

Effets d'une topographie sous-marine à moyenne échelle sur un écoulement uniforme dans un canal

Topographie
Stratification
Moyenne échelle
Cône de Taylor

Topography
Stratification
Mesoscale
Taylor cap

Thông NGUYEN et Jacques VERRON

Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels, URA 1509 CNRS,
Institut de Mécanique de Grenoble, BP 53X, 38041 Grenoble Cedex, France.

Reçu le 18/10/94, révisé le 16/02/95, accepté le 09/03/95.

RÉSUMÉ

Le modèle numérique tridimensionnel SPEM aux équations primitives développé initialement par Haidvogel *et al.* (1991) est utilisé pour explorer les effets d'une topographie sous-marine isolée sur un écoulement océanique simple. Le domaine océanique considéré est schématisé par un écoulement uniforme dans un canal rectangulaire au milieu duquel est placé un obstacle sous-marin axisymétrique. Le canal possède donc deux frontières ouvertes pour lesquelles nous avons développé des conditions numériques spécifiques afin d'autoriser des intégrations du modèle pendant de longues périodes de temps.

Plusieurs types de situations ont été explorées selon les paramètres du problème, essentiellement le nombre de Rossby, l'intensité de la stratification et l'amplitude de la topographie, afin de mettre en évidence les caractéristiques stationnaires et instationnaires des perturbations tourbillonnaires à moyenne échelle engendrées par un écoulement sur une topographie isolée.

Par rapport à la situation homogène dans les situations proches de la quasi-géostrophie, l'effet de la stratification est de confiner en profondeur la structure anticyclonique créée par la topographie. Pour des nombres de Rossby finis, on observe de plus le maintien d'une structure cyclonique associée à la structure anticyclonique précédente. Concernant les phénomènes transitoires de type ondes circulaires, l'effet de l'agéostrophie semble moins évident et on retrouve les propriétés valides pour l'approximation quasi-géostrophique même lorsque la variation bathymétrique est forte. Enfin, nous avons caractérisé l'influence des paramètres de contrôle sur la formation et la géométrie des cônes de Taylor. L'intensité de stratification apparaît comme un facteur très sensible pour limiter l'extension verticale des cônes de Taylor.

ABSTRACT

Mesoscale effects of an isolated seamount on a simple oceanic flow in a canal.

The tridimensional SPEM numerical model based on primitive equations, initially developed by Haidvogel *et al.* (1991) is used to explore the effects of an isolated seamount on a simple oceanic flow. The flow configuration chosen is that of a simple rectangular canal in which a uniform current flows and the middle of which contains an axisymmetrical submerged obstacle. The canal has two open boundaries. At these boundaries, specific numerical boundary conditions have been developed to permit long-term numerical integrations.

Various situations were explored according to the different parameters of the problem, essentially the Rossby number, the intensity of stratification and the amplitude of the topography. The objective is to indicate the steady and unsteady characteristics of eddy perturbations generated at mesoscales by a flow over an isolated topography.

Where the homogeneous situation in conditions close to quasi-geostrophy is concerned, the effect of stratification is to confine in depth the anticyclonic structure created by the topography. For finite Rossby numbers, a cyclonic eddy structure is also present, coupled with the previous anticyclonic one.

As regards transient phenomenon such as circular trapped waves, the effect of ageostrophy is less clear. Even for large topographic amplitude, flow properties are recovered that are typical of the quasi-geostrophic approximation. Lastly, the influence of controlling parameters on the generation and geometry of Taylor caps is identified. The increase of stratification appears to be a very sensitive factor in limiting the vertical extent of Taylor caps.

Oceanologica Acta, 1996, 19, 1, 27-40.

INTRODUCTION

Dans l'océan, les observations ont montré que les écoulements peuvent être influencés de manière importante par la topographie des fonds sous-marins. La topographie modifie la structure verticale de l'écoulement stratifié en provoquant un cisaillement vertical du champ de vitesse horizontal et peut influencer sur la circulation océanique à toutes les échelles. Aux plus grandes échelles, les dorsales médio-océaniques par exemple contraignent fortement les circulations dans les bassins (Verron *et al.*, 1987). A petite échelle, la topographie augmente la rugosité du fond et crée un effet de traînée topographique (Barnier et Le Provost, 1993). Les effets de la topographie à moyenne échelle sont aussi très importants et se présentent de manière très diversifiée. La topographie est notamment une source de structures tourbillonnaires cohérentes aux échelles spatiales de l'ordre de 100 km et aux échelles temporelles de l'ordre du mois. Elle est aussi à l'origine du piégeage de masses d'eau de type « cône de Taylor », de diverses ondes topographiques, d'ondes de plateaux, d'ondes de Kelvin, d'ondes « circulaires » (Rhines, 1969, 1970), etc. D'un point de vue plus statistique, les études de turbulence (Tréguier, 1987) mettent en évidence le rôle des topographies aux moyennes échelles pour transférer de l'énergie barotrope vers les modes baroclines.

Depuis les premières expériences de Taylor en 1923, l'effet d'une topographie isolée de forme simple sur un écoulement en milieu tournant a été examiné lors de nombreuses études expérimentales, théoriques et numériques. Sur le plan expérimental, on peut consulter par exemple les travaux de Jacobs (1964), Davies (1972), Huppert (1975), Hunt et Snyder (1980) et Boyer *et al.* (1989, 1991). Parmi les études théoriques, il faut citer par exemple les travaux précurseurs de Rhines (1969) ou Hogg (1973). Ce dernier montre comment le cône de Taylor formé sur un cylindre est fonction de l'intensité de stratification, de l'effet dynamique de la topographie et du profil de base de l'écoulement incident. Parallèlement, des études numériques relatives à différentes influences paramétriques ont été réalisées notamment sur la formation et le développement des colonnes de Taylor. Par exemple, l'effet de l'instationnarité a été exploré par Johnson (1984) et Verron (1986 *a*), celui d'une rotation non uniforme par McCartney (1975), Johnson (1979), Verron et Le Provost (1985), etc.

Ces études de processus peuvent expliquer certains phénomènes observés dans l'océan. Les observations de Owens et

Hogg (1980) pendant les campagnes KNORR60 et KNORR66 ont mis en évidence l'existence des cônes de Taylor au-dessus des montagnes sous-marines de faible amplitude (environ 400 m au-dessus de la plaine abyssale) qui se situent à 36° N, 55° W. Les cônes de Taylor ont été détectés par la persistance, durant neuf mois, de contours fermés de lignes de courant au droit de ces montagnes. Owens et Hogg ont montré également l'augmentation relative de la masse volumique pour l'écoulement incident. Cet effet s'accroît vers la cime des montagnes. Les observations de Roden et Taft (1985) dans la région des Emperor Seamounts (30°-45° N, 165°-175° E) montrent la même tendance pour la masse volumique à l'approche des obstacles.

Nombre des études théoriques et numériques citées précédemment sont limitées, soit parce qu'elles supposent un écoulement de faible nombre de Rossby en présence d'une topographie faible pour que la théorie quasi-géostrophique soit applicable, soit parce que l'effet de la stratification n'est étudié que dans des situations particulières et des gammes étroites de paramètres. Dans le présent travail, nous nous proposons d'aller plus loin en considérant les modifications provoquées par une topographie isolée à moyenne échelle sur un écoulement uniforme et linéairement stratifié, dans des situations incluant des nombres de Rossby finis et des stratifications d'intensités différentes. Nous porterons notre attention sur la structure des écoulements au droit de la topographie et sur la formation des cônes de Taylor. Le modèle utilisé est un modèle tridimensionnel aux équations primitives que nous présentons avec l'implantation numérique de conditions aux frontières ouvertes, rendues nécessaires pour une telle étude. La génération des tourbillons sur la topographie est discutée ensuite, puis nous étudions certains aspects spécifiques de la génération d'ondes circulaires propres aux régimes transitoires d'écoulement ; enfin, les résultats concernant le cône de Taylor sont présentés.

Ce travail présente certaines similarités avec celui de Chapman et Haidvogel (1992) qui utilisent le même modèle. Ils évaluent la formation de cônes de Taylor sur des topographies d'amplitudes diverses, y compris des fortes topographies pour des nombres de Rossby finis et deux cas de stratification : une situation non stratifiée et un seul cas non trivial de stratification. Dans le présent travail nous examinons plus spécifiquement cet effet de la stratification et l'effet du nombre de Rossby sur la formation du cône de Taylor dans une gamme de situations plus étendue.

MODÈLE

Formulation

Le modèle numérique utilisé est le modèle tridimensionnel semi-spectral aux équations primitives (SPEM) développé initialement par Haidvogel *et al.* (1991), dans lequel nous avons implanté des conditions aux frontières ouvertes. La formulation du système d'équations est classique en océanographie pour ce type de modèle et basée sur les hypothèses d'hydrostaticité et d'incompressibilité, et les approximations de Boussinesq et du toit rigide.

Ainsi, le mouvement d'une particule fluide dans un milieu tournant à la vitesse angulaire f est régi en coordonnées cartésiennes (x, y, z) par les équations suivantes :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} u - f v = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \Gamma_x \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} v - f u = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} + \Gamma_y \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{\rho' g}{\rho_0} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} (\bar{\rho} + \rho') = \Gamma_\rho \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

où (u, v, w) sont les composantes de la vitesse \vec{U} , $\rho = \rho_0 + \bar{\rho} + \rho'$ est la masse volumique totale $\Phi = p'/\rho_0$ représente la pression dynamique. $\Gamma_x, \Gamma_y, \Gamma_\rho$, sont les termes de dissipation.

Les deux équations (1) et (2) représentent respectivement les équilibres dynamiques dans les deux directions horizontales x et y . En ce qui concerne l'hypothèse hydrostatique, elle permet de transformer l'équation de la quantité de mouvement dans la direction verticale z sous la forme hydrostatique (3). L'évolution de la masse volumique perturbée est régie par l'équation (4) qui vient de l'approximation de Boussinesq appliquée à l'équation de bilan d'énergie interne de mouvement. Quant à l'hypothèse d'incompressibilité, elle permet d'écrire l'équation (5) de conservation de la masse volumique. La modélisation des effets de dissipation est basée soit sur l'opérateur harmonique, soit sur l'opérateur biharmonique.

Le système d'équations (1-5) est résolu par une méthode aux différences finies en coordonnées curvilignes orthogonales sur le plan horizontal. Sur la verticale, on utilise la transformation de coordonnée σ telle que $\sigma = 1 + 2z/H$, où H est l'épaisseur de la couche fluide (Phillips, 1957). Une méthode spectrale basée sur les polynômes de Chebyshev est utilisée dans cette direction verticale. La discrétisation temporelle emploie un schéma de type Saute-Mouton-Trapézoïdal. Avec l'hypothèse du toit rigide, la profondeur totale H en chaque point du domaine est invariable. En revanche, il apparaît dans les équations de la quantité de mouvement sur le plan horizontal, une pression

inconnue à la surface « rigide » p_s qui varie dans l'espace et dans le temps. De manière classique, le découplage du problème en mode barotrope et modes baroclines permet d'éviter le calcul explicite de cette pression.

Frontières ouvertes

À l'exception des modèles globaux, toute modélisation de l'océan butte sur la difficulté de la représentation numérique d'une ou plusieurs frontières ouvertes, c'est-à-dire de la représentation des flux entrants et sortants des diverses composantes du vecteur d'état sujet à la satisfaction de différentes propriétés physiques de conservation et de contraintes de compatibilité mathématique. En pratique, aucune solution n'est pleinement satisfaisante et le succès passe par des ajustements plus ou moins empiriques et le plus souvent très spécifiques aux conditions particulières de simulation.

Dans le cas présent où l'on s'intéresse à des écoulements simplifiés dans une optique d'étude de processus, le problème est relativement plus simple conceptuellement car les flux incidents sont fixés *a priori*. Les difficultés restent cependant importantes sur le plan numérique. Nous proposons ici une implémentation particulière des conditions de frontières ouvertes qui s'est révélée relativement efficace dans les situations considérées.

Physiquement, la contrainte qui nous est imposée est d'étudier le phénomène pendant de longues périodes de temps afin d'atteindre les régimes stationnaires et d'évacuer de manière adéquate les perturbations (tourbillons) engendrées sur la topographie sans influencer l'évolution ultérieure du phénomène dans la zone d'intérêt. Plusieurs études classiques (par exemple Huppert et Bryan 1976) ont considéré des frontières périodiques mais en se limitant d'emblée à l'étude de processus transitoires.

Les paramétrisations numériques aux frontières ouvertes donnant classiquement les meilleurs résultats sont basées sur la condition de rayonnement de Sommerfeld. Les études effectuées par Chapman (1985) et par Verron (1986 *b*) en apportent par exemple la démonstration. Une synthèse complète des traitements numériques utilisables aux frontières ouvertes peut être consultée dans Chapman (1985).

La condition de Sommerfeld repose sur une équation spatio-temporelle qui stipule que la variation de toute quantité à la frontière peut être décrite par une équation d'onde de vitesse de phase C de la forme :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + C_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad (6)$$

où n représente la direction perpendiculaire à la frontière au point considéré. La condition de Sommerfeld n'est *a priori* exacte que dans la direction normale à la frontière. Raymond et Kuo (1984) ont étendu cette condition au cas réellement bidimensionnel où l'on tient compte de la propagation de l'onde dans une direction quelconque.

Ils ont généralisé la condition pour tenir compte de l'impact de données extérieures au domaine étudié, par exemple une condition climatologique, en introduisant un terme de rappel

dans l'équation de rayonnement. Cela permet à la climatologie calculée par le modèle d'être contrainte en partie par des données extérieures.

Dans ce cas, la condition de rayonnement utilisée dans le modèle est :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + c_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} + c_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{\Phi - \Phi^{\text{rappel}}}{T_c} \quad (7)$$

où T_c est le temps caractéristique de rappel. c_x , c_y sont les vitesses de phases dans les directions perpendiculaire et tangentielle aux frontières ouvertes :

$$c_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} / (\nabla \Phi \cdot \nabla \Phi)$$

$$\text{et } c_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial y} / (\nabla \Phi \cdot \nabla \Phi) \quad (8)$$

La formulation numérique que nous avons utilisée est adaptée d'Orlanski (1976) avec un schéma spatial d'ordre 2 et un schéma temporel saute-mouton. D'après Orlanski, le schéma de discrétisation applicable à l'équation (7) est :

$$\begin{aligned} & \frac{\Phi_{F,j}^{T+1} - \Phi_{F,j}^{T-1}}{2\Delta t} + c_x \frac{\Phi_{F,j}^{T+1} + \Phi_{F,j}^{T-1} - 2\Phi_{F-1,j}^T}{2\Delta x} \\ & + c_y \frac{\Phi_{F,j+1}^T - \Phi_{F,j-1}^T}{2\Delta y} = -\frac{\Phi_{F,j}^T - \Phi_{F,j}^{\text{rappel}}}{T_c} \end{aligned} \quad (9)$$

où les exposants $T-1$, T , $T+1$ désignent les pas de temps et les indices F et $F-1$ désignent le point de frontière et le point intérieur au domaine immédiatement adjacent à la frontière. Dans la notation choisie ici, la frontière est placée perpendiculairement à la direction x . L'indice F est donc relatif à la direction x et l'indice j correspond à la direction y . Mais, il est évident que l'inversion est possible sans changer la structure des équations. La connaissance de c_x et c_y nous permet donc de calculer $\Phi_{F,j}^{T+1}$, qui est la valeur frontière recherchée, en fonction des valeurs connues du champ. Pour cela, on évalue c_x et c_y en écrivant l'équation (8) au point adjacent à la frontière, $F-1$, et à l'instant $T-1$, à l'aide du même schéma temporel et spatial.

$$c_x \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \equiv C_x = (\Phi_{F-1}^{T-2} - \Phi_{F-1}^T) \cdot \frac{D_x}{D_x^2 + D_y^2} \quad (10a)$$

et

$$c_y \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \equiv C_y = (\Phi_{F-1}^{T-2} - \Phi_{F-1}^T) \cdot \frac{D_y}{D_x^2 + D_y^2} \quad (10b)$$

avec

$$D_x = \Phi_{F-1,j}^T + \Phi_{F-1,j}^{T-2} - 2\Phi_{F-2,j}^{T-1} \quad (11a)$$

et

$$D_y = \Phi_{F-1,j+1}^{T-1} - \Phi_{F-1,j-1}^{T-1} \quad (11b)$$

La substitution de (10) dans (9) permet de déterminer l'expression de $\Phi_{F,j}^{T+1}$:

$$\begin{aligned} \Phi_{F,j}^{T+1} &= \frac{1 - C_x - \tau}{1 + C_x} \Phi_{F,j}^{T+1} + \frac{2C_x}{1 + C_x} \Phi_{F,-1,j}^T \\ &- \frac{C_y}{1 + C_x} \cdot (\Phi_{F,j+1}^T - \Phi_{F,j-1}^T) + \frac{\tau}{1 + C_x} \cdot \Phi_{F,j}^{\text{rappel}} \end{aligned} \quad (12)$$

avec $\tau = 2\Delta t/T_c$ où Δt est le pas de temps du modèle. On remarque que l'estimation de la valeur de $\Phi_{F,j}^{T+1}$ fait intervenir trois niveaux temporels et deux nœuds adjacents.

Comme on utilise un schéma temporel explicite pour discrétiser l'équation (7), les vitesses de propagation calculées, c_x et c_y , doivent être inférieures à la vitesse numérique, $\Delta x/\Delta t$. On a donc :

$$\begin{aligned} -\Delta x/\Delta t < c_x < \Delta x/\Delta t &\Leftrightarrow -1 < C_x < 1 \\ -\Delta x/\Delta t < c_y < \Delta x/\Delta t &\Leftrightarrow -1 < C_y < 1 \end{aligned} \quad (13)$$

Lorsque $C_x > 1$, on prend $C_x = 1$ qui correspond à la plus grande vitesse de propagation possible de la quantité étudiée. Une valeur de C_x négative correspondrait à un flux entrant, donc des conditions aux frontières pilotées au moins en partie par des conditions extérieures. Dans le présent travail, la perturbation sort du domaine que l'on étudie et aucune perturbation n'est *a priori* spécifiée par les conditions extérieures. On prend alors $C_x = 0$ pour toute occurrence éventuelle de $C_x < 0$. De même, C_y , doit satisfaire les inégalités (13) pour respecter les contraintes numériques du modèle. Notons de nouveau que nous nous sommes placés arbitrairement dans le cas d'une frontière perpendiculaire à la direction x . C_x est donc la vitesse de propagation à travers la frontière, C_y la vitesse de propagation parallèle à la frontière. Le rayonnement serait symétrique pour une frontière placée perpendiculairement à y .

La méthode ci-dessus s'applique à toutes les variables sauf aux traceurs (T,S) qui doivent être traités de manière particulière. Nos résultats révèlent en effet que les perturbations de densité sont souvent « bloquées » aux frontières lorsque l'intensité de stratification de l'écoulement est forte ($B > 1$) Stevens (1988) a montré que l'utilisation d'un schéma numérique « upstream » dans le terme d'advection pouvait empêcher la propagation des ondes internes vers l'extérieur du domaine lorsque l'écoulement advectif est principalement dirigé vers l'intérieur du domaine. Stevens (1988) démontre que le problème peut être résolu en pratique lorsqu'on tient compte de la vitesse d'advection perpendiculaire aux frontières dans le calcul de la vitesse locale de propagation. Cette vitesse de propagation dans la direction perpendiculaire aux frontières pour les traceurs est alors calculée sous la forme $c_x + u$.

Le maillage utilisé dans le modèle est du type 'C'. Les positions des variables à déterminer aux frontières ouvertes sont donc généralement « décalées ». Les vitesses de propagation de chaque quantité à travers la frontière seront également différentes. La méthode proposée par Verron (1986 *b*) consistait à utiliser une vitesse de propagation unique déterminée à partir du champ de vorticité. Cette vitesse de propagation était appliquée pour toutes les variables considérées à la frontière. Mais il s'agissait d'une méthode appliquée à un modèle quasi-géostrophique basé sur une grille de type 'A' ou toutes les variables se trou-

vent à la même position. Appliquer cette méthode au modèle PE utilisé ici se révèle inopérant et introduit souvent des réflexions parasites. Dans le cas présent, il apparaît nécessaire de déterminer la vitesse de propagation c_x , c_y de manière indépendante pour chaque variable afin de tenir compte de leur distribution spatiale.

Par ailleurs, un traitement particulier est nécessaire pour la vitesse. Au lieu de calculer directement la vitesse totale U à la frontière ouverte par la méthode d'Orlanski, on la scinde entre la partie barocline et la partie barotrope. La vitesse barocline U_{BC} est calculée par la relation d'Orlanski (12). La partie barotrope U_{BT} , quant à elle, est déterminée *via* la fonction de courant Ψ , estimée par la méthode d'Orlanski. La vitesse totale U sera donc $U = U_{BT} + U_{BC}$. Cette méthode satisfait automatiquement la relation entre la fonction de courant et la vitesse barotrope perpendiculaire à la frontière (c'est-à-dire $U_{BT} = -\partial\Psi/\partial y$). Lorsque la vitesse totale U est calculée directement par la méthode d'Orlanski, nous avons constaté qu'il y avait des réflexions parasites aux frontières. Cela s'explique par l'incompatibilité de la vitesse barotrope calculée par cette méthode U_{BT} et la fonction de courant Ψ .

Conditions de simulations

Le domaine d'étude est un canal océanique dans lequel circule un écoulement uniforme U . L'écoulement est supposé « glisser » parfaitement sur les frontières solides qui n'opposent donc pas de résistance à l'écoulement du fluide. Les deux autres frontières sont ouvertes et traitées selon le schéma discuté en détail dans le chapitre précédent. Les dimensions du domaine sont de 480 km \times 480 km \times 4 km. Le canal subit un effet de rotation constant défini par $f_0 = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Au fond du canal est placé un relief topographique isolé de profil en forme de « chapeau » (fig. 1). La profondeur du domaine est donc définie par

$$H(x,y) = D - h_0 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi r}{L}\right) \quad \text{si } r \leq \frac{L}{2}$$

et

$$H(x,y) = D \quad \text{si } r > \frac{L}{2}$$

avec r donné par $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$. x_0 et y_0 sont les coordonnées du centre de la topographie et sont également les coordonnées du centre du canal ($x_0 = 240 \text{ km}$, $y_0 = 240 \text{ km}$). L et h_0 sont respectivement le diamètre à la base et la hauteur maximale de la topographie. D est la profondeur maximale du domaine fixée à 4000 m. Le fluide est linéairement stratifié. La stratification est donc définie par une fréquence de Brunt-Väisälä, N , constante.

Dans les expériences présentées à la suite, la résolution horizontale est choisie de 49 \times 49 points de grille. L'échelle horizontale L de la topographie étant, sauf indication différente, de $L = 100 \text{ km}$, les points de grille sur la topographie sont donc de 10 points dans la direction du diamètre. Dans la direction verticale, on a choisi une résolution en 7 modes spectraux sur la base sur des études réalisées par Haidvogel *et al.* (1991) pour des ondes de Kelvin baroclines. Le critère de stabilité numérique qui s'est révélé le plus pénalisant est que le pas de temps Δt doit vérifier la condition CFL associée à la propagation de l'onde inter-

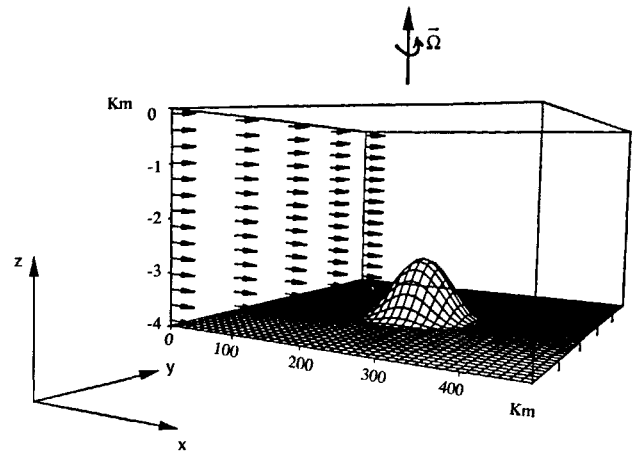


Figure 1

Vue spatiale du domaine d'étude.

Tri-dimensional view of the model flow system.

ne la plus rapide. Dans la pratique, Nguyen (1991) a montré que le critère à satisfaire était tel que $\Delta t < 0.3\pi\Delta x/ND$.

A la surface du canal, on suppose qu'il n'y a pas de contrainte de vent. L'hypothèse du toit rigide s'y applique de sorte que $w = 0$ à $z = 0$. Au fond, on suppose qu'il n'y a pas de friction sur le relief, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de diffusion verticale pour les équations de la quantité de mouvement et de la masse volumique à ce niveau. Quant à la friction latérale, elle est modélisée par un opérateur biharmonique avec un coefficient constant. Nous avons choisi le coefficient le plus petit possible pour lequel la simulation reste numériquement stable. Les valeurs utilisées sont $\nu_H = k_H = 5 \cdot 10^{10} \text{ m}^4 \cdot \text{s}^{-1}$.

A l'instant initial, l'écoulement est mis en mouvement à partir du repos. Cette mise en régime est réalisée en imposant une évolution temporelle pour la vitesse de la forme $u(t) = U \cdot \tanh(t/t_0)$. L'échelle de temps t_0 est choisie petite afin de ne pas perturber significativement le comportement transitoire de l'écoulement à l'échelle du temps caractéristique L/U . L/U est en effet l'échelle de temps typique de la réponse transitoire pertinente du point de vue de la dynamique océanique qui nous intéresse ici. Les effets temporels à long terme sont observés dès que l'on atteint une échelle de temps telle que $T \gg L/U$. En pratique, il s'avère que $5 L/U$ est en général suffisant.

Les paramètres adimensionnels utilisés sont les suivants :

- nombre de Rossby : $R_0 = U/f_0L$
- nombre de Burger : $B = ND/f_0L$
- hauteur relative de la topographie : $\delta = h_0/D$

Le nombre de Rossby R_0 représente le rapport entre l'effet du terme non-linéaire et du terme de Coriolis f_0 . Le nombre de Burger B mesure l'intensité de stratification. Dans la théorie quasi-géostrophique qui suppose à la fois la petitesse du nombre de Rossby R_0 et celle de la hauteur relative δ , le nombre μ défini par le rapport des deux précédents

$$\mu = \delta/R_0$$

est suffisant pour caractériser l'effet dynamique de la topographie sur l'écoulement (Verron et Le Provost, 1985).

Cette mesure, μ , de l'effet dynamique de la topographie est parfois utilisée au cours du texte.

LES TOURBILLONS TOPOGRAPHIQUES

Dans un premier temps, nous nous intéressons à la structure des tourbillons engendrés par la présence de la topographie. On retrouve dans les cas simples les traits caractéristiques connus des écoulements quasi-géostrophiques sur une topographie. Mais dès que la topographie ou l'effet de la stratification est plus marqué, la configuration de l'écoulement devient plus complexe.

Topographie faible ($B = 0,352$; $R_o = 0,01$; $\delta = 0,05$).

On considère d'abord le seul effet de la stratification lorsque l'écoulement s'effectue en présence d'une topographie de faible amplitude. L'exemple choisi correspondrait typiquement à une topographie de hauteur de 200 m au dessus du fond dans l'océan. Dans un milieu faiblement stratifié, l'initialisation d'un écoulement sur une topographie faible provoque, dans la phase initiale, la formation de deux tourbillons anticyclonique et cyclonique, similaires à ceux décrits par Verron et Le Provost (1985) pour un écoulement barotrope. La formation de ces deux tourbillons peut être expliquée simplement par la conservation de la vorticité potentielle lorsque les particules fluides sont advectées vers une région où la bathymétrie remonte (anticyclone) ou descend (cyclone). Dans une phase ultérieure, le tourbillon cyclonique est advecté par l'écoulement moyen vers l'aval du canal. On tend ensuite vers une solution stationnaire qui est caractérisée par la présence d'un seul tourbillon anticyclonique au-dessus de la topographie. Ce schéma a été abondamment discuté dans la littérature. La solution stationnaire dans le cas d'un écoulement barotrope quasi-géostrophique est caractérisée par un tourbillon anticyclonique dont la vorticité ζ s'exprime par:

$$\zeta = -\frac{f_0 h}{D}$$

En présence d'une stratification plus marquée, la situation est modifiée. Le tourbillon anticyclonique formé au dessus de l'obstacle n'est plus parfaitement symétrique. Il se forme juste derrière le relief un écoulement qui se dirige vers l'amont. Cet écoulement, et donc cette asymétrie, est d'autant plus important que l'intensité de stratification est forte et que l'on approche du fond. Lorsque l'intensité de la stratification augmente encore, la formation d'une perturbation tourbillonnaire dans les zones supérieures n'est plus observée et l'écoulement superficiel peut n'être plus affecté par la présence de la topographie. L'effet de la topographie sur l'écoulement est donc de plus en plus confiné au fond. Ce piégeage en profondeur est classiquement associée à l'échelle verticale $f_0 L/N$, c'est-à-dire B^{-1} d'un point de vue adimensionnel. Il est intéressant de noter que la déviation horizontale de l'écoulement stratifié est plus importante que celle de l'écoulement barotrope dans les zones profondes et au contraire moins importante dans les zones supérieures.

La figure 2 représente la variation selon la verticale de la composante verticale de la vorticité au centre du canal pour différentes valeurs de B . La courbe 1 correspond à l'écou-

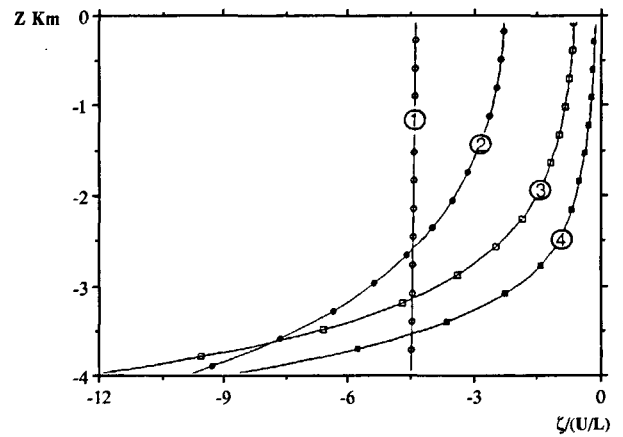


Figure 2

Profil de vorticité au centre de la topographie ($x = 240$ km, $y = 240$ km) en régime stationnaire. $B = 0$ (1), $B = 0,352$ (2), $B = 0,704$ (3), $B = 1,056$ (4). Paramètres de simulation : $R_o = 0,041$, $\mu = 5$.

Vorticity profile over the topography ($x = 240$ km, $y = 240$ km) in the steady regime. $B = 0$ (1), $B = 0,352$ (2), $B = 0,704$ (3), $B = 1,056$ (4). Parameters of the simulation: $R_o = 0,01$, $\mu = 5$.

lement barotrope et les courbes 2, 3, 4 à des écoulements de plus en plus stratifiés ($B = 0,352$; $0,704$; $1,056$). La vorticité verticale représentée par la courbe 1 est indépendante de la profondeur z ce qui est trivial pour un écoulement barotrope. Lorsque l'intensité de stratification augmente, on remarque les deux tendances inverses indiquées plus haut. Dans les couches supérieures, la vorticité verticale est plus faible que celle de l'écoulement barotrope. Le résultat est inversé en profondeur. Naturellement, la différence par rapport à l'écoulement barotrope est d'autant plus importante que la stratification est plus grande.

La variation de la vitesse horizontale est représentée sur la figure 3. Il s'agit de la variation de la vitesse zonale u , nor-

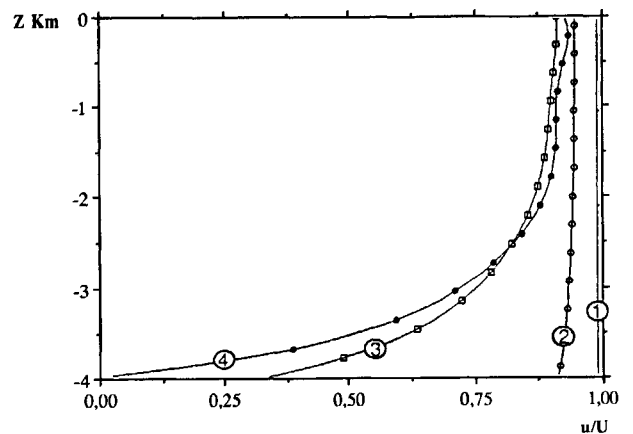


Figure 3

Variation de la vitesse zonale perturbée u , normalisée par la vitesse uniforme U , selon la coordonnée verticale z au point de coordonnées ($x = 190$ km, $y = 240$ km). $B = 0$ (1), $B = 0,352$ (2), $B = 0,704$ (3), $B = 1,056$ (4). Paramètres de simulation: $R_o = 0,01$, $\mu = 5$.

Variation of the zonal perturbation velocity u , normalized by the uniform background velocity U , as a function of the vertical coordinate z , at the horizontal location given by ($x = 190$ km, $y = 240$ km). $B = 0$ (1), $B = 0,352$ (2), $B = 0,704$ (3), $B = 1,056$ (4). Parameters of the simulation: $R_o = 0,01$, $\mu = 5$.

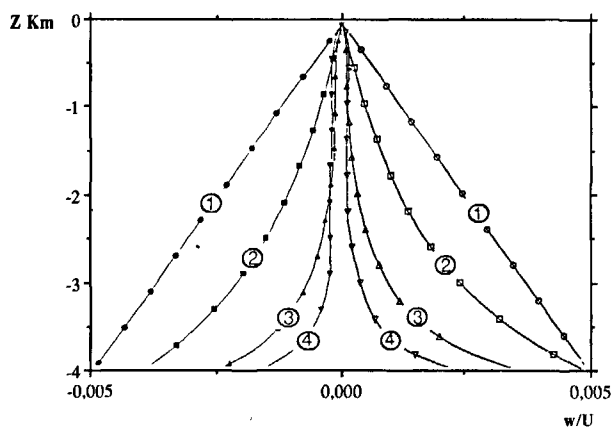


Figure 4

Vitesse verticale w maximale et minimale, normalisée par U , selon la coordonnée verticale z au point de coordonnées ($x = 190$ km, $y = 240$ km). $B = 0$ (1), $B = 0,352$ (2), $B = 0,704$ (3), $B = 1,0756$ (4). Paramètres de simulation : $R_0 = 0,01$, $\mu = 5$.

Maximum and minimum vertical velocity w , normalized by U , as a function of the vertical coordinate z at the horizontal location given by ($x = 190$ km, $y = 240$ km). $B = 0$ (1), $B = 0.352$ (2), $B = 0.704$ (3), $B = 1.0756$ (4). Parameters of the simulation: $R_0 = 0.01$, $\mu = 5$.

malisée par la vitesse uniforme imposée U , suivant la verticale au point de coordonnées ($x = 190$ km, $y = 240$ km). On vérifie que la vitesse est constante pour l'écoulement barotrope (courbe 1). On constate ensuite que les profils de vitesse sont d'autant plus perturbés que la stratification est importante. La vitesse est faiblement modifiée dans les zones supérieures et diminue plus fortement lorsqu'on

s'approche du fond dans le cas où B est plus élevé. En ce qui concerne la vitesse verticale, on constate sur la figure 4 que la distribution suivant la verticale n'est plus linéaire comme dans le cas de l'écoulement barotrope, ce qui s'explique par la variation de la vitesse horizontale selon la verticale. La vitesse w devient d'autant moins linéaire que la stratification augmente (fig. 4, courbes 2, 3, 4). De plus, la vitesse verticale maximale w à 200 m de profondeur (niveau du sommet de la topographie) pour le cas $B = 0$ est environ 2 fois plus grande que pour le cas $B = 1,056$. L'affaiblissement de la vitesse verticale pour les fortes stratifications signifie d'ailleurs que l'écoulement contourne de plus en plus la topographie. En d'autres termes, les écoulements deviennent plus horizontaux. La figure 5 présente les champs des vitesses horizontales perturbées instationnaires (a, b) et stationnaires (c, d) à la profondeur de 200 m et 3000 m. La figure 5 correspondant à un écoulement faiblement stratifié, on observe que le tourbillon anticyclonique caractérisant la solution stationnaire a une forte cohérence verticale. L'aspect des deux champs à 200 m et 3000 m est similaire mais les vitesses perturbées sont plus grandes en profondeur.

En ce qui concerne la variation de la masse volumique perturbée au dessus de la topographie, nous avons comparé nos résultats avec le développement analytique de Huppert (1975). D'après Huppert, l'évolution de la masse volumique perturbée, ρ' , au dessus d'une topographie peut être représentée par :

$$\rho'(z, t) = \rho'(-H, t) \cdot \frac{\sin h(-\alpha N z / f_0 L)}{\sin h(\alpha N H / f_0 L)} \quad (14)$$

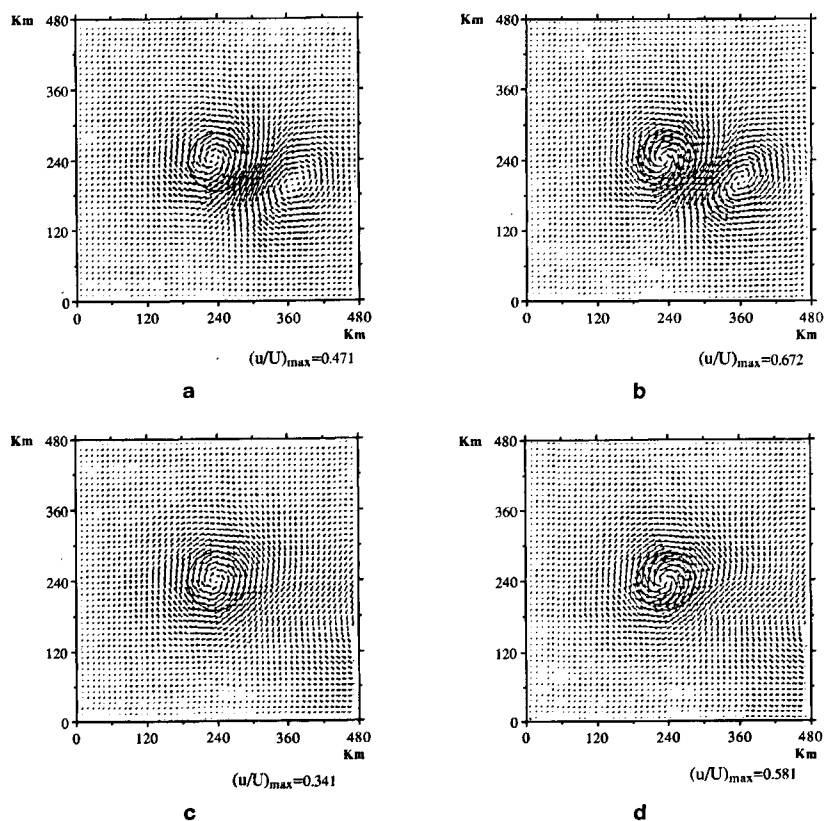


Figure 5

Champs des vitesses horizontales perturbées, normalisées par U , dans la phase initiale à la profondeur $z = 200$ m (a), $z = 3000$ m (b). Champs des vitesses stationnaires correspondantes : $z = 200$ m (c), $z = 3000$ m (d). Paramètres de simulation : $B = 0,352$, $R_0 = 0,01$, $\delta = 0,05$, $\mu = 5$.

Horizontal perturbation velocity field, normalized by U , at depths $z = 200$ m (a), $z = 3000$ m (b). Corresponding steady horizontal velocity fields: $z = 200$ m (c), $z = 3000$ m (d). Parameters of the simulation: $B = 0.352$, $R_0 = 0.01$, $\delta = 0.05$, $\mu = 5$.

Dans le cas considéré par Huppert (1975) d'une topographie gaussienne définie par $H(x, y) = D - h_0 e^{-(x^2+y^2)/L^2}$, α prend la valeur $\alpha = 1$. Dans le cas présent, avec une topographie en forme de chapeau, $\alpha = 5$. L'analyse de nos résultats montre que l'écart maximal observé sur la masse volumique perturbée par rapport à l'expression analytique, n'est pas supérieur à 1 %.

Topographie forte ($B = 0,352; R_0 = 0,01; \delta = 0,5$)

Lorsque la topographie est forte, on constate que la génération des tourbillons est assez largement modifiée. L'exemple choisi ici correspondrait typiquement à une montagne sous-marine s'élevant à une hauteur de 2000 m au dessus du plancher océanique. Le comportement des perturbations tourbillonnaires provoquées par la topographie est similaire au cas des faibles topographies : deux tourbillons anticyclonique et cyclonique sont formés. La différence de configuration entre les situations de faible et forte topographies porte sur la structure quasi-stationnaire des perturbations tourbillonnaires. Il apparait en effet un couple de tourbillons (anticyclonique, cyclonique) de manière systématique dans le sillage de la topographie, y compris aux plus grandes échelles de temps. Au sommet de l'obstacle, on constate que le tourbillon anticyclonique n'est plus symétrique et son centre se déplace vers le flanc gauche (vu de l'amont). Ce phénomène est associé à la présence d'un courant perturbé, dirigé vers l'amont et qui vient approcher la topographie par sa face arrière.

La figure 6 représente les vitesses stationnaires aux profondeurs 200 m, 2000 m, 3000 m et 3800 m. Les vitesses relatives perturbées sont beaucoup plus importantes que précédemment. Elles sont accélérées sur le flanc gauche de l'obstacle et ralenties sur le flanc droit (vu de l'amont).

Lorsqu'on descend en profondeur, la présence de ce couple de tourbillons est plus marquée dans le sillage de l'obstacle. De plus, lorsqu'on atteint les couches profondes de l'océan, l'intensité du tourbillon cyclonique devient aussi importante que celle du tourbillon anticyclonique.

Effet du nombre de Rossby ($\delta = 0,5$)

Pour étudier l'effet du nombre de Rossby, nous nous plaçons dans le cas d'une forte topographie et en premier lieu, d'une intensité de stratification modérée ($B = 0,704$). Pour un écoulement de faible nombre de Rossby ($R_0 = 0,025$), nous constatons que l'aspect général du tourbillon piégé au dessus de l'obstacle est similaire à la situation de faible valeur de B .

Le tourbillon anticyclonique est légèrement asymétrique et un faible tourbillon cyclonique se forme sur le flanc droit de la topographie (fig. 7). Le caractère symétrique de la perturbation anticyclonique est de plus en plus altéré lorsque le nombre de Rossby augmente ($R_0 = 0,1$) (fig. 8). Le tourbillon cyclonique derrière la topographie est, quant à lui, de plus en plus intense. Il faut noter cependant, comme le montrent les champs de vitesse des figures 7 et 8, que la perturbation relative est plus faible au fur et à mesure que le nombre de Rossby R_0 augmente. D'une manière générale, les tourbillons formés dans les situations aux plus grands nombres de Rossby ont une échelle spatiale inférieure à leurs analogues aux faibles nombres de Rossby.

Nous avons constaté que le tourbillon cyclonique est aussi d'autant plus important que l'intensité de la stratification est forte. Même dans le cas d'un écoulement à faible nombre de Rossby ($R_0 = 0,025$), la structure symétrique du tourbillon anticyclonique piégé au dessus de l'obstacle est fortement perturbée lorsque $B > 1$. Il faut noter également

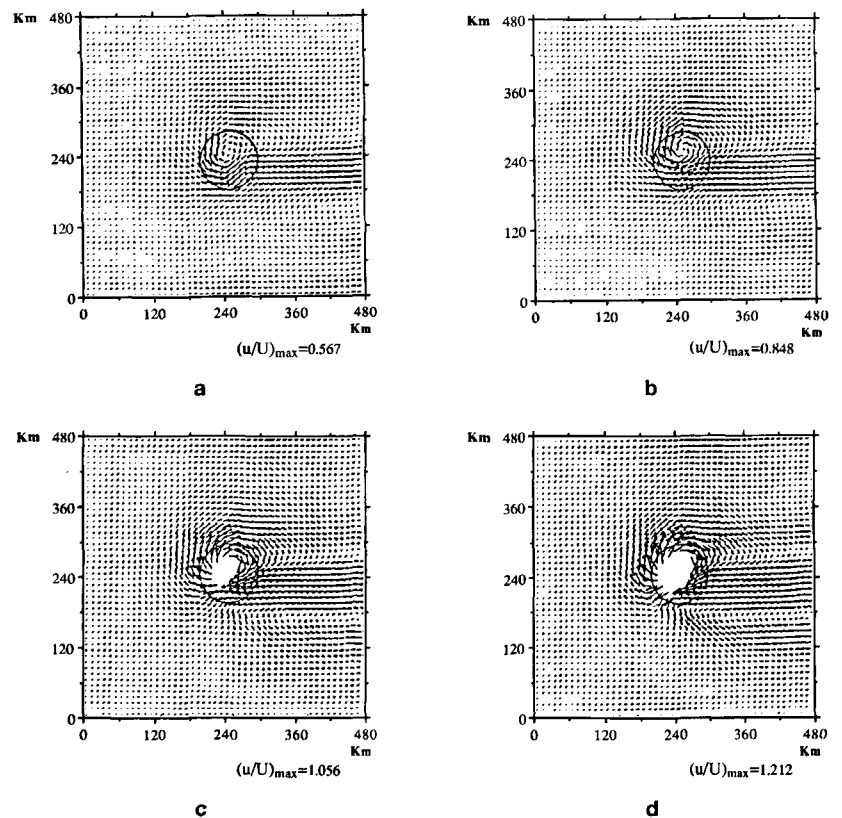


Figure 6

Champs des vitesses horizontales perturbées, normalisées par U , stationnaires à la profondeur $z = 200$ m (a), $z = 2000$ m (b), $z = 3000$ m (c), $z = 3800$ m (d). Paramètres de simulation : $B = 0,352$, $R_0 = 0,01$, $\delta = 0,5$, $\mu = 50$.

Steady horizontal perturbation velocity fields, normalized by U , at depths $z = 200$ m (a), $z = 2000$ m (b), $z = 3000$ m (c), $z = 3800$ m (d). Parameters of the simulation: $B = 0,352$, $R_0 = 0,01$, $\delta = 0,5$, $\mu = 50$.

Figure 7

Champs des vitesses horizontales perturbées, normalisées par U , stationnaires à la profondeur $z = 200$ m (a), $z = 1000$ m (b). Paramètres de simulation : $B = 0,704$, $R_0 = 0,025$, $\delta = 0,5$, $\mu = 20$.

Steady horizontal perturbation velocity fields, normalized by U , at depths $z = 200$ m (a), $z = 1000$ m (b). Parameters of the simulation: $B = 0.704$, $R_0 = 0.025$, $\delta = 0.5$, $\mu = 20$.

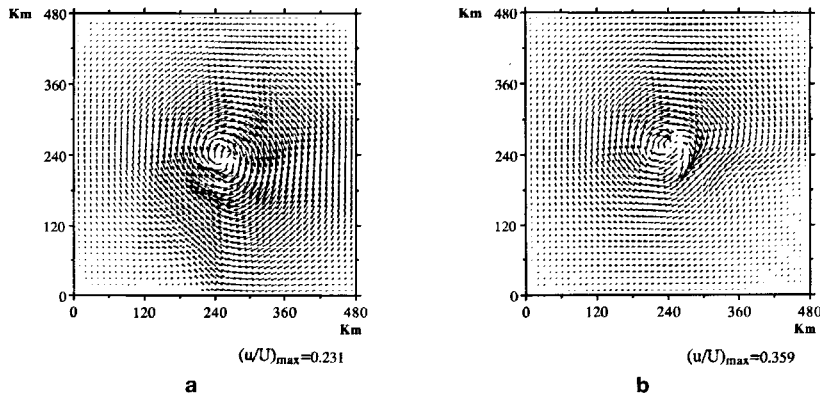
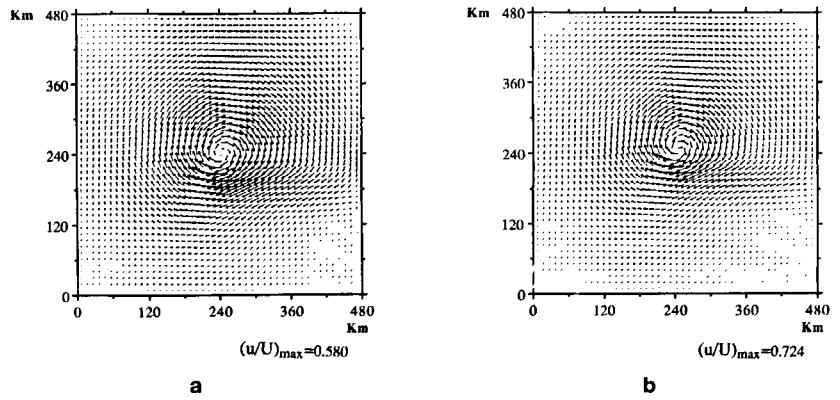


Figure 8

Champs des vitesses horizontales perturbées, normalisées par U , stationnaires à la profondeur $z = 200$ m (a), $z = 1000$ m (b). Paramètres de simulation : $B = 0,704$, $R_0 = 0,1$, $\delta = 0,5$, $\mu = 5$.

Steady horizontal perturbation velocity fields, normalized by U , at depths $z = 200$ m (a), $z = 1000$ m (b). Parameters of the simulation: $B = 0.704$, $R_0 = 0.1$, $\delta = 0.5$, $\mu = 5$.

que la position relative de chacun des tourbillons tend à se modifier dans le sens d'une remontée plus ou moins nette du tourbillon cyclonique vers l'amont.

D'un point de vue général, et malgré le grand nombre d'expériences réalisées ici, il n'est pas toujours aisé de clairement identifier dans nos simulations les effets fins et spécifiques de B , R_0 et δ sur la configuration des écoulements observés. (Nous nous plaçons ici dans l'optique stationnaire ou quasi-stationnaire obtenues après des intégrations longues.) La configuration d'écoulement de type « quasi-géostrophique » (petits R_0 et δ) est clairement identifiable par la présence d'une structure anticyclonique intense et quasi-axisymétrique piégée sur la topographie. L'effet de la stratification (variation de B) pour ces régimes quasi-géostrophiques est simplement de confiner à proximité de la topographie la structure anticyclonique. Une légère asymétrie est également associée à cet effet de stratification. Mais, dès que l'on s'écarte de la quasi-géostrophie, il est plus difficile de classifier les divers effets. Dans l'ensemble cependant, une structure cyclonique reste constamment associée à la structure anticyclonique précédente avec une intensité et un positionnement relatif variable. Un accroissement de R_0 et/ou de B et/ou de δ renforce cette structure cyclonique dont la présence est toujours plus marquée en profondeur.

LES ONDES CIRCULAIRES

La réponse transitoire de l'écoulement en présence d'une topographie isolée s'effectue aussi sous forme d'ondes.

Dans le cas présent d'une topographie axisymétrique, ces ondes sont circulaires. On rejoint à ce propos les études théoriques menées par Rhines (1969) qui ont, les premières, mis en évidence l'existence d'ondes circulaires à proximité d'une topographie sous-marine. Pour une topographie du type exponentiel parabolicoïde, Rhines (1969) a démontré que la pulsation de l'onde varie linéairement en fonction de la hauteur maximale de la topographie dans un fluide homogène. Dans un milieu stratifié, la pulsation de l'onde circulaire dépend non seulement de la hauteur de la topographie, des caractéristiques de l'écoulement incident mais aussi de l'intensité de stratification du fluide Rhines (1970). Dans l'approximation quasi-géostrophique et en utilisant l'hypothèse de Boussinesq, Rhines (1970) a étudié analytiquement les ondes circulaires provoquées par une topographie isolée dans un milieu stratifié. Pour une topographie isolée de forme cylindrique, l'équation de dispersion pour la fréquence dimensionnelle ω est donnée par :

$$\omega = \frac{2nB^2f_0}{\alpha \tanh(\alpha)} \quad (15)$$

où n est un nombre entier. La valeur de α est déterminée grâce à la solution de l'équation $J_n(\alpha/B) = 0$ où J_n désigne la fonction de Bessel d'ordre n . Soit $A = \alpha/B$ une solution de cette dernière ($A > 2,4$ lorsque $n \geq 0$).

Considérons d'abord le cas où $\alpha \gg 1$, donc $\tanh(\alpha) \approx 1$, correspondant à un écoulement fortement stratifié. L'équation (15) peut alors s'écrire sous la forme approchée suivante :

$$\omega \approx \frac{2nB^2f_0}{A} \quad (16)$$

On constate que la pulsation des ondes est (approximativement) proportionnelle à l'intensité de stratification B .

Dans le cas où $\alpha \ll 1$, donc $\tanh(\alpha) \approx \alpha$, correspondant à un écoulement faiblement stratifié l'équation (15) peut s'écrire sous la forme approchée suivante :

$$\omega \approx \frac{2nB^2f_0}{\alpha^2} \approx \frac{2nf_0}{A^2} \quad (17)$$

La pulsation des ondes circulaires devient de plus en plus indépendante de l'intensité de stratification lorsque celle-ci est faible.

Nous avons repris les éléments de cette étude dans le cas particulier de forme topographique qui nous concerne ici. En premier lieu, il a paru intéressant de reconsidérer le cas barotrope dans les conditions déjà étudiées par Verron et Le Provost (1985) à l'aide d'un modèle quasi-géostrophique pour une topographie gaussienne.

Les résultats des calculs réalisés avec le modèle SPEM dans les mêmes conditions sont portés sur la figure 9, en comparaison des résultats de Verron et Le Provost (1985). Ces résultats restent dans une gamme de petits nombres de Rossby.

Cependant, le fait marquant est l'écart, assez modeste, observé entre les comportements quasi-géostrophiques et aux équations primitives concernant la fréquence caractéristique des ondes circulaires. Le paramètre qui mesure l'intensité topographique prend des valeurs importantes qui sont très largement au-delà de la validité théorique de l'approximation quasi-géostrophique (en principe $\mu = O(1)$). L'écart sur la fréquence des ondes circulaires entre le modèle quasi-géostrophique et le modèle SPEM reste peu significatif jusqu'à des valeurs de $\mu = 100$. Il s'en dégage une conclusion annexe sur l'approximation

quasi-géostrophique: dès que le nombre de Rossby est suffisamment petit, l'approximation quasi-géostrophique semble s'appliquer convenablement du point de vue des ondes topographiques, même lorsque l'hypothèse sur la faible amplitude de la topographie n'est pas réellement satisfaite.

Dans un second temps, on s'intéresse plus particulièrement à l'effet de la stratification en faisant varier B pour une topographie donnée. Les paramètres communs des simulations sont dans le cas particulier considéré ici : $L = 150$ km, $\delta = 0,05$; $R_0 = 7.10^{-4}$. Il s'agit d'écoulements sur une faible topographie et à très faible nombre de Rossby pour rester dans le cadre de l'approximation quasi-géostrophique de Rhines. Les ondes circulaires sont donc excitées lors de la mise en régime de l'écoulement mais la durée de vie de ces ondes est d'autant plus grande que l'effet dynamique de topographie est important (μ grand).

La figure 10 représente la variation de la pulsation en fonction de l'intensité de stratification. Nous constatons que la théorie ci-dessus est encore valable pour notre forme topographique définie plus haut. La relation entre la pulsation de l'onde ω et l'intensité de stratification B est quasiment linéaire pour les valeurs de B plus grandes que 0,25.

La pulsation est de moins en moins dépendante de B lorsque ce dernier tend vers 0. Le point situé sur l'axe vertical représente la pulsation de l'onde circulaire de l'écoulement homogène.

CÔNE DE TAYLOR

Considérons un milieu fluide homogène en rotation autour d'un axe vertical, dans lequel un obstacle se déplace horizontalement. La rotation supposée rapide correspond à un faible nombre de Rossby pour l'écoulement. Le cylindre vertical circonscrit à l'obstacle sépare le fluide en deux

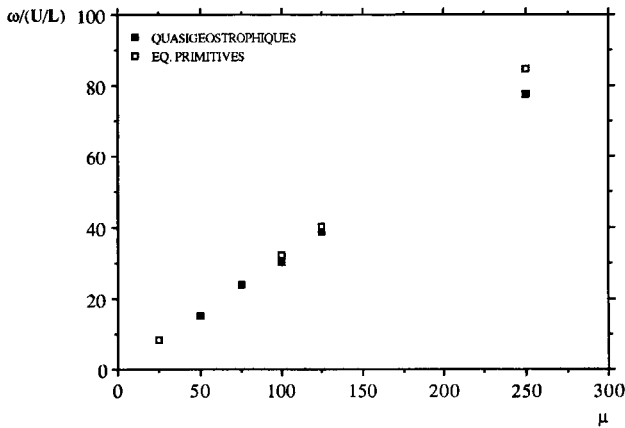


Figure 9

Variation de la pulsation des ondes circulaires selon la hauteur de la topographie. $B = 0$.

Circular waves frequency as a function of the topographic height. $B = 0$.

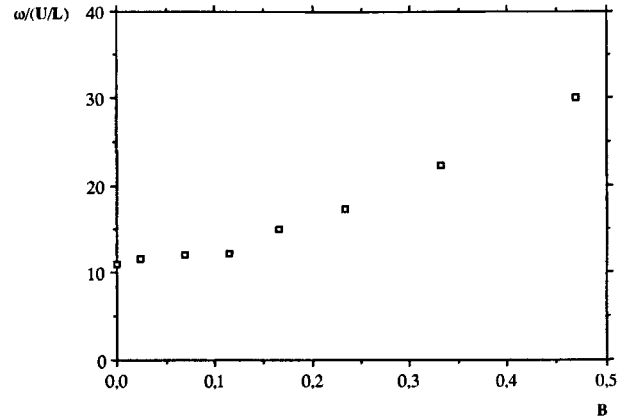


Figure 10

Variation de la pulsation des ondes circulaires selon l'intensité de stratification B . Paramètres des simulations : $R_0 = 7.10^{-4}$, $\mu = 75$.

Circular waves frequency as a function of the stratification parameter B . Parameters of the simulation: $R_0 = 7.10^{-4}$, $\mu = 75$.

régions avec des distributions de vitesses différentes : le fluide dans le cylindre se déplace avec l'obstacle tandis que le fluide en dehors du cylindre s'écoule autour de ce dernier d'une manière quasi-bidimensionnelle. Ce phénomène d'abord mis en évidence expérimentalement par Taylor (1923) s'appelle « colonne de Taylor » et peut aussi être généralisé à un milieu de densité variable. Il n'apparaît qu'à condition que la hauteur relative de l'obstacle mesurée par δ soit assez importante devant le nombre de Rossby R_0 . Le critère d'apparition d'une colonne de Taylor s'écrit :

$$\frac{\delta}{R_{0s}} = \frac{h_0}{R_0 D} \geq \mu_c$$

où μ_c dépend de la forme de la topographie et de l'intensité de stratification de l'écoulement. Dans un milieu non visqueux, la colonne de Taylor serait une colonne de fluide isolée du milieu environnant. Pour un écoulement homogène de rotation très rapide correspondant à un nombre de Rossby infiniment petit, la colonne de Taylor, quand elle existe, serait un cylindre en supposant que la condition de glissement soit appliquée au fond du domaine. Cette forme idéale de colonne de Taylor n'apparaît pas dans la nature puisque les diverses hypothèses précédentes ne sont jamais parfaitement satisfaites. En réalité, l'existence de régions d'eau piégée au-dessus d'une topographie est possible et se rencontre dans l'océan mais la dimension et la forme de cette structure dépendent de chaque dynamique particulière considérée. Dans une stratification linéaire, on peut montrer facilement que la colonne de Taylor se transforme en cône de Taylor de plus ou moins grande amplitude. Par extension, on appelle souvent cône de Taylor toute structure de type colonne de Taylor rencontrée dans les milieux stratifiés réels.

Dans ce chapitre, nous avons exploré quelques propriétés des cônes de Taylor dans un milieu stratifié. Outre la géométrie du domaine, les paramètres communs des simulations sont $L = 150$ km et $\delta = 0,05$.

Effet de B sur la forme du cône de Taylor

Dans un premier temps, nous étudions les effets proprement liés à la stratification. Un critère important est la hauteur du cône de Taylor dont la définition numérique n'est pas nécessairement évidente en pratique. Pour repérer le sommet du cône de Taylor, nous avons tracé les lignes d'isovaleurs de la fonction de courant aux différents niveaux. L'existence du cône de Taylor sera détectée lorsqu'il y a une ligne fermée et que le diamètre caractéristique du cercle limité par cette ligne fermée, est au moins de l'ordre de la maille élémentaire (10 km). Le sommet du cône se trouvera par extrapolation géométrique au niveau au-dessus duquel la fonction de courant fermée n'existe plus. La fonction de courant à un niveau considéré est déterminée différentiellement grâce aux champs des vitesses horizontales.

Nos résultats antérieurs ont montré que la perturbation tourbillonnaire au dessus de l'obstacle est de plus en plus confinée en profondeur lorsque la stratification

augmente. Ce résultat se retrouve évidemment pour les cônes de Taylor, s'ils existent, c'est-à-dire que la hauteur des cônes diminue lorsque B augmente. La figure 11 représente la forme du cône de Taylor pour le cas faiblement stratifié $B = 0,166$. Le cône pénètre la surface et sa courbe de révolution est pratiquement une droite. La figure 12 représente le cône pour $B = 0,234$. Dans ce cas, le cône n'atteint pas la surface libre. L'axe du cône s'incline vers la droite, vu de l'amont vers l'aval, et cette inclinaison est d'autant plus importante que l'intensité de stratification est grande. Le cône de Taylor présente donc des propriétés d'asymétrie et n'est pas strictement respectueux des symétries de la topographie qui l'a engendré.

L'évolution de la hauteur (normalisée par la profondeur moyenne du domaine D) du cône de Taylor en fonction de B est représentée à la figure 13. On constate que la hauteur du cône diminue fortement lorsque B décroît jusqu'à 0,3,

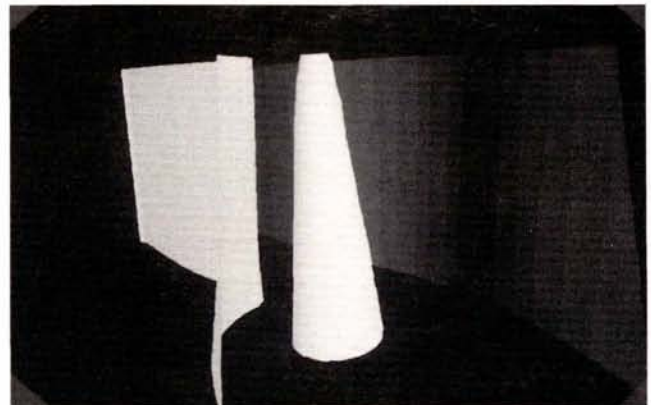


Figure 11

Cône de Taylor. $B = 0,166$, $R_0 = 7 \cdot 10^{-4}$, $\mu = 75$. La forme du cône est déterminée à partir des lignes de courant fermées sur chaque niveau horizontal. (On retrouve aussi une isosurface correspondant aux mêmes niveaux à l'extérieur du cône.)

Taylor cap. $B = 0.166$, $R_0 = 7 \cdot 10^{-4}$, $\mu = 75$. The shape of the cone is determined from closed streamlines at each horizontal level. (The same streamfunction isoline may also be seen outside of the cone.)

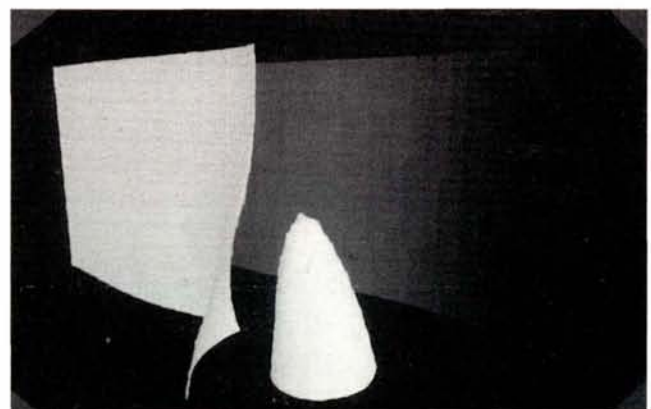


Figure 12

Cône de Taylor. $B = 0,234$, $R_0 = 7 \cdot 10^{-4}$, $\mu = 75$.

Taylor cap. $B = 0.234$, $R_0 = 7 \cdot 10^{-4}$, $\mu = 75$.

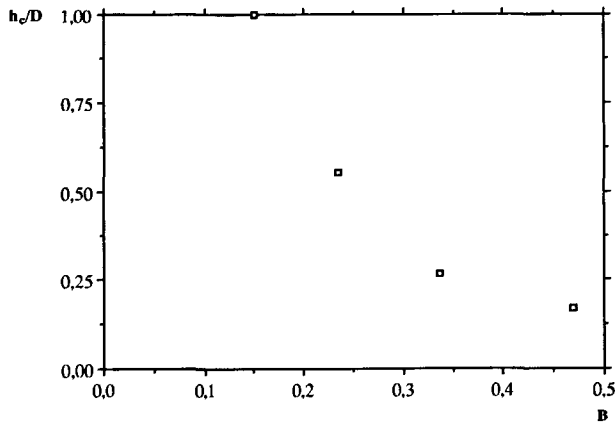


Figure 13

Variation de la hauteur du cône de Taylor selon l'intensité de stratification B . $R_0 = 0,01$, $\delta = 0,5$.

Variation of the Taylor cap height as a function of the stratification parameter B . $R_0 = 0,01$, $\delta = 0,5$.

puis a une certaine tendance à se stabiliser. Il faut noter que nos résultats concernent une topographie en forme de « chapeau », alors que Hogg (1973) s'intéressait à une topographie en forme cylindrique. Les résultats de Hogg (1973) sont d'ailleurs très spécifiques dans la mesure où les bords abrupts de la topographie utilisée conditionnent fortement le positionnement de la colonne de Taylor. Il est intéressant de rapprocher nos résultats de l'étude expérimentale de Davies (1972) concernant la variation de la hauteur du cône de Taylor sur un sphère se déplaçant dans un milieu liquide en rotation rapide, en fonction de l'intensité de stratification. La même tendance est observée expérimentalement : la hauteur du cône de Taylor diminue fortement lorsque l'intensité augmente dans la gamme $N/f_0 < 0,1$. Cette hauteur diminue plus faiblement ensuite puis reste quasiment inchangée lorsque $N/f_0 > 0,2$ (cf. la figure 23 de Davies, 1972).

Effet de R_0 sur la formation du cône de Taylor

Le résultat présenté dans le paragraphe précédent est limité aux écoulements de faibles nombres de Rossby ($R_0 = 7.10^{-4}$). Nous nous intéressons maintenant à l'effet du nombre de Rossby sur la formation du cône de Taylor en fixant l'intensité de stratification de l'écoulement B . La question posée est de savoir comment varie la hauteur du cône de Taylor lorsque le nombre de Rossby augmente. Pour ces expériences nous avons fixé l'intensité de stratification à $B = 0,352$ ce qui correspond à un niveau de stratification modérée. Cette valeur est choisie afin d'explorer une gamme significative de cônes de Taylor, ce que n'aurait pas permis une plus grande valeur de B . Nous savons en effet que la stratification tend à réduire l'extension verticale des perturbations engendrées par la topographie. La valeur choisie pour δ ($\delta = 0,5$) est relative à une forte topographie.

La figure 14 représente la hauteur normalisée (h_c/D) du cône de Taylor en fonction du nombre de Rossby. On constate que la hauteur diminue lorsque R_0 croît. Pour

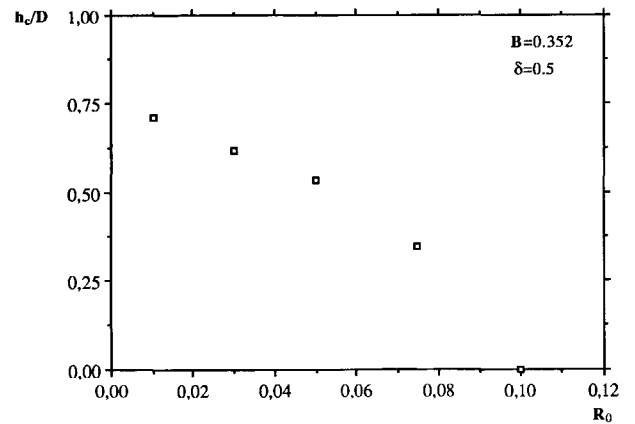


Figure 14

Variation de la hauteur du cône de Taylor selon le nombre de Rossby. Paramètres de simulation : $B = 0,352$, $\delta = 0,5$.

Variation of the Taylor cap height as a function of the Rossby number. Parameters of the simulations: $B = 0,352$, $\delta = 0,5$.

$R_0 = 0,01$, le sommet du cône qui dépasse le sommet de la topographie se trouve aux environs de $h_c/D = 0,65$ (le sommet de la topographie correspond à $h_c/D = 0,5$). Le cône n'existe plus lorsque R_0 atteint une valeur de l'ordre de 0,1. La forme du cône est similaire à celle vue dans les écoulements précédents. Il est intéressant de constater que les coordonnées horizontales du sommet du cône sont pratiquement inchangées lorsque R_0 varie. La position du cône par rapport à la topographie est ainsi pratiquement constante et indépendante de l'intensité de l'écoulement alors que le volume général du cône est très variable. Sur les figures 13 et 14, la hauteur relative h_c/D du cône de Taylor est parfois inférieure à 0,5, c'est-à-dire à la hauteur maximale de la topographie elle-même. Cela est dû au fait que le cône n'est pas centré sur la topographie mais positionné latéralement. En général, l'effet de la composante agéostrophique de l'écoulement semble donc défavorable à l'extension vers la surface du cône de Taylor. Cette tendance n'est pas spécifique d'un effet de stratification puisqu'on l'observe aussi dans le cas des écoulements homogènes.

CONCLUSION

Nous avons utilisé un modèle aux équations primitives pour étudier différents phénomènes liés au passage d'un écoulement uniforme linéairement stratifié sur une topographie isolée à moyenne échelle. Le domaine océanique considéré est schématisé par un canal rectangulaire dans lequel s'écoule un flux uniforme et au milieu duquel est placé un obstacle sous-marin axisymétrique. Le canal possède deux frontières ouvertes pour lesquelles nous avons développé des conditions numériques spécifiques permettant des intégrations du modèle pendant de longues périodes de temps. Les conditions numériques proposées s'appuient sur le principe de la condition de rayonnement de Sommerfeld et les extensions proposées par Orlandi

(1976). Les spécificités numériques des codes aux équations primitives et de SPEM en particulier, nécessitent des adaptations notables de la condition d'Orlanski ; celles que nous proposons donnent des résultats très satisfaisants dans le cas particulier étudié.

Plusieurs types de situations sont explorés selon les différents paramètres du problème, afin de mettre en évidence quelques-unes des caractéristiques stationnaires et instationnaires des perturbations tourbillonnaires à moyenne échelle engendrées par des écoulements sur des topographies isolées. Nous insistons sur le rôle de la stratification dont l'effet n'a pas été abordé de manière systématique dans la littérature. Les paramètres adimensionnels importants sont le nombre de Rossby $R_0 = U/ff_0L$, le nombre de Burger $B = ND/ff_0L$, la hauteur relative de la topographie $\delta = h_0/D$, et $\mu = h_0/R_0D$ qui caractérise l'effet dynamique quasi-géostrophique de la topographie sur l'écoulement.

Dans un premier temps nous avons examiné la structure des perturbations tourbillonnaires formées sur la topographie. Le schéma classique de l'anticyclone piégé au sommet des montagnes sous-marines est caractéristique des régimes quasi-géostrophiques, donc des faibles valeurs de R_0 et δ . L'effet de la stratification est de confiner cet anticyclone dans les profondeurs de l'océan à proximité immédiate de la topographie. L'augmentation de la dimension topographique verticale provoque le maintien d'un tourbillon cyclonique accompagnant la structure anticyclonique de base. Il s'agit en fait d'un comportement résiduel de la phase d'initialisation pendant laquelle ces deux tourbillons sont présents dans tous les cas, en raison de la conservation de la vorticité potentielle. L'advection quasi-complète du tourbillon cyclonique observée en régime quasi-géostrophique n'est plus réalisée pour les plus grands R_0 et/ou δ . En profondeur, on peut même observer dans certaines conditions le maintien d'une paire de tourbillons d'intensité quasi-similaire piégés par la montagne.

Dans un second temps, nous avons examiné les comportements transitoires des ondes circulaires engendrées au moment de la mise en régime de l'écoulement. Contrairement à la situation précédente, l'écart à la quasi-géostrophie n'est plus aussi fortement basé sur les hypothèses de petitesse conjointe de R_0 et δ . En effet, même aux fortes valeurs de δ , les prédictions quasi-géostrophiques s'appliquent bien dès que R_0 est petit. Du point de vue transitoire, la contrainte quasi-géostrophique des topographies petites ne semble donc pas très rigide. L'effet de la stratification sur la fréquence des ondes circulaires est illustré et rapproché des travaux correspondants de Rhines (1969, 1970). Les ondes gardent une fréquence relativement constante (et égale au cas homogène) sur une gamme significative de B puis cette fréquence croît avec la stratification.

Nous avons regardé enfin comment ces divers paramètres contrôlent la formation et la géométrie des cônes de Taylor. D'une manière générale, la composante agéostrophique d'un écoulement agit en défaveur de la formation et du maintien d'une colonne ou d'un cône de Taylor. De manière assez différente du cas des ondes circulaires, l'effet d'une stratification même faible est tout de suite très sensible pour modifier la structure des cônes de Taylor. La hauteur de ceux-ci diminue en effet très rapidement dès que B croît. Ce phénomène s'amortit ensuite avec une stabilisation pour les grandes valeurs de B .

Remerciements

Les calculs ont été réalisés grâce aux facilités du Centre de Calcul Vectoriel à Palaiseau.

RÉFÉRENCES

- Barnier B., C. Le Provost (1993). Influence of bottom topography roughness on the jet and inertial recirculation of a mid-latitude gyre. *Dyn. Atmos. Oceans* **18**, 29-65.
- Boyer D.L., P.A. Davies, W.R. Holland, F. Biolley, H. Honji (1987). Stratified rotating flow over and around isolated three-dimensional topography. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **322**, 213-241.
- Boyer D.L., G. Chabert d'Hières, H. Didelle, J. Verron, R. Chen, L. Tao (1991). Laboratory simulation of tidal rectification over seamounts: homogeneous model. *J. Phys. Oceanogr.* **21**, 10, 1559-1579.
- Chapman D.C. (1985). Numerical treatment of cross-shelf open boundaries in a barotropic coastal ocean model. *J. Phys. Oceanogr.* **15**, 1060-1075.
- Chapman D.C., D.B. Haidvogel (1992). Formation of Taylor caps over a tall isolated seamount in a stratified ocean. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **64**, 31-65.
- Davies P.A. (1972). Experiments on Taylor columns in rotating stratified fluids. *J. Fluid Mech.* **54**, part 4, 691-717.
- Haidvogel D.B., J. Wilkin, R. Young (1991). A semi-spectral primitive equation ocean circulation model using vertical sigma and orthogonal curvilinear horizontal coordinates. *J. Comp. Phys.* **94**, 151-185.
- Hogg N.G. (1973). On the stratified Taylor column. *J. Fluid Mech.* **58**, 517-537.
- Hunt J.C.R., W.H. Snyder (1980). Experiments on stably and neutrally stratified flow over a model three-dimensional hill. *J. Fluid Mech.* **96**, 671-704.
- Huppert H.E. (1975). Some remarks on the initiation of inertial Taylor columns. *J. Fluid Mech.* **67**, part 2, 397-412.
- Huppert H.E., K. Bryan (1976). Topographically generated eddies. *Deep-Sea Res.* **23**, 655-679.
- Ingersoll A.P. (1969). Inertial Taylor columns and Jupiter's Great Spot. *J. Atmos. Sci.* **26**, 744-752.
- Jacobs S.J. (1964). The Taylor column problem. *J. Fluid Mech.* **20**, part 4, 581-591.
- Johnson E.R. (1979). Finite depth stratified flow over topography on a -plane. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **12**, 35-43.
- Johnson E.R. (1984). Starting flow for an obstacle moving transversely in a rapidly rotating fluid. *J. Fluid Mech.* **149**, 71-88.

- McCartney M.S.** (1975). Inertial Taylor columns on a plane. *J. Fluid Mech.* **68**, 71-95.
- Nguyen T.** (1991). Simulation numérique de la circulation océanique avec un modèle aux équations primitives : effets de la topographie sous-marine à moyenne échelle. Thèse de l'Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Orlanski I.** (1976). A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flow. *J. Comp. Phys.* **21**, 251-269.
- Owens W.B., G. Hogg** (1980). Oceanic observations of stratified Taylor columns near a bump. *Deep-Sea Res.* **27A**, 1029-1045.
- Pedlosky J.** (1979). Geophysical fluid dynamics. Springer-Verlag. New York, Heidelberg, Berlin.
- Phillips N.A.** (1957). A coordinate system having some special advantages for numerical forecasting. *J. Meteor.* **14**, 184-185.
- Raymond W.H., H.L. Kuo** (1984). A radiation boundary condition for multi-dimensional flow. *Quart. J. R. Met. Soc.* **116**, 535-551.
- Rhines P.** (1969). Slow oscillations in an ocean of varying depth. Part 1. Abrupt topography. *J. Fluid Mech.* **37**, 161-189.
- Rhines P.** (1970). Edge-, Bottom- and Rossby Waves in a rotating stratified Fluid. *J. Geophys. Fluid Dynamics.* **1**, 273-302.
- Roden G.I., B.A. Taft** (1985). Effects of the Emperor seamounts on the mesoscale thermohaline structure during the summer of 1982. *J. Geophys. Res.* **90**, 839-855.
- Stevens D.P.** (1988). An open boundary condition of three dimensional primitive equation ocean circulation models. School of Mathematics, University of East Anglia, Norwich, Manuscript non publié.
- Taylor G.I.** (1923). Experiments on the motion of solid bodies in rotating fluids. *Proc. Roy. Soc. A*, **104**, 213-218.
- Tréguier A.M.** (1987). Effet des vents et de la topographie sur la turbulence océanique à moyenne échelle. Thèse de Doctorat de l'Université de Bretagne occidentale.
- Verron J., C. Le Provost** (1985). A numerical study of quasi-geostrophic flow over isolated topography. *J. Fluid Mech.* **154**, 231-252.
- Verron J.** (1986 a). Topographic eddies in temporally varying oceanic flow. *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics* **35**, 257-276.
- Verron J.** (1986 b). Utilisation de frontières ouvertes pour la simulation numérique d'un pavé d'océan. *Oceanologica Acta* **9**, 4, 415-423.
- Verron J., C. Le Provost, W. R. Holland** (1987). On the effects of a midocean ridge on the general circulation ; numerical simulations with an eddy-resolved ocean model. *J. Phys. Oceanogr.* **17**, 3, 301-312.