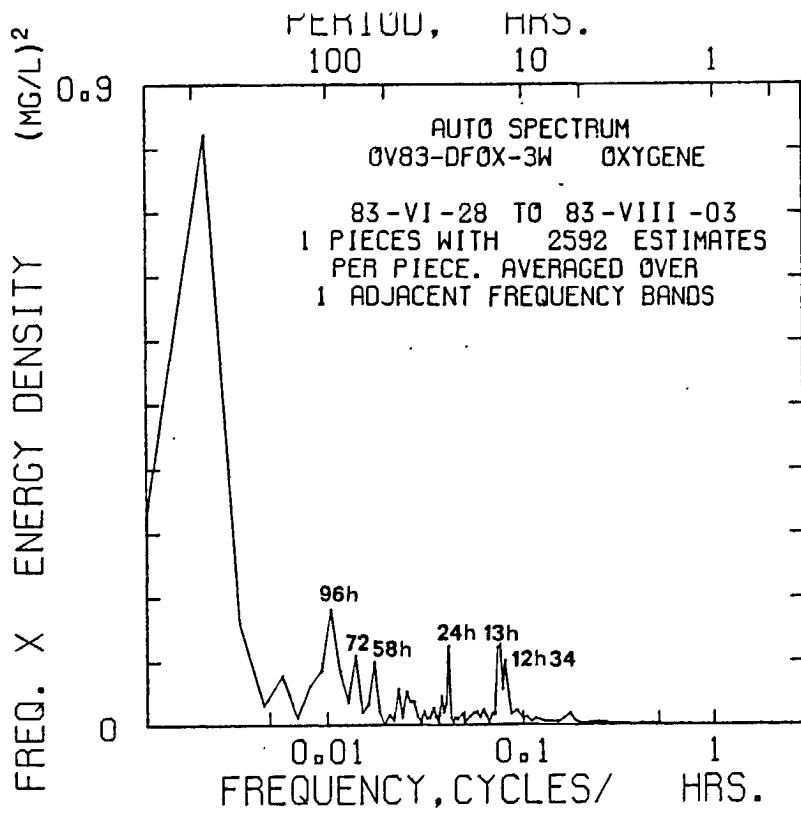


Fig.2 OXYGENE

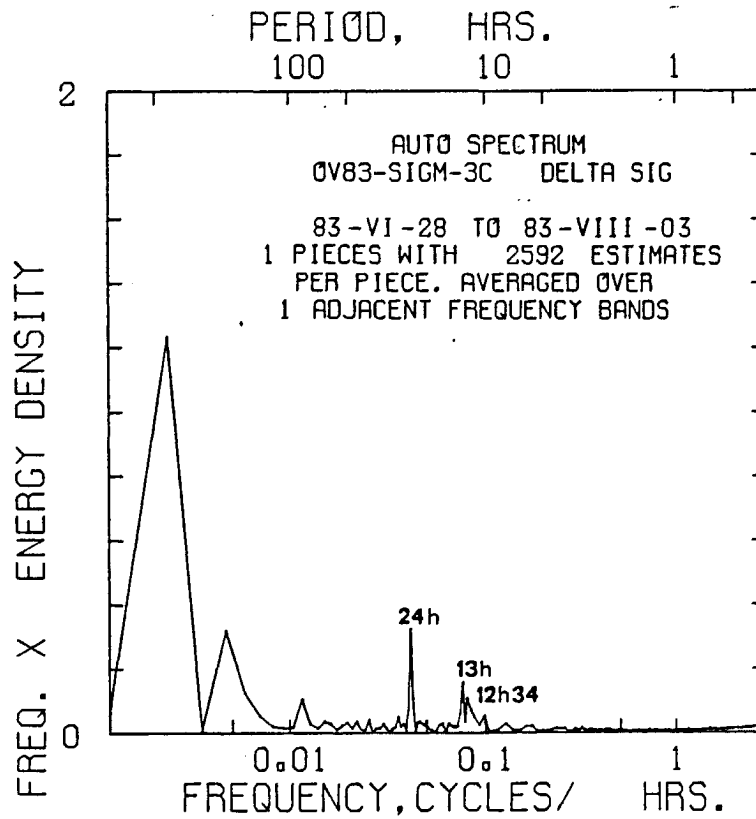


Fig.3 $\Delta\sigma$ Stratification en Densité

Les analyses spectrales des deux séries $\Delta\sigma$ et ΔT calculées à partir des températures et des salinités mesurés par les courantomètres en surface et au fond sont montrées Figure 3 et 4. On y retrouve les pics de fréquence autour de 12-13 h et 24 h .

Ces oscillations de période inférieure à 24 h mettent en évidence :

- la variation des paramètres O_2 , T° , $S \text{ ‰}$ en fonction du mouvement de l'eau avec la marée,
- l'évolution nyctémérale (jour-nuit) des paramètres tels que température et oxygène dissous (influence possible de la production primaire).

Or on s'intéresse ici à l'évolution plus lente de l'oxygène c'est-à-dire aux tendances à l'augmentation ou à la diminution de sa concentration dans l'eau, moyennée sur une journée.

Nous considérons donc dans le modèle que les masses d'eau oscillant avec la marée et passant par le point de mesure ont pendant certaines périodes les mêmes caractéristiques ; les tendances d'évolution de l'oxygène y sont semblables. En filtrant les séries temporelles c'est-à-dire en éliminant les périodes inférieures à 24 h, on considère que les fluctuations dues à la marée sont sans importance sur le comportement général à long terme de l'oxygène.

Pour filtrer ces séries, on utilise un filtre numérique passe-bas (filtre récursif polynomial du 2e degré), utilisé dans la bibliothèque TIMSAN du Système d'Exploitation des Données de Courant .

Les paramètres du filtre "P3" sont calculés comme suit :

- fréquence d'échantillonnage

$$\Delta t = 10 \text{ mn} \qquad f_c = 6 \text{ cycle/h}$$

- fréquence de Nyquist

$$N = \frac{1}{2 \times 1/f_c} = 3 \text{ cycles/h}$$

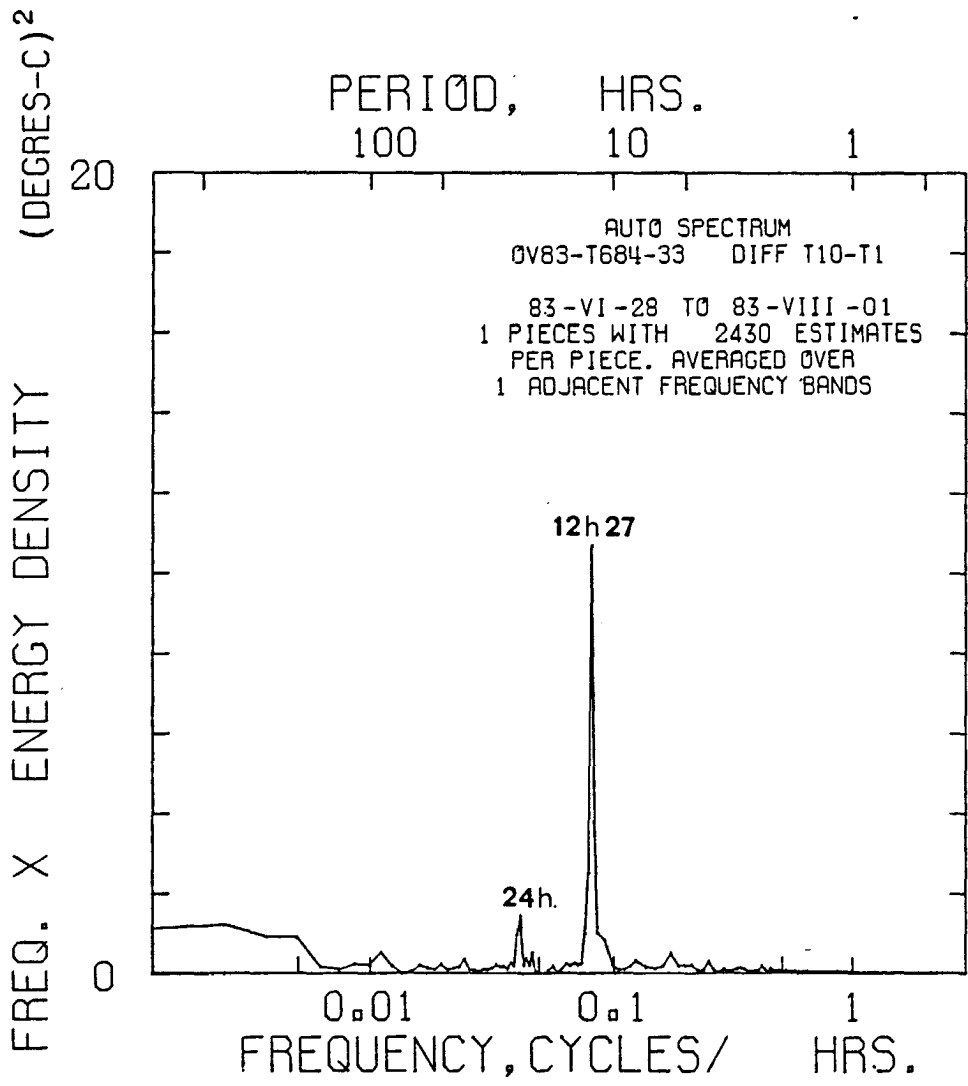
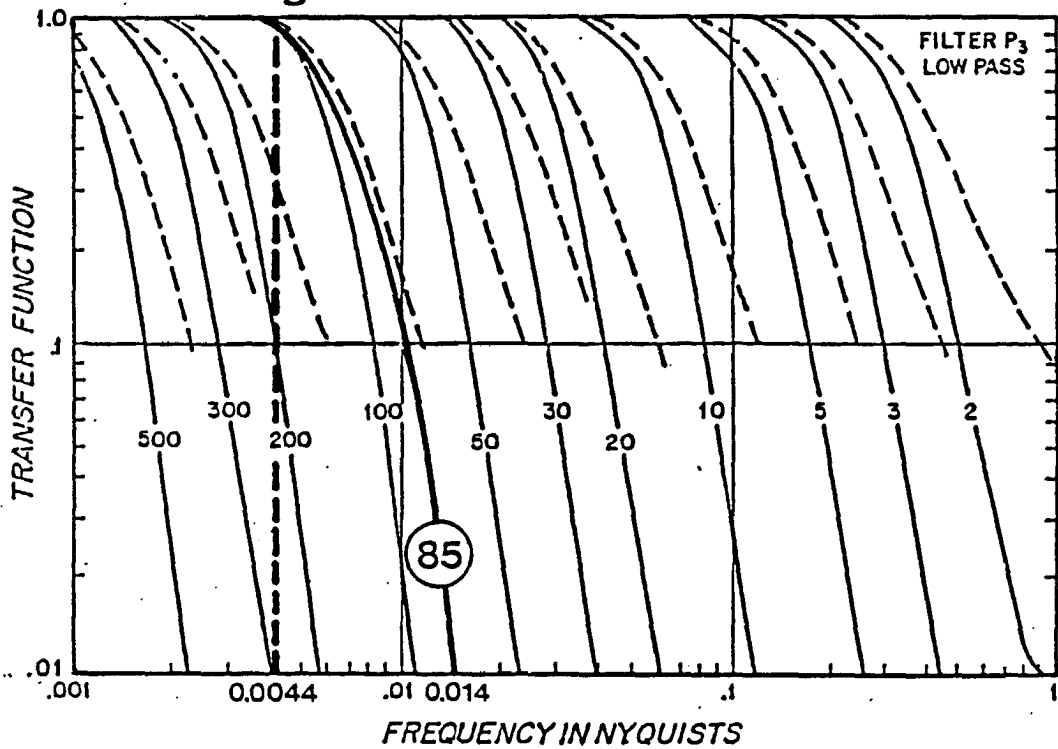


Fig.4 $\Delta T = T_{10}(\text{Surface}) - T_1(\text{Fond})$

Fig.5: PARAMETRE DU FITRE PASSE-BAS.



- fréquence à éliminer (correspondant à la période $T = 24$ h)

$$f_c = \frac{1}{24} = 0.0417 \text{ cycles/heure}$$

$$f_c = \frac{0.0417}{N} = 0.014 \text{ fréquence de Nyquist}$$

En consultant le diagramme de la figure 5, on choisit le paramètre du filtre P_3 pour avoir une fonction de transfert proche de zéro pour les périodes inférieures à 24 h.

Avec le paramètre défini égal à 85, nous observons que les fréquences supérieures à 0.0014 sont totalement éliminées.

Par contre, les fréquences inférieures jusqu'à 0.0044 ($T = 76$ h) sont également réduites car la bande de fréquence de coupure du filtre n'est pas assez étroite.

Avec un paramètre plus faible, la période $T = 24$ h ne serait pas complètement éliminée, par contre les fréquences plus basses resteraient intactes.

Le paramètre 85 a été choisi pour les filtrages et un exemple de la série filtrée pour le déficit est donnée figure 1 superposée à la série brute. La figure 6 montre les spectres correspondant.

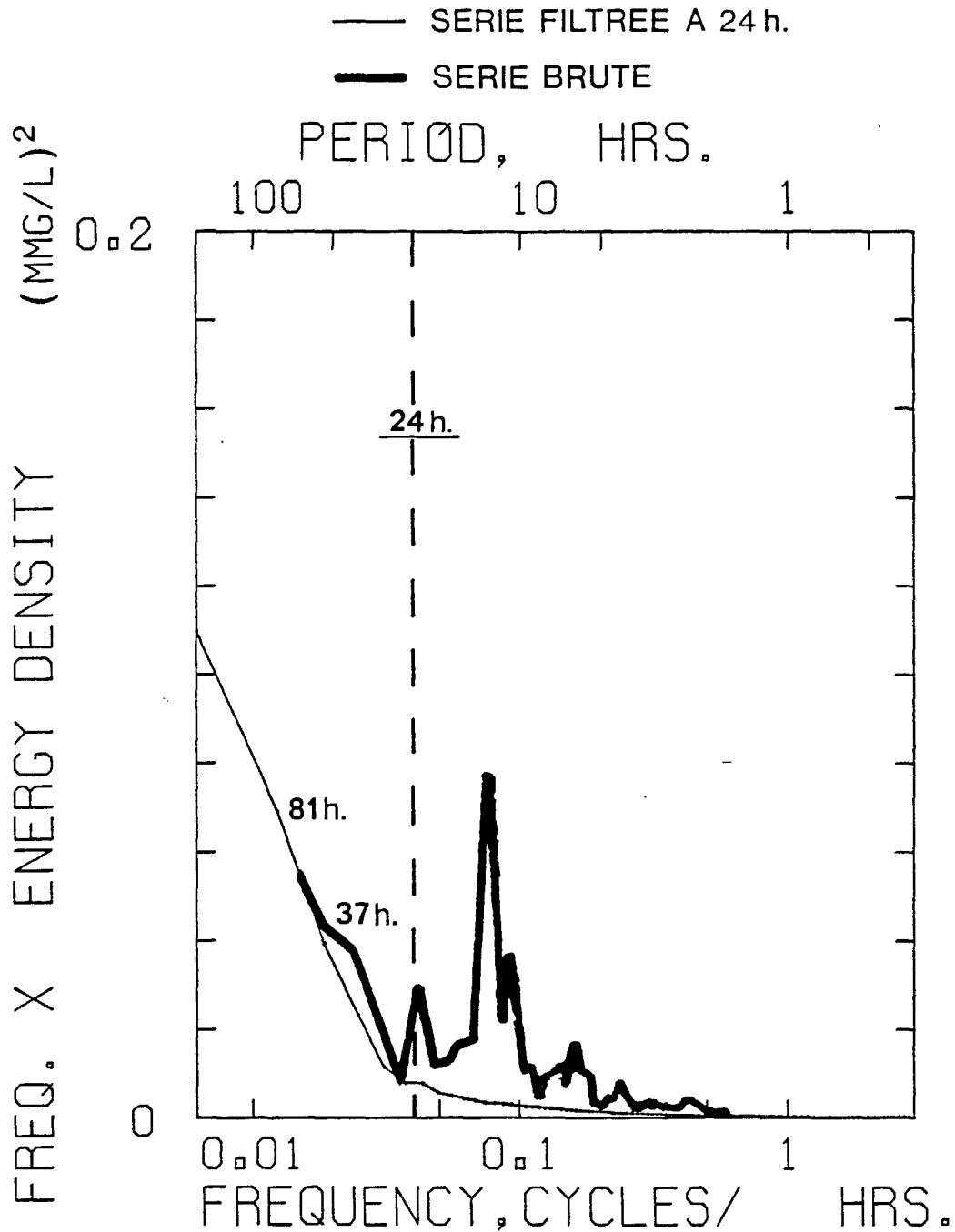
On observe bien que toutes les périodes inférieures à 70 h sont touchées par le filtrage.

Toutes les séries de mesure ont été ainsi filtrées pour obtenir les tendances d'évolution des paramètres (O_2 , déficit, σ surface, σ fond, $\Delta\sigma = \sigma_p - \sigma_s$, températures ...), sans considérer les fluctuations au cours de la journée.

III - CORRELATIONS ENTRE L'OXYGENE ET LA STRATIFICATION

L'analyse de ces données filtrées a mis en évidence pour le mois de juillet des périodes de plusieurs jours où le déficit en oxygène au fond est corrélé avec la stratification de densité ($\Delta\sigma = \sigma_p - \sigma_s$)

Fig.6 DEFICIT en OXYGENE



AUTO SPECTRUM
0V83-DF0X-85 DEF.OXY

83-VI-28 TO 83-VIII-01
5 PIECES WITH 486 ESTIMATES
PER PIECE. AVERAGED OVER
1 ADJACENT FREQUENCY BANDS

On constate en effet, des comportements opposés des deux paramètres : une augmentation de la stratification de densité entraîne une diminution de l'oxygène dissous au fond et vice-versa.

En effet, la statilité de deux couches d'eau de caractéristiques différentes agit comme une barrière à l'interface vis à vis de la diffusion verticale. Une stratification marquée freine l'approvisionnement du fond en oxygène. Elle favorise au contraire la réoxygénation lorsqu'elle disparaît ou diminue en intensité.

Des lois de variation linéaire ont été mises en évidence sur les périodes suivantes :

- du 29 juin au 9 juillet (figure 7)
coefficient de corrélation = 0.96
- ou séparé en 2 périodes : - du 29 juin au 5 juillet (figure 8)
coefficient de corrélation = 0.97
- du 6 au 9 juillet (figure 8)
Coefficient de corrélation = 0,94
- du 12 au 16 juillet (figure 9)
coefficient de corrélation = 0.96
- du 23 au 28 juillet (figure 10)
coefficient de corrélation : 0,97

En dehors de ces périodes, il semble que d'autres phénomènes entrent en jeu qui dominent le phénomène d'échange vertical.

La figure 11 met en parallèle l'évolution de la stratification et celle du déficit en oxygène du fond. Des périodes où il existe une corrélation sont notées et les anomalies sont mises en évidence.

Ces dernières peuvent être dues à :

- un apport d'oxygène ou de déficit en oxygène dans la zone d'étude due à l'apparition d'une masse d'eau différente, après une modification des courants.

DEFICIT EN FONCTION DE LA STRATIFICATION
 DU 29 JUIIN AU 9 JUILLET 1983

CORREL = 0.96 Y = 0.63 X + 3.83

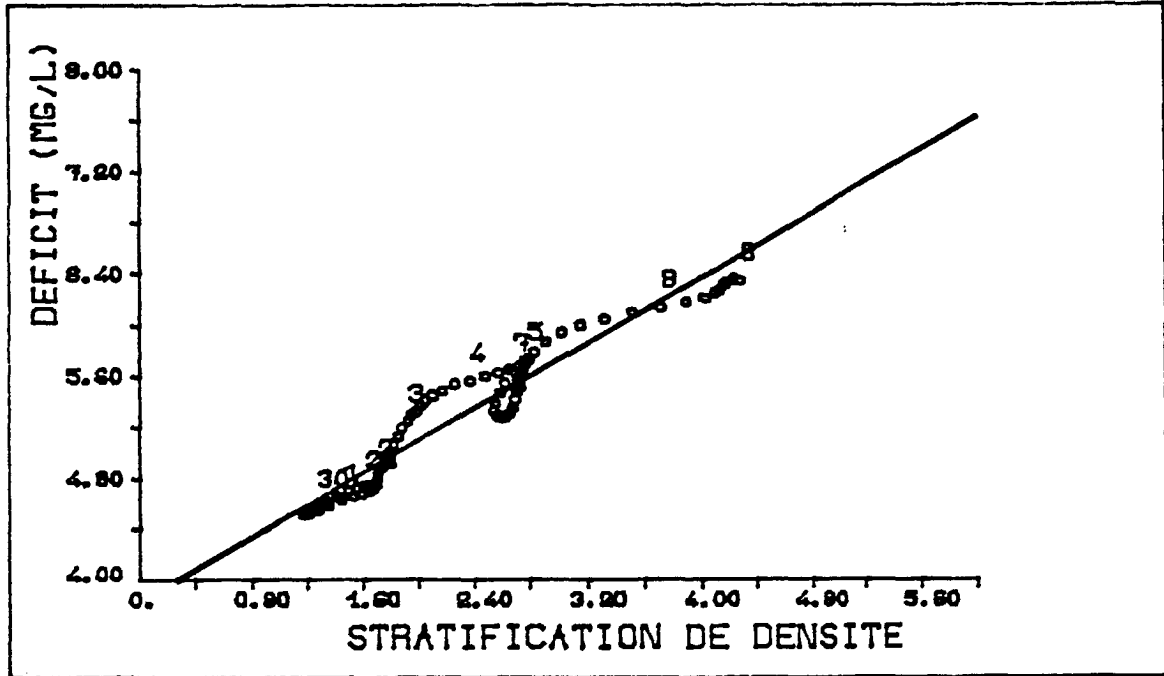


FIGURE 7

DU 29 JUIIN AU 5 JUILLET 1983

CORREL = 0.97 Y = 0.85 X + 3.48

DU 6 AU 9 JUILLET 1983

CORREL = 0.94 Y = 0.58 X + 4.05

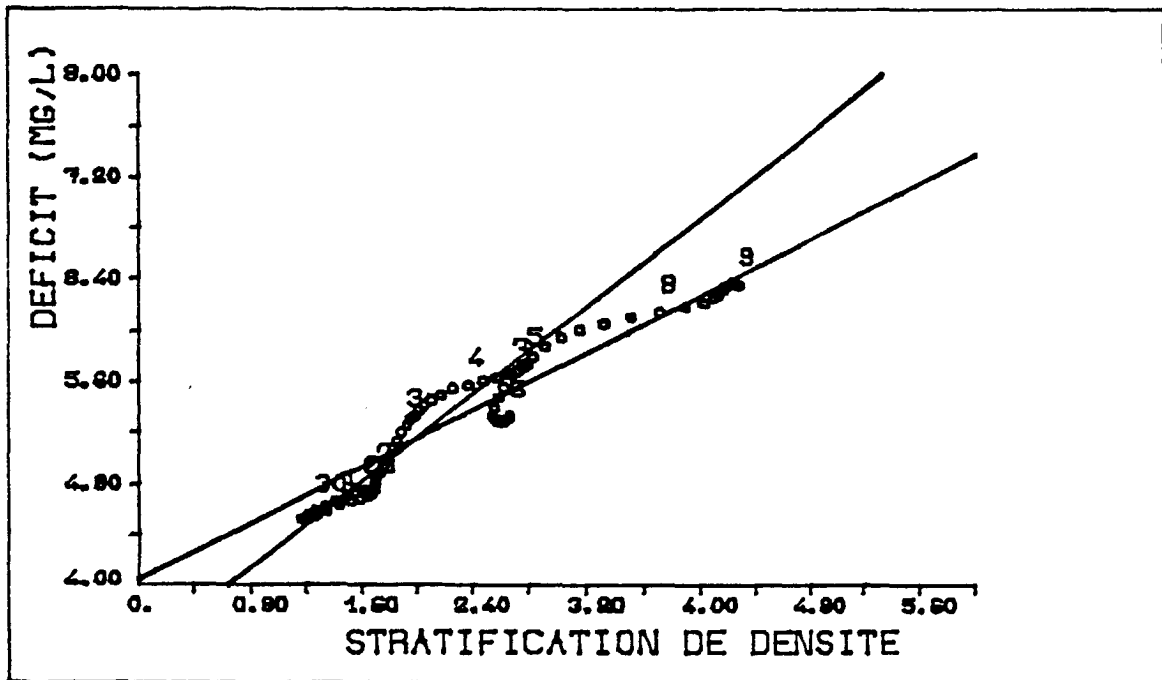


FIGURE 8

DEFICIT EN FONCTION DE LA STRATIFICATION
DU 12 AU 16 JUILLET 1983

CORREL = 0.98 $Y = 0.83 X + 2.36$

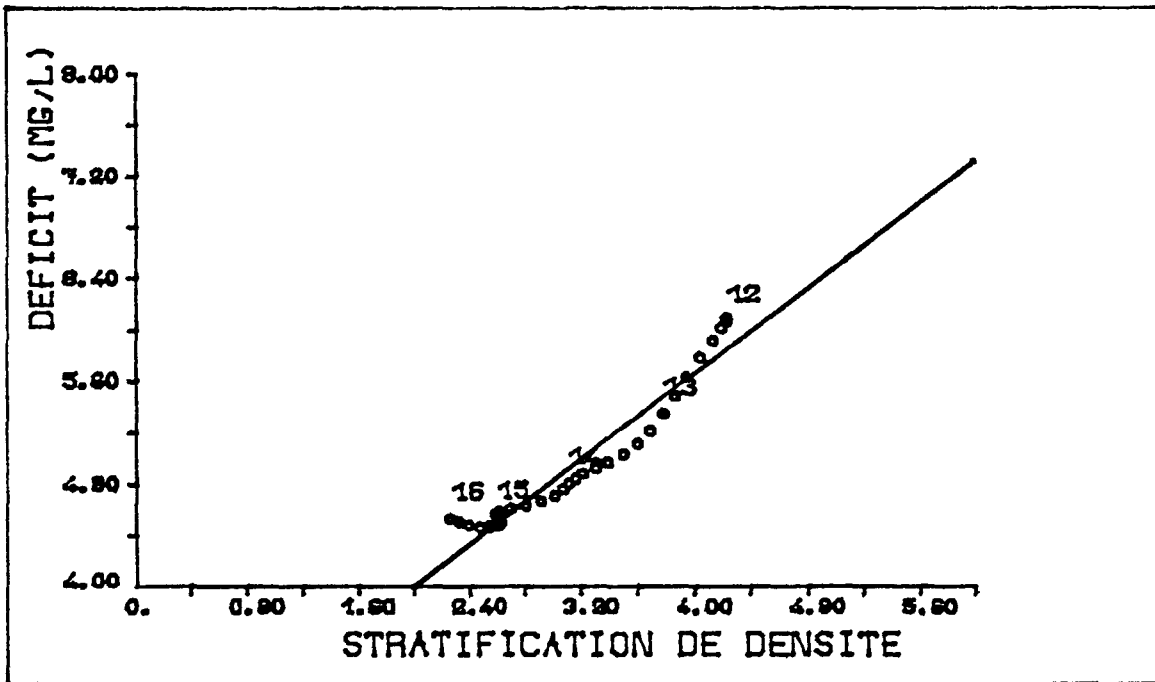


FIGURE 9

DEFICIT EN FONCTION DE LA STRATIFICATION
DU 23 AU 28 JUILLET 1983

CORREL = 0.97 $Y = 0.67 X + 4.58$

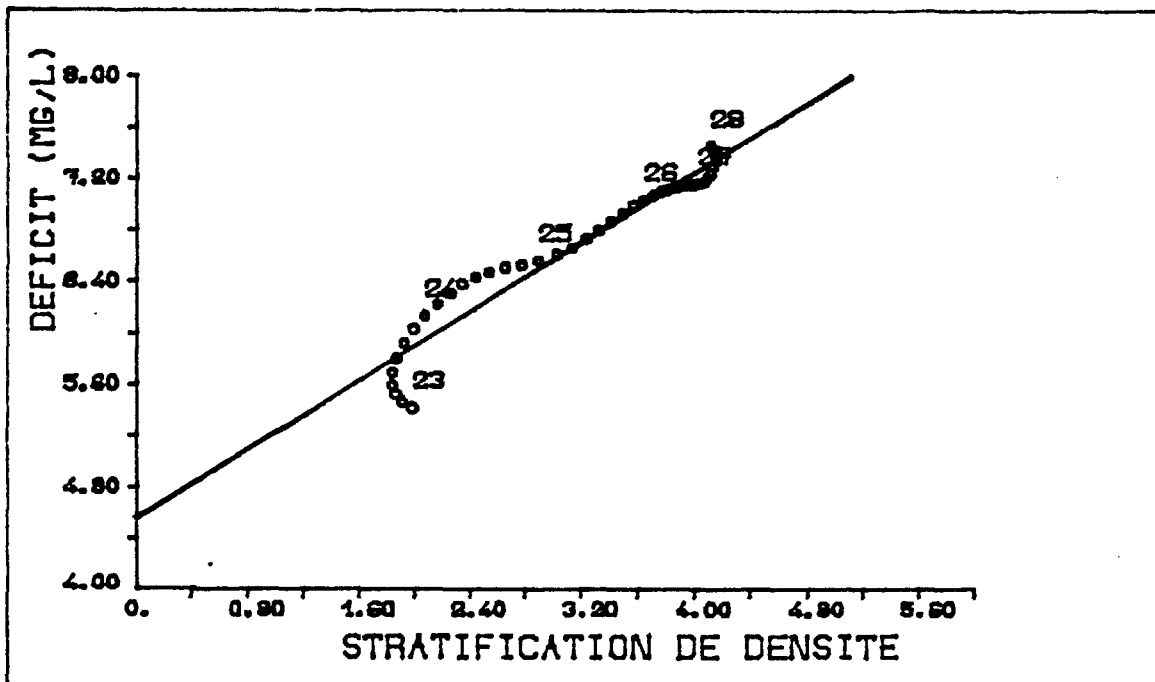


FIGURE 10

DEFICIT EN OXYGENE AU FOND
 ET STRATIFICATION EN FONCTION DU TEMPS

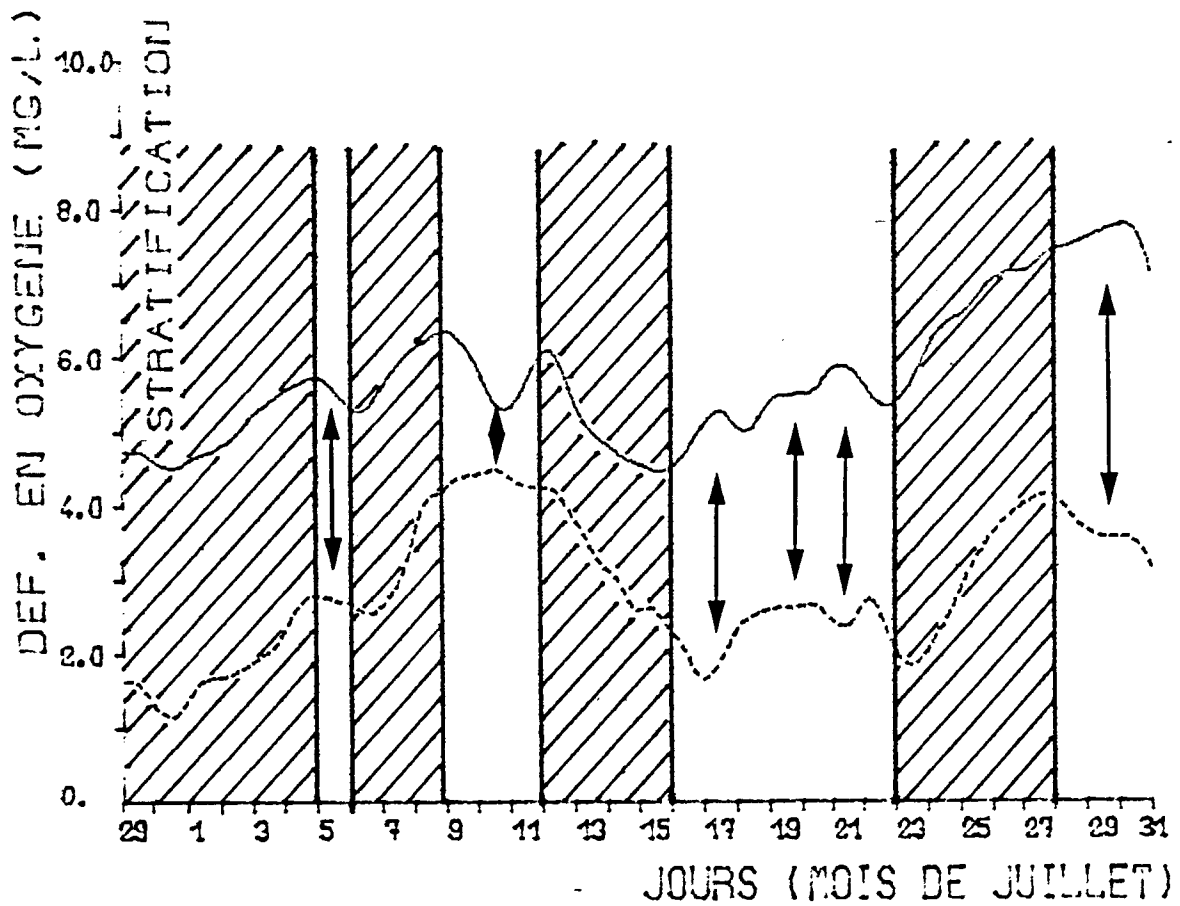
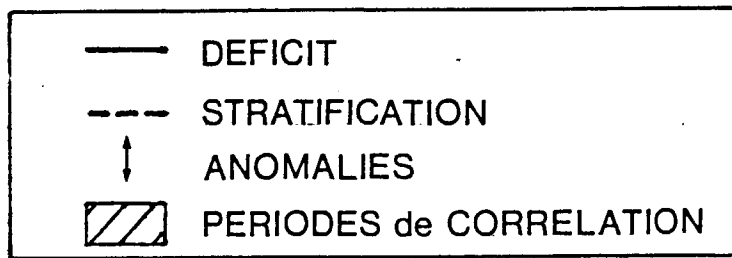


FIGURE 11

- un décalage dans le temps entre l'établissement de la stratification et l'accroissement du déficit en oxygène.
- un mélange vertical relativement brutal du à un coup de vent
- une production primaire plus importante.

Pendant les périodes où il existe des corrélations entre le déficit au fond et la stratification, on peut considérer que le point de mesure OXYMOR est représentatif d'une zone homogène en valeur moyenne sur 24 heures. Sur cette hypothèse nous avons développé un modèle mathématique vertical qui reproduit l'évolution du déficit en oxygène sur la colonne d'eau en fonction de la diffusion verticale liée à la stratification.

IV - MODELE MATHEMATIQUE

1) HYPOTHESES - ETABLISSEMENT DE L'EQUATION

1ère hypothèse

. L'hypothèse principale concerne la supposition que le point de mesure est représentatif (pendant certaines périodes) d'une surface uniforme horizontalement à l'échelle de 24 h. Les oscillations dues à la marée sont moyennées et l'évolution des paramètres est provoquée par un phénomène local à l'échelle de cette surface.

Par conséquent, les gradients horizontaux (termes d'advection) $\frac{\partial \bar{u} \bar{c}}{\partial x}$, $\frac{\partial \bar{v} \bar{c}}{\partial y}$ et les termes de diffusion horizontale $\frac{\partial}{\partial x} (E_x \frac{\partial c}{\partial x})$, $\frac{\partial}{\partial y} (E_y \frac{\partial c}{\partial y})$ sont négligés et l'équation en valeur moyenne s'écrit :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial w c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (E(z) \frac{\partial c}{\partial z}) + \phi(z, t)$$

- | | |
|------------------------------------------|----------------------------------------------|
| c : concentration en oxygène | w : vitesse verticale |
| t : temps | E : coefficient d'échange vertical |
| z : axe vertical positif vers la surface | φ : terme de source et/ou de puits d'oxygène |
- c, w, E, d : en valeurs moyennées sur 24 h.

2ème hypothèse

- . On néglige la vitesse verticale w en supposant que l'échange d'oxygène sur la verticale ne se fait que par diffusion et non par transport.

$$w = 0$$

3ème hypothèse

- . Le manque d'information nous oblige à simplifier le terme $\emptyset(z,t)$:

- la photosynthèse est négligée.
On ne dispose pas de données pour évaluer cette photosynthèse (ensoleillement, intensité lumineuse, production primaire, coefficient d'extinction, ...). La mesure en continu de l'oxygène en surface aurait pu être utilisée pour un calcul approximatif de la production primaire, à l'aide du cycle journalier éliminé ici par le filtrage passe-bas.
- L'activité bactérienne, la nitrification, la respiration algale, les matières en suspension sont également négligés.
- La demande benthique au fond a été mesurée par respirométrie (en $g/m^2/jour$).
- L'aération en surface est inconnue et on ne connaît pas non plus la valeur de l'oxygène en surface. Cette inconnue est la principale lacune du modèle car l'hypothèse que l'on est obligée de faire à la limite en surface, constitue un des paramètres de calage.

Le terme de puits et de source pour l'oxygène s'écrit donc :

$$\begin{aligned}\emptyset(z, t) &= 0 & z \neq z_F & & z \neq z_S \\ \emptyset(z_F, t) &= S_F & \text{au fond} & & \\ \emptyset(z_S, t) &= S_S(t) & \text{en surface} & & \end{aligned}$$

S_F : demande benthique au fond.

$S_S(t)$ = source d'oxygène en surface par aération et par production primaire, inconnue.

4ème Hypothèse

La source d'oxygène par aération en surface étant inconnue, on doit se donner la condition à la limite supérieure par l'intermédiaire de la concentration d'oxygène en surface.

Celle-ci n'a pas été mesurée pendant la campagne de 1983, et on est obligé de faire une nouvelle hypothèse sur sa variation dans le temps.

Nous avons utilisé deux hypothèses :

- le déficit en surface reste constant au cours du temps pendant les périodes données,

ou

- le déficit varie en fonction de sa valeur à l'instant précédent en surface et de sa valeur à 2 mètres au dessous calculée pour le même instant :

$$D_s^{t+Dt} = (D_s^t + D_{s-2m}^{t+Dt}) / 2$$

Equation à résoudre

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(E(z) \frac{\partial D}{\partial z} \right) + \phi(z, t)$$

D = déficit en oxygène Dissous $D = C_s - C$

C_s = concentration à saturation

Nous allons raisonner sur le déficit en oxygène dissous pour s'affranchir des variations de température et salinité qui changent la valeur à saturation.

Le déficit étant une variable filtrée sur 24 h, le coefficient d'échange vertical représente l'échange vertical moyen à l'échelle de la journée entre les différentes profondeurs.

2) SCHEMA NUMERIQUE

Dans l'équation précédente, le coefficient E d'échange vertical dépend de la profondeur z et du temps t. Nous ne pouvons donc pas résoudre cette équation de façon analytique.

Nous avons choisi de la résoudre de façon numérique à l'aide d'une méthode en différences finies centrées explicite-implicite.

C'est à dire qu'elle s'écrit :

$$\frac{D_i^{t+Dt} - D_i^t}{DT} = \frac{E_{i+1}^t (D_{i+1}^t - D_i^t)}{DZ^2} - \frac{E_i^{t+Dt} (D_i^{t+Dt} - D_{i-1}^{t+Dt})}{DZ^2} + \Phi$$

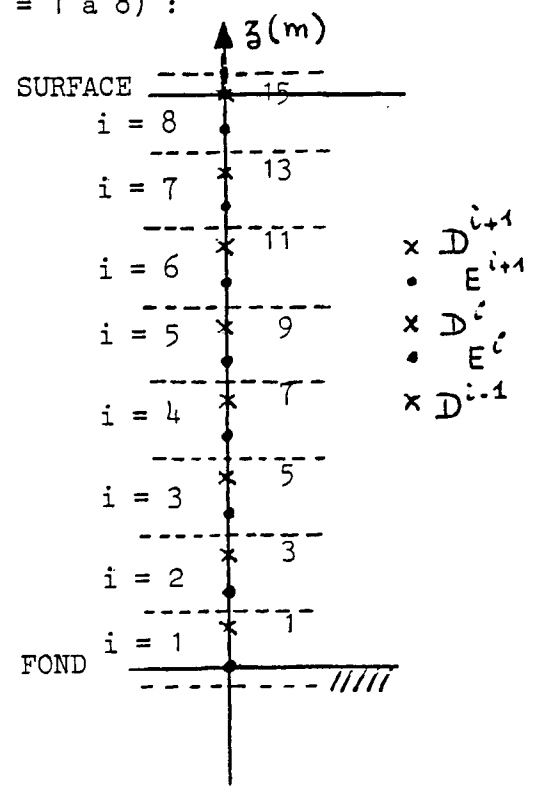
DT et Dz sont les pas de temps et d'espace à partir desquels on approxime les dérivées partielles $\partial/\partial z$ et $\partial/\partial t$ par des différences finies D/DZ , D/DT . DT vaut 1 heure. DZ est égal à 2 mètres.

L'indice i repère les mailles sur la profondeur, du fond vers la surface.

L'indice t (ou t + Dt) repère le temps.

La colonne d'eau de profondeur moyenne égale à 15 m est discrétisée en 8 mailles d'épaisseur 2 m (i = 1 à 8) :

- x = Déficit en Oxygène
- coefficient d'échange vertical E et température de l'eau mesurée.



La résolution se fait du fond vers la surface. Une partie du terme de diffusion verticale est exprimée de façon implicite ($t + Dt$) pour améliorer la stabilité du schéma.

Condition à la limite FOND

On écrit au fond ($i = 1$)

$$E(z) \left. \frac{\partial D}{\partial z} \right|_i \approx \frac{E_i^{t+Dt} (D_i^{t+Dt} - D_{i-1}^{t+Dt})}{DZ} = 0$$

(pas d'échange vertical par diffusion à travers le fond)

$$\Phi(z_F, t) = S_F = \frac{R}{48} \text{ mg/l} \quad (\text{source de déficit par demande benthique})$$

On a mesuré R par respirométrie en $\text{g/m}^2/\text{jour}$.

Pour un volume de 2 m^3 (sur une profondeur de la maille concernée de 2 m et sur une surface de 1 m^2), le taux de variation du déficit en oxygène exprimé en mg/l/heure est égal à $\frac{R}{(2 \times 24)}$.

La valeur de R mesurée est égale à $R = 1.8 \text{ g/m}^2/\text{jour}$

d'où en $i = 1$

$$\frac{D_1^{t+Dt} - D_1^t}{DT} = E_{i+1}^t \frac{D_2^t - D_1^t}{DZ^2} + \frac{R}{48}$$

Condition à la limite : SURFACE

Le calcul se poursuit en incrémentant i jusqu'en surface où D_3^{t+Dt} est calculé selon la 4e hypothèse

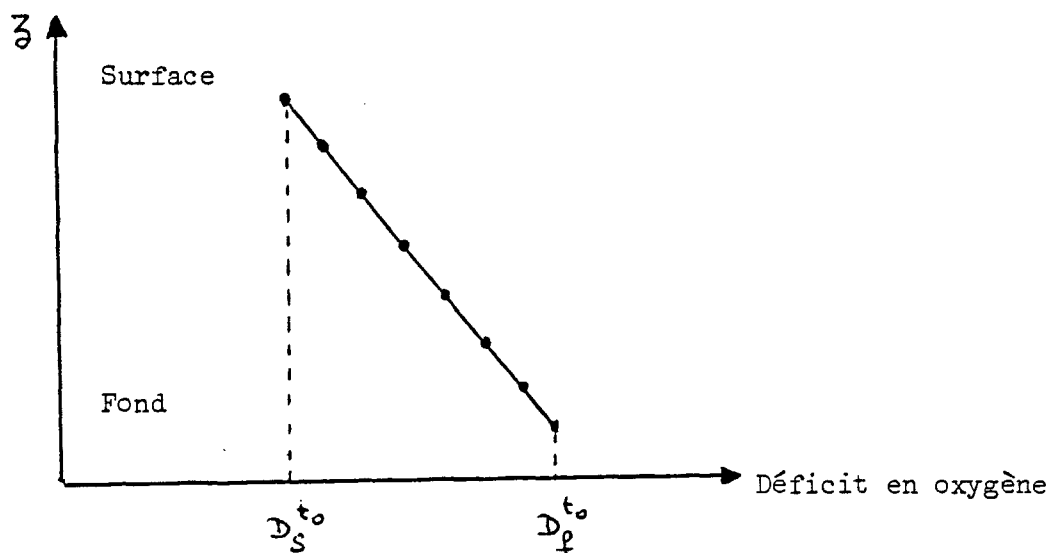
$$\text{soit } D_3^{t+Dt} = D_2^{t_0} \quad t_0 = \text{instant initial}$$

$$\text{soit } D_3^{t+Dt} = (D_3^t + D_7^{t+Dt}) / 2$$

Restent à définir les conditions initiales, car pour calculer les déficits à l'instant $t_1 = t_0 + Dt$, on a besoin de connaître le profil vertical des déficits à l'instant t_0 .

Seule la valeur du déficit au fond est mesurée. Aucune autre information n'est disponible.

On a donc du faire une 5e hypothèse sur le profil vertical initial que l'on a supposé linéaire du fond vers la surface.



3) COEFFICIENT D'ECHANGE VERTICAL

Ce coefficient d'échange vertical à l'échelle de la journée intègre dans sa valeur la diffusion turbulente variable selon l'heure et les courants de marée.

Il est le même pour la diffusion du sel et de l'oxygène et on le relie généralement au Nombre de Richardson pour tenir compte de la stabilité du milieu qui s'oppose aux échanges verticaux de masse et de quantité de mouvement.

$$Ri = - \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho / \partial z}{(\partial u / \partial z)^2}$$

Il estime l'importance des forces de flottabilité ($\partial \rho / \partial z$) par rapport aux forces de cisaillement ($\partial u / \partial z$). Plus la stratification est importante, plus Ri est grand, et donc plus la diffusion verticale est faible. Au contraire, un fort cisaillement entre les couches favorise la turbulence (Ri faible), et donc la diffusion verticale.

Dans notre cas, pour estimer la valeur de ce coefficient d'échange E nous ne disposons pas de gradients de vitesse $\frac{\partial u}{\partial z}$ sur toute la colonne d'eau, et les gradients de densité ne sont connus qu'à travers les

mesures de température. La salinité n'a été mesurée qu'en surface et au fond, ce qui ne permet pas d'estimer un coefficient variable selon la profondeur et correspondant aux échanges entre chaque maille.

D'autre part, le coefficient E intègre dans sa valeur les échanges moyens sur 24 heures et le nombre de Richardson calculé à partir des valeurs filtrées du courant n'a plus la même signification qu'en valeurs instantanées.

Nous avons donc relié E de façon empirique avec le gradient thermique calculé à l'interface entre les mailles. Ce gradient de température donne une information sur le gradient de densité inconnue.

Sachant que l'intensité de l'échange vertical est inversement proportionnel au gradient de densité, nous avons exprimé E de la façon suivante :

$$E(z) = \frac{K_e}{\left(\frac{\partial T}{\partial z} + 1\right)^{m_e}}$$

si $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$ $E = K_e$ valeur maximale

K_e et m_e sont des constantes inconnues que le modèle permet d'évaluer en calant les mesures et les résultats calculés au fond.

La stratification en baie de Vilaine est surtout marquée par des différences de salinité, plutôt que de températures (apport d'eau douce par la Vilaine et la Loire). En outre, les écarts de salinité ont une importance plus grande sur la densité que les écarts de température.

Néanmoins, nous observons sur la figure 11 bis, que les variations du gradient thermique entre la surface et le fond suivent les variations du gradient salin et représentent donc bien globalement la stratification de densité.

Des profils verticaux de température donnent des indications sur le mélange des masses d'eau, même si la thermocline n'est pas obligatoirement placée à la même profondeur que la halocline. Les figures 12, 13, 14, 15 montrent des profils verticaux de température variables au cours du temps, mesurés par la chaîne de thermistances et les deux courantomètres en surface et au fond, et filtrées sur 24 h.

FIG.11b: STRATIFICATION EN FONCTION DU TEMPS
STRATIFICATION THERMIQUE ,SALINE ET DE DENSITE

7

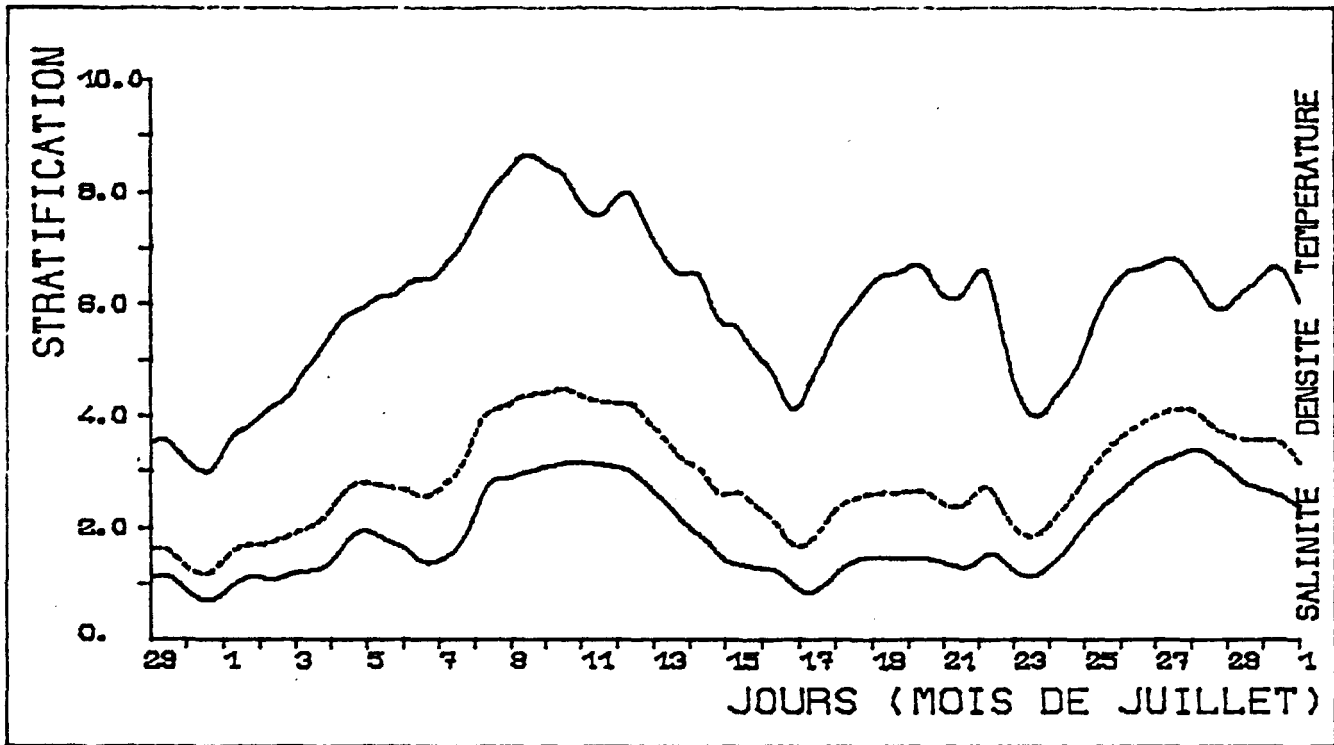
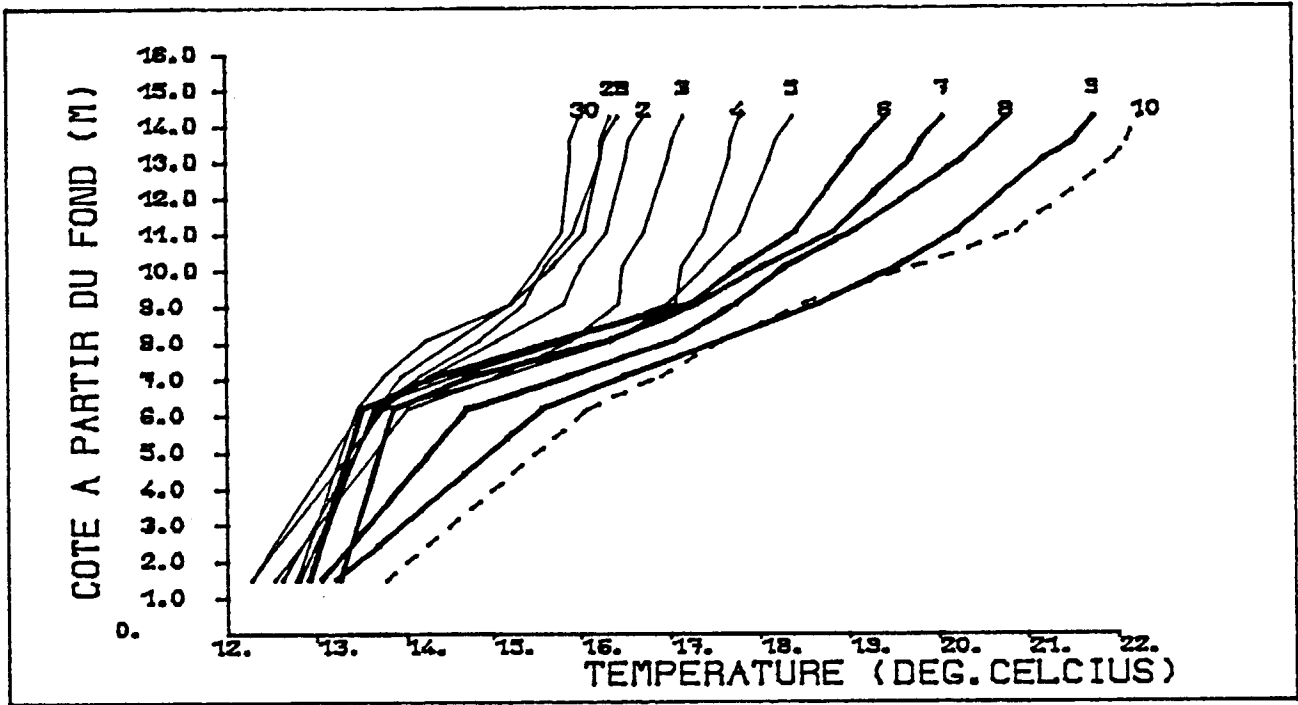


FIGURE 12 PROFILS DES TEMPERATURES FILTRES
 TRACES TOUTES LES 24 HEURES
 DU 29 JUILLET AU 10 JUILLET



LES COURBES EN TRAIT PLEIN CORRESPONDENT AUX PERIODES OÙ IL EXISTE UNE CORRELATION ENTRE LA STRATIFICATION ET LE DEFICIT AU FOND.

FIGURE 13 PROFILS DES TEMPERATURES FILTRES
 TRACES TOUTES LES 24 HEURES
 DU 10 AU 16 JUILLET 1983

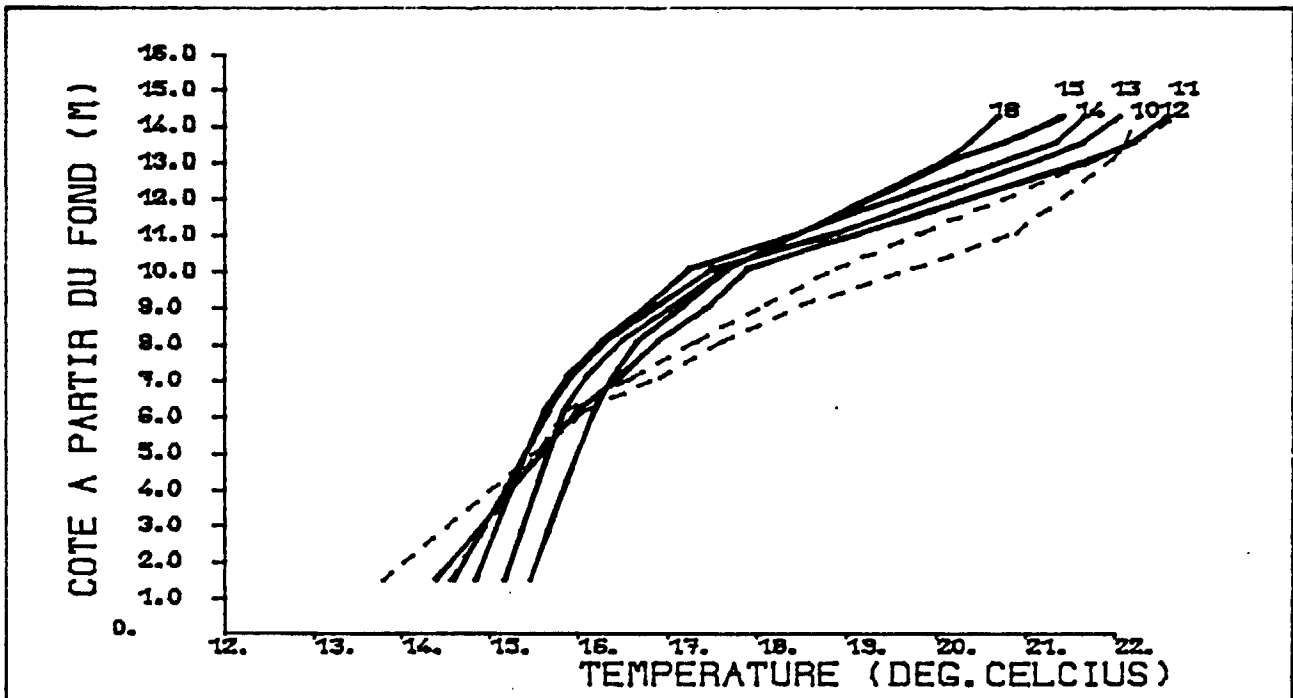
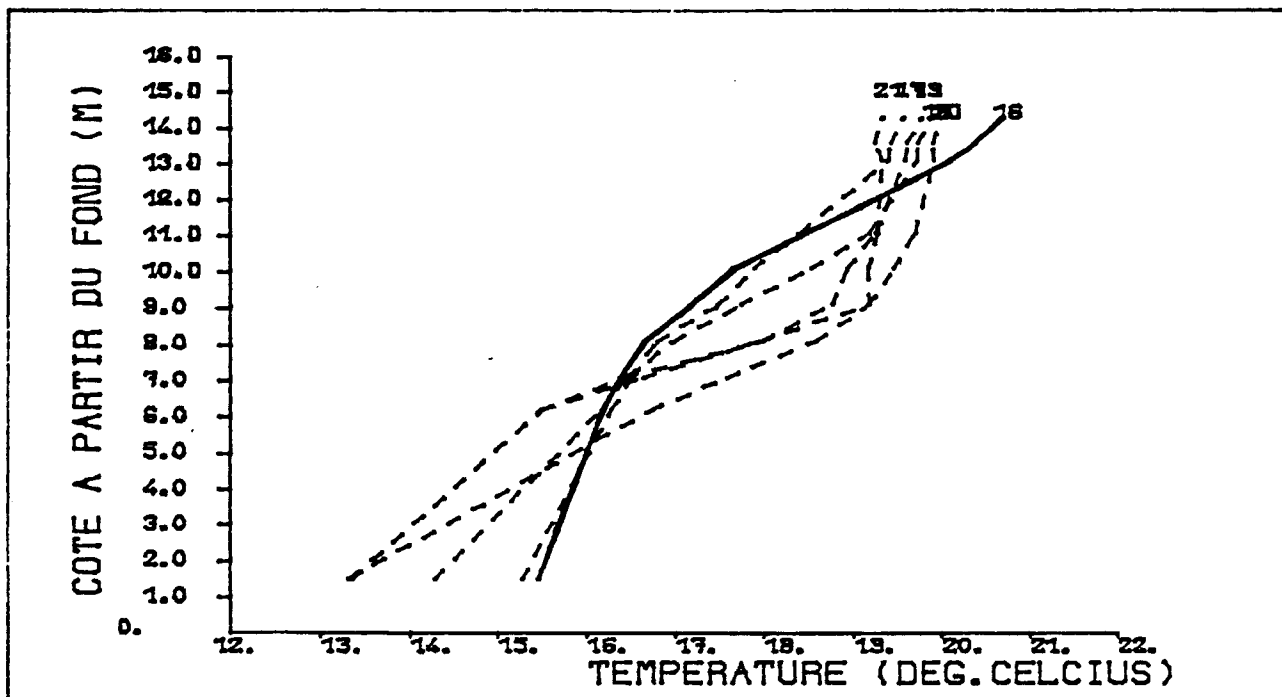


FIGURE 14

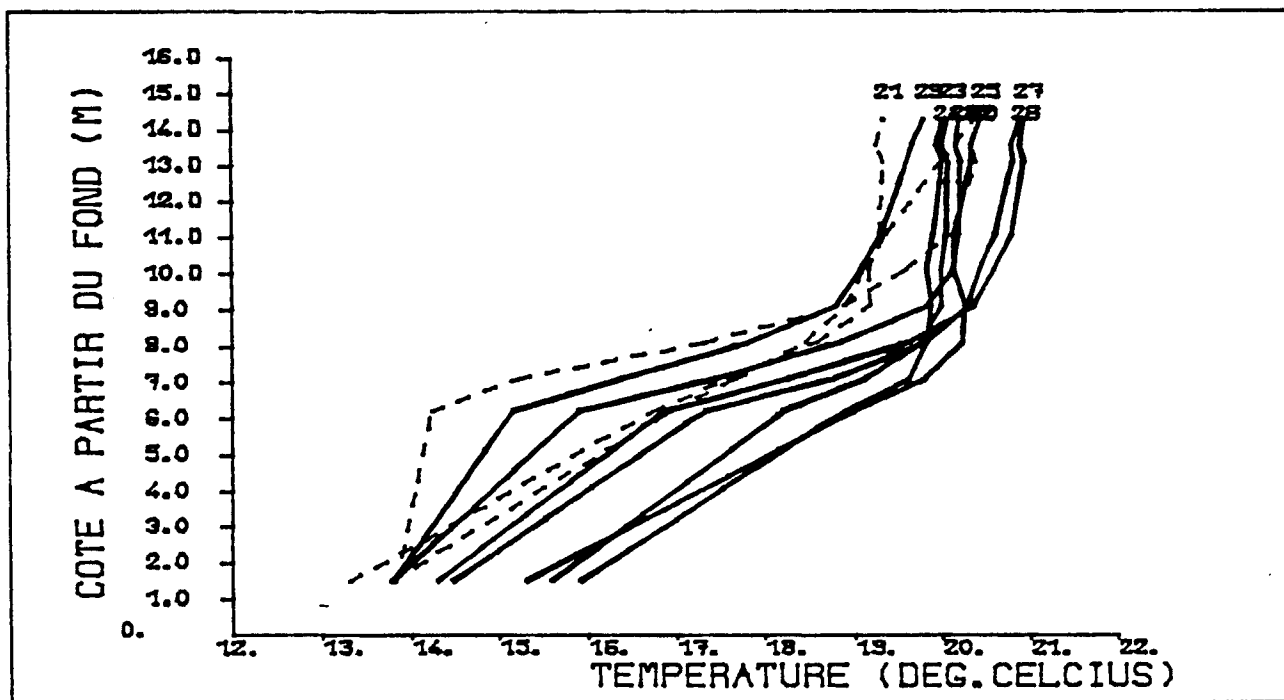
PROFILS DES TEMPERATURES FILTRES
TRACES TOUTES LES 24 HEURES
DU 16 AU 21 JUILLET 1983



LES COUBES EN TRAIT PLEIN CORRESPONDENT AUX PERIODES OÙ IL EXISTE UNE CORRELATION ENTRE LA STRATIFICATION ET LE DEFICIT AU FOND.

FIGURE 15

PROFILS DES TEMPERATURES FILTRES
TRACES TOUTES LES 24 HEURES
DU 21 AU 30 JUILLET 1983



V - ESSAIS DU MODELE MATHEMATIQUE

Si on applique le modèle pendant tout le mois de juillet, avec un jeu de coefficients k_e et m_e et des conditions initiales données pour le 29 juin, on arrive à reproduire la courbe d'évolution de l'oxygène jusqu'au 5 juillet. Ensuite, le déficit calculé augmente plus que le déficit mesuré, et la courbe bien qu'ayant la même allure générale se décale de plus en plus.

En effet, entre le 5 et le 6 juillet (figure 7), on observe une décroissance du déficit assez importante pour une stratification presque constante (figure 11) ce qui correspond à une anomalie de la corrélation observée pendant la période précédente.

A partir du 6 juillet, lorsque la corrélation devient meilleure, le calcul est initialisé avec des mauvaises valeurs du déficit et il est décalé par rapport aux mesures.

Nous sommes donc obligé de séparer le mois de juillet en 4 périodes distinctes, avec pour chacune des conditions initiales redéfinies indépendamment des calculs précédents.

Le calage du modèle, c'est-à-dire le choix du coefficient de diffusion verticale (k_e , m_e) se définit pour la 4e période par exemple. Ensuite, nous utilisons les mêmes valeurs de k_e et m_e pour les 3 autres périodes. Si les résultats sont bons, le modèle est validé, c'est-à-dire que le phénomène simulé est bien prépondérant pour ces 4 périodes ; sa paramétrisation en fonction de la stratification est justifiée.

Malheureusement dans notre cas, la condition à la limite en surface et les conditions initiales sont inconnues. Leurs valeurs sont choisies arbitrairement, or elles conditionnent le choix des paramètres k_e et m_e du coefficient d'échange vertical.

1) Essai sur la 4e période = du 23 au 29 juillet

On recherche les valeurs des paramètres k_e , m_e du coefficient d'échange vertical ($E = k_e / (\sigma \gamma_3 + 1)^{m_e}$), pour lesquels les déficits en oxygène au fond calculés par le modèle s'ajustent le mieux possible avec les déficits mesurés au point OXYMOR.

Cette comparaison est effectuée par un calcul de corrélation entre les valeurs au fond calculées D_c et mesurées D_m ; ce calcul fournit ;

- un coefficient de corrélation "CORREL"
- une droite de corrélation d'équation.

$$D_c = A \times D_m + B$$

Nous avons retenu tous les coefficients k_e , m_e qui permettaient d'avoir un ajustement tel que :

$$\begin{aligned} \text{CORREL} &> 0.98 \\ 0.9 &< A < 1.1 \\ - 0.5 &< B < 0.5 \end{aligned}$$

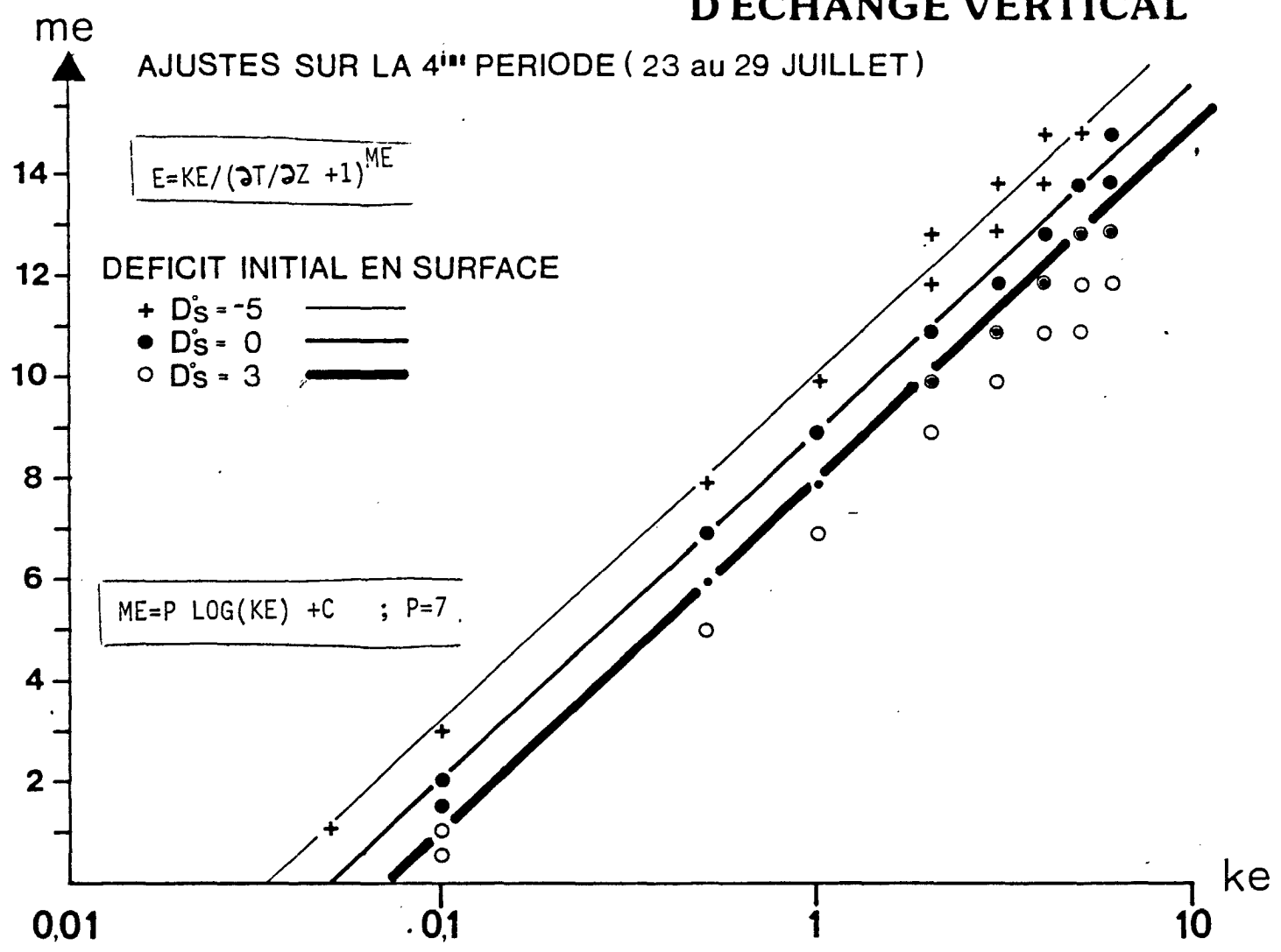
La corrélation est maximum si $A = 1$, $B = 0$

Les essais ont été menés en prenant comme hypothèses :

- sur la condition à la limite en surface
 - . Hypothèse 1 : Déficit constant au cours du temps égal à sa valeur initiale
 - . Hypothèse 2 : Déficit variable, fonction de sa valeur précédente et de la valeur 2 mètres au dessous.
- sur la condition initiale
 - . le profil des déficits en oxygène sur la colonne d'eau est linéaire. Au fond, D_f est connue par la mesure. En surface, D_s est inconnue. La sensibilité du modèle à cette valeur a été testée en le faisant varier de $D_s^0 = - 5$ mg/l (sursaturation à 165 %) à $D_s^0 = 3$ mg/l (sous-saturation à 60 %).

Les résultats de ces tests sont résumés sur la figure 16, sur laquelle sont tracés les couples de coefficients (k_e , m_e) possibles avec $D_s^0 = - 5$, 0. et 3. mg/l.

Fig.16 PARAMETRES 'ke,me' DU COEFFICIENT D'ECHANGE VERTICAL



Les hypothèses 1 et 2 sur la condition en surface donnent les mêmes couples de valeurs k_e , m_e .

Pour une même valeur du déficit initial en surface D_s^0 , les couples (k_e , m_e) se situent très près le long d'une droite d'équation :

$$m_e = P (\log k_e) + C$$

La pente P de cette droite est la même quelle que soit le déficit initial en surface D_s^0 , ($P = 7$).

Par contre, la droite se décale petit à petit lorsque D_s^0 diminue.

($C = 8$ pour $D_s^0 = 3$. et 2 .)

$C = 9$ pour $-3 < D_s^0 < 2$

$C = 9.5$ pour $D_s^0 = -3$, et -4 .

$C = 10$ pour $D_s^0 = -5$.)

En effet, si on se donne un déficit plus faible en surface, la colonne d'eau est mieux approvisionnée en oxygène, le gradient des concentrations est plus fort entre la surface et le fond et le coefficient d'échange vertical peut diminuer pour obtenir un même transfert d'oxygène (m_e devient alors plus grand pour un même k_e).

Au contraire, si le coefficient de diffusion s'accroît, (par exemple pour une même valeur de m_e , k_e augmentant) le déficit en surface doit également devenir plus grand et on tend vers une homogénéisation de l'oxygène sur la colonne d'eau avec un déficit presque aussi fort en surface qu'au fond.

Exemple : $m_e = 12$ $k_e = 2$ $D_s = -5$
 $k_e = 3;4$ $D_s = 0$.
 $k_e = 4;5;6$ $D_s = 3$.

La valeur du déficit initial en surface la plus vraisemblable est celle proche de la saturation ($D_s^0 \approx -1,0$ ou 1 mg/l).

Les coefficients (k_e , m_e) qui conviennent avec $D_s^0 = 0$. sont tels que $m_e = 7 \log k_e + 9$. Sur la figure 17 l'évolution du déficit au fond calculé par le modèle est tracé en parallèle avec les mesures

pendant la 4^e période, et avec plusieurs couples de coefficients k_e , m_e qui donnent un bon ajustement.

Tous ces couples (k_e , m_e) donnent un coefficient $E(z)$ semblable, proche de 0.02, lorsque le gradient thermique est égal à 0.5°C/m . Par contre la variation de E en fonction de ce gradient $\partial T/\partial z$ est très différente selon k_e et m_e .

Avec $k_e = 0.1$ $m_e = 2$, E varie de 1×10^{-1} ($\partial T/\partial z = 0$) à 8×10^{-3} ($\partial T/\partial z = 2.5$). Avec $k_e = 6$ $m_e = 15$, E varie de 6 . ($\partial T/\partial z = 0$) à 4×10^{-8} ($\partial T/\partial z = 2.5$). E est donc beaucoup plus sensible à la stratification dans le deuxième cas. Les évolutions des déficits calculés et mesurés tracées sur la figure 17 font apparaître cette différence. La courbe correspondant à $k_e = 6$ $m_e = 15$ est plus ondulée que celle presque rectiligne correspondant à $k_e = 0,1$ $m_e = 2$.

2) Vérification sur les 3 autres périodes

Le modèle est vérifié si avec la même paramétrisation du coefficient de diffusion verticale (même k_e et m_e), l'évolution du déficit au fond est bien reproduite pour les 4 périodes. Dans notre cas, le déficit en surface inconnu constitue un paramètre de calage qui ne permet pas de conclure sur une bonne ou mauvaise paramétrisation. Il peut arriver que la valeur ajustée de cette limite en surface compense un phénomène négligé dans le modèle, et il est impossible d'évaluer son importance vis à vis de l'évolution de la stratification et du déficit au fond.

Nous avons appliqué le modèle sur les 4 périodes avec les deux paramétrisations suivantes :

$$E(z) = \frac{2}{\left(\frac{\partial T}{\partial z} + 1\right)^{11}} \quad \text{et} \quad E(z) = \frac{2}{\left(\frac{\partial T}{\partial z} + 1\right)^{12}}$$

Pour chaque période, un déficit initial en surface a été choisi compris entre -6 mg/l et $+3$ mg/l (figure 18 et 19).

FIGURE 17 COMPARAISON DES MESURES (TRAIT PLEIN)
ET DES CALCULS (POINTILLE)

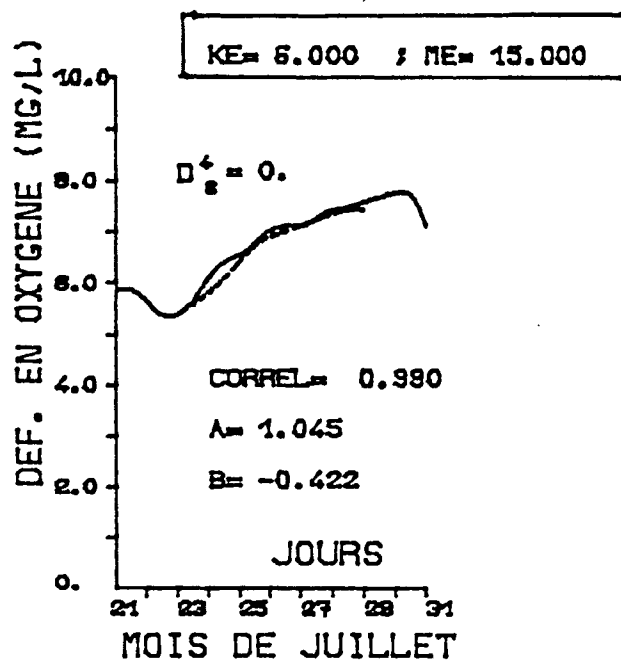
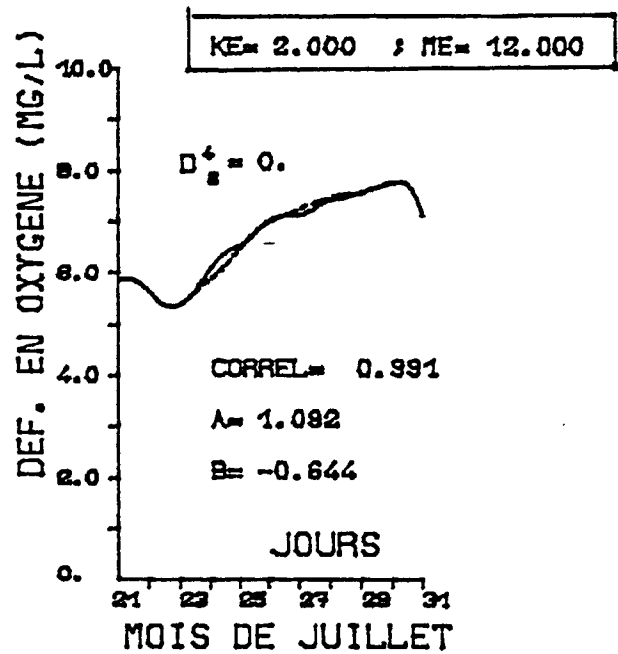
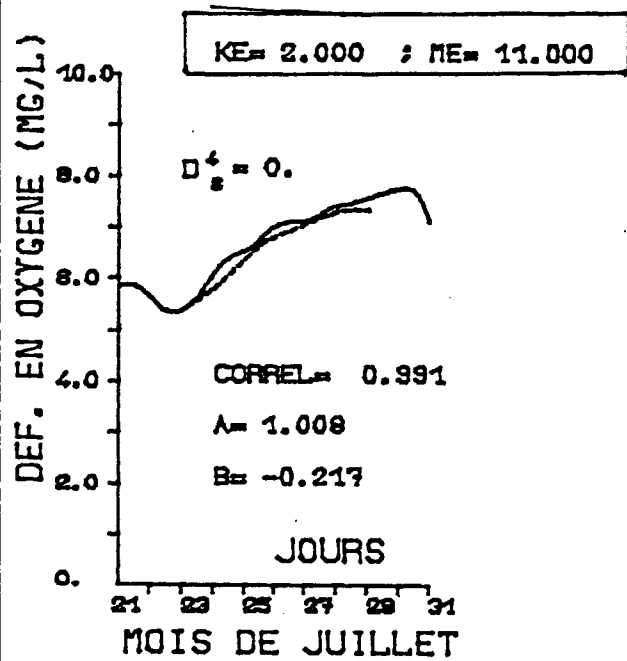
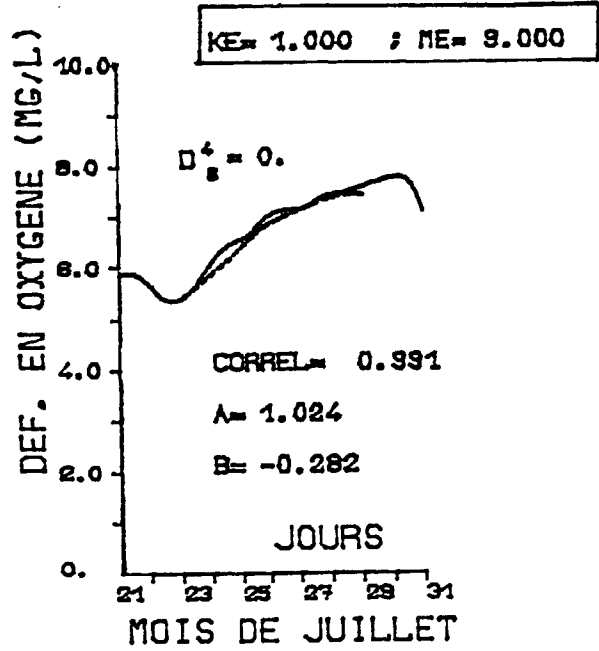
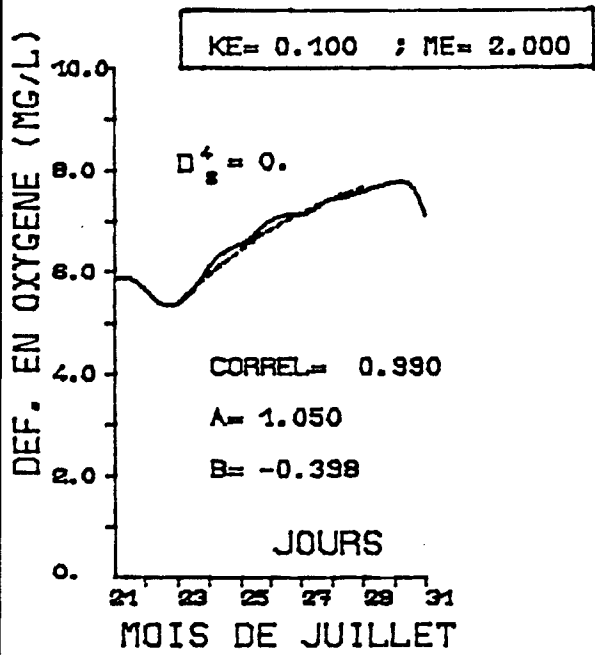
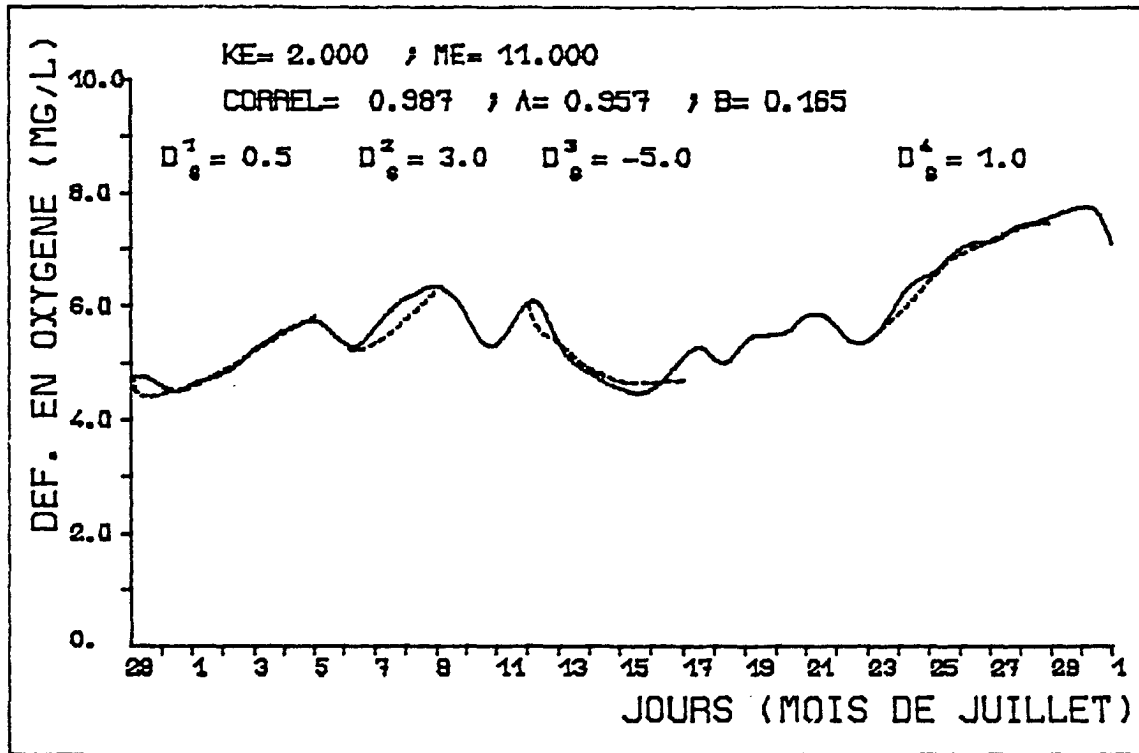


FIGURE 18
 DEFICIT EN OXYGENE AU FOND
 COMPARAISON DES MESURES (TRAIT PLEIN)
 ET DES CALCULS (POINTILLE)



DEFICIT EN OXYGENE AU FOND
 COMPARAISON DES MESURES (TRAIT PLEIN)
 ET DES CALCULS (POINTILLE)

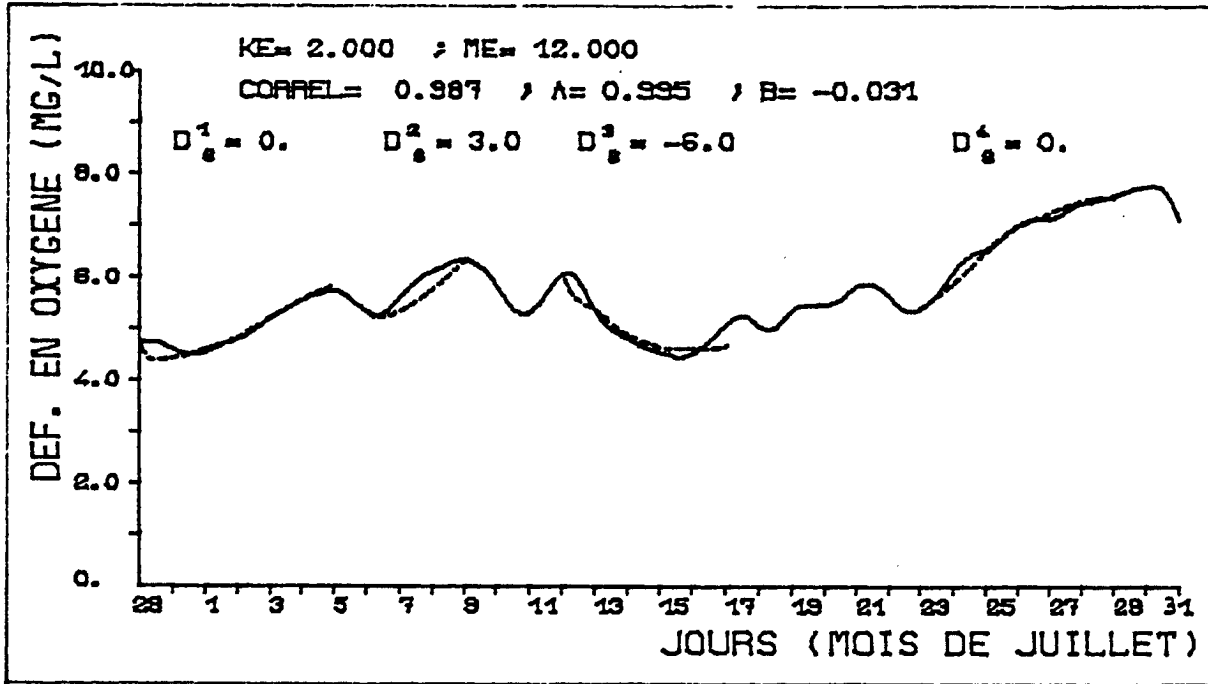
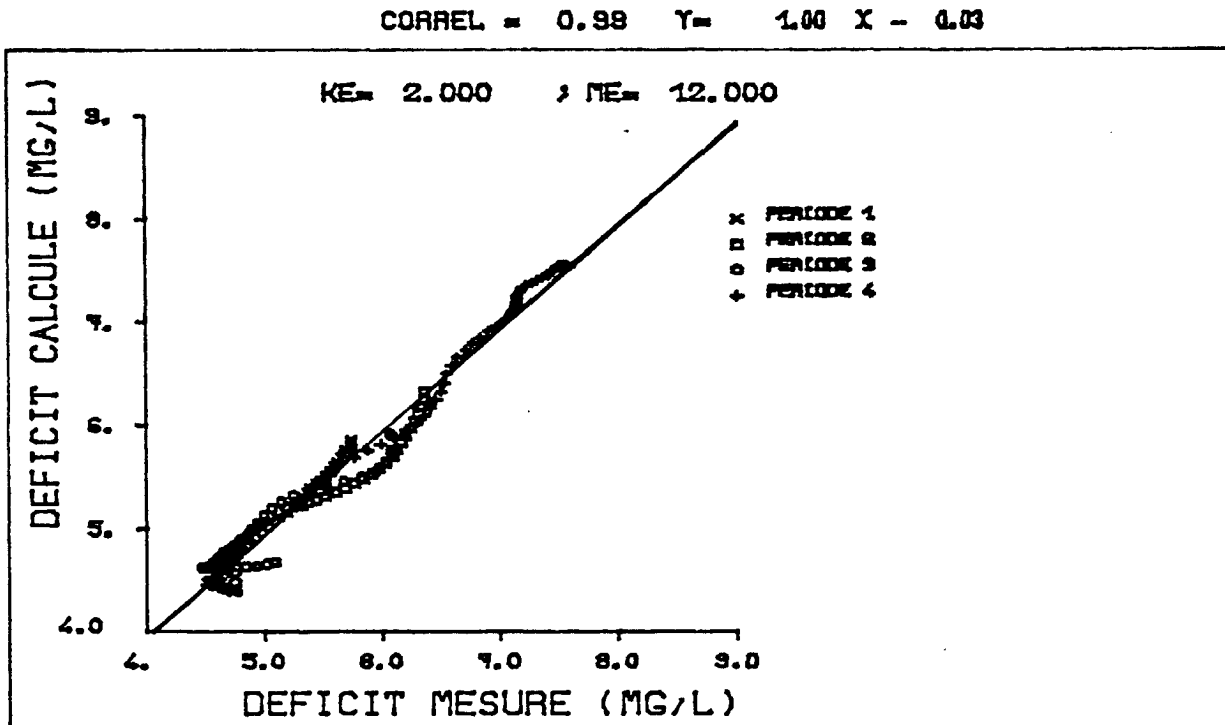


FIGURE 19

CORRELATION ENTRE DEFICITS MESURES ET CALCULES
 POUR LES 4 PERIODES



1ère période

Une bonne corrélation est trouvée pour cette période, à condition de choisir un déficit en surface inférieur à 1 mg/l, et un paramètre k_e supérieur à 0.5.

Les couples de coefficients (k_e , m_e) auxquels correspondent un bon ajustement s'alignent selon des droites de mêmes équations que pour la 4^e période.

Avec les coefficients $k_e = 2$, $m_e = 11$ ou 12 , la corrélation est telle que $CORREL = 0.98$ pour $Ds^0 = 0.5$ mg/l ($m_e = 11$), $Ds^0 = 0$ mg/l ($m_e = 12$)

2ème période

L'ajustement obtenu est moins bon, et il est meilleur lorsque k_e est faible (0.05 ou 0.1). Le déficit en surface doit être choisi positif. Avec $k_e = 2$, $m_e = 11$ ou 12 . La corrélation est telle que :

$CORREL = 0.95$ pour $Ds^0 = 3$ mg/l

3ème période

La corrélation est plus difficile aussi (avec $k_e = 2$, $m_e = 11$ ou 12 , $Ds^0 = -5$ mg/l, $CORREL = 0.94$) ; elle devient mauvaise lorsque le déficit en surface est supérieure à - 2 mg/l.

D'autre part, en prenant $Ds^0 = - 5$ mg/l, les couples de paramètres (k_e , m_e) pour lesquels le coefficient de corrélation est supérieur à 0.9, forment également une droite :

$$m_e = C' \log (k_e) + D'$$

la pente C' est égale à C (= 7), comme pour la 4^e période, mais $D' = 5.5$ (au lieu de 10)

Cette modification de la paramétrisation peut être due à la prépondérance pendant cette période d'un autre phénomène non modélisé ou bien au fait

que la reoxygénation (le déficit diminue) ne suit pas la même variation en fonction de la stratification. Cette observation avait déjà été notée sur les droites de corrélation : Déficit au fond = f (stratification) (figure 7 à 10). Les pentes des droites étaient égales en moyenne à 0.65 mg d' O₂ /l/unité de densité pour la desoxygénation, et à 0.83 mg d' O₂ /l/unité de densité pour la reoxygénation.

D'après ces résultats, nous pouvons affirmer que la modélisation du déficit au fond à partir du phénomène de diffusion verticale fonction de la stratification uniquement est valable surtout pour la première et la quatrième période. Dans les deux autres périodes, il est possible que d'autres phénomènes entrent en jeu.

Les valeurs du déficit en surface que l'on est obligé d'adopter (fortes sursaturations à 160 et 180 % dans la 3ème période, et au contraire en dessous de la saturation à 60 % dans la 2ème période) ne sont peut être pas réalistes. Seule la mesure pourra résoudre cette incertitude. Néanmoins avec ces valeurs les résultats de la simulation sont acceptables.

Deux essais ont été tentés sur des périodes où la corrélation entre la stratification et le déficit n'avait pas été mise en évidence. Des coefficients k_e et m_e ont été recherchés pour reproduire l'évolution du déficit mesurée du 9 au 12 juillet et du 17 au 23 juillet. Quelle que soit la valeur du déficit initial en surface, aucun jeu de coefficients (k_e , m_e) ne permet d'ajuster les calculs aux mesures. D'autres phénomènes sont prépondérants pendant ces périodes.

VI - TESTS DE SENSIBILITE

Les conditions initiales et les conditions aux limites inférieures et supérieures étant mal connues, la sensibilité du modèle vis à vis de leurs variations a été testée sur la 4e période. Deux effets ont été distingués :

- d'une part la variation de la paramétrisation lorsque telle ou telle condition change.

La paramétrisation est caractérisée par le couple de coefficients (k_e , m_e). Ceux-ci sont reliés par une droite d'équation

$$k_e = P \log k_e + C$$

Lorsque la paramétrisation varie, la pente P et la valeur de C ne sont plus les mêmes.

- D'autre part, pour un jeu de coefficients (k_e , m_e) donné, et avec les conditions limites et initiales fixées sauf une, la variance a été calculée, ainsi que l'écart type définis par

$$\text{variance : } \sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum^T \left[\begin{array}{l} \text{Deficit calculé (t)} \\ \text{au fond} \end{array} - \begin{array}{l} \text{Déficit mesuré} \\ \text{(t)} \end{array} \right]^2$$

$$\text{écart type : } \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$N = \frac{T}{DT} \quad \begin{array}{l} T : \text{durée de la } 4^{\text{e}} \text{ période} \\ DT : \text{pas de temps utilisé par le modèle.} \end{array}$$

L'augmentation de la variance lorsque une condition varie donne une information sur la sensibilité du modèle à cette condition (sachant que la précision des mesures est de 0.1 mg/l).

Le tableau suivant donne les résultats de ces tests et l'annexe 2 développe les essais avec les tracés correspondants.

- . La condition initiale en surface a été testée en faisant varier D_s^0 de - 3. mg/l (sursaturation) à + 3 mg/l (sous saturation).
- . La condition initiale sur la colonne d'eau a été testée sur deux cas extrêmes.
 - profil linéaire (droite reliant D_s^0 et $D^0_f - D^0_f$ étant mesuré), utilisé dans les essais précédents
 - profil en couche - 2 couches homogènes avec un gradient maximum à mi-profondeur.

Dans la couche de surface	$D^0_z = D^0_s$
Dans la couche du fond	$D^0_z = D^0_f$

CONDITION INITIALE
EN SURFACE

. Variation de la paramétrisation

$$m_e = P \log (k_e + C)$$

$$\Delta D_s^0 = \pm 3 \text{ mg/l}$$

$$\Delta P = 0$$

$$\Delta C = \pm 1$$

$$\Delta m_e = \pm 1 \text{ pour un même } k_e$$

D_s^0

. Variance et écart type

- Profil initial linéaire

($k_e = 2$, $m_e = 12$.)

$$D_s^0 = 0.$$

$$\sigma^2 = 0.012$$

$$\sigma = 0,10 \text{ mg/l}$$

$$D_s^0 = + 1$$

$$\sigma^2 = 0.016$$

$$\sigma = 0.13 \text{ mg/l}$$

$$= - 1$$

$$0.017$$

$$D_s^0 = + 3$$

$$\sigma^2 = 0.053$$

$$\sigma = 0.23 \text{ mg/l}$$

$$- 3$$

$$0.057$$

Avec un profil initial linéaire, le modèle est sensible à une variation de D_s^0 de plus de 1 mg/l.

- Profil initial en couche

($k_e = 2$, $m_e = 9$.)

$$D_s^0 \quad 0,004 < \sigma^2 < 0.007$$

$$\sigma \approx 0.07 \text{ mg/l}$$

Avec un profil initial en couche, le modèle est insensible à la variation de D_s^0 , sur la 4e période.

PROFIL INITIAL
DES DEFICITS

Dz^0

. Variation de la paramétrisation

Profil linéaire $m_e = 7 \log k_e + 9$

Profil en couche $m_c = 6.5 \log k_e + 7$

. Variance et écart type pour une même paramétrisation (k_e , m_e)

Avec $k_e = 2$ $m_e = 12$ $Ds^0 \neq 0$

Profil linéaire = 0.012 = 0.10 mg/l

Profil en couche = 0.148 = 0.38 mg/l

Le modèle est sensible à la forme du profil initial des déficits

EVOLUTION DE LA
CONDITION LIMITE
EN SURFACE

D_s^t f(t)

. variation de la parametrisation

Aucune variation n'est nécessaire si l'on change la condition à la limite (constante ou variable)

. Variance et écart type

<u>Limite constante</u>	$D_s^t = D_s^o = Cte$	} même variance
<u>Limite variable</u>	$D_s^t =$	

Le modèle n'est pas sensible à la variation au cours du temps de la condition limite en surface

CONDITION LIMITE AU
FOND

R
(demande benthique)

. Variation de la paramétrisation

$$m_e = P \log k_e + C$$

$$\Delta R = + 0.3 \text{ g/m}^2/\text{jour} \quad \Delta P = + 1 \quad \Delta C = + 1$$

$$\Delta R = - 0.3 \text{ g/m}^2/\text{jour} \quad \Delta P = - 1 \quad \Delta C = - 1$$

. Variance et écart type

$$R = 1.8 \text{ g/m}^2/\text{jour} \text{ mesuré} \quad \Delta R = 0 \quad \sigma^2 = 0.012 \quad = 0.10 \text{ mg/l}$$

$$\Delta R = 0.1 \quad \sigma^2 = 0.02 \quad = 0.15 \text{ mg/l}$$

$$\Delta R = 0.3 \quad \sigma^2 = 0.12 \quad = 0.34 \text{ mg/l}$$

Le modèle est sensible à une variation de R de plus de 0.2 g/m²/jour

. la condition à la limite supérieure (surface) a été testée sur deux cas également :

- Déficit constant
- Déficit variable

. la condition à la limite inférieure (fond) a été testée en faisant varier la demande benthique R autour de la valeur mesurée ($R = 1.8 \text{ g/m}^2/\text{jour}$).

La sensibilité du modèle est étudiée ici par rapport à la valeur calculée au fond, comparée à la mesure. Les modifications du profil vertical au cours du temps sont ignorées.

Ces tests amènent aux conclusions suivantes :

- la paramétrisation adoptée ne peut être justifiée dans l'état actuel du modèle étant donné la valeur inconnue du déficit en surface que l'on cale pour avoir de bons résultats avec une paramétrisation donnée.
- La condition limite en surface n'a pas d'effet sur la sensibilité du modèle, alors que celle au fond en a beaucoup. Cela est explicable par le fait que cette sensibilité est mesurée sur la valeur calculée au fond. Si le profil initial en couche est utilisé, la valeur du déficit initial en surface est indifférente pour la 4^e période. Par contre les autres périodes y sont sensibles bien que son influence reste faible (voir Annexe 2).
- Le modèle est sensible au profil initial des déficits, dont la forme devra donc être choisie le plus près possible de la réalité pour ne pas engendrer d'erreur.
- La forte sensibilité du modèle à la demande benthique est un facteur limitatif, étant donné l'incertitude qui existe sur cette valeur. Celle-ci représente, en effet, une moyenne constante, alors que la mesure est ponctuelle dans l'espace et dans le temps ($\approx 12 \text{ h}$).

VI - EXPLOITATION POSSIBLE DES RESULTATS

Dans l'état actuel du modèle, aucun résultat pratique ne peut en être déduite étant données les incertitudes sur la condition limite en surface.

Mais en supposant que celle-ci soit connue et que le choix du coefficient d'échange vertical ait pu être validé sur plusieurs périodes de mesures, le modèle pourrait être exploité pour répondre à la question suivante :

Pour une stratification donnée en température et une stratification initiale du déficit, de combien le déficit au fond va s'accroître après un nombre donné de jours ?

La réponse donnée par le modèle sera partielle car elle ne tiendra pas compte de l'évolution possible de la stratification (donnée ici à travers le profil fixe des Températures). Elle fournira seulement un ordre de grandeur de cet accroissement dans le cas où le déficit est directement relié à la diffusion verticale. Le temps au bout duquel il y a risque d'anoxie pourrait ainsi être évalué si aucun événement n'intervient (coup de vent notamment, en modifiant la répartition verticale des densités).

Les figures 20, 21 et 22 décrivent sous forme de diagrammes l'accroissement du déficit au fond ($D_f(t) - D_f(t_0)$) pour différentes stratifications thermiques $T = T_{\text{surface}} - T_{\text{fond}}$ (de 0 à 10° C) et en fonction du temps (jusqu'à 10 jours).

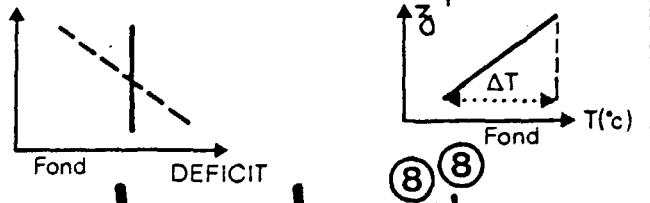
Sur la figure 20, les calculs ont été effectués avec un profil linéaire des températures pour deux stratifications initiales des déficits et en utilisant les hypothèses suivantes :

- coefficient d'échange vertical paramétré avec $k_e = 2$. $m_e = 12$.
- demande benthique constante $R = 1.8 \text{ g/m}^2/\text{jour}$
- profil linéaire initial des déficits
- condition limite en surface constante

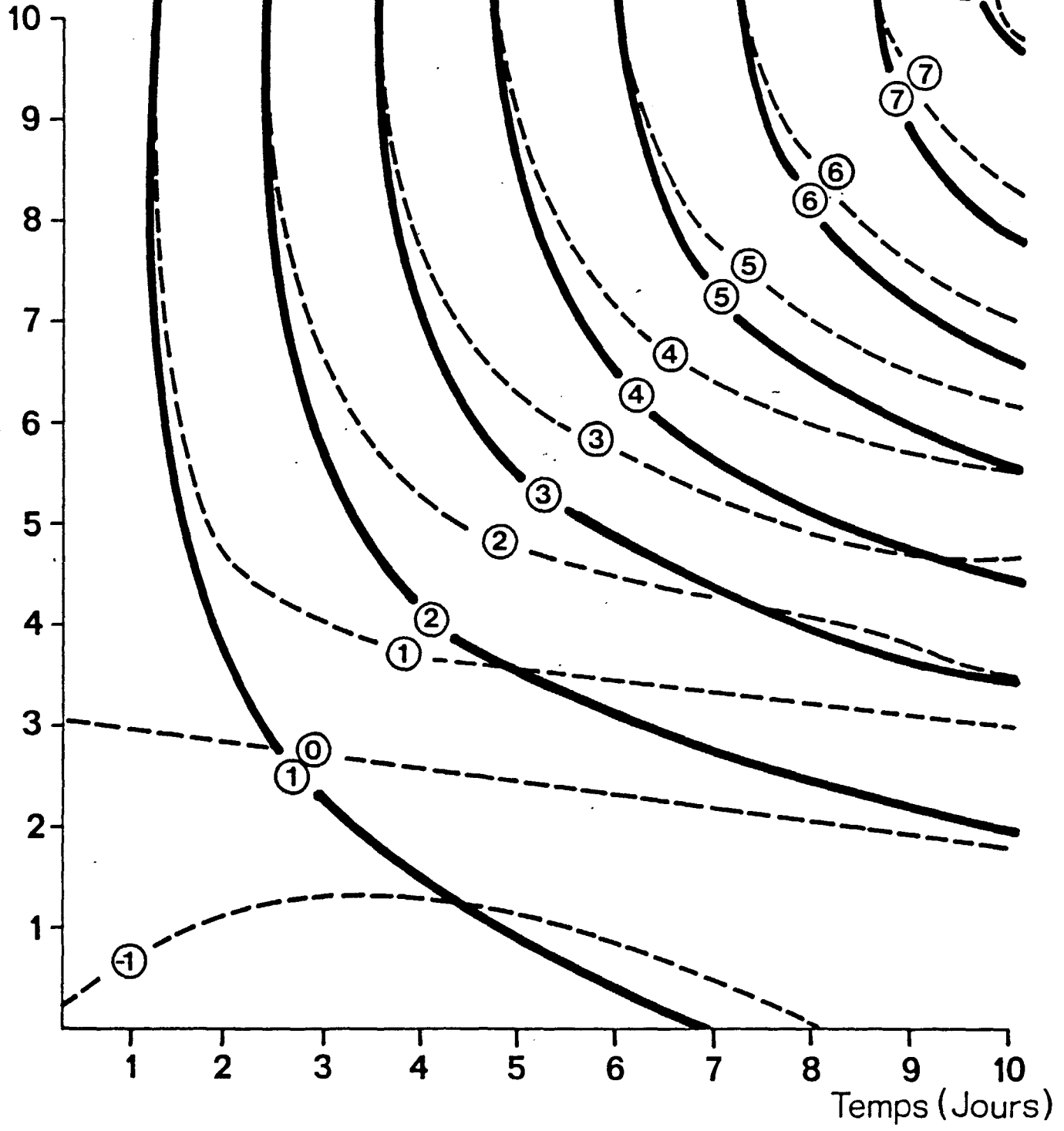
Fig 20 ACCROISSEMENT du DEFICIT au FOND
Pour Différentes Stratifications initiales
du Déficit en Oxygène

PROFIL LINEAIRE et FIXE des TEMPERATURES au cours du temps

STRATIFICATION INITIALE du DEFICIT



$T(^{\circ}C) = T_{surface} - T_{fond}$



Ces diagrammes se lisent de la façon suivante :

Pour une stratification thermique T donné (lue sur l'axe des ordonnées), les courbes donnent l'accroissement du déficit au fond en mg/l au bout d'un certain nombre de jours lu sur l'axe des abscisses. Les courbes en trait plein correspondent à une stratification nulle des déficits à l'instant initial, les courbes en trait pointillé correspondent à une différence des déficits de 4 mg/l entre la surface et le fond.

Par exemple, pour une stratification thermique de 5° C entre la surface et le fond, le déficit au fond va s'accroître de 1 mg/l au bout de 1,5 jour dans le 1er cas (trait plein), de 1,75 jour dans le 2e cas (pointillé) ; il va s'accroître de 3 mg/l au bout d'environ 5,75 jours lorsque $\Delta D^0 = 0$; et au bout de 7,8 jours lorsque $\Delta D^0 = 4$ mg/l.

Plus la stratification thermique est importante, plus le déficit augmente rapidement au fond. Dans le cas d'une stratification initiale des déficits (ici 4 mg/l), le déficit commence par diminuer pour un ΔT faible (1° C) (il y a tendance vers l'homogénéisation). Plus ΔT augmente, plus les différences entre les deux courbes ($\Delta D^0 = 0$ et $\Delta D^0 = 4$ mg/l) s'amenuisent.

Les figures 21 et 22 montrent que la forme du profil thermique que l'on se fixe, a une grande importance sur les résultats. Si le profil des températures n'est plus linéaire mais simule deux couches homogènes séparées par un gradient brusque à mi-profondeur (figure 21), les courbes (en trait pointillé) montrent que le temps d'accroissement est le même quel que soit ΔT , au dessus de 3° C et que ce temps est beaucoup plus long (1 mg/l en 3,5 jour). En dessous de 3° C, l'accroissement du déficit est au contraire plus rapide qu'avec un profil linéaire (1 mg/l au bout de 5 jours au lieu de 9,25 jours avec $\Delta T = 2^{\circ}\text{C}$).

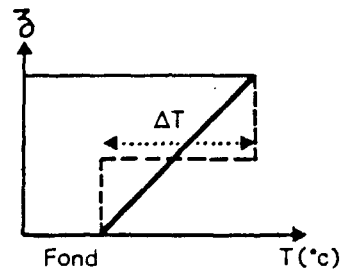
La figure 22 indique également l'importance de la place de ce gradient thermique sur la verticale. Si la couche de surface est très peu profonde, (courbes en trait plein), le déficit au fond s'accroît très lentement au cours du temps.

Fig.21 ACCROISSEMENT du DEFICIT au FOND

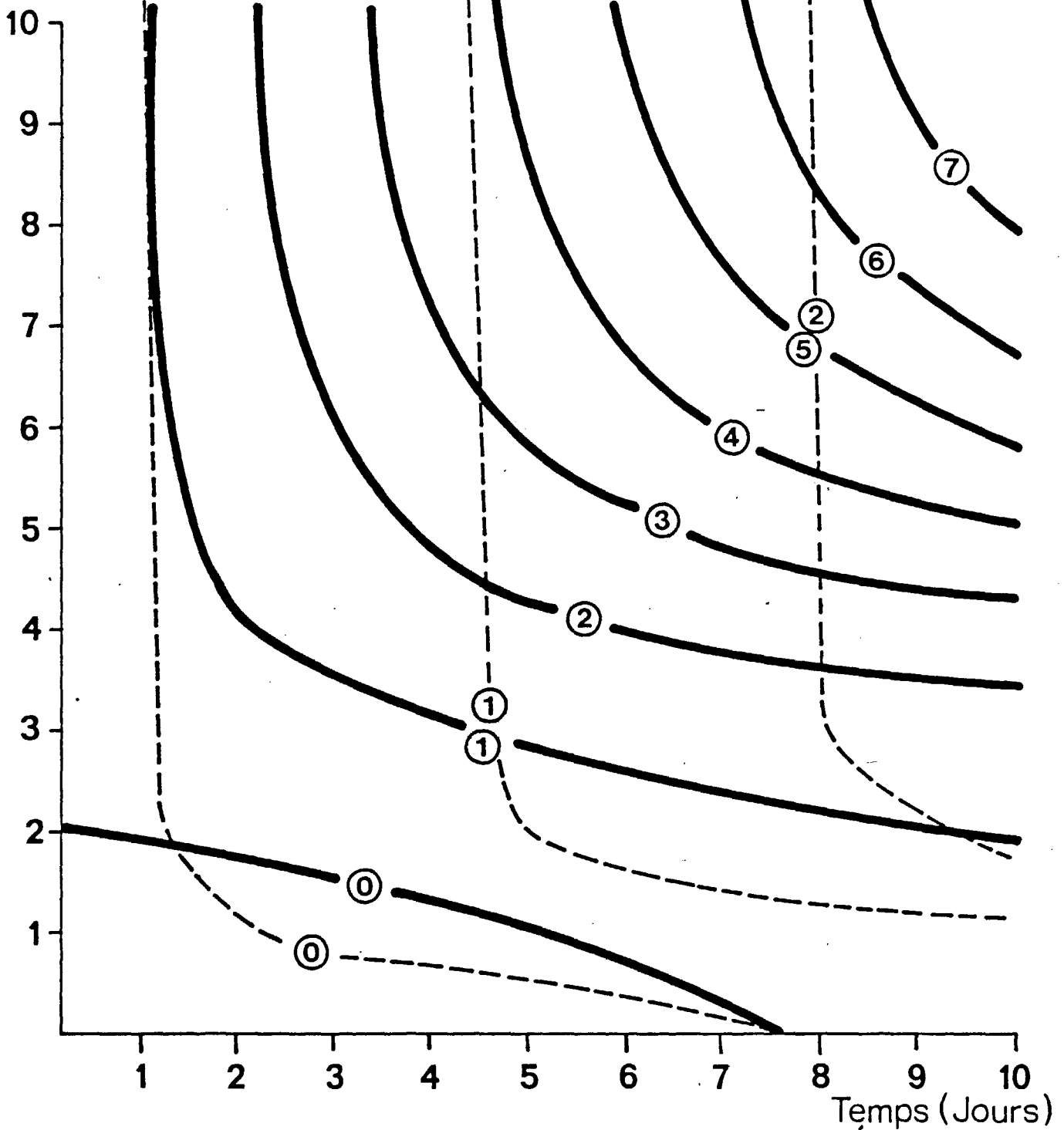
Pour 2 Profils de Températures

STRATIFICATION INITIALE du DEFICIT $\Delta D^0 = 2 \text{ mg/l}$
 PROFIL DES TEMPERATURES FIXE

- Linéaire
- - - En Couche



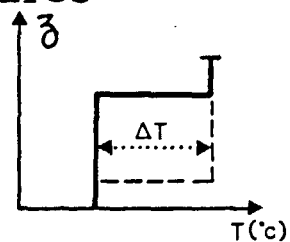
$\Delta T (^{\circ}\text{C}) = T_{\text{surface}} - T_{\text{fond}}$



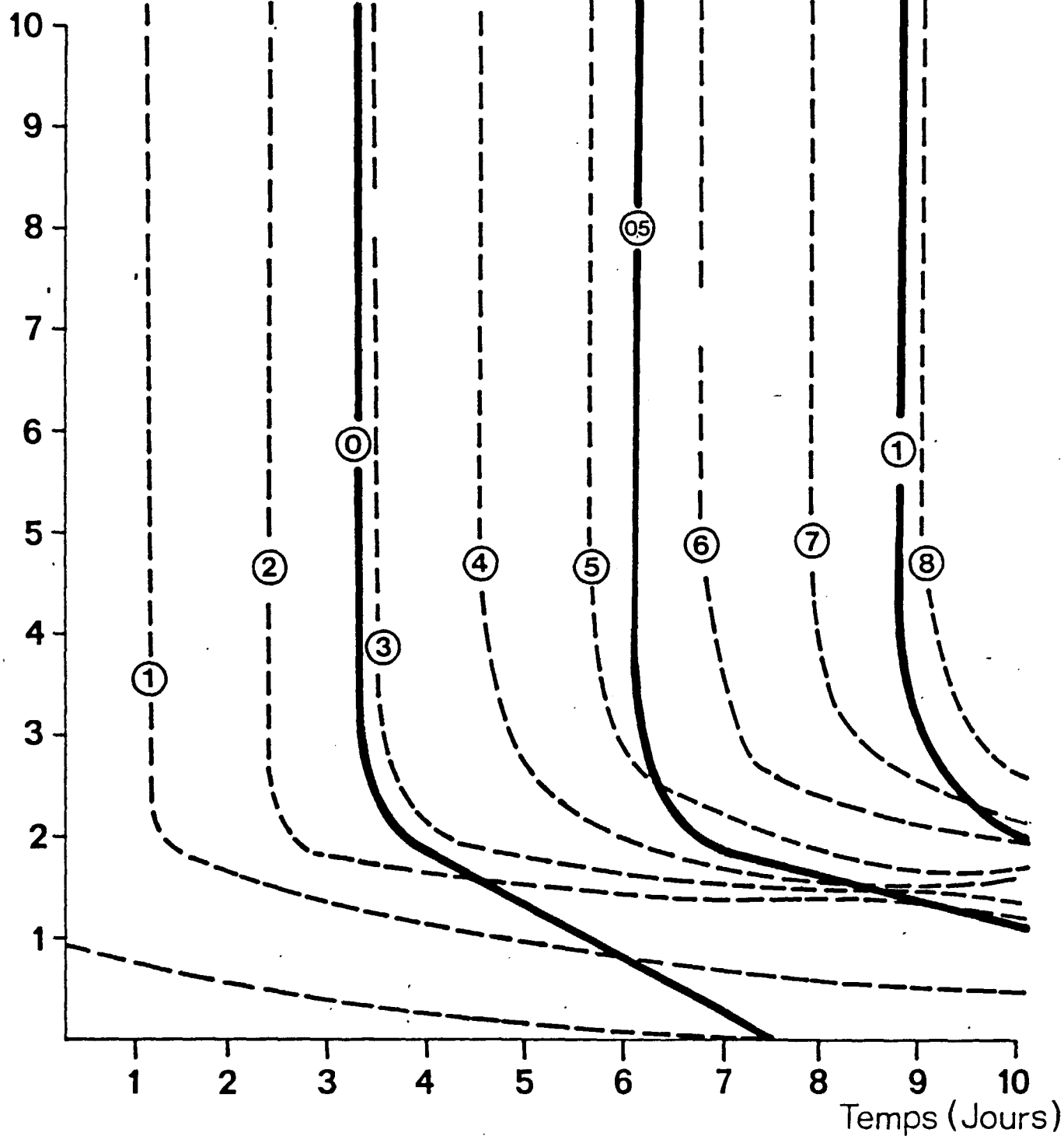
g.22 ACCROISSEMENT du DEFICIT au FOND Pour 2 Profils en Couche de Températures

STRATIFICATION INITIALE du DEFICIT $\Delta D^0 = 2 \text{ mg/l}$
PROFIL DES TEMPERATURES FIXE

Gradients $\left\{ \begin{array}{l} \text{en surface} \text{ ————} \\ \text{au fond} \text{ - - - - -} \end{array} \right.$



$T (^{\circ}\text{C}) = T_{\text{surface}} - T_{\text{fond}}$



Si au contraire, c'est la couche du fond qui est fine (2 m de profondeur) par rapport à la couche de surface (13 m), le déficit au fond augmente beaucoup plus rapidement.

Ces résultats sont donnés à titre indicatif. Ils ne peuvent être utilisés tels quels puisque la paramétrisation du coefficient d'échange vertical n'a pas été entièrement validée.

Ces diagrammes permettent de démontrer l'intérêt que pourrait présenter un tel modèle, capable de prévoir l'évolution du déficit au fond au cours du temps, pour une stratification donnée. Son utilisation n'est valable que si l'on garde à l'esprit les hypothèses qui ont été faites au départ, et dans l'état actuel du modèle, ces extrapolations ne figurent ici que pour les besoins de la démonstration.

VII - CONCLUSION

Le modèle présenté utilise les données à sa disposition et se base sur l'hypothèse que l'évolution du déficit au fond est directement reliée aux échanges verticaux locaux dont l'intensité est fonction de la stratification dans le milieu.

Cette hypothèse est réaliste à l'échelle de 24 h en supposant que le point est représentatif d'une zone à peu près homogène. Lorsqu'un coup de vent intervient ou lorsqu'une masse d'eau différente passe par le point de mesure, le modèle n'est plus applicable. D'autres phénomènes entrent en jeu, qui masquent la diffusion verticale locale.

Un certain nombre de processus agissant sur l'oxygène dissous ont du également être soit négligés, soit approximés, comme la production primaire (considérée comme nulle) et la demande benthique (considérée comme constante).

Mais l'hypothèse la plus importante actuellement est celle sur la condition limite en surface que l'on ne connaît pas. A cause de cette ignorance, le modèle ne peut donner des résultats fiables quant à l'expression de cet échange vertical et pour l'extrapolation des résultats.

Malgré tout il prouve que l'on peut reproduire l'évolution du déficit pendant plusieurs jours en considérant uniquement une source d'oxygène en surface, un puits au fond, et le phénomène d'échange sur la colonne d'eau entre les différentes profondeurs.

Cet échange est paramétré en fonction de la stratification thermique, à l'aide d'un coefficient d'échange vertical qui intègre les phénomènes sur 24 heures.

Si le modèle est appliqué plus tard en connaissant la valeur du déficit en oxygène en surface, le bon ajustement des calculs avec les mesures pour plusieurs périodes et avec une même paramétrisation du coefficient d'échange vertical prouvera que le phénomène est bien représenté.

Si les paramètres doivent varier pour obtenir de bons résultats, cela signifiera que d'autres phénomènes sont inclus dans la valeur du coefficient d'échange et la modifient en fonction des conditions du milieu. L'expression du coefficient devra être plus complexe ou bien un terme nouveau devra être ajouté à l'équation d'évolution pour modéliser directement le phénomène supposé influent.

Avec le déficit mesuré en surface, le modèle pourrait être amélioré en utilisant :

- un profil initial des déficits proche de la réalité (soit mesuré, soit calculé),
- une stratification évaluée à partir du profil des densités plutôt que des températures seules,
- une valeur moins ponctuelle et plus représentative d'une moyenne pour la demande benthique,
- une évaluation approximative de la production primaire à partir du cycle journalier de l'oxygène.

Mais ce modèle élémentaire reste "vertical" et il ne peut prendre en compte les termes d'advection et de diffusion horizontale dans la mesure où les caractéristiques des masses d'eau adjacentes sont inconnues. L'hypothèse sur l'homogénéité horizontale restera une contrainte importante qui limite l'application du modèle à certaines périodes seulement..

Notons que pour le mois de juillet 1983, la corrélation entre le déficit et la stratification verticale a été mise en évidence 19 jours sur 31 jours. Si ce mois de juillet est représentatif du comportement estival, le modèle pourrait être appliqué environ pendant la moitié du temps. D'autre part, on observe sur la figure 11 que les plus fortes desoxygenations ont lieu pendant les périodes de corrélation et c'est ce phénomène de stratification croissante qui risque d'entraîner une anoxie au fond. Le taux d'accroissement du déficit au fond est donc un renseignement important.

Ce modèle constitue principalement un exercice et un essai, entièrement ouvert aux suggestions. Il sera certainement modifié en fonction des critiques que soulèvent ce premier rapport. Son application aux mesures de 1984 en Vilaine fera l'objet d'un deuxième essai qui permettra, nous l'espérons, d'en tirer des conclusions plus précises.

ANNEXE 1 Stabilité du schéma numérique

Equation : $\frac{\partial D}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (E \frac{\partial D}{\partial z})$

Schéma numérique en différences finies

$$\frac{D_i^{t+\Delta t} - D_i^t}{\Delta T} = \frac{E_{i+1}^t (D_{i+1}^t - D_i^t)}{\Delta Z^2} - \frac{E_i^{t+\Delta t} (D_i^{t+\Delta t} - D_{i-1}^{t+\Delta t})}{\Delta Z^2} + \Phi$$

Méthode de VON NEUMANN :

Les variables sont décomposées en séries de Fourier :

$$\begin{aligned} \psi_i^t &= \psi e^{i\omega n \Delta T} e^{ik_3 z} \\ &= \psi^n e^{i\theta_3} \end{aligned}$$

I = notation imaginaire

avec $z = i \Delta Z$ $k_3 = \frac{2\pi}{\lambda_3}$ $\theta_3 = k_3 \Delta Z$

avec $\phi = 0$

$$\begin{aligned} \Rightarrow D^{n+1} &\left[\frac{1}{\Delta T} + e^{\frac{i(i+1)\theta_3}{\Delta Z^2}} \frac{E^{n+1} (1 - e^{-i\theta_3})}{\Delta Z^2} \right] \\ &= D^n \left[\frac{1}{\Delta T} + \frac{E^n e^{i\theta_3} (e^{i\theta_3} - 1)}{\Delta Z^2} \right] \end{aligned}$$

Le schéma est stable si $\left| \frac{D^{n+1}}{D^n} \right| \leq 1$

E coefficient d'échange vertical toujours positif

si $E = E^n e^{i\theta_3} = E$ constant

$$\frac{D^{n+1}}{D^n} \leq 1 \Rightarrow \cos \theta_3 \leq 1$$

toujours vrai

Le schéma est inconditionnellement stable.

ANNEXE 2 Analyse de la sensibilité du modèle1) Sensibilité à la valeur du déficit en surface

La sensibilité du modèle à la valeur initiale du déficit en surface a été notée au paragraphe V1 (figure 16).

La condition limite en surface prise constante (Hyp. 1) ou variable (Hyp. 2) ne change pas la paramétrisation.

La figure 23 illustre le fait que le déficit au fond calculé par le modèle suit la même évolution pour les deux hypothèses (même droite de regression), et avec un déficit initial différent ($Ds^0 = -1$ au lieu de 0.). Par contre, les profils verticaux ne sont pas les mêmes. La possibilité de faire varier le déficit en surface (hypothèse 2) provoque une augmentation brusque pendant le premier jour, puis une stabilisation à cette nouvelle valeur.

Ce premier jour correspond à l'ajustement du profil vertical à la stratification thermique et on observe dans les trois cas de figures que les profils tendent vers une même forme stratifiée avec un gradient maximum situé à des profondeurs égales, et plus ou moins fort selon les hypothèses utilisées.

2) Sensibilité au profil initial des déficits

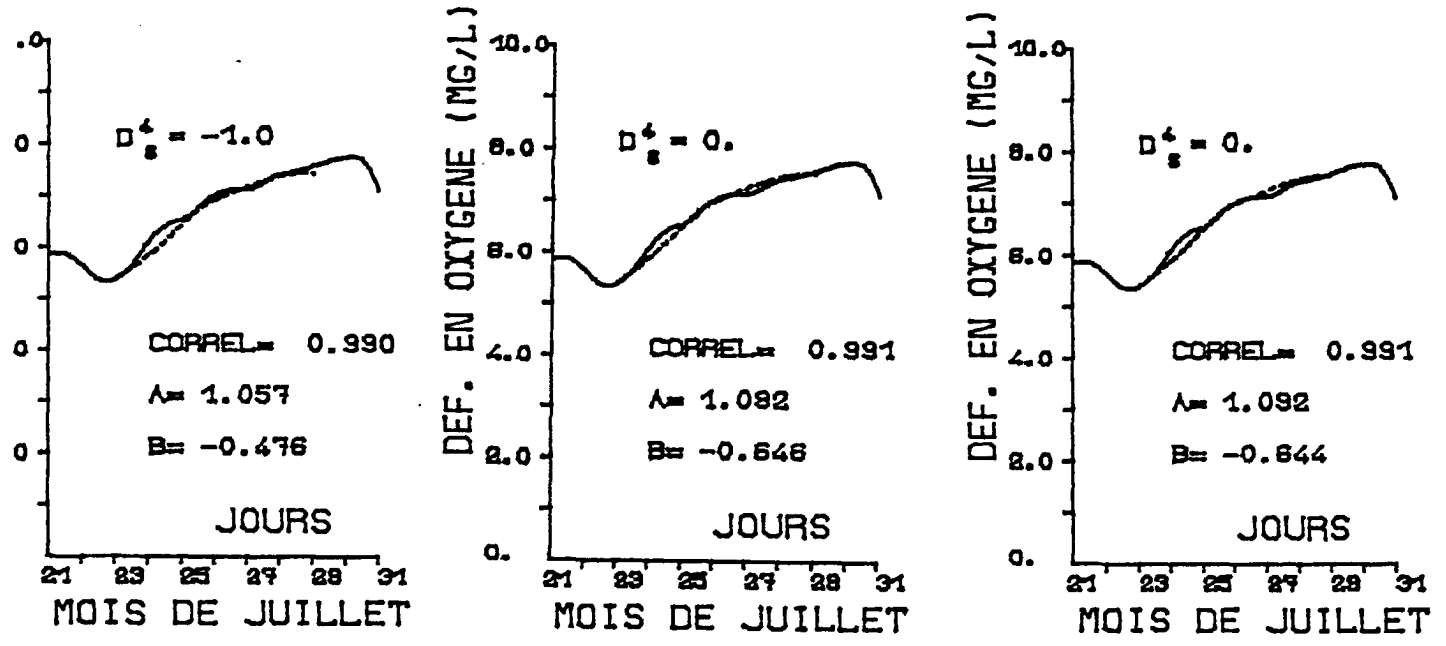
Dans les essais précédents, le profil vertical initial des déficits en Oxygène Dissous était supposé linéaire et il se déformait après 24 h pour reproduire la couche de gradient maximum à mi-profondeur environ (figure 23).

Le modèle a été testé de la même manière en prenant comme condition initiale un profil en couche. Le gradient des déficits est pris nul dans les couches de surface et de fond ; il est pris maximum à mi-profondeur.

La comparaison des déficits calculés par le modèle et des déficits mesurés a été effectuée pour plusieurs jeux de coefficients (k_e , m_e) avec cette nouvelle condition initiale. La figure 24 montre les couples (k_e , m_e) pour lesquels la corrélation est bonne

DEFICIT EN OXYGENE AU FOND
 COMPARAISON DES MESURES (TRAIT PLEIN)
 ET DES CALCULS (POINTILLE)

KE = 2.000 ; ME = 12.000



VALEUR LIMITE VARIABLE.

$D_S^0 = -1. \text{ MG/L}$

VALEUR LIMITE VARIABLE

$D_S^0 = 0. \text{ MG/L}$

VALEUR LIMITE CONSTANTE

$D_S^0 = 0. \text{ MG/L}$

PROFILS DES DEFICITS EN OXYGENE
 TRACES TOUTES LES 24 HEURES
 DU 23 AU 29 JUILLET

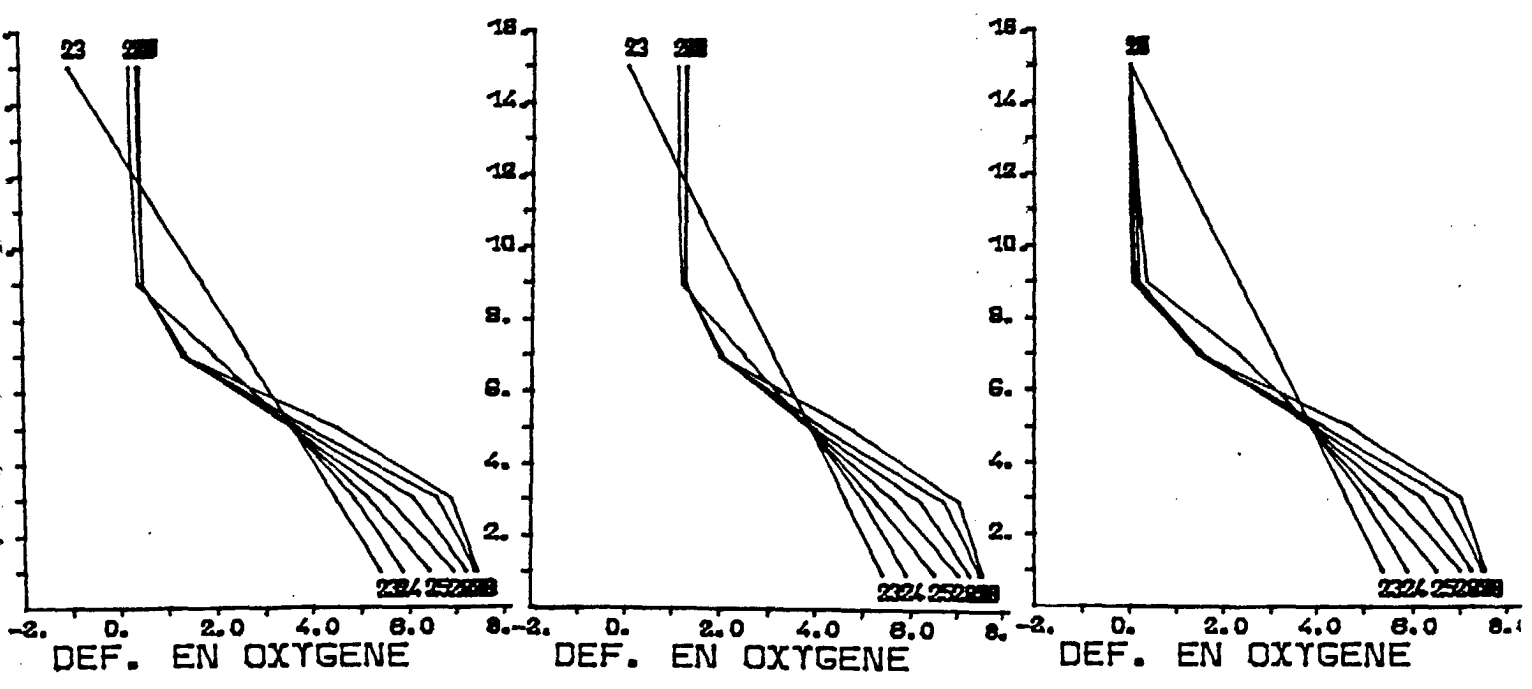
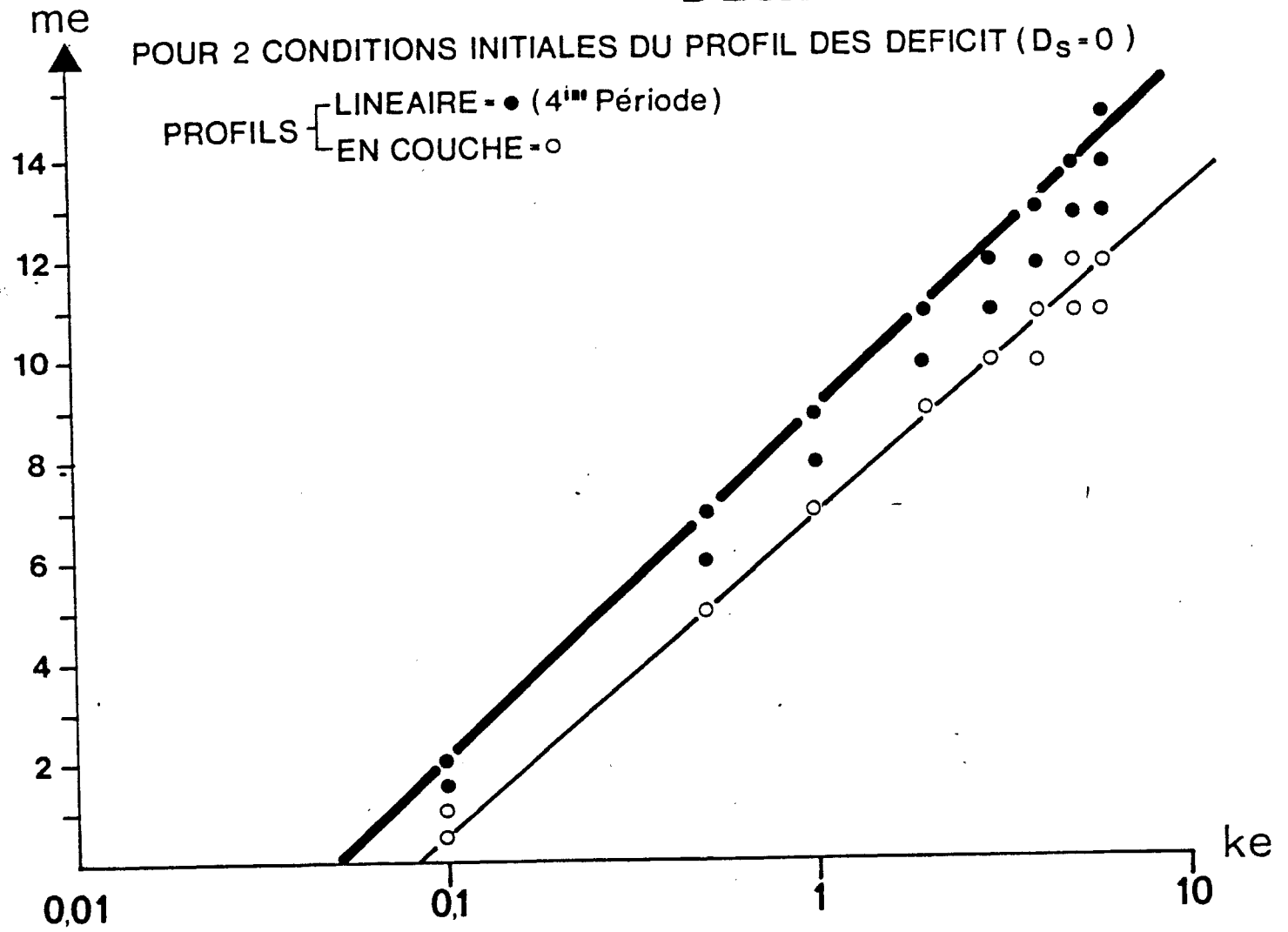


FIGURE 23 : SENSIBILITE DU MODELE A LA CONDITION LIMITE EN SURFACE.

24. PARAMETRES "ke, me" DU COEFFICIENT D'ECHANGE VERTICAL



avec les deux hypothèses sur les profils initiaux, et le déficit initial en surface nul.

On observe que le fait de prendre un profil vertical en couche au lieu de linéaire modifie le jeu des coefficients (k_e , m_e) possibles. La droite qui relie les points (m_e , $\log(k_e)$) est décalée et sa pente est plus faible :

$$m_e = 6.5 \log k_e + 7 \quad (\text{profil en couche})$$

$$m_e = 7 \log k_e + 9 \quad (\text{profil linéaire})$$

Le coefficient E d'échange vertical est donc plus grand pour une même stratification.

La sensibilité du modèle est également montrée sur la figure 25.

L'évolution des déficits au fond (mesurés et calculés) et des profils verticaux au cours du temps sont tracés avec le profil initial linéaire et avec le profil initial en couche. Le déficit en surface étant soit constant (hyp. 1) soit variable (hyp. 2).

Le déficit au fond augmente plus rapidement le premier jour dans le cas du profil en couche, car l'homogénéité verticale des premiers mètres au dessus du fond empêche l'approvisionnement en oxygène. La source unique de déficit au fond est la demande benthique, le puits est très faible : en effet l'équation s'écrit pendant les premières heures :

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} (E(z) \frac{\partial D}{\partial z})}_{\approx 0} + \frac{R}{48} \approx \frac{R}{48}$$

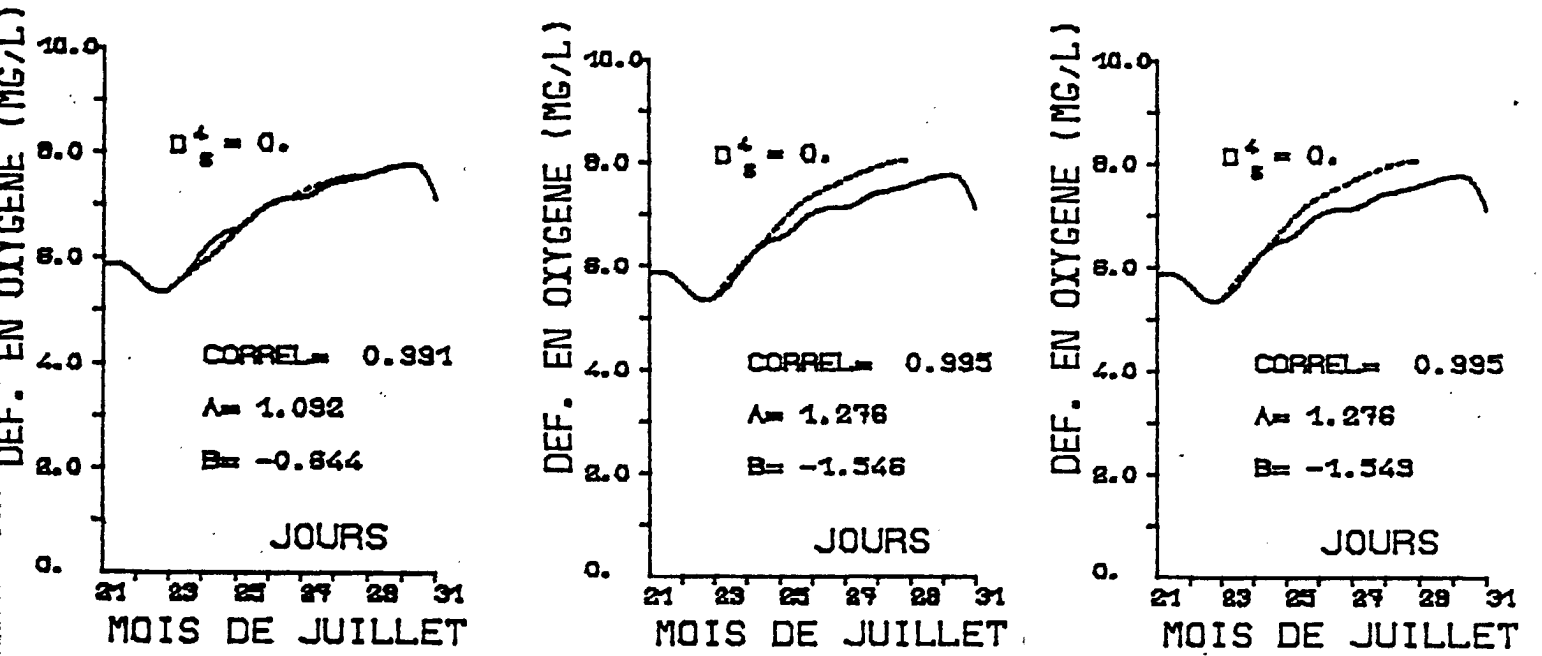
L'accroissement du déficit au bout d'une journée est en effet d'environ 0.83 mg/l/jour (voir figure 25). Or la demande benthique sur un jour est de $R/2 = 0.9$ mg/l/jour.

A partir du 2^e jour, un gradient $\frac{\partial D}{\partial z}$ est créé et le déficit augmente régulièrement de la même façon qu'avec le profil linéaire.

Ce réajustement du profil à gradient localisé vers un profil plus lissé provoque donc un décalage les premiers jours. Pour obtenir une bonne corrélation entre mesures et calculs, ce décalage doit être compensé par un coefficient de diffusion verticale plus important.

DEFICIT EN OXYGENE AU FOND
COMPARAISON DES MESURES (TRAIT PLEIN)
ET DES CALCULS (POINTILLE)

KE = 2.000 ; ME = 12.000



PROFILS DES DEFICITS EN OXYGENE
TRACES TOUTES LES 24 HEURES
DU 23 AU 29 JUILLET

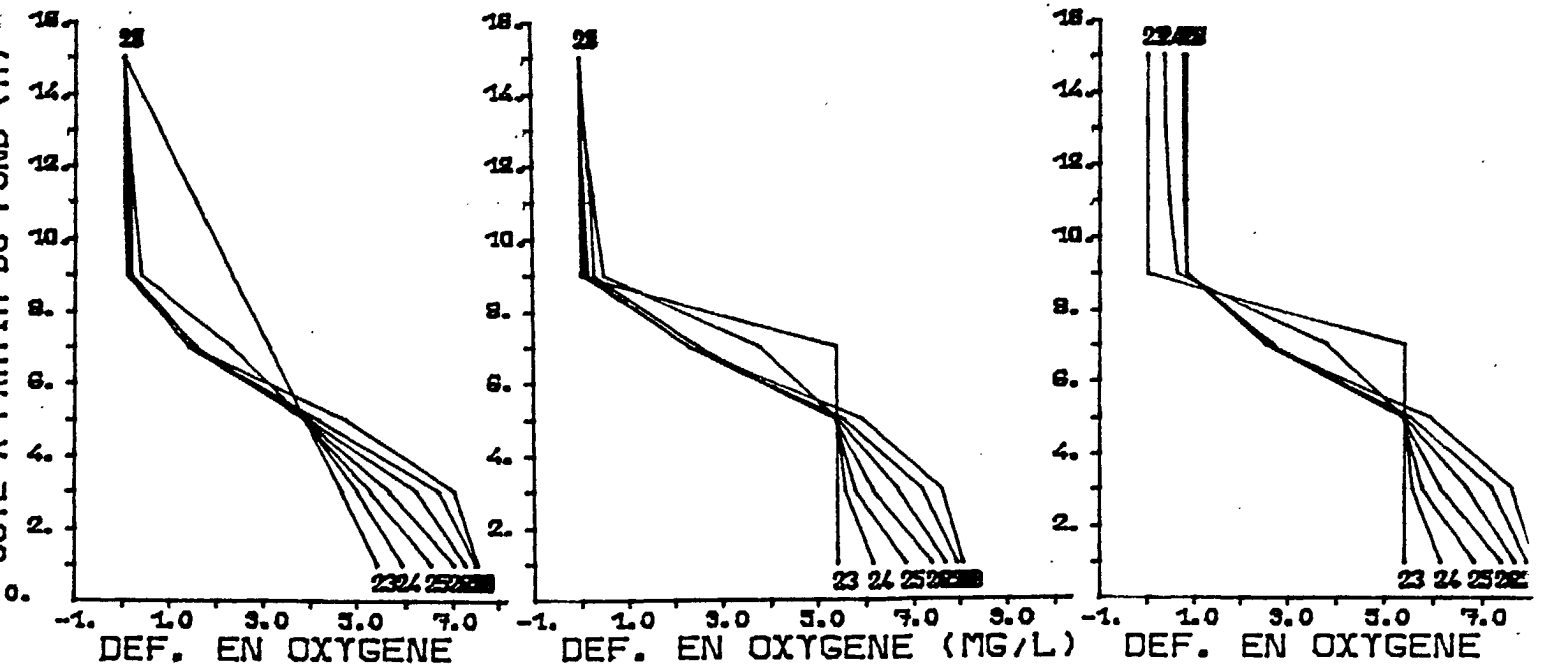


FIGURE 25 : SENSIBILITE DU MODELE AU PROFIL INITIAL DES DEFICITS.

Inversement, le profil linéaire, qui n'est pas non plus très réaliste s'ajuste également à la stratification thermique, et le déficit au fond augmente à un taux plus faible que la réalité, pendant la première journée.

Avec un profil initial en couche, l'évolution du déficit au fond est très peu sensible à la valeur donnée du déficit en surface. En faisant tourner le modèle sur les 4 périodes avec $k_e = 2$, $m_e = 9$ ($m_e = 6.5 \log k_e + 7$) les résultats sont très corrects pour la 4e période et la 2e période.

Par contre la corrélation n'est pas bonne pour les 2 autres périodes (figure 26), même si le déficit initial en surface est très faible. Celui-ci ne peut plus servir de paramètre de calage puisque le modèle y est cette fois peu sensible. Le profil initial en couche provoque un accroissement important du déficit pendant les premiers jours, ce qui ne correspond pas aux mesures.

Ainsi avec cette hypothèse, la conclusion serait que le modèle ne peut reproduire l'évolution du déficit au fond.

Avant de conclure sur l'efficacité du modèle, il est donc important de connaître la valeur du déficit en surface pour diminuer le nombre de degré de liberté sur le calage du modèle, quelle que soit l'hypothèse sur le profil initial.

D'autre part, pour éviter qu'un écart trop important modifie la paramétrisation du coefficient d'échange vertical, le modèle devra être utilisé avec un profil initial le plus proche de la réalité possible. Ceci peut être effectué en faisant tourner le modèle le premier jour à partir d'un profil donné puis en réitérant le calcul avec comme condition initiale un profil analogue à celui calculé au jour suivant.

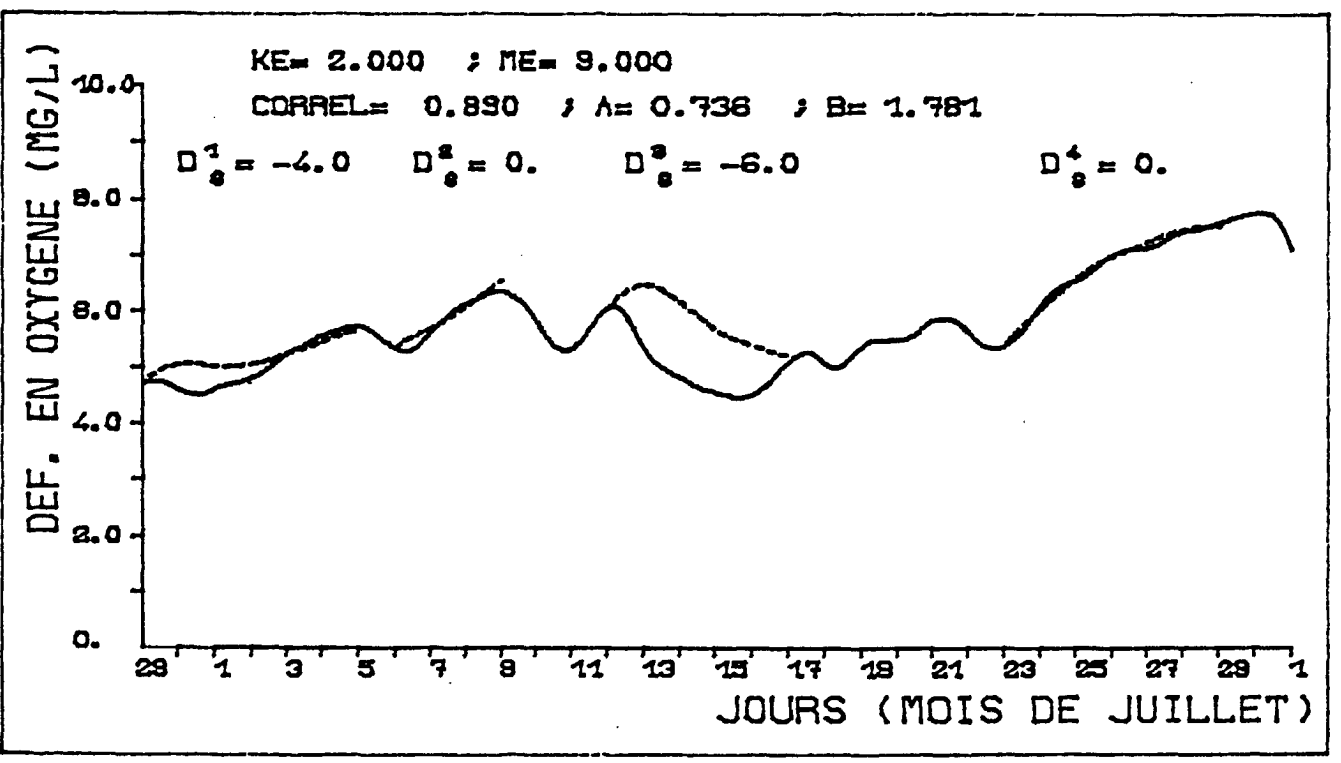
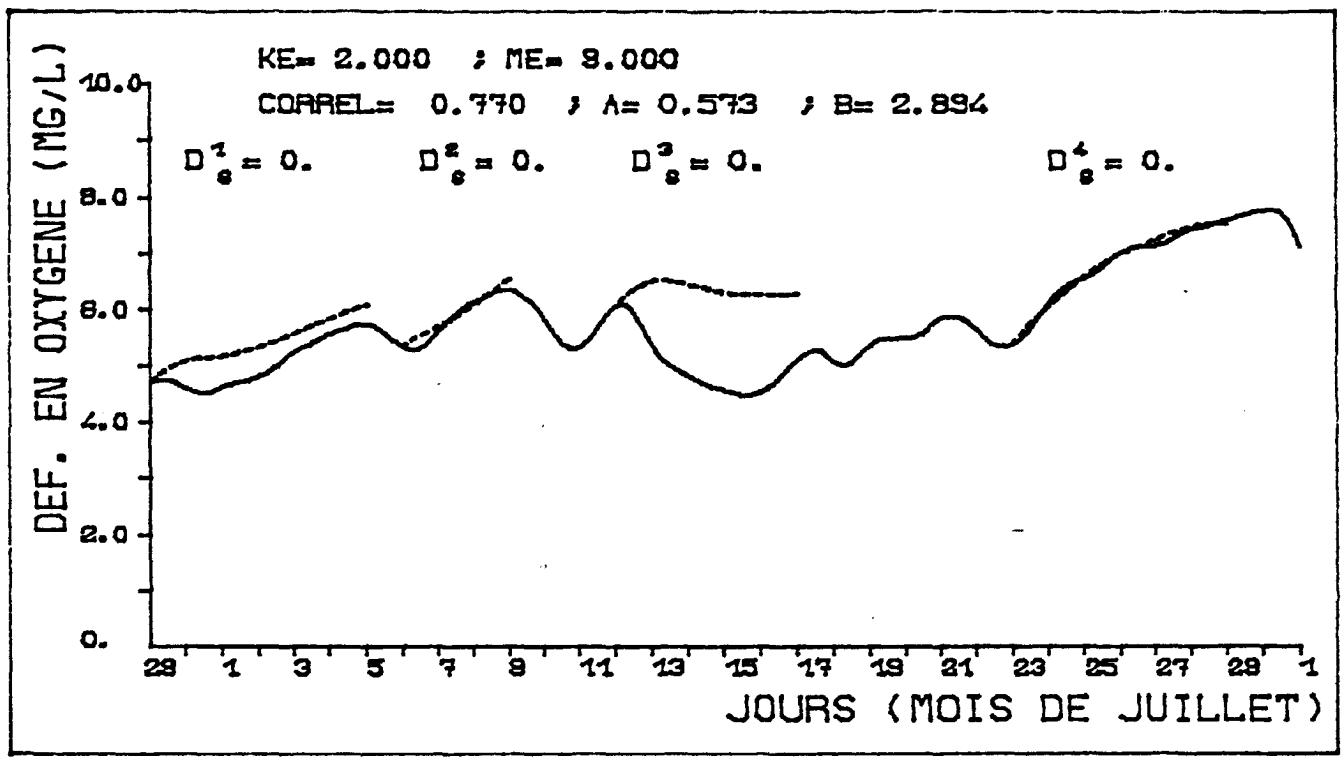
3) Sensibilité à la condition limite au fond

La demande benthique en oxygène par les sédiments du fond a été mesurée par respirométrie. Une valeur constante en $g/m^2/jour$ ($R = 1.8$) en a été

FIGURE 26 : RESULTATS DU MODELE SUR LES 4 PERIODES
 AVEC LES PROFILS INITIAUX EN COUCHE.

DEFICIT EN OXYGENE AU FOND
 COMPARAISON DES MESURES (TRAIT PLEIN)
 ET DES CALCULS (POINTILLE)

?



déduite. Pour tester la sensibilité du modèle à cette valeur, qui n'est sans doute ni constante ni bien représentative de la zone, la même recherche des coefficients (k_e , m_e) a été effectuée pour différentes valeurs de R ($R = 1.5$ à 2.2 mg/l/jour) sur la 4^e période.

Les hypothèses suivantes ont été utilisées :

- condition limite en surface constante
- condition initiale en surface $DS^0 = 0$
- Profil vertical initial linéaire.

Sur le tableau 3, les équations des droites fournissent une paramétrisation correcte du coefficient d'échange vertical ($E = f(k_e, m_e)$), sont notées pour chaque valeur de la demande benthique R .

Ces résultats montrent que le modèle est sensible à la valeur mesurée de la demande benthique. Une variation de plus de $0.2 \text{ g/m}^2/\text{jour}$ modifie la paramétrisation du coefficient d'échange vertical.

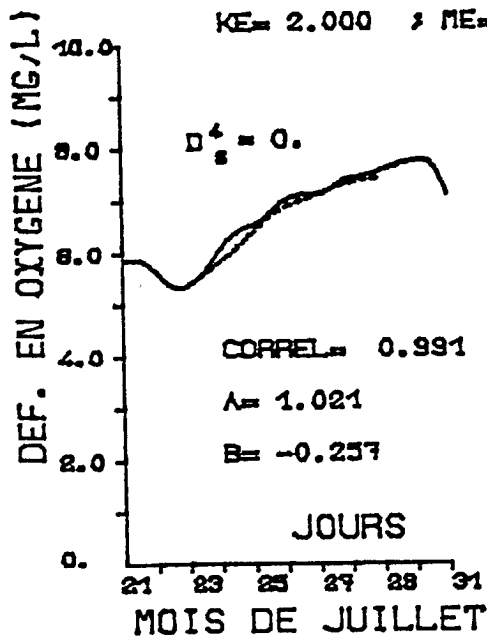
Plus la demande benthique est grande, plus le coefficient d'échange vertical s'accroît (m_e diminue, k_e augmente) pour compenser le puits d'oxygène au fond et obtenir l'évolution mesurée in situ.

La figure 27 illustre l'effet de pompage au fond par les sédiments, avec $R = 1.7$ et $1.9 \text{ g/m}^2/\text{jour}$ et avec un même coefficient d'échange vertical.

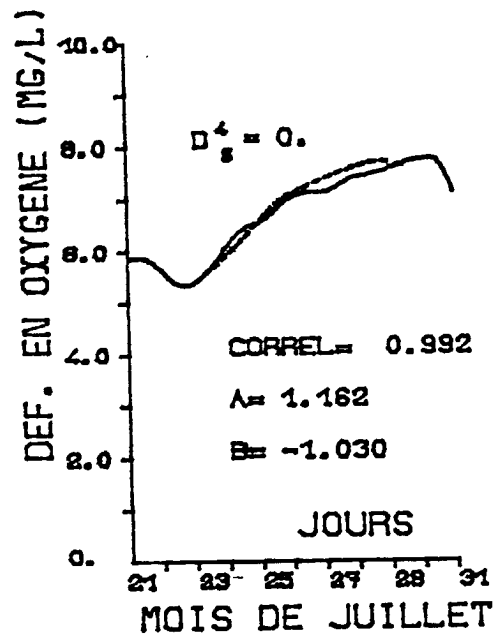
R g/m ² /jour	EQUATION DE LA DROITE $m_e = P \log k_e + C$	Exemples (k_e , m_e)
1.5	P = 8 C = 10	(0.5,8.) ; (2.,13.) ; (5.,16.)
1.6	P = 7,5 C = 10	(0.5,8.) ; (2.,12.) ; (5.,15.)
1.7	P = 7 C = 9	(0.5,7.) ; (2.,11.) ; (5.,14.)
1.8	P = 7 C = 9	(0.5,7.) ; (2.,11.) ; (5.,14)
1.9	P = 7 C = 9	(0.5,7.) ; (2.,11.) ; (5.,14)
2.	P = 6.5 C = 8	(0.5,6.) ; (2.,10.) ; (5.,13.)
2.1	P = 6 C = 8	(0.5,6.) ; (2.,10.) ; (5.,12.)
2.2	P = 6 C = 7	(0.5,5.) ; (2., 9.) ; (5., 11.)

Tableau 3

DEFICIT EN OXYGENE AU FOND
 COMPARAISON DES MESURES (TRAIT PLEIN)
 ET DES CALCULS (POINTILLE)



R = 1.7 G/M²/JOUR



R = 1.9 G/M²/JOUR

FIGURE 27 : SENSIBILITE DU MODELE A LA DEMANDE BENTHIQUE R.