

390

C791-14-FOR-M

UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE  
ET  
INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE  
DE GRENOBLE

---

RAPPORT FINAL  
CONTRAT C.N.E.X.O. N°80/6260

---

MODELISATION DES COURANTS DE MAREES  
DANS LA MANCHE

---

*par M. FORNERINO, J.M. MOLINES et C. LE PROVOST*

---

Décembre 1982

UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE  
ET  
INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE  
DE GRENOBLE

---

RAPPORT FINAL  
CONTRAT C.N.E.X.O. N°80/6260

---

MODELISATION DES COURANTS DE MAREES  
DANS LA MANCHE

---

*par M. FORNERINO, J.M. MOLINES et C. LE PROVOST*

---

IFREMER-DERO/EL



0EL03868

Décembre 1982

---

## T A B L E D E S M A T I E R E S

### RESUME

Chapitre I	<u>GENERALITES</u>
Chapitre II	<u>PRESENTATION DES MODELES UTILISES POUR L'ETUDE DES COURANTS DE MAREE</u> A) LE MODELE PHYSIQUE B) LE MODELE NUMERIQUE
Chapitre III	<u>ETUDE DES COURANTS DUS A UNE MAREE MOYENNE (ONDE <math>M_2</math>)</u> A) ETUDE SUR MODELE REDUIT B) ETUDE SUR MODELE NUMERIQUE C) COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS OBTENUS AVEC NOS DEUX MODELES ET DES DONNEES EXTERIEURES
Chapitre IV	<u>ETUDE DES COMPOSANTES HARMONIQUES DES COURANTS DE MAREE</u>
Chapitre V	<u>COURANTS RESIDUELS</u>
	<u>CONCLUSIONS</u>
	REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES
Annexe I	FORMALISME DE REPRESENTATION DES COURANTS DE MAREE
Annexe II	CARTES DES COMPOSANTES HARMONIQUES DES DENIVELLATIONS DE MAREE
Annexe III	CARTES DES COMPOSANTES HARMONIQUES DES COURANTS DE MAREE
Annexe IV	CARTES DES COURANTS INSTANTANES ENGENDRES PAR L'ONDE $M_2$

## R E S U M E

---

Ce rapport présente la synthèse des travaux effectués à l'Institut de Mécanique de Grenoble dans le cadre du contrat C.N.E.X.O. 80/6260 dont l'objet principal était l'amélioration du modèle numérique de circulation des marées dans la Manche développé antérieurement dans notre Laboratoire. Pour ce faire, il était proposé d'établir une procédure permettant de prendre en compte un nombre élevé de composantes de marées pour la définition des conditions aux limites. Une amélioration sensible de la représentativité de la réponse du modèle en comparaison avec ce que l'on connaît de la nature en était attendue, en particulier en ce qui concerne les composantes non linéaires d'ordre supérieur (sixième diurnes) et les courants de dérives. Le travail réalisé pratiquement a de loin dépassé ces objectifs puisque nous proposons finalement dans ce rapport un véritable modèle de prédiction des courants, et présentons quelques exemples de confrontation de ces prédictions avec des observations in situ. Par ailleurs, une partie de ce rapport porte sur une étude menée en parallèle sur modèle réduit physique : totalement différente, cette autre approche de modélisation nous apporte un ensemble de données indépendantes, fort utiles pour l'analyse critique des résultats de nos simulations.

Pour prédire les marées, l'une des méthodes les mieux adaptées repose sur la théorie harmonique, qui paramétrise le phénomène au moyen d'un ensemble d'ondes dont les fréquences sont connues avec précision. Comme nous avons utilisé cette méthode de façon intensive dans ce travail, nous avons jugé utile d'en rappeler les éléments essentiels dans notre premier chapitre, ne serait-ce que pour introduire les éléments de langage nécessaire à la suite de l'exposé ; de même, dans ce chapitre portant sur les généralités relatives au problème posé, et la voie de recherche utilisée pour le résoudre, nous précisons la formulation classique des équations hydrodynamiques des ondes longues, et nous situons l'état actuel du sujet par une brève analyse bibliographique, sans nous étendre sur ce point.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des caractéristiques principales des deux techniques de modélisation utilisées dans ce travail :

. le modèle physique, sa description, et la technique de mesure des courants utilisée

. le modèle numérique, qui, notons le, est de conception très classique, mais bien adapté à la résolution des non linéarités du problème. Il faut remarquer aussi que la technique mise en oeuvre sur le plan informatique a permis de traiter ce problème spatio-temporel de grande envergure sur un ordinateur de mémoire limitée à 66 k.mots (NORSK DATA disponible à l'I.M.G.).

Le troisième chapitre porte sur l'étude de l'onde principale de marée dans la Manche : la composante semi-diurne  $M_2$ , réalisée à la fois sur le modèle réduit physique et le modèle numérique. A noter l'étonnante précision en amplitude du modèle physique, déjà bien connue certes, mais qui mérite d'être encore soulignée. La partie B de ce chapitre est instructive sur les qualités du modèle numérique utilisé, et sur sa sensibilité aux quelques paramètres de réglage : conditions aux limites, coefficient de frottement, coefficient de viscosité. Notons à ce sujet la valeur élevée retenue pour le coefficient de viscosité ( $5000 \text{ m}^2/\text{s}$ ) a priori étonnante mais qui semble effectivement le mieux convenir, compte tenu en particulier du comportement de la solution aux environs du Cap de Barfleur ; est-ce à dire que la viscosité latérale pourrait jouer plus qu'un simple rôle de filtrage numérique, et contribuerait à la simulation des processus physiques de dissipation au voisinage des caps ? Il se pose là une question intéressante qui mérite réflexion.

La partie C du chapitre 3 présente la comparaison entre les résultats obtenus à l'aide du modèle physique et ceux donnés par le modèle numérique. Une confrontation de ces résultats aux quelques données disponibles in situ est ensuite réalisée ; elle illustre en particulier la difficulté d'une telle confrontation, compte tenu des échelles d'espace concernées, de la variabilité spatiale du phénomène, et de la pauvreté des données nature disponibles. A l'issue de cette comparaison, il n'est d'ailleurs pas possible de conclure en faveur de l'une ou l'autre des techniques développées ; un tel jugement serait en fait bien relatif car il est toujours possible d'améliorer chaque outil. L'intérêt de cette partie est bien plus dans le détail de son contenu.

Le quatrième chapitre de ce mémoire constitue la partie la plus importante de notre travail sur le plan méthodologique, physique et pratique. Sur le plan méthodologique, des choix essentiels ont été faits, pour définir l'expérience de simulation de longue durée (1 mois) que nous avons réalisée :

∴ le choix du mois comme limite de durée de simulation est dicté par des raisons techniques : une simulation sur six mois aurait été plus satisfaisante théoriquement, du fait de l'importance de l'onde déclinatoire  $K_2$  ignorée dans le présent travail, mais les coûts de calcul devenaient alors prohibitifs. Une simulation sur un mois permet quand même de résoudre les ondes majeures du spectre.

∴ le nombre de composantes de marées introduites dans notre simulation est fixé par les limites de possibilité de l'analyse des résultats.

∴ un soin particulier a été apporté à la définition des conditions aux limites ouvertes sur l'océan.

∴ le coefficient de frottement a été défini à partir de considérations analytiques sur les interactions des différentes ondes en présence, à partir de la valeur retenue pour l'essai  $M_2$ .

∴ l'analyse des résultats repose sur la décomposition spectrale des solutions, et leur confrontation onde par onde avec les observations : c'est à notre avis la seule manière vraiment objective de conduire une telle comparaison. Les résultats obtenus sont à la fois satisfaisants dans leur ensemble, mais un peu décevants sur certains points. Face au volume des informations fournies par cette simulation, en accord étonnant avec la nature (même si certains écarts, parfois importants, apparaissent), on ne peut que s'étonner de la cohérence des résultats obtenus, tout particulièrement dans la reproduction des ondes d'interaction non linéaires, d'une très grande complexité. Certains défauts posent problème cependant, en particulier l'amortissement trop important des ondes secondaires  $S_2$ ,  $N_2$  et d'une façon générale la description des ondes semi-diurnes autres que l'onde principale  $M_2$  ; faut-il revoir la paramétrisation du frottement dans ce modèle ? Ce problème n'est d'ailleurs pas nouveau et a déjà été posé par d'autres auteurs.

Les résultats de ce chapitre sont importants sur le plan de la physique car ils nous apportent une description des caractéristiques des courants dans toute la Manche. Même si certains réseaux relatifs à l'une ou l'autre des composantes du spectre ne sont pas vraiment exacts, ils ont au moins maintenant le mérite d'exister. La comparaison avec les quelques données

d'observation in situ est par ailleurs assez convaincante sur la qualité des résultats.

Sur le plan pratique, enfin, l'ensemble des paramètres établis à partir de cette simulation permet de réaliser des prédictions de niveaux et de courants sur de longues périodes. Le degré de qualité des prédictions ainsi réalisables est illustré par quelques applications en des points où des données in situ sont disponibles : compte tenu des imperfections déjà notées des solutions numériques utilisées, la précision atteinte est très intéressante.

Dans le dernier chapitre, enfin, est abordé le problème de la dérive à long terme des masses d'eau sous l'effet des marées. La simulation numérique sur un mois conduit à la détermination d'une carte de courants moyens eulériens du même type que celles qui ont été proposées antérieurement par d'autres modèles. Sa confrontation aux quelques données disponibles in situ tend à confirmer les structures mises en évidence, dans la Baie de Seine. Les cartes d'intensité des composantes  $M_{sf}$  et  $M_m$  qui viennent moduler ces courants de dérive sont par contre inédites, et intéressantes à ce titre, même si elles sont difficiles à valider.

M. FORNERINO  
*Boursier du Gouvernement Vénézuélien*

J.M. MOLINES  
*Boursier C.N.R.S.*

C. LE PROVOST  
*Maître de Recherche au C.N.R.S.*

Nota. Ce travail a fait l'objet d'une thèse de Docteur-Ingénieur présentée par M. FORNERINO le 9 Décembre 1982 devant l'Université Scientifique et Médicale de l'Institut National Polytechnique de Grenoble.

Les données d'observations in situ utilisées dans ce travail ont été fournies par le Centre Océanologique de Bretagne, Electricité de France (L.N.H.) et le Service Hydrographique et Océanographique de la Marine.

C H A P I T R E IG E N E R A L I T E S

- I. Quelques rappels sur la théorie de marées. Notion de spectre.
  
- II. Analyse harmonique de données natures
  - 1) Problèmes liés aux données nature
  - 2) Analyse harmonique d'un signal de marée de durée limitée
  
- III. Equations hydrodynamiques des marées littorales
  - 1) Hypothèse des marées littorales
  - 2) Equations des marées littorales
  - 3) Etude des marées dans la Manche à l'aide de modèles mathématiques
  
- IV. Etudes des marées sur modèle physique, hypothèse de l'onde dominante
  
- V. Etat des connaissances actuelles sur les composantes harmoniques de courants de marée dans la Manche.

## I) Quelques rappels sur la théorie des Marées ; notion de spectre

Selon la loi de la gravitation universelle, les astres qui nous entourent exercent sur la Terre une force d'attraction qui est à l'origine des Marées. Les deux astres qui jouent un rôle prépondérant pour la Terre sont, par ordre d'importance, la Lune et le Soleil. La force d'attraction qu'ils exercent sur la Terre et sur les masses Océaniques dépend de leurs positions relatives par rapport à la Terre. Du fait de leur mouvement propre et du mouvement de la Terre dans un référentiel fixe, la force génératrice des marées est variable dans le temps et dans dans l'espace. La surface des océans est, alors, animée d'un mouvement assez compliqué, mais lié à cette force génératrice. Il a été démontré que cette force génératrice découle d'un potentiel dit potentiel générateur. A la suite des travaux de DARWIN (1883) et de DOODSON (1921), on connaît les composantes spectrales de ce potentiel générateur. Le développement de DOODSON en particulier fait appel uniquement à des fonctions sinusoïdales de pulsations données précisément par ce développement. Le spectre de ce potentiel est constitué de raies qui ont été regroupées par catégories : on distingue, le groupe des longues périodes (ondes annuelles, mensuelles, semi-mensuelles), le groupe diurnes (ondes dont la période est voisine de 24h), le groupe des semi-diurnes (ondes dont la période est voisine de 12h), et le groupe des tiers-diurnes (ondes dont la période est voisine de 8h). Chaque groupe est composé d'un grand nombre d'ondes dont les fréquences sont rapprochées mais dont les amplitudes sont très variables. Nous donnons sur la figure 1 une illustration du spectre du potentiel générateur pour les groupes des diurnes et semi-diurnes. DOODSON a calculé effectivement 400 composantes environ. La plupart de ces composantes proviennent du fait que la trajectoire de la Lune autour de la Terre, ainsi que la trajectoire de la Terre autour du Soleil, ne sont pas circulaires et que leur plans varient, dans le temps, dans le repère terrestre. En utilisant la notion de coefficient de correction nodale, on réduit le nombre de fréquences utiles à un nombre plus raisonnable. On retrouve ainsi le développement quasi-harmonique de DARWIN (cf. SHUREMAN (1958), par exemple, pour plus de détails sur ce point).

Dans le tableau 1, nous donnons les caractéristiques des ondes les plus importantes.

Dans les océans, nous pouvons associer à chaque composante du potentiel générateur un mouvement forcé de même période : son amplitude et sa phase dépendent des conditions hydrodynamiques du bassin océanique considéré. Le spectre de la marée océanique est donc lié au spectre du potentiel générateur.

Dans le cas des mers littorales, définies comme étant des mers peu profondes, à proximité des continents, les forces astronomiques découlant du potentiel générateur sont négligeables à cause de la faible dimension des zones littorales (les masses d'eau en jeu sont faibles). Les marées que l'on rencontre dans ces mers proviennent de la propagation de la marée engendrée dans les océans qui les bordent. Cette propagation, dans un milieu peu profond, s'accompagne de phénomènes non-linéaires importants, et le spectre original s'enrichit de nouvelles fréquences provenant de l'interaction des composantes originales. Ces nouvelles fréquences sont déterminées par les fréquences initiales qui interagissent entre elles (LE PROVOST (1974) donne le mécanisme de leur génération).

D'une façon générale, dans le cas des marées océaniques, ainsi que dans le cas des marées littorales, nous voyons que la marée peut être décrite à l'aide de ces composantes harmoniques. Ainsi un signal de marée (dénivellation ou composante du vecteur vitesse) est approché par la relation suivante :

$$S_{ap}(x,y,t) = S_0(x,y) + \sum_{i=1}^N f_i S_i(x,y) \cos [w_i t + (v_0 + \mu)_i - g_i(x,y)] \quad (I-1)$$

où :  $N$  = Nombre de composantes prises en compte

$S_0(x,y)$  = Signal moyen au point  $(x,y)$

$S_i(x,y)$  = Amplitude de la composante  $i$

$g_i(x,y)$  = Déphasage de cette composante prise conventionnellement par rapport au passage de l'astre perturbateur au méridien de Greenwich

$w_i$  = Pulsation de l'onde d'indice  $i$

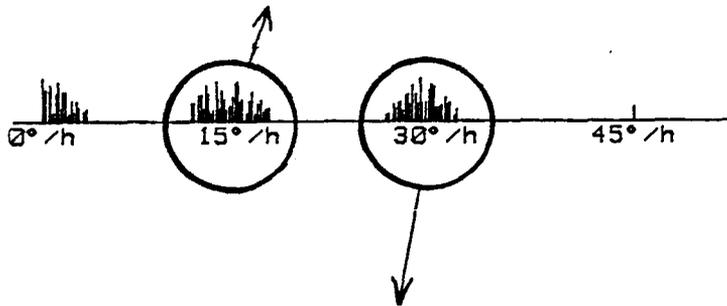
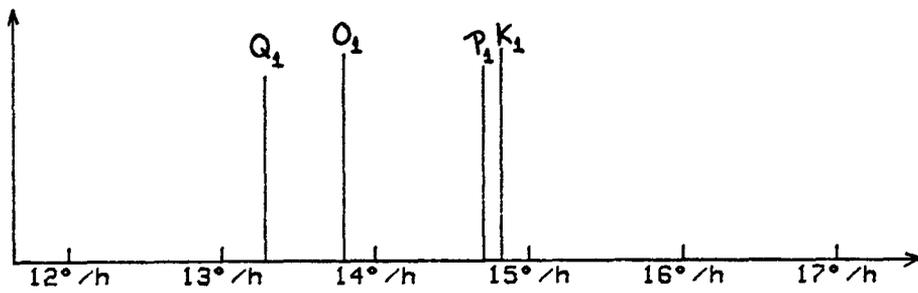
$v_0$  = Phase de l'astre perturbateur par rapport au méridien de Greenwich au temps  $t = 0$

$f_i$  et  $\mu_i$  = Coefficients de correction nodale de l'amplitude et la phase

Pour que cette approximation soit valable, il faut prendre en compte, bien sur, toutes les ondes significatives. La fréquence de chacune des composantes est

SPECTRE DU POTENTIEL GENERATEUR

ONDES DIURNES



ONDES SEMI-DIURNES

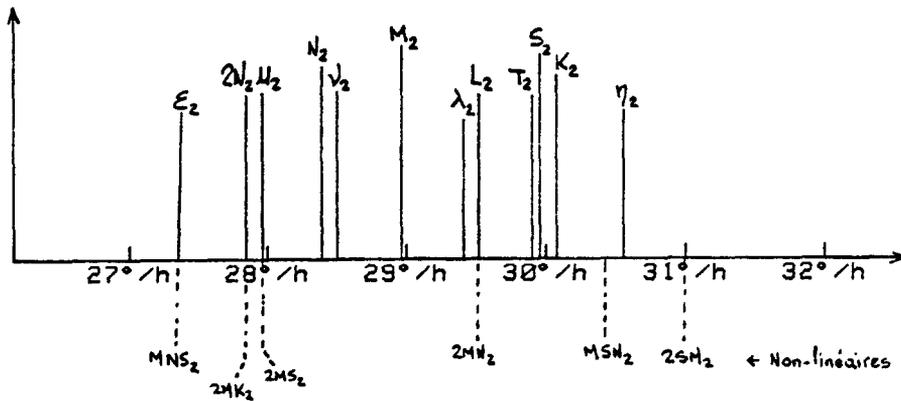


Figure 1

	NOMENCLATURE	PERIODE	ORIGINE
LONGUES PERIODES	Mf	13.661 j	Bimensuelle Lunaire
	Mm	27.555 j	Mensuelle Lunaire
SEMI-DIURNES	M <sub>2</sub>	12h 25mn	Lunaire Moyenne
	S <sub>2</sub>	12h	Solaire Moyenne
	N <sub>2</sub>	12h 39mn	Elliptique Lunaire Majeure
	K <sub>2</sub>	11h 58mn	Déclinationelle Luni-Solaire
	L <sub>2</sub>	12h 11mn	Elliptique Lunaire Mineure
	M <sub>2</sub>	12h 52mn	Variationelle
	ψ <sub>2</sub>	12h 37mn	Evectionelle Majeure
	2N <sub>2</sub>	12h 54mn	Elliptique Lunaire 2ème Ordre
	λ <sub>2</sub>	12h 13mn	Evectionelle Mineure
	T <sub>2</sub>	12h 01mn	Elliptique Solaire Majeure
DIURNES	O <sub>1</sub>	23h 49mn	Lunaire Principale
	K <sub>1</sub>	23h 56mn	Luni-Solaire Déclinationelle
	Q <sub>1</sub>	26h 52mn	Lunaire Elliptique Majeure
	P <sub>1</sub>	24h 03mn	Solaire Principale

TABEAU 1      Caractéristiques des principales ondes du Potentiel Générateur

Nota: Pratiquement, il est usuel d'associer à chacune des composantes du spectre un "astre perturbateur, fictif, qui dans son mouvement autour de la Terre, produirait cette composante. Ainsi, "l'astre perturbateur M<sub>2</sub>" correspond à une "lune fictive" qui tournerait autour de la Terre, d'un mouvement circulaire dans le plan de l'équateur.

déterminée soit par les fréquences du potentiel générateur, s'il s'agit d'une onde astronomique, soit par la composition linéaire de ces fréquences, selon un mécanisme induit par les équations de l'hydrodynamique, dans le cas des ondes non-linéaires, apparaissant dans les mers littorales. L'amplitude et la phase de chacune des composantes dépendent de l'intensité du potentiel générateur, et des facteurs géométriques et hydrodynamiques des bassins océaniques.

Les coefficients de correction nodale sont des paramètres astronomiques variant très lentement dans le temps, mais dont la variation est connue.

Le problème est donc, la détermination des amplitudes et phases des composantes. Il est de nature hydrodynamique. Pour cette détermination nous disposons d'outils et de techniques variées. Nous allons décrire brièvement celles que nous utiliserons dans la suite de ce travail :

- l'analyse de données nature (méthode d'analyse harmonique)
- les équations de l'hydrodynamique (conduisant à des modélisations numériques)
- la modélisation physique (cas d'un modèle original de la Manche)

L'étude pratique que nous présenterons par la suite, porte plus spécifiquement, sur les courants de marée dans une mer littorale particulière : La Manche. D'ores et déjà, afin d'alléger le texte, nous raisonnerons avec quelques exemples se rapportant à cette mer.

## II) Analyse harmonique des données nature

### 1) Problèmes liés aux données nature

L'analyse harmonique de données nature permet de déterminer les composantes harmoniques d'un signal de marée en un point donné. Cependant, soulignons que pour pouvoir déterminer l'amplitude et la phase de deux composantes de fréquences  $\nu_i$  et  $\nu_j$  voisines, il faut pratiquement disposer d'un enregistrement qui ait, au moins, la durée d'un battement entre les deux ondes à séparer, soit une durée  $2T = \frac{1}{|\nu_i - \nu_j|}$ . Dans le cas, par exemple des ondes  $S_2$  (solaire principale) et  $K_2$  (déclinationnelle luni-solaire), il faut une durée d'enregistrement de 182.6 jours.

Or les mesures en mer sont difficiles à réaliser et d'autant plus difficiles qu'elles doivent couvrir une longue période. Du fait de ces difficultés, les seules mesures nature, dont on dispose, pour des très grandes durées sont les mesures de niveaux dans certains ports. Dans ces ports, les constantes harmoniques peuvent être déterminées avec précision. Mais en dehors de ces endroits privilégiés, les mesures de longue durée sont à peu près inexistantes. Et ceci est encore plus vrai pour les courants. Cette absence de données de longue durée a conduit à la mise au point de modèles physiques ou numériques qui peuvent fournir des moyens d'interpolation pour un grand nombre de points sur un domaine, à partir d'observations ponctuelles.

Il est cependant possible de réaliser des analyses harmoniques correctes avec un nombre de jours d'observation plus limité. La limite inférieure permettant de traiter valablement des enregistrements de courte durée semble être de l'ordre de 21 jours pour des zones littorales comme la Manche. S'il est utopique d'envisager des observations de courants au large sur de très longues périodes (6 mois, 1 an), il devient, par contre, maintenant, tout à fait envisageable de réaliser des observations sur cette période minimum (20 à 30 jours). De telles mesures ont été réalisées et analysées récemment dans la Manche (BESSERO (1981), BERTHERAT CARCEL et LE PROVOST (1981)).

### 2) Analyse harmonique d'un signal de marée de durée limitée

Nous venons de noter que pour pouvoir séparer deux ondes de fréquences légèrement différentes  $\nu_i$  et  $\nu_j$ , il faut disposer d'un enregistrement dont la durée  $2T$  soit supérieure à  $\frac{1}{|\nu_i - \nu_j|}$ . Si cette condition n'est pas remplie les pa-

ramètres caractéristiques que l'on calcule pour une de ces ondes  $i$ , par exemple, sont fortement entachés d'une erreur due à la présence de cette onde de fréquence voisine  $j$ ; et ce d'autant plus que l'amplitude de l'onde  $j$  est grande et que la durée de l'enregistrement disponible est courte.

Pour résoudre cette difficulté des méthodes ont été proposées. Elles reposent généralement sur des analogies qui existent entre ondes de fréquences voisines. LE PROVOST (1974) a étudié d'une façon globale sur toute La Manche ces relations pour les principales ondes du spectre. Il a montré que dans un voisinage donné, pour des ondes du même groupe (semi-diurnes, diurnes, quart-diurnes, etc) et de même origine (astronomique ou non-linéaire), le rapport des amplitudes de deux ondes de fréquences voisines, et leur déphasage, peut être considéré comme constant. Par exemple, pour les ondes d'origine astronomique le rapport des amplitudes est voisin de celui du potentiel générateur, et il existe une correspondance linéaire sur leurs phases, dépendant simplement de leurs fréquences; il est aussi possible, à partir des amplitudes et des phases des ondes génératrices, de calculer le rapport d'amplitude et de déphasage liant les ondes non-linéaire de fréquences voisines.

Partant de ces remarques, LE PROVOST (1978) et BERTHERAT (1981) ont, par exemple, développé une méthode d'analyse harmonique permettant d'utiliser des enregistrements de relative courte durée (de l'ordre de 20 à 30 jours) pour obtenir des constantes harmoniques correctes, en utilisant ces notions de similitude sur les ondes de fréquences voisines.

Cette méthode est aussi applicable à la séparation des ondes mixtes, problème que nous rencontrerons dans la suite de ce travail. On appelle, ainsi, un couple d'ondes dont les fréquences sont rigoureusement les mêmes, mais dont l'une est d'origine astronomique et l'autre d'origine non-linéaire. Par exemple, les ondes  $\mu_2$  et  $2MS_2$ , sont mixtes. ( $2MS_2$  est l'onde d'interaction la plus importante dans La Manche). Une analyse harmonique classique ne donne qu'une seule amplitude et une seule phase correspondant à la somme de ces deux ondes. En ce qui nous concerne nous serons intéressés par l'étude des caractéristiques de chacune de ces ondes; nous aurons donc besoin de les séparer à partir des données d'observation disponibles, mais notons que cette séparation des parts astronomiques et non-linéaire est, en elle-même, nécessaire pour les prédictions, puisque leurs coefficients de correction nodale  $f_i$  et  $\mu_i$  sont, pour certaines, totalement différentes (par exemple,  $L_2$  et  $2MN_2$ ).

### III) Equations Hydrodynamiques des Marées Littorales

Ce sont les équations fondamentales de la Mécanique des Fluides ou équations de Navier-Stokes, dans lesquelles certains termes ont été simplifiés en s'appuyant sur un certain nombre d'hypothèses fondamentales :

#### 1) Hypothèses des marées littorales

##### a) Ondes longues

On suppose que les marées sont des ondes longues, c'est-à-dire que le rapport  $A/\lambda$  (amplitude sur longueur d'onde) est très petit. En conséquence, l'écoulement est horizontal. La composante verticale de vitesse est négligeable ( $w=0$ ).

##### b) Les forces astronomiques sont négligeables

Les forces d'attraction s'exercent, dans les zones littorales, sur des masses d'eau beaucoup plus faibles, du fait des dimensions restreintes des bassins littoraux comparativement aux océans. Ces forces sont négligeables par rapport aux autres forces en jeu.

##### c) Hypothèse hydrostatique

Le fluide est considéré en équilibre hydrostatique sur la verticale en un point M, la pression est :

$$p_M = p_{atm} + \rho g (\eta - z)$$

avec

$g$  : Accélération de la pesanteur

$\rho$  : Densité de l'eau

$\eta$  : Denivellation de la surface libre

$p_{atm}$  : Pression atmosphérique

$z$  : Cote du point M par rapport à la cote de référence prise conventionnellement comme le niveau de la surface libre de la mer en absence de mouvement (cf. fig2).

##### d) Forces prises en compte

Une colonne d'eau (cf. fig 2) est considérée à chaque instant soumise aux forces :

- de pression s'exerçant sur ses parois latérales
- d'inertie dues à son mouvement
- Coriolis, tendance à dévier l'écoulement vers la droite (dans l'hémisphère nord)
- de frottement s'exerçant au fond, et à la surface (si l'on prend en compte les effets du vent)

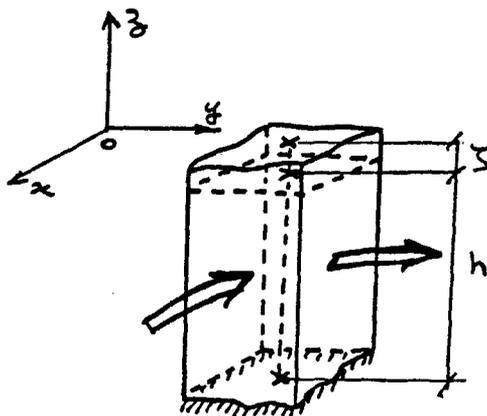


Figure 2

e) Les forces de frottement au fond sont modélisées par une force de frottement dans la masse

Pour cette colonne d'eau de section  $dx dy$ , la force de frottement s'exprime par  $\vec{F} = -\rho D \frac{|\vec{v}| \vec{v}}{h + \zeta} dx dy$ , où  $D$  est une constante empirique dont la valeur numérique résulte de l'interprétation des données nature (par exemple, BOWDEN et FAIRBAIN (1956), KAJUIRA (1964), BOWDEN et FERGUSON (1980))

$h$  est la profondeur locale correspondant à une mer au repos et  $\zeta$  est la dénivellation instantanée due à l'onde de marée.

Le lecteur intéressé par les fondements de ces hypothèses pourra se reporter au cours de marées de KRAVTCHENKO.

2) Equations des marées littorales

Compte tenu des hypothèses que nous venons de détailler, les équations de la Mécanique des Fluides, appliquées pour une colonne d'eau de section  $dx dy$ , s'écrivent, pour les marées littorales :

$$\left. \begin{array}{l} \text{continuité} \\ \left\{ \operatorname{div} [(h+z) \vec{v}] + \frac{\partial z}{\partial t} = 0 \right. \end{array} \right\} \quad (\text{I-2})$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{quantité de mouvement} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v = -g \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{D}{h+z} \sqrt{u^2+v^2} u \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f u = -g \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{D}{h+z} \sqrt{u^2+v^2} v \end{array} \right. \end{array} \right\} \quad (\text{I-3})$$

inertie temporelle
advection
Coriolis
pression
frottement

où  $u$  et  $v$  : les composantes de la vitesse suivant  $x$  et  $y$   
 $f$  : paramètre de Coriolis, considéré constant si les dimensions du bassin ne sont pas trop importantes

Notons que les termes d'advection et de frottement dans l'équation du mouvement et le premier terme de l'équation de continuité sont les termes non-linéaires responsables de la déformation des marées venant de l'océan, au cours de leur propagation dans les mers littorales (ils sont négligeables, par contre, dans l'océan). Ils sont à l'origine de la génération des nouvelles fréquences, qui s'ajoutent à celles du potentiel générateur. Ainsi, le terme de frottement engendre, par exemple, un harmonique  $M_6$  de fréquence égale à  $3 \omega_{M_2}$  et les termes d'advection (donc, les accélérations spatiales) engendrent l'harmonique  $M_4$  de fréquence  $2 \omega_{M_2}$ . De même, autre exemple : pour les interactions entre  $M_2$  et  $S_2$ , les termes d'advection engendrent  $MS_4$ , de fréquence  $\omega_{M_2} + \omega_{S_2}$  et le frottement  $2MS_2$  de fréquence  $(2\omega_{M_2} - \omega_{S_2})$  parmi bien d'autres. On se rapportera à LE PROVOST (1974 et 1976) pour plus de détails sur les harmoniques engendrées par les différents termes.

### 3- Etude des marées dans la Manche à l'aide de modèles mathématiques

Des études analytiques ont permis d'identifier les caractéristiques principales des écoulements résultants de la marée dans des cas simples. Nous pourrions citer, par exemple, les travaux de LAMB (1932), KREISS (1957), MUNK et GALLAGHER (1971), KABBAJ et LE PROVOST (1980). Mais pour l'étude d'une mer réelle les équations des marées littorales n'ont pas de solution analytique. Dans la pratique, la seule façon de les intégrer est d'utiliser la modélisation numérique. Au cours de ces 20 dernières années, divers modèles numériques ont été éla-

borés sur notre zone d'intérêt. Nous pouvons citer quelques exemples de modèles bidimensionnels.

- à l'échelle de La Manche : GOHIN (1960), HANSEN (1961),  
HYACINTHE et KRAVTCHENKO (1967), PINGREE et MADDOCK (1977), LOMER (1978)

- à l'échelle du plateau continental européen : FLATHER (1975),  
PINGREE et GRIFFITHS (1981).

Un modèle tridimensionnel, a même été développé récemment : DAVIES et  
FURNER (1981).

Tous ces modèles reposent sur des techniques aux différences finies. Notons cependant qu'actuellement apparaissent de nouveaux types de modèles reposant sur les techniques aux éléments finis : LE PROVOST, PONCET et ROUGIER (1981).

A l'exception du dernier modèle cité (qui est basé sur la théorie spectrale des marées), tous les autres traitent le problème sous sa forme hyperbolique, telle qu'elle est exprimée suivant les équations (I-2, I-3 et I-4). Ils reproduisent donc la variation des niveaux et les vitesses au cours du temps. Le coût de calcul correspondant étant très élevé, on comprend aisement que la plupart de ces modèles ont été limités à l'étude d'une marée type : la vive eau moyenne (coefficient 95), ou la composante principale lunaire  $M_2$ . Notons, cependant, quelques études portant sur d'autres composantes du spectre : l'onde non-linéaire  $M_4$  a été obtenue sur La Manche par PINGREE et MADDOCK (1978) et sur le plateau continental européen par DAVIES (à paraître) ; les ondes astronomiques  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_1$  et  $O_1$  ont été aussi déterminées sur tout le plateau continental par PINGREE et GRIFFITHS (1981). Mais dans ces études des composantes harmoniques de marée, seul DAVIES analyse ses résultats en termes de courants et les confronte aux observations.

#### IV) Etude des marées sur modèle physique, hypothèse de l'onde dominante

Malgré la complexité du spectre global résultant du nombre de composantes astronomiques et des multiples interactions non-linéaires de ces ondes, l'étude de toutes les composantes significatives du spectre de la marée dans la Manche a été réalisée d'une façon relativement simple sur un modèle physique (nous ne nous étendrons pas dans sa description, car nous y reviendrons ultérieurement. Une première approximation de l'onde  $M_2$  et ses harmoniques  $M_4$  et  $M_6$  a, ainsi, été obtenue indépendamment des autres ondes du spectre. En compliquant un peu la simulation, les interactions entre les ondes  $M_2$  et  $S_2$  ont été obtenues en introduisant ces deux ondes aux frontières ; il en a été de même pour l'étude des interactions entre  $M_2$  et  $N_2$  et les interactions triples entre  $M_2$ ,  $S_2$  et  $N_2$  (CHABERT D'HIERES et LE PROVOST (1977)). Une telle approche par approximations successives repose sur l'hypothèse dite de l'onde dominante (LE PROVOST (1974)). Cette hypothèse consiste à postuler que dans le spectre de la marée, il existe une onde d'amplitude nettement supérieure aux autres, (c'est le cas de l'onde  $M_2$  dans La Manche), on montre alors que, au premier ordre d'approximation, la propagation de cette onde dominante n'est pas influencée par la présence des autres ondes du spectre. Inversement, pour les ondes secondaires, (par exemple  $N_2$ ,  $S_2$ , ... etc) leur étude ne peut se faire qu'en la superposant à l'onde dominante, car les termes d'interaction sont importants ; ce faisant, on améliore aussi l'approximation de l'onde dominante et ses harmoniques.

En utilisant cette approche, 26 composantes principales de la dénivellation de la marée (amplitude et phase) ont été déterminées à l'aide du modèle physique tournant de La Manche. Un Atlas de ces composantes harmoniques a été publié (CHABERT D'HIERES et LE PROVOST (1978)) et utilisé pour réaliser des prédictions de niveaux in-situ, non seulement dans les ports, mais aussi au large. Une confrontation avec la réalité s'est avérée remarquablement bonne sur un exemple utilisant la technique d'altimétrie par satellite (LE PROVOST (1982)).

Au moment où ces études de niveaux de marées de La Manche à l'aide du modèle physique avaient été réalisées, il n'existait pas de technique adaptée aux mesures de courants de marées dans des modèles réduits. C'est pourquoi, à l'époque rien n'avait été entrepris pour l'étude des courants.

V) Etat des connaissances actuelles sur les composantes harmoniques des courants de marées dans La Manche

Par sa situation géographique, La Manche constitue une voie de navigation où la circulation est intense. Les marées que l'on y rencontre sont parmi les plus fortes du monde. Il est donc important de pouvoir prédire les niveaux instantanés et les courants.

L'intérêt de la prédiction des courants est plus général encore : outre la navigation pour laquelle leur connaissance est essentielle, tous les problèmes liés soit au transport de sédiment (ensablement de la Baie du Mont St Michel, de la Baie de la Somme), soit à la diffusion, accidentelle ou volontaire de polluants (marées "noires", centrales riveraines de la Manche ...) nécessitent également une connaissance fine de ces courants. Pour atteindre la précision souhaitable pour les applications, il faut aller au-delà d'une simple connaissance de l'amplitude, la direction et l'heure des maxima de courants ; il est nécessaire de connaître ces courants en module et direction à chaque instant. L'approche harmonique permet d'envisager de telles prédictions.

Mais on dispose de très peu de renseignements sur les composantes de courants, sauf très ponctuellement aux rares endroits où des observations suffisantes ont pu être réalisées. Même en multipliant les mesures in-situ, il serait difficile de dresser un Atlas de ces composantes harmoniques des courants sans avoir recours à la modélisation, jouant le rôle d'outil d'interpolation.

Dans ce sens, nous présentons dans ce mémoire une étude menée conjointement sur modèle physique et sur modèle numérique, visant à déterminer ces composantes de courants ; comme nous verrons par la suite, seule la composante  $M_2$  sera obtenue à l'aide du modèle physique. Par contre, le modèle numérique nous permettra d'établir une première esquisse de ce que peuvent être les différentes composantes harmoniques significatives des courants dans cette mer.

CHAPITRE IIPRESENTATION DES MODELES UTILISES POUR L'ETUDECOURANTS DE MAREESA) LE MODELE PHYSIQUE

I) Le Modèle réduit tournant de La Manche

II) Technique de mesure de courants : vélocimètre à Laser

B) LE MODELE NUMERIQUE

I) Equations

II) Algorithme de résolution : Méthode Predicteur-Correcteur

III) Grille spatiale

IV) Discrétisation du domaine d'étude

V) Discrétisation des équations

VI) Condition de stabilité

VII) Conditions aux limites

VIII) Conditions initiales

IX) Remarques sur la mise en oeuvre informatique

A) Le Modèle PhysiqueI) Le Modèle réduit tournant de la Manche

La description détaillée du modèle de la Manche a déjà fait l'objet de plusieurs publications. (CHABERT D'HIERES, 1962). Nous rappellerons ici certaines caractéristiques. (photo 1)

- Echelle géométrique

échelle horizontale :  $[Hor] = 1 / 50000$

échelle verticale :  $[Vert] = 1 / 500$

- Echelles temporelles

La similitude de Froude impose les échelles de temps et de vitesses ; dès que l'on a fixé les échelles géométriques.

échelle des vitesses :  $[U] = [Hor] / [T] = 1 / 27.30$

échelle des temps :  $[T] = [Hor] / \sqrt{[Vert]} = 1 / 2130$

- Similitude du frottement

La similitude entre les frottements nature et modèle impose, compte tenu de la distorsion, que le rapport des nombres de Reynolds entre le modèle et la nature soit égal au rapport des échelles horizontales et verticales (HYACINTHE 1968) soit :

$$\frac{R_{mod}}{R_{nat}} = \frac{[Hor]}{[Vert]} = \frac{1}{100} \quad (II-1)$$

Or le nombre de Reynolds représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces de frottement. Les premières sont d'ores et déjà fixées par la similitude de Froude ( $[U]$ ,  $[T]$ ) ; il faut donc, jouer sur les forces de frottement pour vérifier la relation (II-1), et comme  $R_{mod}$  doit être égal au 1/100 de  $R_{nat}$ , il faut augmenter le frottement.

Pour réaliser un tel frottement en rugosité de fond, on serait amené à avoir des épaisseurs de rugosités telles que l'écoulement se ferait en deux couches : une couche voisine du fond dans laquelle la vitesse serait très faible, et une couche supérieure, peu affectée par le frottement. Or, dans la nature, le profil vertical de vitesses est pratiquement uniforme, ou peut être considéré comme tel dans dans le problème que nous traitons.

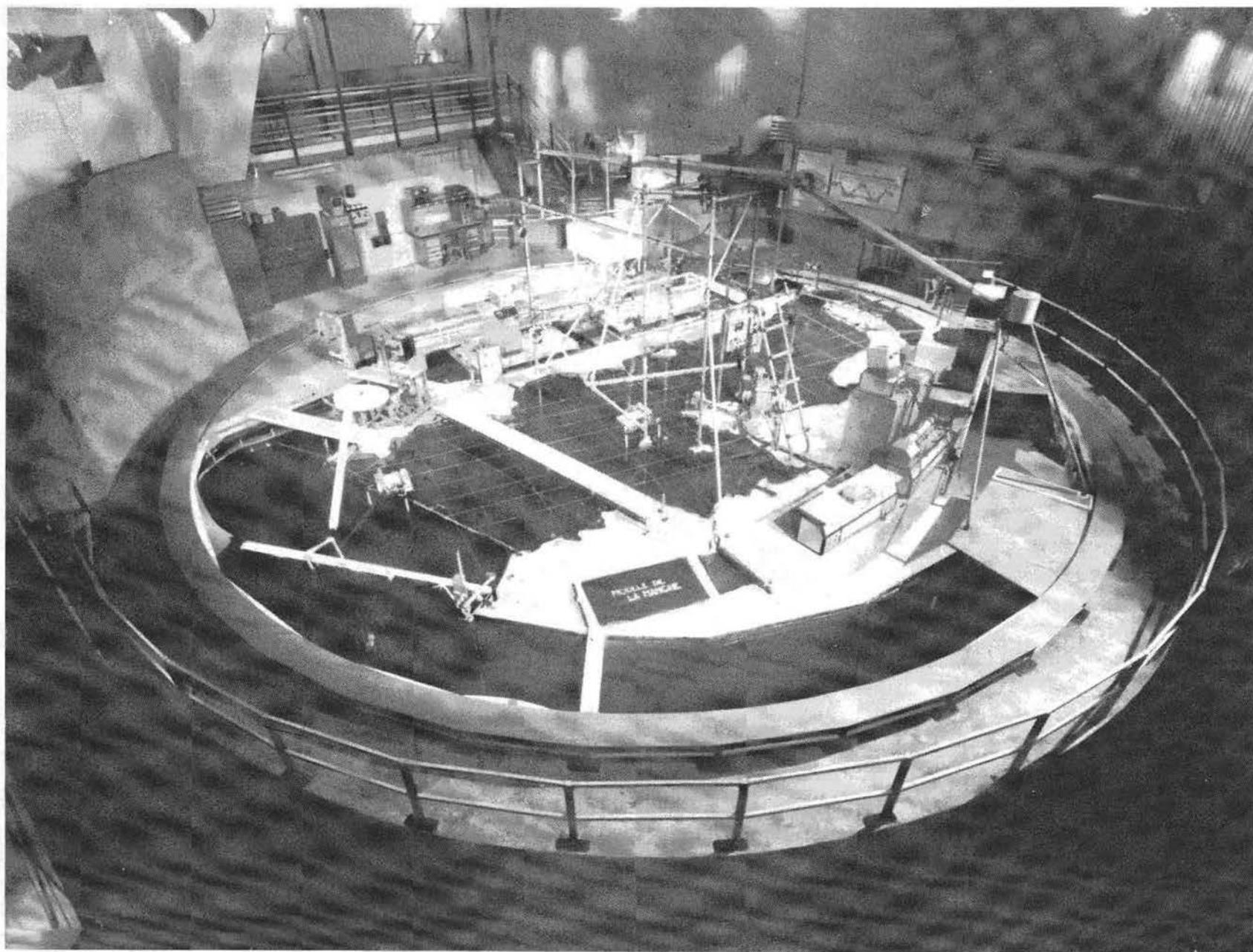


PHOTO 1    Modele Réduit Tournant de La Manche

Il a donc fallu répartir le frottement dans la masse du liquide pour se rapprocher de cette distribution nature. La rugosité est réalisée par des éléments grillagés, dont le diamètre des fils et la taille des mailles sont variables (Le frottement doit être d'autant plus fort que les profondeurs sont faibles), les éléments de rugosité ont été testés en canal à écoulement permanent et à surface libre pour vérifier qu'ils donnent le bon coefficient de rugosité. Mais la répartition exacte de ces éléments de rugosité est déterminée empiriquement et constitue l'un des paramètres important du réglage du modèle.

- Génération de l'onde de marée

L'onde de marée est produite par un générateur mono-chromatique\* du type "porte". Il impose à l'entrée un champ de vitesses normales de période 20 s. (ce qui correspond à l'onde  $M_2$ , soit 12h25mm nature). L'amplitude du mouvement du générateur est réglable et c'est un autre paramètre de réglage du modèle.

- Simulation de la force de Coriolis

Compte tenu de la taille du domaine étudié, il est indispensable de prendre en compte la force de Coriolis due à la rotation de la Terre. (SUBERVILLE, 1958) Pour cela le modèle est construit sur une plaque tournante de 14m de diamètre. La vitesse de rotation de cette plaque est en similitude avec la composante verticale, à la latitude moyenne de la Manche (49°N), de la rotation de la Terre. Ce qui donne une vitesse de rotation nominale de 1 tour en 50.4 s, compte tenu des échelles.

La rotation du modèle introduit une force centrifuge parasite qui donne aux surfaces libres la forme d'un paraboloïde de révolution. Pour s'affranchir de cette difficulté, toutes les cotes de profondeur du modèle sont prises en utilisant le paraboloïde comme référence. Ainsi les profondeurs mesurées ne sont exactement en similitude que lorsque le modèle tourne à sa vitesse nominale. Signalons que la réalisation d'un modèle réduit de cette taille sur une plaque tournante est un fait unique en son genre.

\* Note : Le générateur peut également engendrer des ondes polychromatiques, mais nous n'avons utilisé que le fonctionnement le plus élémentaire, c'est-à-dire le fonctionnement monochromatique.

## II) Technique de mesure des courants. Velocimètre à Laser

### 1. Généralités

Les courants de marées sont en général définis par leur module et par leur cap, à chaque instant. Ces deux grandeurs sont extrêmement variables. Quand les échelles de temps et de longueur sont petites, comme c'est le cas pour un modèle réduit, la détermination du cap instantané est délicate et imprécise. C'est pour cela que l'on préfère mesurer la vitesse suivant deux directions perpendiculaires ; le passage ultérieur en coordonnées polaires permet de connaître le module et le cap instantanés avec une bonne précision.

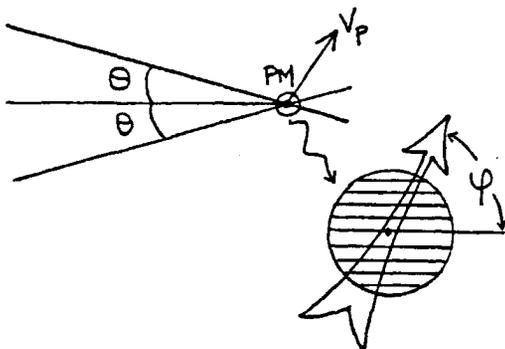
Pour réaliser la mesure des deux composantes, l'appareil utilisé doit répondre à deux impératifs :

- i) être directif : il faut connaître avec une bonne précision la direction de la mesure
- ii) être sensible aux faibles vitesses : l'écoulement étant alternatif, chaque composante s'annule deux fois par période.

Le velocimètre à Laser y répond.

### 2. Le velocimètre à laser

Cette technique est basée sur la mesure de la vitesse des particules entraînées par le fluide. Ces particules introduisent une discontinuité de l'indice de réfraction, ce qui provoque une diffusion de la lumière. La technique consiste à créer dans l'écoulement un réseau de franges d'interférence à l'aide de deux faisceaux laser se coupant. (fig. 4). Le signal lumineux diffusé par les particules traversant ce réseau a donc une fréquence qui dépend uniquement de la vitesse des particules. La mesure se fait alors par l'intermédiaire de cellules photoélectrique et d'un fréquencemètre.



- PM = point de mesure
- $2\theta$  = angle entre les deux faisceaux laser
- $\delta$  = distance de l'interfrange
- $V_p$  = vitesse de la particule
- $\psi$  = angle d'incidence de la particule par rapport au réseau de référence

Fig. 4

La distance de l'interfrange  $\delta$  dépend de paramètres optiques et est donnée par  $\delta = \frac{\lambda_0}{2 n_p \sin \theta}$ , où  $n_p$  est l'indice de réfraction et  $\lambda_0$  la longueur d'onde de la lumière laser.

La fréquence du signal lumineux diffusé par la particule est donnée par  $f_d = \frac{V_p \sin \varphi}{\delta}$  soit  $f_d = \frac{2 V_p \sin \varphi \sin \theta n_p}{\lambda_0}$   
 d'où:  $V = V_p \sin \varphi = f_d \frac{\lambda_0}{2 n_p \sin \theta}$

Les cellules photoélectriques et le fréquencesmètre permettent de connaître  $f_d$ . La composante  $V$  (perpendiculaire aux franges) de la vitesse  $V_p$  est proportionnelle à  $f_d$  par le coefficient de proportionnalité  $\frac{\lambda_0}{2 n_p \sin \theta}$  entièrement déterminé par la géométrie et l'optique. La transformation vitesse-fréquence ne nécessite donc pas d'étalonnage.

Une étude détaillée de ce type de vélocimètre a été réalisée par LISMONDE (1976). Pour avoir une description des diverses caractéristiques de cette technique, se rapporter à son travail.

### 3. Description de l'appareillage

L'appareillage utilisé a été entièrement conçu et mis au point à l'IMG (LISMONDE (1976), AUCHERE et BARBIER (1978), FORNERINO (1979)) (photo 2).

#### a) Ensemble optique

Dans les installations les plus courantes, les dispositifs d'émission de la lumière laser et de réception de la lumière diffusée sont séparées par la veine d'essai, elle-même limitée par deux parois transparentes. Or le modèle physique de la Manche, comme la plupart des modèles réduits à surface libre, est à fond opaque. Notre vélocimètre présente donc une particularité vis à vis du montage classique : l'émission et la réception se trouvent du même côté (au dessus de la surface libre) ; un miroir placé au delà du point de mesure renvoie la lumière diffusée vers le haut et un jeu de miroirs  $M_2$  et  $M_3$  à  $45^\circ$  conduit celle-ci sur les cellules photoélectriques (fig 5). Ce montage impose une profondeur de 8 cm d'eau, au minimum (la profondeur moyenne du modèle de la Manche est de 10 cm). Pour mesurer près des côtes et dans des zones peu profonde, nous avons fait

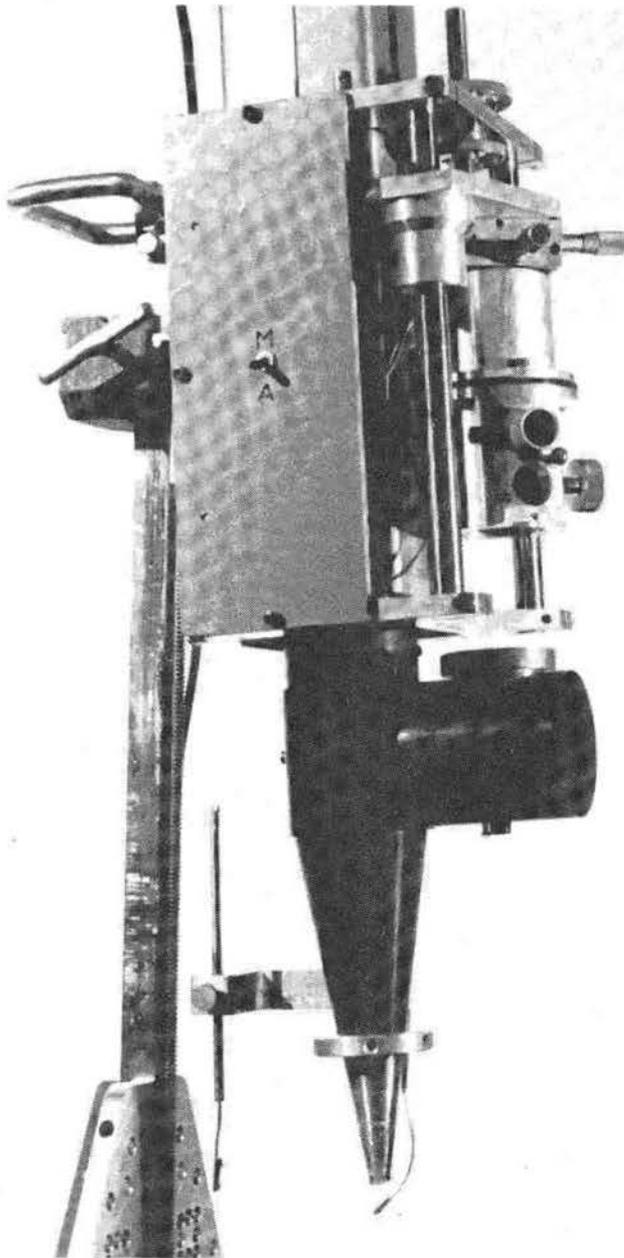
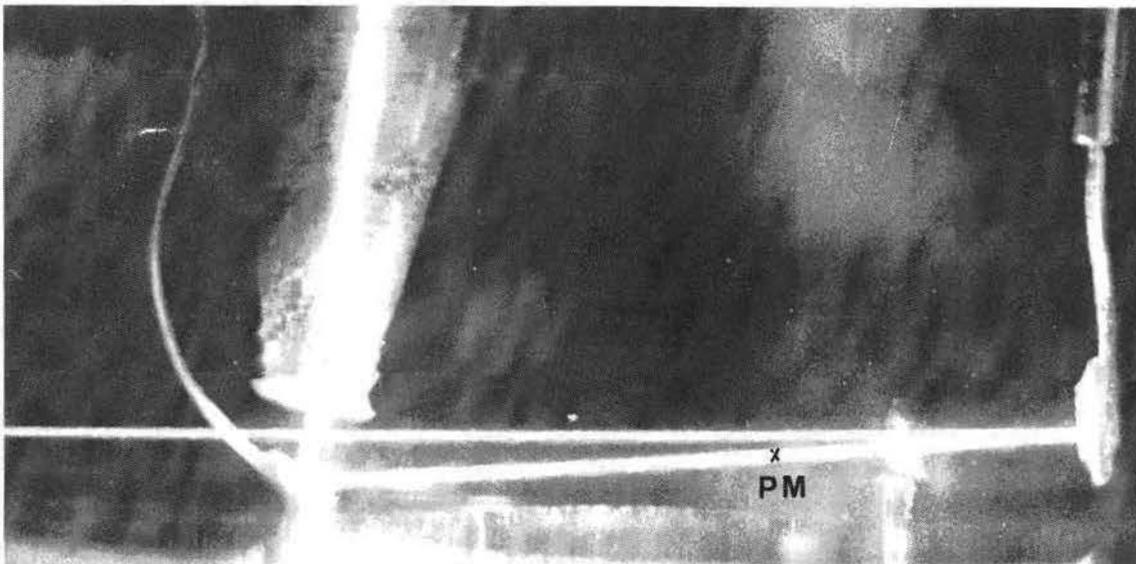


PHOTO N° 2 Anémomètre à laser:  
 Détail de la partie optique de l'appareil. On remarque le cône, à la partie inférieure, qui permet aux rayons de traverser la surface libre, et l'ensemble de réception dont la position est réglable à l'aide d'une table croisée.

PHOTO N° 3 Détail du montage "faibles profondeurs". Les faisceaux sortent du cône et sont renvoyés horizontalement par un miroir à 45°. L'image du point de mesure (PM) est renvoyée par le miroir vertical à l'ensemble de réception.



une modification du dispositif de miroirs : l'axe optique de l'émission n'est plus vertical mais dévié dans un plan horizontal par un miroir à 45°, placé près du fond opaque. Le miroir  $M_1$  renvoyant la lumière diffusée est maintenant dans un plan vertical (fig 6)

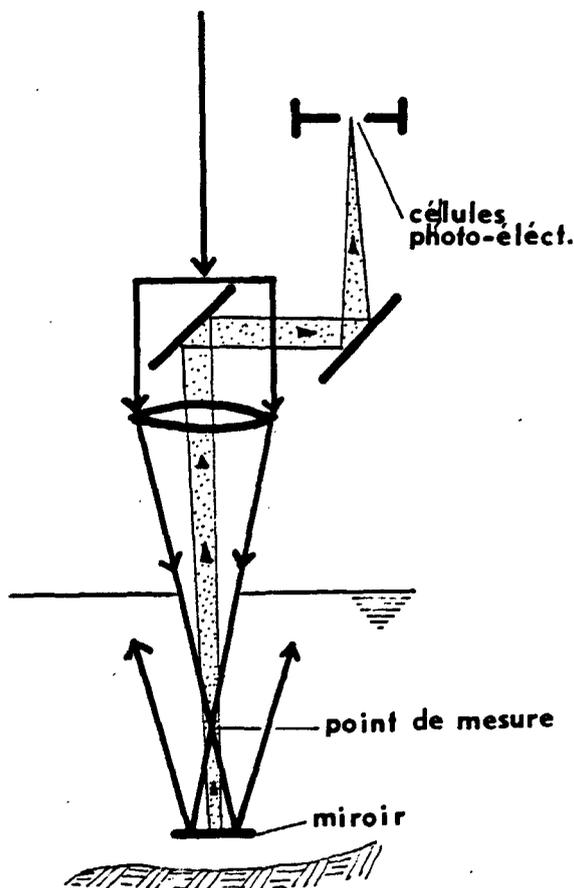


Figure 5 : Schéma de l'anémomètre à laser

Bien que cette dernière configuration soit utilisable dans tout le modèle, on préférera employer la première dès que possible car la présence du miroir à 45° et du miroir vertical perturbe légèrement plus l'écoulement.

Etant donné que le domaine de mesure est à surface libre, il s'est posé le problème du passage des faisceaux laser à travers cette surface. En effet, sachant qu'elle n'est ni plane, ni immobile, les faisceaux seront à priori réfléchis et réfractés d'une façon différente à chaque instant, rendant tout réglage et toute mesure impossible. Le problème a été résolu en adaptant, autour des faisceaux un tronc de cône étanche, fermé par une lame mince, à faces parallèles, transparente qui plonge sous la surface libre. (photo 3)

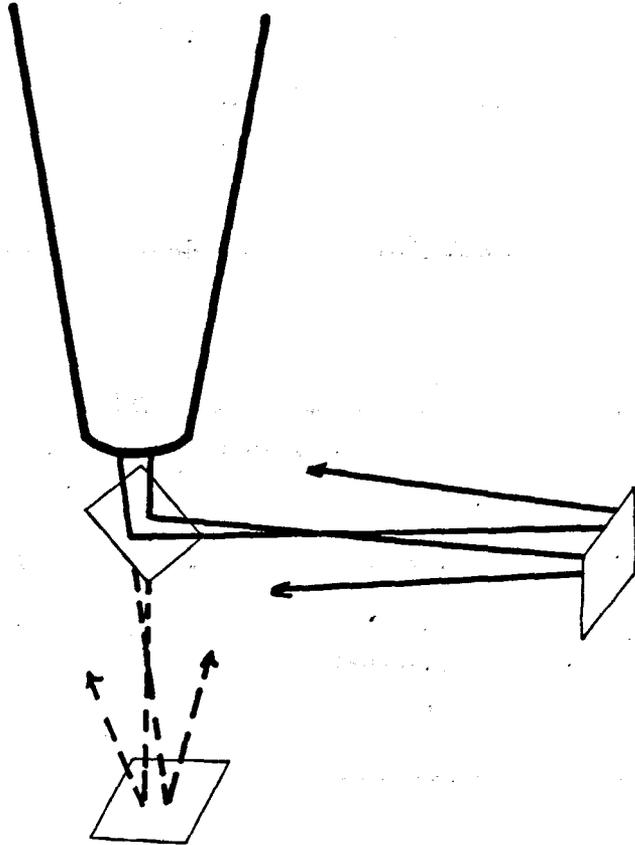


Figure 6 : Adaptation du laser aux zones peu profondes

b) Ensemble de traitement du signal

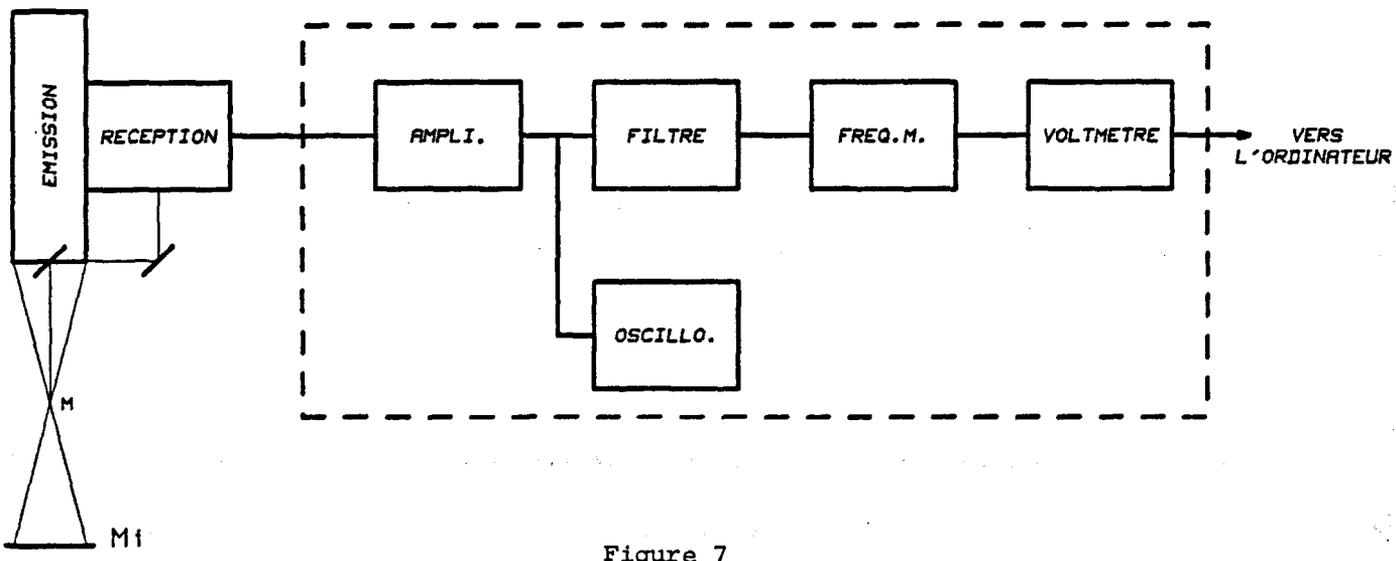


Figure 7

La tension délivrée par les cellules photoélectriques qui ont recueilli le signal lumineux est amplifiée et filtrée. Elle est contrôlée visuellement par un oscilloscope. Un fréquencemètre instantané, conçu par l'équipe AUCHERE-BARBIER (1978) mesure la fréquence moyenne du signal lumineux diffusé par une particule traversant le champ de franges. A l'échelle de temps à laquelle on travaille, cette fréquence moyenne est considérée comme la fréquence instantanée (à l'instant très bref, car le champ de franges a des dimensions très petites, de l'ordre de 0.3 mm) où la particule passe au point de mesure. Ce fréquencemètre trie, parmi des mesures successives, celles qui s'écartent exagérément des valeurs précédentes. (Le seuil de tolérance est réglable). Il délivre une tension proportionnelle à la fréquence du signal lumineux avec un coefficient de proportionnalité de 1 volt pour 20 KHz. Le seul étalonnage éventuel de l'ensemble de mesure est donc celui de cette conversion fréquence-tension (facile à réaliser). La tension de sortie est mesurée par un voltmètre numérique qui délivre un signal digital susceptible d'être enregistré et traité par ordinateur. (FORNERINO, 1979).

c) Réglage du point de fonctionnement

Le vélocimètre laser est un appareil de mesure complexe. Il y a deux réglages à faire, optique et électronique. Le premier consiste à projeter l'image du domaine de mesure sur la cellule photoélectrique à travers un diaphragme, tout en réglant la position du miroir du fond et l'ensemble optique de réception.

Le réglage électronique consiste à choisir la gamme du filtre passe-bande et les critères de validation des mesures du fréquencemètre.

4. Caractéristiques de l'écoulement à mesurer

Schématiquement, nous pouvons retenir six caractéristiques de l'écoulement :

- i) Il est non permanent et turbulent
- ii) Son module et son cap varient au cours du temps, ce qui impose la mesure de deux composantes de la vitesse
- iii) Les composantes varient entre une vitesse nulle et une vitesse maximale en 5 secondes (1/4 de période), puisqu'elles s'annulent deux fois par période
- iv) La vitesse maximale à mesurer ne dépasse jamais de 8 à 9 cm/s
- v) A l'exception du Golf Normand Breton, les roses de courant sont en général des ellipses très aplaties

- vi) Au moment de la renverse de courant, les vitesses sont faibles mais, il y a des accélérations importantes

### 5. Mise en oeuvre de la mesure

Au cours de nos essais nous avons systématiquement enregistré toutes nos données sur cassettes de bandes magnétiques. Un dispositif mécanique lié au générateur permet de toujours commencer les enregistrements en phase avec le générateur. Un dispositif semblable fournit un signal de synchronisation à l'ordinateur pour l'acquisition des données à raison de 60 valeurs par périodes de marées, soit à 3 valeurs par secondes. Du fait que le signal est assez bruité (turbulence, parasites optiques et électroniques) nous enregistrons 20 marées successives, afin de calculer une moyenne, comme nous verrons plus loin (fig. 9). Le choix de 20 marées est le résultat d'un compromis entre la stabilité de la moyenne et le temps total d'acquisition. Des essais préliminaires nous ont montré que ce choix était très raisonnable (bonne stabilité de la moyenne). (fig. 9)

Ainsi pour chaque composante, il faut compter environ 7 minutes. Nous avons couvert le modèle avec 162 points de mesure, que nous montrons sur la carte de la figure 15.

La visualisation des 20 marées se superposant au cours de l'acquisition s'est avérée extrêmement commode pour apprécier la qualité du réglage du vélocimètre. Un mauvais réglage se reconnaissant par l'absence de mesures validées (donc apparition d'un palier horizontal).

En théorie, ce vélocimètre est capable de mesurer des vitesses très élevées et très faibles. Du côté des fortes vitesses, la limitation, de type électronique se situe autour de 2 m/s, ce qui ne nous gêne pas puisque les vitesses maximales enregistrées sont de l'ordre de 8 à 9 cm/s. Par contre, à chaque renverse, nous devons mesurer des vitesses très faibles et la difficulté provient du fait qu'elles sont accompagnées de fortes accélérations : les critères de validation des mesures du fréquencesmètre, réglé pour optimiser les mesures à un niveau moyen, se montre trop sévère, c'est-à-dire qu'il rejette deux mesures successives alors qu'elles sont bonnes bien que relativement très différentes (fortes accélérations). Là encore, il faut trouver un compromis.

Nous avons remarqué qu'en général le signal était bien meilleur pour les fortes vitesses que pour les faibles. Nous avons donc choisi de mesurer les composantes dans des directions se trouvant à  $45^\circ$  de part et d'autre de l'axe de la rose de courant (déterminé visuellement) pour répartir les erreurs sur les deux composantes.

Autre difficulté : l'appareil ne mesure pas le signe de la vitesse. Il faut donc relever la direction initiale pour chaque composante, au moment du début de l'acquisition. On le fait à l'aide de flotteurs que l'on laisse dériver au voisinage du point de mesure. Ensuite, au moment du prétraitement informatique on utilise cette information pour donner un signe à la vitesse.

Dernière difficulté, enfin, due aux éléments de rugosité répartie dans le modèle : certains de ces éléments ont un sillage qui peut modifier la mesure si l'on n'y fait pas attention. D'autres peuvent former des sortes de convergents dans lesquels l'écoulement est accéléré. Pour faire une bonne mesure, il faut donc éventuellement retirer les éléments se trouvant à proximité de l'appareil. Nous avons constaté (et nous le reverrons plus loin) que les éléments de rugosité n'ont pas d'effets locaux sur le réglage du modèle, mais que les effets se faisaient sentir seulement loin de l'élément considéré.

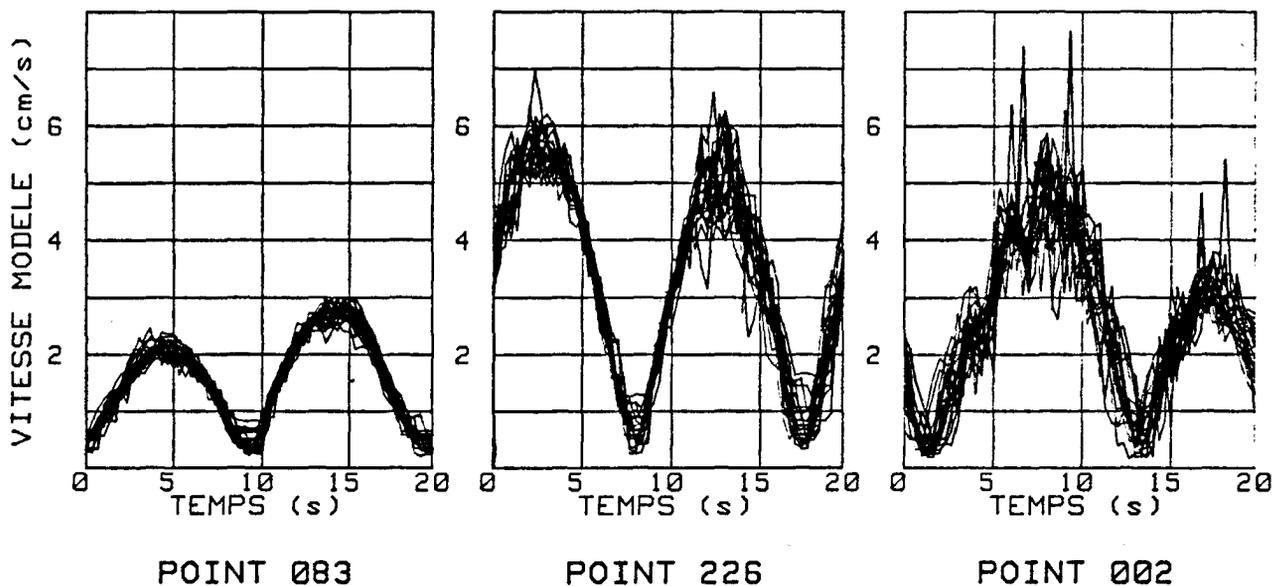


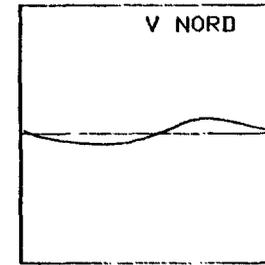
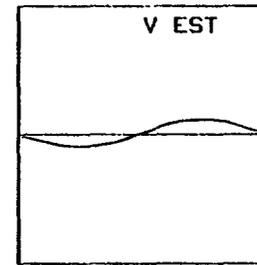
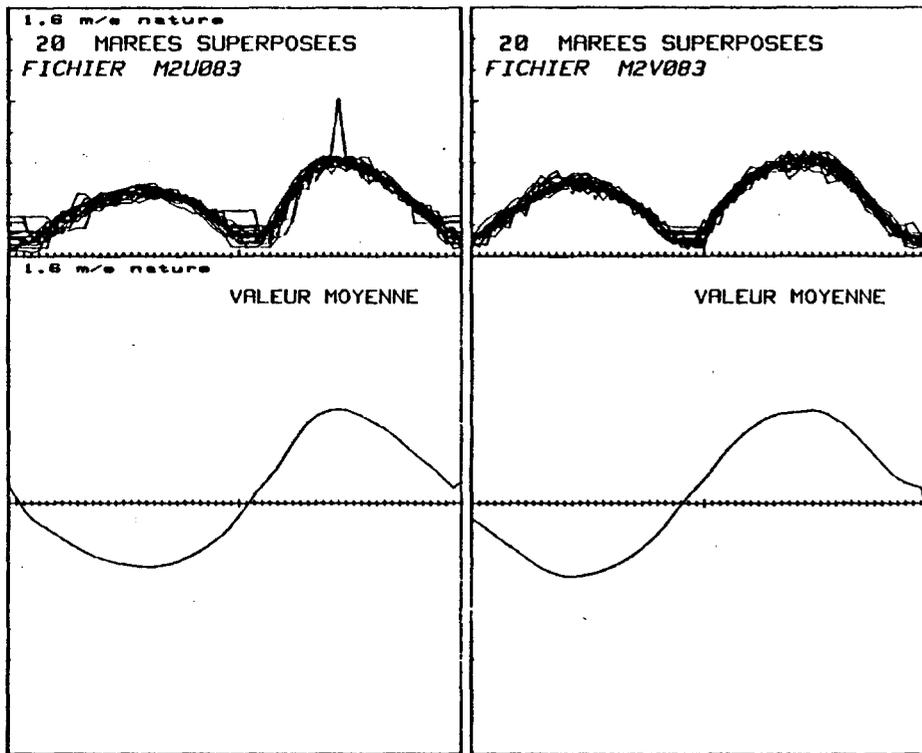
Figure 8 : Superposition de 20 périodes de mesure de vitesses au laser en 3 points où la variabilité est très différente

Comme ce qui précède le montre, la mesure des vitesses avec un vélocimètre à laser dans un modèle physique est une opération très délicate demandant beaucoup de préparation, tant pour le réglage optimum de l'appareil, que pour la réalisation des essais.

6. Prétraitement informatique du signal : obtention des composantes de la vitesse au cours d'une période moyenne

Sur la figure 9 nous voyons les différentes étapes du prétraitement informatique : tout d'abord, le tracé des 20 périodes enregistrées superposées permet d'évaluer le niveau du bruit de fond de la mesure (fig. 8). A partir de ce module et compte tenu de l'information sur le signe de la vitesse relevée au cours de l'essai, on renverse l'arche de la courbe comprise entre deux minima qui correspond à un signe négatif de la vitesse. La discontinuité introduite par le fait que les vitesses très faibles ne sont pas mesurées, est lissée par une moyenne mobile effectuée sur 3 points pour les 10 points entourant la discontinuité. Le résultat obtenu est tracé sur la figure 9b. Enfin, les deux composantes mesurées sont projetées sur les axes N-S et E-O et la rose de courant au point de mesure est tracée (fig 9c). Les composantes brutes (sur les axes de mesures), mais dont le signe est déjà déterminé, sont stockées sur des fichiers et constituent la source de données qui seront traitées dans notre étude.

L'ensemble des résultats de la campagne de mesure, présentés comme sur la figure 9, pour les 162 points est rassemblé dans un rapport interne FORNERINO (1980).

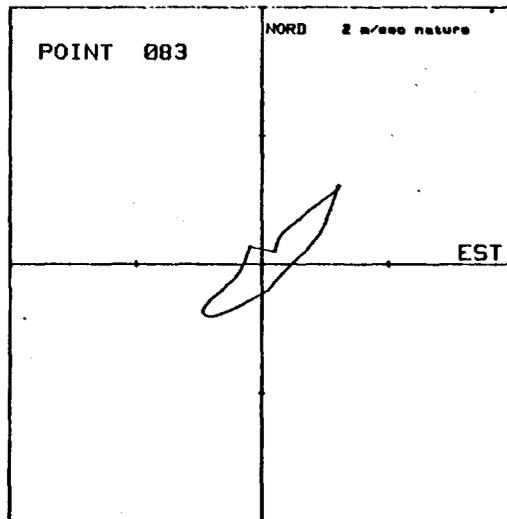


ANALYSE HARMONIQUE DU POINT 083  
COMP. NORD en m/s nat  
VALEUR MOYENNE = .042 m/s

	AMPLITUDE	PHASE
FONDAMENTAL :	0.496	275.0
HARMONIQUE 2 :	0.079	139.5
HARMONIQUE 3 :	0.030	6.7
HARMONIQUE 4 :	0.008	299.3
HARMONIQUE 5 :	0.005	48.7

TAUX D'HARMONIQUE T1-AMPLI 1/AMPLI 1

T 1- 100.0 %  
T 2- 15.9 %  
T 3- 6.1 %  
T 4- 1.5 %  
T 5- .9 %



ANALYSE HARMONIQUE DU POINT 083  
COMP. EST en m/s nat  
VALEUR MOYENNE = .054 m/s

	AMPLITUDE	PHASE
FONDAMENTAL :	0.537	257.0
HARMONIQUE 2 :	0.034	105.9
HARMONIQUE 3 :	0.001	52.5
HARMONIQUE 4 :	0.007	61.1
HARMONIQUE 5 :	0.004	280.0

TAUX D'HARMONIQUE T1-AMPLI 1/AMPLI 1

T 1- 100.0 %  
T 2- 6.2 %  
T 3- .2 %  
T 4- 1.3 %  
T 5- .7 %

Figure 9 : Traitement du signal de mesure de vitesses au laser

B) Le Modèle NumériqueI) Equations

Dans le chapitre I, nous avons décrit les équations des marées littorales. Pour le modèle numérique, nous avons discrétisé ces mêmes équations, intégrées sur la profondeur.

Nous utilisons le formalisme du transport d'eau intégré sur la profondeur (débits), défini de la manière suivante :

$$\vec{U} = \int_{-h}^{\zeta} \vec{u} \, d\zeta$$

avec  $\vec{u} = u\vec{i} + v\vec{j}$ ,  $\vec{U} = U\vec{i} + V\vec{j}$ ,  $H = h + \zeta$

Nous obtenons

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \quad (\text{II-2})$$

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \nabla (H^{-1} \vec{U} \vec{U}) + \vec{f} \wedge \vec{U} = -g H \vec{\nabla} \zeta - \frac{D}{H^2} \vec{U} |\vec{U}| \quad (\text{II-3})$$

Rappelons les notations du Chapitre I :

$\vec{i}$  et  $\vec{j}$  : vecteurs unitaires d'un système d'axes  $(x,y)$  orthonormés du plan horizontal tangent au géoïde au centre du domaine d'étude. L'axe des  $x$  correspond à la direction Est/Ouest.

$\zeta$  : dénivellation de la surface de la mer

$h$  : profondeur moyenne

$u$  et  $v$  : composantes de la vitesse selon  $ox$  et  $oy$

$U$  et  $V$  : composantes du transport intégré sur la profondeur (selon  $ox$  et  $oy$ )

$g$  : accélération de la pesanteur

$D$  : coefficient de frottement

En utilisant ces équations intégrées sur la profondeur, nous ne faisons pas implicitement d'hypothèse sur la distribution verticale des vitesses horizontales. Nous laissons délibérément de côté tous les problèmes liés à cette distribution et, en particulier, celui de la détermination de la distribution spatio-temporelle des paramètres de viscosité turbulente, actuellement en plein développement.

Leur utilisation permet de diminuer le nombre d'inconnues du problème,  $[(z, U, V)$  au lieu de  $(z, u, v, w)]$  et donc, sur le plan pratique, permet de diminuer le temps de calcul et la place mémoire nécessaire sur l'ordinateur (paramètres critiques comme nous le verrons).

Nous insistons sur le fait que les résultats seront des vitesses horizontales intégrées sur la hauteur instantanée, c'est-à-dire des débits. D'autre part, avec ce formalisme nous éliminons le terme non-linéaire dans l'équation de continuité, qui est conservé quand on prend le formalisme d'une vitesse moyenne sur la verticale.

## II) Algorithme de résolution. Méthode "Prédicteur-correcteur"

### a) Historique de la méthode

Pour résoudre numériquement les équations (II-2) et (II-3), nous avons employé une méthode aux différences finies, dite Prédicteur-Correcteur, mise au point par RONDAY (1979).

Cette méthode est la synthèse de deux schémas de discrétisation différents.

Dans la première méthode, (NIHOUL et RONDAY, 1976), les termes d'advection sont discrétisés en utilisant des dérivées décentrées. Ce schéma est stable car il introduit un terme de viscosité de la forme  $\frac{u \Delta x}{2} \left(1 - \frac{u \Delta t}{\Delta x}\right)$  mais sa précision est seulement du premier ordre. La solution n'est pas perturbée si la viscosité n'excède pas  $10^4$  ; dans notre cas ( $\Delta x = 10$  km,  $\Delta t = 200$  s,  $u = 2$  m/s) elle n'atteint jamais cette valeur.

Dans la deuxième méthode, les termes d'advection sont discrétisés en utilisant des dérivées centrées. La précision est du deuxième ordre, donc meilleure, mais le schéma est instable, car il introduit un terme de diffusion négatif. Pour éliminer cette instabilité, il faut introduire un terme de viscosité artificielle (positif) de la forme  $\nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$  où  $\nu$  est la viscosité artificielle, que l'on choisit du même ordre de grandeur que le terme de diffusion négatif, résultant de la discrétisation, c'est-à-dire  $\frac{u^2 \Delta t}{2}$ .

Ces méthodes ont abouti à la mise au point de 2 modèles numériques qui, appliqués à la Manche ont donné des résultats satisfaisants pour l'onde  $M_2$ , mais qui se sont révélés insuffisants pour décrire les harmoniques d'ordres supérieures. RONDAY (1977) a ainsi obtenu que l'harmonique  $M_4$ , qui est en grande partie engendrée par les termes d'advection, est très sensible à la manière de discrétiser ces termes. Le premier schéma ne fournit qu'une faible précision sur l'advection ; il est donc logique qu'il ne soit pas adapté pour la représentation de  $M_4$ . Le second schéma est caractérisé par l'adjonction d'une viscosité numérique permettant de le rendre stable. Mais l'effet de cette viscosité est d'amortir la solution, et en particulier,  $M_4$ . Ainsi, aucun des deux schémas proposés ne représente bien cette onde.

Partant de ces observations, nous avons utilisé une méthode du type Prédicteur-Correcteur. Le calcul se fait en deux étapes : la première (ou Prédicteur) utilise la méthode des dérivées décentrées à  $t$ . La deuxième (ou Correcteur) corrige les résultats du prédicteur en utilisant la méthode de ces dérivées centrées à  $t + \frac{\Delta t}{2}$ .

#### b) Description de la méthode Prédicteur-Correcteur

En séparant les dérivées temporelles des autres termes dans les équations (II-2) et (II-3) on peut poser, d'une manière schématique :

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = f_c(\vec{U})$$

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = f_M(\vec{U}, H, \xi)$$

où  $f_c$  est une fonction des dérivées de  $\vec{U}$   
 $f_M$  est une fonction de  $\vec{U}, H, \xi$  et de leur dérivées, qui regroupe en particulier les termes non-linéaires d'advection.

Une discrétisation de la dérivée temporelle nous donnera des expressions du type :

$$\frac{\Delta \xi}{\Delta t} = f_c(\vec{U}) \quad \Rightarrow \quad \xi_2 - \xi_1 = \Delta t f_c(\vec{U})$$

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = f_{M_1}(\vec{U}, H, \xi) \Rightarrow U_2 - U_1 = \Delta t f_{M_1}(\vec{U}, H, \xi)$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = f_{M_2}(\vec{U}, H, \xi) \Rightarrow V_2 - V_1 = \Delta t f_{M_2}(\vec{U}, H, \xi)$$

Dans un premier stade, on fait une estimation des variables à un demi-pas de temps (première méthode : dérivées décentrées) :

$$U_t = U_{t-\frac{\Delta t}{2}} + \frac{\Delta t}{2} f_{M_1}^{t-\frac{\Delta t}{2}}(\vec{U}, H, \xi)$$

$$V_t = V_{t-\frac{\Delta t}{2}} + \frac{\Delta t}{2} f_{M_2}^{t-\frac{\Delta t}{2}}(\vec{U}, H, \xi)$$

avec ces estimations de la vitesse à  $t$ , nous avons

$$\zeta_t = \zeta_{t-\frac{\Delta t}{2}} + \frac{\Delta t}{2} f_c^t(\vec{U})$$

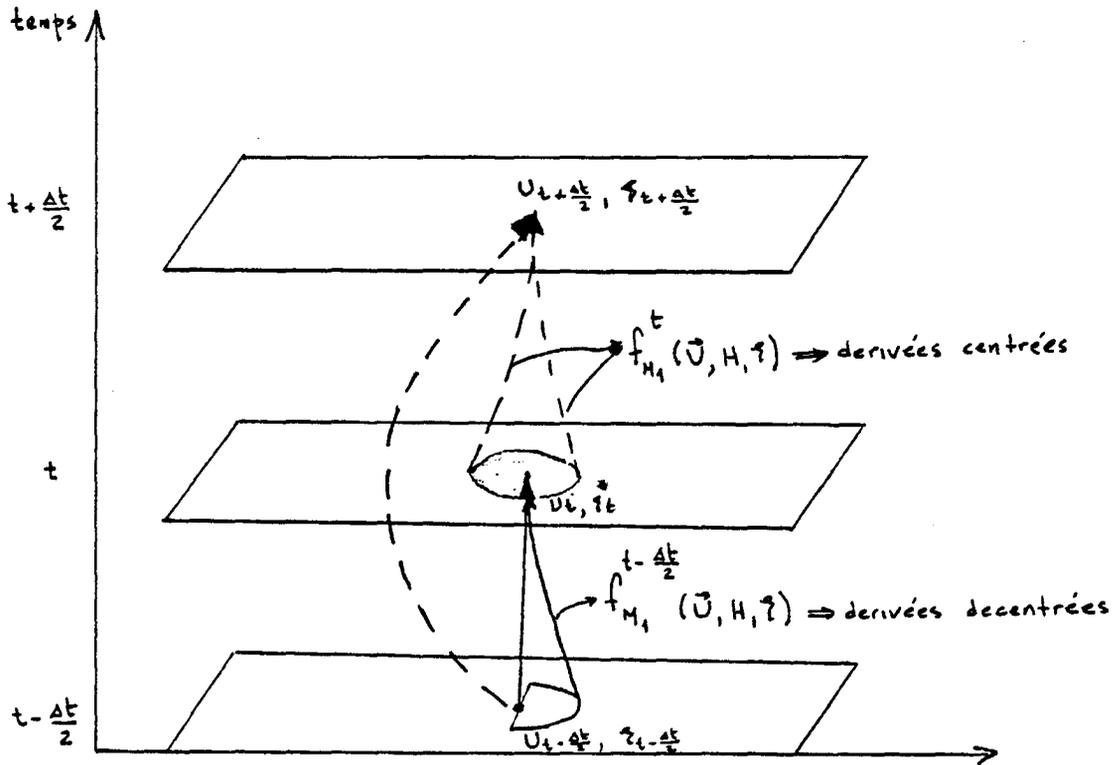
Dans le deuxième stade du calcul, on calcule les valeurs au temps  $t + \frac{\Delta t}{2}$  à partir des valeurs à  $t - \frac{\Delta t}{2}$ , mais en utilisant les fonctions  $f_{M_1}$  et  $f_{M_2}$  calculées à partir des estimations des variables fournies à  $t$  par le premier stade et en discrétisant les termes d'advection de  $f_{M_1}$  et  $f_{M_2}$  par des dérivées centrées (deuxième méthode), avec un terme de viscosité artificielle en plus pour le rendre stable. Nous avons ainsi :

$$U_{t+\frac{\Delta t}{2}} = U_{t-\frac{\Delta t}{2}} + \Delta t \cdot f_{M_1}^t(\vec{U}, H, \xi) + \nu \Delta U$$

$$V_{t+\frac{\Delta t}{2}} = V_{t-\frac{\Delta t}{2}} + \Delta t \cdot f_{M_2}^t(\vec{U}, H, \xi) + \nu \Delta V$$

$$\zeta_{t+\frac{\Delta t}{2}} = \zeta_{t-\frac{\Delta t}{2}} + \Delta t \cdot f_c^t(\vec{U})$$

Nous pouvons résumer la méthode sur la figure (10)



Méthode Prédicteur-Correcteur  
fig. (10)

III) Grille Spatiale

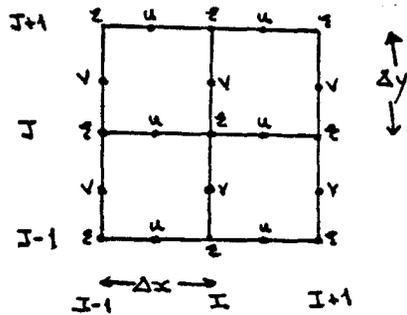


Figure 11

La grille utilisée est montrée sur la figure 11. Cette grille décentrée est souvent utilisée pour la résolution des problèmes océanographiques. Récemment BATTEN & HAN (1981) ont résolu les équations linéarisées de l'eau peu profonde avec plusieurs types de grilles. Ils ont montré que pour des mailles fines ( $\Delta x < 50$  km) c'est cette grille qui introduit le plus faible bruit numérique.

De plus, cette grille simplifie considérablement le problème des conditions aux limites : il suffit de donner aux frontières la valeur de l'une des trois variables  $\xi, U$  ou  $V$  et l'on n'a pas à résoudre d'équations supplémentaires. Surtout près des côtes, cette maille simplifie les conditions aux limites. C'est un grand avantage de cette grille sur les autres.

#### IV) Discretisation du domaine d'étude

La Manche a été discrétisée avec une maille de 10 km, telle qu'il est montré sur la figure 12.

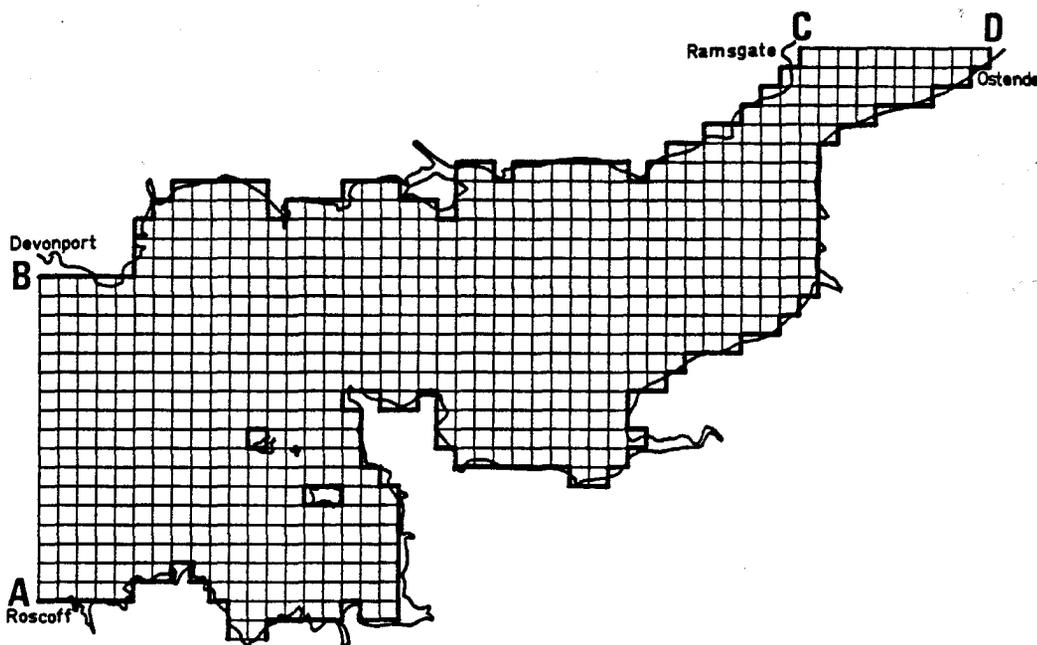


Figure 12

L'aire d'étude est limitée par deux frontières "ouvertes" :

- i) la frontière AB (ouest) "Atlantique" qui va de Devonport sur la côte anglaise à Roscoff sur la côte bretonne.
- ii) la frontière CD (nord) "Mer du Nord" qui va de Ramsgate sur la côte anglaise à Ostende sur la côte belge.

#### V) Discretisation des équations

En développant leurs différents termes et en projetant sur les axes  $x$  et  $y$ , les équations intégrées (II-2) et (II-3) s'écrivent sous la forme :

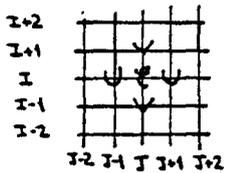
$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial y}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -2\frac{U}{H}\frac{\partial U}{\partial x} + \left(\frac{U}{H}\right)^2 \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{U}{H}\frac{\partial V}{\partial y} - \frac{V}{H}\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{U}{H}\frac{V}{H}\frac{\partial H}{\partial y} - fV - gH\frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{D}{2}\frac{U}{H}\sqrt{\left(\frac{U}{H}\right)^2 + \left(\frac{V}{H}\right)^2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -2\frac{V}{H}\frac{\partial V}{\partial y} + \left(\frac{V}{H}\right)^2 \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{U}{H}\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{V}{H}\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{U}{H}\frac{V}{H}\frac{\partial H}{\partial x} + fU - gH\frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{D}{2}\frac{V}{H}\sqrt{\left(\frac{U}{H}\right)^2 + \left(\frac{V}{H}\right)^2}$$

Le système d'équation, ainsi présenté, sera discrétisé pour résoudre le problème. Nous donnons dans les tableaux 2, 3, et 4 les expressions discrétisées des différents termes des équations (II-4) et (II-5) et (II-6) respectivement et cela pour les deux étapes prédicteur et correcteur.

Les expressions présentées sont valables pour un point courant (i,j) du maillage, situé suffisamment loin des frontières pour pouvoir disposer de toutes les valeurs requises.

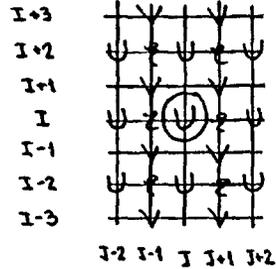


	Predicteur	Correcteur
$\frac{\partial \xi}{\partial t}$	$\frac{\xi_{I,J}^{n+1/2} - \xi_{I,J}^n}{\Delta t/2}$	$\frac{\xi_{I,J}^{n+1} - \xi_{I,J}^n}{\Delta t}$
$\frac{\partial U}{\partial x}$	$\frac{U_{I,J+1}^{n+1/2} - U_{I,J-1}^{n+1/2}}{\Delta x}$	$\frac{U_{I,J+1}^n - U_{I,J-1}^n}{\Delta x}$
$\frac{\partial V}{\partial y}$	$\frac{V_{I+1,J}^{n+1/2} - V_{I-1,J}^{n+1/2}}{\Delta y}$	$\frac{V_{I+1,J}^n - V_{I-1,J}^n}{\Delta y}$

TABLEAU 2 : Discrétisation des termes de l'équation de continuité au point I,J.  
(eq. II-4)

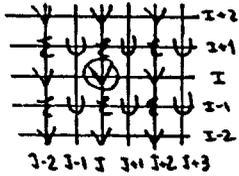
$$U^n = U_{I,J}^n \quad V^n = V_{I,J}^n = \frac{V_{I-1,J+1}^n + V_{I-1,J-1}^n + V_{I+1,J-1}^n + V_{I+1,J+1}^n}{4}$$

$$H_{I,J}^n = (h+z)_{I,J}^n = (H_{I,J-1}^n + H_{I,J+1}^n) / 2$$



		Predicteur	Correcteur
ADVECTION	$\frac{\partial U}{\partial t}$	$\frac{U_{I,J}^{n+1/2} - U_{I,J}^n}{\Delta t / 2}$ schéma décentré	$\frac{U_{I,J}^{n+1} - U_{I,J}^n}{\Delta t}$ schéma décentré
	$\frac{\partial U}{\partial x}$	Pour $U > 0$ $\frac{U_{I,J}^n - U_{I,J-2}^n}{\Delta x}$ schéma décentré (dérivées avant ou arrière suivant le signe de U)	$\frac{U_{I,J+2}^{n+1/2} - U_{I,J-2}^{n+1/2}}{2 \Delta x}$ schéma centré
	$\frac{\partial U}{\partial y}$	Pour $V > 0$ $\frac{U_{I,J}^n - U_{I-2,J}^n}{\Delta y}$ schéma décentré	$\frac{U_{I+2,J}^{n+1/2} - U_{I-2,J}^{n+1/2}}{2 \Delta y}$ schéma centré
	$\frac{\partial V}{\partial y}$	Pour $U > 0$ $\frac{(V_{I+1,J-1}^n + V_{I+1,J+1}^n) / 2 - (V_{I-3,J-1}^n + V_{I-3,J+1}^n) / 2}{2 \Delta y}$ schéma décentré	$\frac{(V_{I+1,J+1}^{n+1/2} + V_{I+1,J-1}^{n+1/2}) / 2 - (V_{I-1,J+1}^{n+1/2} + V_{I-1,J-1}^{n+1/2}) / 2}{\Delta x}$ schéma centré
	$\frac{\partial H}{\partial x}$	$\frac{H_{I,J+1}^n - H_{I,J-1}^n}{\Delta x}$ schéma centré	$\frac{H_{I,J+1}^{n+1/2} - H_{I,J-1}^{n+1/2}}{\Delta x}$ schéma centré
	$\frac{\partial H}{\partial y}$	$\frac{(H_{I+2,J-1}^n + H_{I+2,J+1}^n) / 2 - (H_{I-2,J-1}^n + H_{I-2,J+1}^n) / 2}{2 \Delta y}$	$\frac{(H_{I+2,J-1}^{n+1/2} + H_{I+2,J+1}^{n+1/2}) / 2 - (H_{I-2,J-1}^{n+1/2} + H_{I-2,J+1}^{n+1/2}) / 2}{2 \Delta y}$
PRESSION	$\frac{\partial z}{\partial y}$	$\frac{z_{I,J-1}^n - z_{I,J+1}^n}{\Delta x}$	$\frac{z_{I,J-1}^{n+1/2} - z_{I,J+1}^n}{\Delta x}$
VISCOUSITE	$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$	_____	$\frac{(U_{I,J+2}^{n+1/2} - U_{I,J}^{n+1/2}) - (U_{I,J}^{n+1/2} - U_{I,J-2}^{n+1/2})}{\Delta x \cdot \Delta x}$ schéma centré
	$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$	_____	$\frac{(U_{I+2,J}^{n+1/2} - U_{I,J}^{n+1/2}) - (U_{I,J}^{n+1/2} - U_{I-2,J}^{n+1/2})}{\Delta y \cdot \Delta y}$ schéma centré

TABLEAU 3 : Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement selon x, au point I, J (Eq. II-5)



		Predicteur	Correcteur
ADVECTION	$\frac{\partial v}{\partial t}$	$\frac{V_{I,J}^{n+1/2} - V_{I,J}^n}{\Delta t / 2}$ Schema décentré	$\frac{V_{I,J}^{n+1} - V_{I,J}^n}{\Delta t}$ Schema décentré
	$\frac{\partial v}{\partial y}$	Pour $v > 0$ $\frac{V_{I,J}^n - V_{I-2,J}^n}{\Delta x}$ Schema décentré	$\frac{V_{I+2,J}^{n+1/2} - V_{I-2,J}^{n+1/2}}{2 \Delta x}$ Schema centré
	$\frac{\partial v}{\partial x}$	$\frac{V_{I,J}^n - V_{I,J-2}^n}{\Delta x}$ Schema décentré	$\frac{V_{I,J+2}^{n+1/2} - V_{I,J-2}^{n+1/2}}{2 \Delta x}$ Schema centré
	$\frac{\partial u}{\partial x}$	$\frac{(U_{I+1,J+2}^n + U_{I-1,J+2}^n)/2 - (U_{I+1,J-1}^n + U_{I-1,J-1}^n)/2}{2 \Delta x}$ Schema décentré	$\frac{(U_{I+1,J+1}^{n+1/2} + U_{I-1,J+1}^{n+1/2})/2 - (U_{I+1,J-1}^{n+1/2} + U_{I-1,J-1}^{n+1/2})/2}{2 \Delta x}$ Schema centré
	$\frac{\partial H}{\partial y}$	$\frac{H_{I+1,J}^{n+1/2} - H_{I-1,J}^{n+1/2}}{\Delta y}$	$\frac{H_{I+1,J}^{n+1/2} - H_{I-1,J}^{n+1/2}}{\Delta y}$
	$\frac{\partial H}{\partial x}$	$\frac{(H_{I+1,J+2}^n + H_{I-1,J+2}^n)/2 + (H_{I+1,J-2}^n + H_{I-1,J-2}^n)/2}{2 \Delta x}$	$\frac{(H_{I+1,J+2}^{n+1/2} + H_{I-1,J+2}^{n+1/2})/2 + (H_{I+1,J-2}^{n+1/2} + H_{I-1,J-2}^{n+1/2})/2}{2 \Delta x}$
PRESSION	$\frac{\partial z}{\partial y}$	$\frac{z_{I+1,J}^n - z_{I-1,J}^n}{\Delta y}$	$\frac{z_{I+1,J}^{n+1/2} - z_{I-1,J}^{n+1/2}}{\Delta y}$
VISCOSITE	$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$	_____	$\frac{(V_{I,J+2}^{n+1/2} - V_{I,J}^{n+1/2}) - (V_{I,J}^{n+1/2} - V_{I,J-2}^{n+1/2})}{\Delta x \cdot \Delta x}$ Schema centré
	$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$	_____	$\frac{(V_{I+2,J}^{n+1/2} - V_{I,J}^{n+1/2}) - (V_{I,J}^{n+1/2} - V_{I-2,J}^{n+1/2})}{\Delta y \cdot \Delta y}$ Schema centré

TABLEAU 4 : Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement selon y, au point I, J (Eq. II-6)

Ajoutons à ces tableaux les remarques suivantes, susceptibles d'aider leur compréhension :

i) au niveau Prédicteur :

D'après RICHMEEYER & MORTON (1967), le schéma décentré utilisé pour calculer les termes d'advection est inconditionnellement stable si l'on prend les dérivées arrière par rapport au sens de la vitesse. La discrétisation dépend donc du signe de la vitesse. Les expressions présentées dans les tableaux sont valables pour  $U$  et  $V$  positifs. Le cas contraire serait absolument symétrique.

ii) Les termes de pression ainsi que les dérivées  $\frac{\partial H}{\partial y}$   $\frac{\partial H}{\partial x}$  du terme d'advection sont discrétisées de la même façon (centrées) aux deux stades.

iii) Les termes de viscosité numérique ne sont introduit qu'au niveau du correcteur comme nous l'avons expliqué au § II.

#### VI) Condition de stabilité

Le schéma utilisé est explicite. La condition de stabilité de Courant-Freidrich et Levy s'applique donc. Elle impose que la vitesse de calcul soit supérieure à la vitesse de propagation de l'onde. Par conséquent, nous devons avoir :

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} > \left( \sqrt{2gH} + u \right)_{\max}$$

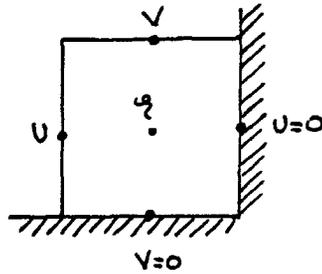
Dans le cas de notre modèle, compte tenu de la maille choisie et du domaine étudié, cette condition nous impose un  $\Delta t$  maximum de l'ordre de 180 secondes. Pour la commodité des dépouillements, nous prendrons  $\Delta t = 184.009$  s, ce qui permet d'avoir un nombre entier (243) de pas de temps par période de l'onde M2.

#### VII) Conditions aux limites

a) Sur les côtes

Nous imposons la condition d'imperméabilité qui donne  $\vec{V}_n = 0$  (la vitesse normale à la cote est nulle). Du fait du choix de la grille décentrée, cette condition est facile à écrire puisqu'il suffit d'exprimer qu'une seule variable:  $u$  ou  $v$  est nulle.

Par exemple :



b) Sur les frontières ouvertes (cf Figure 12 )

Comme nous l'avons souligné précédemment (II-B-III ), la grille utilisée permet de n'introduire qu'une des 3 inconnues sur les frontières ouvertes. Nous avons donc choisi d'imposer les dénivellations étant donné qu'elles sont bien mieux connues que les vitesses. En chaque point des frontières AB et CD nous imposerons :

$$\zeta(P, t) = \zeta_0(P) + \sum_{i=1}^N A_{P_i} \cos(\omega_i t - \varphi_{P_i})$$

où P est un point de la frontière

t est le temps

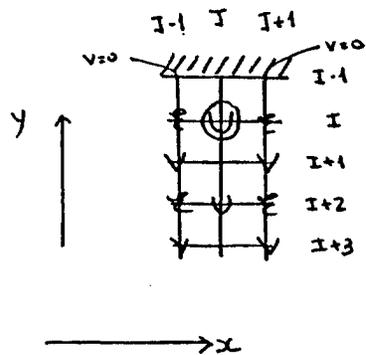
$\zeta_0(P)$  est le niveau moyen au point P

$\omega_i$ ,  $A_{P_i}$  et  $\varphi_{P_i}$  sont respectivement les pulsations, amplitudes et phase de l'harmonique i au point P.

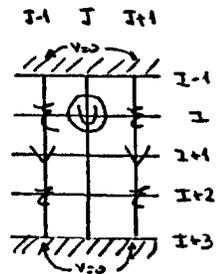
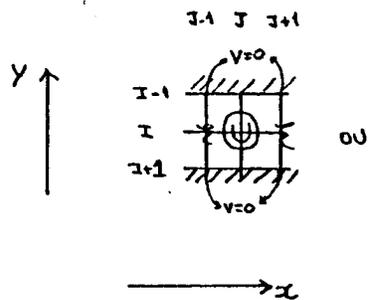
Les valeurs des amplitudes et phases des différents harmoniques sont tirées de sources multiples : d'une part, nous disposons de ces paramètres aux 4 ports A, B, C et D, d'autre part pour la distribution le long des frontières AB et CD nous avons utilisé soit les résultats du modèle physique (Atlas des composantes harmoniques, Chabert d'Hières, Le Provost, (1979) (frontière AB) soit une distribution linéaire entre C et D.

c) Discrétisation des équations aux frontières

Nous avons donné dans les tableaux 2, 3 et 4 les diverses discrétisations valables pour un point courant où toute l'information est disponible dans le domaine même. Nous donnons dans les tableaux IV et V la façon de discrétiser les divers termes de l'équation de quantité de mouvement pour les points situés près des côtes où l'information requise n'est pas disponible. Ces conditions



	Predicteur	Correcteur
$\frac{\partial U}{\partial y}$	pour $v > 0$	$\frac{4 U_{I+2,J}^n - 3 U_{I,J}^n - U_{I+4,J}^n}{2 \Delta y}$
$\frac{\partial H}{\partial y}$	$\frac{(H_{I+2,J+1}^n + H_{I+2,J-1}^n)/2 - (H_{I,J+1}^n + H_{I,J-1}^n)/2}{\Delta y}$	
$\frac{\partial v}{\partial x}$	$\frac{(V_{I+1,J+1}^n + V_{I-1,J+1}^n)/2 - (V_{I+1,J-1}^n + V_{I-1,J-1}^n)/2}{\Delta x}$	Pas de problèmes



Predicteur	Correcteur
$\frac{\partial U}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$ et $\frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0$
$\frac{\partial H}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial H}{\partial x} = 0$

TABLEAU 5 : Discrétisation et conditions additionnelles aux frontières pour l'équation de quantité de mouvement selon x. (Eq. II-5)

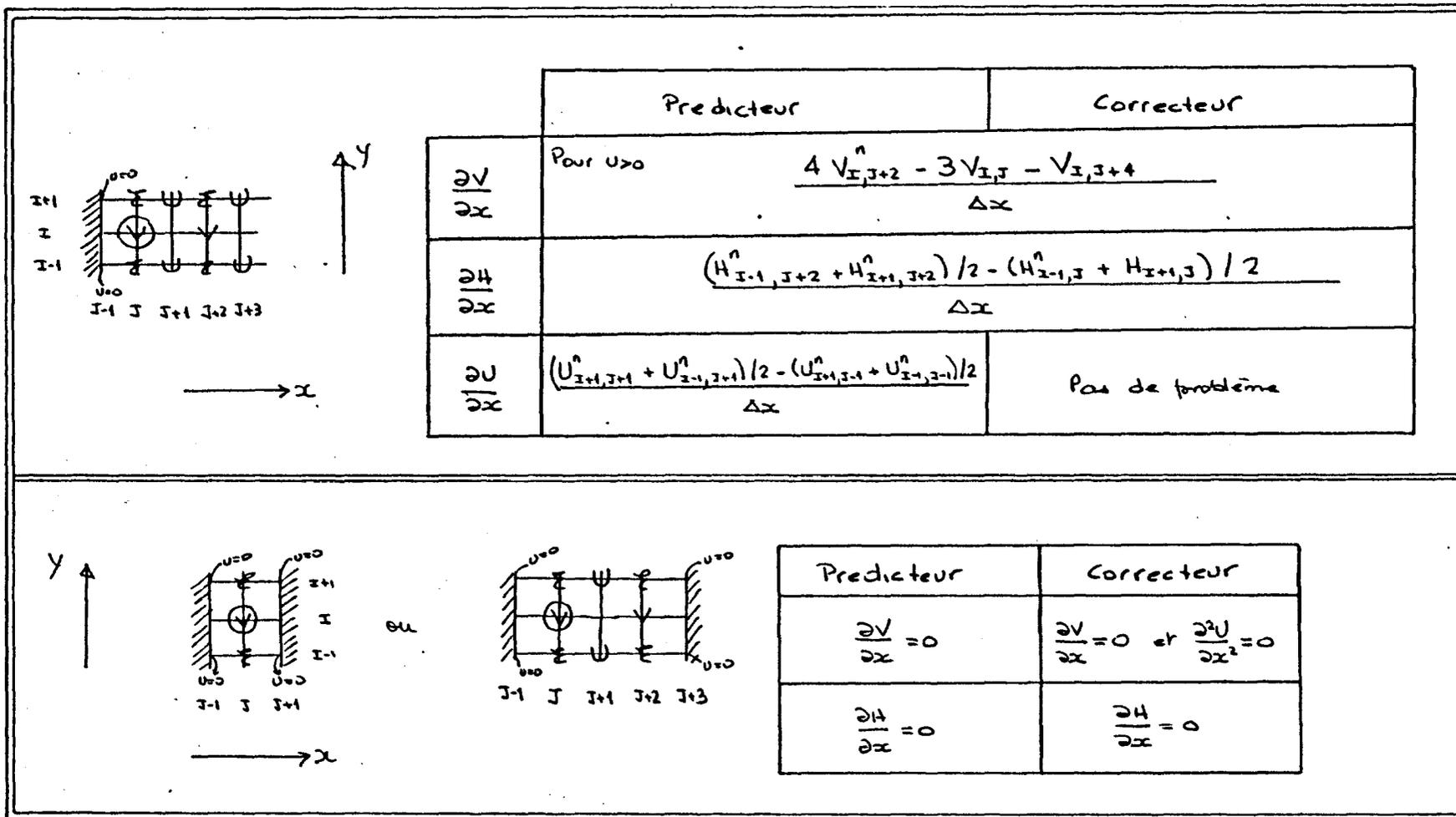


TABLEAU 6 : Discrétisation et conditions additionnelles aux frontières pour l'équation de quantité de mouvement selon  $y$ . (Eq. II-6)

additionnelles concernent les termes d'advection et elles ne perturbent que légèrement la solution. Notons, enfin, que l'équation de continuité est discrétisable toujours de la même façon, pour un point courant du domaine ou près des côtes.

### VIII) Conditions initiales

La condition initiale est le repos. Pour un essai avec l'onde  $M_2$  et ses deux premiers harmoniques, le temps de mise en régime correspond à quatre périodes de  $M_2$ .

### IX) Remarques sur la mise en oeuvre informatique

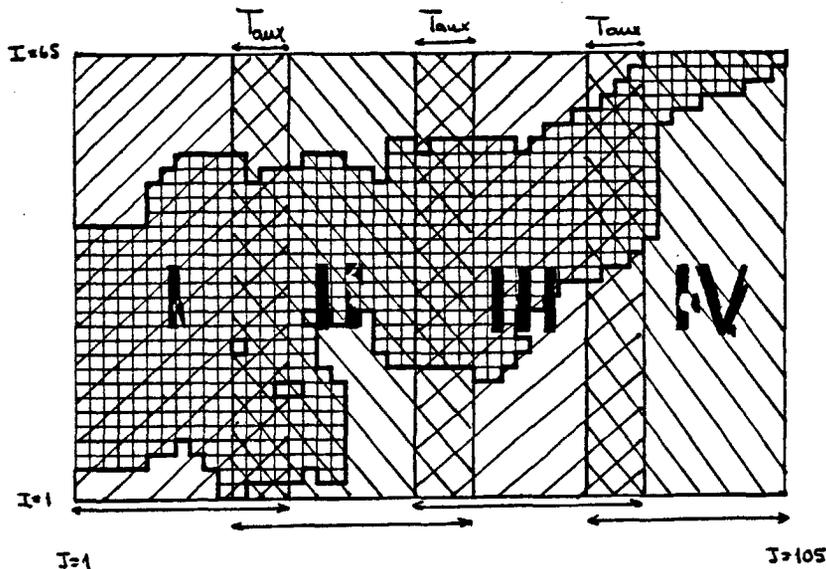


Figure 13

L'ordinateur que nous avons utilisé pour mettre en oeuvre ce modèle est un NORD 10S. La mémoire limitée de cet ordinateur (64 Kmots) nous a conduit à mettre au point une technique de fractionnement du modèle sans laquelle il eut été impossible de travailler. Cette méthode est d'ailleurs applicable pour tout modèle à schéma explicite nécessitant globalement plus de mémoire centrale que celle dont on dispose. Nous la décrivons ici succinctement.

Pour notre modèle, nous devons avoir en mémoire à chaque instant quatre tableaux qui ont la taille du domaine (65 x 105) (80 Kmots à eux seuls) correspondant à :

- 1) tableau de profondeur
- 2) variables calculées au pas prédicteur précédent
- 3) variables calculées au pas correcteur précédent
- 4) variables calculées au pas de temps en cours (Stockage provisoire)

La technique utilisée consiste à créer l'image des trois premiers tableaux sur le disque et à ne charger en mémoire, à chaque instant qu'un morceau de ces tableaux, portant sur un sous domaine déterminé.

La méthode étant explicite, on fait le calcul correspondant à chaque sous domaine, en utilisant le 4ème tableau (qui a alors la taille d'un sous domaine) et on transfère ensuite les valeurs calculées sur le fichier-disque correspondant. La taille des sous domaines doit être telle que l'on puisse avoir les 4 tableaux ayant les dimensions d'un sous domaine, en même temps en mémoire, avec le programme. On les prendra le plus grand possible pour diminuer le nombre total de sous domaines et par là même, le nombre d'accès au disque, très coûteux en temps d'exécution.

Le problème de la continuité du calcul aux frontières des sous domaines est résolu en faisant se chevaucher deux sous domaines consécutifs et ne gardant en mémoire dans un tableau auxiliaire cette bande de valeurs au pas précédent.

Dans le cas du modèle de La Manche (fig. 13), nous avons utilisé 4 sous domaines I, II, III et IV, ce qui correspond à l'optimum possible compte tenu de la taille de l'ordinateur. Dûe à notre discrétisation des équations, la bande de chevauchement doit faire 5 lignes de large ; c'est donc un petit tableau  $T_{aux}$  de (65 x 5) qui ne pose pas de problème particulier.

A titre d'information, le temps de calcul "CPU" d'une période de  $M_2$  est de 30mn environ, alors que ce même calcul effectué directement sur CII.Honeywell Bull (système MULTICS) prend 15mn environ. Le temps effectif de calcul, compte tenu des entrées/sorties sur le disque et en supposant que l'on soit le seul utilisateur du système est de 1 heure environ par période de  $M_2$ .

C H A P I T R E    I I I

ETUDE DES COURANTS DUS A UNE MAREE MOYENNE (ONDE  $M_2$ )

Introduction

PARTIE A : Etude sur modèle réduit

- I) Conditions de la campagne de mesures
  - 1) Réglage du modèle
  - 2) Caractéristiques de l'échantillonnage
- II) Traitement des données
- III) Présentation des résultats

PARTIE B : Etude sur modèle numérique

- I) Tests de sensibilité
- II) Réglage retenu
- III) Dépouillement et résultats
- IV) Analyse des résultats concernant les dénivellations
- V) Etude des différents termes de l'équation de mouvement et de leurs contributions aux trois ondes étudiées

PARTIE C : Comparaison entre les résultats obtenus avec nos deux modèles et des données extérieures

- I) Conditions de la comparaison
  - 1) Différences fondamentales de nos deux modèles, avantages et inconvénients
  - 2) Sources d'information extérieures à notre étude
    - a) données nature sur l'onde  $M_2$
    - b) cartes de SAGER (1968)
- II) Comparaison. Interprétations
  - 1) Zone du Golfe Normano-Breton
    - a) particularités de cette zone
    - b) difficultés pour comparer l'onde  $M_2$
  - 2) Zone extérieure au Golfe Normano-Breton
    - a) courant maximum
    - b) direction du courant maximum
    - c) ellipticité
    - d) phase du courant maximum
  - 3) Pas de Calais
  - 4) Conclusions générales

## I N T R O D U C T I O N

Dans une première étape, nous avons fait une étude des courants engendrés par l'onde principale lunaire  $M_2$ , qui comme nous l'avons déjà dit dans le chapitre I, est nettement dominante dans La Manche. La complexité du spectre des marées rend extrêmement compliqué l'étude des marées réelles. C'est pourquoi la plupart des modèles de marées simulent des marées types, en introduisant aux frontières une marée sinusoïdale, dont les marnages correspondent à un certain coefficient (en général 95, soit vives-eaux moyennes). S'il s'agit d'un modèle réduit ou d'un modèle numérique non-linéaire, cette marée se charge d'harmoniques supérieurs à l'intérieur du domaine. Mais cette simulation est assez lointaine de la marée réelle, composée de nombreuses autres fréquences.

D'un autre côté, un coefficient (95 par exemple) ne correspond qu'à une situation rencontrée quelques fois par mois seulement.

Ces simulations donnent cependant des ordres de grandeurs sur les directions, les maxima, les heures de renverse, etc ... dans La Manche.

Du fait de la dominance de l'onde  $M_2$ , les marées que l'on y rencontre ont sensiblement sa période, et ont une amplitude modulée par les autres ondes se déphasant par rapport à l'onde  $M_2$ .

D'autres modélisations simulent l'onde  $M_2$  exclusivement. Dans la pratique, on associe au coefficient 70 (marée moyenne) des marnages du même ordre de grandeur que ceux de l'onde  $M_2$ . Dans le but d'une étude fondamentale des courants, la simulation de l'onde  $M_2$  seule, justifiée par son caractère dominant (Chapitre I), nous a paru la première étape à réaliser. Elle a été menée sur modèle physique et sur modèle numérique.

Dans ce chapitre, nous présentons les conditions de l'étude sur modèle physique. Dans une deuxième partie, nous présentons la simulation réalisée avec le modèle numérique décrit au chapitre précédent. Remarquons que contrairement à la simulation sur modèle physique où seule l'onde  $M_2$  est introduite à l'entrée Atlantique du modèle, nous introduisons l'onde  $M_2$  ainsi que ses deux premiers harmoniques  $M_4$  et  $M_6$ .

La troisième partie sera consacrée à la confrontation de ces deux simulations, limitée aux résultats obtenus pour l'onde  $M_2$ . Nous avons également rassemblé les données de la composante  $M_2$  des courants provenant des analyses des enregistrements in-situ pour valider nos résultats. Notons que leur validation sur l'ensemble du domaine étudié est assez délicate du fait de la rareté des données disponibles.

PARTIE A : ETUDE SUR MODELE REDUIT

I) Conditions de la campagne de mesure

1) Réglage du modèle

Comme nous l'avons souligné dans le paragraphe précédent, nous nous étions fixés pour but la simulation de l'onde lunaire moyenne  $M_2$  (période 12h 25mm) afin de pouvoir mesurer les courants qu'elle engendre.

La période du batteur est immuable et fixée à 20 secondes, ce qui correspond à la période de  $M_2$  compte tenu de l'échelle des temps.

Fondamentalement, le réglage du modèle consiste à faire en sorte que les grandeurs mesurées sur le modèle correspondent aux mêmes grandeurs mesurées dans la nature en jouant sur des paramètres de réglage. Dans le cas de La Manche, la grandeur la plus commode, bien connue dans la nature et que nous avons utilisée est l'amplitude de la dénivellation de l'onde  $M_2$ , sur les côtes françaises et anglaises.

Les paramètres de réglage étaient d'une part l'amplitude du générateur de marée, et d'autre part la position des éléments de rugosité dans le domaine proprement dit et dans le canal d'amortissement qui simule la mer du Nord.

Soulignons que le réglage du modèle par les éléments de rugosité est essentiellement empirique. La méthode employée se déroule en deux temps :

a) réglage de l'amplitude du batteur pour que l'amplitude de l'onde  $M_2$  mesurée soit égale à la valeur nature. Le réglage se fait par approches successives. Pour chaque essai, on fait l'analyse harmonique de la marée à St Malo, ce qui nous donne le fondamental du signal (donc  $M_2$ ).

Le choix de St Malo comme port de référence est arbitraire pour notre étude, mais se justifiait lors de travaux antérieurs concernant plus particulièrement la Baie du Mont St Michel. Toutefois, l'étude sur modèle numérique faite à postériori, nous a montré que ce port était peu sensible aux conditions de frottement.

b) Réglage de la position des éléments de rugosité pour que l'amplitude de l'onde  $M_2$  (mesurée comme pour St Malo en a)) coïncide avec les valeurs nature connues dans 8 ports de la côte française et 16 ports de la côte anglaise .

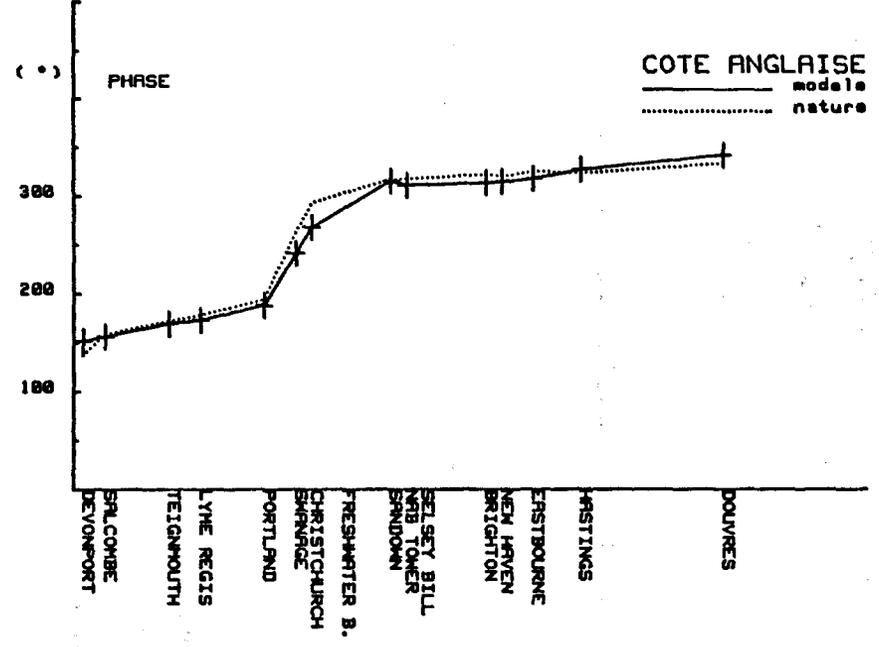
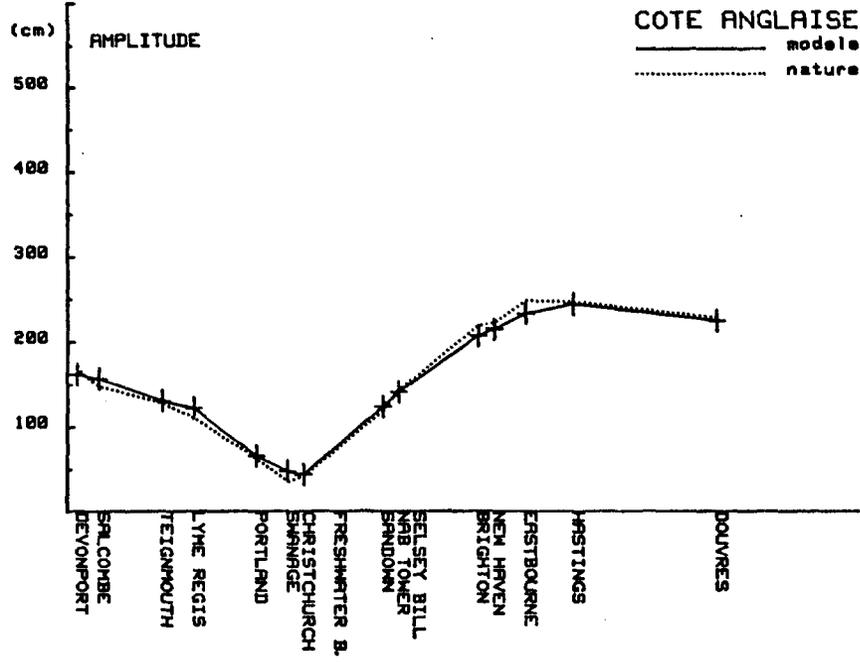
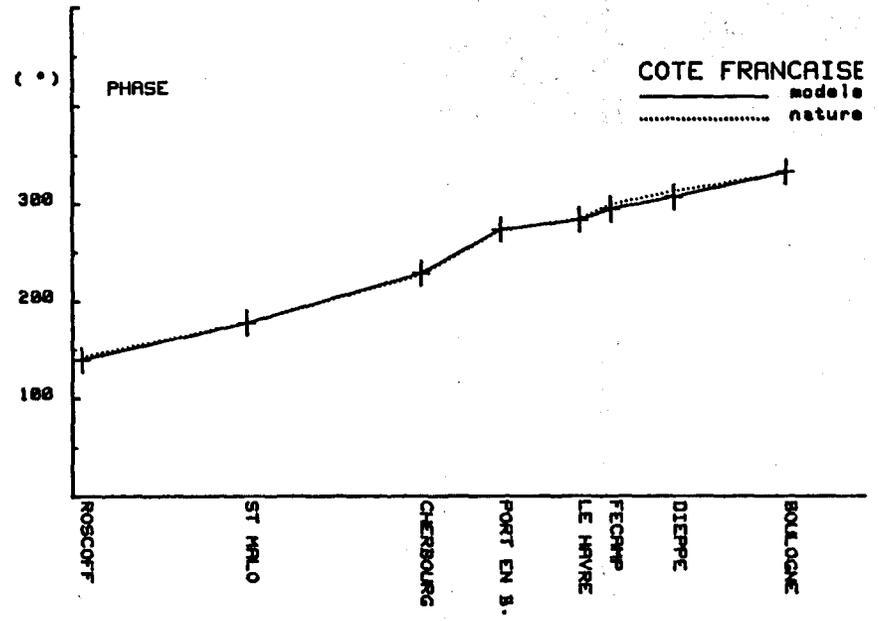
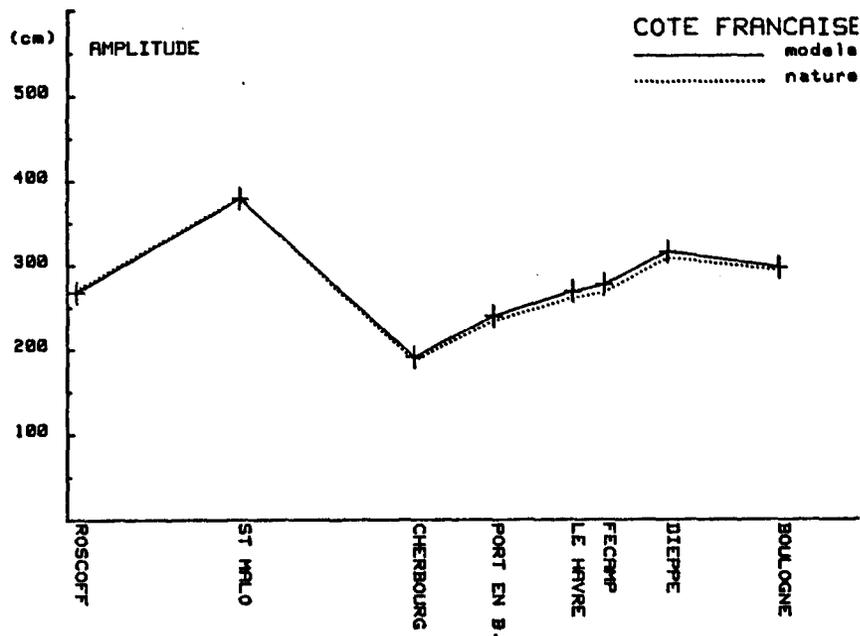


Fig. 14 : Réglage du modèle physique. Valeurs des amplitudes et phases de l'onde  $M_2$  sur les côtes

Après ce deuxième temps, on vérifie l'amplitude de l'onde  $M_2$  à St Malo et on réitère la méthode jusqu'à obtenir un résultat acceptable. Au cours du réglage de la rugosité nous avons remarqué que le déplacement de certains éléments engendre des perturbations qui se font sentir à des endroits très éloignés de ces éléments, et qui de plus, sont à peu près inattendues. Le réglage est donc essentiellement empirique.

Le réglage définitif que nous avons retenu pour nos essais est schématisé sur la figure 14 par comparaison des amplitudes et des phases de  $M_2$  entre le modèle physique et la nature, dans les différents ports. Les phases données pour la nature sont relatives au passage de la lune au méridien de Greenwich, alors qu'à priori les phases mesurées sur le modèle ont une origine arbitraire (Top donné par le générateur). A St Malo, la différence de phase est telle qu'il faut ajouter  $11^\circ$  à la phase mesurée dans le modèle pour obtenir la phase nature. Nous avons vérifié que cet écart est sensiblement égal dans tout le modèle. Dans tout ce qui suit, les phases mesurées dans le modèle seront recalées avec la nature par addition de  $11^\circ$ .

En ce qui concerne les amplitudes, nous observons une bonne concordance entre les valeurs modèle et nature (cf tableau 7 ). Il est remarquable de constater la coïncidence des phases sur la côte française.

	COTE FRANCAISE		COTE ANGLAISE	
	Ecart moyen	Ecart maximum	Ecart moyen	Ecart maximum
Amplitudes (cm)	5.25	9.00	7.56	22.00
Phases (°)	2.25	6.00	8.75	25.00

TABLEAU 7 : Ecarts moyen et maximum entre les valeurs de l'onde  $M_2$  du modèle physique et la Nature aux ports de réglage.

Pour la côte anglaise, les résultats sont moins bons, surtout dans la région située entre Christchurch et Swanage, mais ceci est logique car cette région se trouve à proximité du point amphidromique de  $M_2$  et le gradient de phase est très important. Une légère imprécision sur la position du marégraphe de mesure et/ou la position du point amphidromique peuvent entraîner un écart de phase important.

## 2) Caractéristiques de l'échantillonnage

Rappelons les caractéristiques de l'échantillonnage présentées au chapitre précédent : le domaine a été couvert avec 162 points de mesure dont les positions sont indiquées sur la carte de la figure 15 . Pour chaque point nous avons mesuré 2 composantes perpendiculaires (u et v). Pour chacune des composantes, nous avons enregistré 20 périodes de marées à raison de 60 points par période. Les signaux sont moyennés sur une période et le résultat est traité (renverse, etc ...) pour obtenir un signal tel celui présenté sur la figure 9b, qui servira de base aux traitements présentés dans le paragraphe suivant :

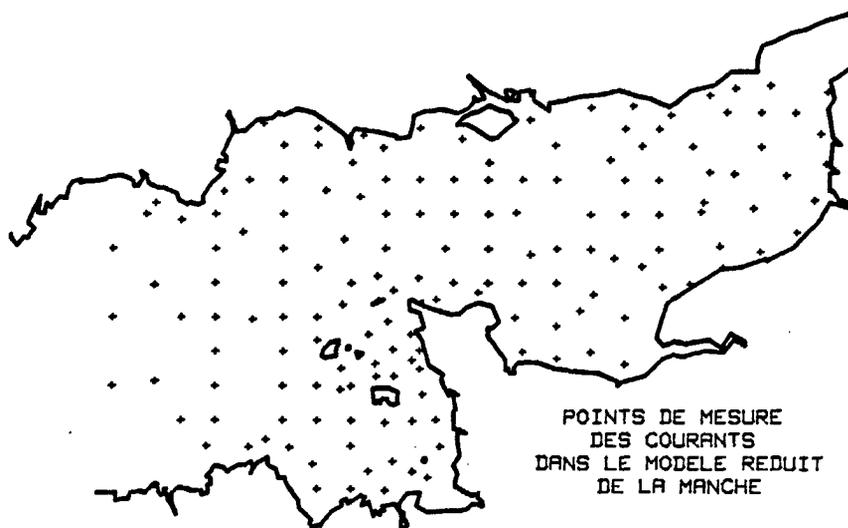


Figure 15

## II) Traitionnées

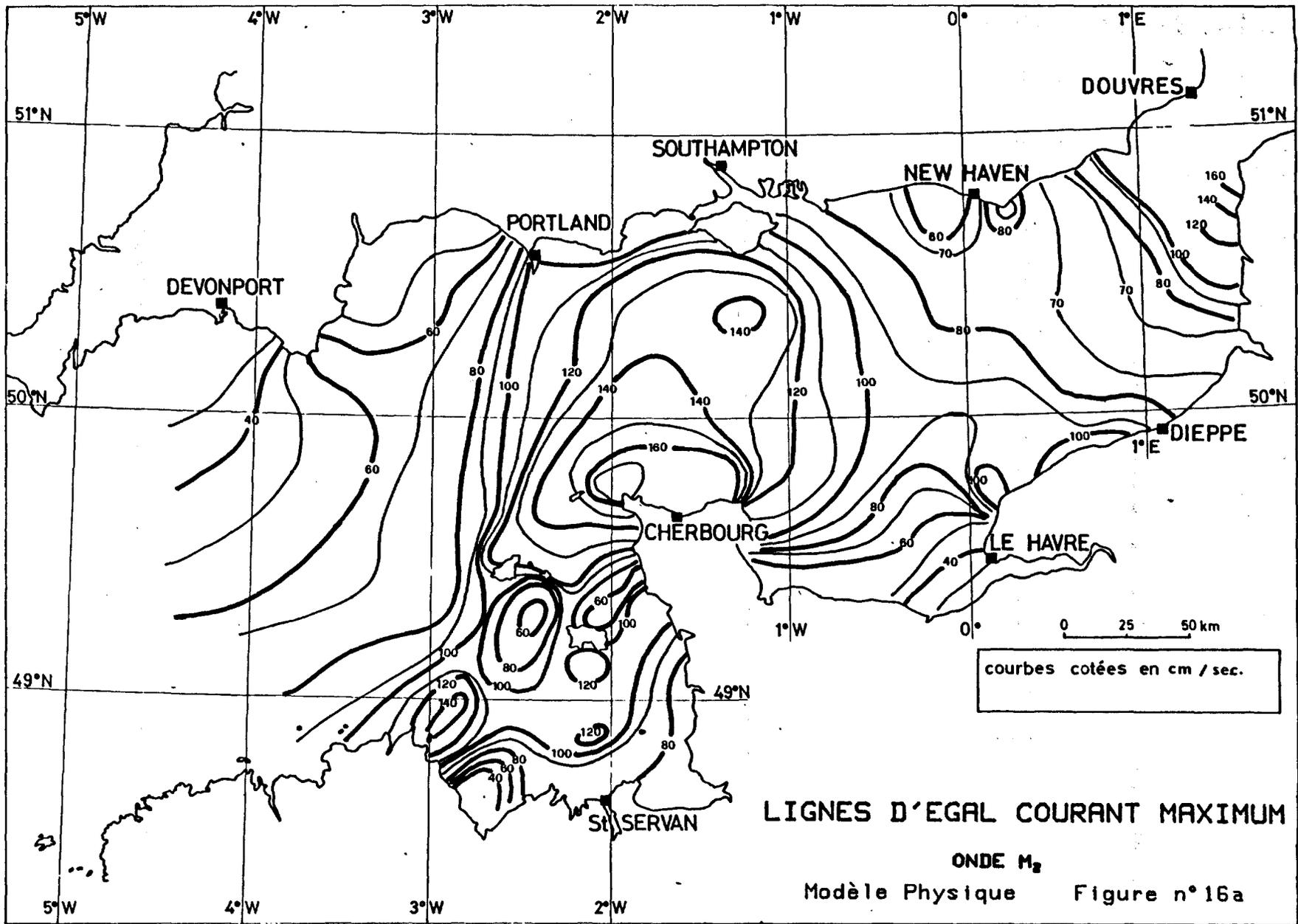
Pour les composantes de la vitesse ramenée aux axes géographiques (N-S)-(E-O) ferons une analyse harmonique, fournissant en particulier les amplitudes et phases de l'onde fondamentale  $M_2$ . Ainsi en chaque point de mesure, nous avons  $U_{amp}$ ,  $V_{amp}$ ,  $V_{ph}$ . La rose de courant recomposée pour le fondamental est une ellipse parfaite, semblable à celle montrée dans la figure 9-L.

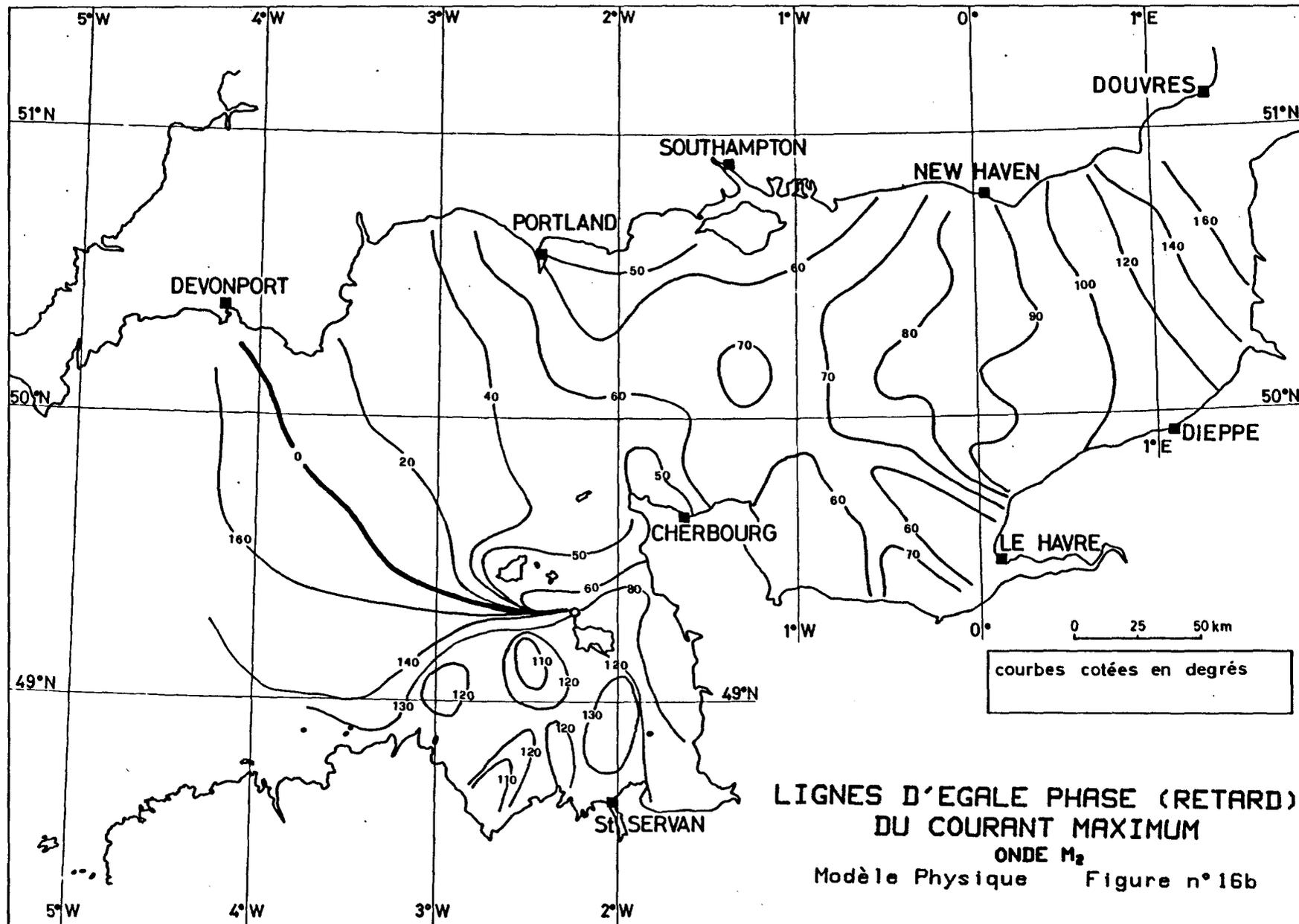
## III) Présentation des résultats. (voir Annexe I)

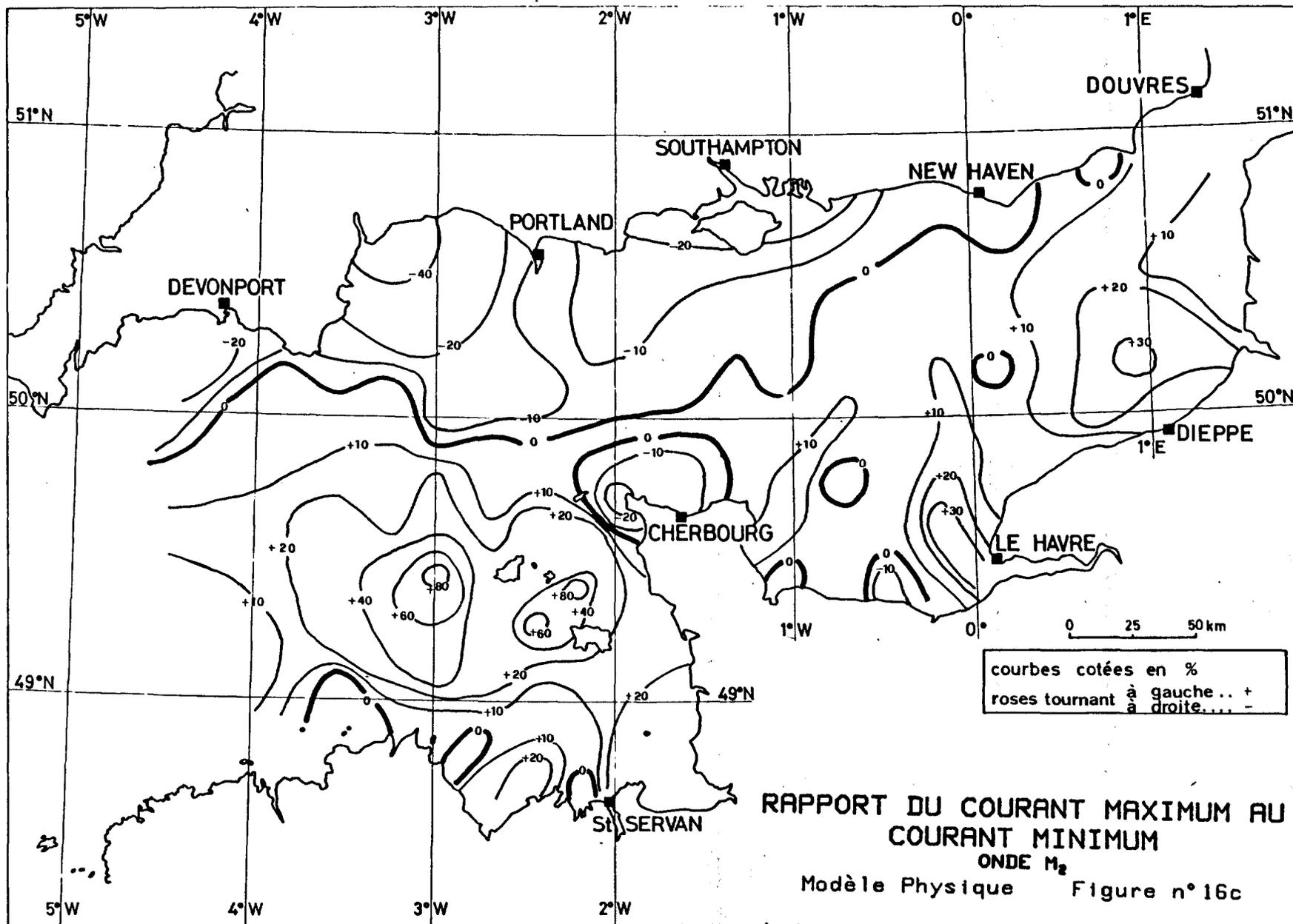
Pour les résultats obtenus, nous avons choisi de montrer 4 cartes donnant l'évolution des paramètres caractéristiques des roses de courants dans toute la zone, phase et cap du courant maximum et ellipticité.

Présentons ces résultats dans la partie C de ce chapitre (cf figures 16a, 16b).

Des courants instantanés résultants de cette simulation ont été tracés (FORNERINO, CHABERT D'HIERES, 1982).









## PARTIE B : ETUDE SUR MODELE NUMERIQUE

L'étude de l'onde  $M_2$  sur modèle numérique a été réalisée en présence de ses deux premières harmoniques  $M_4$  et  $M_6$ . Préalablement à la présentation des résultats nous commenterons dans ce chapitre les conclusions issues d'un certain nombre de tests de sensibilité réalisés sur les différents paramètres susceptibles d'intervenir dans le réglage : les conditions aux limites, le frottement et la viscosité. Nous précisons ensuite le réglage retenu correspondant à celui qui conduit, pour les dénivellations, à la solution la plus proche des données natures disponibles sur les ports. Nous commenterons les résultats obtenus en ce qui concerne les dénivellations.

Cette solution est utilisée pour analyser en un certain nombre de points, la contribution de chaque terme de l'équation du mouvement à la dynamique de ces trois ondes étudiées ( $M_2$ ,  $M_4$  et  $M_6$ ) ; ce qui permet, en particulier, de mieux comprendre la génération des harmoniques  $M_4$  et  $M_6$  et certaines caractéristiques de l'écoulement.

### I) TEST DE SENSIBILITE

Pour effectuer ces tests de sensibilité, nous avons réalisé de nombreux essais en faisant varier séparément les différents paramètres. Nous commenterons les résultats obtenus en nous appuyant sur des courbes tracées uniquement pour les essais les plus significatifs, afin d'éviter d'alourdir les dessins.

#### 1) Test de sensibilité aux conditions aux limites

Rappelons que nous devons imposer aux frontières ouvertes les valeurs d'une inconnue (chapitre II, B) :  $\bar{U}$  ou  $\zeta$ . Nous avons choisi  $\zeta$  (la dénivellation parceque ce paramètre est mieux connu dans la nature que le champ de vitesse). La variation au cours du temps de la dénivellation à imposer aux frontières est prise de la forme :

$$\zeta(x, y, t) = \zeta_0 + \zeta_{M_2} \cos(\omega_{M_2} t - \varphi_{M_2}) + \zeta_{M_4} \cos(2\omega_{M_2} t - \varphi_{M_4}) + \zeta_{M_6} \cos(3\omega_{M_2} t - \varphi_{M_6})$$

où  $\zeta_0$  est le niveau moyen de la mer

$\zeta_{M_2}, \zeta_{M_4}, \zeta_{M_6}$  sont les amplitudes de trois ondes M2, M4 et M6

$\varphi_{M_2}, \varphi_{M_4}, \varphi_{M_6}$  les phases correspondantes.

Dans la nature comme nous l'avons déjà souligné, les valeurs d'amplitudes et phases de différentes ondes sont connues dans certains ports. Nous disposons en particulier de ces valeurs, aux 4 ports situés sur les côtes près des frontières ouvertes : Devonport, Roscoff, Ramsgate et Ostende. Notons, cependant que ces ports ne sont pas situés exactement sur les frontières (Roscoff, par exemple, est situé à 15 km environ vers l'Est à l'intérieur du domaine). D'un autre côté, la distribution de ces paramètres au large, le long des frontières ouvertes n'est pas connue dans la nature. Nous aurons recours à l'Atlas des composantes harmoniques obtenu à partir de l'étude sur modèle réduit (CHABERT D'HIERES et LE PROVOST 1978), pour la distribution à imposer sur la frontière atlantique. (Bien que cette frontière soit située près des limites du modèle physique où les résultats peuvent être perturbés par la proximité du générateur de marée). En ce qui concerne la distribution à imposer sur la frontière Nord, nous ne disposons d'aucun renseignement.

Comme nous le verrons, plus loin, les niveaux moyens  $\zeta_0$  sont extrêmement difficiles à mesurer dans la nature en particulier à cause des problèmes de repérage des niveaux de référence. Nous avons donc fait aussi quelques tests de sensibilité sur les niveaux moyens.

#### a) Sensibilité comparative aux valeurs données aux deux frontières

(cf. figure 19)

Le modèle est beaucoup plus sensible aux conditions aux limites imposées sur la frontière Atlantique que sur la frontière Nord.

Une comparaison entre l'essai B3 et l'essai E7 montre, que le fait de modifier uniquement l'amplitude de M2 sur la frontière Atlantique (près de Roscoff) de 5cm (2%) (essai B3), modifie de 10 à 12cm l'amplitude de cette onde en Baie de Seine et Manche Orientale (jusqu'à 4%).

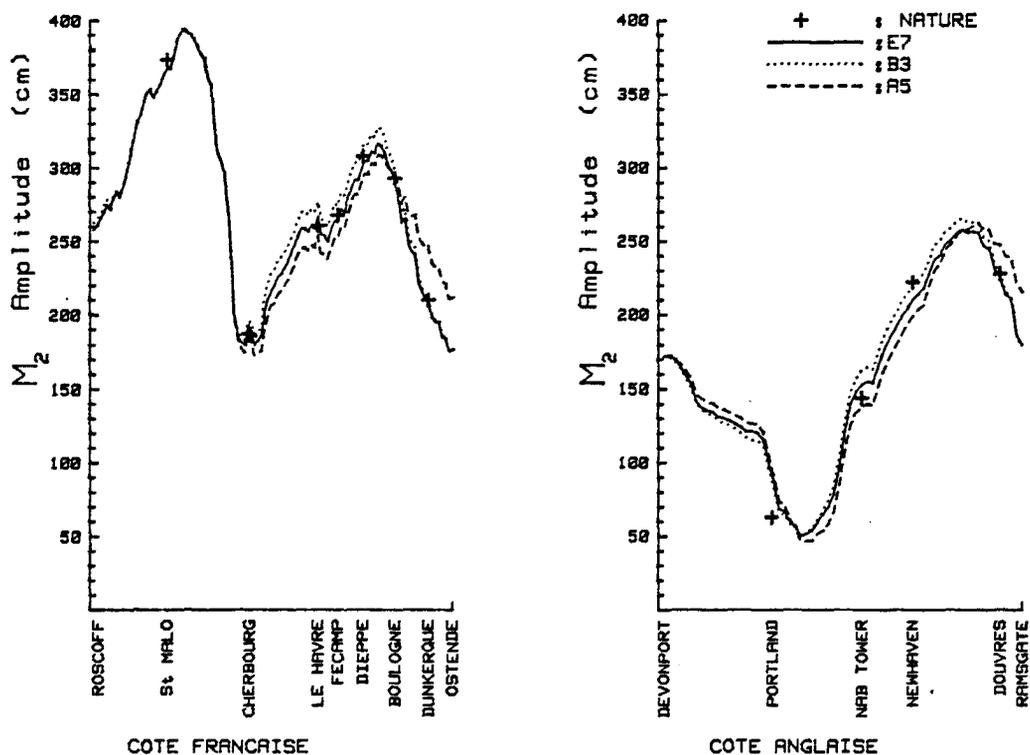


Figure 19

Essai  $E_7$  : Conditions aux limites présentées sur la figure 27 (dist. Mod. Phys)  
 Essai  $B_3$  : 2% de plus d'amplitude de l'onde  $M_2$  à Roscoff/ $E_7$   
 Essai  $A_5$  : conditions aux limites sur la frontière Nord amplifiée de 20%/ $E_7$

Cette modification de 2% de  $M_2$  près de Roscoff cause des variations importantes sur l'amplitude de  $M_4$  (-13% à St Malo, + 5% au Havre, + 20% à Nab Tower et 13% à Cherbourg).

En ce qui concerne l'onde  $M_6$ , elle est aussi sensiblement modifiée et ses points amphidromiques déplacés.

Par contre, avec l'essai  $A_5$  où l'onde  $M_2$  est amplifiée de 20% sur la frontière Nord, par rapport à l'essai  $E_7$ , on constate que les effets de cette modification ne se font sentir que près de cette frontière, et qu'ils s'amortissent vers l'Ouest : une fois dépassé Cherbourg la solution retrouve ses valeurs de l'essai  $A_2$ . (cf. figure 19). (Les effets ne s'amplifient pas comme dans le cas de la frontière Atlantique).

Le manque d'informations concernant la distribution à imposer sur la frontière Nord est donc relativement peu important et nous avons choisi d'imposer une distribution linéaire des niveaux instantanés de la mer, en respectant les valeurs des trois ondes dans les ports de Ramsgate et Ostende.

b) Sensibilité à la distribution donnée sur la frontière Atlantique

Le fait que la frontière Atlantique du modèle numérique se situe près des limites du modèle physique nous a conduit à tester la sensibilité du modèle à la définition de la distribution des amplitudes le long de cette frontière. On a réalisé deux essais, l'un correspondant à la distribution des amplitudes et phases donnée par le modèle physique (E7) et l'autre imposant une distribution linéaire des dénivellations instantanées (21) (Le niveau de la mer le long de la frontière est assimilé à chaque instant à une droite) ce qui revient pratiquement à imposer une distribution hyperbolique des amplitudes de chaque onde le long de cette frontière.

Les distributions données par le modèle physique pour les 3 ondes  $M_2$ ,  $M_4$  et  $M_6$  sont présentées sur la figure 20. On remarquera que ces distributions sont presque linéaires, sauf en ce qui concerne l'onde  $M_4$ .

Nous noterons les différences suivantes entre les 2 essais :

- Pour les dénivellations  $M_2$  : notons que l'écart entre les dénivellations imposé aux frontières pour les deux essais est de 4cm maximum (2%) au centre de la frontière. Les différences observées à l'intérieur du domaine ne dépassent jamais les 3cm. Les deux distributions testées donnent donc des solutions acceptables.

- Pour les courants  $M_2$  : la modification peut atteindre 4cm/s près de la frontière, mais à l'intérieur du domaine les variations ne dépassent jamais le cm/s, sauf au Pas de Calais où elles peuvent atteindre 3cm/s.

- Pour les dénivellations  $M_4$  : fig.(20) par contre, les valeurs des amplitudes imposées aux frontières sont assez différentes (20% entre les deux distributions testées). En Baie du Mt St Michel, on observe des variations de l'ordre de 13%. La solution donnée par la distribution linéaire s'éloigne considérablement des valeurs nature, surtout dans cette zone.

- Pour les courants  $M_4$  : on trouve, aussi en Baie du Mt St Michel, des différences qui atteignent 18%.

- Pour les dénivellations  $M_6$  : les variations sont moins nettes que pour l'onde  $M_4$  : la différence d'amplitudes imposées aux frontières ne dépasse pas le mm, mais cela conduit, quand même à une différence de 13% au Mt St Michel. Cependant, aux différents ports témoins le long des côtes les variations sont très peu sensibles.

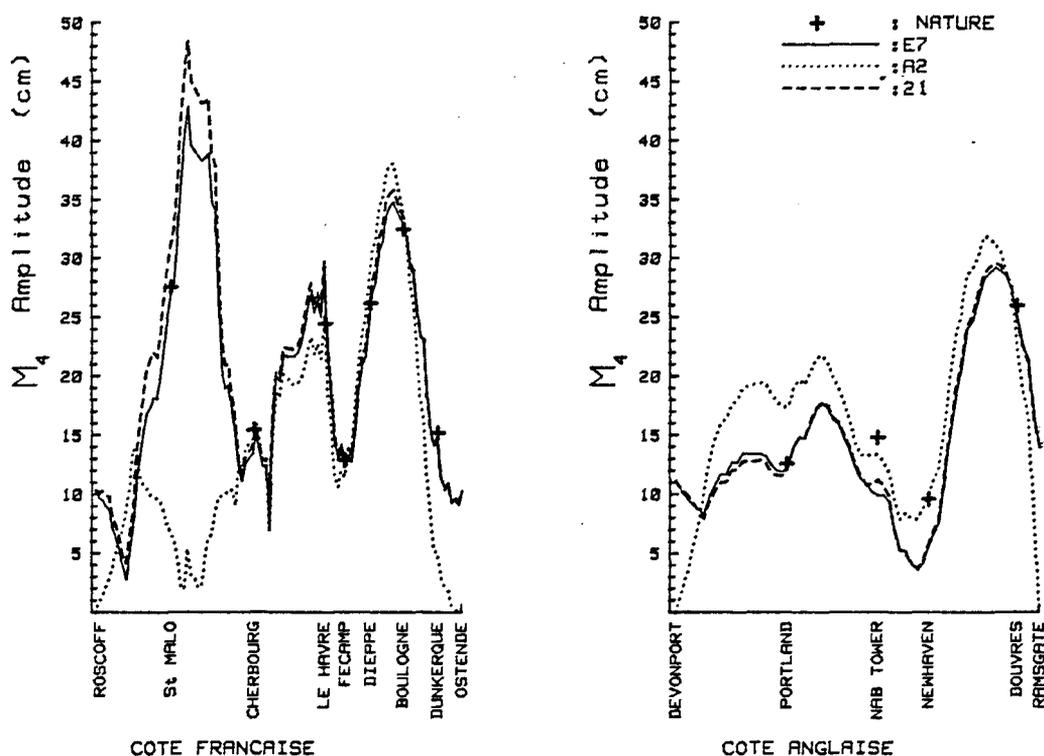


Figure 20

Essai E7 : Conditions aux limites présentées sur la figure 27 (dist. Mod. Phys.)  
 Essai A2 : Amplitudes de  $M_4$  et  $M_6$  aux frontières  
 Essai 21 : Distribution linéaire du niveau de la mer sur la frontière Atlantique

c) Sensibilité aux valeurs de  $M_4$  et  $M_6$  imposées aux frontières

Nous avons réalisé un essai (A2) pour lequel nous prescrivons que l'oscillation de la surface libre le long des frontières est due à l'onde  $M_2$  seule ; ce faisant nous contraignons (de façon tout à fait arbitraire et irréaliste) les ondes harmoniques en particulier  $M_4$  et  $M_6$  à avoir une amplitude nulle le long de ses frontières ouvertes. On observe : que l'onde  $M_2$  n'est absolument pas affectée par cette modification aux frontières sur ces harmoniques. Par contre, les réseaux harmoniques présentent pour cet essai des structures intéressantes (fig. carte 21). En Manche Orientale l'harmonique 2 est presque en accord avec la réalité : point amphidromique réel, amplitudes et phases correctes le long des côtes ; en Manche Occidentale les résultats sont complètement différents : le point amphidromique réel caractéristique de l'onde  $M_4$  dans cette zone n'existe pas, l'amplitude de l'harmonique 2 pour cet essai ne dépasse pas 7.7 cm et le réseau des phases est totalement irréaliste. Ces observations nous conduisent à conclure qu'en Manche Orientale l'onde  $M_4$  résulte exclusivement de l'énergie produite par l'onde  $M_2$  aux travers des processus non-linéaires que nous avons évoqués au chapitre I et que nous analyserons d'une façon plus détaillée dans la suite. La source d'énergie quart-diurne est en effet située dans la zone centrale de la Manche principalement autour du Cotentin où les vitesses sont maximales. Cette énergie se propage vers l'Est et vers l'Ouest ; l'onde se propageant vers l'Est se réfléchit sur les côtes de Picardie et l'ensemble de ces deux ondes (incidente et réfléchi) conduit à une amphidromie réelle avec un point nodal au centre du bassin oriental. Par contre dans le bassin occidental, la ligne nodale que l'on impose artificiellement le long de la frontière ouverte conditionne de façon fondamentale l'allure des réseaux d'amplitudes et de phases dans cette zone ; on retrouve comme on l'avait noté dans le paragraphe précédent que cette frontière est très importante pour la définition de l'harmonique 2 dans la Baie du Mt St Michel.

Sans nous étendre sur l'harmonique 3, notons que les réseaux donnés pour cet essai, pour cette fréquence présentent en Manche Orientale certaines similitudes avec la réalité, qui comme pour  $M_4$  ne se retrouvent pas en Manche occidentale.

Ces conclusions nous incitent donc, à porter un soin particulier à la définition des conditions aux limites des ondes harmoniques le long de la frontière Atlantique.

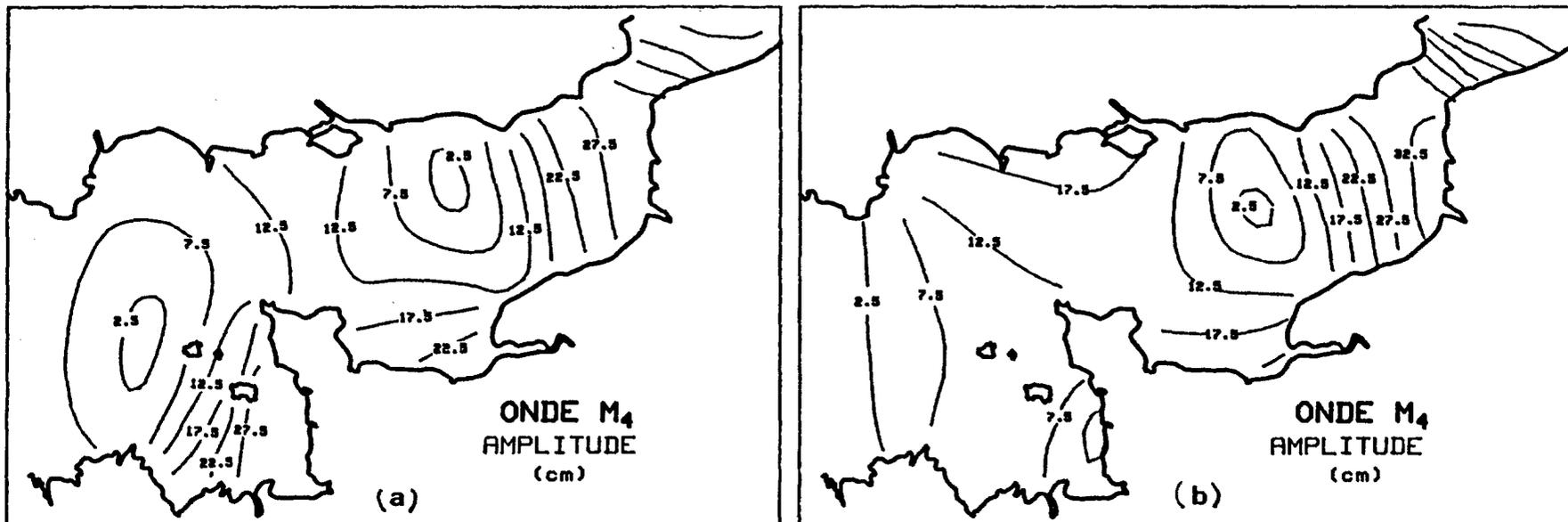


Fig. 21 : Réseaux d'amplitudes de l'onde  $M_4$  à partir de simulation de l'onde  $M_2$  avec :

- a) l'amplitude nature de  $M_4$  imposée aux frontières
- b) amplitude nulle de  $M_4$  imposée aux frontières

d) Sensibilité aux niveaux moyens

La connaissance des valeurs des niveaux moyens de la mer est assez imprécise en raison des difficultés des mesures de nivellement et des problèmes de repères. Nous adoptons comme définition du niveau moyen de la mer, pour notre travail, la côte moyenne de la surface libre par rapport au niveau pris comme référence dans nos équations, à savoir la position de la surface libre du bassin au repos. LE PROVOST (1982) a rassemblé différentes données sur les niveaux moyens le long des côtes de la Manche.

Pour tester la sensibilité de la solution aux valeurs du niveau moyen imposées sur les frontières nous avons réalisé trois essais avec les valeurs aux ports que nous présentons sur le tableau 8 et avec une distribution linéaire le long de la frontière.

PORT	ESSAI A (LE PROVOST)	ESSAI B	ESSAI C (Niv.Moy=0)
DEVONPORT	0.0 cm	7 cm	0 cm
ROSCOFF	+2.3 cm	15 cm	0 cm
RAMSGATE	-6.7 cm	-15 cm	0 cm
OSTENDE	+2.3 cm	-9 cm	0 cm

**TABEAU 8 : Essais réalisés avec différentes valeurs de niveaux moyens**

L'essai A correspond aux valeurs proposées par LE PROVOST, l'essai B à une pente beaucoup plus forte que sur l'essai A, et l'essai C correspond à une situation où le niveau moyen le long des frontières est simplement le niveau de l'eau au repos.

En analysant les résultats de ces trois essais nous remarquons que :

1) la solution de l'onde  $M_2$  n'est pas perturbée par ces variations des niveaux moyens imposés aux frontières.

2) Par contre, l'onde M4 se révèle sensible à ces variations. En augmentant la pente de la surface libre, on augmente l'amplitude de ses dénivellations en Baie du Mt St Michel et on les amortit partout ailleurs.

On observe le fait inverse sur les courants. En se reportant aux équations (II-2, II-3) du problème, on constate effectivement que la valeur du niveau moyen intervient dans l'advection qui est source d'énergie à la fréquence M4 par les termes

$$U^2 \frac{\partial H}{\partial x}, \quad UV \frac{\partial H}{\partial y}, \quad \text{etc.}$$

Nous remarquons que la solution la plus satisfaisante concernant l'onde M4 correspond aux valeurs des niveaux moyens de l'essai A. (Ce fait est cohérent car ces valeurs proviennent des données in-situ disponibles).

3) L'interaction des niveaux moyens sur M6 est moins nette.

4) Le point le plus intéressant concerne, en fait, comme on peut s'y attendre, les courants résiduels. Mais nous réservons le dernier chapitre de ce mémoire à ce problème particulier. Nous ne développerons donc pas ici les conclusions correspondantes.

D'autres essais ont été réalisés en gardant les mêmes valeurs aux ports que pour l'essai A, mais en modifiant la distribution le long de la frontière Atlantique (Différentes formes d'exponentielles). Nous avons pu constater que ces modifications n'ont une influence que sur les courants résiduels et seulement dans le voisinage de la frontière (20 km maximum).

## 2) Sensibilité au frottement

En gardant la loi de frottement

$$F_x = \frac{D u \sqrt{u^2 + v^2}}{H + \xi} \quad \text{ou} \quad F_y = \frac{D v \sqrt{u^2 + v^2}}{H + \xi}$$

Nous avons testé plusieurs valeurs du coefficient D, et regardé les effets résultants sur les solutions.

Nous avons essayé des valeurs du coefficient de frottement variant entre 2.0 et  $2.8 \times 10^{-3}$ . Ce coefficient D est souvent pris classiquement sous la forme  $D = \frac{g}{C^2}$  ou C est le coefficient de Chezy. KAJIURA (1964) note que la valeur du coefficient D, dans le cas des courants de marée, a toujours été estimé entre  $1.5$  et  $2.5 \times 10^{-3}$  mais que ce coefficient est en fait fonction de :

- l'amplitude de la vitesse horizontale (la loi du frottement quadratique n'est donc qu'une approximation)
- de la profondeur d'eau
- de la rugosité du fond

Cependant nous nous limiterons dans ce modèle à utiliser un coefficient de frottement constant dans l'espace et dans le temps. Une meilleure paramétrisation de ce coefficient serait probablement fructueuse, mais dans l'état actuel de nos connaissances sur ce problème, une telle complication serait laborieuse et mal fondée.

L'analyse des différents essais ci-dessus mentionnés nous a conduit à un certain nombre de conclusions que nous allons noter ci-après. Sur la figure 22 nous présentons la comparaison entre deux essais où le coefficient de frottement D a été modifié de 13%.

#### Onde M2

##### Dénivellations

On note au travers de ces essais un fait à priori inattendu : l'onde de marée M2 dans la Manche est la superposition d'une onde incidente Ouest-Est et d'une onde Est-Ouest composée de l'onde venant de la Mer du Nord et de la part de l'onde incidente venant de l'Atlantique qui se refléchit le long des côtes françaises. En modifiant le coefficient de frottement on modifie le rapport entre l'amplitude de l'onde incidente et celle de l'onde réfléchie ; il devrait en résulter un déplacement du point amphidromique transversalement à l'écoulement (direction Nord-Sud). En fait, dans nos essais on impose de plus à la solution de garder la même valeur aux frontières, et le résultat observé est, non pas un déplacement Nord-Sud du point amphidromique, mais dans le sens Est-Ouest.

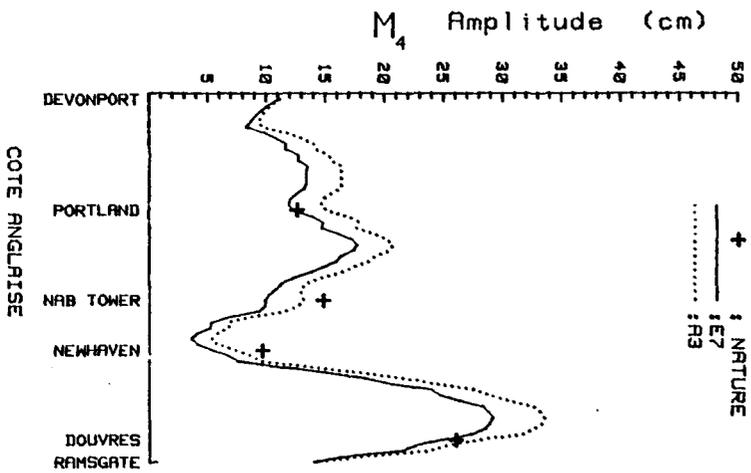
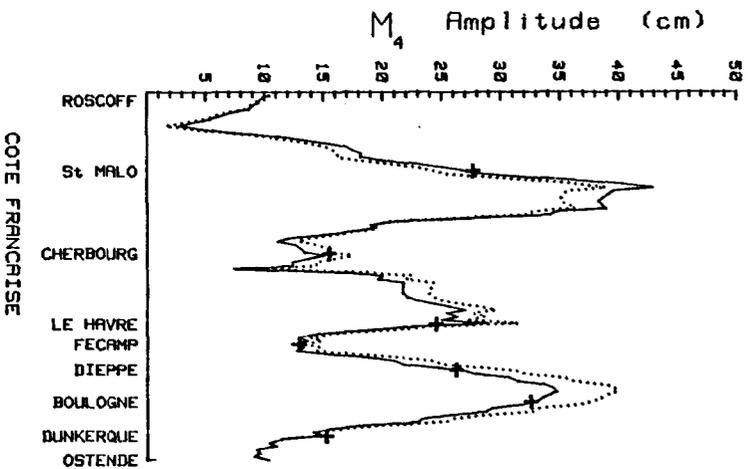
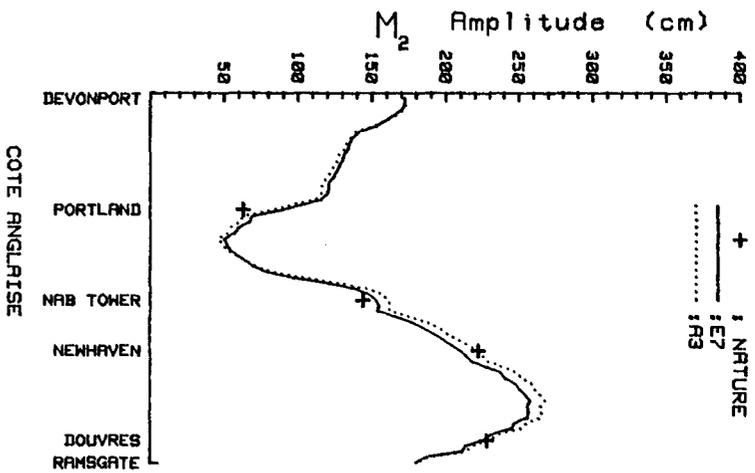
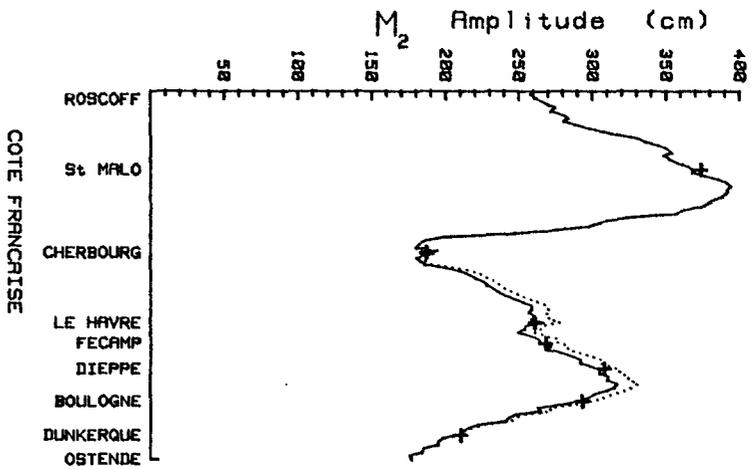


Figure 22

Tests de sensibilité sur le frottement pour les ondes  $M_2$  et  $M_4$

$D_{E7} = 0.0023, D_{A3} = 0.0020$

Il est remarquable de noter l'insensibilité du golfe Normand-Breton aux variations du coefficient de frottement.

### Courants

En augmentant le frottement, on amortit les courants dans tout le domaine, sauf de nouveau en Baie du Mt St Michel. Les variations les plus fortes sont observées au Raz Blanchart et au Pas de Calais. Dans ces zones, les vitesses sont très fortes ; la loi de frottement étant quadratique, on comprend aisément que l'amortissement soit plus sensible aux variations du coefficient de frottement dans ces endroits.

### Onde M4

#### Dénivellations

On remarque (fig. 22) que l'augmentation du coefficient de frottement entre les essais A3 et E7 (13%) fait en général diminuer l'onde  $M_4$ , ce qui est naturel. On observe, par contre, une augmentation locale étonnante de cette onde en Baie du Mt St Michel.

Une explication logique de cette augmentation peut être fournie : le point amphidromique occidental de l'onde  $M_4$  se déplace vers le Nord lorsqu'on augmente le frottement, ce qui entraîne une augmentation de cette composante au Sud de ce point. Le déplacement vers le Nord du point amphidromique ne correspond cependant pas à ce que l'on pourrait attendre d'une augmentation du frottement. Là encore, le fait que l'on impose une condition de dénivellation constante aux frontières alors que le frottement modifie l'écoulement au sein du domaine, joue un rôle prépondérant.

### Courants

L'effet du frottement sur les courants  $M_4$  est quantitativement le même que pour les dénivellations : diminution générale sauf en Baie du Mt St Michel où l'on trouve une légère augmentation.

### 3) Sensibilité à la viscosité

Les variations du coefficient de viscosité ont un effet qualitativement semblable aux variations du frottement pour les ondes M<sub>2</sub> et M<sub>4</sub>. Cet effet n'est cependant pas du même ordre de grandeur : une variation du coefficient de viscosité de 100% engendre des modifications du même ordre de grandeur qu'une modification de 13% sur le frottement, approximativement. Il est donc possible de trouver des couples de valeurs des coefficients du frottement et viscosité qui donnent des solutions de M<sub>2</sub> et M<sub>4</sub> très semblables (par exemple :  $\nu = 5000$ ,  $D = 0.0023$  (essai E7) et  $\nu = 1000$ ,  $D = 0.0028$  (essai V2) (cf. fig. 24) La sensibilité de l'onde M<sub>6</sub> est, par contre, différente aux variations du frottement et de la viscosité.

Nous présentons sur la figure 24 les valeurs de l'onde M<sub>2</sub> le long des côtes pour les deux couples ( $D$ ,  $\nu$ ) précités. Remarquons qu'une très faible différence apparaît entre Cherbourg et le Havre, entre Portland et Nabtower et entre Newhaven et Douvres. Sur la figure 23, nous montrons également les solutions des essais E7 et V2 données pour M<sub>2</sub> sur la ligne Barfleur - Bruneval (où on connaît les valeurs naturelles en un certain nombre de points (BERTHERAT, CARCEL et LE PROVOST 1979). On remarque une très bonne concordance près de Bruneval mais un écart important près de Barfleur : 9 cm pour l'essai E7. Cet écart s'accroît encore lorsqu'on diminue la viscosité (essai V2).

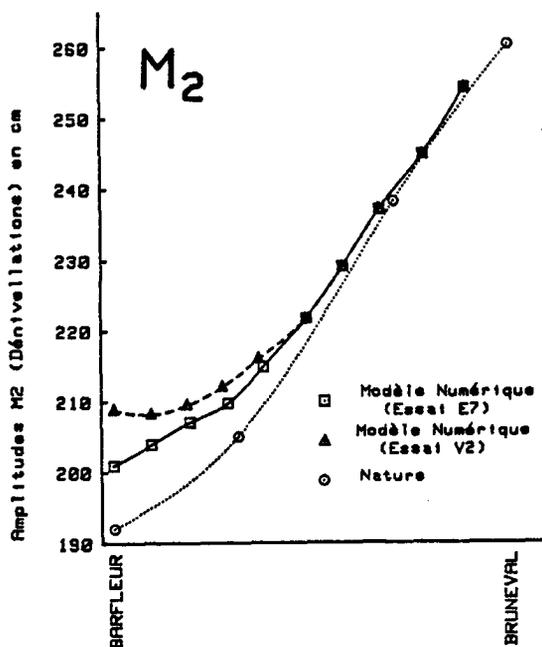


Figure 23

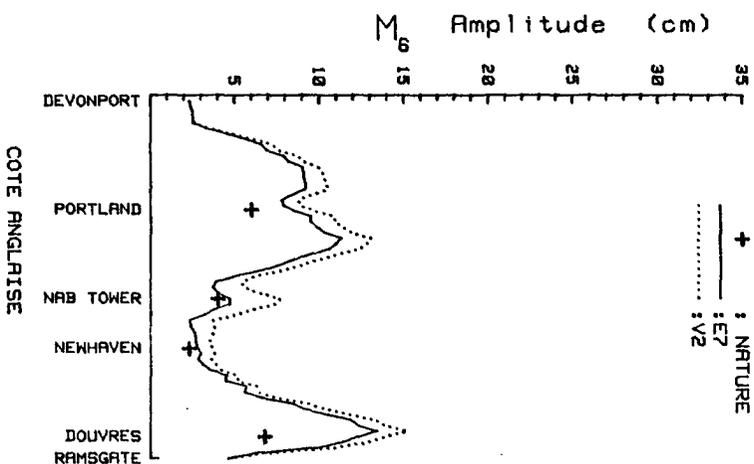
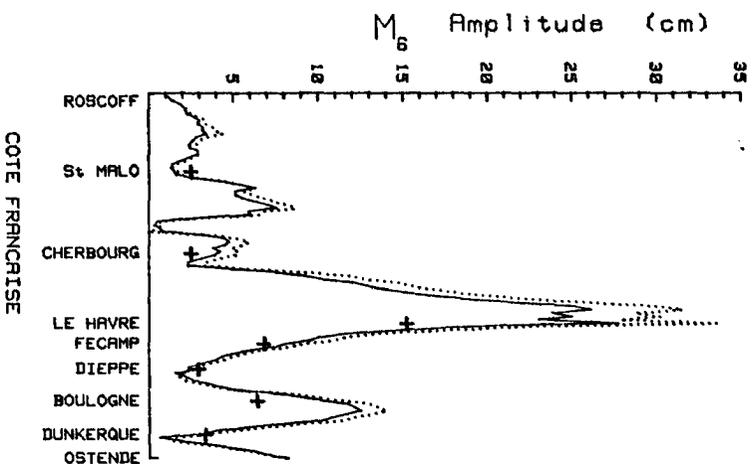
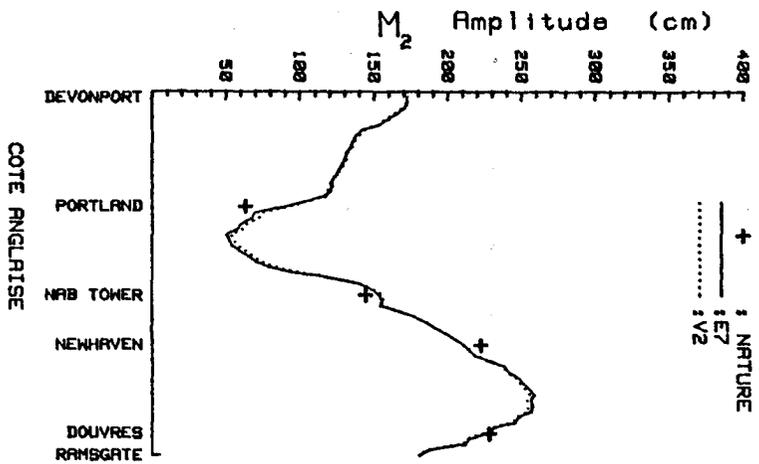
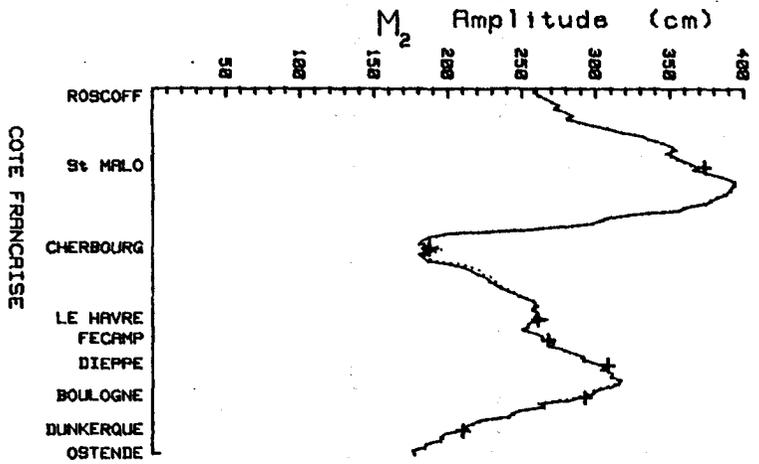


Figure 24

Tests de sensibilité sur la valeur de la viscosité

$$\nu_{E7} = 5000 \text{ m}^2/\text{s}, \quad \nu_{V2} = 1000 \text{ m}^2/\text{s}$$

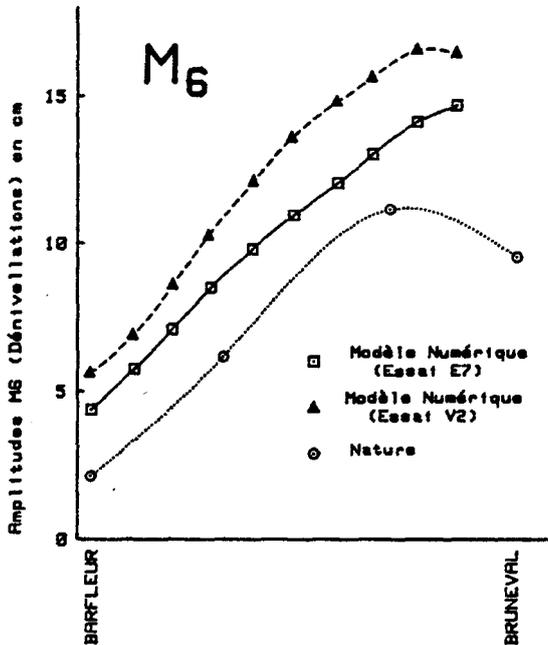


Figure 25

Nous ne présentons pas ici la comparaison des deux essais en ce qui concerne l'onde M4 car les résultats sont très semblables d'un essai à l'autre.

#### 4) Stabilité - Mise en régime

En prenant le repos comme condition initiale, le modèle nécessite 4 périodes de M2 pour atteindre une solution stable. A partir de ce moment deux périodes consécutives de M2 donnent la même solution au millimètre près, y compris pour les niveaux moyens.

#### 5) Conclusions sur les tests de sensibilité

Ces conclusions tiennent en quelques remarques :

- le modèle est beaucoup plus sensible aux valeurs des conditions imposées sur la frontière Atlantique que sur la frontière Nord.

- Les harmoniques M4 et M6 sont très sensibles à la distribution des amplitudes le long de la frontière Atlantique. Compte tenu du manque d'information sur cette

Nous montrons aussi les solutions pour l'onde M6 sur cette même ligne. (cf. fig.25 ). Nous verrons au prochain chapitre que l'onde M6 ne peut être correctement amortie qu'en présence des autres ondes, mais notons que les résultats obtenus dans ces simulations de l'onde M2 et ses harmoniques avec les deux couples de valeurs notés ci-dessus (essais E7 et V2) sont assez différentes (la solution avec un coefficient de viscosité 5000 serait plus proche de la nature).

répartition dans la nature, les résultats fournis par le modèle physique sont d'une importance capitale.

- L'harmonique  $M_4$  est sensible également aux niveaux moyens imposés aux frontières. La solution est améliorée avec des niveaux moyens réalistes (LE PROVOST 1982).

- L'amplitude de l'onde  $M_2$  dans la Baie du Mt St Michel est très peu sensible à la variation des paramètres, alors que l'harmonique  $M_4$ , dans cette zone a un comportement très sensible.  $M_4$  est, par ailleurs très sensible aux modifications subies par l'onde  $M_2$  (ce qui est logique puisque  $M_4$  découle non-linéairement de  $M_2$ ).

- Les coefficients de frottement et de viscosité ont qualitativement le même effet sur les ondes  $M_2$  et  $M_4$ . Ainsi, pour une série de couples ( $D, V$ ), bien choisis, la solution est très semblable. Une très forte viscosité (5000) semble donner, toutefois, de meilleurs résultats près de la côte Est du Cotentin (on observe localement une variation de 5% par rapport au couple correspondant à une viscosité 1000).

## II) REGLAGE RETENU

Sur la figure 26 sont présentées les amplitudes et phases de la solution de l'onde  $M_2$  obtenues le long des côtes françaises et anglaises, avec le réglage retenu. Cette solution correspond aux conditions suivantes :

### 1) Conditions aux limites

#### a) Frontière Atlantique

Nous montrons sur la figure 27 les conditions aux limites imposées sur cette frontière. Elles correspondent aux valeurs naturelles connues aux ports de Roscoff et Devonport. La distribution est déduite de la solution trouvée sur le modèle physique (Atlas de composantes harmoniques de la marée dans La Manche: CHABERT D'HIERES et LE PROVOST 1979)

#### b) Frontière Nord

Sur le tableau 9 nous indiquons les valeurs données aux extrémités de cette frontière. Elles ont été déduites des valeurs naturelles connues aux ports les plus

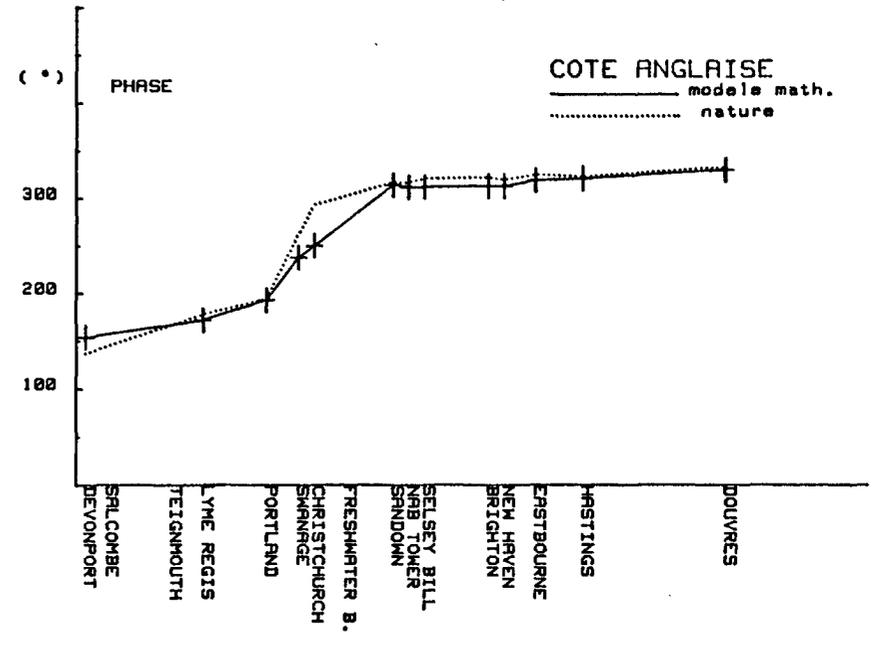
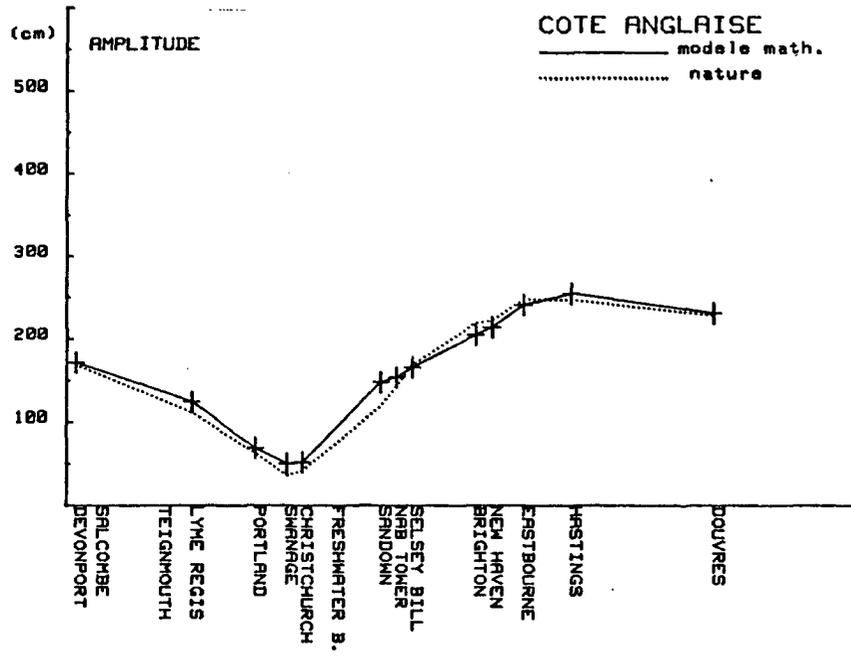
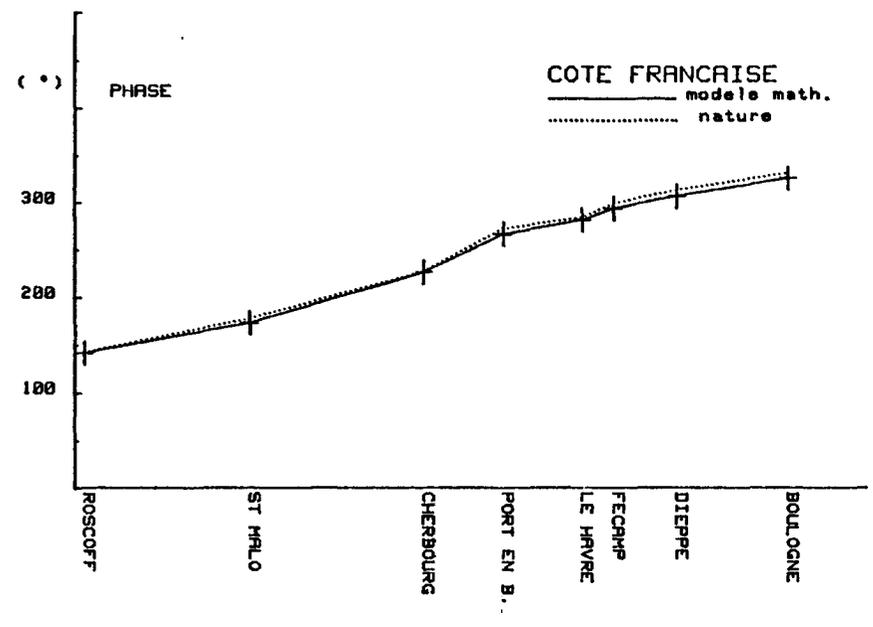
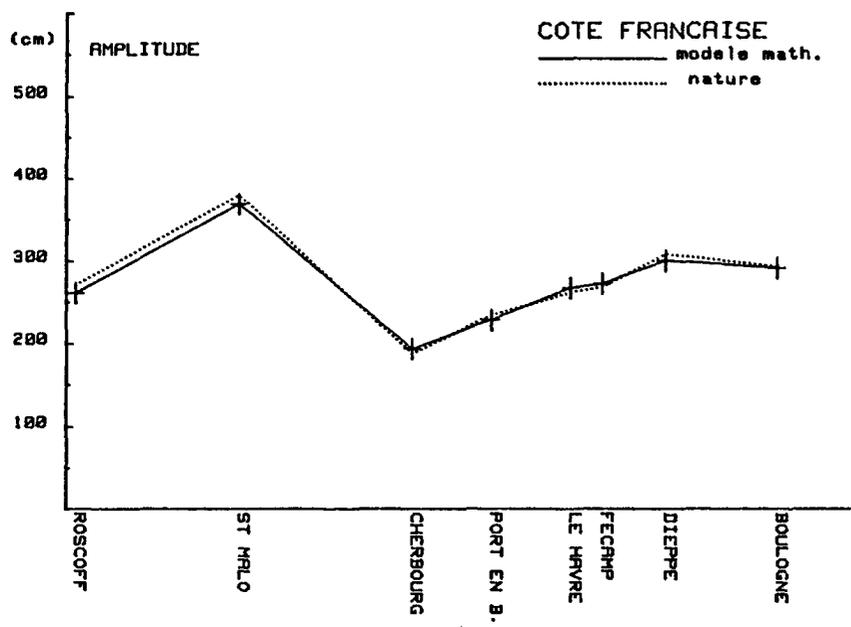


Fig. 26 : Réglage du modèle numérique. Valeurs des amplitudes et phases de l'onde  $M_2$  sur les côtes

## CONDITIONS AUX LIMITES ATLANTIQUES DU MODELE MATHEMATIQUE

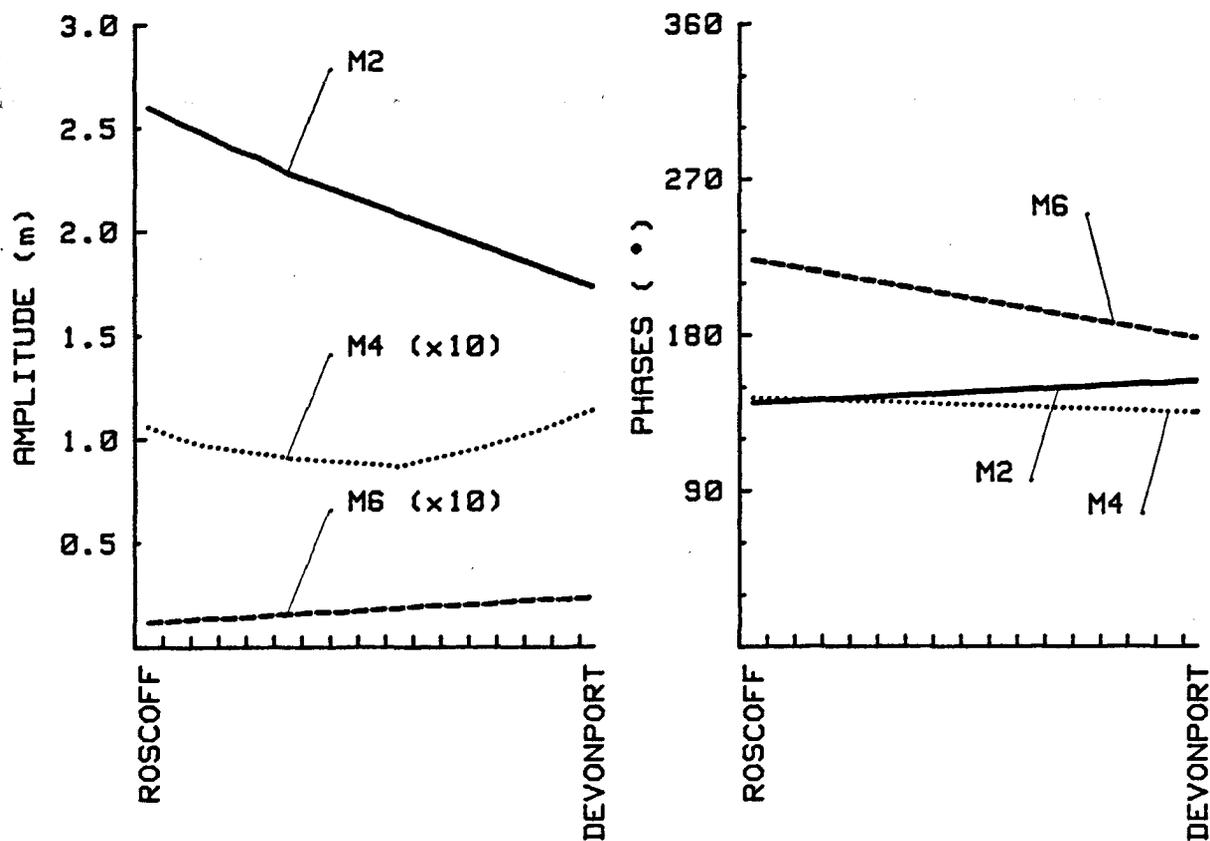


Figure 27

	M2		M4		M6	
	Amp.	Phase	Amp.	Phase	Amp.	Phase
RAMSGATE	1.81 cm	342 °	0.143 cm	247°	0.048 cm	133°
OSTENDE	1.78 cm	4°	0.105 cm	348°	0.086 cm	314°

TABLEAU 9 : Conditions aux limites, Frontière Nord

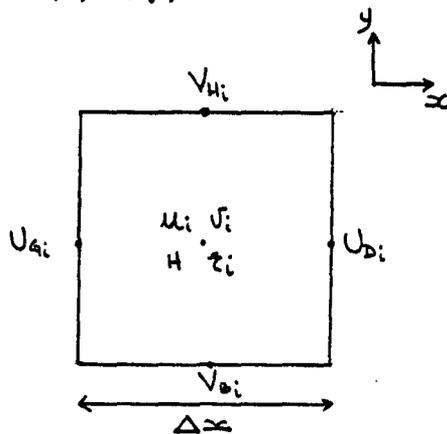
proches et cette frontière : Ramsgate et Ostende. Du fait du manque d'information, une distribution linéaire du niveau instantané de la mer est imposée sur cette frontière (nous avons remarqué auparavant que le modèle est beaucoup moins sensible aux conditions aux limites données sur cette frontière que sur la frontière Atlantique).

2) Coefficient de frottement :  $D = 0.0023$

3) Viscosité :  $\nu = 5000 \text{ m}^2/\text{s}$

### III) DEPOUILLEMENT ET RESULTATS

La solution du modèle a été échantillonnée à raison de 27 points par période de M2, en tous les points du domaine. Ces 27 valeurs constituent le signal de marée (vitesses ou dénivellations) que l'on soumettra à l'analyse harmonique classique. Cette analyse nous donnera l'amplitude et la phase des harmoniques en chaque noeud de calcul. Nous retiendrons uniquement les 2 premiers harmoniques correspondant à M4 et M6. La composante moyenne (niveau moyen ou vitesse moyenne) sera également retenue. Il faut noter que la maille du modèle est décentrée et que le calcul des différentes variables ne se fait pas aux mêmes noeuds. D'ailleurs, le modèle ne calcule pas les vitesses, mais le transport. Donc, pour une maille nous observons, au centre, la dénivellation ( $\zeta_i$ ) et sur les côtés les composantes du transport ( $U_{qi}$ ,  $U_{di}$ ,  $V_{qi}$ ,  $V_{di}$ )



Alors, nous ramenons toutes les valeurs de transport (à chaque instant  $i$ ), au point central, par interpolation linéaire et ensuite nous divisons par la profondeur instantanée ( $H + \zeta_i$ ) pour avoir les valeurs des vitesses moyennées sur la profondeur. La composante  $\mu_i$  de la vitesse selon  $x$  à l'instant  $i$  est donnée par

$$\mu_i = \frac{U_{qi} + U_{di}}{2} \cdot \frac{1}{H + \zeta_i}$$

ou  $U_{qi}$  et  $U_{di}$  sont les valeurs des composantes de transport selon  $x$  au temps  $i$  d'un côté et de l'autre du point central ;  $H$  et  $\zeta_i$  correspondent à la profondeur et à la dénivellation instantanée au point central.

Suivant le même raisonnement, la composante  $\bar{v}_i$  de la vitesse moyennée sur la profondeur selon y à l'instant i est donnée par :

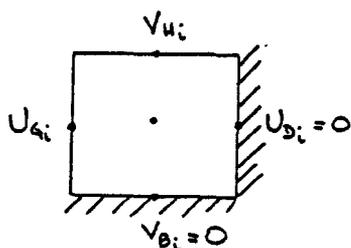
$$\bar{v}_i = \frac{V_{u_i} + V_{D_i}}{2} \cdot \frac{1}{H + \xi_i}$$

Donc, nous obtenons trois séries temporelles de 27 valeurs :

- 1) les dénivellations
- 2) les composantes
- 3) les composantes

pour chaque point central de la maille. Chaque série sera soumise à l'analyse harmonique.

Pour le cas de côtes, nous imposons aux frontières un transport normal nul ; pour ramener les valeurs au point central, nous considérons qu'une décroissance linéaire de la composante normale à la côte



n'est pas réaliste. Cette loi de décroissance n'étant pas connue, nous avons donné la même valeur au centre de la maille, que celle obtenue sur la côte au large. Pour le cas dessiné ci-contre cela donne :

$$u_i = \frac{U_{A_i}}{H + \xi_i} \quad \text{et} \quad \bar{v}_i = \frac{V_{u_i}}{H + \xi_i}$$

Conformément à la présentation des résultats adoptés nous obtenons, pour chaque onde  $M_2$ ,  $M_4$  et  $M_6$ , un jeu de 6 cartes : 2 correspondantes aux isovaleurs d'amplitudes et phases des dénivellations (cf. figures 29, 32, 33 ) et 4 cartes correspondantes aux courants (courant , phase et direction du courant maximum et ellipticité) (cf annexe I).

Ces derniers sont présentés, d'une part, dans la partie C de ce chapitre, où nous les comparons avec ceux du modèle physique et d'autre part, dans l'annexe III.

On trouvera dans l'annexe IV ,des cartes des courants instantanés de l'onde  $M_2$ , déduites du modèle numérique.

IV) ANALYSE CRITIQUE DE LA SOLUTION OBTENUE POUR LES DENIVELLATIONS

Le réglage du modèle se fait, bien entendu sur les dénivellations, puisque les courants sont très mal connus dans la nature. Nous allons analyser la solution obtenue pour les dénivellations en la comparant avec :

i) Les valeurs naturees aux ports : remarquons, cependant, que la solution du modèle doit être meilleure au large que près des côtes, d'une part à cause de la discrétisation de celles-ci, et d'autre part à cause de la maille décentrée qui fait que les dénivellations sont calculées à 5 km de la côte du modèle, au centre de la maille.

ii) Les valeurs naturees connues sur la ligne située entre Barfleur et Burneval en Baie de Seine (BERTHERAT, CARCEL et LE PROVOST, 1930)

iii) La solution obtenue à partir du modèle physique (CHABERT D'HIERES et LE PROVOST 1979)

1) Onde M<sub>2</sub>

Les valeurs des dénivellations et phases sur les côtes de l'onde M<sub>2</sub> sont présentées sur la figure 26 avec les valeurs naturees. Remarquons que pour les amplitudes la solution est meilleure sur la côte française que sur l'anglaise. Sur cette dernière, les écarts sont plus importants au centre à proximité du point amphidromique (Virtuel). Le problème déjà observé pour le modèle physique se retrouve ici. Le voisinage de ce point correspond à une zone de forts gradients d'amplitudes, mais surtout de phases : les lignes cotidales pivotent autour. Un léger décalage dans sa position peut entraîner un écart important sur la solution. Notons les écarts entre la solution du modèle et la nature sur les ports :

	COTE FRANCAISE		COTE ANGLAISE	
	Ecart moyen	Ecart maximum	Ecart moyen	Ecart maximum
Amplitudes (cm)	6.6	11.00	9.9	29.00
Phases (°)	4.23	6.6	10.38	43.00

TABLEAU 10.

Remarquons que le modèle numérique est en avance de quelques degrés. La précision de la phase de l'onde  $M_2$  est très importante lors d'une prédiction (cf. chap. IV).

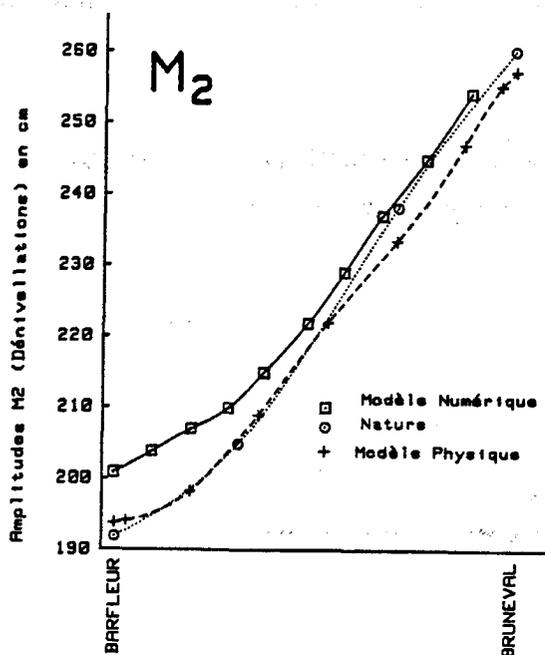


Figure 28

Nous présentons sur les cartes de la figure 29 les réseaux d'amplitudes et phases obtenus à partir des deux modèles. Malgré leur ressemblance nous ferons quelques remarques :

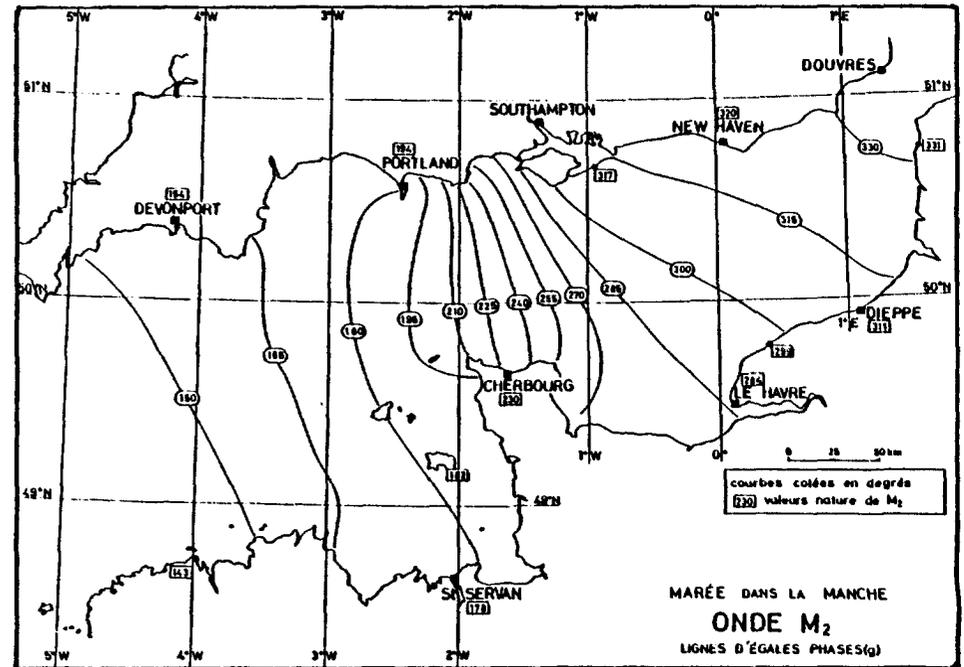
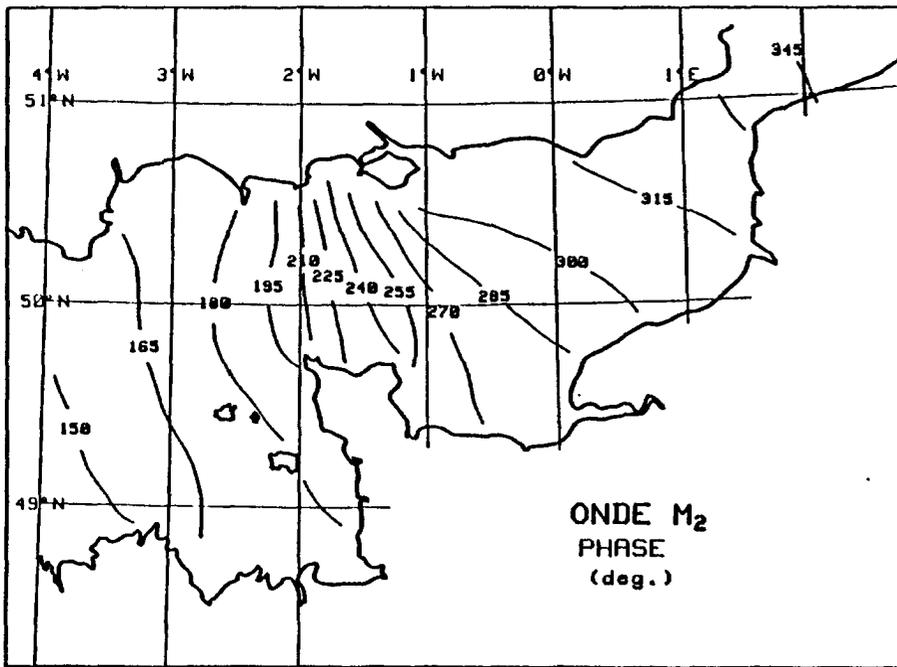
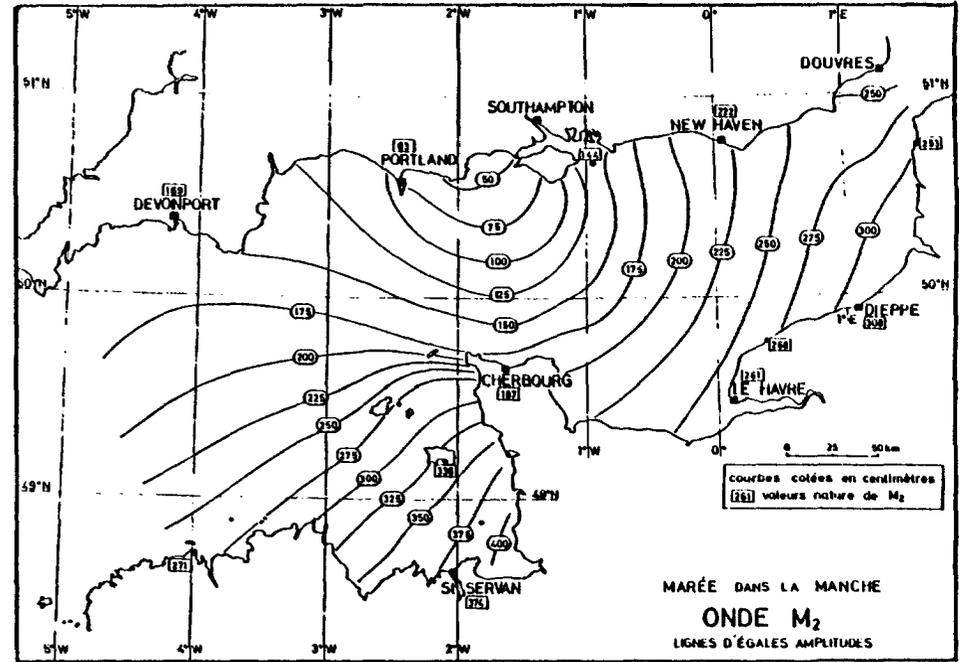
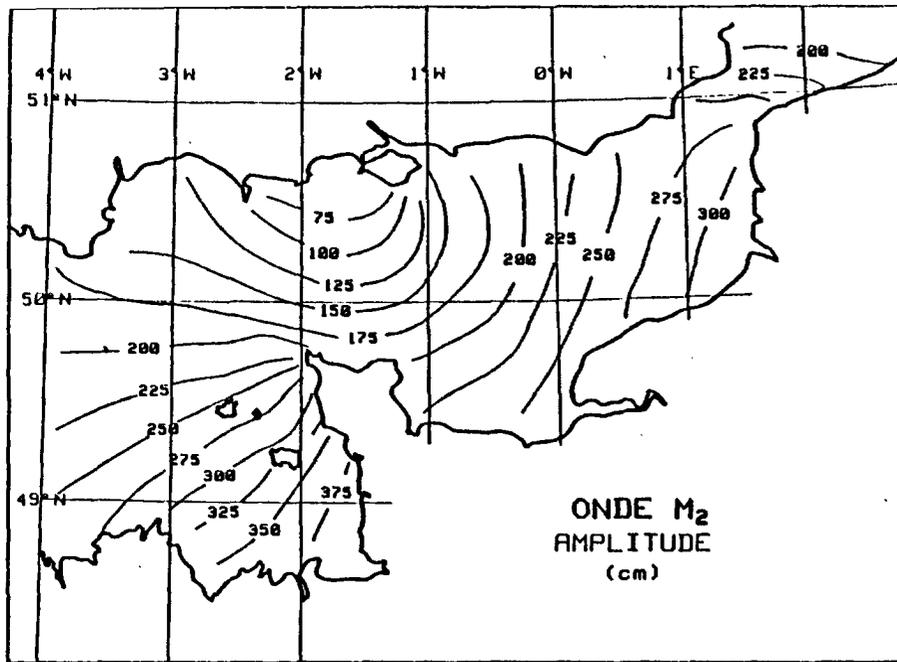
- le modèle numérique est plus fort près du point amphidromique (entre Portland et l'Ile de Wight). Le modèle physique représente mieux la nature dans cette zone.

- Les phases sont en avance de quelques degrés sur le modèle numérique. Le modèle physique est globalement meilleur ; remarquons la ligne cotidale  $315^\circ$  qui passe tout près de Nab Tower à l'Est de l'Ile de Wight où la valeur nature est de  $317^\circ$ . Sur le modèle numérique, cette ligne arrive à New Haven où la phase est de  $320^\circ$  ( $5^\circ$  d'écart). Cet écart atteint  $7^\circ$  en Baie de Seine (au Havre). La précision sur les phases de l'onde  $M_2$  est très importante lors d'une prédiction (cf. chapitre IV)

- En Baie du Mt St Michel la ressemblance des lignes  $350^\circ$  et  $375^\circ$  est remarquable. Le modèle physique est un peu plus fort au fond de la baie. A St Malo, nous retrouvons à nouveau un écart de phases de  $6^\circ$ .

Sur la figure 28 nous montrons les valeurs de l'amplitude de  $M_2$  entre Barfleur et Bruneval. Notons que l'écart entre le modèle numérique et la nature atteint 9cm près de Barfleur, ou le modèle physique est excellent (la discrétisation du Cotentin peut être à l'origine de cet écart).

Du côté de Bruneval le modèle numérique est très bon. Le modèle physique présente une différence de l'ordre de 3cm.



Modèle numérique

d'après CHABERT D'HIERES et LE PROVOST, 1978

Fig. 29

- Remarquons, enfin, la très bonne concordance des deux réseaux d'amplitude en Manche Orientale.

## 2) Onde M<sub>4</sub>

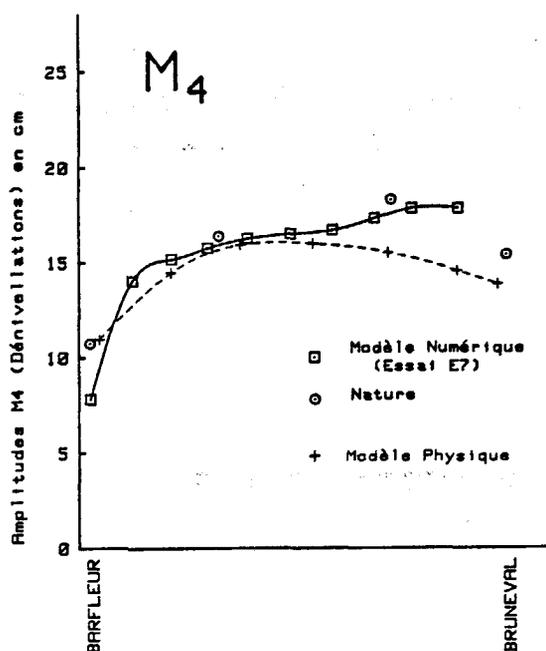


Figure 30

Sur la figure 31, nous présentons les valeurs de l'amplitude de l'onde M<sub>4</sub> sur les côtes françaises et anglaises, obtenues à partir du modèle numérique, avec les valeurs nature aux différents ports. Remarquons l'excellente concordance sur la côte française. Par contre, des différences importantes sont observées sur la côte anglaise entre Nab Tower et New Haven.

Sur la figure 30 nous pouvons observer la bonne similitude de la solution du modèle numérique entre Barfleur et Bruneval avec la nature. A Barfleur même, on observe cependant une amplitude plus faible que la nature (le modèle physique étant très bon). Par contre au point de mesure

in-situ au large de Bruneval, le modèle numérique donne une valeur plus proche de la valeur nature que le modèle physique. Celui-ci présente un écart de l'ordre de 3 à 4 cm.

La comparaison des réseaux d'amplitude et phases des modèles (cf. figure 32) nous conduit aux remarques suivantes :

- la différence entre le modèle numérique et la nature entre Nab Tower et New Haven peut être expliquée par le déplacement du point amphidromique oriental. Le modèle physique le situe plus au Nord-Est que le premier. Il semblerait que la position donnée par le modèle physique soit meilleure d'après les cartes de lignes cotidales et les valeurs de la phase aux ports de Nab Tower et New Haven.

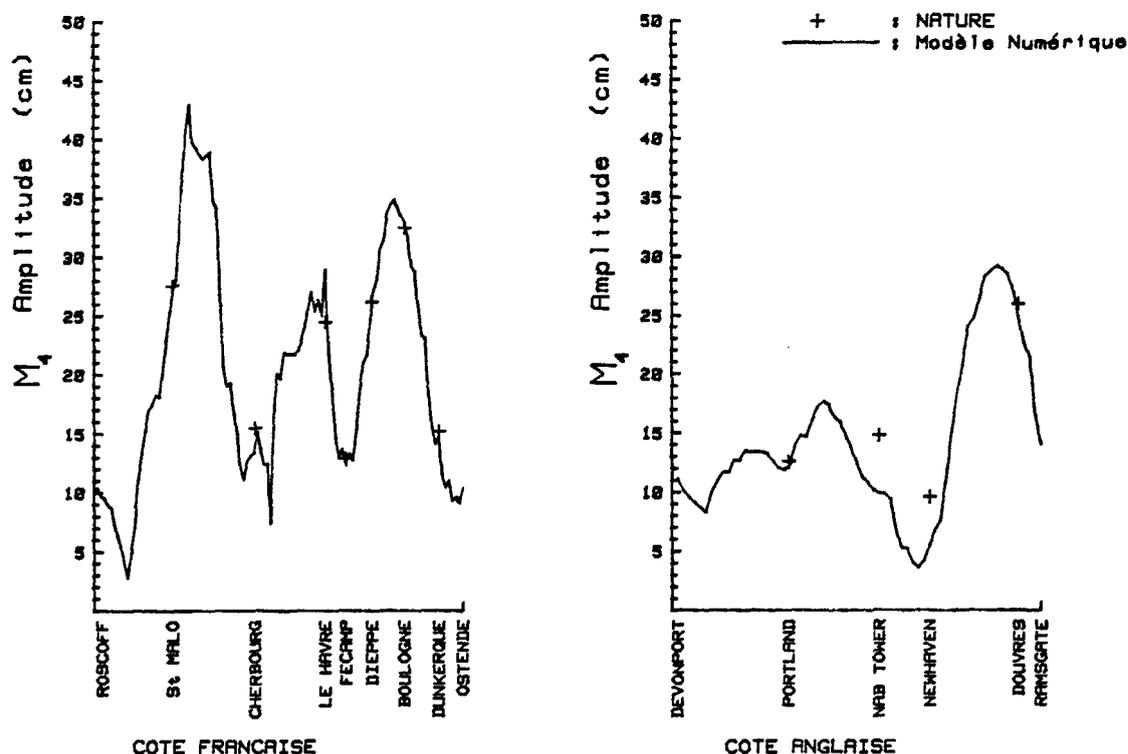


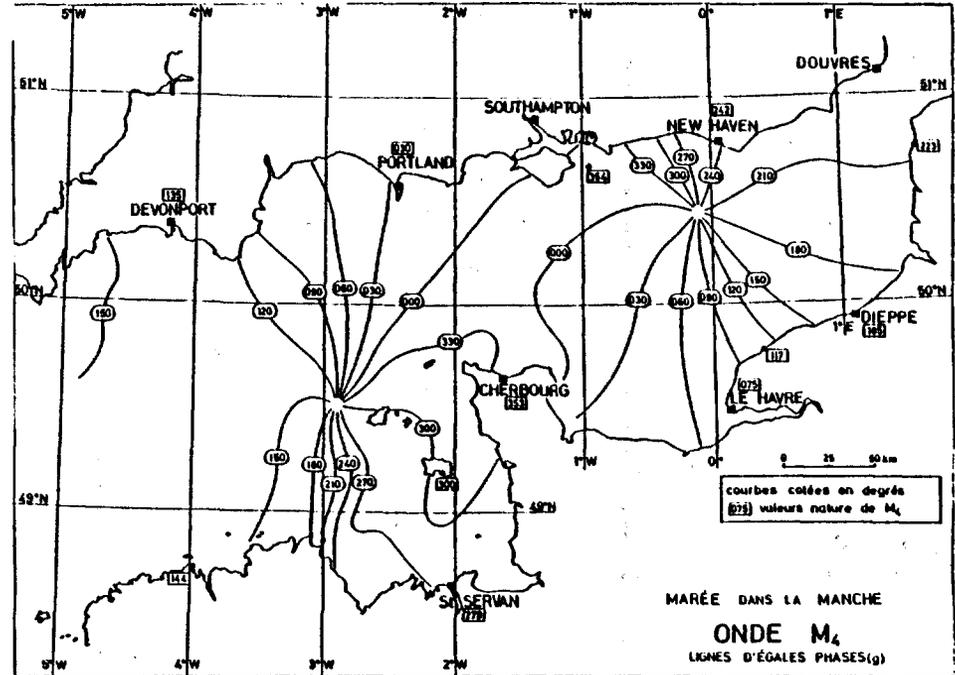
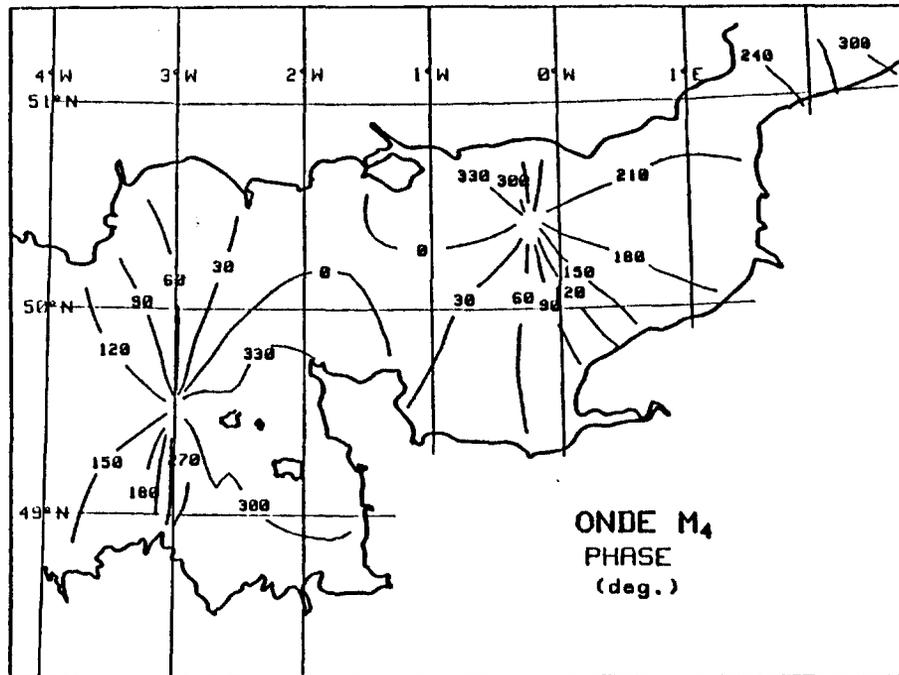
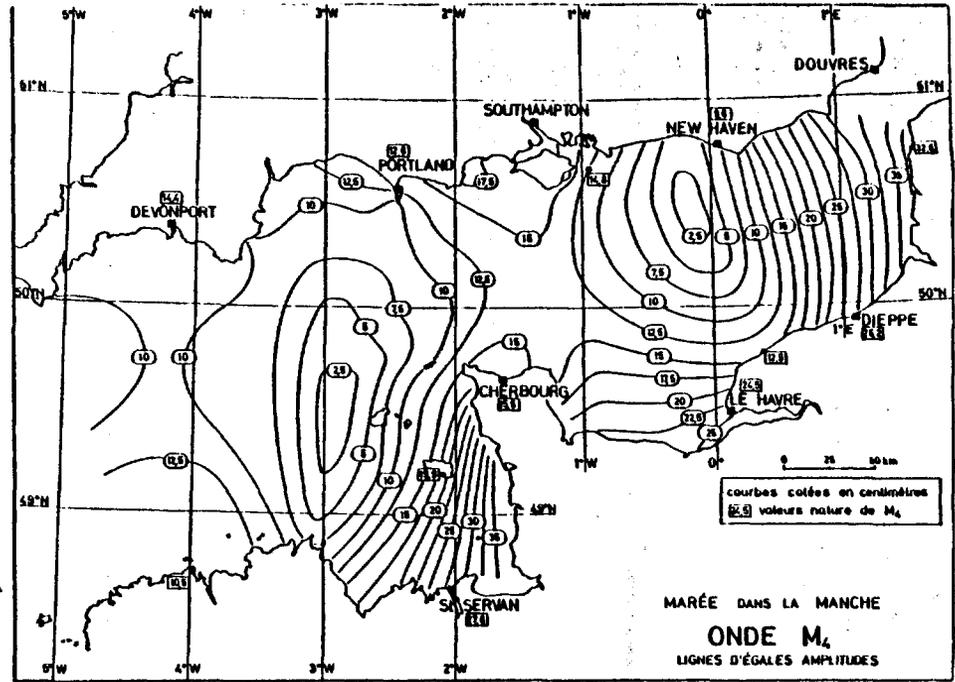
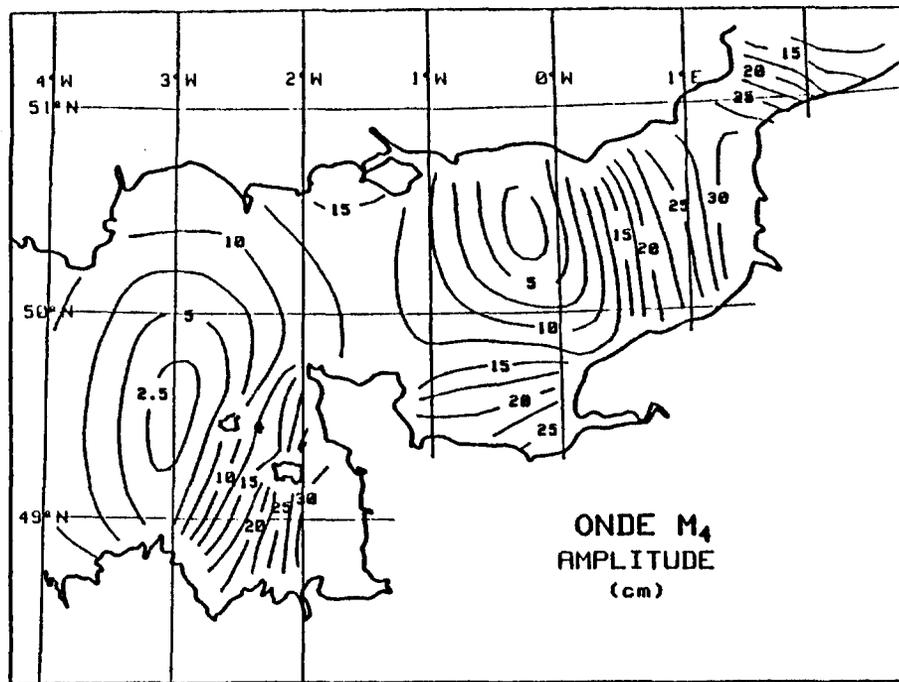
Figure 31

- Ailleurs la ressemblance des réseaux est remarquable. Notons, tout de même, que la forme des lignes d'amplitudes en Baie de Seine sont légèrement différentes sur les deux réseaux. D'après la comparaison faite entre Barfleur et Bruneval ( cf. figure 30 ) il semblerait que ce soit la forme donnée par le modèle numérique qui soit correcte.

### 3) Onde M<sub>6</sub>

LE PROVOST (1973), dans son étude sur la décomposition spectrale du terme de frottement (cf. chapitre IV) montre que les différentes ondes du spectre de la marée apportent une contribution d'énergie à la fréquence de  $M_6$ . Dans notre présente simulation de  $M_2$ , nous obtenons une onde  $M_6$  qui n'est engendrée que par  $M_2$  : il lui manque les parts engendrées par les autres ondes ( $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$  ... etc). Nous présentons, toutefois, la comparaison des cartes isovaleurs obtenues à partir du modèle physique et de la simulation numérique de  $M_2 + M_4 + M_6$ . Remarquons les fortes valeurs maximales que l'amplitude atteint (à l'Est de l'Ile de Wight et en Baie de Seine). (cf. figure 33).

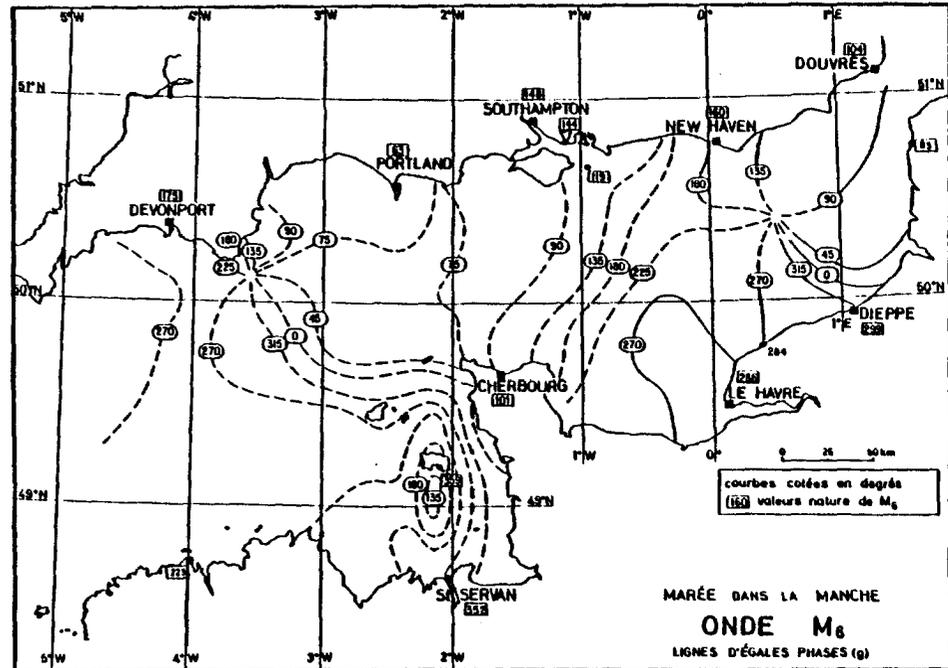
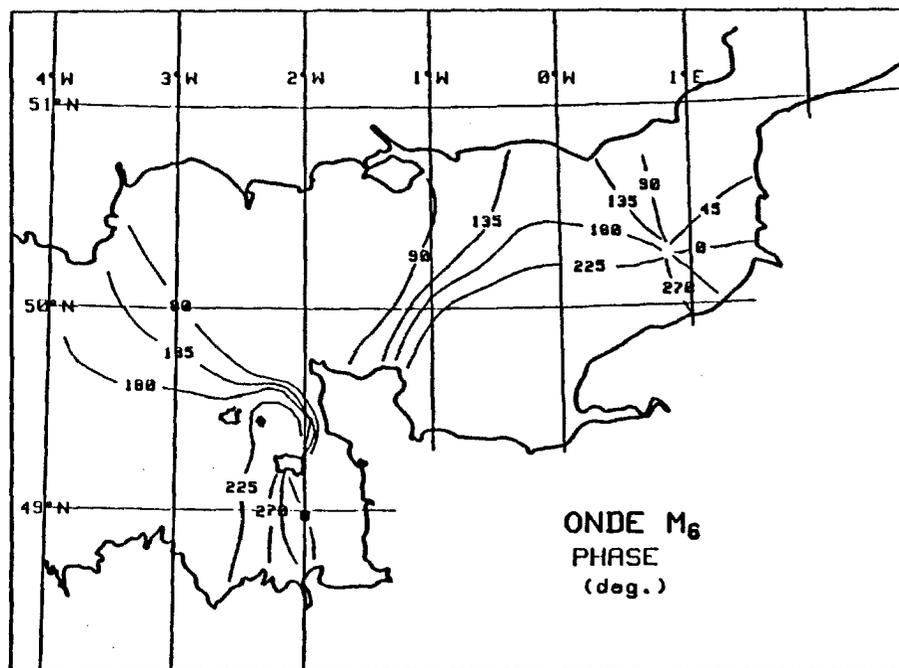
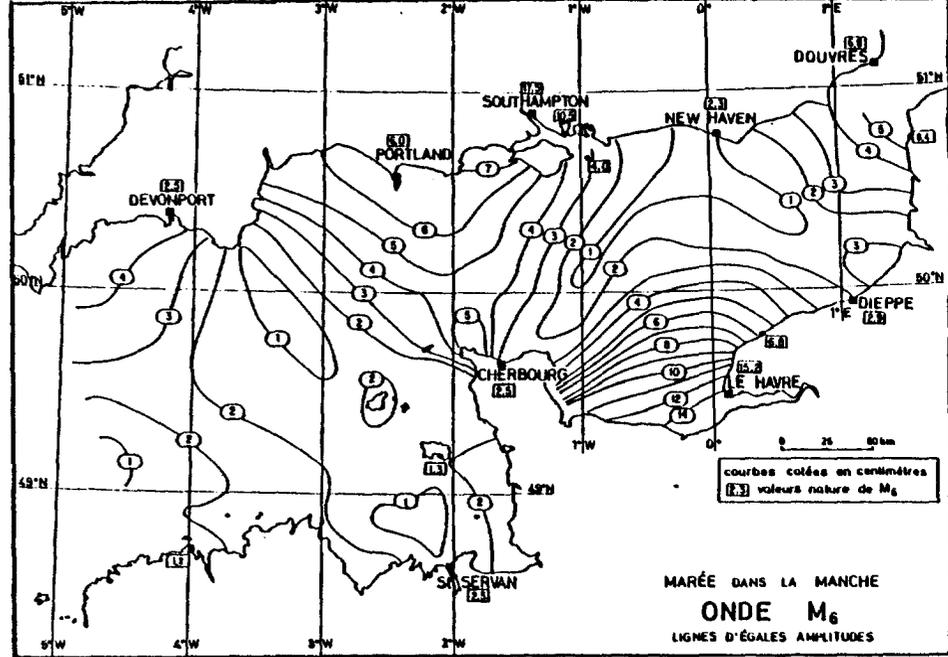
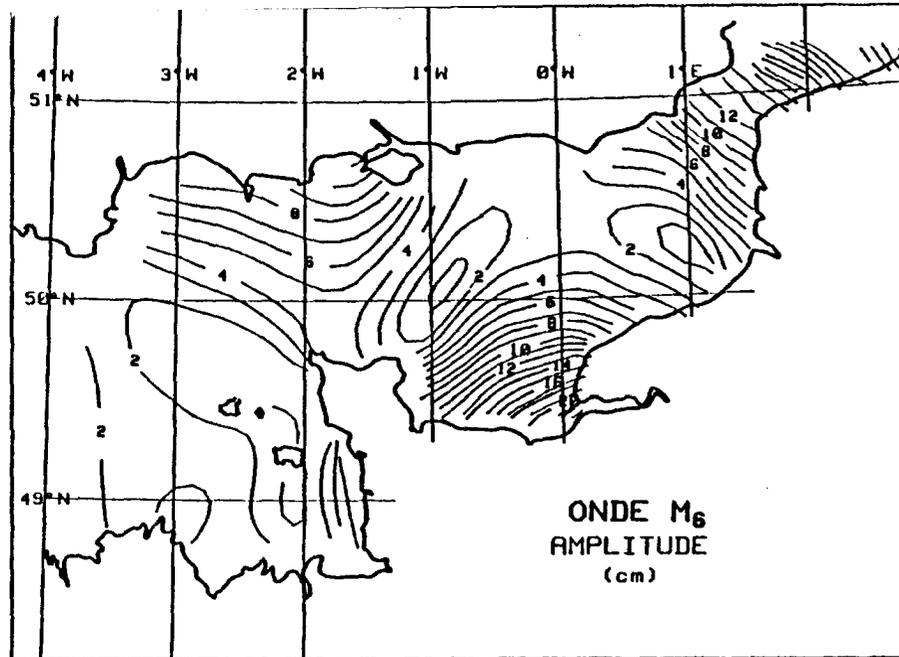
Nous ne nous attarderons pas plus sur ce point que nous reprendrons au chapitre suivant. Mais notons qu'il est tout à fait normal d'obtenir une mauvaise solution de l'onde  $M_6$  à partir d'une simulation en présence, exclusivement, de  $M_2$  et  $M_4$ .



Modèle numérique

Fig. 32

d'après CHABERT D'HIERES et LE PROVOST, 1978



Modèle numérique (simulation  $M_2, M_4, M_6$ )

Modèle physique (Simulation en présence de  $S_2, N_2$ )

Figure 33 d'après CHABERT D'HIERES et LE PROVOST, 1978

V) ETUDE DES DIFFERENTS TERMES DE L'EQUATION DE MOUVEMENT ET LEUR CONTRIBUTION  
AUX TROIS ONDES ETUDIEES

L'équation (II-3) de quantité de mouvement peut s'écrire pour chacune des deux composantes U et V du transport  $\vec{U}$  comme suit:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A_x - C_x = -P_x - F_x + V_x$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + A_y + C_y = -P_y - F_y + V_y$$

où  $A_x \vec{i} + A_y \vec{j} = \nabla(\mu^{-1} \vec{U} \vec{U})$  (terme d'advection:  $\vec{A}$ )

$$-C_x \vec{i} + C_y \vec{j} = \vec{f} \wedge \vec{U}$$
 (terme de Coriolis:  $\vec{C}$ )

$$P_x \vec{i} + P_y \vec{j} = g H \vec{\nabla} \xi$$
 (terme de pression:  $\vec{P}$ )

$$F_x \vec{i} + F_y \vec{j} = \frac{D}{H} \vec{U} |\vec{U}|$$
 (terme de frottement:  $\vec{F}$ )

$$V_x \vec{i} + V_y \vec{j} = \nu \Delta \vec{U}$$
 (terme de viscosité:  $\vec{V}$ )

Les indices x et y correspondent aux projections de chaque terme sur les axes des x et des y respectivement.

Pour étudier l'apport de chaque terme de l'équation de mouvement à la propagation et amortissement des différentes ondes, ainsi qu'à la génération des harmoniques  $M_4$  et  $M_6$ , nous avons retenu séparément la valeur des deux composantes de chaque terme de l'équation au cours du calcul d'une période de l'onde  $M_2$ . Les séries temporelles ainsi constituées, ont été soumises, ensuite, à une analyse harmonique déterminant l'amplitude et la phase de la contribution de chacun de ces termes aux fréquences de  $M_2$ ,  $M_4$ ,  $M_6$ . L'amplitude permet de déterminer l'importance relative de chaque terme à la fréquence étudiée, et la phase (en la comparant à la phase de la composante du transport à la même fréquence) permet de déterminer si le terme freine l'écoulement ou si, ou au contraire, l'accélère; cette analyse permet par ailleurs de déterminer quels termes engendrent les harmoniques.

A partir de ces composantes harmoniques aux fréquences de  $M_2$ ,  $M_4$ ,  $M_6$ , nous avons tracé les hodographes de chaque terme en les comparant avec l'hodographe du transport  $\vec{U}$  (L'échelle de ce dernier est 1000 fois plus petite que celle des autres termes). Les points où nous avons réalisé cette étude sont indiqués sur la figure 34.

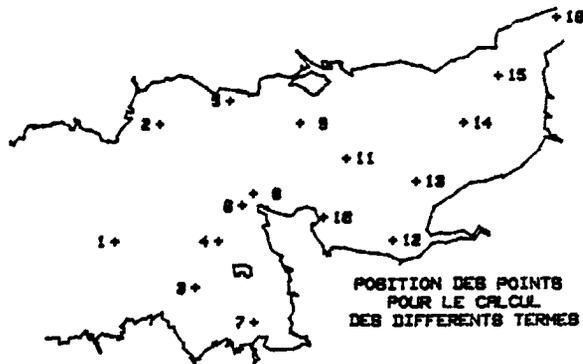


Figure 34

Ceci nous permet de dégager certaines caractéristiques de l'écoulement:

Pour l'onde  $M_2$

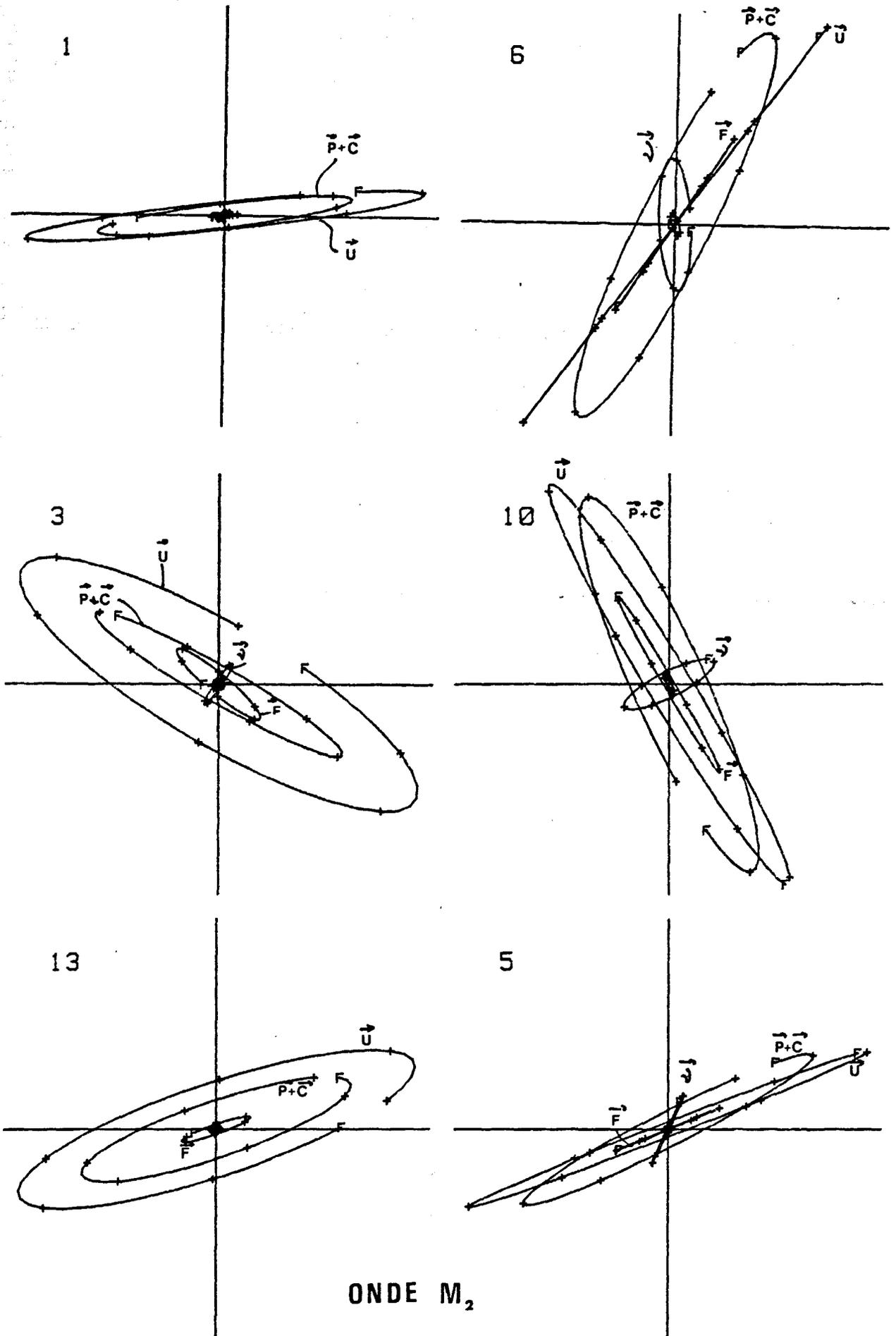
Nous donnons sur la figure 35 quelques exemples de diagrammes d'hodographes illustrant les différentes solutions que l'on rencontre sur les 16 points étudiés.

Le gradient de pression joue un rôle essentiel dans l'équilibre dynamique, il balance, d'une part, la force de Coriolis, l'autre part ( $\vec{C} + \vec{P}$ ) correspond à l'accélération du fluide. On note que si on excepte les zones où la contribution du terme de viscosité est non négligeable, l'hodographe de  $\vec{C} + \vec{P}$  a sensiblement la même orientation que l'écoulement (Points 1,3,13)

L'examen détaillé de la force de frottement permet de constater que celle-ci est partout en opposition avec l'écoulement; il freine ce dernier, ce qui est, à priori évident. On notera, toutefois, aux points 3 et 6 la différence de direction de l'hodographe de frottement par rapport à l'hodographe de l'écoulement.

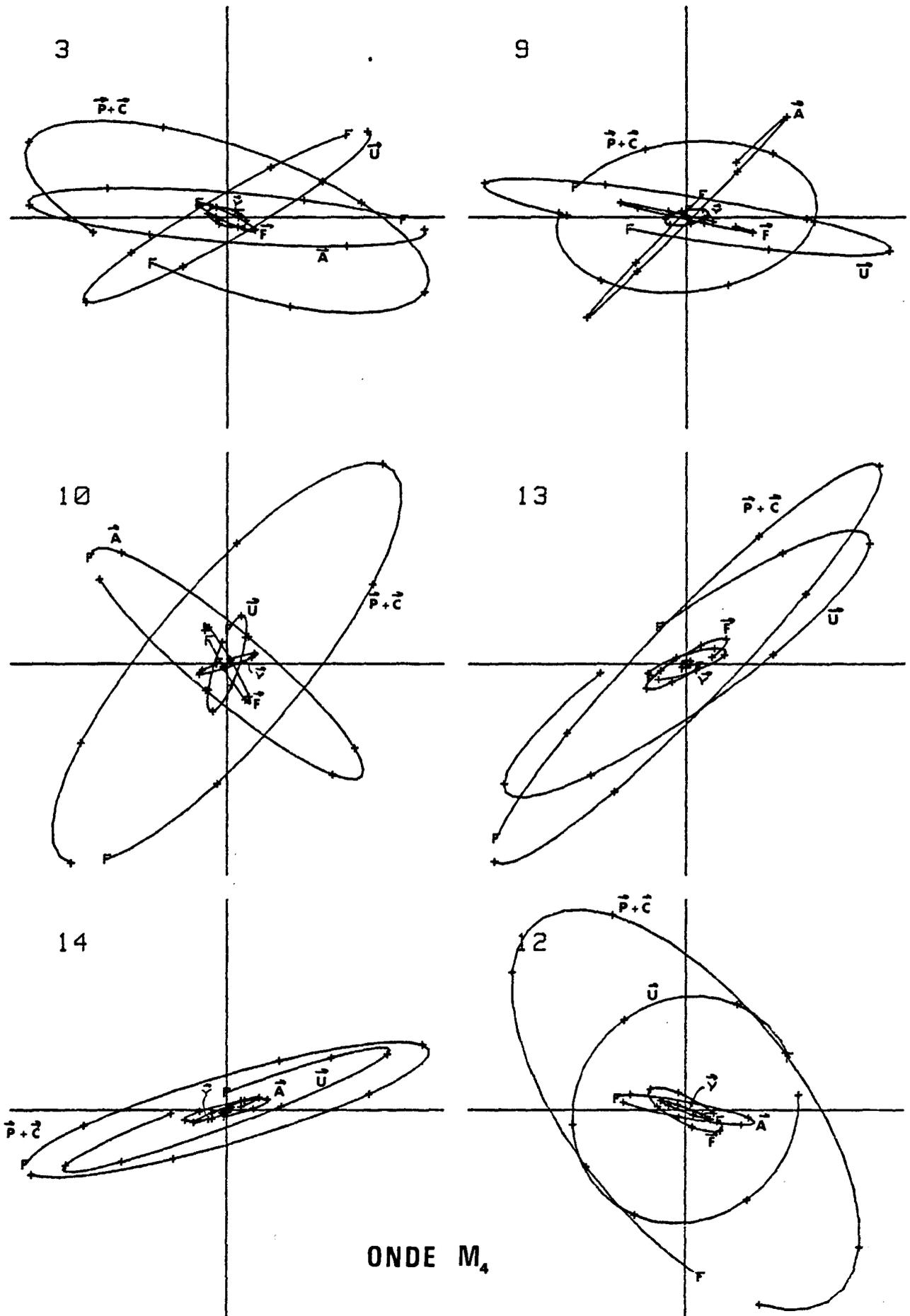
La contribution de la viscosité est faible en beaucoup de points. Elle devient plus importante près des côtes (Points 5, par exemple) et tout particulièrement autour des caps (Point 6 au environs du Cap de La Hague et Point 10 aux environs du Cap de Barfleur). Dans ces zones, les gradients spatiaux de vitesse sont importants et expliquent cette contribution du terme de viscosité.

D'une façon générale, l'équilibre hydrodynamique que l'on rencontre pour cet-



ONDE  $M_2$

Figure 35 Etude des termes de l'équation de Navier-Stokes



**ONDE M<sub>4</sub>**

Figure 36 Etude des termes de l'équation de Navier-Stockes

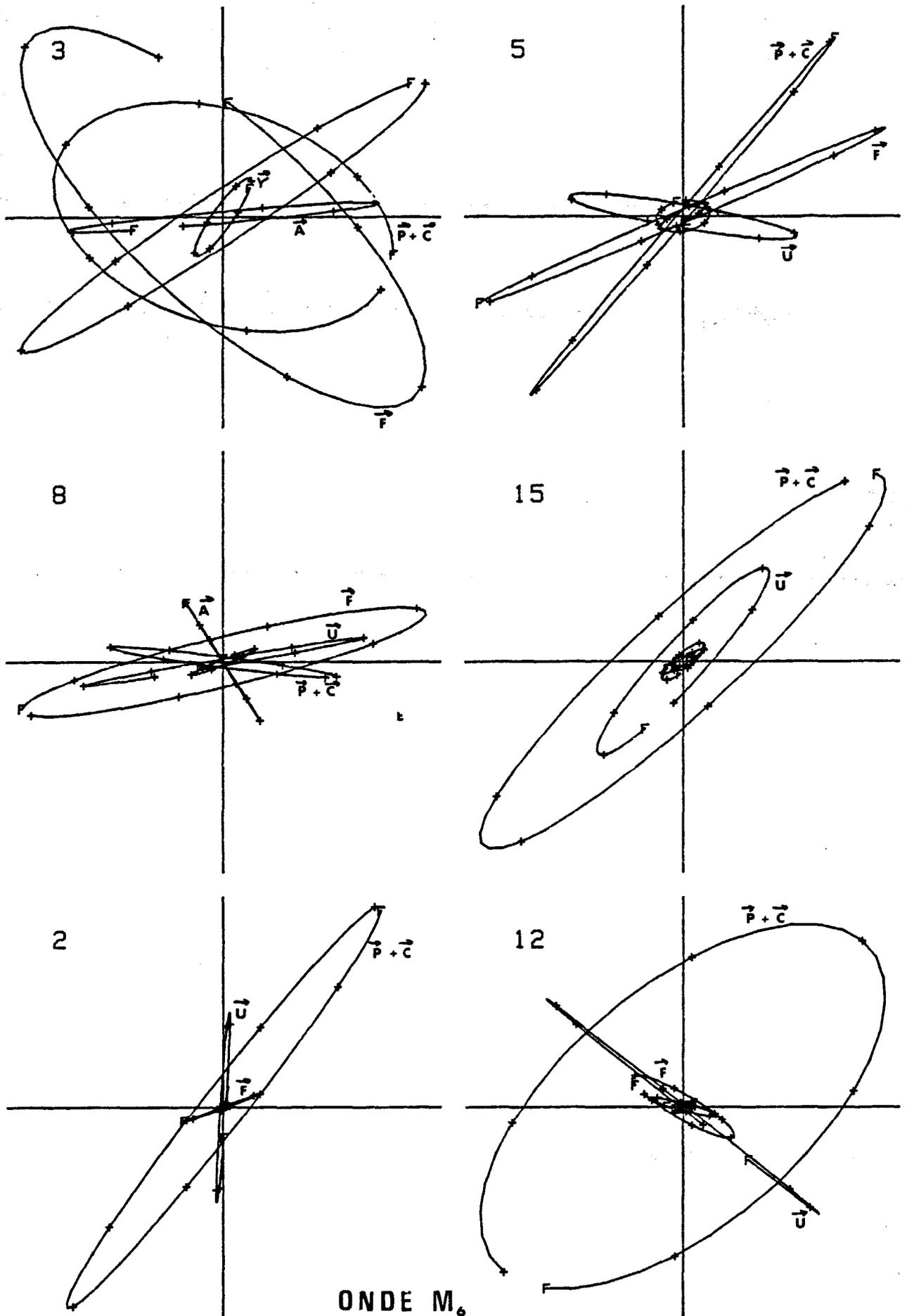


Figure 37 Etude des termes de l'équation de Navier-Stokes

te fréquence  $M_2$  coïncide en tout point avec ce que nous pouvons théoriquement prévoir. Il est important de souligner en particulier que la contribution des termes d'advection est très faible.

Pour l'onde  $M_4$  (figure 36)

On remarque l'importance des termes d'advection en certaines zones, surtout près des caps: points 3,10,9. Ils génèrent de l'énergie à la fréquence quart-diurne. Aux points 3 et 10, on observe de plus que le frottement (beaucoup moins important que l'advection) joue aussi un rôle générateur puisque il n'est pas colinéaire à la vitesse. Par contre, au point 9, le frottement ne joue qu'un rôle dissipateur d'énergie.

Les points 13 et 14 sont des exemples où les termes d'advection sont relativement faibles, le frottement joue un rôle dissipateur et les termes de pression déterminent le caractère principal de l'écoulement.

Le point 12 présente une rose de courant circulaire, l'advection est relativement faible, mais le frottement n'est pas dirigé dans le sens de l'écoulement: il contribue donc à la production d'harmonique 2 dans cette zone.

Pour l'onde  $M_6$  (figure 37)

Les points 3,8 et 5 représentent des zones où le frottement est très important et où il y a une production de l'énergie à la fréquence de  $M_6$ .

Les deux premiers ont aussi une contribution importante des termes d'advection. Au point 5 ce sont les termes de pression et frottement les plus importants.

Les points 15, 2 et 12 montrent des cas où les termes de pression sont pratiquement en équilibre avec les termes d'inertie, puisque les autres termes sont beaucoup moins importants.

PARTIE C : COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS OBTENUS AVEC NOS DEUX MODELES ET  
QUELQUES DONNEES EXTERIEURES.

I) Conditions de la comparaison.

1) Différences fondamentales entre nos deux modèles. Avantages et  
inconvénients

Pour notre étude sur modèle physique, nous avons fait une campagne de mesure en 162 points (cf. chapitre III, A). Bien que ce nombre soit considérable, le réseau des points de mesure n'est pas assez serré pour pouvoir cerner des phénomènes ayant une petite échelle (mais qui sont tout de même simulés par le modèle).

Le modèle numérique, par contre, avec sa maille de 10 km et ses 716 points d'information (cf. chapitre III, B) est plus apte à fournir des renseignements sur ces phénomènes. Toutefois les phénomènes ayant une échelle plus petite que la maille, ne peuvent être identifiés et ne sont pas simulés.

Théoriquement, le modèle physique fournit la possibilité de mesurer en des points précis où l'on désire obtenir une information. Des considérations pratiques limitent cependant cette possibilité : temps de réglage du modèle et disponibilité de l'installation, technique de mesure délicate ...

Le modèle numérique aux différences finies a une maille fixe et l'information n'est disponible qu'aux noeuds de cette maille. Seul le passage à un modèle numérique régional à maille beaucoup plus fine (alimenté par des conditions aux limites fournies par le modèle original) permettrait d'avoir des informations plus locales.

Près des côtes, enfin, aucun des deux modèles ne conduit à des résultats satisfaisants : sur le modèle physique les mesures sont difficiles et même faussées par la mauvaise adaptation du vélocimètre aux zones à très faible profondeur. De plus les problèmes liés à la distorsion entre les échelles verticales et horizontales sont particulièrement présents près des côtes (réflexion, zones découvrantes ...), pour le modèle numérique, la discrétisation des côtes introduit des modifications de l'écoulement au voisinage de celles ci.

Ces quelques considérations importantes étant dégagées, nous présentons les origines des données nature utilisées pour nos comparaisons.

## 2) Sources d'informations extérieures à notre étude

### a) Données natures retenues :

#### a1) Pour la Manche proprement dite

La connaissance précise de la composante  $M_2$  des courants de marée dans la Manche est assez restreinte, du fait des difficultés de mesures sur lesquelles nous avons insisté dans le chapitre II. Rappelons que BERTHERAT (1980) a montré qu'une bonne précision sur  $M_2$  était obtenue par analyse harmonique, seulement si l'enregistrement analysé a une durée de 21 jours au minimum.

Un catalogue de mesures courantométriques a été réalisé par le CNEXO en 1978. Sur la carte de la figure 40, sont localisés les enregistrements effectués jusqu'alors. Notons que d'après ce catalogue, il n'existait à l'époque que trois points dont la durée dépassait les 20 jours. (Il est aussi remarquable de noter la rareté des enregistrements dépassant la journée). Ces trois points correspondent à la campagne de mesure réalisée en 1976 par le SHOM et analysée par BESSERO (1980) (voir tableau 11). Remarquons aussi que la durée exploitable de ces mesures est réduite pour les points P1 et P3 à moins de 21 jours. Ces points sont situés sur une ligne joignant l'extrémité nord du Cotentin à la côte anglaise à l'est de Portland. En 1979, le COB et le SHOM ont réalisé en Baie de Seine, des mesures de courants de longue durée. Une partie de ces enregistrements a été analysés à l'IMG (BERTHERAT, CARCEL, LE PROVOST 1979), mais il n'existe qu'un seul point, parmi ceux qui ont été dépouillés jusqu'à présent, qui soit situé en dehors de la couche limite de fond (Point P1).

Enfin, l'EDF en 1975 a réalisé quelques mesures près du site de Paluel. Nous retiendrons un de ces points dont la longueur d'enregistrement dépasse les 21 jours (Point P5).

La position, les caractéristiques et références relatives à ces 5 points retenus (les seuls dont nous disposons actuellement), sont indiqués dans le tableau 11.

Notons le manque total de données natures pour les courants  $M_2$  en ce qui concerne le Golf Normand-Breton, La Manche Occidentale et l'est de La Manche Orientale.

a2) Pour le Pas de Calais

Il existe trois points de mesures naturels situés dans la zone même du Pas de Calais (Campagne JONDSAP 73). Un autre point a été dépouillé, un peu à l'Est à l'entrée du port de Dunkerque.

La position de ces 4 derniers points est indiquée sur la carte de la figure 40

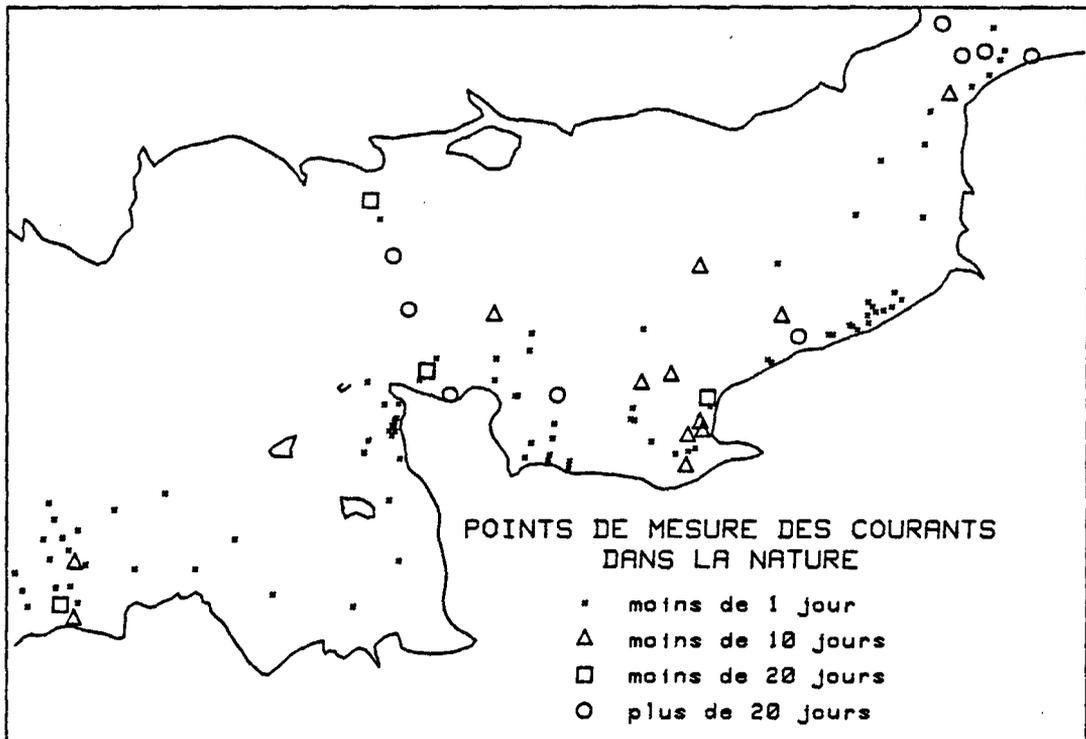


Figure 40 : Points de mesure des courants (d'après catalogue Courantométrique CNEXO - COB - BNDO 1978).

b) Cartes de SAGER (1967)

Les cartes de SAGER ont été tracées à partir de données nature correspondant aux valeurs des courants pour une marée de vive eau moyenne, soit marée de coefficient 95, selon la convention utilisée en France. Or, on a remarqué empiriquement que le marnage des marées de coefficients 95 correspondait à une superposition en phase des ondes  $M_2$  et  $S_2$ . Pour les marées de coefficient 70, le marnage correspond environ à l'onde  $M_2$  seule. Le rapport des amplitudes de ces deux ondes (LE PROVOST 1974) est de l'ordre de  $\frac{S_2}{M_2} \approx 0.35$  dans la Manche. On trouve ainsi que  $\frac{M_2+S_2}{M_2} = 1 + \frac{S_2}{M_2} \approx 1.35 \approx \frac{95}{70}$ . Par conséquent, nous pouvons comparer les cartes de SAGER à nos résultats et interpréter cette comparaison à condition de prendre en compte les remarques importantes suivantes :

Remarques n°1 : Le courant maximum des cartes de SAGER (coef.95) sera réduit au coefficient 70 par le facteur 70/95. Ceci constitue une grossière approximation pour les dénivellations, et d'autant plus pour les courants puisque la linéarité de la relation vitesse-coefficients n'est pas évidente. De plus, nous faisons une comparaison entre les courants engendrés par l'onde  $M_2$  et les courants au coefficient 70.

Remarque n°2 : La phase du courant maximum est donnée par SAGER par rapport au passage de la lune au méridien de Greenwich. Puisque l'on part de l'approximation que le coefficient 95 correspond aux ondes  $M_2$  et  $S_2$  en phase, la phase donnée par les cartes de SAGER sera directement comparée aux phases obtenues avec l'onde  $M_2$  seule. Remarquons pourtant que si la phase du courant maximum est parfaitement déterminée pour une onde pure (la rose de courant est une ellipse parfaite), il n'en est pas de même pour la phase du courant maximum mesurée pour une marée de coefficient 95. La rose de courant est en général irrégulière et il y a une imprécision certaine sur cette phase (estimée de l'ordre de 1h ou 2h selon les endroits). De plus, la dissymétrie parfois observée entre les courants de flot et de jusant accentue cette incertitude.

Remarque n°3 : De même que la phase du courant maximum, la direction du courant maximum donnée par les cartes de SAGER sera comparée directement aux résultats obtenus avec l'onde  $M_2$  seule, puisque l'on sait que l'onde  $S_2$  se propage très semblablement à l'onde  $M_2$ . Le problème de la précision de cette direction se pose aussi, à cause de la forme d'une rose de courant d'une marée réelle et la détermination de l'instant du courant maximum.

Remarque n°4 : Si nous considérons, comme nous l'avons fait pour le courant maximum, qu'il y a un coefficient de proportionalité égal à 70/95 entre les courants au coefficient 95 et 70, l'ellipticité de la rose de courant  $R = \frac{\text{Cour. Min.}}{\text{Cour. Max.}} \times 100$  ne dépend pas du coefficient. Les cartes des ellipticités données par SAGER seront donc directement comparées à celles obtenues avec nos résultats. Cependant, le problème entre une rose de courant d'une marée réelle et celle d'une onde pure, se posera aussi pour cette comparaison.

Remarque n°5 : Remarquons enfin que, puisque les données natures disponibles sont assez restreintes, les cartes de SAGER ont été tracées avec beaucoup d'interprétations pour combler le manque de données. (cette interprétation s'avérera très bonne dans nos comparaisons).

Ces cartes ont donc localement un degré d'incertitude qu'il fallait souligner.

Malgré toutes ces remarques restrictives, malgré les hypothèses approximatives sur lesquelles elles s'appuient, nous avons tenu à comparer ces cartes avec nos résultats, faute d'un plus grand nombre de données nature sur la composante M<sub>2</sub> des courants de marée.

## II) Comparaison - Interprétation

Pour présenter ces comparaisons nous avons choisi d'isoler certaines régions, ayant des particularités bien spécifiques.

### 1) Zone du golfe Normand-Breton

#### a) Particularités de cette zone

Nous délimiterons cette zone par le Cotentin à l'Est, le méridien de Bréhat à l'Ouest, et par le parallèle de la Hague au Nord.

Le golfe est parsemé d'îles et de récifs plus ou moins importants. La topographie du fond varie très rapidement souvent avec une échelle inférieure à 10 km (maille de notre modèle numérique). Sa profondeur est toujours assez faible.

Du fait de cette variabilité de la topographie du fond, le modèle numérique ne peut pas représenter un certain nombre d'îles (Chaussey, Serk, Herm, Aurigny, Casquets, Minquiers, ...) Il faudrait, pour étudier finement ce golfe, un modèle régio-

# GOLFE NORMANO-BRETON

Mod. Numérique

SAGER (1968)

150 Mod. Physique

COURANT MAXIMUM (cm/s)

## ONDE $M_2$

PHASE DU COURANT MAXIMUM (h)

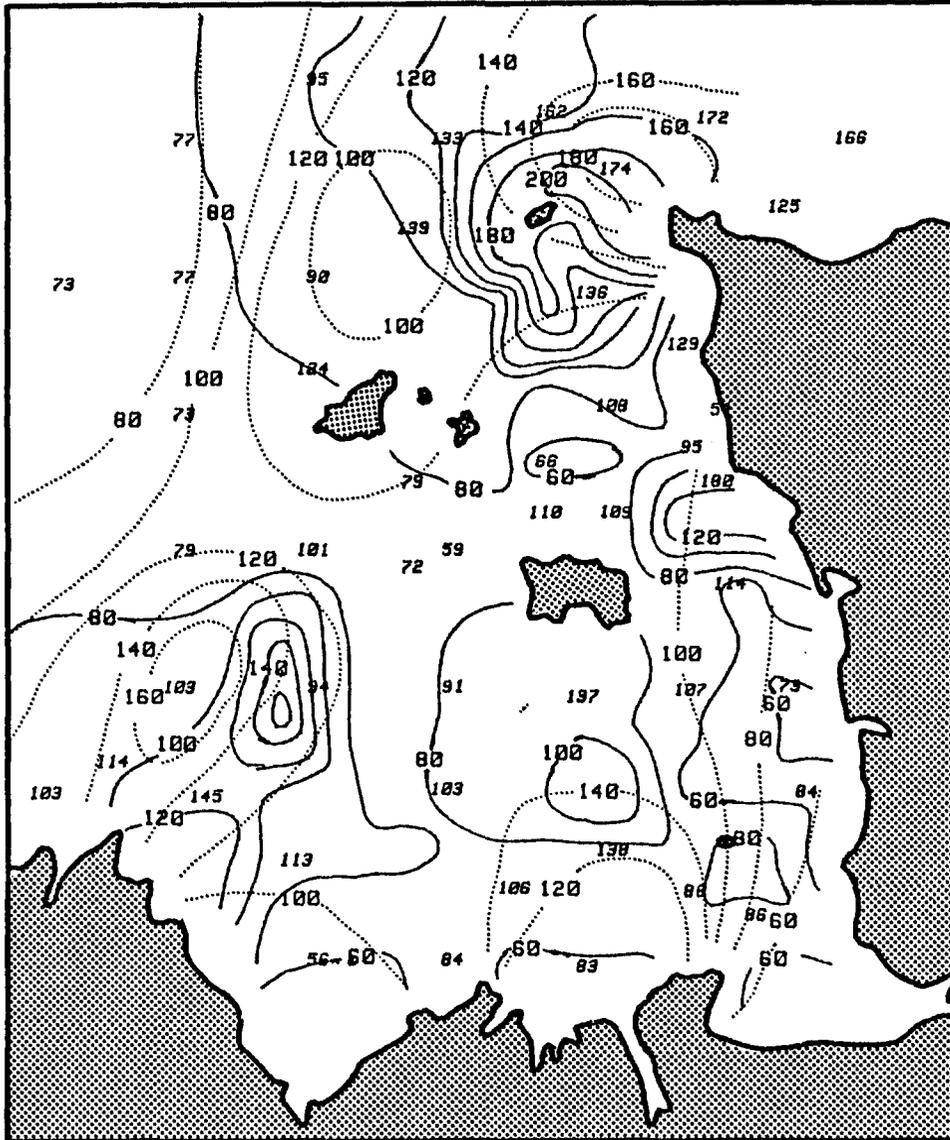


Figure 41

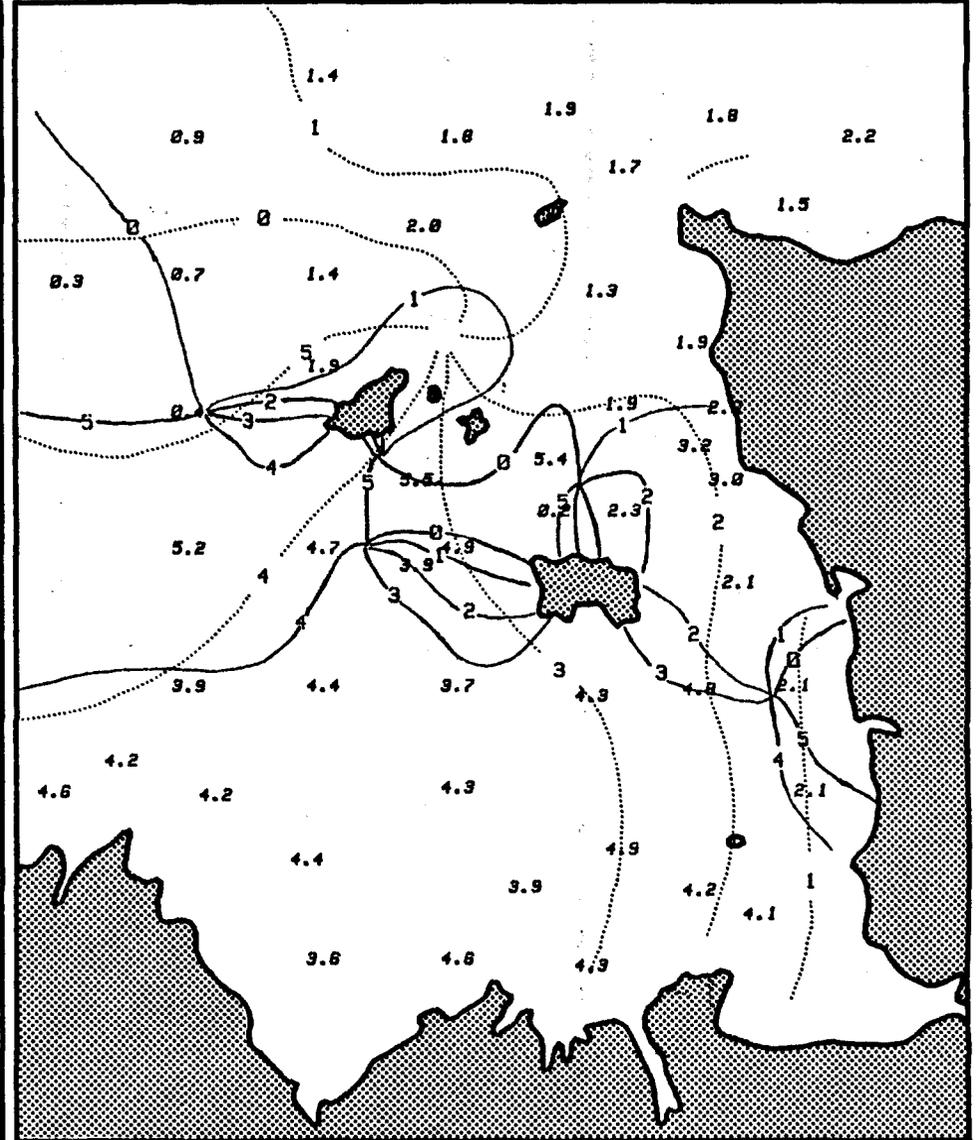


Figure 42

# GOLFE NORMANO-BRETON

— Mod. Numérique

..... SAGER (1968)

150 Mod. Physique

DIRECTION DU COURANT MAXIMUM (°)

ONDE  $M_2$

ELLIPTICITE (%)

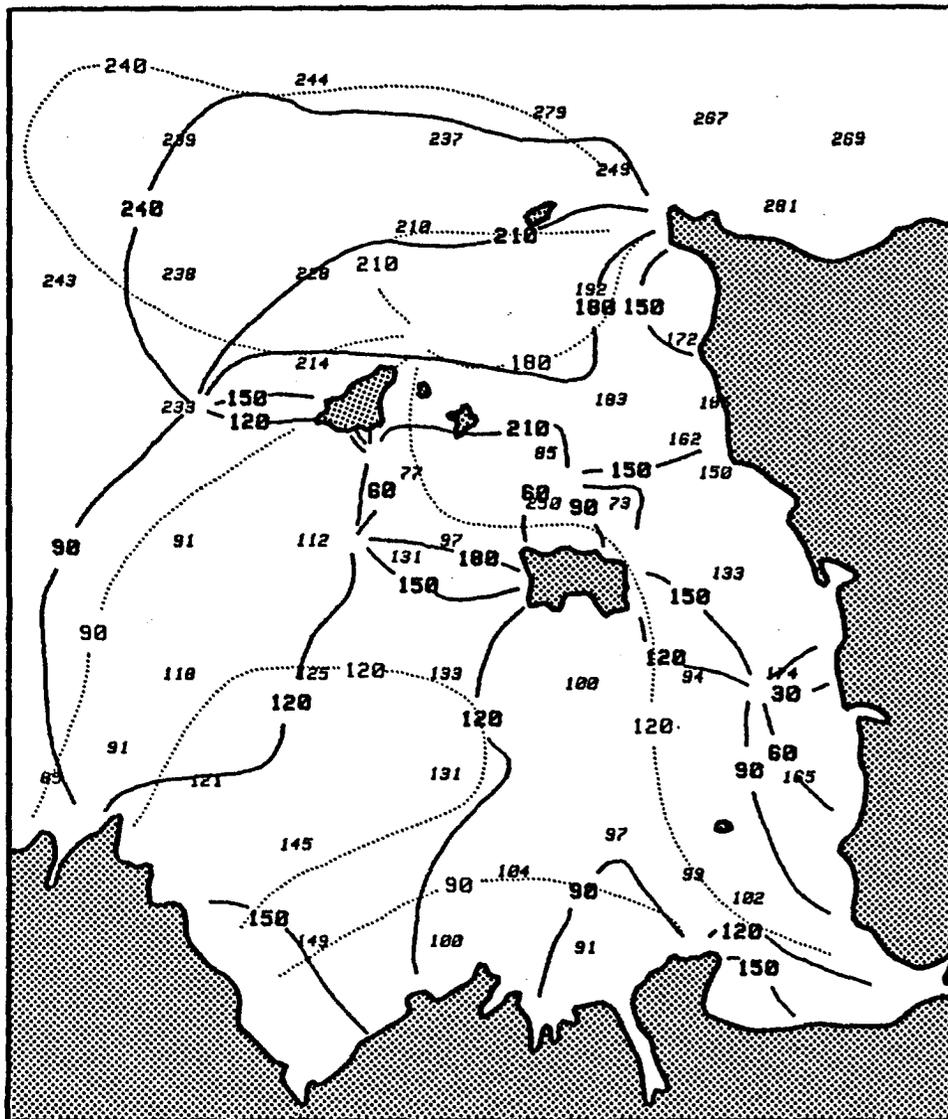


Figure 43

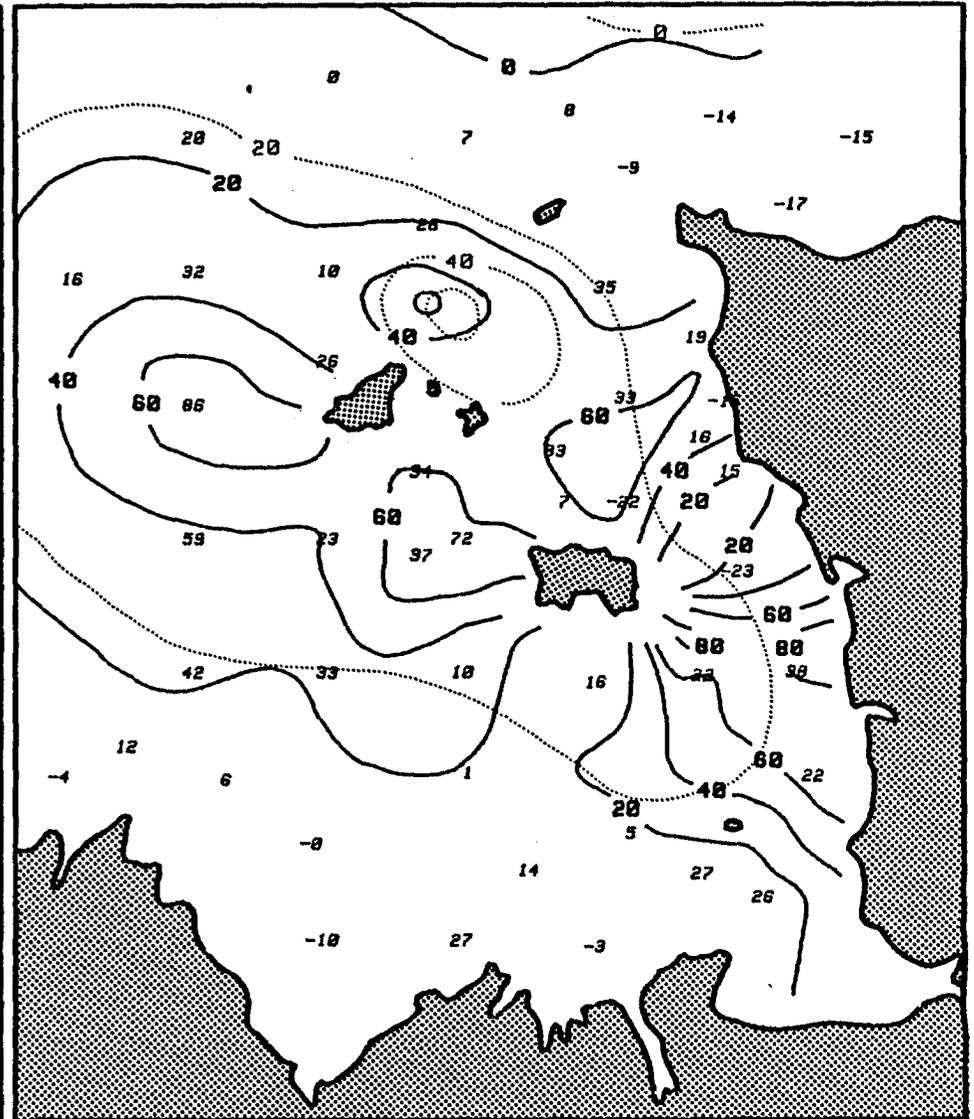


Figure 44

nal à maille plus fine. Runday (1976) remarque que les variations de profondeurs sont toujours accompagnées par des gradients de vitesse. D'après des mesures natures, il donne les ordres de grandeur suivant :

$$O\left(u \frac{\partial H}{\partial x}\right) \approx O\left(H \frac{\partial u}{\partial x}\right)$$

Ainsi, dans cette région, il existe des gradients de vitesse locaux, qui peuvent échapper à notre modèle numérique.

Pour le modèle physique, les variations de la topographie du fond sont bien représentées, mais la rugosité, disposée par éléments grillagés (cf. Chap. II, A) modifie parfois considérablement l'écoulement local (Par exemple, effet de convergence entre une île ou un haut fond et la rugosité). Il faudrait mettre une rugosité homogène pour éviter ces phénomènes, mais alors se pose le problème de la mesure avec notre anémomètre, pour lequel il faut un espace libre assez grand autour du point de mesure, surtout dans les faibles profondeurs. (cf. Chap. II, A)

b) Comparaisons (cf. figure 41, 42, 43, 44)

La caractéristique principale des courants de marée dans cette zone est leur aspect giratoire, dans le sens négatif (anticyclonique). L'ouvrage 550 du SHOM, destiné aux navigateurs, insiste sur ce fait.

Les cartes de SAGER montrent qu'il existe un point amphidromique de courant situé au Nord de Guernesey. Notre modèle numérique, outre celui-ci nous en indique trois autres. L'étude faite sur le modèle physique, avec les difficultés de mesures que nous avons soulignées dans le cas de ce golfe, a permis de déterminer un seul point amphidromique de courant. Cependant, certaines mesures qui nous paraissaient abérantes et qui avaient été écartées pour cela, peuvent être très logiquement interprétées par l'existence de ces points amphidromiques de courant, révélés par le modèle numérique. Des mesures complémentaires sur le modèle physique permettraient peut être de confirmer leur existence, mais nous ne les avons pas effectuées faute de temps.

En ce qui concerne les courants maximum, nous voyons que le modèle numérique donne des valeurs nettement plus faibles que le modèle physique surtout dans l'Est

de la zone. Les valeurs données par SAGER (à titre indicatif) sont plus proches de celles du modèle physique que du modèle numérique. Par contre, à l'Ouest de ce golfe, dans le voisinage de Roches-Douvres, au Nord Est de Bréhat, les trois sources indiquent une remarquable concordance des lignes isovaleurs autour d'un maximum de courant. Il en est de même au Nord de la zone, près du Raz Blanchart.

Compte tenu des points amphidromiques non représentés sur les cartes de SAGER et sur les cartes du modèle physique, les comparaisons des lignes isovaleurs des directions et phase du courant maximum ainsi que celles des ellipticités sont faussées. On notera plutôt les valeurs locales mesurées sur le modèle physique et données sur les cartes.

## 2) Zone extérieure au golfe Normand-Breton

Pour cette zone, nous donnons d'une part les 4 cartes isovaleurs des caractéristiques des courants ; sur ces cartes (cf. figures 47, 48, 49, 50) sont tracées les lignes obtenues par le modèle physique (en trait interrompu court), par le modèle numérique (en trait plein), et celles déduites des cartes de SAGER (en trait pointillé). Nous avons aussi reporté les valeurs nature des paramètres de l'onde  $M_2$  aux points P1, P2, P3, P4, et P5. D'autre part, sur les figures 45 et 46 on trouvera une comparaison effectuée en ces points entre les modèles et les données nature pour le module et le cap du courant  $M_2$ , en fonction du temps. Les éléments de cette comparaison sont rappelés dans le tableau 12 .

<i>nom</i>	<i>Position</i>	<i>Origine Mesure</i>	<i>Durée Enregistr.</i>	<i>Immersion/ Prof. Tot.</i>	<i>Ref. Analyse</i>
<b>P1</b>	49°41' N 00°50' W	COB/SHOM	21j 4h		BERTHERAT CARCEL LE PROVOST
<b>P2</b>	50°29' N 02°02' W	SHOM	27j	26m/43m	BESSERO
<b>P3</b>	50°01' N 01°47' W	SHOM	16j	29m/58m	BESSERO
<b>P4</b>	49°46' N 01°40' W	SHOM	15j	10m/54m	BESSERO
<b>P5</b>	49°52' N 00°38' E	EDF	42j	8m/10m	BERTHERAT CARCEL LE PROVOST

TABLEAU 11 : Position et références des points où l'on dispose de la valeur nature des courants de l'onde  $M_2$  (à partir de l'analyse harmonique d'un enregistrement de longue durée).

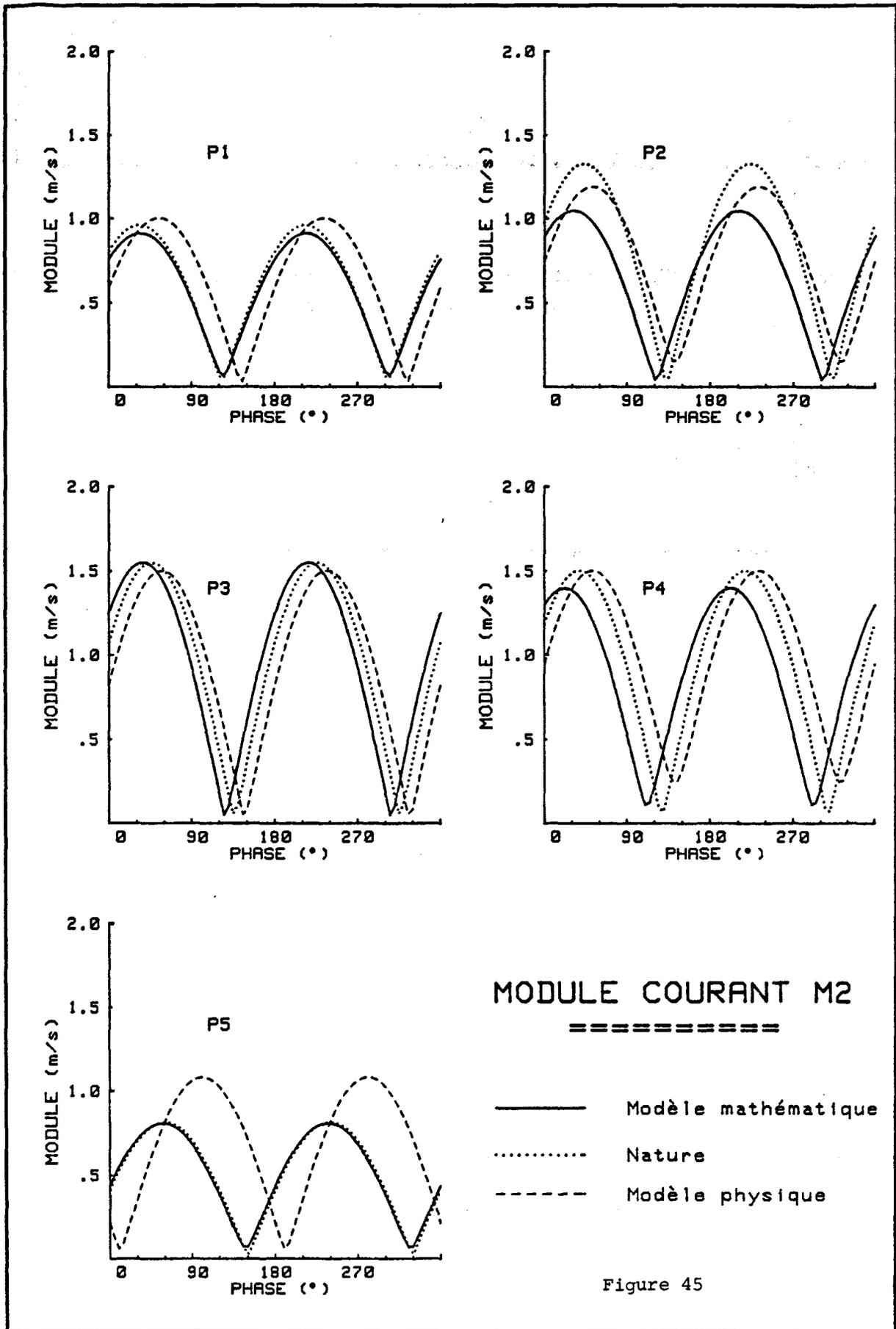
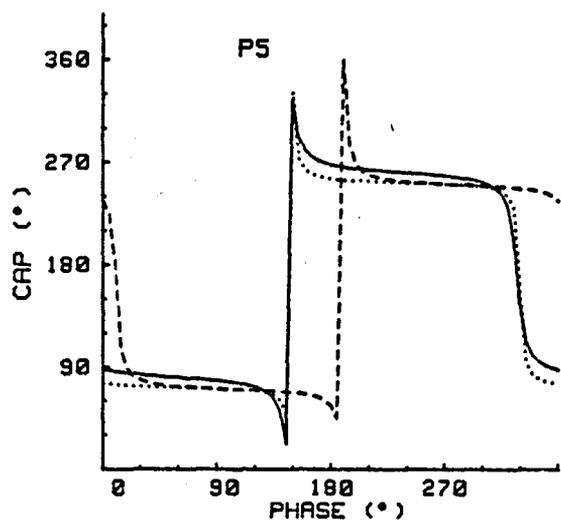
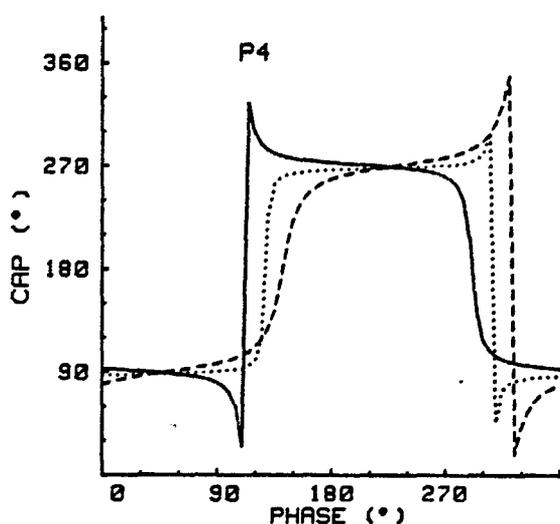
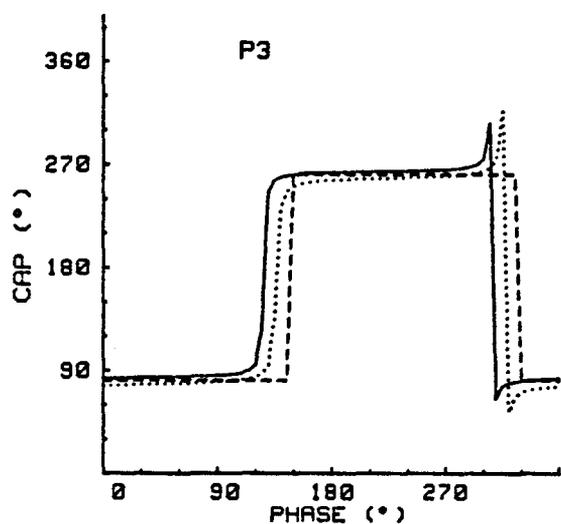
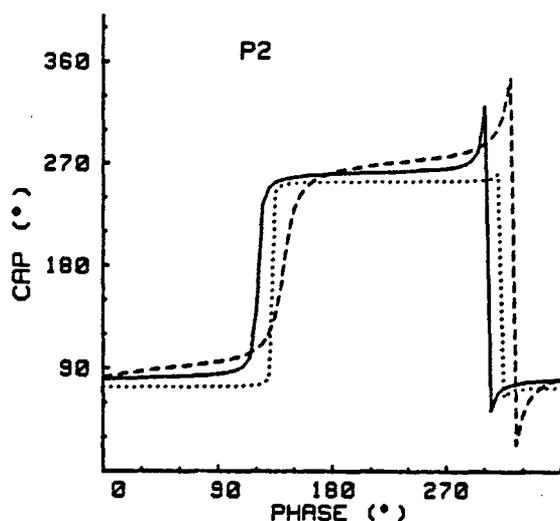
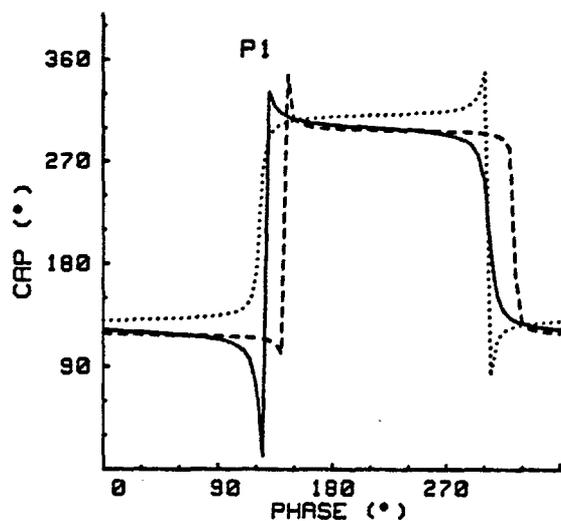


Figure 45



**CAP COURANT M2**



- Modèle mathématique
- ⋯ Nature
- - - Modèle physique

Figure 46

POINT	PARAMETRE	NATURE	MODELE NUMERIQUE	MODELE PHYSIQUE
P1	G(cm/s)	96.1	91.2	100.0
	R (%)	-4.1	6.8	-2.0
	Phm (°)	33.0	33.7	54.0
	Cap (°)	131.7	120.1	117.0
P2	G(cm/s)	133.2	104.9	119.0
	R (%)	-6	-3.5	-12.0
	Phm (°)	42.7	31.2	52.0
	Cap (°)	74.3	82.3	90.1
P3	G(cm/s)	155.2	155.2	150.0
	R (%)	-3.2	-2.2	0.0
	Phm (°)	46.1	36.4	57.0
	Cap (°)	78.7	84.4	81.0
P4	G(cm/s)	150.4	140.1	150.0
	R (%)	-3.2	7.4	-16.0
	Phm (°)	38.0	21.9	52.0
	Cap (°)	88.7	91.5	90.1
P5	G(cm/s)	81.6	81.0	108.0
	R (%)	3.5	7.8	5.0
	Phm (°)	59.6	57.7	101.0
	Cap (°)	72.6	81.1	70.0

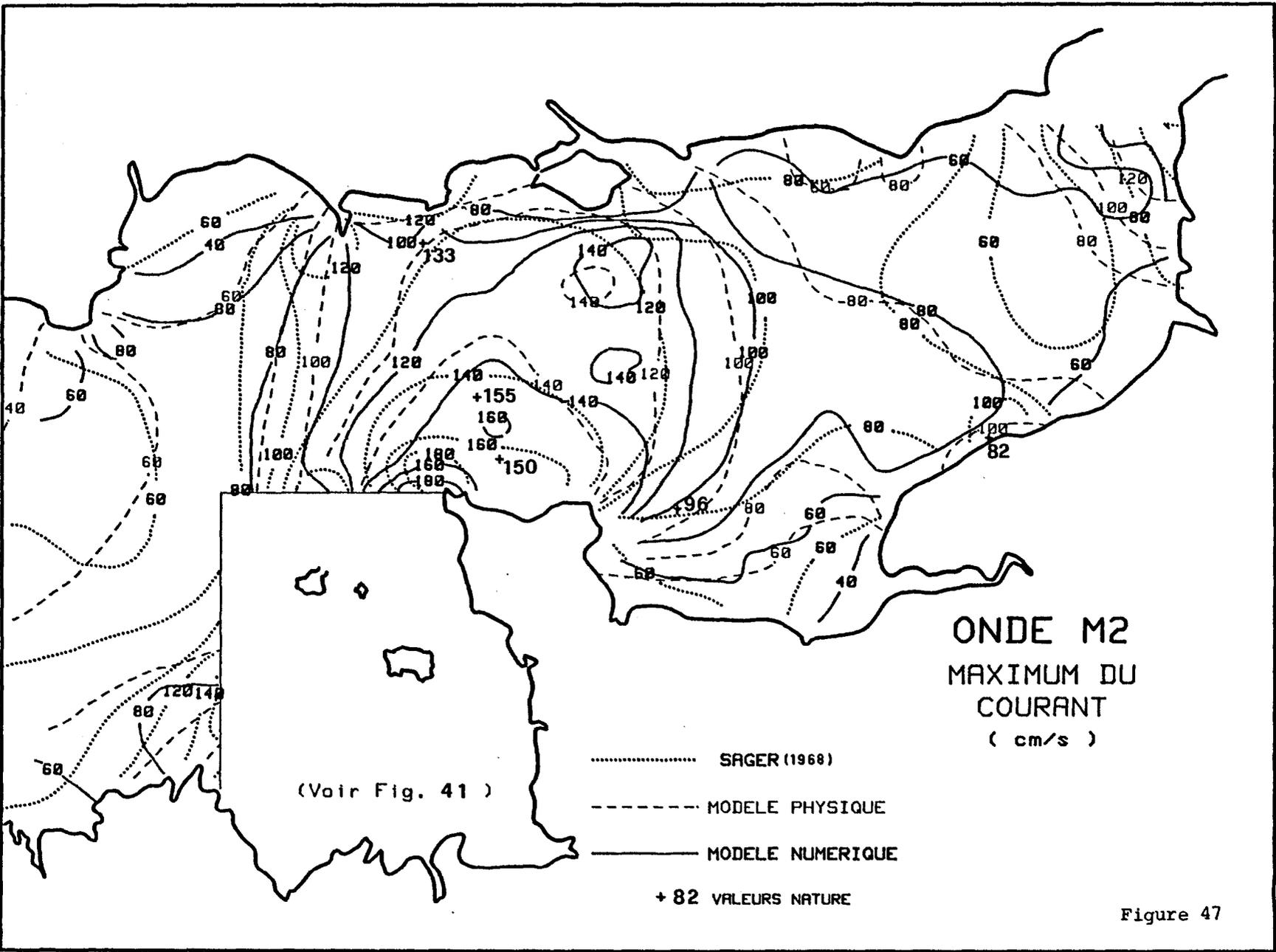
TABLEAU 12

Ces cartes et ces figures appellent les commentaires suivants :

a) Pour le courant maximum : (cf. carte figure 47)

En général, la concordance entre les deux modèles est bonne : les lignes iso-valeurs sont voisines et on retrouve certains maxima locaux, comme au Sud de l'île de Wight et au Nord du Cotentin. Au voisinage des caps (dans une zone située au Sud de Portland Bill, par exemple), les deux modèles sont également très semblables. En général, dans la Manche Occidentale et Centrale la concordance est très bonne. Mais on remarquera qu'à l'Est de La Manche Orientale, le modèle physique donne des valeurs sensiblement plus fortes que le modèle numérique.

Les modèles semblent également en bon accord avec les valeurs données par SAGER. A l'Est de la Manche Orientale, la correspondance est meilleure avec le modèle numérique qu'avec le modèle physique, qui semblerait trop fort. Ainsi, le minimum de courant situé au large de la Baie de Somme est bien décrit par les deux modèles, mais vaut 60 cm/s pour le modèle numérique, en accord avec SAGER, et 75 cm/s pour le modèle physique.



**ONDE M2**  
**MAXIMUM DU**  
**COURANT**  
 ( cm/s )

Figure 47

Si nous nous reportons aux données nature de  $M_2$  aux points P1, P2, P3, P4 et P5, nous remarquons que les courants maximum donnés par les deux modèles sont satisfaisants. Le modèle numérique est particulièrement bon pour les points P1 et P5. Il donne des résultats un peu trop faibles aux points P2, situé près de la côte anglaise et P4 situé au voisinage de Cherbourg. Le modèle physique est en général bon, sauf au point P5 où il est nettement trop fort. Outre le fait déjà signalé que les courants sont systématiquement trop forts en Manche Orientale sur le modèle physique, notons que ce point P5 est situé près de la côte. Sa mesure au vélocimètre laser a nécessité le montage "petite profondeur" (cf. chap. II, A). Une perturbation locale de l'écoulement est vraisemblable (accélération de l'écoulement dans la zone comprise entre la côte et le cône du laser).

Nous remarquons par ailleurs, que les valeurs nature du courant maximum  $M_2$  sont assez différentes de celles déduites par SAGER : au point P5, SAGER donne des valeurs supérieures à 100 cm/s alors que l'on mesure seulement 82 cm/s dans la nature. De même au point P4 où les valeurs de SAGER sont trop fortes de 20 cm/s environ. Aux points P1 et P3 l'accord est bon, au point P2, SAGER est trop faible.

b) Pour la direction du courant maximum. (cf. carte figure 48)

Les lignes isovaleurs de la direction du courant maximum tracées sur les cartes montrent en général une excellente concordance entre les 3 sources.

On note certains écarts locaux importants, comme par exemple, à l'Ouest de la Baie de Seine : le modèle numérique donne des directions plus orientées vers le Nord (environ  $30^\circ$ ) ce qui est certainement dû à un effet de la discrétisation des côtes et notamment de la pointe de Barfleur. (cf. fig. 12) Un écart important ( $30^\circ$ ) est également observé entre le modèle physique et le modèle numérique près de Boulogne, en Manche Orientale.

La comparaison entre les données nature aux 5 points (P1 à P5 et les résultats des modèles montre certaines différences, n'excédant toutefois pas  $11^\circ$  pour le modèle numérique au point P1, et  $16^\circ$  pour le modèle physique au point P2. L'interprétation de ces différences ne semble pas immédiate. On remarque seulement que pour les points P1 et P2 le modèle numérique est meilleur que le modèle physique. L'inverse se produit pour les 3 autres points. (les écarts observés pour le modèle physique sont étonnants, car à priori, les effets de topographie sont représentés ainsi que les effets côtiers). Ajoutons quand même que ces écarts sont proches de la précision donnée par les courantomètres utilisés pour recueillir les données à la mer.

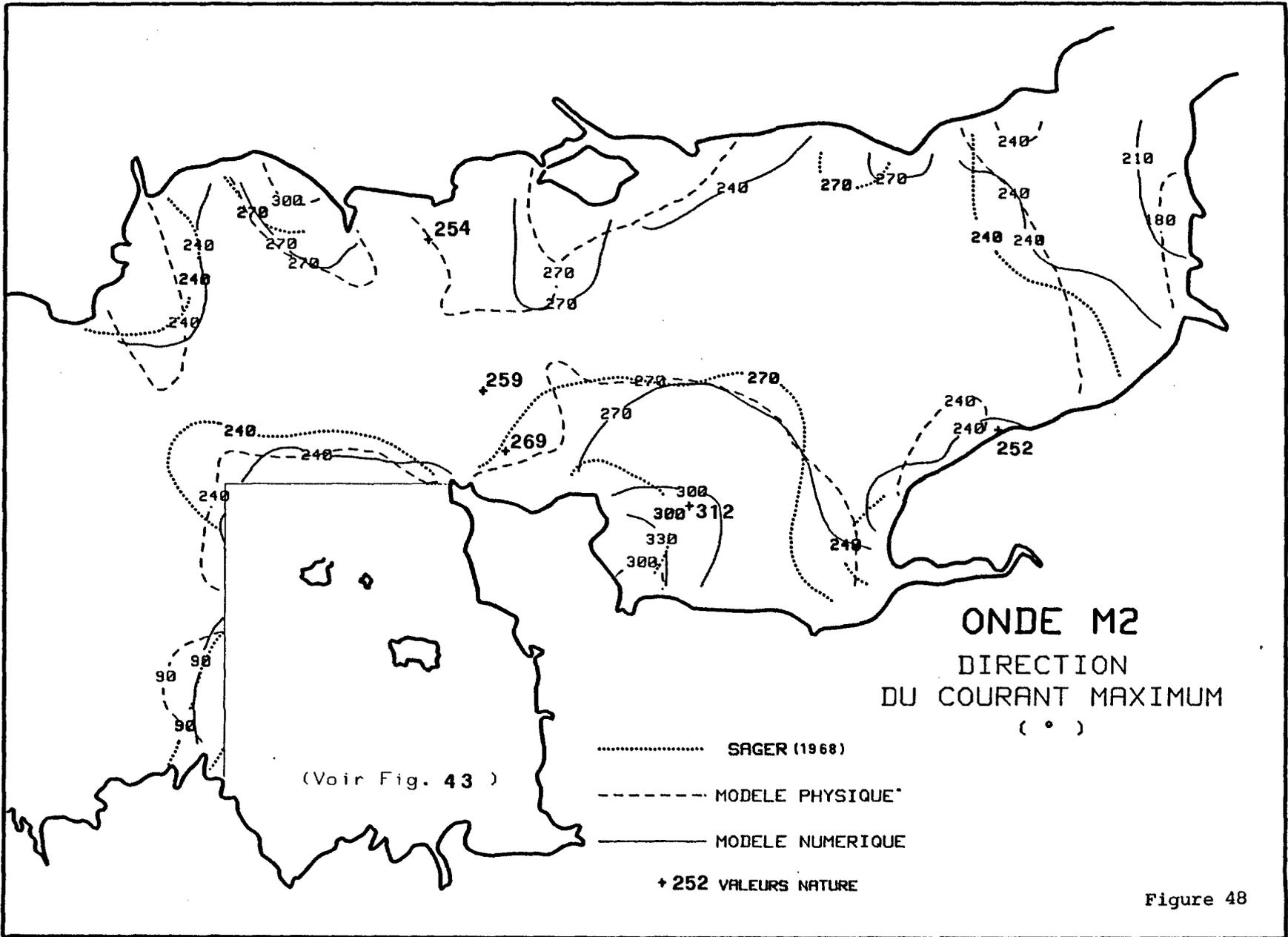


Figure 48

(La notice technique du courantomètre Aanderaa, par exemple, indique une précision de  $\pm 7^\circ$  sur la direction des courants mesurés). Rappelons également qu'il est probable que ces résultats auraient pu être améliorés sur le modèle physique si celui-ci avait eu une rugosité homogène dans l'espace et que le canal atlantique avait été réglé.

c) Pour l'ellipticité (cf. carte figure 49).

La carte des lignes isovaleurs de l'ellipticité montre des écarts localement importants entre les différentes sources. Parmi les lignes tracées sur cette carte, ce sont celles issues du modèle numérique qui sont les plus précises, compte tenu de la maille du modèle. Ainsi, si on les prends comme référence, on s'aperçoit que les autres lignes (modèle physique et SAGER), ne s'en éloignent pas beaucoup et que les différences observées peuvent être simplement dues à des erreurs d'interprétation d'un réseau de données trop lâches.

En Manche Orientale, l'accord est en général bon, sauf pour la ligne 10% donnée par SAGER.

Au Nord du Cotentin, la ligne d'ellipticité nulle est représentée à peu près identiquement pour les trois sources.

La comparaison ponctuelle aux points P1-P5 donne certaines caractéristiques étonnantes : ainsi, au point P1, le modèle numérique et le modèle physique donnent des roses de courants tournant dans le sens opposé à celui observé. D'après les mesures faites sur le modèle physique, il semble qu'il y ait en Baie de Seine une zone où les roses de courant tournent dans le sens négatif. Cette zone est très localisée et se situe à une dizaine de km plus au large que le point P1 (cf. fig.49) Ainsi, il est probable que le phénomène observé dans la nature au point P1 soit également très local.

Le modèle numérique par contre, donne toujours des sens positifs aux roses de courant dans la Baie de Seine. (Si ces phénomènes nature ont une échelle de moins de 10 km, il ne sont pas simulés).

Un autre point remarquable est le point P4. Le modèle numérique est en désaccord avec le modèle physique et la nature sur le sens de rotation. Il semble que se

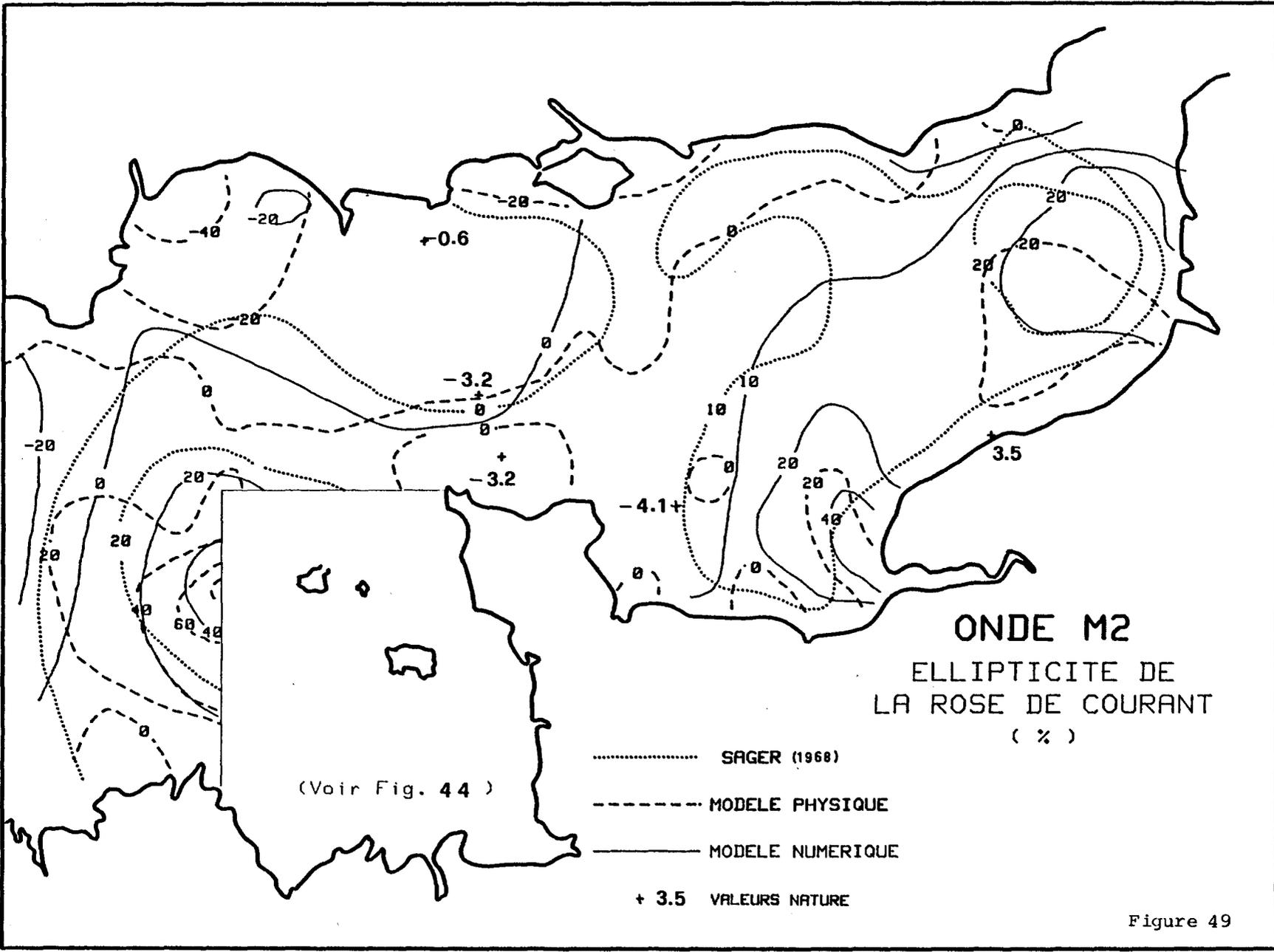


Figure 49

soit du à un effet de la topographie et du dessin de la côte à cet endroit (cf. discrétisation de Cherbourg sur la carte fig. 12 ). Par contre, quantitativement le modèle physique donne une valeur nettement plus grande que la valeur observée. C'est étonnant car dans cette partie étroite de la Manche, les courants sont bien canalisés et il est logique de trouver des ellipticités faibles. L'accentuation du caractère giratoire des courants sur le modèle physique se retrouve également au point P2. En ce dernier point, les 4 sources sont en accord quand au sens de rotation, mais les données nature donnent une ellipse plus aplatie.

d) Phase du courant maximum. (cf. carte fig. 50)

Dernier paramètre de comparaison : la phase du courant maximum. Sur la carte des lignes isovaleurs, nous avons choisi d'exprimer cette phase comme un retard de l'onde par rapport au passage de la lune au méridien de Greenwich. Pour ce paramètre, les cartes indiquent clairement un décalage de l'onde de 1 heure (30°) environ entre les deux modèles. Les valeurs données par SAGER se situent environ au milieu des valeurs données par les modèles. Ainsi, sur ces cartes, il est difficile de savoir lequel des modèles est meilleur.

On remarque localement quelques particularités : la ligne isovaleur 1h donnée par SAGER au Nord du Cotentin et celle donnée par le modèle numérique coïncident remarquablement, jusque dans la Baie de Seine. Il est étonnant de constater que le modèle physique donne des lignes isovaleurs 2h perpendiculaires aux précédentes. Ce phénomène se reproduit au voisinage du Cap d'Antifer, en Manche Orientale : la ligne 2h donnée par le modèle numérique longe la côte, alors que la ligne 3h donnée par le modèle physique arrive perpendiculairement à la côte. Ce fait qu'une ligne isovaleur longe la côte signifie que les courants sont en avance près de la côte. Or nous avons constaté ce phénomène à partir de diverses données nature près de Paluel (BERTHERAT, CARCEL, LE PROVOST 1980).

Le modèle physique semblerait ne pas simuler cet effet. Cependant des abérations plus fines observées antérieurement, semblent indiquer que ce phénomène existe bien sur le modèle physique, mais qu'il est confiné dans une bande très étroite le long de la côte.

Si nous examinons les courbes des figures 45 et 46 , les écarts de phases entre les modèles et la nature sont clairement mis en évidence. Ainsi au point P5, la valeur nature de la phase, voisine de celle du modèle numérique, semble vérifier ce phénomène d'avance de phase des courants près des côtes.

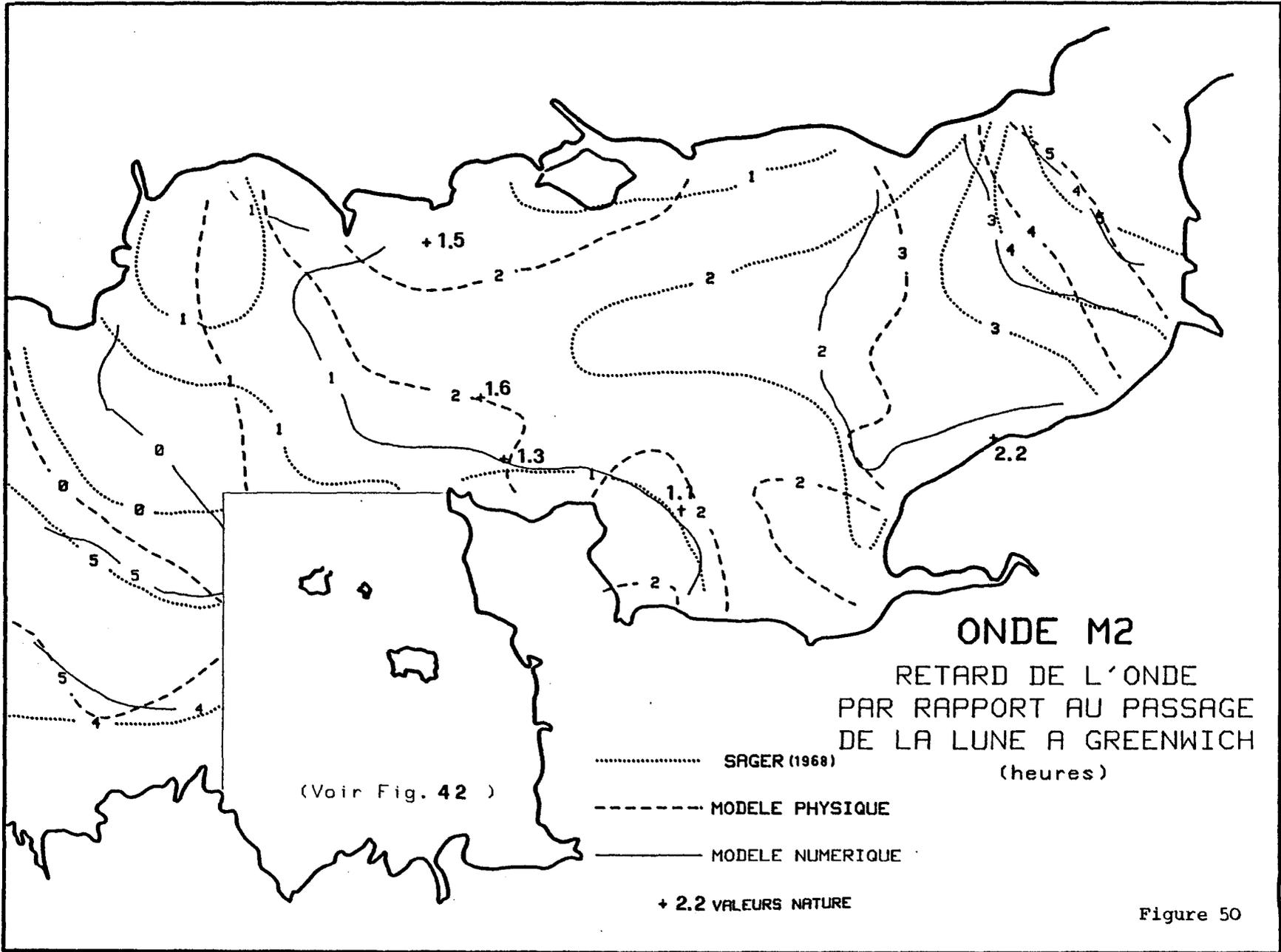


Figure 50

Au point P1 également, l'accord est très bon entre le modèle numérique et la nature.

On remarque que pour tous les points, le modèle physique est en avance d'au plus une heure sur le modèle numérique.

Les valeurs natures, parfaitement semblables avec le modèle numérique au point P1 et P5 sont pour les autres points situés entre les deux modèles, conformément à ce que l'on avait observé sur les cartes isovaleurs données par SAGER.

L'écart de phase entre les valeurs natures et les valeurs mesurées sur le modèle physique est bien réel. Or si nous nous reportons à la figure 14 nous voyons que le modèle physique était très bien réglé pour représenter les amplitudes et phases de la dénivellation dues à la marée M2. Se pose alors la question de savoir pour quelles raisons ce déphasage des courants par rapport aux dénivellations évolue différemment sur le modèle physique et dans la nature. Il s'agit peut être d'un problème de réflexion de l'onde de marée dans les canaux d'amortissement au niveau du Pas de Calais, ce qui expliquerait également l'écart des phases pour les dénivellations près du point amphidromique (déplacement du point amphidromique). Toutefois, le décalage en phase est nettement plus sensible pour les courants que pour les dénivellations.

### 3) Pas de Calais

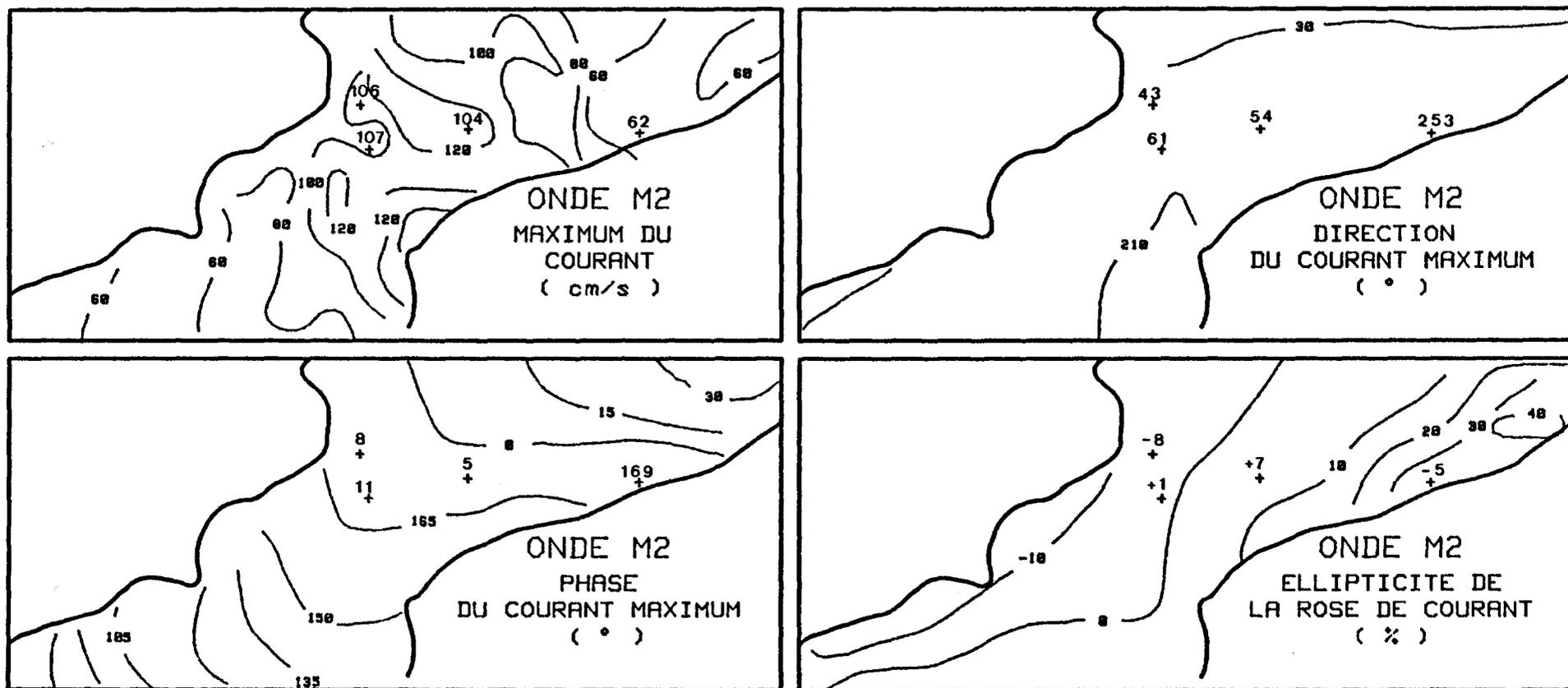
Le modèle physique s'arrête au niveau de Boulogne. Nous n'avons donc pas de résultats concernant cette région à partir de ce modèle.

Cette zone a la caractéristique d'être très étroite, donc la discrétisation introduit des perturbations encore plus sensibles que dans le reste du modèle (voir fig. 52 ).

Les résultats du modèle numérique sont présentés sur les cartes de la figure 51 sur lesquelles sont également indiquées les valeurs des données natures dont nous disposons (cf C, I, 2, a ). Nous avons fait une comparaison des modules et caps correspondant à ces points, présentée sur les figures 52 et 53.

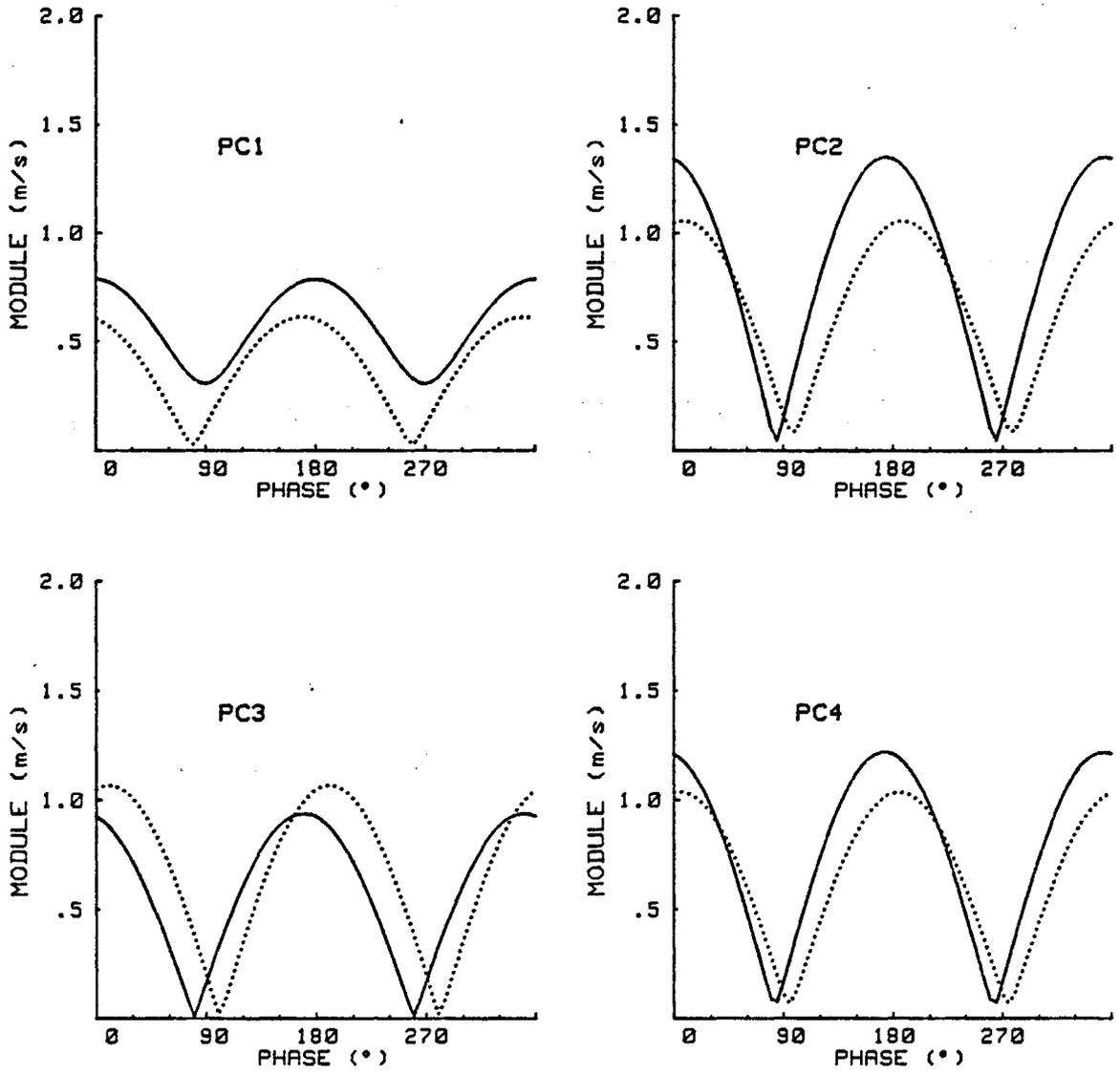
Le point PC1 est situé à proximité du port de Dunkerque. En étant si près de la côte, la rose de courant est aplatie . Le modèle numérique donne par contre une rose

# COURANTS AU PAS DE CALAIS



619

Figure 51



**MODULE COURANT M2**



— Modèle Numérique      ..... Nature

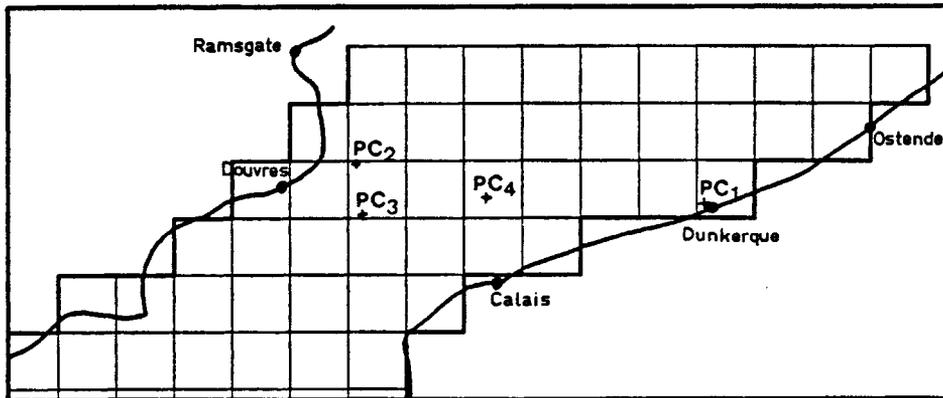
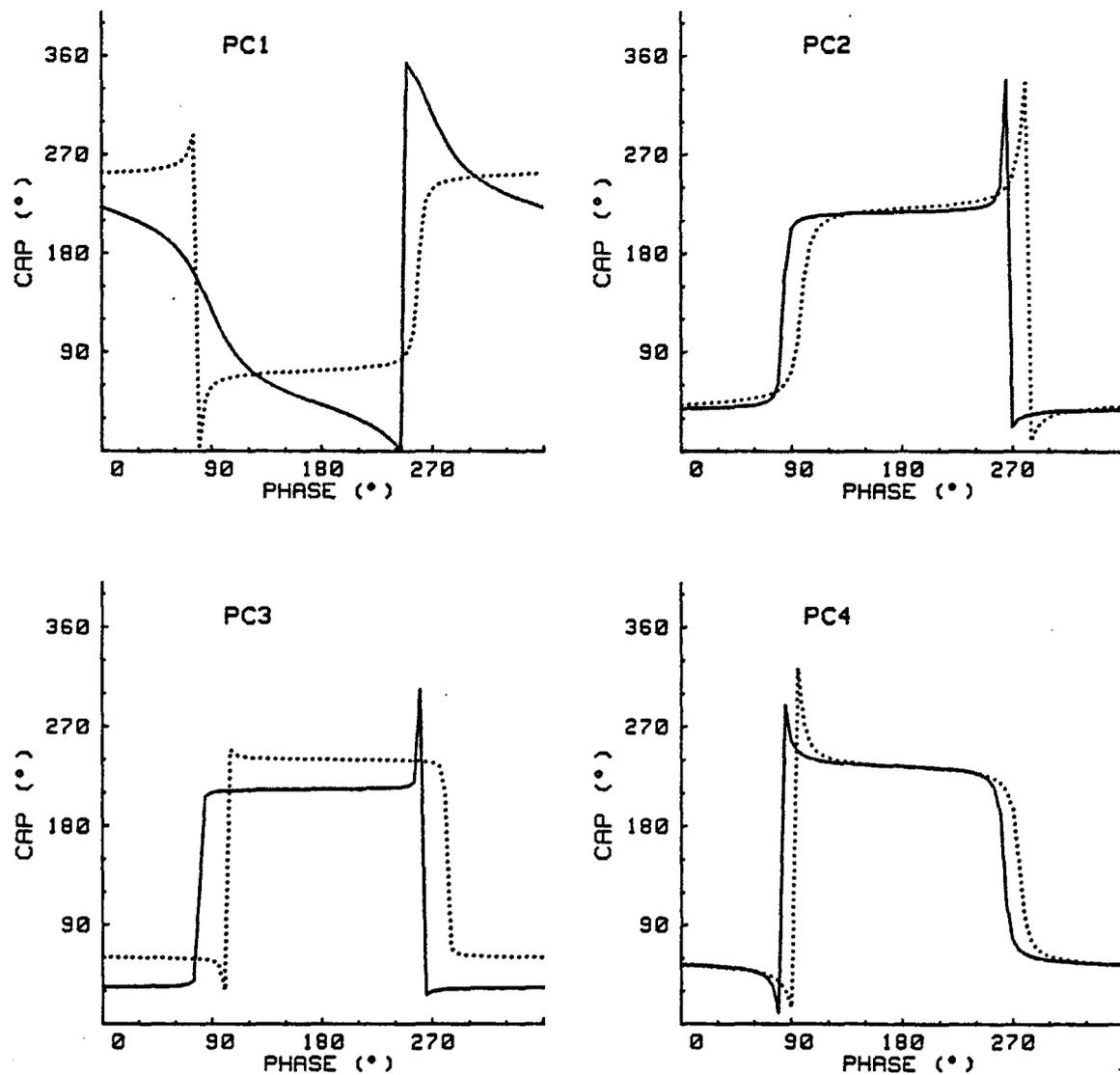


Figure 52 : Points situés au Pas de Calais



## CAP COURANT M2

=====

— Modèle Numérique      ..... Nature

POINT	POSITION
PC1	DUNKERQUE
PC2	51° 04' N 1° 35' E
PC3	51° 05' N 1° 47' E
PC4	51° 09' N 1° 30' E

Figure 53 : Points situés au Pas de Calais

plus élargie (le courant minimum est relativement important). Le module est plus fort, et un déphasage de  $25^\circ$  est remarqué. Il est difficile de tirer des conclusions de la comparaison à ce point, du fait de sa proximité avec la côte et des problèmes de discrétisation qui y sont liés.

Pour les points PC2 et PC4, le modèle numérique donne des courants plus forts (de 20% environ) et un déphasage de l'ordre de  $15^\circ$ . La direction est bonne.

Au point PC3, les modules nature et données par le modèle numérique sont plus concordants, mais il y a un déphasage plus important ( $25^\circ$ ) et la différence de direction est de plus de  $30^\circ$ .

Nous avons tenu à présenter cette comparaison, mais il est évident que cette zone ne peut être correctement représentée qu'avec une maille plus fine. La limite du modèle numérique a été placée aussi loin vers le Nord, non pas pour obtenir une bonne simulation dans le Pas de Calais, mais pour éloigner cette limite de la partie principale du domaine que nous étudions.

Les résultats obtenus sont cependant très encourageants.

#### 4) Conclusions générales

A l'issue de cette comparaison, il serait intéressant de pouvoir indiquer quel est le modèle qui donne les meilleurs résultats. Pour donner cette indication de façon indiscutable, il faudrait disposer d'un plus grand nombre de données natures des courants  $M_2$ , déterminés en des points mieux répartis dans la Manche.

Cependant on peut dégager les conclusions suivantes :

- En ce qui concerne le Golfe Normand-Breton, le modèle numérique a permis d'établir l'existence de plusieurs points amphidromiques de courants que l'on retrouve sans doute dans le modèle physique, mais que l'on ne pouvait pas interpréter avec les seules mesures effectuées. Dans cette zone, du fait de la topographie très variable à des échelles parfois plus petites que la maille du modèle, le modèle numérique donne des courants qui sont plus faibles que ceux donnés par SAGER, surtout dans la partie du Golfe de St Malo. Le modèle physique est de ce point de vue, meilleur.

- En dehors de ce Golfe, les deux modèles donnent des résultats compatibles avec les données nature pour le module du courant maximum. Le modèle physique est par contre systématiquement en avance de phase pour les courants. Il donne toutefois des modules légèrement trop forts en Manche Orientale.
  
- On remarque l'excellente concordance entre la nature et le modèle numérique aux points P1 et P5 (cf. Fig. 45 et 46).

## C H A P I T R E   I V

### ETUDE DES COMPOSANTES HARMONIQUES DES COURANTS DE MAREES

#### Introduction

##### I) Description des conditions de la simulation

- 1) Ondes simulées
- 2) Conditions aux limites
- 3) Frottement
- 4) Durée de la simulation

##### II) Analyse et dépouillement des résultats

- 1) Analyse harmonique
- 2) Ondes mixtes
- 3) Ondes de fréquences voisines
- 4) Analyse spectrale du résidu. Bruit numérique.

##### III) Analyse critique des résultats

- 1) Analyse des dénivellations
  - a) analyse des composantes harmoniques de niveaux
  - b) prédiction des niveaux
  - c) conclusions
- 2) Analyse des courants
  - a) analyse des composantes harmoniques des courants
  - b) comparaison avec les constantes harmoniques résultantes des observations in-situ
  - c) prédictions des courants

#### Conclusions

## INTRODUCTION

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté les résultats de la simulation de l'onde  $M_2$ . Nous avons pu juger l'aptitude du modèle numérique à simuler les courants de la marée  $M_2$ , et constater la bonne concordance des résultats avec les données natures dont nous disposons, bien que ces données soient très peu nombreuses.

L'onde  $M_2$  dans la Manche (cf. chapitre I) est nettement dominante. Son étude se justifie donc pleinement, comme première approximation. Mais, comme nous l'avons déjà dit à plusieurs reprises, la marée réelle correspond à un phénomène où l'on rencontre de nombreuses fréquences d'origine astronomique et non-linéaire.

Une étude plus précise, soit du point de vue fondamentale, soit pour des applications pratiques, peut être basée sur une approche harmonique. La connaissance des composantes harmoniques, qui sont des vrais paramètres intrinsèques de la marée, peut permettre sa description réelle à un instant donné quelconque. Comme nous l'avons vu dans le chapitre I, cette idée a déjà été développée en ce qui concerne les niveaux : l'Atlas de composantes de marée (CHABERT D'HIERES et LE PROVOST 1979) permet de prédire, dans toute la Manche, les dénivellations de la surface de la mer. Cette étude n'a pas été réalisée pour les courants. Pour la mettre en oeuvre, nous avons utilisé le modèle numérique. Le principe consiste à introduire aux frontières une dénivellation réelle, c'est-à-dire, une fonction des principales harmoniques de la marée. Avec ces conditions aux limites, une simulation numérique de la marée nous permet d'obtenir des séries temporelles (niveaux et courants) dans tout le domaine, pendant une période de temps éventuellement assez longue. Avec les techniques d'analyse harmonique dont nous disposons (cf. chapitre I) nous pouvons déduire, de ces séries temporelles, les composantes harmoniques de la marée dans toute la mer étudiée.

Pour réaliser une telle procédure, il faut que certaines conditions soient remplies :

- d'une part, il faut connaître avec précision les constantes harmoniques des niveaux aux frontières, surtout sur celles pour lesquelles le modèle se révèle le plus sensible (La frontière Atlantique dans le cas de La Manche, cf. chapitre III),

- d'autre part, il faut prévoir de faire une simulation suffisamment longue pour obtenir des séries temporelles susceptibles de donner une bonne précision sur les constantes harmoniques. Dans la Manche, par exemple, il faut des séries temporelles de l'ordre d'un mois (cf. chapitre I).

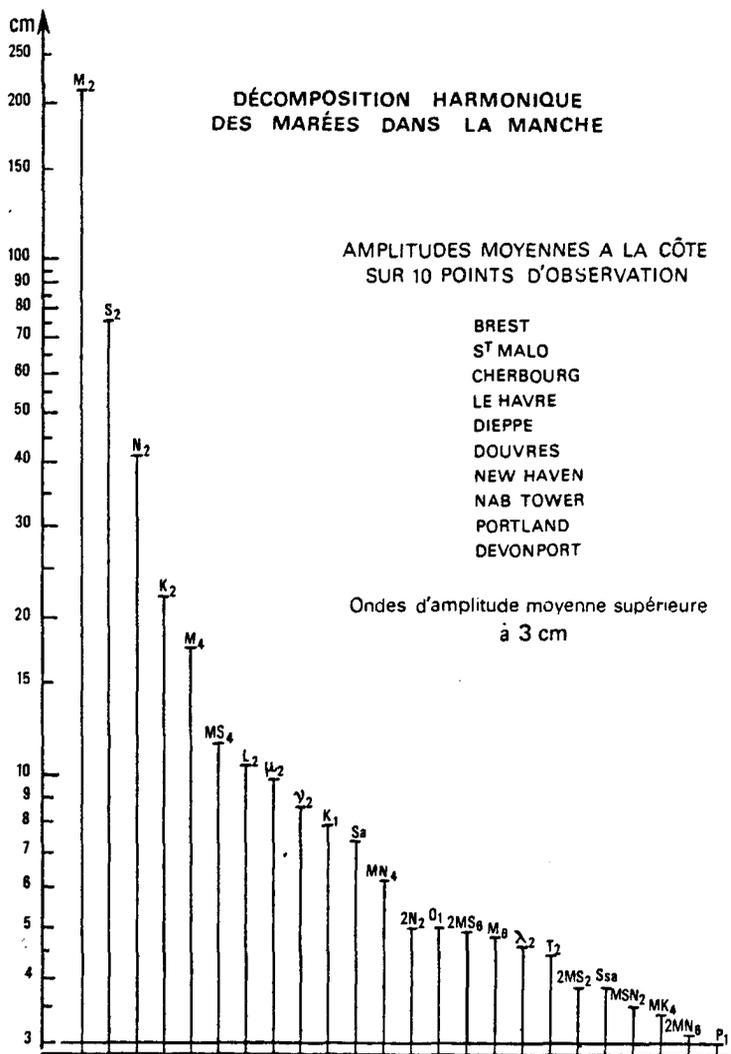


Figure 54 : (d'après LE PROVOST (1974))

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats d'une simulation numérique des marées dans la Manche, sur une période de l'ordre de 30 jours, le but fixé étant la détermination des composantes harmoniques des courants de marées en vue des prédictions.

## I) DESCRIPTION DES CONDITIONS DE LA SIMULATION

### 1) Ondes simulées

L'approximation harmonique de la marée nécessite, pour être précise, la détermination d'un grand nombre de composantes d'origine astronomique et non linéaire. LE PROVOST (1974) a établi un classement qualitatif des différentes composantes dans la Manche. Ce résultat présenté sur la figure 54 donne 24 ondes dont l'amplitude de la dénivellation est supérieure à 3 cm (en moyenne sur 10 ports d'observation).

Puisque notre but est de déterminer les principales composantes de courants, ces 24 ondes au moins devraient être introduites aux frontières pour la simulation numérique. En fait, le choix des ondes, parmi les plus significatives, qui doivent être simulées obéit à deux exigences :

- il faut connaître ses composantes aux frontières
- il faut avoir la possibilité de séparer les ondes de fréquences voisines, avec une analyse harmonique des séries temporelles sur la période de simulation.

Nous montrons sur la Figure 55 les ondes retenues pour la simulation avec quelques remarques supplémentaires sur ce choix pour chaque groupe d'ondes, mais d'une façon générale, notons que, pour tout couple d'ondes de fréquences trop voisines pour être séparées sur 1 mois, nous avons chaque fois retenu la plus importante.

#### a) Ondes longue période

Pour une simulation mensuelle, nous ne prendrons pas en compte, évidemment, les ondes de période supérieure au mois. Donc, même si les ondes Ssa et Sa sont des ondes comprises parmi les 24 les plus significatives, nous ne les introduirons pas dans notre simulation. Par contre, il existe deux ondes : Mm et Mf (mensuelle et semi-mensuelle) d'origine astronomique, dont les fréquences sont égales à deux autres ondes d'origine non-linéaire : MNo et MSo, respectivement. Ces deux dernières

# ONDES RETENUES POUR LA SIMULATION NUMERIQUE SUR 1 MOIS

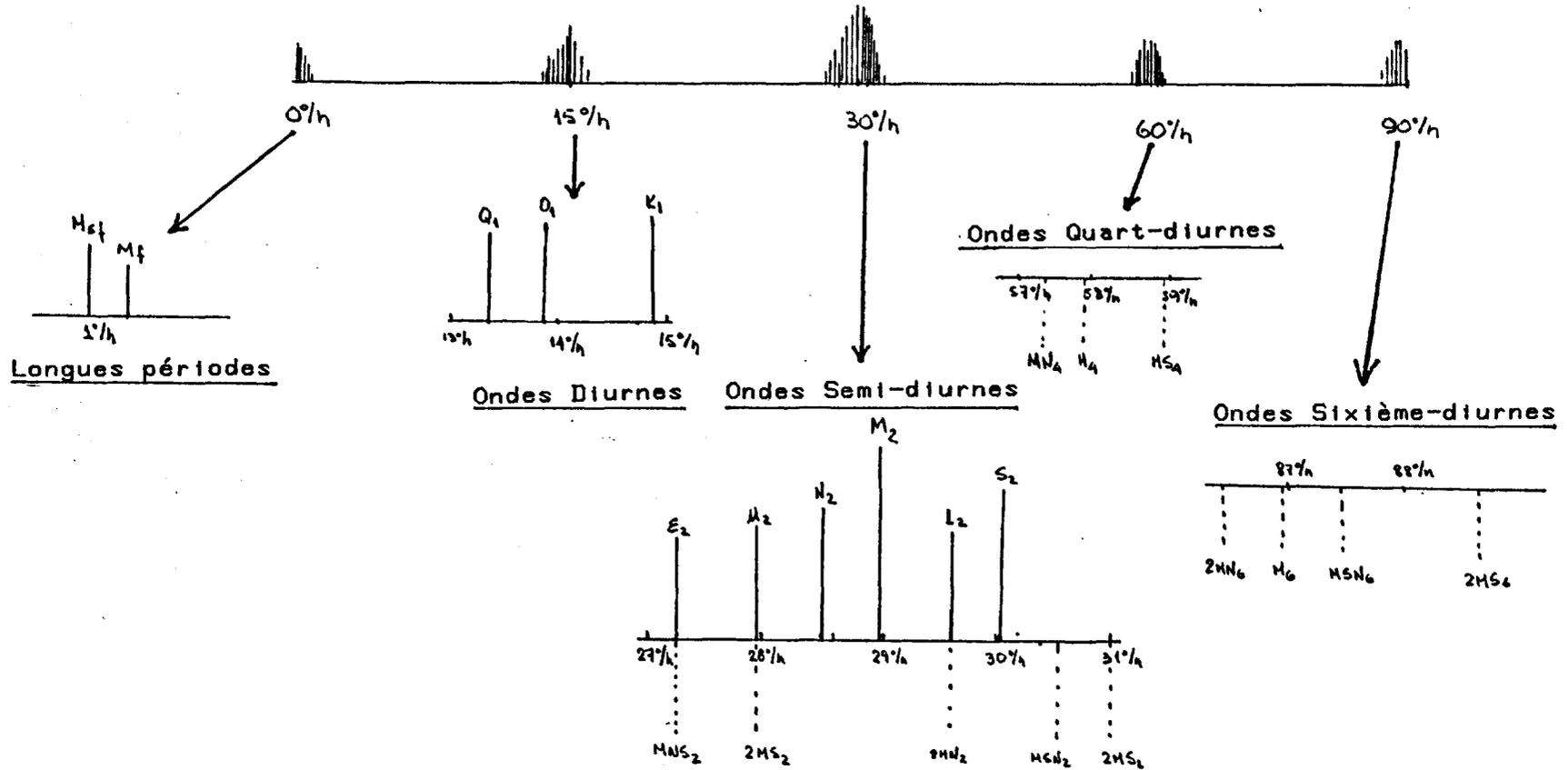


Figure 55

vont être obligatoirement engendrées dans le domaine par  $M_2$ ,  $S_2$  et  $N_2$ . Dans l'idée d'une étude des composantes moyennes des marées (niveaux moyens et courants résiduels) il serait intéressant de pouvoir calculer leurs paramètres harmoniques. Cela permettrait de connaître la modulation mensuelle et semi-mensuelle des courants résiduels qui sont si importants dans les problèmes de pollution et transport de sédiments, par exemple. (cf. chapitre V).

La connaissance de ces ondes dans la nature est très mauvaise, du fait de leur longue période et aussi à cause de leurs amplitudes relativement petites. Nous avons préféré ne pas les introduire aux frontières. Dans les analyses ultérieures, nous avons cependant calculé leurs paramètres harmoniques car une part de ces ondes est présente dans le domaine du fait des effets non-linéaires.

#### b) Ondes diurnes

Parmi les ondes diurnes les plus significatives, nous trouvons  $C_1$ ,  $K_1$  et  $P_1$ . Les fréquences de  $K_1$  et  $P_1$  sont très voisines (cf. fig 1) et elles ne sont pas séparables par une analyse harmonique, qu'à partir des séries de plus de 1326 jours. Remarquons tout de même, que  $P_1$  est justement la dernière des 24 ondes importantes. De ce couple, nous n'introduisons que  $K_1$ . Par ailleurs, l'onde  $O_1$  est la quatrième en importance parmi les diurnes. Nous retiendrons, ainsi, dans notre simulation les ondes diurnes suivantes :  $O_1$ ,  $K_1$  et  $Q_1$ .

#### c) Ondes semi-diurnes

##### ci) Ondes d'origine astronomique

Parmi les ondes les plus significatives, nous retrouvons les suivantes :  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$ ,  $L_2$ ,  $\mu_2$ ,  $\nu_2$ ,  $2N_2$ ,  $\lambda_2$ ,  $T_2$ . Il existe, parmi elles, des couples d'ondes de fréquence voisines qui ne sont pas séparables sur 1 mois. Nous les présentons à la suite :

ONDES	BATTEMENT
$S_2$ $K_2$	182.61 jours
$S_2$ $T_2$	365.22 j
$\nu_2$ $N_2$	205.89 j
$2N_2$ $\mu_2$	205.89 j
$\lambda_2$ $L_2$	205.89 j

Nous remarquons sur le spectre du groupe semi-diurne (cf. figure 1 ) que ces raies sont très rapprochées.

Parmi les deux premiers couples, nous introduirons évidemment  $S_2$  puisqu'elle est la deuxième onde dans La Manche par ordre d'importance. De même, nous introduirons  $N_2$  et non  $\nu_2$ .

En ce qui concerne les deux derniers couples, les ondes  $\mu_2$  et  $L_2$  appartiennent à ce qu'on appelle des ondes mixtes (cf chapitre I) : elles ont respectivement les mêmes fréquences que les ondes non-linéaires  $2MS_2$  et  $2MN_2$  (qui sont parmi les plus importantes des ondes non-linéaires d'interaction). Puisqu'elles doivent être simulées, du fait de leur importance et parcequ'elles sont nécessairement engendrées dans le domaine, elles seront introduites aux frontières. Par contre, nous n'introduirons pas les ondes  $2N_2$  et  $\lambda_2$  puisqu'elles ne seront pas séparables des deux précédentes, il en sera de même pour l'onde  $\epsilon_2$  sur laquelle vient se superposer l'onde non-linéaire  $MNS_2$ .

Donc, nous retiendrons les ondes semi-diurnes astronomiques suivantes :  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $L_2$ ,  $\mu_2$  et  $\epsilon_2$ . Les trois dernières sont des ondes mixtes.

#### c2) Ondes non-linéaires

Les ondes semi-diurnes les plus importantes  $M_2$ ,  $S_2$  et  $N_2$  engendrent des ondes d'interaction parmi lesquelles se trouvent  $2SM_2$ ,  $MNS_2$ ,  $MSN_2$ ,  $2MS_2$ ,  $2MN_2$ ,  $SM_2$  et  $3MSN_2$ . Nous introduisons les 6 premières.  $3MSN_2$  a une fréquence voisine de  $N_2$ . Nous ne l'introduirons pas aux frontières : elle va tout de même être engendrée à l'intérieur du domaine et va entacher d'une erreur la valeur de  $N_2$  obtenue à partir de l'analyse harmonique faite sur les séries résultantes de la simulation, comme nous le verrons plus loin. Remarquons cependant que  $3MSN_2$  est une onde de très faible amplitude. Elle ne fait que 3.2 cm à St Malo. (cf Atlas des comp.) Par ailleurs, l'onde  $SNM_2$  a une fréquence voisine de  $2MN_2$  (elles ont le même ordre de grandeur :  $\frac{A_{2MN_2}}{A_{SNM_2}} = 1.3$ ) Nous introduirons les deux aux frontières. Nous expliquerons dans la suite la façon de les estimer et de les séparer.

#### d) Ondes quart-diurnes

Ce sont des ondes d'origine non-linéaire. Nous introduirons aux frontières les suivantes :  $M_4$ ,  $MS_4$  et  $MN_4$ .

e) Ondes sixième-diurnes

De même origine que les quart-diurnes, nous introduirons les ondes sixième-diurnes suivantes :  $M_6$ ,  $2MN_6$ , et  $MSN_6$ .

2) Conditions aux limites

Dans le paragraphe précédent, nous avons analysé l'ensemble des ondes que nous avons introduites aux frontières. Il s'agit de 22 ondes. Nous avons rassemblé les données natures concernant les quatre ports situés sur les frontières ouvertes : Devonport, Roscoff, Ramsgate et Ostende. La distribution entre les ports n'est pas connue dans la nature. Les résultats obtenus sur le modèle physique (Atlas de composantes harmoniques : CHABERT D'HIERES et LE PROVOST 1979) a servi de base pour établir la distribution des amplitudes et phases des différentes ondes, sauf pour les diurnes. Pour ces dernières nous avons imposé une distribution linéaire puisque, sur cette ligne, le modèle physique ne s'accorde pas avec les valeurs à Devonport et Roscoff (cf. figure 56). En ce qui concerne la limite Nord, nous avons fait le calcul des dénivellations instantanées sur les ports et nous avons supposé une distribution linéaire des niveaux de la mer entre eux ; cela revient à imposer une distribution hyperbolique des amplitudes. De toute façon, cette distribution a peu d'influence sur les diverses ondes, sauf pour les diurnes qui ont un point amphidromique se situant près de cette frontière. Nous avons imposé, alors, une distribution linéaire des amplitudes et phases des ondes  $K_1$ ,  $O_1$  et  $Q_1$  le long de la frontière Nord. La contribution de ces ondes à la dénivellation instantanée est ajoutée à celles des autres, calculée avec une distribution linéaire du niveau de la mer entre Ramsgate et Ostende.

Nous donnons sur les figures 56 les valeurs des différentes ondes et leur distribution sur la frontière Atlantique. Sur le tableau 13 nous avons noté les valeurs des ondes aux extrémités de la frontière Nord (près de Ramsgate et Ostende).

Rappelons que la dénivellation en un point M de la frontière, au temps t est calculée par la relation suivante :

$$\zeta_{FM}(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{22} A_i \cos(\omega_i t - \varphi_i)$$

ONDES	OSTENDE		RAMSGATE	
	Amp. (m)	Phase (°)	Amp. (m)	Phase (°)
$M_2$	1.800	4	1.873	342
$M_4$	0.140	335	0.143	247
$M_6$	0.068	299	0.048	127
$S_2$	0.524	58	0.572	33
$N_2$	0.339	341	0.330	312
$L_2$	0.051	30	0.053	10
$\mu_2$	0.049	320	0.053	310
$\epsilon_2$	0.012	296	0.013	258
$Q_1$	0.030	118	0.029	146
$K_1$	0.055	3	0.068	18
$O_1$	0.080	163	0.104	171
$2MN_6$	0.037	275	0.024	93
$2MS_6$	0.070	345	0.051	169
$MSN_6$	0.025	335	0.014	144
$MN_4$	0.030	275	0.049	215
$MS_4$	0.064	34	0.034	298
$2SM_2$	0.041	285	0.038	243
$MSN_2$	0.029	264	0.042	220
$MNS_2$	0.036	107	0.040	89
$2MN_2$	0.065	213	0.062	193
$2MS_2$	0.144	124	0.121	106
$SNM_2$	0.060	179	0.052	161

TABLEAU 13 : Conditions aux limites Frontière Nord.

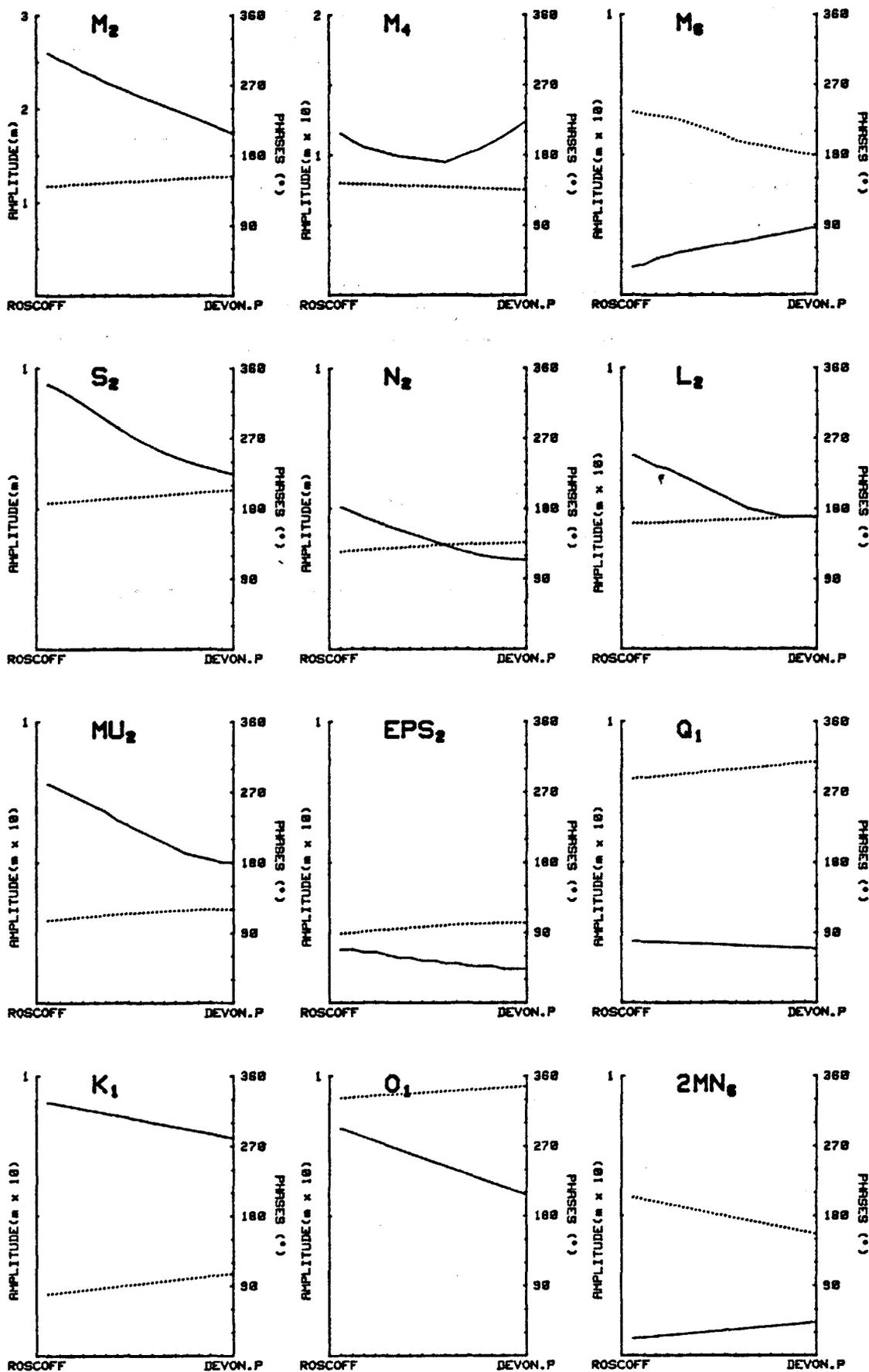


Figure 56a: Conditions aux limites (Frontière Atlantique)

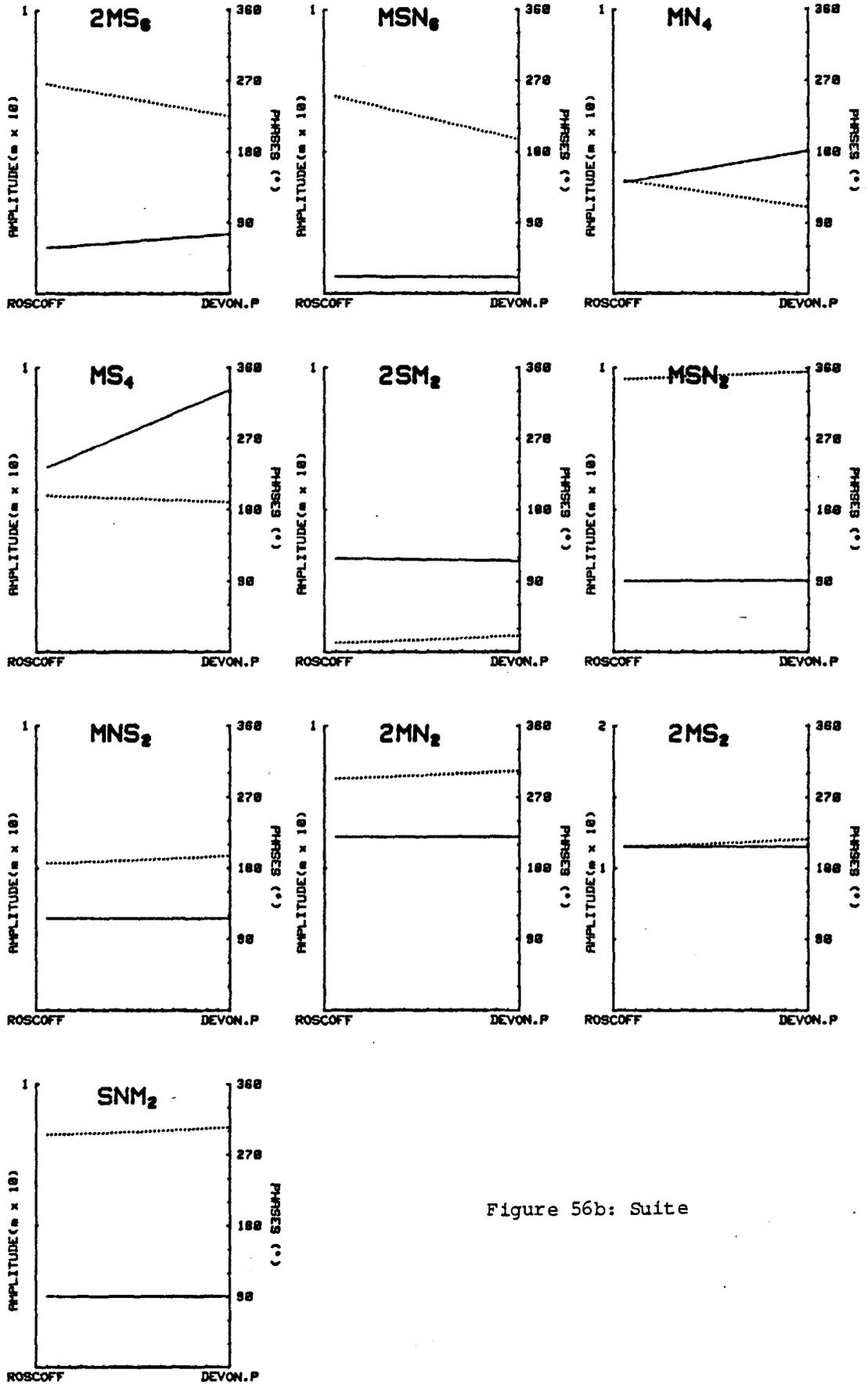


Figure 56b: Suite

où  $A_0$  est le niveau moyen (cf. chapitre III)

et  $A_i$ ,  $\varphi_i$  et  $\omega_i$  l'amplitude, la phase et la fréquence de l'onde  $i$ .

### 3) Frottement

LE PROVOST (1973) a fait une étude analytique sur la décomposition spectrale du terme de frottement pris sur la forme :

$$F_x = \frac{D}{h+\zeta} \sqrt{u^2+v^2} u$$

$$F_y = \frac{D}{h+\zeta} \sqrt{u^2+v^2} v$$

Il démontre que, sous réserve de la validité de l'hypothèse de l'onde dominante (indice n°1 dans tout ce qui suit)  $F_x$  et  $F_y$  peuvent s'écrire sous la forme :

$$F_x = \frac{D}{h} \frac{A_j^{2n} A_q^{2m-k+l} A_l^k}{A_i^{2m+2n-1}} F_x^{(a',b',c',...)}_{(j,q,l,...)(m,n,k,...)} \cos[(a'\omega_j + b'\omega_q + c'\omega_l + \dots)t + \phi_x]$$

$$F_y = \frac{D}{h} \frac{A_j^{2n} A_q^{2m-k+l} A_l^k}{A_i^{2m+2n-1}} F_y^{(a',b',c',...)}_{(j,q,l,...)(m,n,k,...)} \cos[(a'\omega_j + b'\omega_q + c'\omega_l + \dots)t + \phi_y]$$

(IV - 1)

où

$$q \leq 1, N$$

$$j \text{ et } l \in 2, N$$

$$m, n, \text{ et } k \in \text{entiers}$$

$$a', b', c' \in \text{entiers}$$

L'étude de l'ordre de grandeur des différents termes introduits dans ce développement, montre que l'on peut se limiter aux termes quadratiques. Ainsi, l'expression (IV-1) se simplifie considérablement et se met sous la forme :

$$F_x = \frac{D}{h} A_i A_j F_x^{(n)}_{ij} \cos[\Omega_{ij}^{(n)} t + \phi_x^{(n)}]$$

$$F_y = \frac{D}{h} A_i A_j F_y^{(n)}_{ij} \cos[\Omega_{ij}^{(n)} t + \phi_y^{(n)}]$$

avec

$$\Omega_{ij}^{(n)} = P_{k(i,j,n)} \omega_k$$

$$k \in 1, 2, \dots, N$$

$P_k$  est un nombre entier positif ou négatif.

Les développements des  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $\phi_x$  et  $\phi_y$  en fonction des différents paramètres permettent de connaître les caractéristiques importantes du spectre de cette décomposition, que nous rappelons ici :

a) pour les fréquences : pour les différents ordres, les  $\Omega_{ij}^{(n)}$  s'écrivent :

à l'ordre

$$A_1^2 : (2n+1) \omega_1$$

$$A_1 A_j : 2n \omega_1 + \varepsilon \omega_1$$

$$A_j^2 : (2n+1) \omega_1 + 2 \varepsilon \delta \omega_j$$

$$A_1 A_s : (2n+1) \omega_1 + \varepsilon \omega_j + \varepsilon \omega_s$$

avec  $\varepsilon = 1$ 

$$\delta = 0 \text{ ou } 1$$

$$n = 0, -1, 2, \dots, +\infty$$

: ces pulsations sont impaires en  $\omega_1$  et  $\omega_j$  (Elles n'existent en général pas dans le potentiel générateur).

b) pour les amplitudes et phases : LE PROVOST (1973) a montré que l'étude des fonctions  $F_{ij}^{(n)}$ ,  $\phi_{ij}^{(n)}$ ,  $F_{ij}^{(n)}$ ,  $\phi_{ij}^{(n)}$  peut se simplifier et se réduire, pour le cas où l'on ne considère que les ondes semi-diurnes, en les exprimant en fonction d'un seul paramètre  $J_1 = \frac{u_{11}^2 + v_{11}^2 + 2u_{11}^2 v_{11}^2 \cos(\psi_{11} - \chi_{11})}{(u_{11}^2 + v_{11}^2)^2}$  caractérisant la forme de la rose de courant de l'onde dominante M2 ( $J_1 = 0$  correspond à une rose circulaire, et  $J_1 = 1$  à une rose d'ellipticité nulle).

Ainsi, les courbes de la figure 57 donnent les valeurs adimensionnelles des fonctions  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $\phi_x$ ,  $\phi_y$ , pour les différents ordres et les différents (n) en fonctions de  $J_1$ .

On remarque que, à chaque ordre d'approximation les  $A_1^2$ ,  $A_{1j}^2$ ,  $A_j^2$ , ... les fonctions  $F_{ij}^{(n)}$  décroissent rapidement quand n augmente.

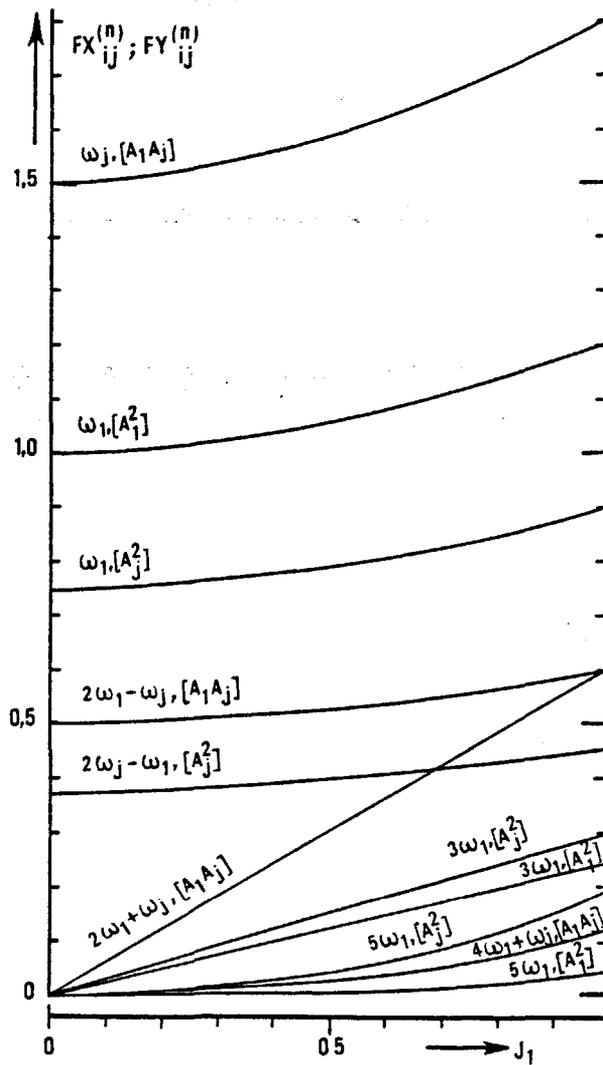


Figure 57 : (d'après LE PROVOST (1973))

Pour les phases on note que pour  $n = 0$ ,  $\phi X_{ij}^{(0)} = \phi Y_{ij}^{(0)} \approx \phi = 0$ . D'après l'expression des fréquences rencontrées dans ce spectre, nous voyons que seuls les termes d'ordre  $A_1^2$  et  $A_j^2$  donnent la fréquence de  $M_2$ , pour  $n = 0$ , et  $\delta = 0$ . Ainsi, nous pouvons écrire que l'amortissement de  $M_2$  a la forme :

$$F_x(\omega_1) = \frac{D}{h} \left[ A_1^2 F X_{11}^{(0)} \cos(\omega_1 t + \phi X_{11}^{(0)}) + A_j^2 F X_{jj}^{(0)} \cos(\omega_1 t + \phi X_{jj}^{(0)}) \right]$$

$$F_y(\omega_1) = \frac{D}{h} \left[ A_1^2 F Y_{11}^{(0)} \cos(\omega_1 t + \phi Y_{11}^{(0)}) + A_j^2 F Y_{jj}^{(0)} \cos(\omega_1 t + \phi Y_{jj}^{(0)}) \right]$$

d'après la figure 58  $\phi = \phi_{X_{11}}^{(0)} = \phi_{X_{jj}}^{(0)} = 0$  quand  $J_1 \in (0, 1]$

Nous allons raisonner sur la composante  $F_x$ . par analogie. les conclusions seront les mêmes pour la composante  $F_y$ .

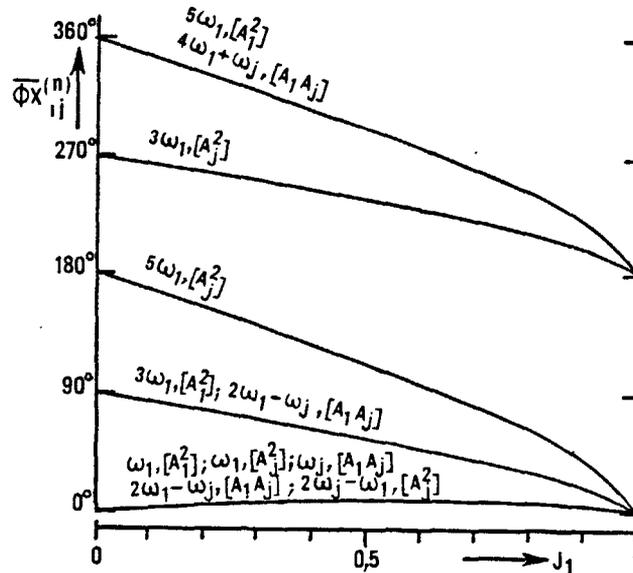


Figure 58 : (d'après LE PROVOST (1973))

donc

$$\begin{aligned}
 F_x(\omega_1) &= \frac{D}{h} \cos[\omega_1 t + \phi] \left\{ A_1^2 F_{X_{11}}^{(0)} + A_j^2 F_{X_{jj}}^{(0)} \right\} \\
 &= \frac{D}{h} \cos[\omega_1 t + \phi] A_1^2 F_{X_{11}}^{(0)} \left\{ 1 + \left( \frac{A_j}{A_1} \right)^2 \frac{F_{X_{jj}}^{(0)}}{F_{X_{11}}^{(0)}} \right\}
 \end{aligned} \tag{IV - 2}$$

or d'après la figure

$$\frac{F_{X_{jj}}^{(0)}}{F_{X_{11}}^{(0)}} = 0.75 \text{ pour tout } J_1$$

donc finalement, on a :

$$F_x(\omega_1) = \frac{D}{h} A_1^2 F_{X_{11}}^{(0)} \cos(\omega_1 t + \phi) \left\{ 1 + 0.75 \left( \frac{A_j}{A_1} \right)^2 \right\}$$

Pour une simulation  $M_2 + M_4 + M_6$  nous avons trouvé par expérience numérique un coefficient  $D_{M_2}$  qui amortissait correctement l'onde  $M_2$ . Pour une telle simulation l'amortissement de  $M_2$  a la forme :

$$F_x(\omega_1)_{M_2} = \frac{D_{M_2}}{h} A_1^2 F_{X_{11}}^{(0)} \cos(\omega_1 t + \phi) \tag{IV - 3}$$

Origin	Shallow waters advection	Friction
$A_{M_2}^2$	* Mean sea level * $M_4 (2\omega_2)$	* $M_6 (3\omega_1)$ * $M_{10} (5\omega_1)$ .....
$A_{M_2} A_{S_2}$	* $MS_0 (\omega_2 - \omega_1)$ mixed with $MS_F$ * $MS_4 (\omega_2 + \omega_1)$	* $2 MS_2 (2\omega_1 - \omega_2)$ mixed with $M_2$ * $2 MS_6 (2\omega_1 + \omega_2)$ * $4 MS_6 (4\omega_1 - \omega_2)$ .....
$A_{M_2} A_{N_2}$	* $MN_0 (\omega_3 - \omega_1)$ mixed with $M_m$ * $MN_4 (\omega_1 + \omega_3)$	* $2 MN_2 (2\omega_1 - \omega_3)$ mixed with $L_2$ * $2 MN_6 (2\omega_1 + \omega_3)$ .....
$A_{M_2} A_{K_2}$	* $MK_0 (\omega_4 - \omega_1)$ * $MK_4 (\omega_4 + \omega_1)$	* $2 MK_2 (2\omega_1 - \omega_4)$ mixed with $2 N_2$ * $2 NK_6 (2\omega_1 + \omega_4)$ .....
⋮	⋮	⋮
$A_{S_2}^2$	* Mean sea level * $S_4 (2\omega_2)$	* complementary contribution to $M_6 (3\omega_1), M_{10} (5\omega_1), \dots$ * $2 SM_2, 2 SM_6 (2\omega_2 \pm \omega_1)$ * $3 M_2 S_2 (3\omega_1 - 2\omega_2)$ .....
$A_{N_2}^2$	* Mean sea level * $N_4 (2\omega_3)$	* complementary contribution to $M_6 (3\omega_1), M_{10} (5\omega_1), \dots$ * $2 NM_2, 2 NM_6 (2\omega_2 \pm \omega_1)$ .....
⋮	⋮	⋮
$A_{S_2} A_{N_2}$	* $SN_0 (\omega_2 - \omega_3)$ mixed with $MS_{tm}$ * $SN_4 (\omega_2 + \omega_3)$	* $MSN_2 (\omega_1 + \omega_2 - \omega_3)$ * $MNS_2 (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3)$ * $MSN_6 (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)$
$A_{S_2} A_{K_2}$	* $SK_0 (\omega_2 - \omega_4)$ * $SK_4 (\omega_2 + \omega_4)$	* $MSK_2 (\omega_1 + \omega_2 - \omega_4)$ * $MKS_2 (\omega_1 - \omega_2 + \omega_4)$ * $MSK_6 (\omega_1 + \omega_2 + \omega_4)$ .....
.....	.....	.....

TABLEAU 13w: Origine des diverses composantes Non-Linéaires du spectre de la marée.

(D'après LE PROVOST, 1974)

En comparant les expressions (IV-2) et (IV-3) on obtient une relation entre le coefficient de frottement valable pour une simulation de  $M_2$  seule ( $D_{M_2}$ ) et un coefficient ( $D$ ) pour la simulation à plusieurs composantes :

$$D = \frac{D_{M_2}}{1 + 0.75 \sum_{j=2}^N \left(\frac{A_j}{A_1}\right)^2}$$

Cela revient à dire que le frottement pour une simulation de  $M_2$  seule est amplifié artificiellement pour compenser l'amortissement que les autres ondes du spectre créeraient sur l'onde  $M_2$  si elles étaient simulées ensemble, comme cela se passe dans le phénomène naturel.

Avec une simulation de  $M_2$  en présence de  $S_2, N_2, L_2, \mu_2, \xi_2, \dots$  le facteur  $1 + 0.75 \left(\frac{A_j}{A_1}\right)^2$  devient égal à :

$$1 + \frac{0.75}{A_1^2} \left( A_{S_2}^2 + A_{N_2}^2 + A_{L_2}^2 + A_{\mu_2}^2 + A_{\xi_2}^2 \right)$$

Si nous prenons ces rapports d'amplitudes égaux aux rapports des coefficients du potentiel générateur, ce facteur prend la valeur de 1.128.

Donc, la valeur du coefficient de frottement que nous devons imposer pour amortir correctement  $M_2$  dans la simulation à plusieurs composantes soit être  $D_{M_2} / 1.128$ . Cela ne concerne que l'amortissement de l'onde dominante, nous reviendrons ultérieurement sur les effets résultants sur les ondes secondaires.

#### 4) Durée de la simulation

Compte tenu de la structure du spectre des marées, les périodes d'analyse les plus favorables sont : semi-mensuelles, mensuelles, semi-annuelles ou annuelles. Pour des raisons économiques de coût de calcul sur ordinateur, nous avons choisi de simuler 1 mois de marées. C'est d'une certaine façon la période optimale, car elle permet d'étudier les ondes les plus importantes et leurs interactions avec un coût encore supportable, compte tenu de l'ordinateur utilisé.

Nous avons donc fait une simulation pendant 60 périodes de l'onde  $M_2$  (31.65 jours).

Etant donné que nous n'avons pas introduit les coefficients de correction nodale  $f_i$  et  $(V_0 + \mu)_i$  (eq.I-1), cette simulation ne représente pas une période ré-

ellement écoulee dans la nature. Elle correspond, donc, à un mois fictif ou tous les  $f_i$  sont égaux à l'unité et les  $(V_0 + \mu)_i$  sont nuls. Cela permet de simplifier l'analyse harmonique ultérieure sans perturber la solution.

Nous présentons sur la figure 59 un enregistrement de niveaux sur 1 mois qui montre clairement la modulation mensuelle et semi-mensuelle.

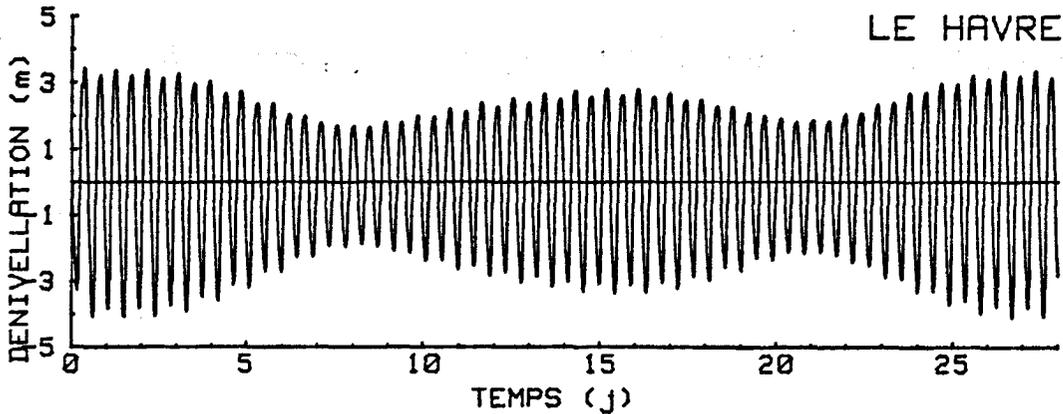


Figure 59 : Variation du niveau de la mer près du Havre  
d'après la simulation numérique sur 1 mois

## II) ANALYSE ET DEPOUILLEMENT DES RESULTATS

La simulation est faite pendant 60 périodes de l'onde  $M_2$  tel que nous l'avons dit auparavant. Nous commençons par transformer les données brutes en séries temporelles de la même façon que nous l'avons fait pour la simulation  $M_2$  seule (cf. chapitre III). Nous ramenons, donc, toutes les valeurs au point central de la maille et les composantes de transport sont divisées par la profondeur instantanée pour avoir des séries temporelles des composantes de vitesses moyennées sur la verticale. Puisque notre modèle a 716 noeuds centraux, nous disposons à ce stade de 716 groupes de 3 séries temporelles :  $z, u$  et  $v$  (chaque série a la durée de la simulation 60 périodes de  $M_2$  échantillonnées à l'aide de 27 points par période. (Chaque série fait 1620 points, tous les  $9 \times \Delta t = 1956.081$  sec).

### 1) Analyse harmonique des séries

Ces séries temporelles de dénivellations et vitesses simulent la marée à chaque noeud de la maille de La Manche discrétisée. Il s'agit maintenant de les soumettre

à une analyse harmonique qui permettra de déterminer les paramètres harmoniques des ondes simulées. Nous utiliserons la méthode employée par BERTHERAT (1980) pour l'analyse d'enregistrements de courte durée. Nous les décrivons très succinctement et nous renvoyons le lecteur à la thèse de BERTHERAT (1980) pour plus de détails.

Nous disposons d'une série simulée  $S_{sim}(t)$  que nous désirons approcher par une série  $S_{ap}(t)$  de la forme (I-1) qui devient dans ce cas :

$$S_{ap}(t) = S_0 + \sum_{i=1}^N S_i \cos(\omega_i k \Delta t - g_i)$$

ou

$$S_{ap}(t) = a_0 + \sum_{i=1}^N [a_i \cos(\omega_i k \Delta t) + b_i \sin(\omega_i k \Delta t)]$$

où  $a_0 = b_0$

$$a_i = S_i \cos g_i$$

$$b_i = S_i \sin g_i$$

$$N = \text{nb d'harmoniques pris en compte}$$

Ainsi, la série simulée peut être exprimée comme suit :

$$S_{sim}(t) = S_{ap}(t) + \varepsilon(t)$$

où  $\varepsilon$  est l'erreur de l'approximation.

Nous appliquons, alors, la méthode des moindres carrées : nous calculons les  $a_j$  et  $b_j$  tendant à minimiser l'erreur quadratique moyenne  $E$

$$E = \frac{1}{2m+1} \sum_{k=-m}^m \varepsilon^2(k \Delta t)$$

D'où

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial a_j} = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial b_j} = 0 \end{cases} \quad j \in [0, N] \iff \begin{cases} \sum_{k=-m}^m \varepsilon(k \Delta t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial a_j} = 0 \\ \sum_{k=-m}^m \varepsilon(k \Delta t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial b_j} = 0 \end{cases} \quad (\text{IV} - 4)$$

Soit, compte tenu de l'expression de  $\varepsilon$  :

$$\varepsilon(k\Delta t) = S_{sim}(k\Delta t) - S_{ap}(k\Delta t)$$

$$\varepsilon(k\Delta t) = S_{sim}(k\Delta t) - \left[ a_0 + \sum_{i=1}^N a_i \cos(2\pi\nu_i k\Delta t) + b_i \sin(2\pi\nu_i k\Delta t) \right]$$

Le système (IV-4) conduit à :

$$\text{pour } a_j \rightarrow \sum_{k=-m}^{+m} \left[ a_0 + \sum_{i=1}^N \left[ a_i \cos(2\pi\nu_i k\Delta t) + b_i \sin(2\pi\nu_i k\Delta t) \right] \right] \cos(2\pi\nu_j k\Delta t) = \sum_{k=-m}^{+m} S_{sim}(k\Delta t) \cos(2\pi\nu_j k\Delta t)$$

$$\text{pour } b_j \rightarrow \sum_{k=-m}^{+m} \left[ a_0 + \sum_{i=1}^N \left[ a_i \cos(2\pi\nu_i k\Delta t) + b_i \sin(2\pi\nu_i k\Delta t) \right] \right] \sin(2\pi\nu_j k\Delta t) = \sum_{k=-m}^{+m} S_{sim}(k\Delta t) \sin(2\pi\nu_j k\Delta t)$$

$j \in [0, N]$  avec la convention  $\nu_0 = 0$ , qui peut s'écrire

$$\begin{cases} a_0 I_0(\nu_j) + \sum_{i=1}^N a_i I_i(\nu_j) = \left[ \sum_{k=-m}^{+m} S_{sim}(k\Delta t) \cos(2\pi\nu_j k\Delta t) \right] \frac{1}{2m+1} \\ \sum_{i=1}^N b_i I'_i(\nu_j) = \left[ \sum_{k=-m}^{+m} S_{sim}(k\Delta t) \sin(2\pi\nu_j k\Delta t) \right] \frac{1}{2m+1} \end{cases}$$

avec

$$I_0(\nu_j) = \frac{2 \sin(2m+1)\pi\nu_j \Delta t}{(2m+1) \sin(\pi\nu_j \Delta t)}$$

$$I_i(\nu_j) = \frac{\sin(2m+1)\pi(\nu - \nu_i)\Delta t}{(2m+1) \sin \pi(\nu - \nu_i)\Delta t} + \frac{\sin(2m+1)\pi(\nu + \nu_i)\Delta t}{(2m+1) \sin \pi(\nu + \nu_i)\Delta t}$$

$$I'_i(\nu_j) = \frac{\sin(2m+1)\pi(\nu - \nu_i)\Delta t}{(2m+1) \sin \pi(\nu - \nu_i)\Delta t} - \frac{\sin(2m+1)\pi(\nu + \nu_i)\Delta t}{(2m+1) \sin \pi(\nu + \nu_i)\Delta t}$$

Les seconds membres du système linéaire (IV-4) en  $a_i$  et  $b_i$  sont en fait des transformées de FOURIER du signal simulé pour les fréquences  $\nu_j$  que l'on suppose à priori exister dans le spectre.

La résolution de ce système d'équation permet de calculer les amplitudes et phases ( $S_1$  et  $q_1$ ) des ondes. Ces valeurs sont entachées d'une erreur s'il y a des fréquences parasites, voisines de la fréquence  $\omega$  étudiée, d'amplitudes significatives vis-à-vis de celle-ci. Nous traiterons en fait sur ce point deux types de problèmes : celui des ondes des fréquences voisines et celui des ondes mixtes.

## 2) Ondes mixtes

Nous avons simulé trois ondes mixtes qui correspondent aux trois couples suivants :

$$\begin{cases} \mu_2 + 2MS_2 \\ L_2 + 2MN_2 \\ \varepsilon_2 + MSN_2 \end{cases}$$

Puisque ces couples d'ondes ont rigoureusement la même fréquence, l'analyse harmonique donnera une amplitude  $A_m$  et une phase  $q_m$  qui correspond à la relation suivante :

$$A_m \cos(\omega t - q_m) = A_{ast} \cos(\omega t - q_{ast}) + A_{nl} \cos(\omega t - q_{nl}) \quad (IV - 3)$$

où :  $A_{ast}$  et  $q_{ast}$  sont l'amplitude et phase de l'onde d'origine astronomique et  $A_{nl}$  et  $q_{nl}$  sont l'amplitude et phase de l'onde d'origine non linéaire. Nous séparerons ces ondes pour pouvoir étudier les caractéristiques de chacune d'elles et parceque, les coefficients de correction nodale ne sont pas identiques, et même parfois, très différents. Pour cela, nous ferons appel aux relations trouvées par LE PROVOST (1974) entre les différentes ondes du spectre, à savoir : pour deux ondes du même groupe, d'origine astronomique et de fréquence voisines, le rapport de leurs amplitudes est voisin du rapport de leur coefficient du potentiel générateur ; et leurs phases sont en correspondance linéaire avec leurs fréquences.

Nous allons, donc, déduire les ondes  $\mu_2$ ,  $L_2$  et  $\varepsilon_2$  des autres ondes semi-diurnes d'origine astronomique :  $L_2$  proche de  $M_2$  sera déduite de  $M_2$ , et  $\mu_2$  et  $\varepsilon_2$  plus proches de  $N_2$  seront déduites de  $N_2$ .

Cette séparation des ondes mixtes se fera par les relations suivantes que nous présentons pour le cas de  $\mu_2$  et  $2MS_2$ , comme exemple, mais qui sont équivalentes pour les autres :

$A_{M_2} = A_{N_2} \frac{C_{M_2}}{C_{N_2}}$  où  $\frac{C_{M_2}}{C_{N_2}}$  est le rapport de leur coefficient du potentiel générateur.

$$q_{M_2} = q_{N_2} + \frac{\omega_{M_2} - \omega_{N_2}}{\omega_{M_2} - \omega_{M_2}} (q_{M_2} - q_{N_2})$$

Dans la relation (IV-3) nous n'avons maintenant comme inconnues que  $A_{NL}$  et  $q_{NL}$  ( $A_{2MS_2}$  et  $q_{2MS_2}$  dans notre cas.) Ce qui nous permet de les calculer comme suit :

$$q_{2MS_2} = \arctan \frac{A \sin(q_m) - A_{M_2} \sin(q_{M_2})}{A \cos(q_m) - A_{M_2} \cos(q_{M_2})}$$

et

$$A_{2MS_2} = \frac{A \cos(q_m) - A_{M_2} \cos(q_{M_2})}{\cos(q_{2MS_2})}$$

### 3) Ondes de fréquences voisines

Les ondes d'origine astronomique dont le battement est supérieur à un mois n'ont pas été introduites aux frontières. Elles sont toutes séparables entre elles. Le problème se pose, donc seulement, pour certaines ondes d'origine non-linéaire qui sont produites par des interactions des premières et vont être voisines d'une autre onde significative lors de l'analyse harmonique. Ce problème se pose pour deux ondes :

a) l'onde  $3MS_{N_2}$  et l'onde  $N_2$  ont un battement de 205.89 jours. Nous avons introduit  $N_2$  aux frontières. Nous n'avons pas introduit  $3MS_{N_2}$ , mais elle est engendrée à l'intérieur du domaine par des interactions non-linéaires de  $M_2$ ,  $S_2$  et  $N_2$ . Cette onde non-linéaire est relativement petite par rapport à  $N_2$ . Le rapport des deux ondes dans la nature est de l'ordre de 5% au maximum (ces ondes n'ont pas un rapport constant puisqu'elles n'ont pas la même origine). Dans notre modèle, l'onde  $3MS_{N_2}$  est, en principe, encore plus faible que dans la nature puisqu'elle ne contient pas la partie engendrée sur le plateau continental à l'extérieur de la frontière Atlantique. Donc l'onde  $N_2$  doit être entachée d'une erreur de l'ordre de 5%.

b) L'onde  $5NM_2$  est engendrée aussi à l'intérieur du domaine. Elle a une fréquence voisine de l'onde mixte  $L_2 + 2MN_2$  et une amplitude du même ordre de grandeur que l'onde  $2MN_2$ . Nous séparerons la partie astronomique et la partie non-linéaire d'après

les relations établies dans le paragraphe précédent. La partie astronomique correspondra approximativement à la somme de  $2MN_2$  et  $SNM_2$ . Ces deux ondes ont la même origine (Intéractionsnon-linéaires) et elles ont la même importance (sur l'Atlas de composantes harmoniques des marées (CHABERT D'HIERES et LE PROVOST 1979), Nous observons que les réseaux sont très semblables ; les phases sont, d'ailleurs, rigoureusement les mêmes). Lors d'une simulation sur un mois elles vont se décaler de  $53^\circ$  seulement du fait de leur légère différence de fréquence. Nous ferons donc l'approximation suivante :

$$A_{NL} \cos(\omega t - \varphi_{NL}) = A_{2MN_2} \cos(\omega t - \varphi_{2MN_2}) + A_{SNM_2} \cos(\omega t - \varphi_{SNM_2})$$

où  $\omega$  correspond à la fréquence de  $2MN_2$ , et  $A_{NL}$  et  $\varphi_{NL}$  à l'amplitude et phase de la partie non-linéaire de l'onde mixte.

En prenant :

$$\frac{A_{2MN_2}}{A_{SNM_2}} = 1.3 \quad \text{nous obtenons}$$

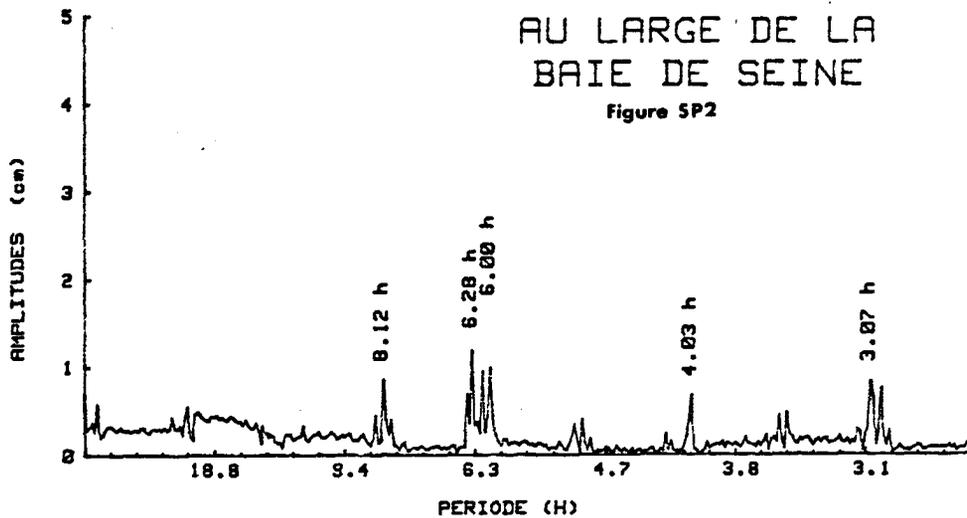
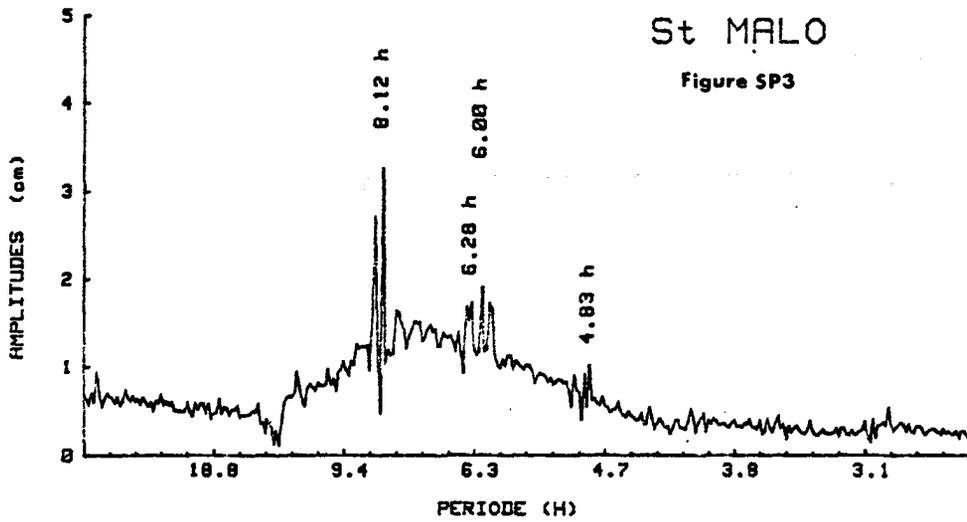
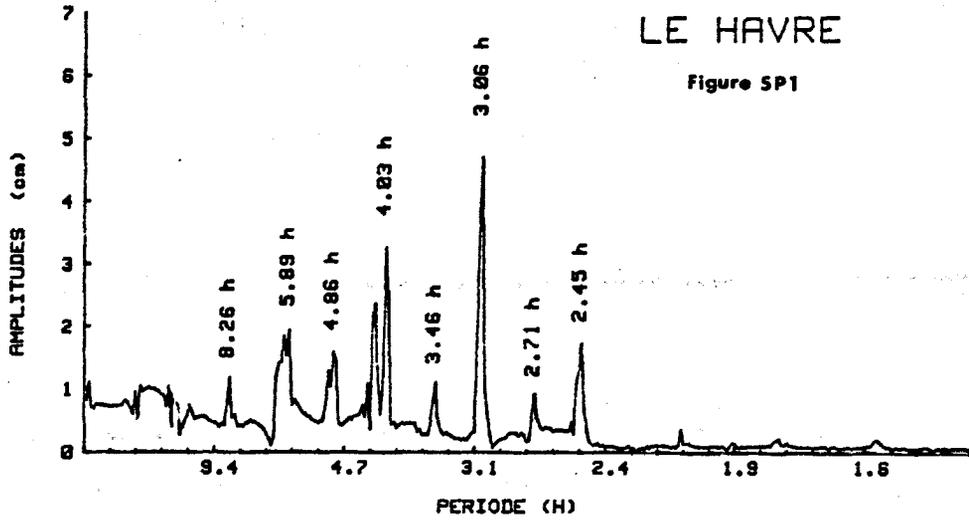
$$A_{2MN_2} = \frac{A_{NL}}{\sqrt{3.13}} \quad , \quad A_{SNM_2} = \frac{A}{1.3 \sqrt{3.13}}$$

$$\varphi_{2MN_2} = \varphi_{SNM_2} = \varphi_{NL}$$

Avec ces valeurs approximatives, nous pourrions tenir compte des deux ondes séparément lors d'une prédiction. Ceci permettra de réintroduire le coefficient de correction nodale et les fréquences correspondantes à chacune séparément. De plus, elles se déphaseront correctement le long de la période de prédiction.

#### 4) Analyse spectrale du résidu - Bruit numérique

Afin d'évaluer d'une part le niveau du bruit numérique introduit par le schéma numérique de calcul, et d'autre part les fréquences engendrées mais non-analysées, nous avons procédé à une analyse spectrale des résidus calculés en faisant la différence entre les séries temporelles brutes (de dénivellations) issues de notre simulation sur 1 mois et des séries recomposées avec toutes les ondes analysées.



Nous présentons trois résultats très caractéristiques de cette analyse:

i) Spectre du résidu des dénivellations au Havre (figure SP 1).

Dans la Baie de Seine, et spécialement au Havre, la marée est très chargée en harmoniques paires. Sur le spectre du résidu, nous observons que le bruit numérique est très faible (toujours inférieur à 1 cm). Nous observons également un certain nombre de pics correspondants à des fréquences engendrées dans le modèle mais que nous n'avons pas analysées. (quart-diurnes, huitième-diurnes, dixième diurnes).

Le pic le plus important (5 cm) obtenu a pour période 3.11 heures qui correspond vraisemblablement à  $M_2$ .

ii) Spectre du résidu des dénivellations à St. Malo (figure SP 2).

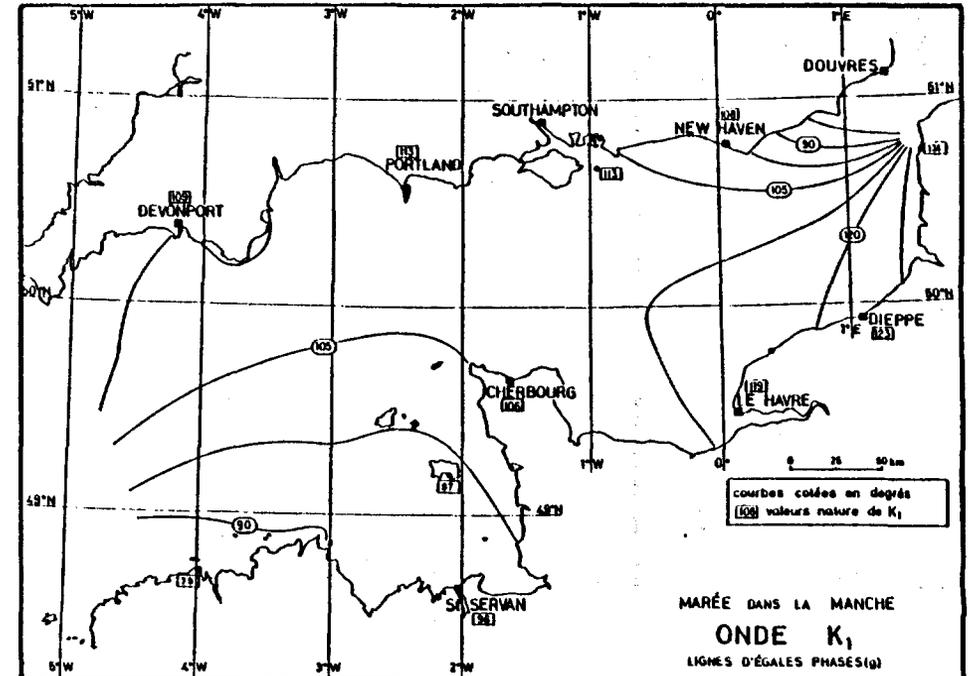
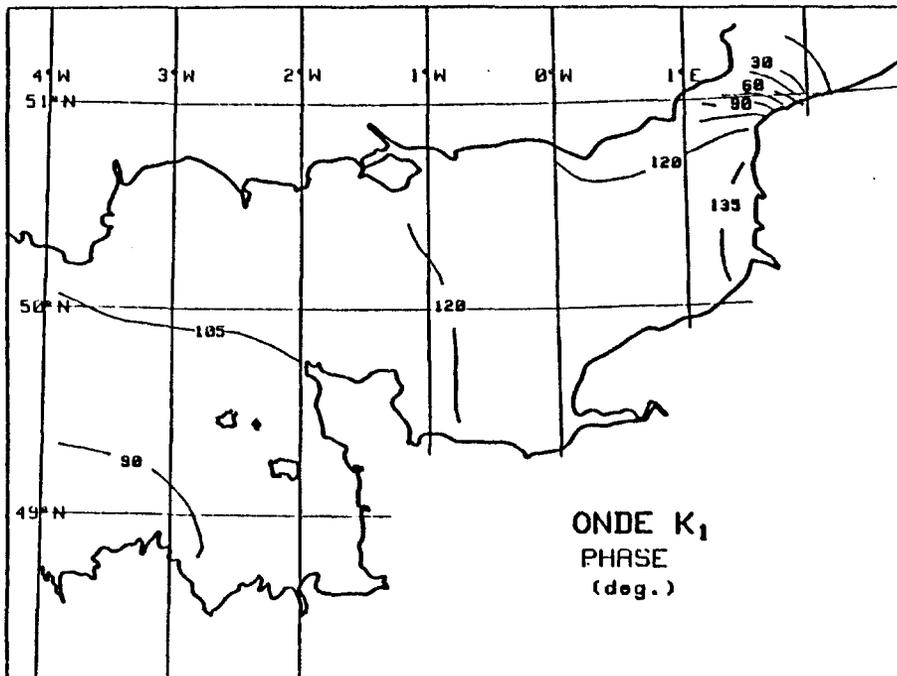
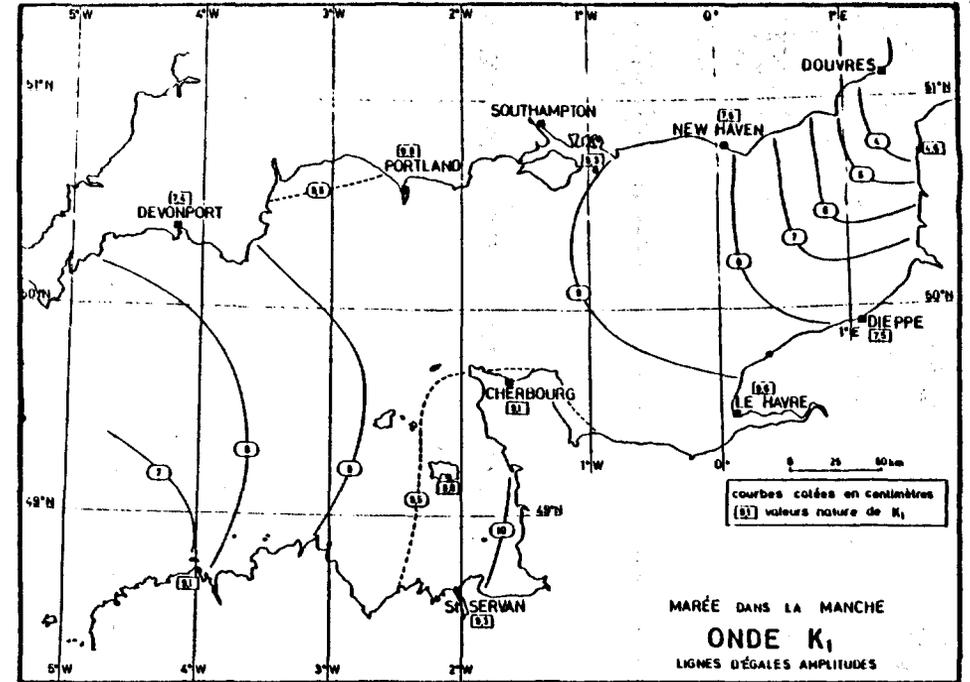
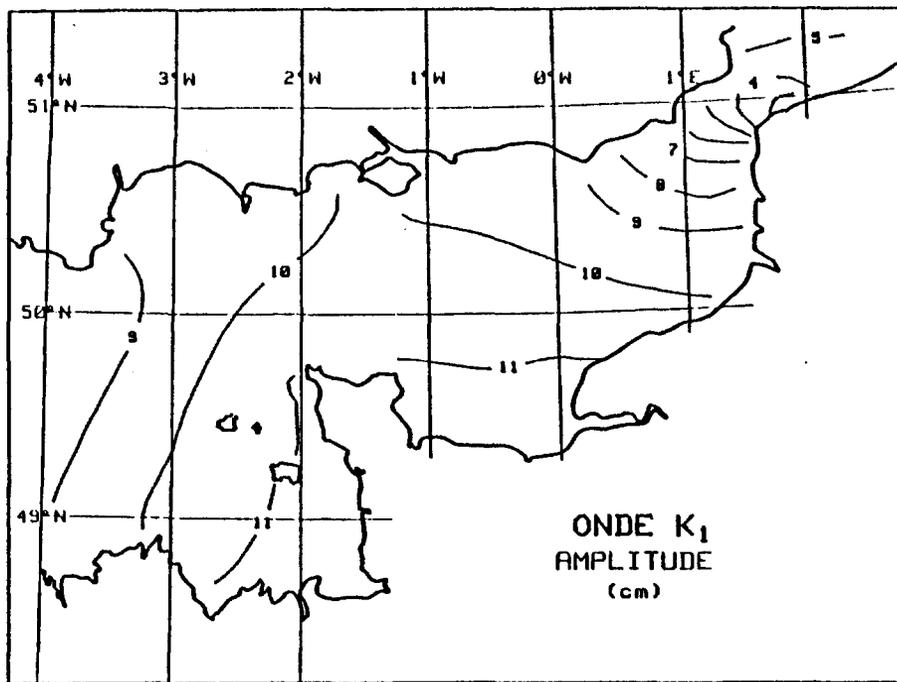
Les spectres obtenus dans tout le Golfe Normano-Breton présentent les mêmes caractéristiques: le bruit numérique est faible de l'ordre de 0.5 cm. Un pic de 3 cm est observé à la période de 8.12 heures. Un phénomène de résonance est mis en évidence autour de la période 7.3 heures. Ce fait est très intéressant et mériterait une étude approfondie, qui n'a pu être entreprise, faute de temps.

iii) Dans le reste du domaine:

Les spectres obtenus sont semblables à celui montré sur la figure SP 3.: bruit numérique très faible (inférieur à 5 mm) et amplitude des pics aux fréquences non analysées toujours inférieure à 2.5 cm.

### III) ANALYSE CRITIQUE DES RESULTATS

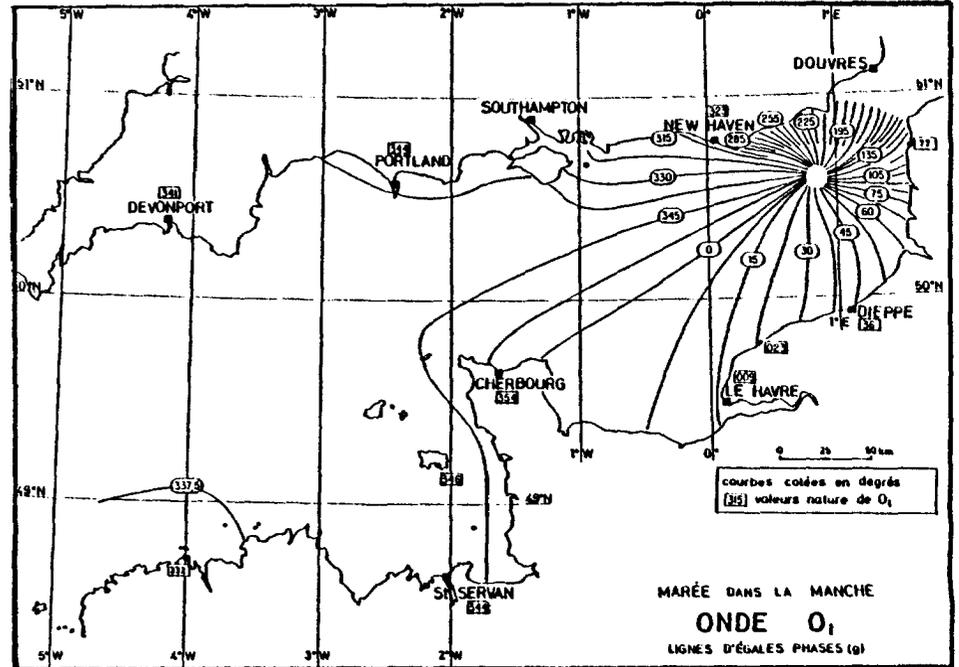
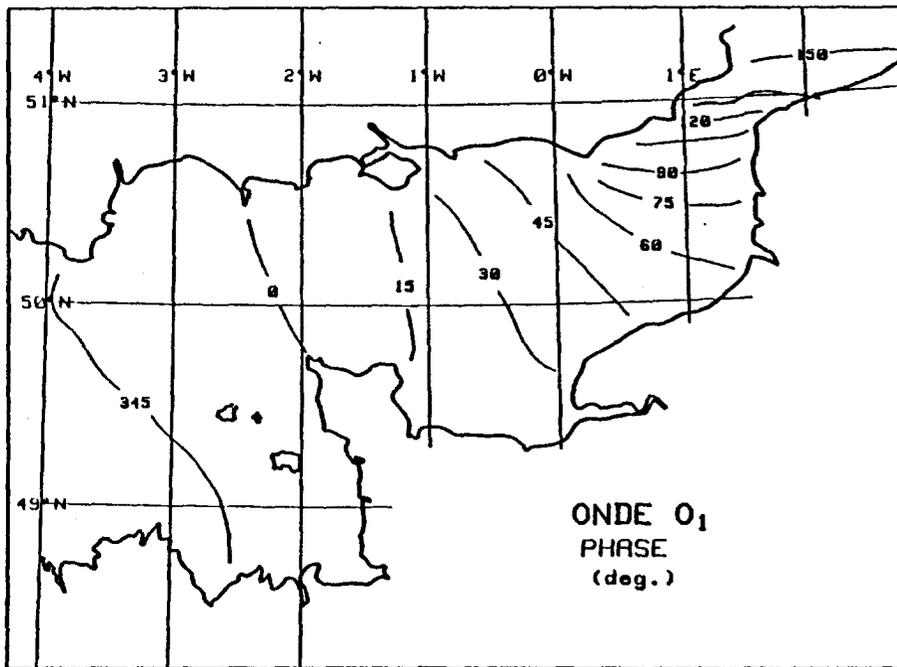
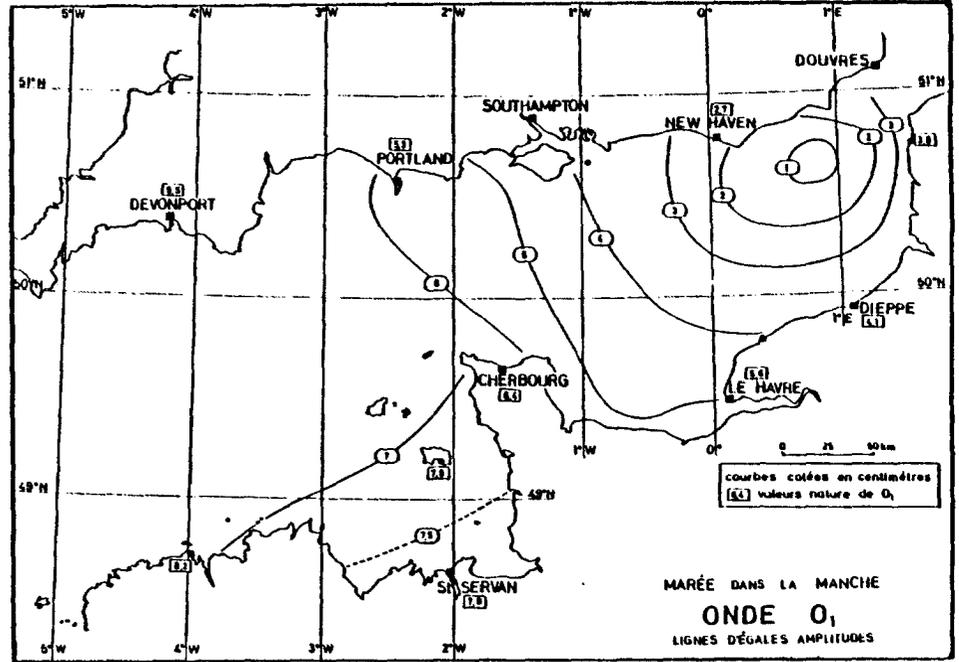
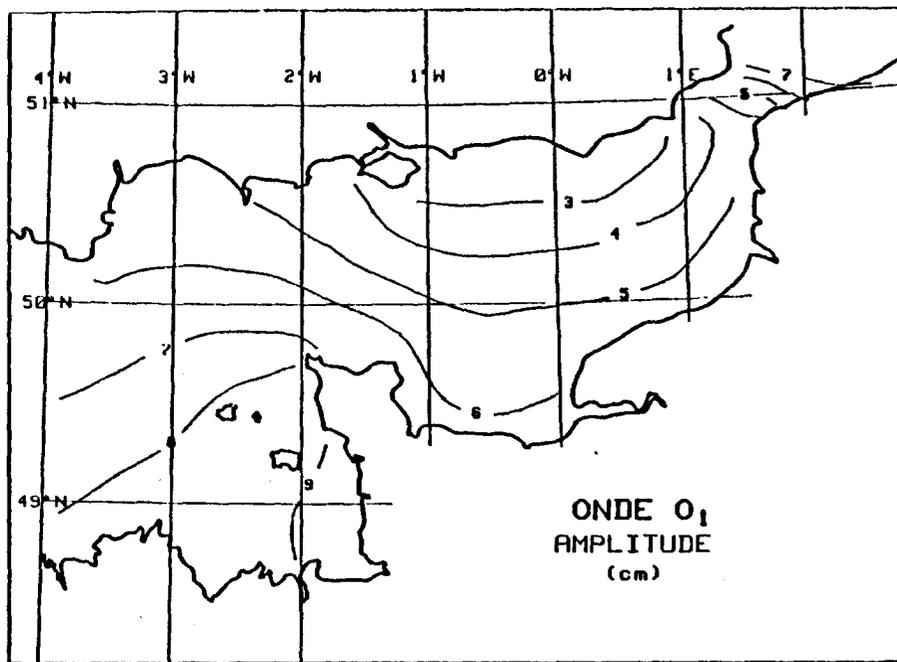
A partir de l'analyse harmonique des séries résultant de la simulation numérique, nous avons établi un atlas décrivant les composantes des marées relatives aux ondes simulées. Cet atlas comprend, pour chaque onde, deux cartes correspondant aux dénivellations (amplitude et phase), et quatre cartes correspondant aux vitesses (module, cap et phase du courant maximum, et ellipticité de la rose de courant). Nous procédons dans ce paragraphe à une analyse critique de ces résultats. Nous analyserons, d'abord, les dénivellations. Nous nous baserons pour



Modèle numérique

d'après CHABERT D'HIERES et LE PROVOST, 1978

Fig. 60



Modèle numérique

d'après CHABERT D'HIERES et LE PROVOST, 1978

Fig. 61

cela sur les données natures qui sont disponibles dans les ports, le long des côtes, et en deux points au large, sur la ligne Barfleur - Bruneval. L'atlas de composantes harmoniques établi à partir du modèle physique (CHABERT D'HIERES et LE PROVOST 1979), sera aussi un élément de validation de nos résultats pour une analyse d'ensemble sur toute la Manche. Nous comparerons la valeur des prédictions de niveaux faites à partir des deux modèles pour un point en Baie de Seine où l'on dispose d'enregistrements de longue durée (BERTHERAT, CARCEL et LE PROVOST, 1979).

Pour les courants, nous réaliserons aussi quelques prédictions en plusieurs points dans la Manche où nous disposons d'observations, et nous critiquerons leurs valeurs. Un atlas des composantes harmoniques des courants dans la Manche est ainsi produit pour la première fois. Nous ne disposons pas d'éléments suffisants pour juger nos résultats d'une façon globale ; nous nous limiterons donc à faire cette analyse à partir de comparaisons ponctuelles. Nous essayerons, par ailleurs, de dégager les caractéristiques des réseaux établis pour les différents groupes d'ondes. Pour cette étude, en raison du nombre élevé d'ondes, nous avons choisi celles qui sont les plus représentatives. Ainsi, nous analyserons :

- l'onde dominante  $M_2$
- $K_1$  et  $O_1$  parmi les diurnes
- $S_2$  parmi les semi-diurnes astronomiques
- $2SM_2$  et  $2MS_2$  parmi les semi-diurnes non-linéaires ( $2MS_2$  est la plus importante mais comme elle est une onde mixte, sa séparation de  $\mu_2$  peut fausser l'analyse, ainsi nous analyserons aussi l'onde  $2SM_2$ )
- $M_4$  parmi les quart-diurnes non-linéaires, et  $MS_4$  parmi les quart-diurnes d'interaction.
- $M_6$  parmi les sixième-diurnes non-linéaires et  $2MS_6$  parmi les sixième-diurnes d'interaction.

## 1) Analyse des dénivellations

### a) Analyse des composantes harmoniques de niveaux

#### Onde $M_2$

Avec les hypothèses faites pour le frottement (cf. paragraphe II.2) nous avons obtenu une onde  $M_2$  identique à celle obtenue pour la simulation  $M_2 + M_4 + M_6$  présentée dans la Chapitre III. Nous ne ferons donc pas de commentaires supplémen-

taires. Remarquons, tout de même, la validité des hypothèses faites par LE PROVOST (1973) dans son étude de la décomposition spectrale du frottement (onde dominante, ordre de grandeur des termes, etc ...)

#### Onde $K_1$

Nous avons obtenu une onde  $K_1$  qui n'est pas assez amortie. De la comparaison des deux réseaux (cf. fig. 60), nous observons que celui du modèle physique s'accorde mieux avec les valeurs aux ports. Cependant, le modèle physique semble en désaccord avec les données nature aux ports de Devonport et de Roscoff, alors que le modèle numérique y coïncide obligatoirement puisque ces points sont situés sur sa frontière (conditions aux limites). On observe donc que sur l'entrée Atlantique l'onde  $K_1$  du modèle numérique est sensiblement plus forte que sur le physique. Est ce une imprécision des données natures ?

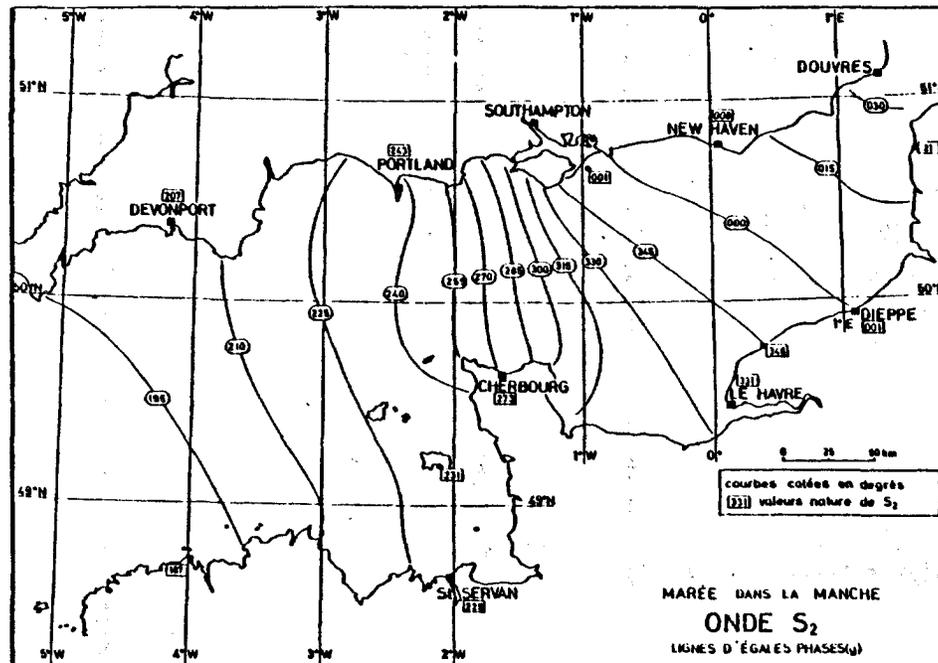
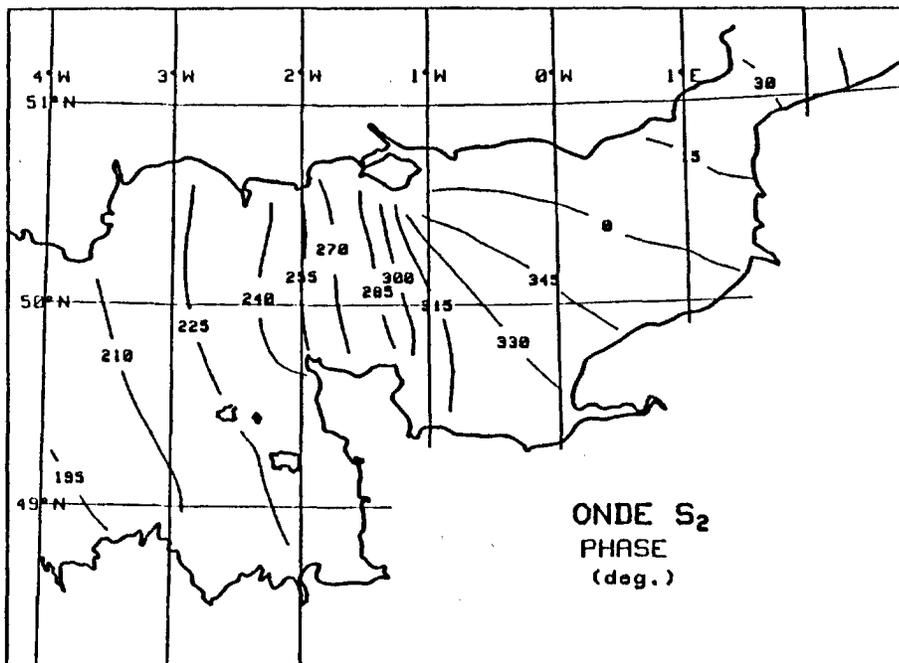
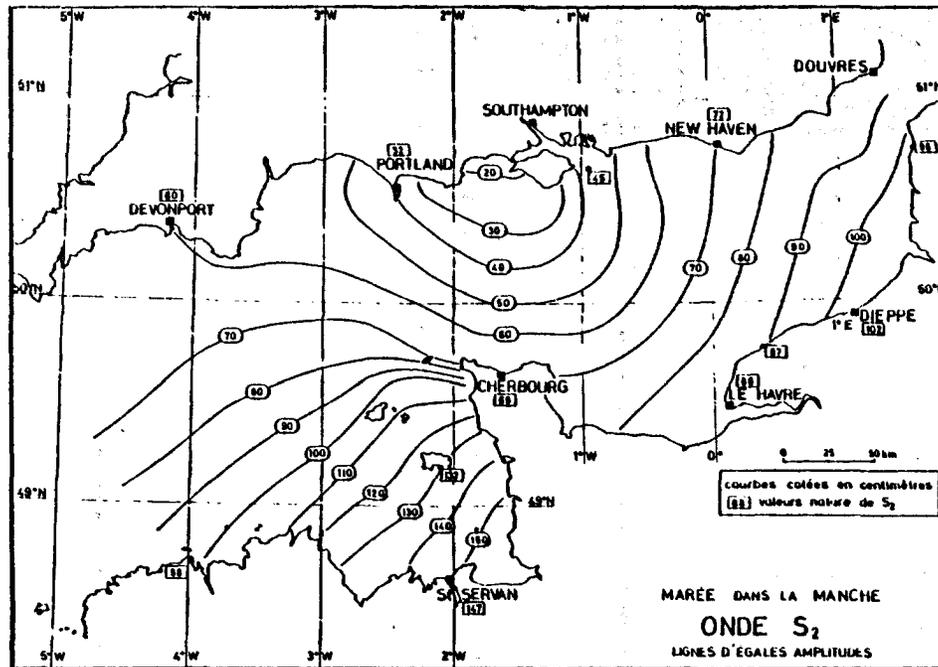
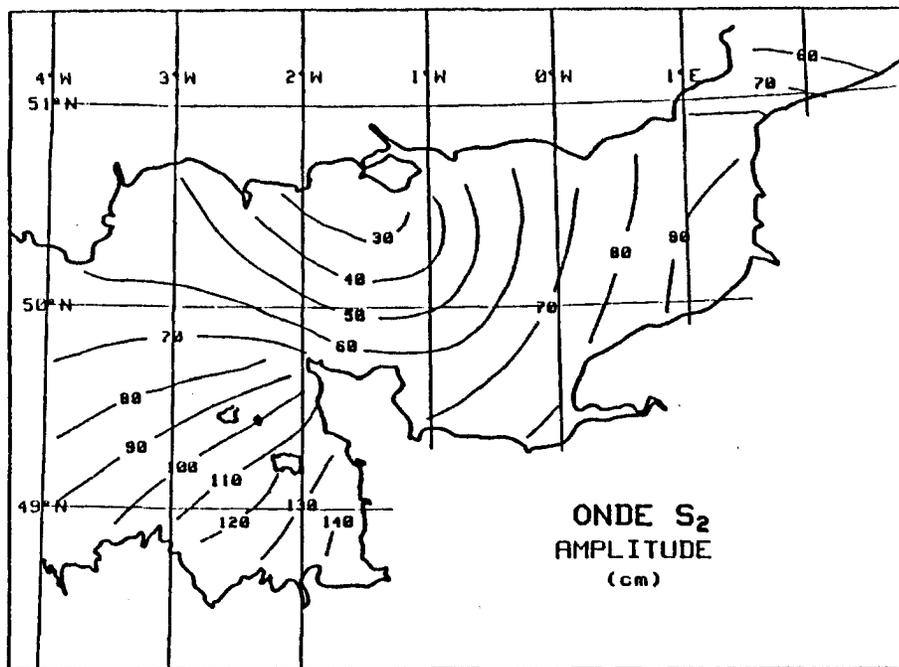
#### Onde $O_1$

Le modèle physique donne (cf. fig. 61) un point amphidromique réel. Par contre celui du modèle numérique est virtuel. Si on observe les valeurs natures de la phase à Newhaven ( $323^\circ$ ) et à Boulogne ( $77^\circ$ ), on s'aperçoit qu'il doit y avoir un point amphidromique au large entre ces deux ports. Le modèle numérique le place incorrectement plus au Nord.

Par contre, on remarque à nouveau le désaccord du modèle physique avec les données aux ports de Devonport et Roscoff. La proximité du générateur de marées peut être à l'origine de ces écarts en ce qui concerne les ondes diurnes ; mais on peut aussi s'interroger sur les valeurs retenues pour les constantes diurnes en ces ports de Devonport et de Roscoff. En effet, en imposant les valeurs natures sur le modèle numérique on obtient une solution qui laisse à penser que l'onde incidente est trop forte d'environ 15%. Le modèle physique est par contre calé pour optimiser la solution globalement sur toute la Manche ; ainsi, c'est peut être la solution du modèle physique qui est la bonne.

#### Onde $S_2$

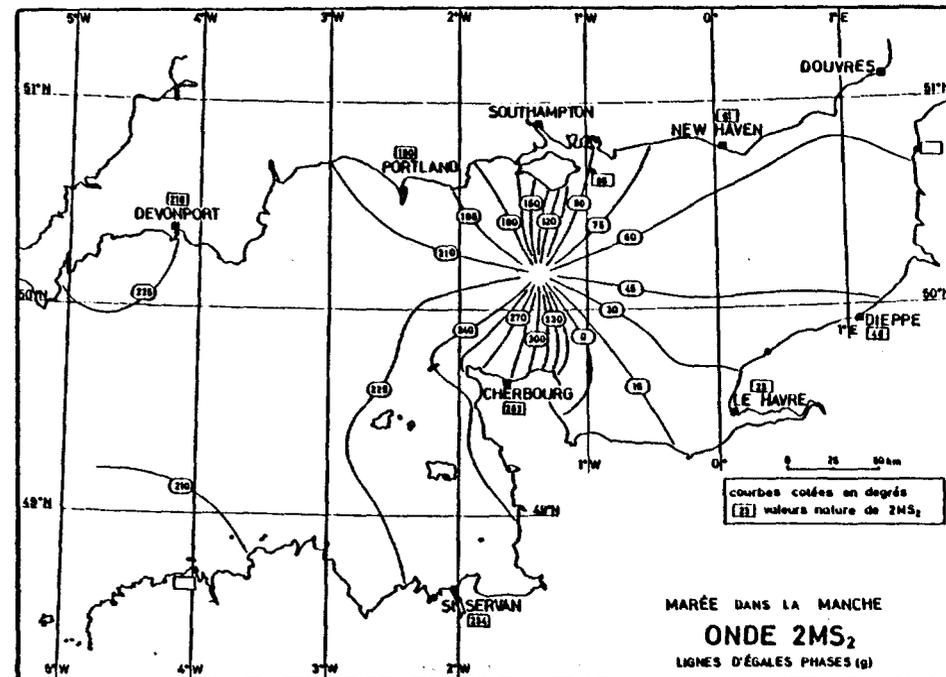
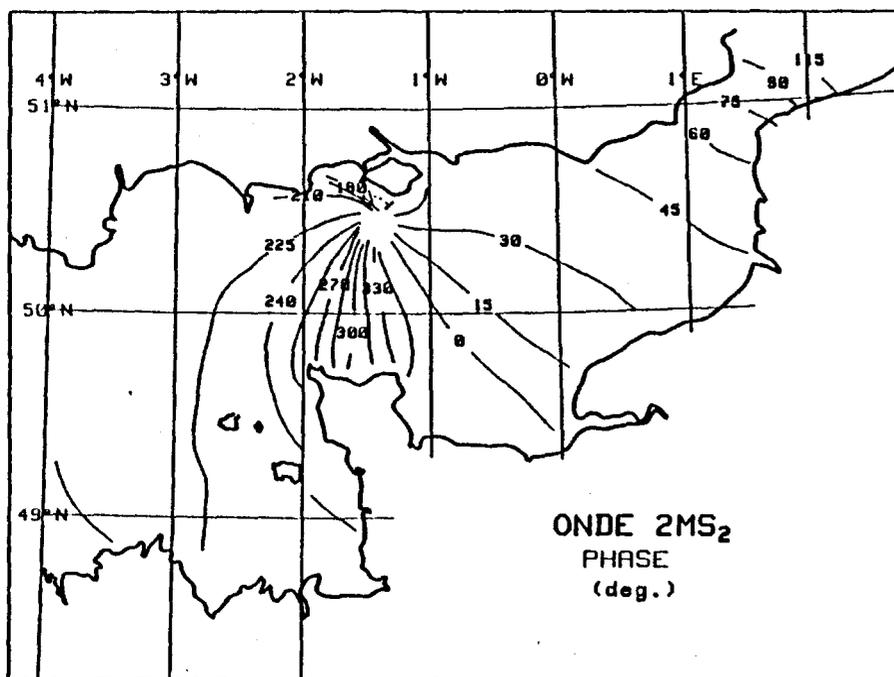
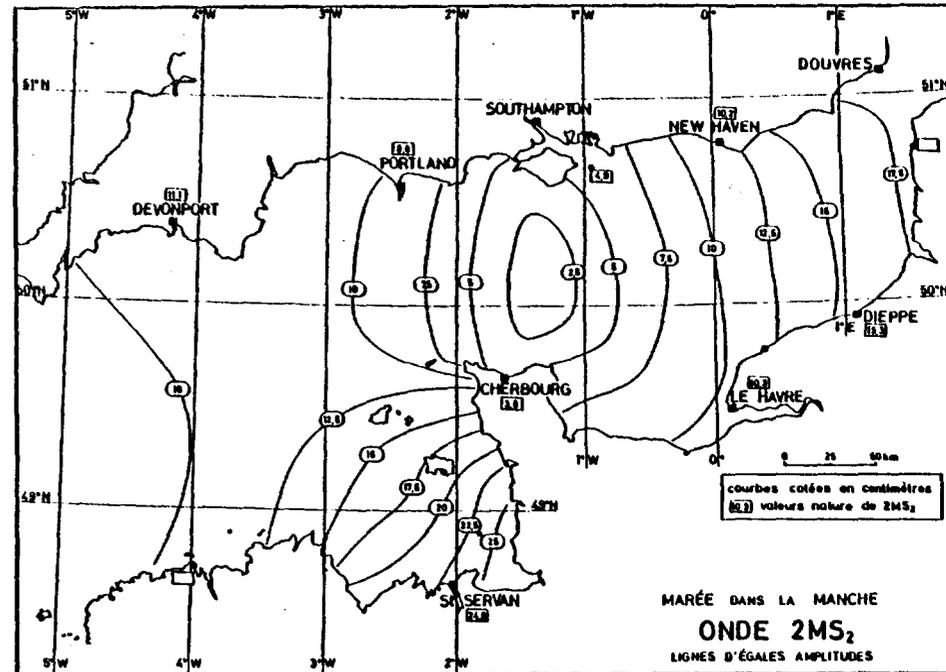
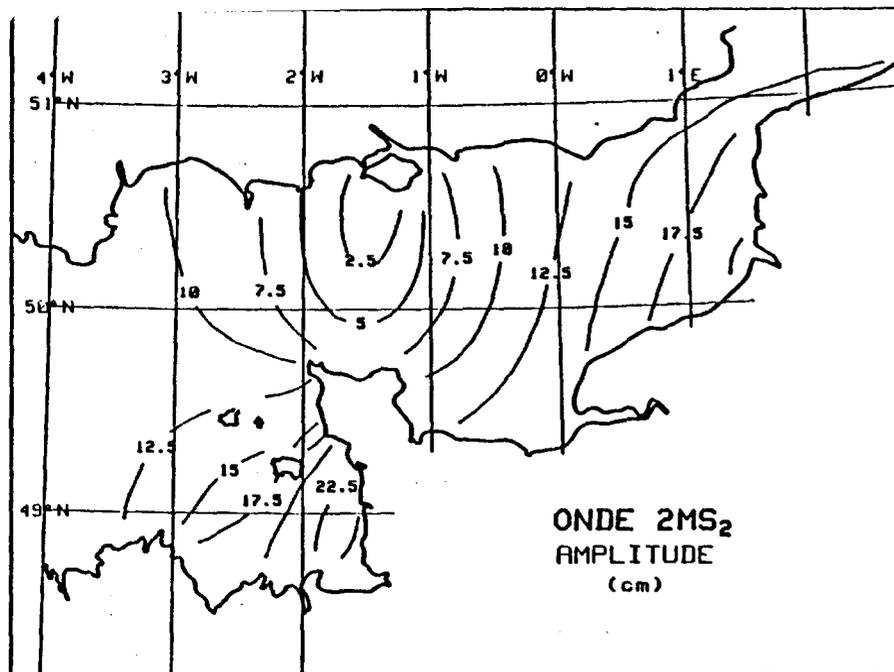
L'onde  $S_2$  correspond à la deuxième onde par ordre d'importance dans la Manche. Le réseau obtenu (cf. Fig. 62) coïncide remarquablement avec celui obtenu sur le modèle physique dans la partie occidentale et centrale de la Manche. Par contre, nous observons que dans le Golfe Normand-Breton, en Baie de Seine et en Manche Orientale, l'onde simulée numériquement est plus amortie que dans la nature. Ce fait est aussi valable pour les autres ondes semi-diurnes simulées ( $N_2, L_2, \mu_2, \epsilon_2, \dots$ )



Modèle numérique

d'après CHABERT D'HIERES et LE PROVOST, 1978

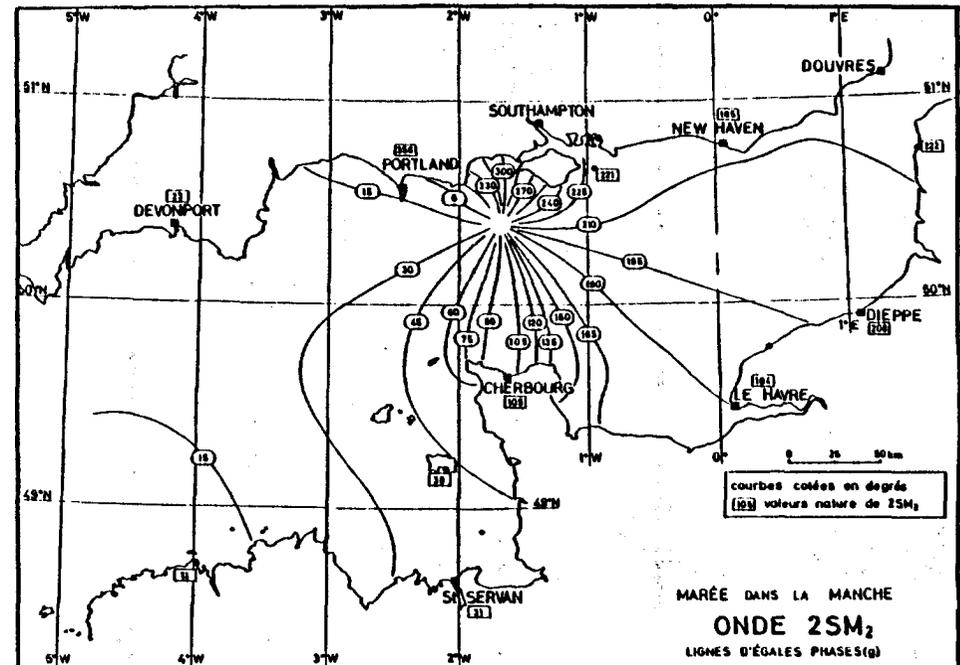
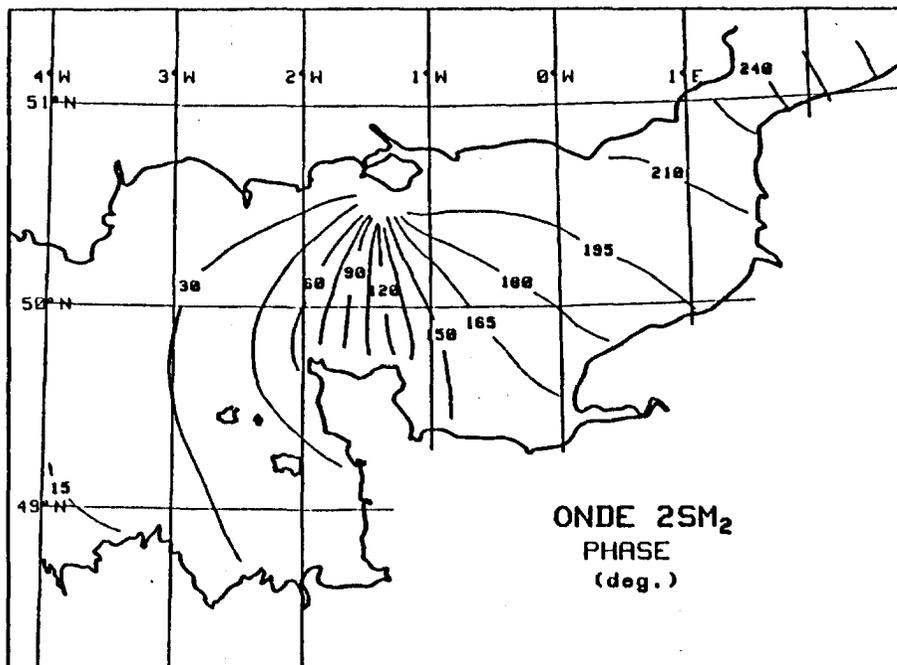
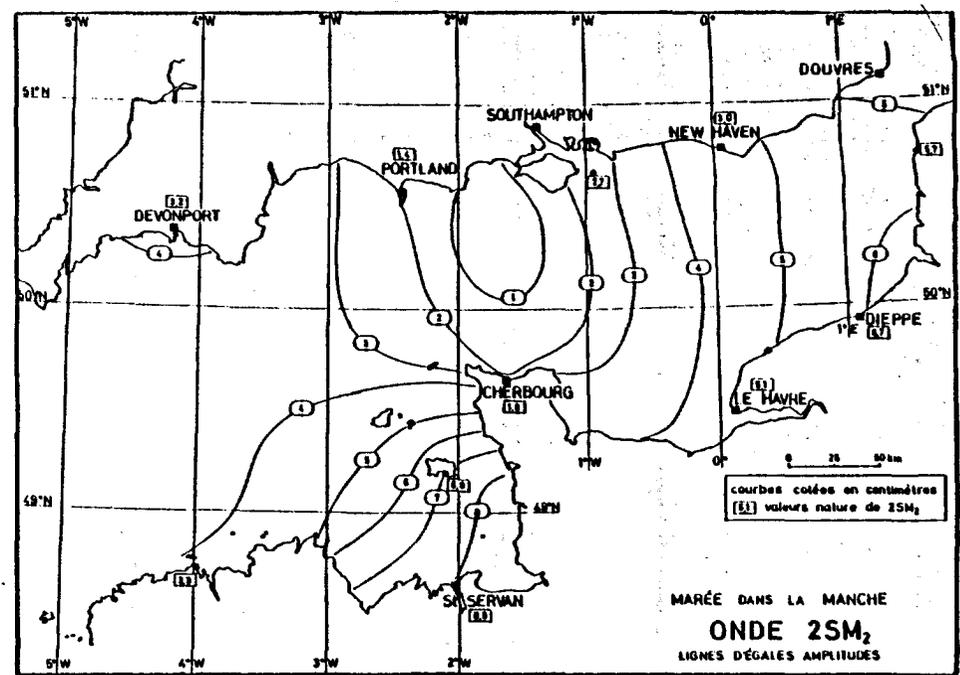
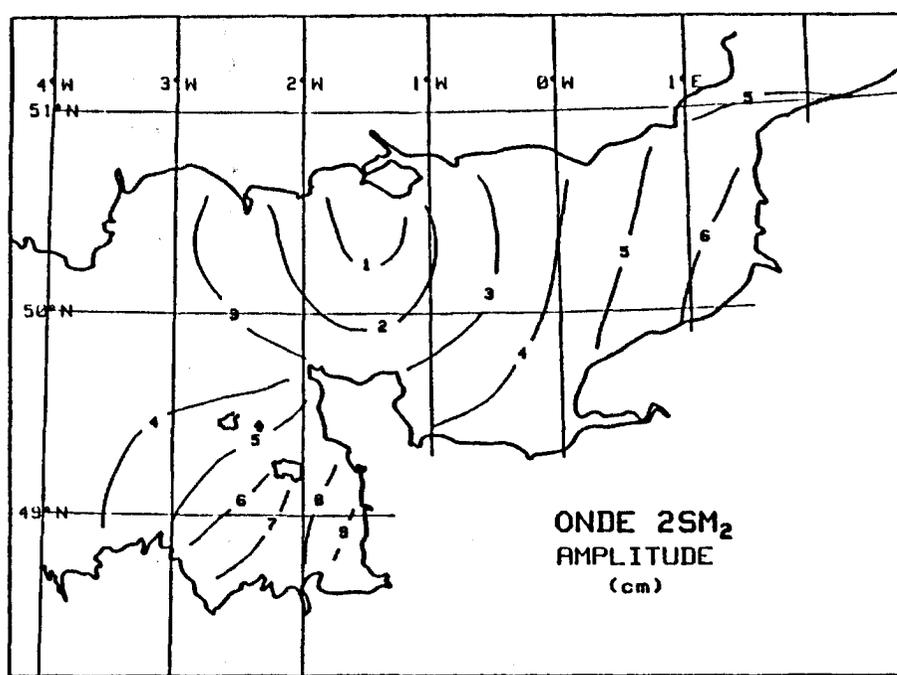
Fig. 62



Modèle numérique

d'après CHABERT D'HIERES et LE PROVOST, 1978

Fig. 64



Modèle numérique.

d'après CHABERT D'HIERES et LE PROVOST, 1978

Fig. 65

$S_2$  est 7% environ plus faible au Havre et à St Malo . Les ondes secondaires semblent trop amorties : nous analyserons plus en détail ce problème à la fin de ce paragraphe.

#### Onde $2MS_2$

Cette onde a la caractéristique d'être une onde mixte avec  $\mu_2$ , qui est déduite de l'onde  $N_2$ ; et  $2MS_2$  est calculée par différence entre la somme  $\mu_2 + 2MS_2$  obtenue de l'analyse harmonique. Malgré les inévitables imprécisions sur cette composante, nous ferons quelques remarques au vu de la comparaison des deux réseaux présentés sur la figure 64.

Nous observons que l'onde  $2MS_2$  simulée numériquement est beaucoup plus forte en Manche Orientale (50% au Havre !). Par contre en Manche Occidentale et dans le Golfe Normand-Breton, les deux réseaux sont très semblables et coïncident assez bien avec la nature. Cet écart au Havre résulte en fait de la mauvaise position du point amphidromique situé sur le modèle numérique plus au nord qu'il le faudrait.

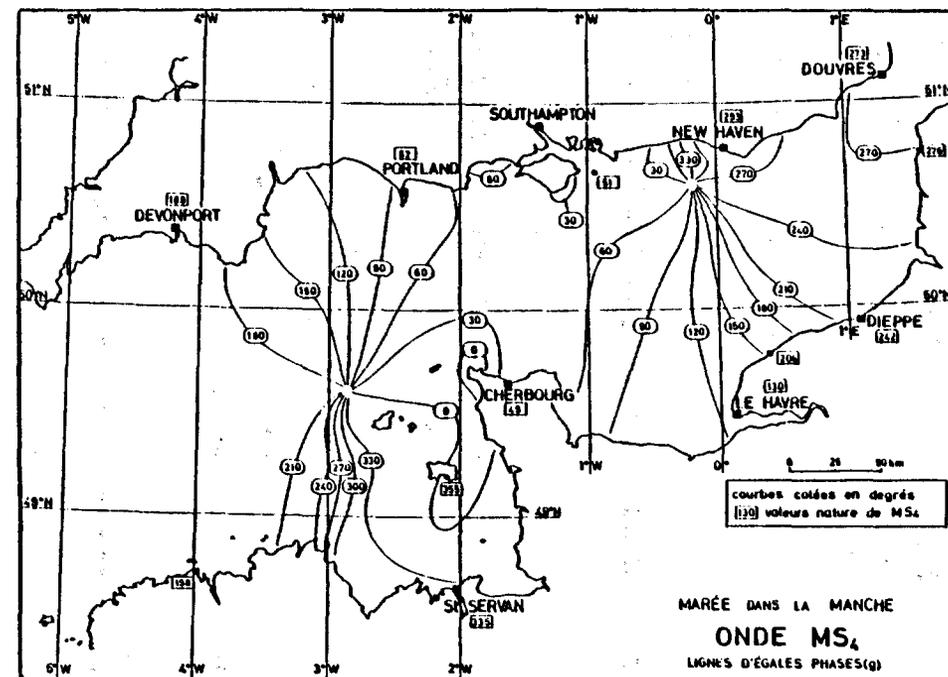
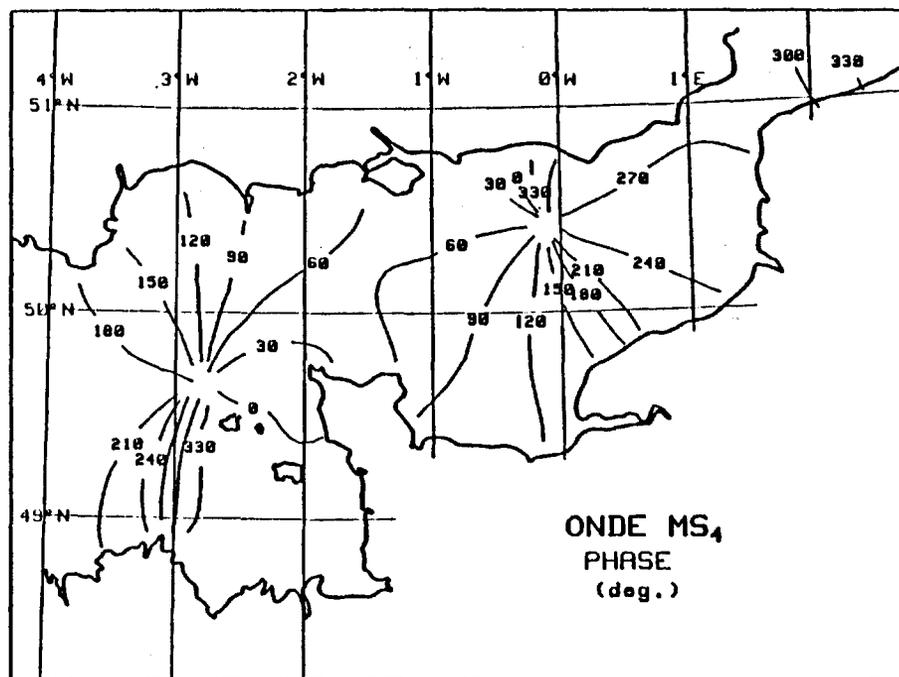
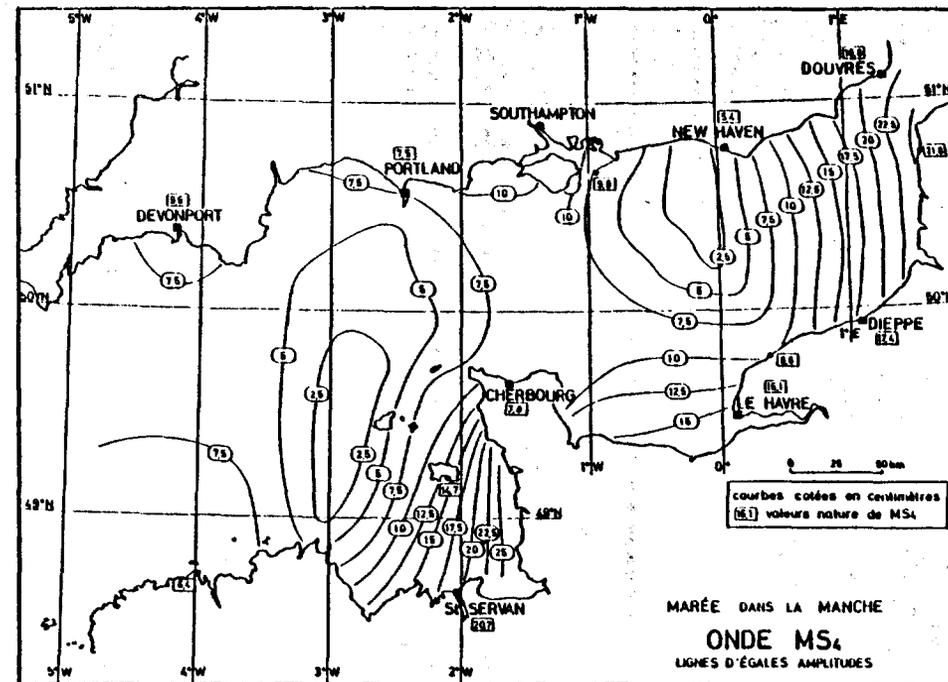
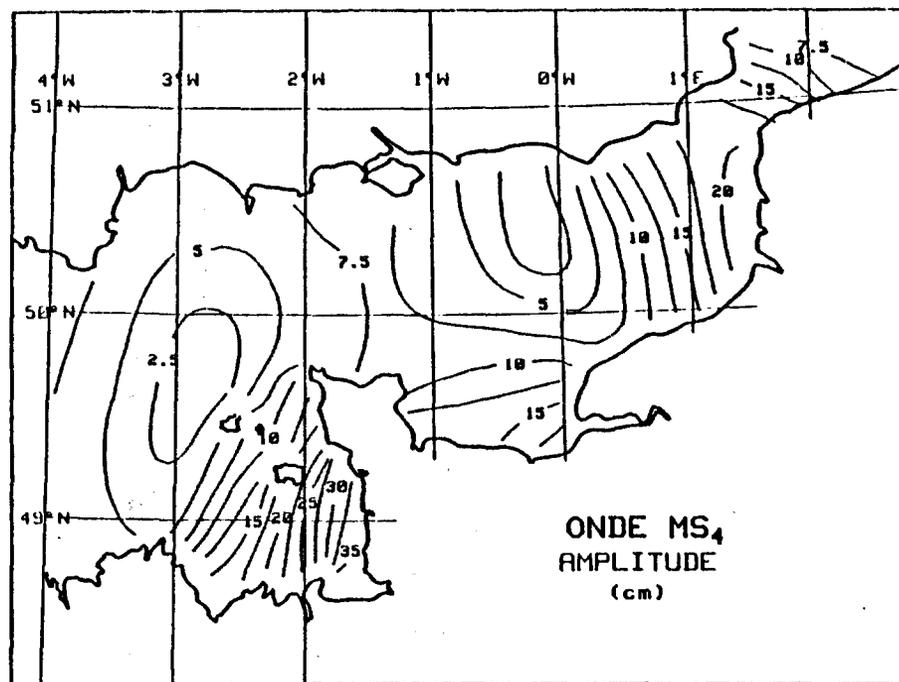
Cette onde résulte de l'interaction entre les ondes  $M_2$  et  $S_2$  ; on sait par ailleurs (cf. Chapitre I) que cette onde est produite principalement par le frottement; nous venons de noter l'amortissement anormal de l'onde  $S_2$  au paragraphe précédent : les écarts que nous observons sur  $2MS_2$  résultent certainement de la mauvaise paramétrisation du frottement que cet essai nous conduit à identifier.

#### Onde $2SM_2$

L'onde  $2SM_2$  présente les mêmes caractéristiques que l'onde  $2MS_2$  (Elle est engendrée par le terme de frottement et par les interactions de  $M_2$  et  $S_2$ ). Cette onde n'appartient pas à un groupe ondes mixtes, donc sa détermination à partir d'une analyse harmonique est plus précise que l'onde  $2SM_2$ . Les réseaux de l'onde  $2SM_2$  du modèle physique et du modèle numérique se ressemblent remarquablement partout, sauf près de la zone du point amphidromique : celui-ci est situé plus au nord par le modèle numérique. Ce fait est également expliqué par la mauvaise paramétrisation du terme de frottement d'où elle tire son origine, principalement. (cf. fig.65)

#### Onde $M_4$

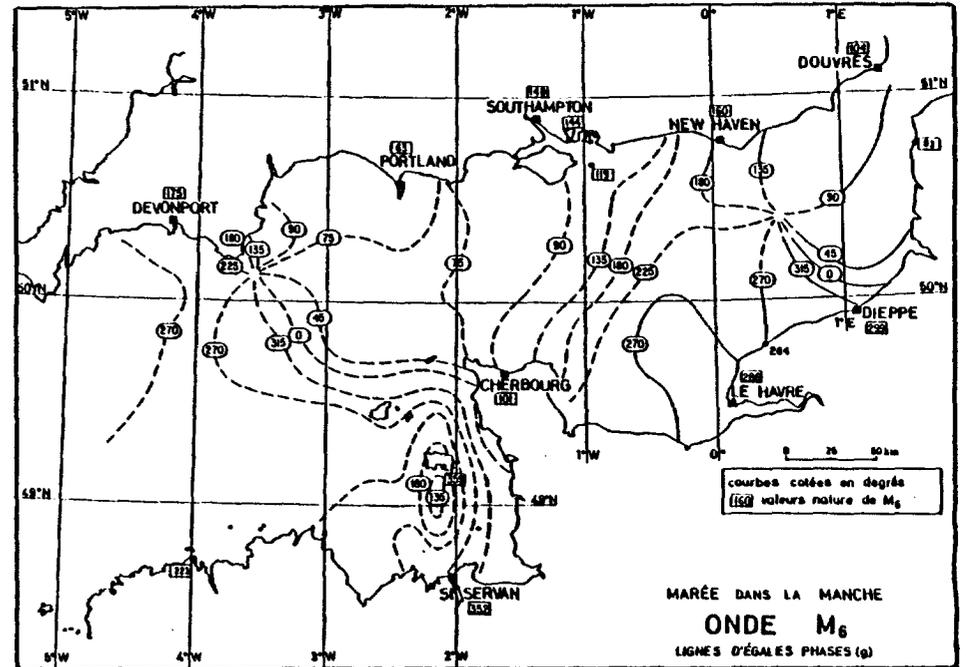
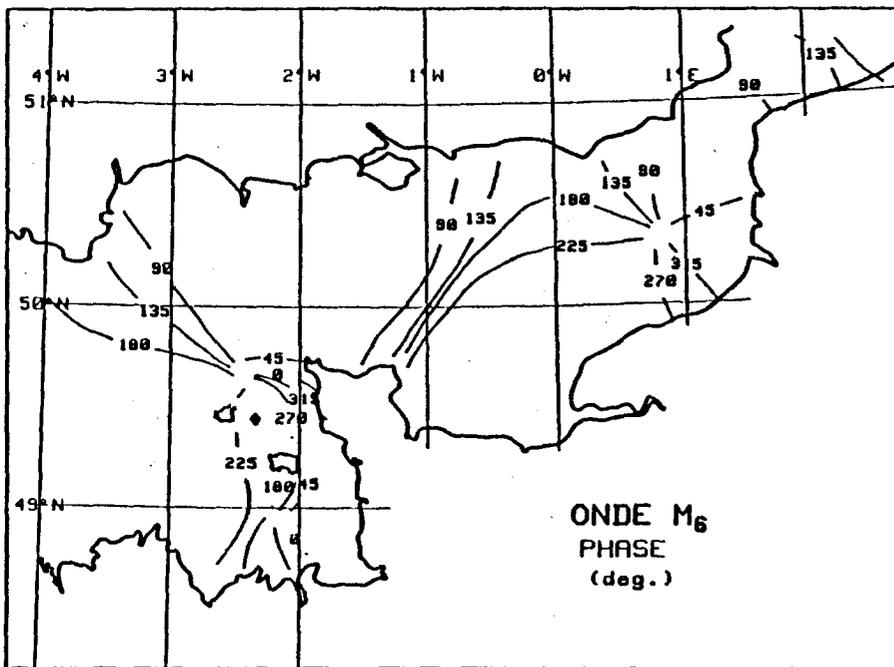
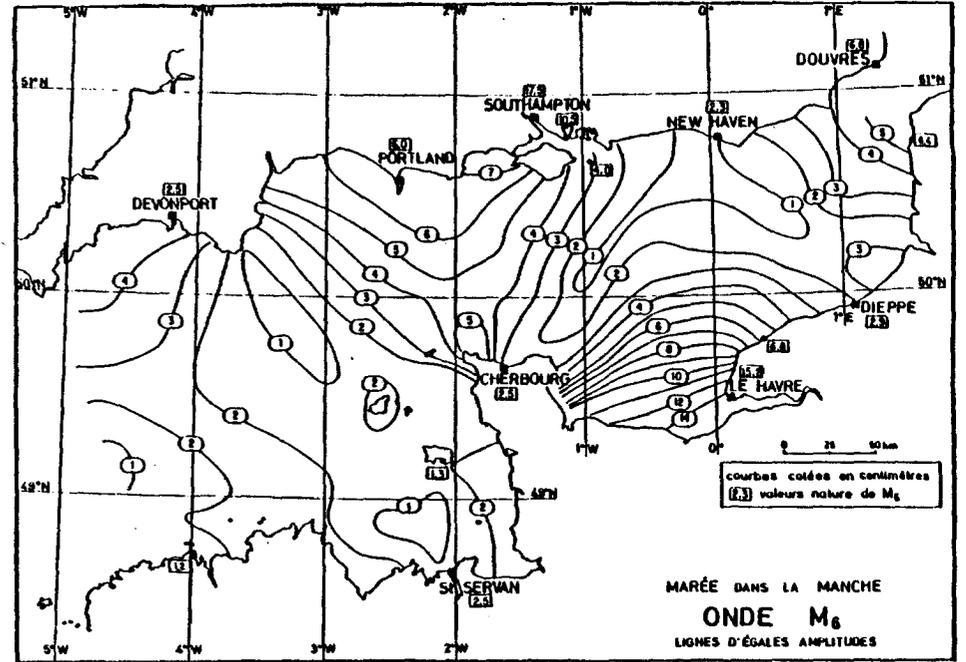
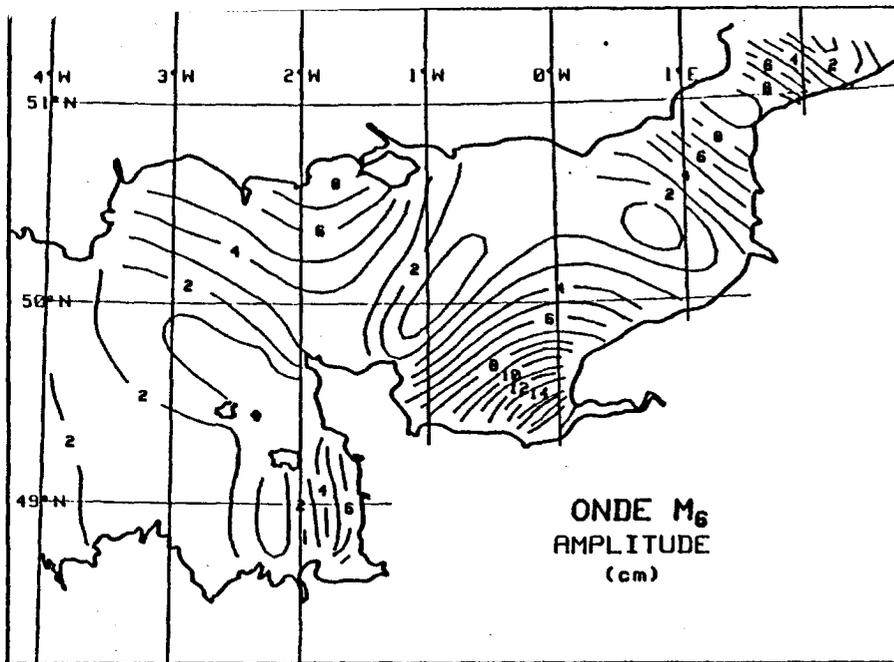
L'onde  $M_4$  est engendrée par des non-linéarités de  $M_2$  des termes d'advection et dans le terme non-linéaire de l'équation de continuité. Les ondes secondaires (aux ordres d'approximations  $A_1, A_j$ ), n'engendrent pas de transfert d'énergie



Modèle numérique

d'après CHABERT D'HIERES et LE PROVOST, 1978

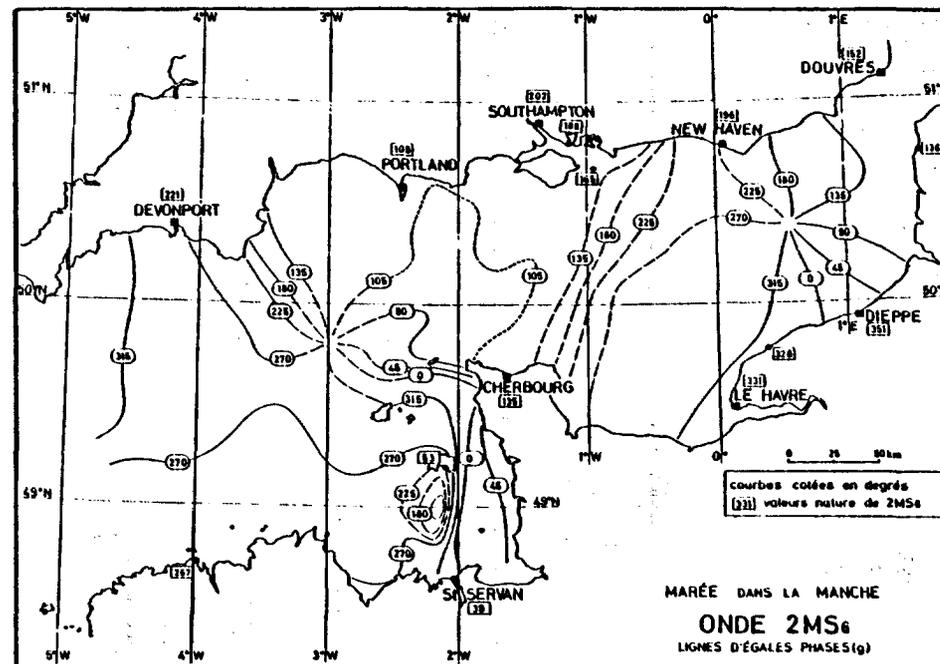
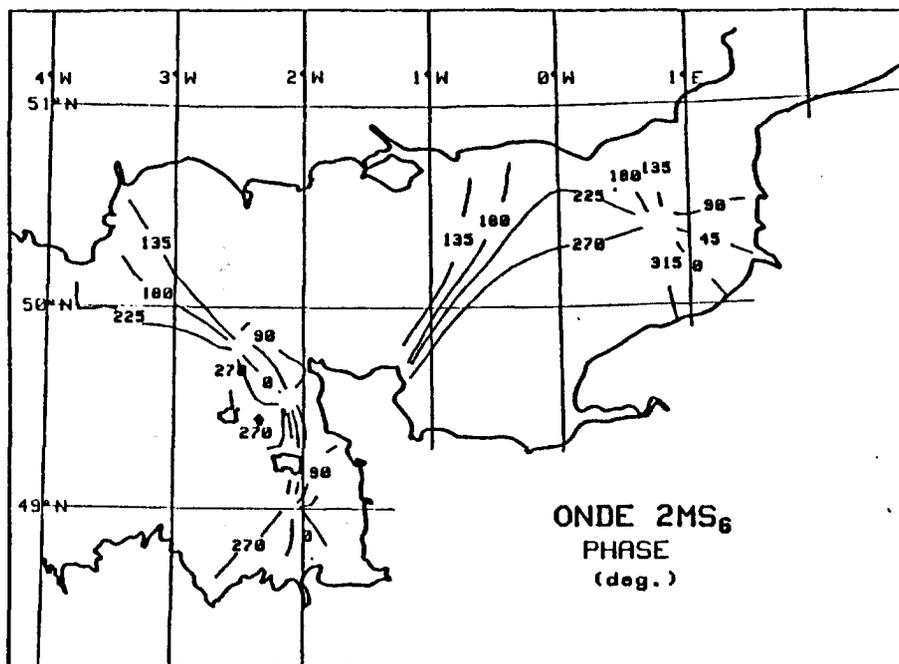
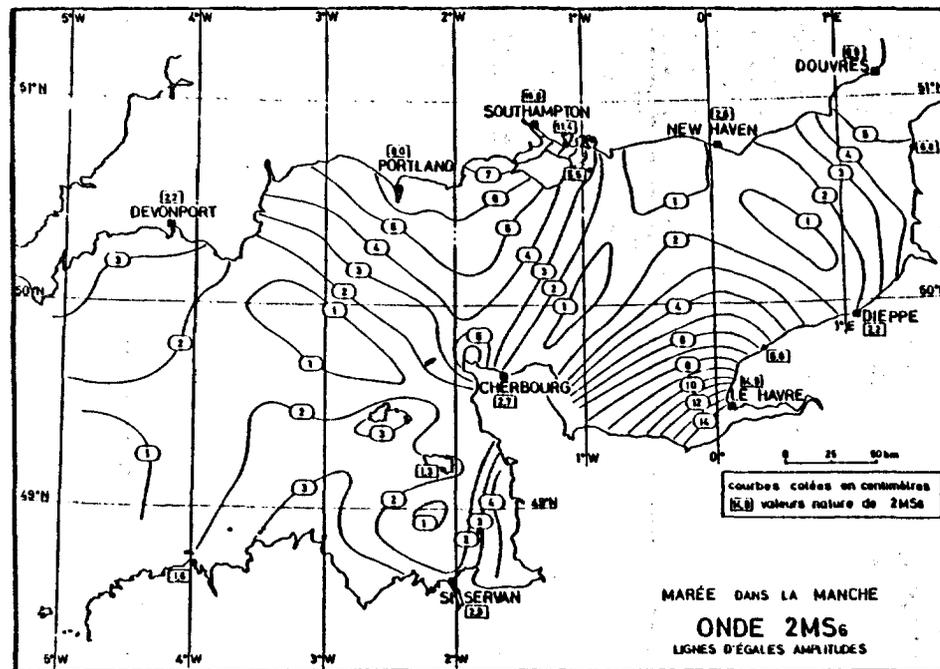
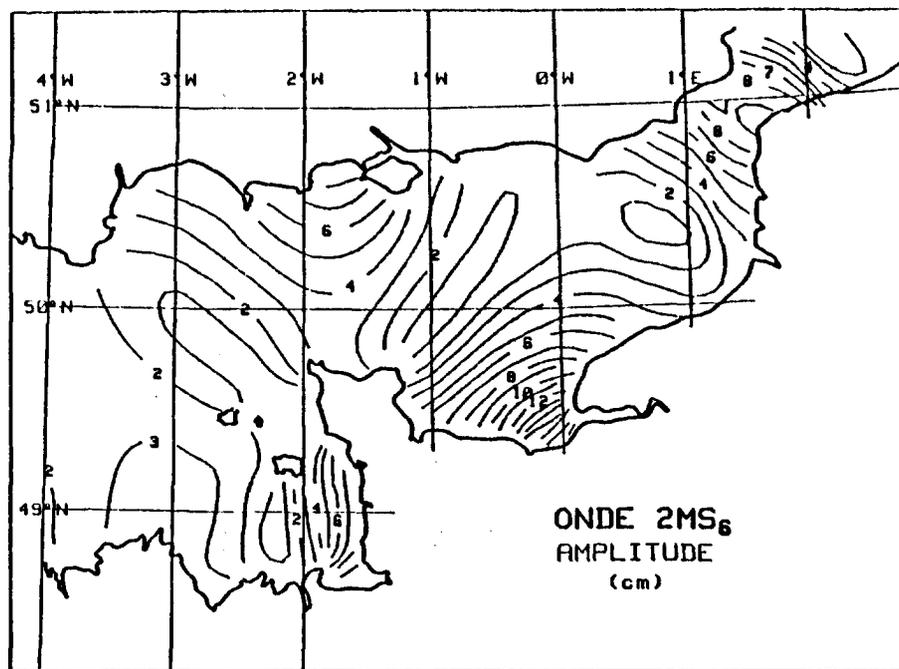
Figure 66



Modèle numérique

d'après CHABERT D'HIÈRES et LE PROVOST, 1978

Figure 67



Modèle Numérique

Figure 68

d'après CHABERT D'HIÈRES ET LE PROVOST (1978)

à la fréquence  $M_4$ . Il est donc naturel que la solution trouvée dans cet essai soit identique à celle obtenue pour une simulation de  $M_2, M_4, M_6$  seuls. (cf. fig. 32)

Nous n'ajouterons pas d'autres commentaires à ceux exposés au chapitre III.

#### Onde $MS_4$

L'onde  $MS_4$  est engendrée fondamentalement par des interactions non-linéaires des ondes  $M_2$  et  $S_2$  dans le terme d'advection. Les deux réseaux sont remarquablement semblables. (fig. 66)

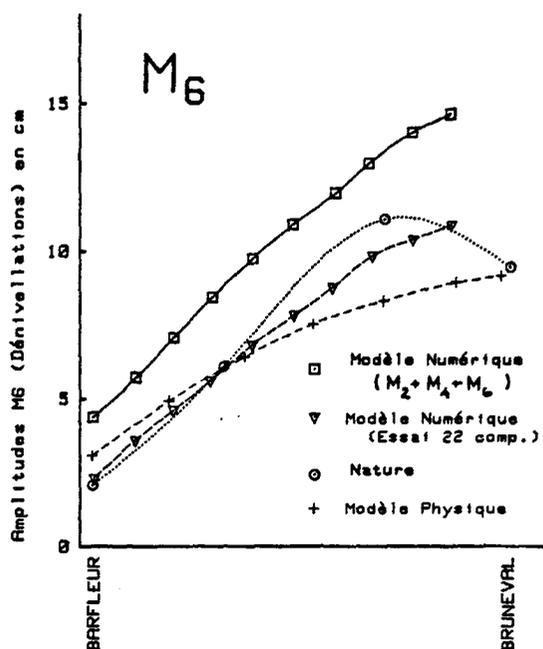


Figure 69 - Comparaison entre les valeurs des amplitudes de l'onde  $M_6$  (entre Barfleur et Bruneval) obtenues par différentes simulations et la Nature

#### Onde $M_6$

Les solutions obtenues pour les ondes  $M_2$  et  $M_4$  à partir d'une simulation à plusieurs composantes et d'une simulation  $M_2 + M_4 + M_6$  sont identiques, comme nous l'avons déjà souligné. Par contre, la solution de  $M_6$  en présence de  $M_2$  et  $M_4$  exclusivement est nettement plus forte que la nature (cf. Chapitre III fig. 25).

LE PROVOST (1974) dans son étude de la décomposition spectrale du terme de frottement montre qu'il existe une contribution des ondes secondaires à la génération de  $M_6$ , complémentaire à celle de  $M_2$ . (Tableau 1 bis). Avec une simulation qui tient compte de ces ondes secondaires, la solution de  $M_6$  est nettement améliorée. Sur la figure 69 nous montrons la différence entre les deux simulations, sur la ligne Barfleur-Bruneval. Notons la remarquable précision obtenue, qui est meilleure que celle du modèle physique. La comparaison des réseaux obtenus à partir des deux modèles est présentée sur les cartes de la figure 67.

#### Onde $2MS_6$

Comme l'onde  $M_6$ , cette onde  $2MS_6$  est engendrée par le frottement. Elle résulte de l'interaction entre les ondes  $M_2$  et  $S_2$ . Au vu des réseaux présentés sur la figure 68 on voit que les courbes cotidiales de cette sixième-diurne d'interaction présentent une analogie frappante avec la composante  $M_6$ , décrite précédemment. (Il en est de même pour l'onde  $2MN_6$  présentée dans l'Atlas (Annexe II)). On note cependant que cette onde  $2MS_6$  présente des amplitudes trop fortes dans la partie Est de la Manche Orientale. Ceci semble résulter de la position du point amphidromique caractéristique de cette zone. Comparé au modèle physique, ce point est un peu plus à l'Est et ce détail suffit pour expliquer l'erreur de 100% observée à Dieppe (4cm au lieu de 2.2cm). Bien sûr, ces erreurs portent cependant sur des valeurs faibles. (cf Figure 68)

#### b) Prédiction des niveaux

Avant de conclure sur l'analyse critique des résultats que nous venons de présenter, nous avons utilisé ceux-ci dans un contexte d'application pour une prédiction de niveaux en point de la Baie de Seine où nous possédons des observations sur 30 jours à partir du 19/06/79 à 19h 10. (BERTHERAT, CARCEL et LE PROVOST 1979, cf. Tableau 11, point  $P_1$ ). Afin de faire des comparaisons nous avons fait de même avec les composantes harmoniques établies à partir du modèle physique. La liste des amplitudes et phases des composantes de dénivellations correspondant au signal nature d'une part et aux solutions du modèle physique d'autre part est présentée dans le tableau 13. La simulation numérique ne contenant pas l'onde  $K_2$  et ses interactions avec les autres ondes du spectre ( $2MK_2$ ,  $MK_4$ ,  $2MK_6$ ), nous les avons déduites par les similitudes avec les composantes  $S_2$ ,  $2MS_2$ ,  $MS_4$  et  $2MS_6$ . De même pour un certain nombre d'autres ondes de moindre importance :  $2N_2$ ,  $T_2$ ,  $P_1$  que nous déduisons des ondes simulées les plus proches.

COMPOSANTES HARMONIQUES DE NIVEAU - POINT P<sub>1</sub> - BAIE DE SEINE

	MODELE PHYSIQUE		NATURE		MODELE NUMERIQUE	
	Amplitude m	Phases degrés	Amplitude m	Phases degrés	Amplitude m	Phases degrés
M <sub>2</sub>	2.06	272	2.10	275	2.11	268
S <sub>2</sub>	0.70	317	0.72	320	0.65	317
N <sub>2</sub>	0.40	254	0.40	255	0.36	254
K <sub>2</sub>	0.20	317	0.21	320	0.19	317
M <sub>4</sub>	0.155	42	0.17	42	0.155	42
K <sub>1</sub>	0.09	111	0.10	116	0.11	120
MS <sub>4</sub>	0.11	80	0.10	98	0.10	97
J <sub>2</sub>	0.08	254	0.08	255	0.08	250
MN <sub>4</sub>	0.06	0	0.07	24	0.06	22
L <sub>2</sub>	0.06	288	0.06	301	0.06	283
M <sub>6</sub>	0.06	245	0.06	276	0.06	249
2 MS <sub>2</sub>	0.06	8	0.06	12	0.06	0
μ <sub>2</sub>	0.06	236	0.05	240	0.06	241
2 MN <sub>2</sub>	0.045	68	0.05	83	0.05	89
O <sub>1</sub>	0.05	3	0.05	15	0.06	23
2 MS <sub>6</sub>	0.05	285	0.05	323	0.04	292
2 N <sub>2</sub>	0.05	237	0.05	241	0.05	244
T <sub>2</sub>	0.04	310	0.04	312	0.04	317
2 MN <sub>6</sub>	0.035	200	0.04	260	0.03	223
SNM <sub>2</sub>	0.03	68	0.04	83	0.03	89
P <sub>1</sub>	0.03	107	0.03	112	0.03	120
2 SM <sub>2</sub>	0.03	167	0.03	184	0.035	154
MSN <sub>2</sub>	0.03	140	0.025	144	0.03	128
ε <sub>2</sub>	0.02	18	0.01	312	0.02	311
MSN <sub>6</sub>	0.01	265	0.01	270	0.004	292

TABLEAU 13

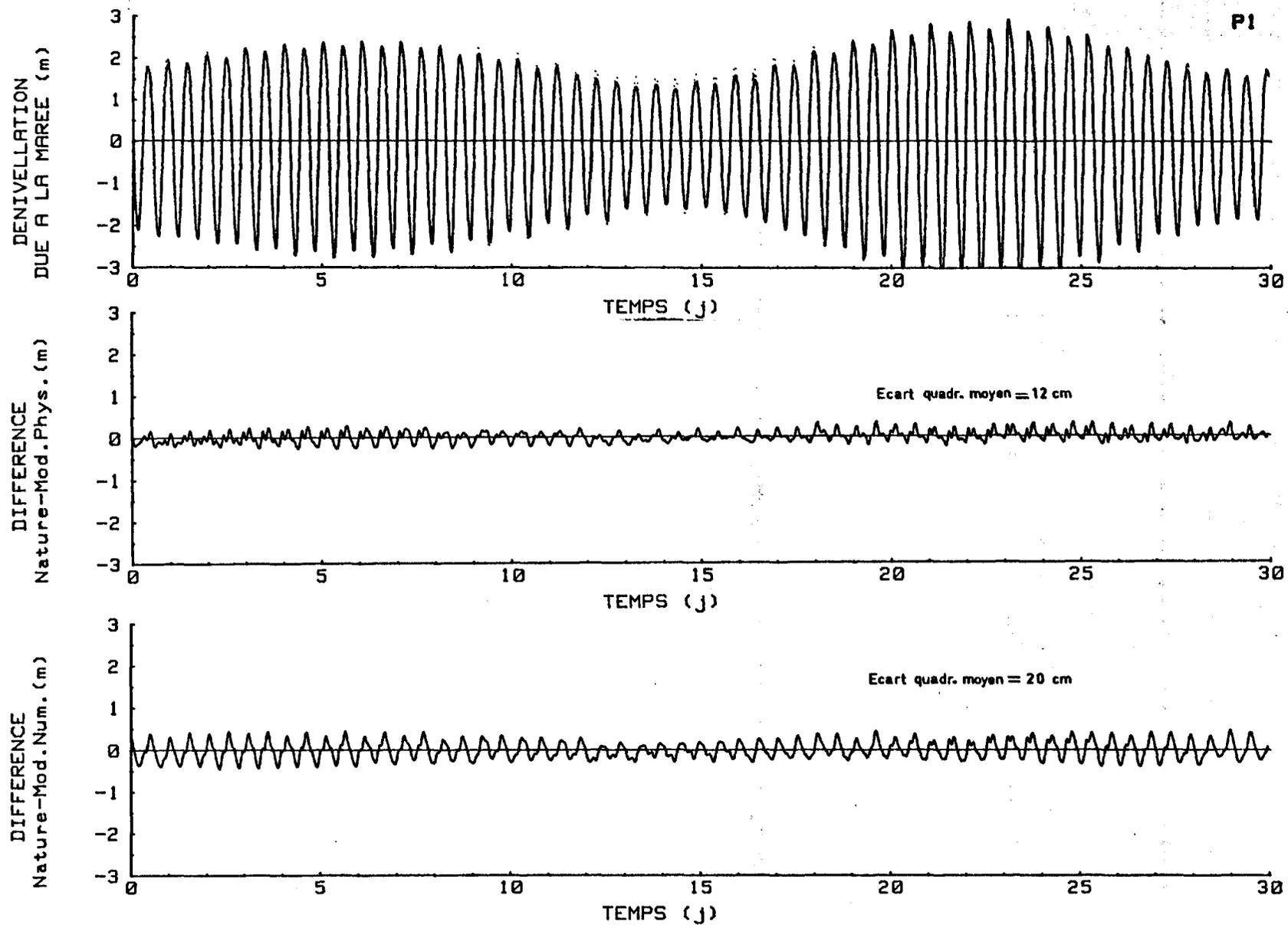


Figure 70 - Prédiction des niveaux au point  $P_1$  (Baie de Seine) à partir du 19/06/79 à 19 h.10

Les résultats de nos prédictions sont présentés sur la figure 70. Les signaux prédits se superposent presque avec l'observation ; nous avons tracé pour chacune des prédictions (résultant soit des constantes du modèle physique soit des constantes du modèle numérique), les écarts avec l'observation. On constate pour le modèle physique des écarts de l'ordre de 10 à 20 cm maximum. (Ecart quadratique moyen : 12 cm), ce qui est conforme aux comparaisons antérieures présentées par LE PROVOST (1981). Par contre, la prédiction réalisée avec le modèle numérique conduit à un signal légèrement déphasé par rapport à l'observation, ce qui se traduit sur la courbe des écarts par une oscillation semi-diurne de l'onde  $M_2$  numérique par rapport à la réalité, ce qui nous donne une prédiction en avance d'un quart d'heure par rapport à l'observation. Nous avons d'ailleurs noté cet écart au chapitre III-B, dont la cause n'a pu être identifiée (est ce un défaut de discrétisation du à des mailles trop grandes ou à une imprecision sur les profondeurs ?). Cet écart est regrettable car il pénalise très fortement la qualité de nos prédictions ; un examen attentif des autres composantes du spectre obtenues par notre simulation numérique conduit en effet à constater que globalement toutes les autres ondes du spectre sont représentées d'une façon assez satisfaisante, compte tenu des diverses remarques que nous venons de faire aux paragraphes précédents. (cf. tableau 13). Si l'on corrigeait de  $7^\circ$  la phase de l'onde  $M_2$  calculée par le modèle numérique, la qualité de la prédiction serait considérablement améliorée.

Cette comparaison est représentative de la qualité des prédictions que l'on peut obtenir avec les constantes harmoniques que nous donne le modèle numérique, elles sont moins bonnes que celles données par le modèle physique, en particulier à cause de ce déphasage sur l'onde  $M_2$ .

### c) Conclusions

L'onde  $M_2$  obtenue par cette simulation sur 1 mois est satisfaisante (mis à part l'écart de phase commenté plus haut). La précision est d'ailleurs la même que celle obtenue lors de la simulation de  $M_2$ ,  $M_4$  et  $M_6$  (cf. Chapitre III) Il est important de noter que l'on a pu calculer le coefficient de frottement valable pour cette simulation sur 1 mois à partir de considérations théoriques.

L'onde  $M_4$  obtenue en présence des autres ondes ( $S_2$ ,  $N_2$  etc ...) est identique à celle donnée par la simulation  $M_2$ ,  $M_4$ ,  $M_6$ . L'onde  $M_6$  par contre a été nettement améliorée.

Ceci confirme donc les conclusions de LE PROVOST (1974) sur les interactions entre l'onde dominante et les autres ondes du spectre : l'amortissement de l'onde  $M_2$  est affecté à l'ordre  $A_1 A_j$  par la présence des autres ondes du spectre (cf IV) ; l'onde  $M_4$  à cet ordre d'approximation est indépendante des autres ondes. Par contre, une contribution à l'onde  $M_6$  résulte à cet ordre d'approximation, des interactions entre les ondes  $S_2, N_2$  etc ... et l'onde  $M_2$ .

Les résultats obtenus par cette simulation pour les ondes secondaires semi-diurnes sont un peu décevants. Nous avons noté que l'onde  $S_2$  est trop amortie (de l'ordre de 7 à 10%) ; il en est de même pour  $N_2$ . Nous n'avons pas réussi à comprendre cet excès d'amortissement. Une autre simulation réalisée avec une viscosité 5 fois plus faible, utilisant un coefficient de frottement adapté afin que l'onde  $M_2$  soit toujours correcte, a conduit à un amortissement encore plus fort de ces ondes secondaires. Dans l'état actuel des choses, on peut difficilement envisager avec ce modèle d'autres conditions de simulations qui permettraient d'améliorer les résultats présentés ici. Ce défaut ne semble même pas être imputable à notre schéma numérique, car PINGREE et GRIFFITHS (1981) ont noté les mêmes difficultés alors qu'ils utilisent un modèle reposant sur un schéma numérique différent. Comme le note PINGREE et GRIFFITHS une loi quadratique du frottement est probablement trop sévère pour représenter l'amortissement des ondes secondaires.

Nous avons également noté que les ondes non-linéaires d'interaction semi-diurnes et sixième-diurnes dans cette simulation sur un mois ne sont pas totalement satisfaisantes : après les réserves que nous venons d'émettre sur la loi quadratique du frottement, il est évident que nous ne pouvons pas nous attendre à de bons résultats pour ces ondes puisqu'elles sont engendrées précisément par le frottement.

Rappelons que les ondes d'interactions qui ne relèvent pas directement du frottement sont par contre obtenues avec une très grande précision. ( $M_4, MS_4, MN_4$ ).

Quand aux diurnes, nous avons émis un doute sur les valeurs nature de leurs amplitudes à Roscoff et Devonport (notre frontière Atlantique). Ce doute semble être confirmé par les résultats de PINGREE et GRIFFITHS (1981) qui viennent de publier des cartes cotidiales pour les ondes  $O_1$  et  $K_1$  sur le plateau continental européen. Les amplitudes de leurs réseaux, le long de notre frontière Atlantique, sont effectivement plus faibles : 8 cm au lieu de 9 cm pour  $K_1$ , 7 cm au lieu de 8.2 cm pour  $O_1$  à Roscoff, c'est-à-dire, des valeurs suggérées par ailleurs par la solution du modèle physique. On notera cependant que, en ce qui concerne la position du point amphidromique, les réseaux que nous avons obtenus sont plus proches de ceux de PINGREE et GRIFFITHS que

de ceux du modèle physique. Ce point amphidromique étant situé au voisinage du Pas de Calais, à la limite même du modèle physique, il est probable que nos réseaux soient plus réalistes.

D'une façon générale, sans minimiser les imperfections que nous venons de noter, nous pouvons conclure que notre simulation sur 1 mois est déjà suffisamment bien représentative de la réalité pour exploiter les solutions correspondantes sur les courants, les confronter aux quelques données nature dont nous disposons, et les utiliser à des fins pratiques de prédictions.

## 2) Analyse des courants

Comme nous l'avons déjà noté en début de ce chapitre, notre simulation numérique sur 1 mois nous conduit à un ensemble de cartes de composantes harmoniques caractéristiques des courants de marées dans la Manche. Ces résultats sont à notre connaissance produits pour la première fois. Nous allons donc tout d'abord en faire un examen qualitatif ; comme pour l'analyse critique des niveaux que nous venons d'effectuer, nous nous bornerons à l'examen de quelques unes de ces ondes représentatives de chaque type de composantes du spectre complet. Nous confronterons ensuite l'ensemble de ces résultats avec les quelques données disponibles in-situ. Nous présenterons, enfin, quelques prédictions faites en certains points où des enregistrements de courant de plus ou moins longue durée ont été réalisés.

### a) Analyse des composantes harmoniques des courants

En annexe III nous présentons la collection complète des cartes des paramètres caractéristiques des courants : module, direction et phase du courant maximum et ellipticité. Avant de commenter de façon individuelle et détaillée certains de ces réseaux, notons quelques remarques générales.

\* Ces réseaux sont nettement plus complexes que ceux concernant les dénivellations ; les courants subissent des gradients spatiaux plus importants, en particulier dans le voisinage d'accidents topographiques (Iles, caps, etc) alors que dans ces mêmes zones la surface de la mer garde constamment une forme assez douce.

\* Nous observons sur les réseaux de phases l'existence de points amphidromiques de courant multiples, dont le nombre augmente avec la fréquence des ondes (comme c'est d'ailleurs normal).

\* Comme pour les niveaux, les réseaux relatifs aux ondes d'un même groupe et d'une même origine présentent une grande ressemblance. Nous allons donc nous contenter de commenter les réseaux relatifs aux ondes diurnes  $K_1$  et  $O_1$ , à l'onde astronomique semi-diurne  $S_2$ , aux ondes non-linéaires semi-diurnes  $2MS_2$  et  $2SM_2$ , aux ondes quarts diurnes  $M_4$  et  $MS_4$  et aux ondes sixième diurnes  $M_6$  et  $2MS_6$ .

#### Les ondes semi-diurnes d'origine astronomique

Nous avons déjà présenté et commenté les résultats relatifs à l'onde dominante  $M_2$  (cf Chapitre III-C). L'examen comparatif de ces résultats sur  $M_2$  avec ceux concernant  $S_2$ , et d'ailleurs pour toutes les autres ondes semi-diurnes d'origine astronomique, une zone de maximum de courant dans la partie centrale de la Manche entre le Cotentin et l'île de Wight, un maximum qui s'accroît encore autour du Cap de Hague, une zone de minimum au milieu de la Manche Orientale et une intensification des courants vers le Pas de Calais. Les cartes des directions sont exactement les mêmes pour toutes ces ondes ; en ce qui concerne les phases, nous retrouvons les mêmes réseaux à une constante près (avec, rappelons-le, 4 points amphidromiques en Baie du Mont St Michel). Les cartes d'ellipticité sont aussi semblables sauf dans la zone de Lyme Regis mais c'est précisément la zone du modèle où les courants sont les plus faibles.

#### Les ondes semi-diurnes non-linéaires

Les maxima et minima de courants sont placés pour ces ondes d'origine non-linéaires dans les mêmes zones que pour les semi-diurnes astronomiques. Les directions des courants sont aussi voisines. Par contre les réseaux des phases et des ellipticités présentent des différences : en Baie du Mont St Michel, la phase de ces ondes est quasiment constante, l'ellipticité des roses de courant est nettement plus faible. Ces différences s'expliquent par le fait que dans cette zone, les fonds sont faibles, le frottement est donc important ainsi que les transferts d'énergie des ondes génératrices vers ces ondes d'interactions  $2MS_2$ ,  $2SM_2$  ...

#### Les ondes diurnes

Les réseaux relatifs à ces ondes sont naturellement complètement différents des précédents : les maxima de courants se situent dans la zone du Pas de Calais où nous avons noté précédemment la présence des points amphidromiques de niveaux. On note par ailleurs sur les réseaux une zone de minimum entre  $0^\circ$  et  $1^\circ$

Ouest qui s'accompagne, surtout pour le réseau  $K_1$ , d'un accroissement de l'ellipticité des roses de courant et d'un réseau de phases très complexes.

Entre le Cotentin et la côte anglaise, les roses de courant sont aplaties et dirigées dans le sens Est Ouest (directions  $90^\circ$ , ellipticité 0), comme pour les ondes semi-diurnes.

Notons que les accélérations autour des caps sont peu évidentes, exceptées au Raz Blanchart.

### Les ondes quart-diurnes

La longueur d'onde de ces composantes est deux fois plus faible que celle des semi-diurnes. On doit donc s'attendre à des réseaux beaucoup plus complexes (de même pour les ondes sixième-diurnes). Pour  $M_4$ ,  $MS_4$ , etc, on note une zone de maximum au centre de la Manche Orientale, située sur le méridien de point amphidromique de niveau, caractéristique de ces ondes dans cette région ; en parallèle, on observe une zone de minimum de module du courant entre le Cotentin et l'Ile de Wight. Par contre, en Baie du Mont St Michel, les maxima de courants coïncident avec les maxima de  $M_2$  et semblent d'avantage être liés à la topographie du fond. On note, par ailleurs, un accroissement des courants autour du cap de la Hague et au Pas de Calais, s'expliquant par la topographie des côtes. Dans la zone centrale de la Manche où ces composantes sont minima, nous observons une ellipticité importante et des réseaux de phases très complexes.

#### b) Comparaison avec les constantes harmoniques résultant des observations in-situ.

Nous disposons de quelques points d'observations de longue durée qui ont permis de calculer les constantes harmoniques caractéristiques des courants de marée en ces points (cf. Tableau 11 et fig. 40, Chapitre III). Nous allons examiner de façon détaillée la structure des courants donnée par notre modèle numérique en ces points. Les valeurs obtenues en ces points, respectivement nature et modèle, sont portées dans les tableaux 14 à 18 auxquels nous ferons référence dans le texte.

#### Point $P_1$ (Baie de Seine $49^\circ 40' N$ , $0^\circ 50' O$ )

L'examen du tableau 14 conduit aux remarques suivantes :

ONDE	Courant Max.		Phase Cou.Max		Ellipticite		Cap Courant Max.	
	Nat.	Mod.	Nat.	Mod.	Nat.	Mod.	Nat.	Mod.
O <sub>1</sub>	1.3	1.5	42.8	176.	-42.5	18.	45.	293.
K <sub>1</sub>	2.0	1.4	32.5	62.	0.	-21.	180.	133.
N <sub>2</sub>	16.9	14.8	14.	15.	4.3	-6.	298.	299.
M <sub>2</sub>	96.2	92.	33.	33.	4.	-6.	311.6	300.
S <sub>2</sub>	28.9	29.	77.7	82.	-8.2	-8.	310.	301.
MSN <sub>2</sub>	1.	1.5	12.5	79.	0.	-9.	180.	116.
MN <sub>4</sub>	2.15	1.7	34.	329.	28.	48.	112.	148.
M <sub>4</sub>	6.25	5.	167.6	170.	-57.4	-52.	340.	326.
MS <sub>4</sub>	4.04	3.5	32.	36.	-20.	-38.	171.	150.
2MS <sub>6</sub>	7.2	5.	39.	24.	4.5	9.	326.	316.
M <sub>6</sub>	5.6	5.7	173.	161.	14.	12.	135.	139
2MN <sub>6</sub>	2.2	2.6	5.6	323.	14.	16.	296.	315.
2SM <sub>2</sub>	1.	1.5	105.	109.	0.	-11.	90.	114.

TABLEAU 11 Composantes harmoniques des courants du Point P<sub>1</sub>.

Valeurs naturees et valeurs obtenues à partir de la simulation  
numerique sur 1 mois.

\* D'une façon globale, l'ensemble des résultats du modèle numérique est en accord avec les résultats nature. Non seulement sur les ondes principales, mais aussi sur la plupart des ondes harmoniques d'interactions. En amplitude, en phase, en direction et en ellipticité, les résultats sont cohérents.

\* Pour les ondes principales ( $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ), on note un écart maximum de 4 cm/s en amplitude sur l'onde  $M_2$ , un écart de  $4^\circ$  maximum sur la phase de  $S_2$ , une bonne ellipticité et un écart maximum de  $11^\circ$  en direction, ce qui d'ailleurs est de l'ordre de grandeur de la précision des courantomètres.

\* Les harmoniques quart-diurnes ( $M_4$ ,  $MS_4$ ,  $MN_4$ ) ont des amplitudes bien significatives en ce point (6 cm/s pour  $M_4$ ). La solution numérique est en accord avec l'observation au cm près en amplitude pour les trois ondes, en phase à quelques degrés près pour  $M_4$  et  $MS_4$ , bien que l'on soit au voisinage du point amphidromique de courant ; l'ellipticité de ces roses de courant est très forte. L'observation confirme sur ce point les indications du modèle numérique.

La direction des courants maxima est elle aussi satisfaisante, bien que l'on soit au voisinage du point amphidromique.

\* Les sixièmes-diurnes ont aussi une amplitude bien significative, nous l'avons noté, et la confrontation à l'observation confirme ce point : les amplitudes concordent de façon étonnante pour  $M_6$  et  $2MN_6$ . (On observe un écart de 2 cm/s sur  $2MN_6$ , mais on peut s'étonner de la valeur nature (7.2 cm/s) nettement plus forte que  $M_6$  (5.6 cm/s)). La phase, l'ellipticité et la direction du courant  $M_6$  sont en accord remarquable avec la nature ; pour les deux autres ondes les ordres de grandeur de ces quantités concordent.

\* Pour les ondes diurnes, nous avons noté que cette zone correspondait à un minimum de courant. Les données nature confirment ce point.

Points  $P_2$ ,  $P_3$  et  $P_4$  (Sur une ligne Cherbourg-Ile de Wight) (Tableaux 15,16 et 17)

Nous commentons en parallèle les résultats sur ces trois points de mesure car ils se situent dans une zone géographique limitée et bien caractéristique de la dynamique de la marée dans la Manche :

\* Ondes semi-diurnes d'origine astronomique :

ONDE	Courant Max.		Phase Cou. Max.		Ellipticité		Cap Courant Max	
	Nat.	Mod.	Nat.	Mod.	Nat.	Mod.	Nat.	Mod.
Q <sub>1</sub>	2.5	0.2	324.9	315.0	12.0	15.0	71.5	81.0
O <sub>1</sub>	1.6	1.7	14.8	358.	17.0	7.0	85.6	79.0
N <sub>2</sub>	22.2	16.8	189.2	191.	8.0	2.5	77.8	80.0
M <sub>2</sub>	133.2	110.5	222.7	210.0	-0.6	2.0	74.3	80.0
S <sub>2</sub>	36.5	32.0	262.3	258.0	1.1	3.0	77.7	80.0
MSN <sub>2</sub>	5.3	1.5	36.0	82.5	-9.4	0.5	61.8	81.0
MN <sub>4</sub>	1.4	1.0	227.0	208.0	7.0	-26.0	20.2	78.5
M <sub>4</sub>	6.0	2.6	275.9	223.0	25.0	-20.0	19.5	75.5
MS <sub>4</sub>	2.2	1.9	287.1	282.0	4.5	24.0	21.0	80.0
2MS <sub>6</sub>	2.0	1.0	194.6	221.0	-45.0	-55.0	75.3	127.0
M <sub>6</sub>	1.6	1.5	194.3	174.0	-43.0	-31.0	112.5	116.0
2MN <sub>6</sub>	1.5	1.0	125.5	159.0	13.3	-37.0	99.6	107.0

TABLEAU 12 Composantes harmoniques des courants du Point P<sub>2</sub>.

Valeurs natures et valeurs obtenues à partir de la simulation numérique sur 1 mois.

ONDE	Courant Max.		Phase Cou. Max.		Ellipticité		Cap Courant Max.	
	Nat.	Mod.	Nat.	Mod.	Nat.	Mod.	Nat.	Mod.
O <sub>1</sub>	2.5	2.9	17.8	2.0	4.0	2.0	69.5	84.0
K <sub>1</sub>	2.6	2.7	45.6	63.0	7.7	1.0	78.2	83.0
MNS <sub>2</sub>	1.6	1.9	154.8	91.0	0.0	1.0	75.4	83.0
N <sub>2</sub>	18.5	25.8	186.8	198.5	2.2	1.5	77.3	84.0
M <sub>2</sub>	155.2	157.5	226.1	216.0	3.2	1.5	78.7	84.0
S <sub>2</sub>	47.5	50.0	271.4	264.0	2.9	1.5	77.5	84.0
M <sub>4</sub>	2.8	1.9	279.5	329.5	35.7	4.0	112.4	52.0
MS <sub>4</sub>	1.1	1.5	253.7	198.5	18.2	9.0	170.3	238.0
2MS <sub>6</sub>	2.6	1.6	189.4	222.0	0.0	11.0	125.5	102.0
M <sub>6</sub>	1.8	2.2	177.0	171.5	0.0	4.0	119.3	101.0
2MN <sub>6</sub>	1.0	1.1	171.0	163.0	0.0	6.0	116.4	98.0

TABLEAU 13 Composantes harmoniques de courants du Point P<sub>3</sub>  
Valeurs nature et valeurs obtenues à partir de la simulation  
numérique sur 1 mois.

L'accord entre modèle et nature est remarquable surtout pour le point central. On note un écart de 23 cm/s au point  $P_2$  voisin de la côte anglaise, mais ce défaut est certainement attribuable à la grossièreté de notre discrétisation de la côte ; mis à part cela, les valeurs nature confirment la forme des réseaux donnés par le modèle numérique. On note un écart de phase de l'ordre de  $10^\circ$  à  $15^\circ$  sur  $M_2$ , un peu plus faible pour les autres composantes. L'ellipticité et la direction des courants sont par ailleurs satisfaisantes.

✕ Ondes quart-diurnes :

La simulation numérique donne dans cette zone des amplitudes faibles. Les observations in-situ confirment ce point, sauf pour la composante  $M_4$  aux points  $P_2$  et  $P_4$  où les valeurs nature semblent anormalement élevées, par comparaison avec les autres quart-diurnes  $MN_4$  et  $MS_4$ . Nous mettons donc en doute ces valeurs in-situ. Compte tenu de ces doutes et de la faible amplitude de ces composantes dans cette zone, la comparaison des autres paramètres est irréaliste.

✕ Ondes sixième-diurnes :

La solution numérique suggère un accroissement d'amplitude de ces ondes vers le sud, ce qui est confirmé par les observations in-situ.

Le module du courant maximum de  $M_6$ , donné par le modèle numérique est en bon accord avec les valeurs nature, aux trois points. Nous remarquons par contre que pour  $2MS_6$ , la différence entre les courants maximum calculés et ceux observés est assez grande, aux points  $P_2$  et  $P_3$ . Il est étonnant de constater que le rapport des amplitudes de  $M_6$  et  $2MS_6$  est mieux conservé d'un point à un autre pour les valeurs obtenues par le modèle numérique que par les observations in-situ.

Pour les autres paramètres des ondes sixième-diurnes, l'accord est d'ailleurs meilleur pour  $M_6$ ,  $2MN_6$  que pour  $2MS_6$ . Pour cette dernière, des différences sont observées, surtout en ce qui concerne les phases du courant maximum.

✕ Ondes diurnes :

Nous notons la remarquable coïncidence des ondes  $O_1$  et  $K_1$  pour les trois points (pour le point  $P_2$  nous ne possédons pas la valeur nature de  $K_1$ ). Cette coïncidence est d'ailleurs étonnante puisque les dénivellations correspondantes données par le modèle numérique sont un peu fortes par rapport aux valeurs nature. La valeur nature de l'onde  $Q_1$  (que nous connaissons seulement au point  $P_2$ ) est par contre 10 fois plus forte que la valeur obtenue par le modèle numérique. Notons que l'onde  $Q_1$  est la quatrième par ordre d'importance, parmi les diurnes, et il est as-

ONDE	Courant Max.		Phase Cou. Max.		Ellipticité		Cap Courant Max.	
	Nat.	Mod.	Nat.	Mod.	Nat.	Mod.	Nat.	Mod.
O <sub>1</sub>	2.2	2.1	331.6	348.0	31.8	5.0	69.7	89.0
K <sub>1</sub>	2.7	2.1	41.3	51.0	3.7	5.0	64.9	91.0
MNS <sub>2</sub>	1.5	1.9	202.9	265.0	13.3	-13.0	74.0	91.0
N <sub>2</sub>	27.5	22.6	176.8	183.0	13.4	-7.0	79.4	91.0
M <sub>2</sub>	150.4	142.0	218.0	201.0	3.2	-7.0	88.7	91.0
S <sub>2</sub>	39.0	44.0	253.4	249.0	8.46	7.0	83.9	91.0
MN <sub>4</sub>	2.2	1.3	274.8	123.0	18.2	-5.0	24.8	85.0
M <sub>4</sub>	10.2	3.5	349.2	323.0	3.9	-2.0	42.8	85.0
MS <sub>4</sub>	2.6	2.6	2.6	12.0	19.2	-2.0	49.1	85.0
2MS <sub>6</sub>	2.1	2.9	87.9	173.0	52.4	-10.0	97.9	90.0
M <sub>6</sub>	4.1	3.5	172.5	129.0	46.0	-8.0	92.9	91.0
2MN <sub>6</sub>	2.3	1.7	136.1	117.0	47.8	-7.0	95.8	90.0

TABLEAU 14 Composantes harmoniques de courants du Point P<sub>4</sub>

Valeurs natureles et valeurs obtenues à partir de la simulation numerique sur 1 mois.

sez étonnant que le courant maximum obtenu à partir des enregistrements in-situ soit de même ordre de grandeur que celui des ondes  $K_1$  et  $O_1$ . La valeur proposée par notre solution numérique se révèle plus logique.

✕ Ondes semi-diurnes non-linéaires :

Dans la nature, nous disposons seulement des composantes harmoniques des ondes  $MNS_2$  (aux trois points),  $2MS_2$  (aux trois points également) et  $MSN_2$  au point  $P_2$ .  $MNS_2$  et  $2MS_2$  sont des ondes mixtes, couplées respectivement avec  $\epsilon_2$  et  $\mu_2$ . La séparation des parties astronomiques et non-linéaires de ces ondes n'a pas été faite pour l'analyse des données nature. Ainsi, la valeur nature donnée pour  $MNS_2$  correspond en réalité à  $MNS_2 + \epsilon_2$  et celle de  $2MS_2$  correspond à  $2MS_2 + \mu_2$ . Ce fait n'est pas gênant pour  $MNS_2$  car  $\epsilon_2$  est de toute façon très faible. Par contre, pour  $2MS_2$ , la comparaison modèle nature n'est pas significative, puisque  $\mu_2$  est relativement importante.

Nous voyons dans les tableaux 16, 17 que les valeurs nature et modèle numérique du courant maximum de l'onde  $MNS_2$  sont très semblables. Nous ne commenterons pas les valeurs des autres paramètres qui peuvent être fortement modifiés lors de la séparation de  $\epsilon_2$  et  $MNS_2$ .

Au point  $P_2$ , où nous connaissons  $MSN_2$ , nous observons que la valeur nature du courant maximum est bien plus forte pour cette onde que pour  $MNS_2$  par exemple. Or ces deux ondes sont a priori du même ordre de grandeur ; les valeurs données par le modèle numérique semblent ici aussi plus logiques.

Points  $P_5$  : (à proximité de Paluel, au Sud Ouest de Dieppe)

Les valeurs portées dans le tableau 18 nous montrent l'excellent accord pour les ondes semi-diurnes entre le modèle numérique et la nature, surtout en ce qui concerne le courant maximum et les phases du courant maximum l'écart maximum est trouvé pour l'onde  $S_2$  (2.5 cm/s et  $3^\circ$  de phase).

Pour les ondes quart-diurnes, l'accord est également très bon, en ce qui concerne le module du courant maximum. Par contre, pour la phase du courant maximum, nous remarquons un écart de l'ordre de  $15^\circ$  pour  $M_4$  et  $MS_4$  ( $MN_4$  s'accorde très bien).

Ainsi pour les ondes présentées, l'accord est excellent, exception faite de la phase des ondes  $MS_4$  et  $M_4$ . La coïncidence est d'ailleurs surprenante puisque ce point est situé près de la côte, où la discrétisation du modèle numérique pourrait introduire des écarts importants par rapport à la nature.

ONDE	Courant maximum		Phase du courant max	
	Nature	Mod. Numerique	Nature	Mod. Numerique
M <sub>2</sub>	81.6	83.0	59.1	58.0
S <sub>2</sub>	23.4	25.9	285.0	288.0
N <sub>2</sub>	13.3	13.6	218.0	216.0
M <sub>4</sub>	11.4	12.1	114.0	98.0
MS <sub>4</sub>	7.4	7.6	171.0	155.0
MN <sub>4</sub>	3.8	4.2	74.5	79.0

TABLEAU 15 Composantes harmoniques de courants du Point P<sub>5</sub>.

Valeurs natures et valeurs obtenues à partir de la simulation numerique sur 1 mois.

Au cours de cette comparaison, effectuée en quelques points, nous avons parfois critiqué certaines valeurs issues de l'analyse de données nature. Cette critique est fondée sur le fait que certaines des séries analysées sont de courtes durées (cf. tableau 11) et que la précision obtenue sur certaines composantes est donc douteuse.

De toute façon, dans le paragraphe suivant, nous faisons quelques prédictions correspondant à des périodes d'enregistrement réel, à l'aide des constantes harmoniques du modèle numérique et de celles analysées dans la nature. La comparaison de ces prédictions avec les valeurs réellement enregistrées permettra d'infirmier ou de confirmer les critiques avancées.

### c) Prédictions des courants

Dans ce paragraphe nous abordons la partie la plus appliquée de notre travail : la prédiction des courants de marée en n'importe quel point de la Manche et à n'importe quel instant.

Nous présentons plusieurs prédictions des courants en différents points et à des périodes de temps différentes pour lesquelles nous possédons des enregistrements provenant de mesures in-situ. Sur le tableau 11 nous avons noté les coordonnées géographiques des points ainsi que l'origine des mesures et sur la carte de la figure 40 nous avons indiqué leur position.

Avant de conclure d'une façon générale sur la qualité de nos prédictions nous allons commenter séparément chaque point. Ainsi, pour chaque prédiction, nous avons tracé le module et le cap prédits tout au long de la période, en les superposant aux valeurs des enregistrements nature (fig. 71 à 77). Nous avons également tracé sur ces figures, les écarts entre la prédiction et les valeurs mesurées in-situ, pour chaque paramètre. Notons que les courbes de caps présentent des pics aux moments des renverses des courants. Sur des enregistrements de caps effectués en continu, ces pics existeraient systématiquement puisqu'à la renverse, le cap passe nécessairement par la valeur  $0^\circ$  (ou  $360^\circ$ ). Ce passage est très rapide (les roses de courant sont très aplaties), et il se peut que l'échantillonnage d'un signal discrétisé soit tel que les points retenus tombent de part et d'autre de l'instant de la renverse. Ainsi, les écarts importants observés pour les caps au moment des renverses n'ont pas de signification sur la qualité de la prédiction.

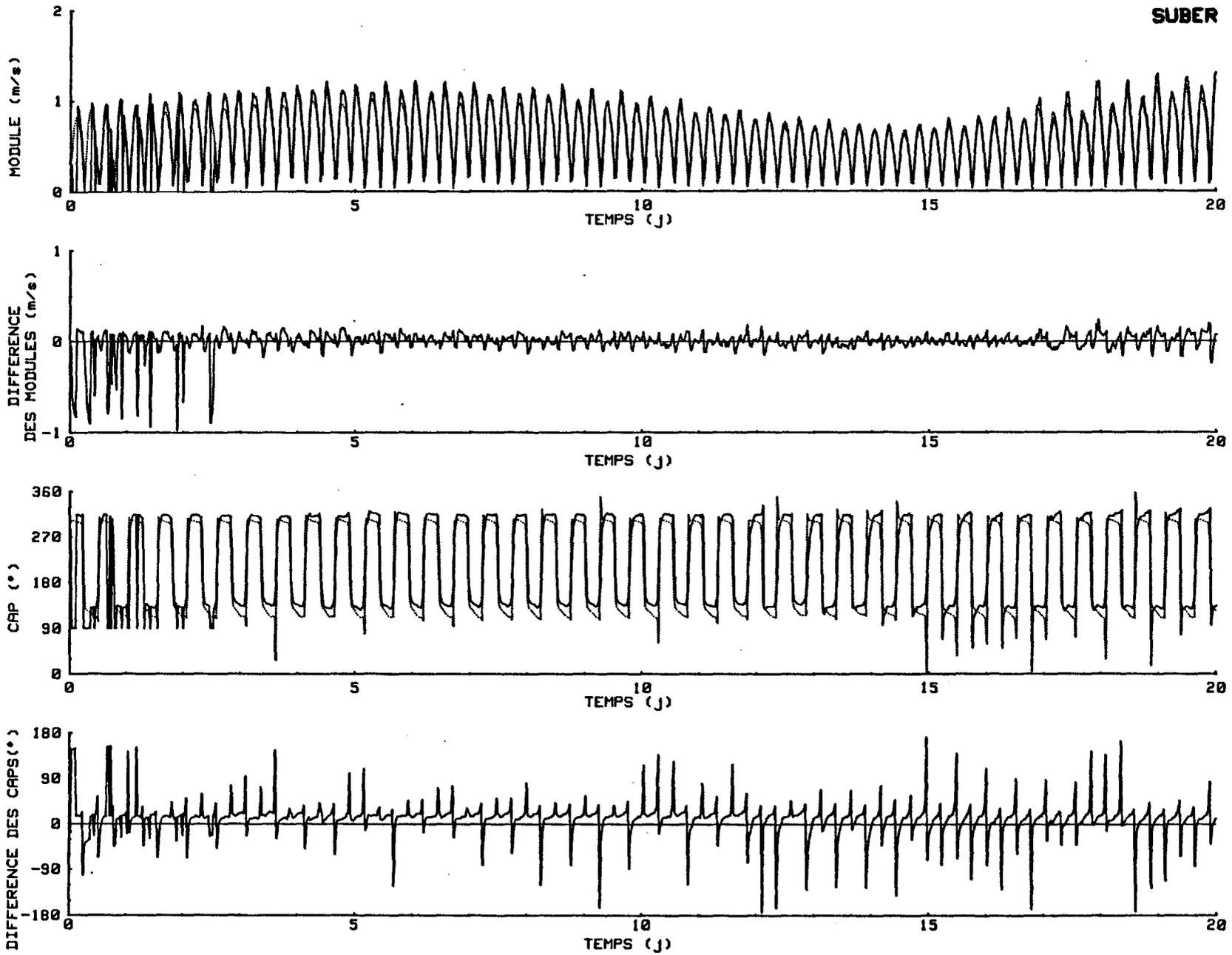


Figure 71 : Prédiction des courants de marée point P<sub>1</sub> (Baie de Seine) à partir du 19/6/79 à 19H 20

Point P<sub>1</sub> :

Nous disposons de 20 jours d'enregistrement des courants en ce point à partir du 19/06/79 à 19 h 20. L'écart entre la prédiction du module des courants faite à partir des constantes harmoniques obtenues par notre simulation numérique et les valeurs nature est très faible pour les faibles coefficients (autour du 15<sup>ème</sup> jour); les écarts maxima ne dépassent pas les 10 cm/s. Mais pour les grands coefficients, ces écarts atteignent 20 cm/s au moment des courants maxima (les écarts importants observés au début de l'enregistrement proviennent d'un mauvais fonctionnement du courantomètre). La moyenne de la valeur absolue des écarts est de 4 cm/s et l'écart quadratique moyen est de 6.6 cm/s. Les courants prédits de cette façon sont parfaitement en phase avec les courants réels.

Par contre, la moyenne des valeurs absolues des écarts des caps atteint 23° et l'écart type vaut 35°. Nous avons déjà remarqué (Chapitre III) que les courants de l'onde M<sub>2</sub> présentaient une différence de 10 à 15° entre les valeurs données par les deux modèles (numérique et physique) et la valeur nature. Si cette différence n'existait pas sur le modèle physique, nous aurions pu penser que l'écart du modèle numérique provient d'une mauvaise discrétisation du Cotentin. Or, le modèle physique confirme sa valeur. (Cet écart de cap se retrouve également pour l'onde S<sub>2</sub> et pour les ondes quart-diurnes il atteint des valeurs comprises entre 15 et 35°). Rappelons à ce sujet que les courantomètres donnent une précision de ± 7° sur les caps (ce qui peut éventuellement expliquer des différences allant jusqu'à 14°).

Point P<sub>5</sub> :

En ce point nous disposons d'un enregistrement de longue durée, (40 jours) à partir du 18/11/76 à 22h30. Etant donné la longueur de cet enregistrement, nous présentons la comparaison entre prédictions et valeurs observées sur 2 figures (fig. 72A et fig. 72 B). L'observation de ces figures appelle les remarques suivantes :

✕ Qualitativement, on note la forte dissymétrie qu'il existe entre le flot (plus fort mais durant moins longtemps) et le jusant. Cette dissymétrie est bien représentée par le modèle numérique. Elle est essentiellement due aux ondes quart-diurnes qui sont très fortes dans la zone de Paluel (voir carte des ondes quart-diurnes).

✕ Quantitativement, nous notons des écarts importants, de l'ordre de 25 cm/s (17%) pour les grands coefficients (autour du 35<sup>ème</sup> jour). Ces écarts sont d'ailleurs étonnants vu l'excellente coïncidence des ondes M<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, S<sub>2</sub>, M<sub>4</sub>, MS<sub>4</sub> et MN<sub>4</sub> que nous avons noté dans le paragraphe précédent. Mais pour cette période, on remarque sur l'enregistrement nature, au début du 33<sup>ème</sup> jour, qu'il y a une baisse anormale du

flot. Cette baisse anormale se retrouve sur plusieurs jours. L'interprétation de ce phénomène peut être multiple et faute de renseignements précis nous ne pourrions la poursuivre. Il peut s'agir d'un défaut du courantomètre (algues, par exemple, gênant la mesure de forts courants), d'un effet météorologique ...

L'accord est excellent pour la période comprise entre le 15 ème et le 30 ème jour.

Entre le 10 ème et le 15 ème jour, l'enregistrement in-situ présente des anomalies évidentes dans la mesure ; les écarts pendant cette période ne sont pas représentatifs.

Malgré les périodes d'anomalies constatées, l'écart quadratique moyen est faible (8.9 cm/s) ; la moyenne de la valeur absolue des écarts n'atteint que 6.7 cm/s. En ce qui concerne la prédiction des caps, nous remarquons qu'elle est excellente : l'écart des caps est très faible. Le long de la période, nous pouvons prédire la direction des courants avec une précision meilleure que 10°.

La coïncidence des phases entre les valeurs du modèle et la nature est également remarquable.

La concordance entre la prédiction en ce point et les valeurs enregistrées dans la nature est d'autant plus remarquable qu'il est situé près de la côte et qu'il est donc soumis en particulier aux difficultés liées à la discrétisation de la côte.

#### POINTS $P_2$ , $P_3$ , $P_4$ et $P_6$ .

La position de ces points est indiquée sur la figure 73 sur laquelle est aussi rappelée la discrétisation du modèle numérique dans la zone concernée.

Ces quatre points ont été réalisés par le SHOM, au cours de la campagne JONSDAP en 1976, et leurs caractéristiques sont indiquées dans le tableau 11, sauf pour le point  $P_6$  qui n'a pas été analysé jusqu'à présent. Pour ce dernier, nous n'avons donc pas pu faire de comparaison des constantes harmoniques.

L'examen d'ensemble de nos prédictions (figures 74 à 77) nous montre que les écarts aux points  $P_3$  et  $P_6$ , situés au large, sont plus faibles qu'aux

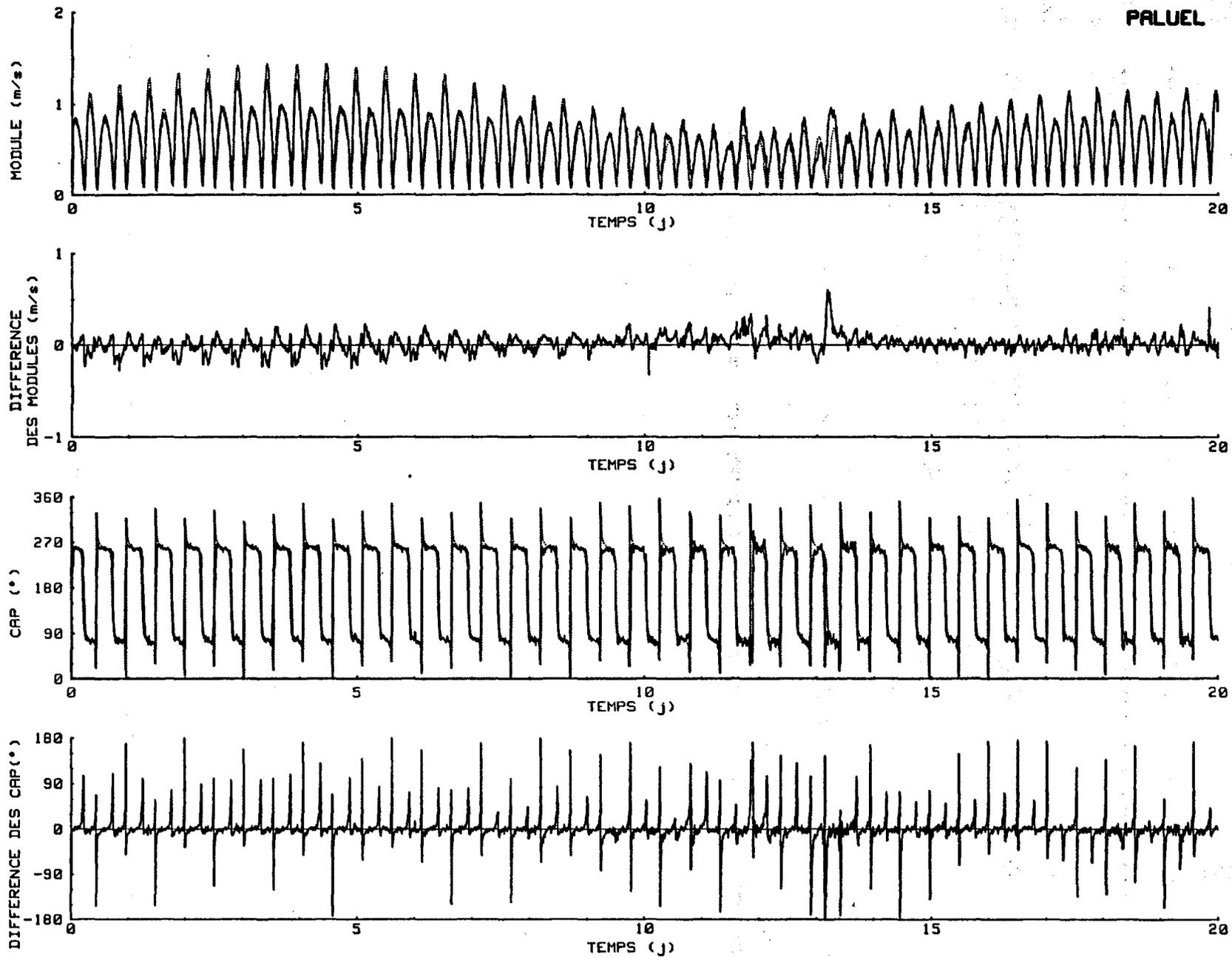


Figure 72A : Prédiction des courants de marée point P<sub>5</sub> (PALUEL) partir du 18/11/76 à 22H 20 (premier 20 jours)

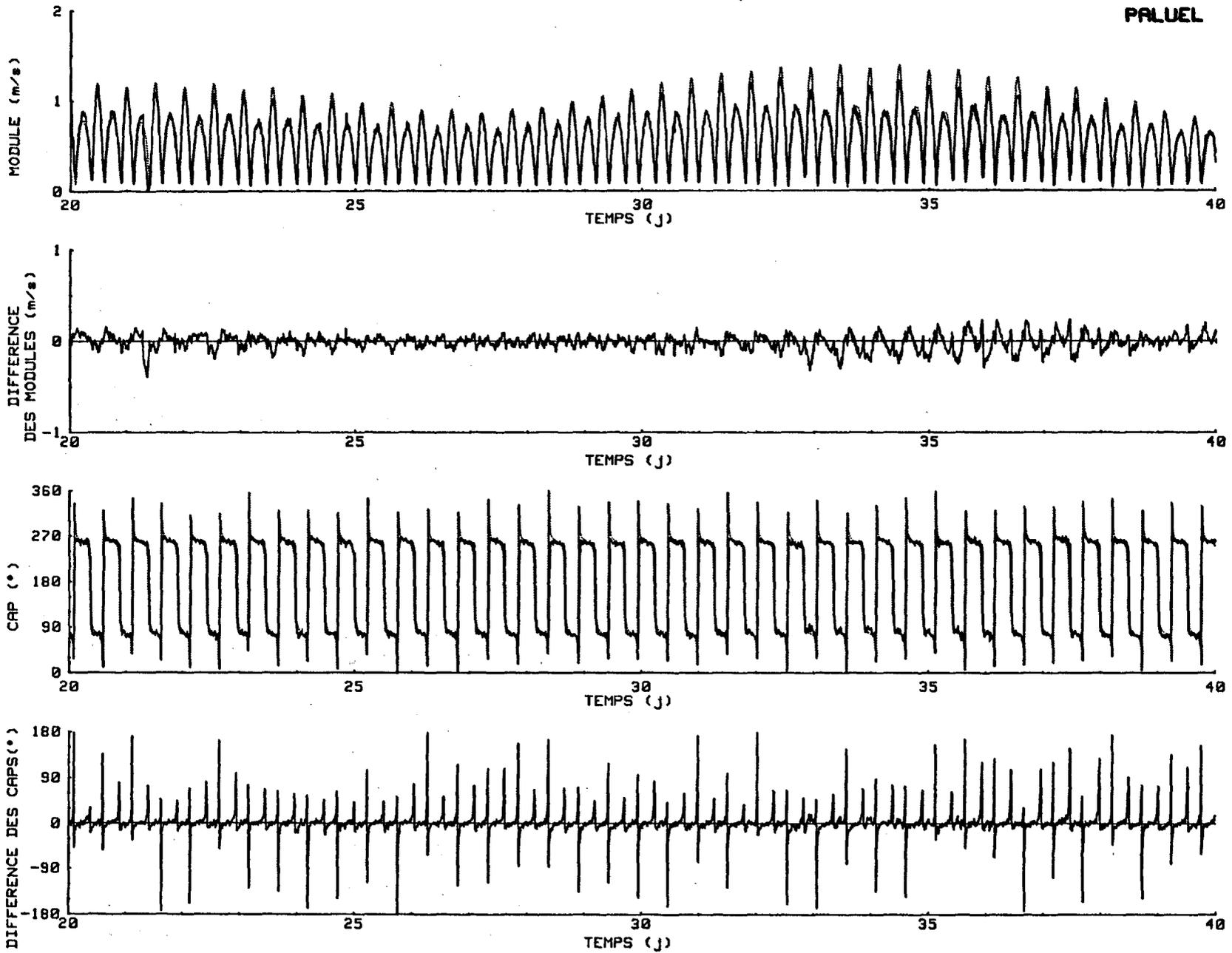
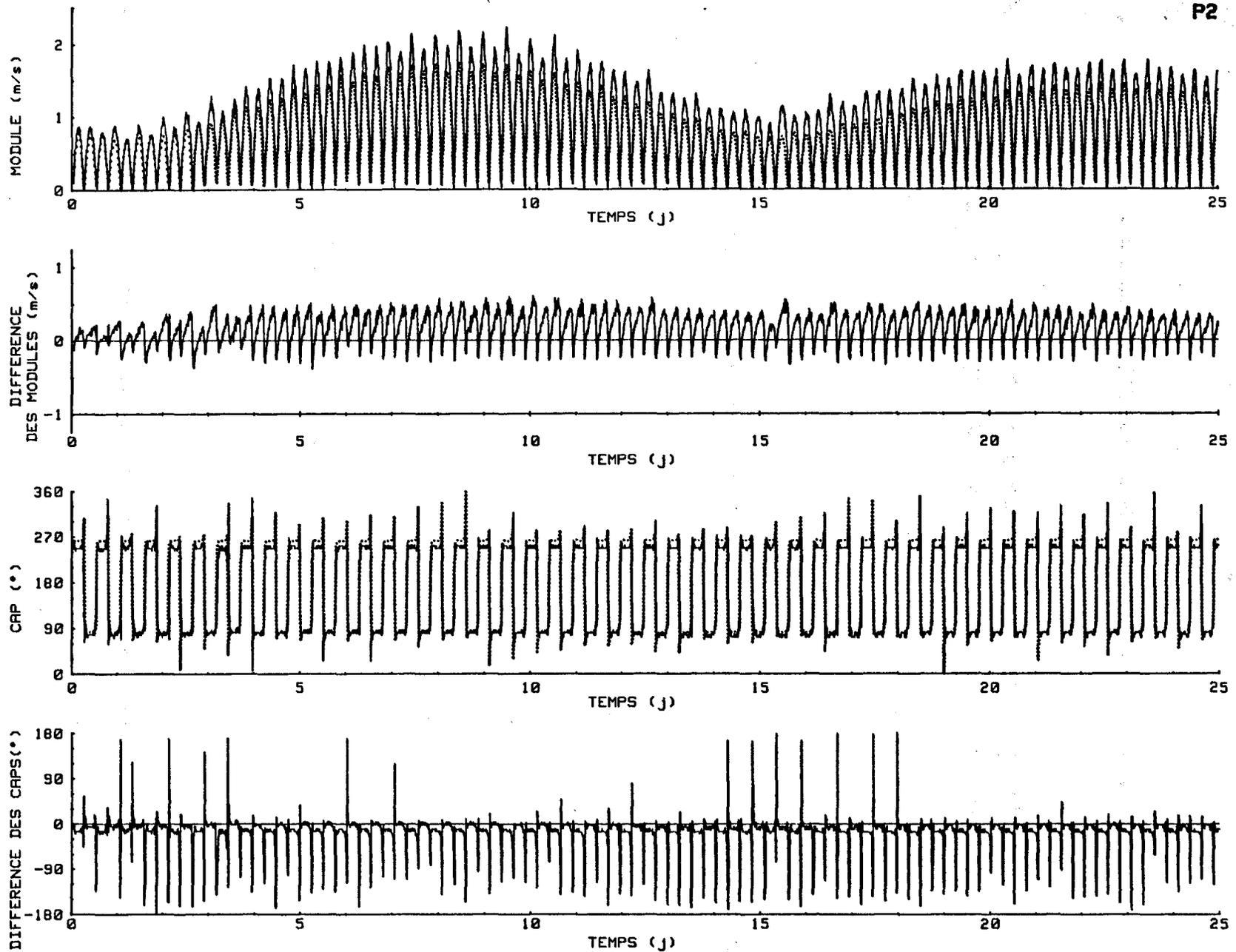


Figure 72 B : Suite

P2



184

Figure 74: Prediction des courants de marée au Point P<sub>2</sub>

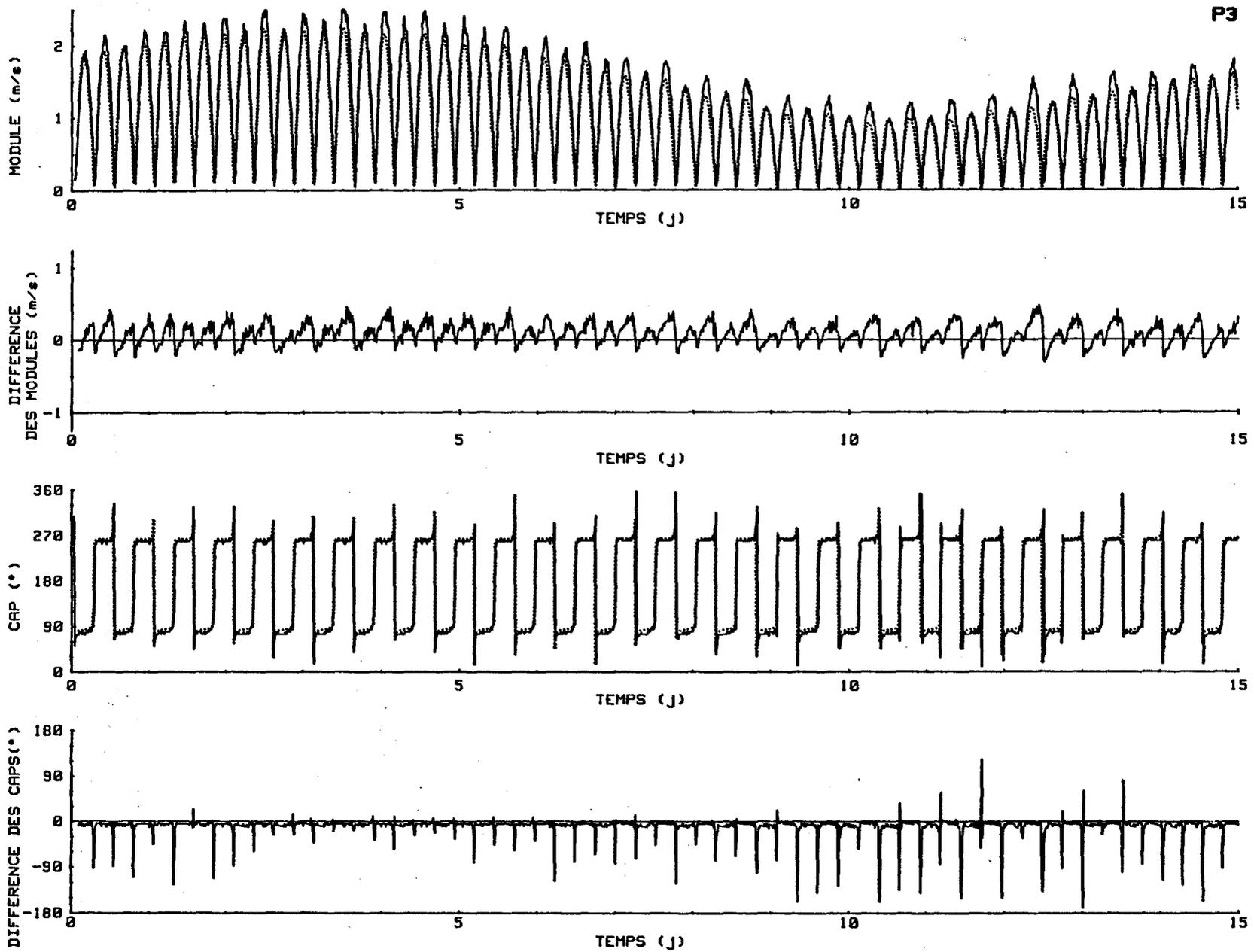
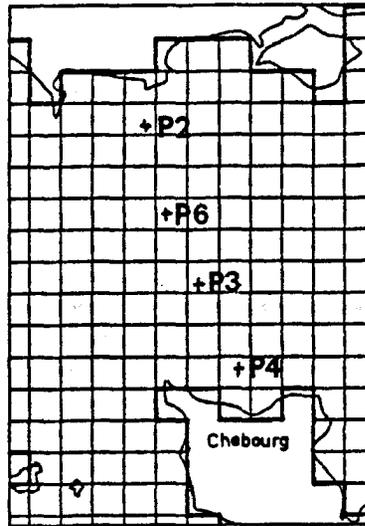


Figure 75: Prediction des courants de marée au Point P<sub>3</sub>



deux autres points, situés au voisinage des côtes. L'effet de la discrétisation est donc important dans cette zone. Le point  $P_4$ , en particulier, est le plus mauvais ; nous avons déjà observé que c'est en ce point que les écarts sont importants pour l'onde  $M_2$  (tableau 12) : une différence de 10 cm/s est observée sur le courant maximum, et une différence de 16' sur les phases du courant maximum. Cependant ces écarts ne sont pas étonnants si l'on considère la position de  $P_4$  par rapport au Cotentin, mal discrétisé.

Le point  $P_2$  est également mauvais. La différence entre les courants maxima nature et modèle pour l'onde  $M_2$  est déjà de 30 cm/s, ce qui suffit à expliquer l'écart pour la prédiction avec 22 composantes. L'écart sur les phases n'est que de 10' et c'est pour cela qu'apparemment, les écarts instantanés sont plus faibles qu'en  $P_4$ .

Les prédictions pour les points  $P_3$  et  $P_6$  sont meilleures. Pourtant, elles mettent en évidence un fait qui ne trouve pas d'explication logique, à propos des ondes quart diurnes : ces ondes sont caractérisées par deux points amphidromiques des dénivellations situées au centre de chaque moitié (occidentale et orientale) de la Manche (cf. annexe II). La partie centrale de la Manche correspond par conséquent à un maximum de dénivellations des ondes quart diurnes. Comme cela est classique dans une amphidromie, nous obtenons un maximum de courant pour ces fréquences, dans cette zone. Or les données nature donnent une valeur de l'onde  $M_4$  qui nous a paru assez forte (cf. IV-III-2b) en comparaison avec les autres quart

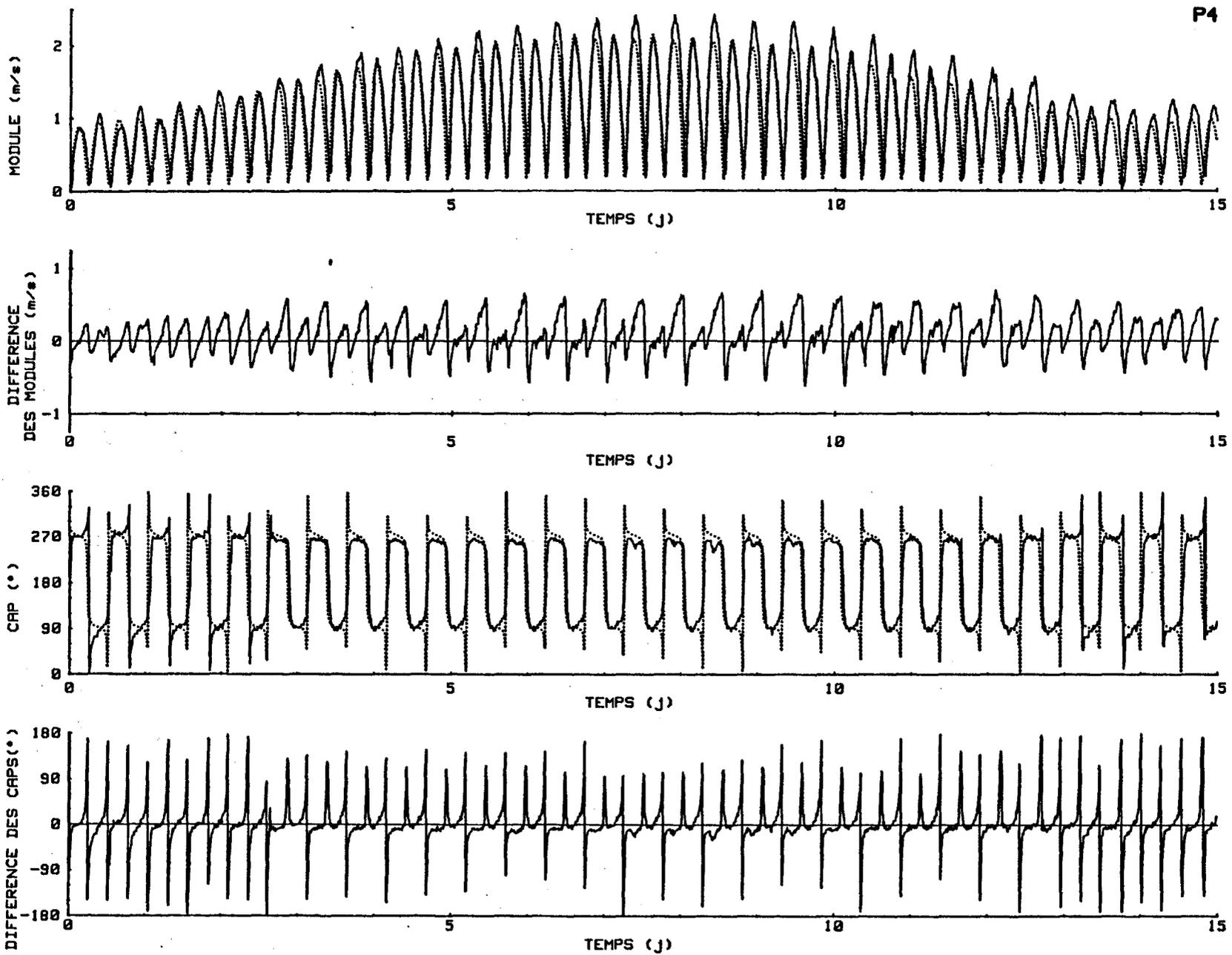
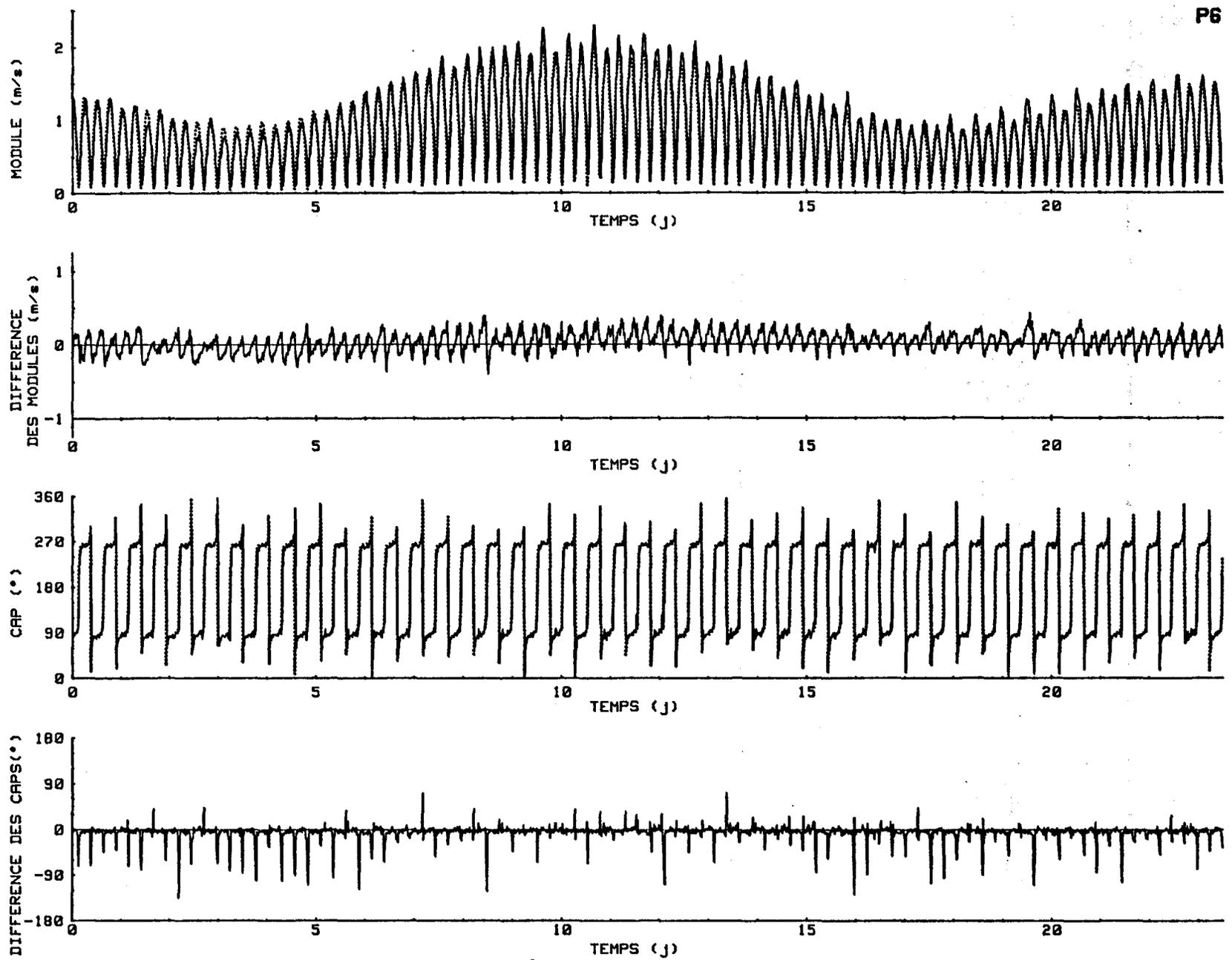


Figure 77: Prediction des courants de marée au Point P4



P6

Figure 76: Prediction des courants de marée au Point P<sub>6</sub>

diurnes. Les enregistrements montrent d'ailleurs une forte dissymétrie entre le flot et le jusant qui témoigne de l'importance des courants quart diurnes. Pour quelles raisons les courants  $M_4$  seraient-ils forts dans cette zone ? Nous ne pouvons l'expliquer ...

Nous avons rassemblé les valeurs de la moyenne de la valeur absolue des écarts et de l'écart quadratique moyen pour ces points dans le tableau 19.

POINTS	Module (cm/s)		Caps (°)	
	$ \bar{E} $	$\sigma$	$ \bar{E} $	$\sigma$
P <sub>1</sub>	4.	6.6	23°	35°
P <sub>2</sub>	23.	27.	18°	35°
P <sub>3</sub>	14.	17.	10°	21°
P <sub>4</sub>	21.	27.	25°	44°
P <sub>5</sub>	6.7	8.9	8°	9°
P <sub>6</sub>	11.	13.	8°	16°

TABLEAU 19 Valeurs de la moyenne des valeurs absolues des écarts et de l'écart type pour les prédictions des courants de marées réalisées au points P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>, P<sub>4</sub>, P<sub>5</sub>, P<sub>6</sub>

### Conclusions

Le modèle représente très bien les points P<sub>1</sub> (Baie de Seine), P<sub>5</sub> (Manche Orientale) et P<sub>3</sub> et P<sub>6</sub> (large de la Manche Centrale). Les faibles écarts quadratiques moyens inférieurs à 10 cm/s (tableau 17) trouvés pour les deux premiers points, sont remarquables. La précision sur les phases est, de même, excellente. Les points P<sub>2</sub> et P<sub>4</sub> sont moins satisfaisants, mais la mauvaise discrétisation des côtes se trouvant à proximité est, certainement, à l'origine de cette imprécision.

Nous remarquerons, par ailleurs, que la comparaison des prédictions et enregistrements in situ a été faite pour tous les points, pour des enregistrements bruts ; tous les problèmes concernant les mesures même, ainsi que d'autres effets mesurés (météorologiques, par exemple) n'ont pas été filtrés.

La précision sur les phases est très importante pour des prédictions : une différence de 15° (une demi-heure) peut entraîner des écarts considérables (point P<sub>4</sub>).

CONCLUSIONS.

Une simulation numérique sur un mois, avec l'introduction aux frontières de 22 composantes harmoniques de marée, nous a permis d'établir la valeur de ces composantes dans tout le domaine étudié. Nous disposons, ainsi, d'un outil nouveau, en ce qui concerne les courants de marée, qui permet leurs prédictions. Les prédictions faites se révèlent excellentes dans la Baie de Seine et dans la Manche Orientale. Au centre, moins précises, ces prédictions montrent l'importance de la discrétisation sur les résultats obtenus. Nous ne possédons pas de données dans le Golfe Normano-Breton, mais cette zone, très accidentée topographiquement, est certainement mal simulée (avec une maille de 10 km).

La qualité des résultats serait, sans doute, améliorée avec un affinement de la maille, en passant, éventuellement, à la réalisation des modèles régionaux.

CHAPITRE VCOURANTS RESIDUELS

## INTRODUCTION

I. COURANTS RESIDUELS ENGENDRES PAR L'ONDE M<sub>2</sub>.

- 1) Sensibilité des courants résiduels aux paramètres de réglage du modèle
- 2) Génération des courants résiduels
- 3) Résultats obtenus

## II. COURANTS RESIDUELS RESULTANTS D'UNE SIMULATION SUR UN MOIS AVEC LES MODULATIONS MENSUELLES ET SEMIMENSUELLES

## III. COMPARAISON AVEC DES RESULTATS OBTENUS PAR D'AUTRES AUTEURS ET AVEC QUELQUES DONNEES NATURES

- 1) Résultats obtenus à partir de modèles numériques à l'échelle de la Manche
- 2) Quelques données natures
- 3) Calcul du flux à travers le Pas de Calais

## CONCLUSIONS

## INTRODUCTION

La propagation de la marée dans les mers littorales engendre par des processus non-linéaires des ondes de fréquences diverses. Nous avons étudié les principales d'entre elles dans les chapitres précédents de ce mémoire. Nous nous intéressons maintenant à la composante moyenne (fréquence nulle) qui est également engendrée. Dans le cas des courants, cette composante prend le nom du courant résiduel. Elle est en partie responsable des transports moyens et son étude est à ce titre très importante.

En effet, une particule entraînée par l'écoulement aura, au cours d'une certaine période de temps, une dérive moyenne ou dérive Lagrangienne (A chaque instant, la particule possède la vitesse locale du fluide). Cette dérive Lagrangienne est interprétée comme la somme de deux dérives, issues de processus différents : dérive Eulérienne (courant moyen en un point donné) et dérive de Stokes (effet des gradients de vitesse dans la direction de l'entraînement). Le courant résiduel Eulérien est, d'un point de vue pratique, le courant qui reste quand on a retranché les composantes du courant de périodes finies, en un point.

Responsables de tous les phénomènes de transport moyens, les courants résiduels intéressent donc différentes branches de l'Océanographie : géologie, biologie, écologie ... (le transport des sédiments, des microorganismes, des algues, des polluants ..., est d'un grand intérêt pour les populations riveraines). Ainsi, la connaissance complète des courants instantanés rend possible l'établissement d'un modèle de prédiction de trajectoires d'un objet qui dériverait dans l'écoulement. Notons cependant que pour les problèmes de sédimentologie, il est important de bien connaître les vitesses instantanées afin de déterminer si le matériel est en suspension ou s'il se dépose ; une limite importante de notre modèle pour l'étude de ces problèmes est le fait que l'on ne connaît pas les vitesses dans la couche limite du fond, là où à priori les transports doivent être importants. Les vitesses moyennées sur la verticale sont significatives de l'écoulement dans la couche supérieure.

Nous présentons dans ce chapitre, les cartes de courants euleriens résultantes des simulations numériques décrites précédemment.

Pour la simulation de l'onde  $M_2$  accompagnée de ses 2 premiers harmoniques ( $M_4$  et  $M_6$ ), nous avons étudié la sensibilité des courants résiduels aux différents paramètres testés (chapitre III) et nous tirons quelques conclusions avant de pré-

senter les résultats obtenus.

Pour la simulation sur 1 mois, nous présentons les cartes des courants résiduels ainsi que les cartes des ondes  $MN_0$  et  $MS_0$  (mensuelles et semi-mensuelles respectivement). Ces ondes correspondent à une modulation de longue période des courants résiduels.

Nous terminons ce chapitre par la comparaison de nos résultats à ceux obtenus par d'autres Auteurs ainsi qu'à quelques données natures disponibles.

## I. COURANTS RESIDUELS ENGENDRES PAR L'ONDE $M_2$

Pour cette simulation, les courants résiduels correspondent simplement à la valeur moyenne des vitesses au cours d'une période de l'onde  $M_2$ . Les harmoniques introduites pour cette simulation n'apportent pas de contribution supplémentaire à la valeur moyenne puisque leur période est sous multiple exact de la période  $M_2$ , et que l'on calcule nos valeurs moyennes sur un nombre entier de périodes de  $M_2$ .

### 1) Sensibilité des courants résiduels aux paramètres de réglage du modèle

Les différents tests effectués nous ont amenés à tirer les conclusions suivantes :

\* Les courants résiduels sont très sensibles aux valeurs de l'onde  $M_4$  imposée sur la frontière Atlantique. Nous avons vu que c'est la distribution de  $M_4$  déduite du modèle physique le long de cette frontière qui donnait les meilleurs résultats pour cette onde, surtout dans le Golfe Normand-Breton, c'est donc cela que nous retiendrons.

Nous avons d'ailleurs observé que si nous imposons les amplitudes nulles de  $M_4$  et  $M_6$  sur la frontière, les courants résiduels étaient modifiés dans le golfe Normand-Breton.

\* Les courants résiduels sont très sensibles aux valeurs des niveaux moyens imposés aux frontières. Pour les trois essais réalisés (chapitre III-B-I) nous avons remarqué que lorsqu'on impose une pente nulle de niveaux moyens le long des frontières et le même niveau zéro à ces frontières ouvertes (essai C) on établit une structure tourbillonnaire des courants résiduels qui est conservée lorsque l'on impose une certaine pente (essai A et essai B) cette différence de niveaux entre les frontières Ouest et Nord engendre des courants résiduels induits par le sens de la pente, se superposant aux courants de l'essai C. Nous montrons sur la figure 80, les courants résiduels engendrés par l'essai à pente nulle (C), et la différence entre l'essai A et l'essai C, ce qui correspond aux courants de pente uniquement. Nous avons retenu l'essai A qui correspond à des valeurs rassemblées d'après des observations naturelles (figure 82) (LE PROVOST 1982) et qui, de plus, donnent une meilleure solution pour l'onde  $M_4$  comme nous l'avons déjà expliqué au chapitre III.

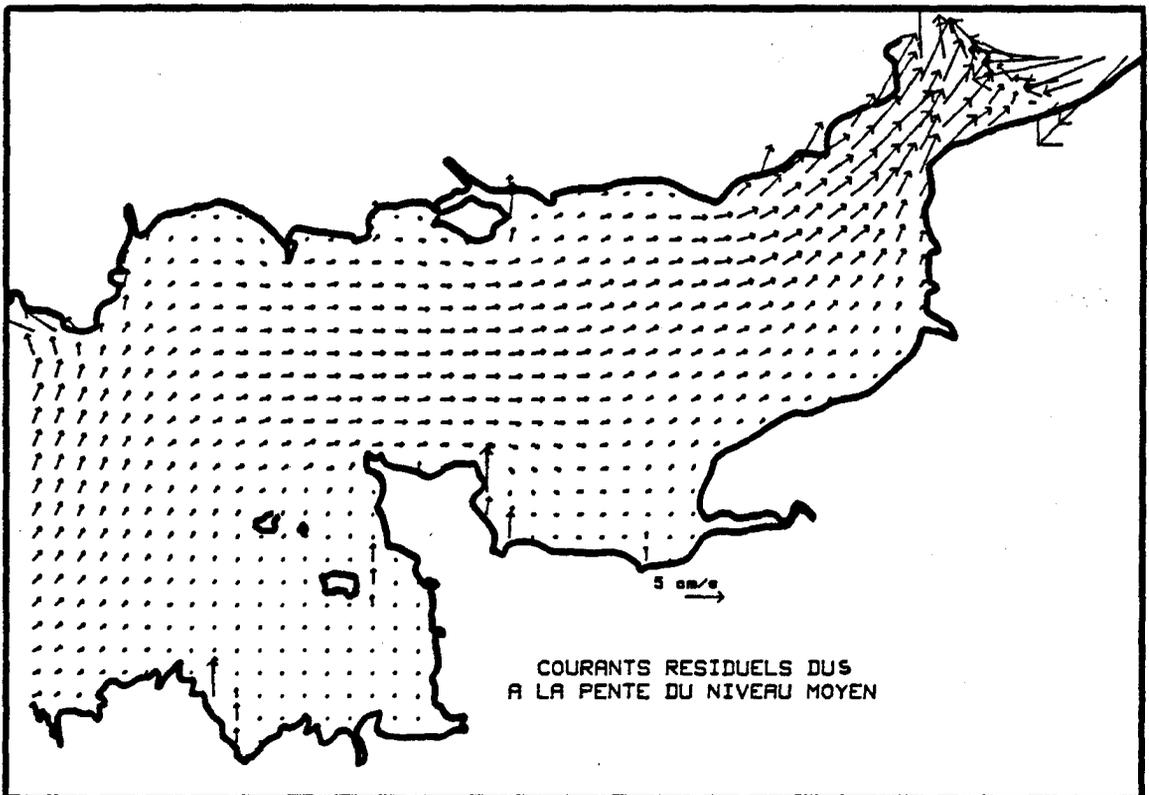
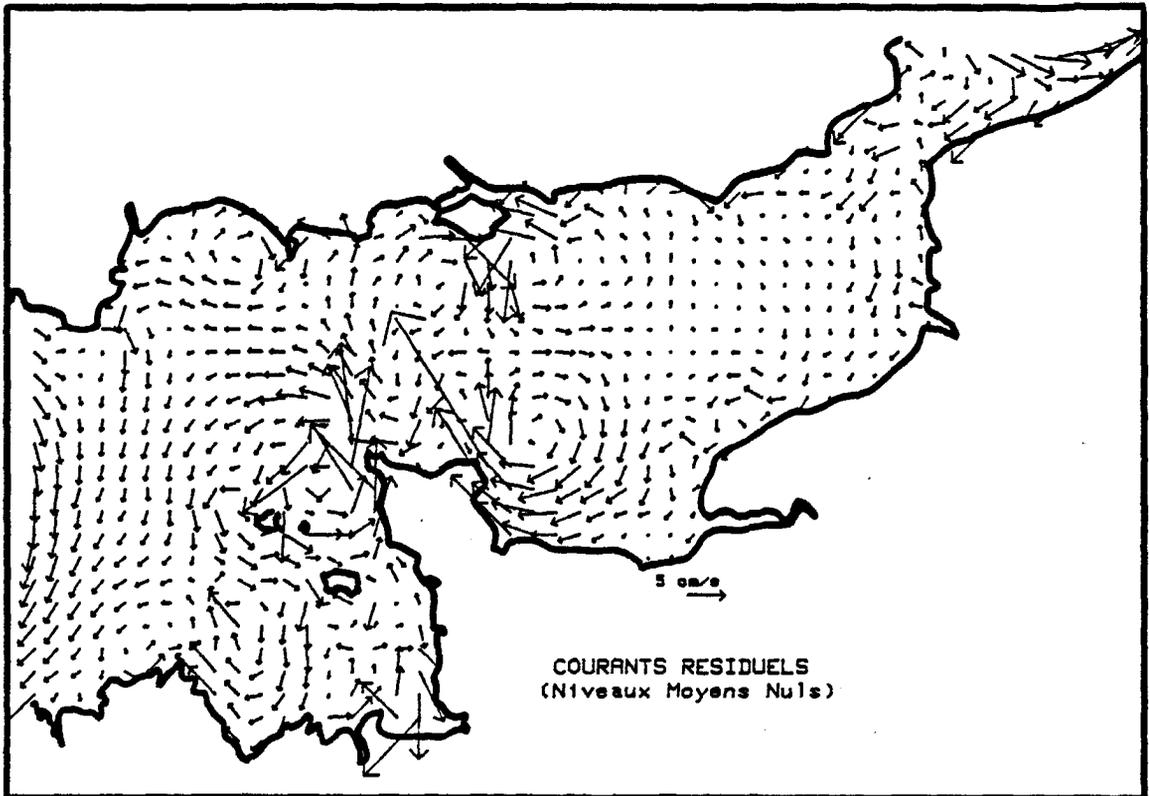


Figure 80

On remarque de nouveau l'interaction entre l'onde  $M_4$  et les courants résiduels, puisque une pente de niveau moyen modifie à la fois les courants et l'onde  $M_4$ .

✕ La viscosité et le frottement agissent également sur les courants résiduels. Leur effet est difficile à cerner car il varie selon les endroits où l'on se place. D'une manière générale nous observons qu'une augmentation de ces paramètres entraîne une diminution des courants résiduels, cette diminution n'étant pas homogène dans l'espace. Cependant, c'est toujours près des caps que l'on enregistre les variations les plus importantes, ce qui est logique puisque c'est dans ces zones que les termes d'advection et viscosité sont les plus forts et les plus sensibles.

Nous avons remarqué au chapitre III qu'il existait un couplage entre la viscosité et le frottement, donnant des solutions similaires pour  $M_2$  et  $M_4$ .

Pour les courants résiduels, les deux couples étudiées ( $\nu = 1000$ ,  $D = 0.0028$  et  $\nu = 5000$ ,  $D = 0.0023$ ) donnent des résultats semblables sauf très localement à la côte, près des caps (à l'Est du Cotentin, nous observons une réduction de 15% à la côté des courants résiduels, pour la viscosité la plus forte).

## 2) Génération des courants résiduels

On trouve dans la bibliographie de nombreuses études sur le mécanisme de génération de courants résiduels et surtout sur l'origine des tourbillons.

Ces structures tourbillonnaires ont été observées expérimentalement sur modèles numériques prenant en compte les termes non-linéaires d'advection (PINGREE et MADDOCK (1977), LOMER (1978), en ce qui concerne uniquement la Manche ; de nombreux auteurs les rencontrent pour des modèles d'autres mers)

Des études plus fondamentales sur l'origine de ces structures ont été réalisées par NIHOUL et RONDAY (1974) et ZIMMERMAN (1978), par exemple.

Ces études montrent que ce sont les irrégularités de la topographie du fond qui sont à l'origine du transfert de vorticités des fréquences des marées à la fréquence nulle. ZIMMERMAN montre que la production de courants résiduels dépend

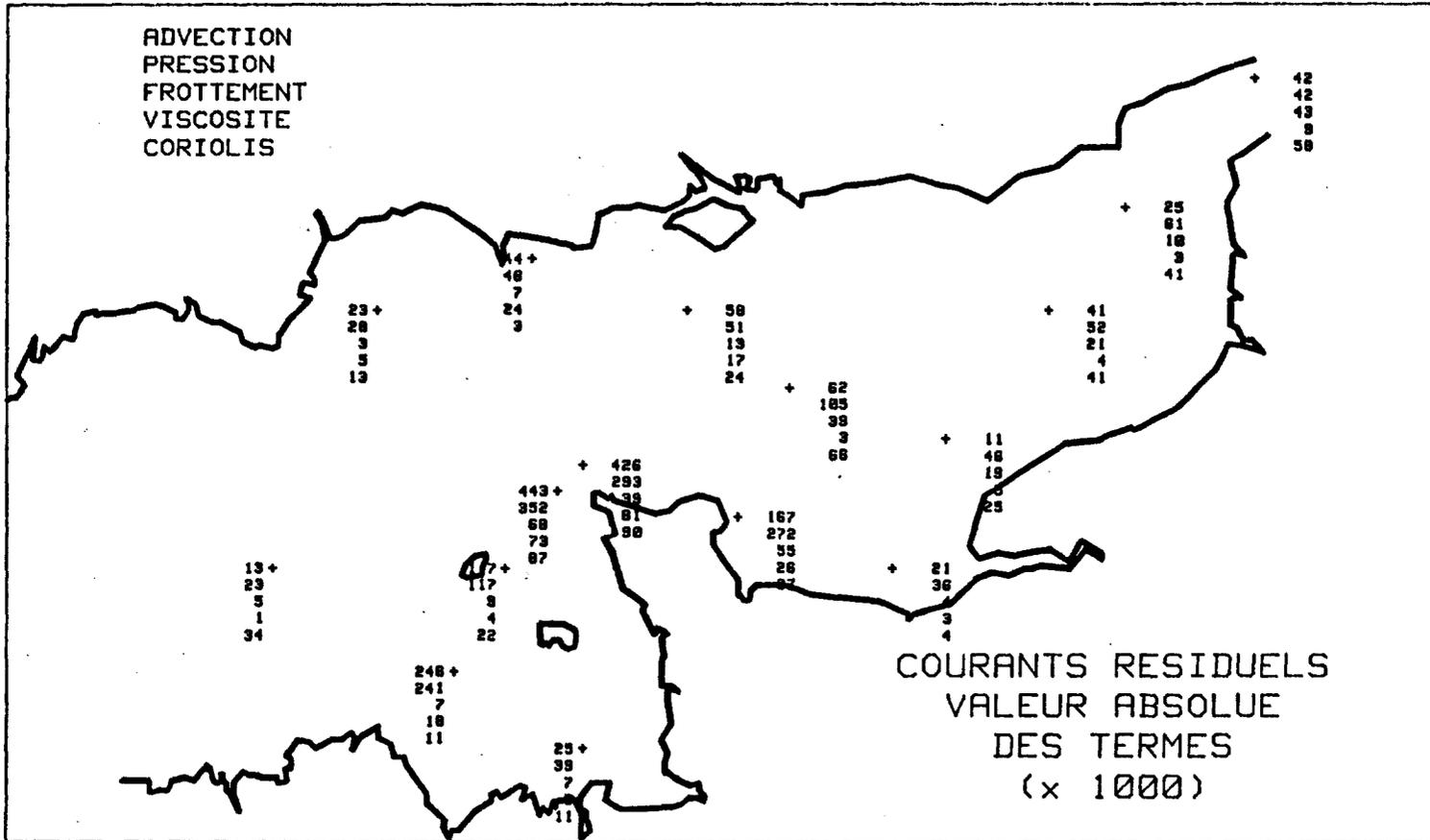


Figure 81

fortement de l'élongation des courants de marée, par rapport à l'échelle des irrégularités du fond, ce qui explique la grande influence de la taille de la maille, dans les modèles numériques, pour la simulation des courants résiduels.

Ce sont essentiellement les termes d'advection qui sont responsables de la génération de courants résiduels : PINGREE et MADDOCK (1977) montrent que les courants résiduels engendrés par un modèle qui exclut les termes d'advection sont très faibles et surtout que les structures tourbillonnaires caractéristiques n'apparaissent pas.

D'après notre étude de l'ordre de grandeur des termes de l'équation de Navier-Stokes, nous avons établi une carte (figure 81) donnant les valeurs des composantes moyennes (en termes de transport) pour différents points et pour les différents termes de l'équation. On observe que les gradients de pression engendrent une composante moyenne importante, mais près des caps et des accidents topographiques, ce sont les termes d'advection qui apportent la contribution la plus importante.

### 3) Résultats obtenus

Nous présentons sur la figure 82a les courants résiduels obtenus pour la simulation de l'onde  $M_2$  avec le réglage retenu (chapitre III-B-II). Nous remarquons l'existence de certaines structures typiques des courants, que nous détaillons à la suite :

✕ Un tourbillon situé à l'Est du Cotentin (A) se développe dans le sens anticyclonique. Il a un rayon de 40 à 50 km. Son centre est placé à 25 km environ de la côte ; ce qui crée, près de Barfleur, des courants résiduels extrêmement forts (27 cm/s), effet de convergent qui accélère les courants résiduels.

✕ A l'Est et Ouest de Portland nous observons deux tourbillons qui tournent dans des sens différents (B et C).

✕ Dans la Baie de St Brieuc, un grand tourbillon se développe. Il est encadré par Guernesey et Jersey (D).

✕ Une autre structure tourbillonnaire de grande échelle est observée entre le Cotentin et la côte anglaise (E).

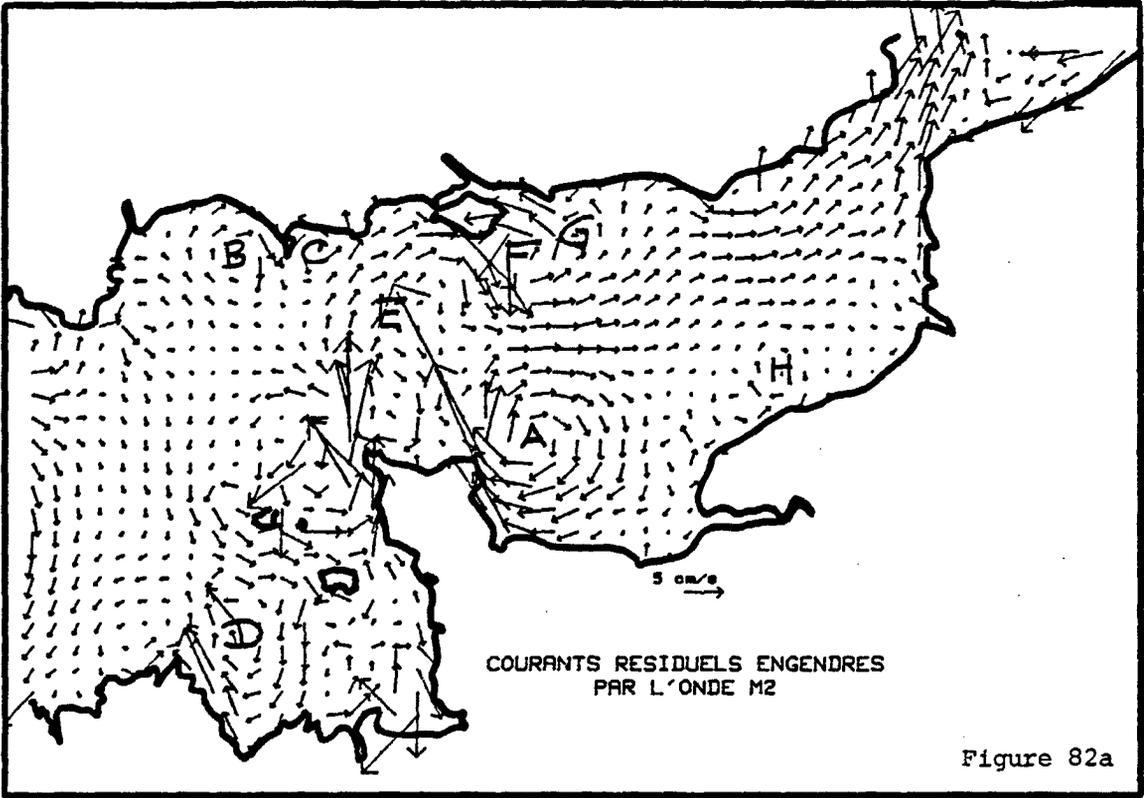


Figure 82a

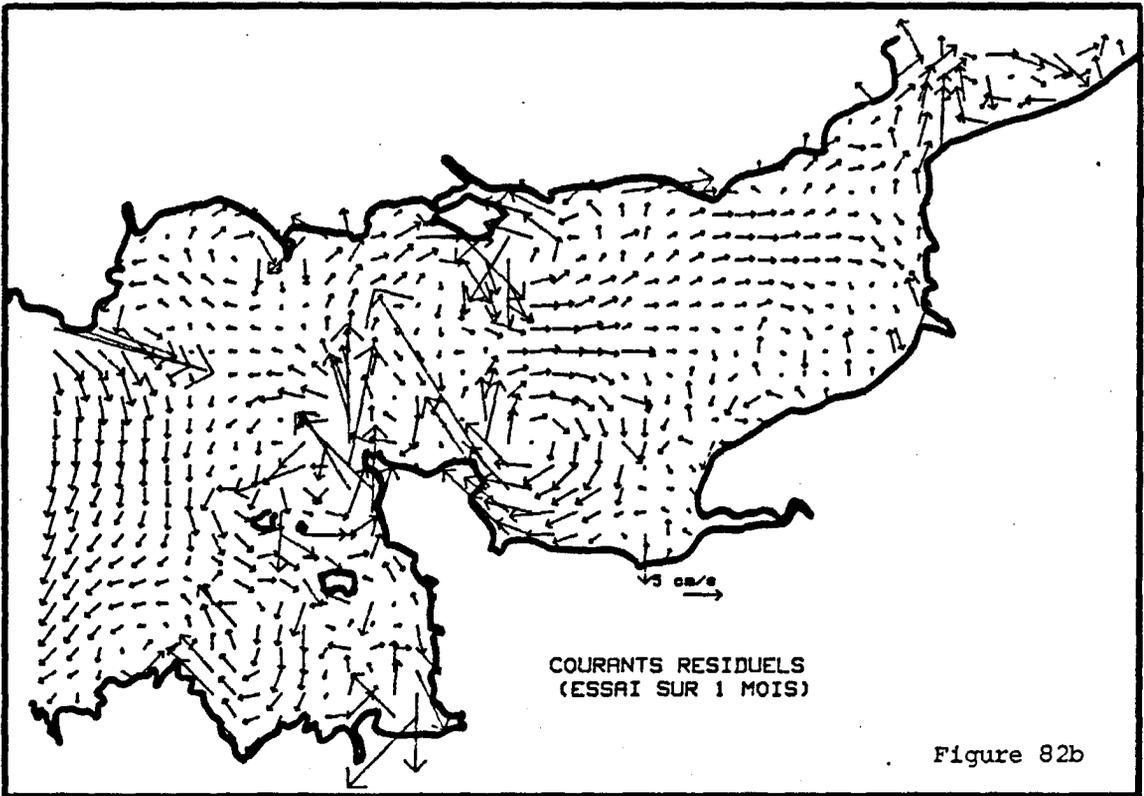


Figure 82b

✕ Au Sud-Est de l'Ile de Wight une autre structure tourbillonnaire (F) est associée avec le tourbillon (E).

✕ Plus au Nord-Est, on remarque aussi, associé avec (F), un autre tourbillon de dimensions plus petites (G).

✕ En face du site de Paluel, à l'Ouest de Dieppe un autre petit tourbillon est observé (H).

✕ Autour d'Aurigny, au large du cap de la Hague, encadré par Guernesey, Jersey et la côte Ouest du Cotentin, un tourbillon est aussi développé.

✕ Les tourbillons que l'on remarque au niveau des frontières ouvertes ont, peut être, une origine liée à la définition des conditions aux limites et à la distribution des niveaux moyens le long des frontières.

## II. COURANTS RESIDUELS RESULTANT D'UNE SIMULATION SUR 1 MOIS. MODULATIONS MENSUELLES ET SEMI-MENSUELLES.

Sur la figure 82 b nous montrons les résultats obtenus pour les courants résiduels à partir de la simulation numérique sur 1 mois décrite au chapitre IV. Pour cette simulation la présence des diverses ondes de différentes périodes fait que la moyenne des courants sur le mois de simulation n'a plus de signification : les ondes dont la période n'est pas sous-multiple de la période simulée apportent à cette moyenne une contribution qui fausse la vraie valeur des courants de fréquence nulle. Le calcul des courants résiduels à partir d'une telle simulation a été fait de la façon suivante :

1) à partir des 24 composantes harmoniques calculées d'après l'analyse harmonique des séries, on calcule une série approchée  $S_{ap}$  telle que :

$$S_{ap}(x, y, t) = \sum_{i=1}^{24} S_{i(x,y)} \cos(\omega_i t - \varphi_{i(x,y)})$$

ce n'est pas fait pour chaque composante  $u$  et  $v$  de la vitesse dans tous les points  $x, y$  du domaine.

2) Le résidu  $\mathcal{E}(x, y, t)$  est calculé comme suit :

$$\varepsilon(x, y, t) = S_{sim}(x, y, t) - S_{ap}(x, y, t)$$

ou  $S_{sim}(x, y, t)$  est la série brute simulée numériquement.

3) La composante résiduelle ( $S_0$ ) est alors définie comme la moyenne du résidu  $\varepsilon$  sur le mois.

$$S_0 = \frac{1}{T} \int_0^T \varepsilon(x, y, t) dt \approx \frac{\sum_{n=1}^{N_p} \varepsilon(x, y, n \Delta t) \Delta t}{N_p \cdot \Delta t}$$

ou  $T$  est la période de la série

$N_p$  est le nombre de points de la série temporelle

$\Delta t$  le pas de temps de la série simulée. (Egal à 9 fois le pas de temps de la simulation numérique).

De cette façon, nous sommes sûrs d'avoir enlevé, au moins, les 24 composantes harmoniques analysées.

La carte des courants résiduels issus de ce calcul est présentée sur la figure 82-b. La comparaison des résultats entre les courants résiduels engendrés par l'onde  $M_2$  (figure 82 a) et la simulation sur 1 mois entraîne les remarques suivantes :

✱ La ressemblance de deux cartes est importante. Cela prouve que l'onde  $M_2$  est responsable en grande partie de la génération des courants de fréquence nulle.

✱ Les structures tourbillonnaires sont conservées, avec une même intensité des courants.

✱ Les courants obtenus à partir de la simulation de l'onde  $M_2$  sont plus ordonnés que ceux obtenus à partir de la simulation sur 1 mois. Cela est peut être du au fait que les 24 composantes harmoniques analysées ne sont pas les seules à prendre naissance dans la simulation. D'autres ondes non-linéaires engendrées peuvent apporter une contribution numérique au calcul des courants résiduels du fait que leur période n'est pas un sous multiple exact de la durée de la série analysée.

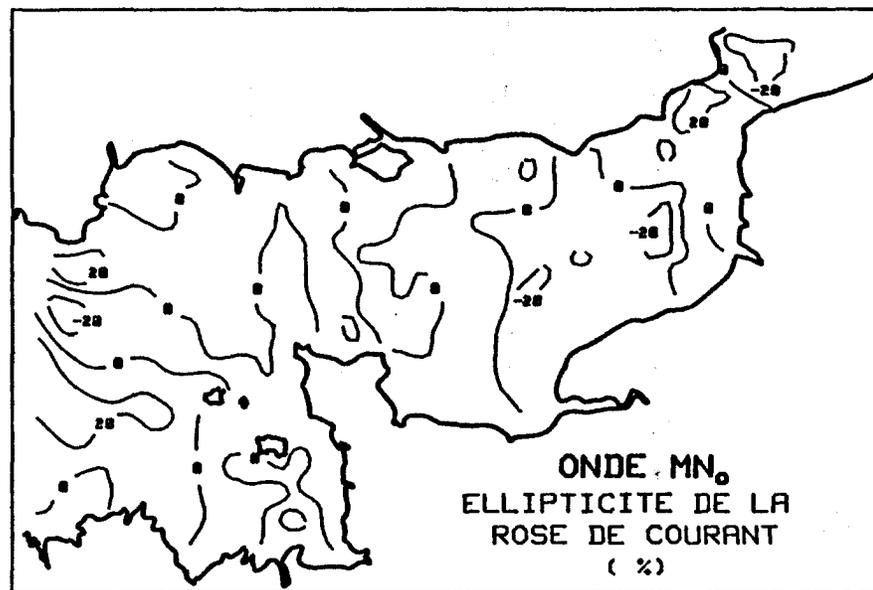
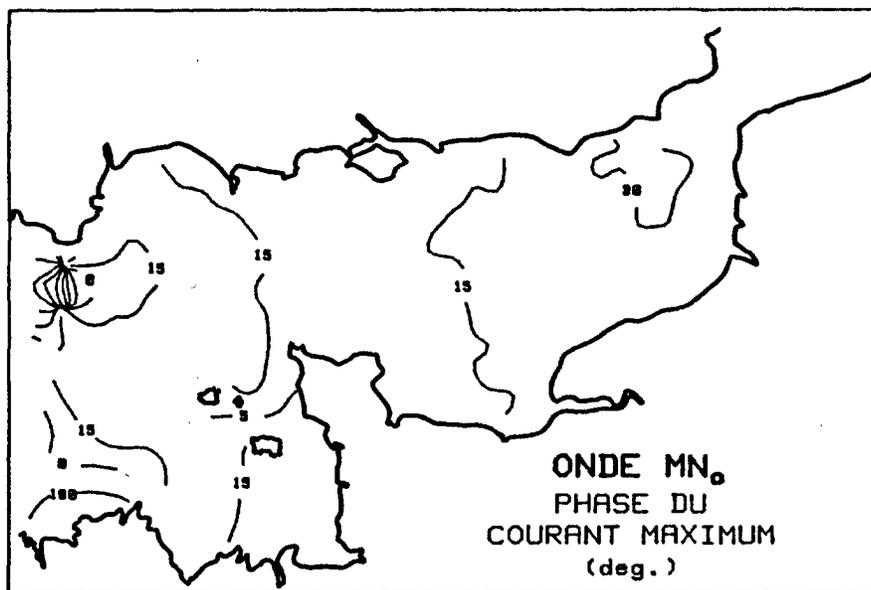
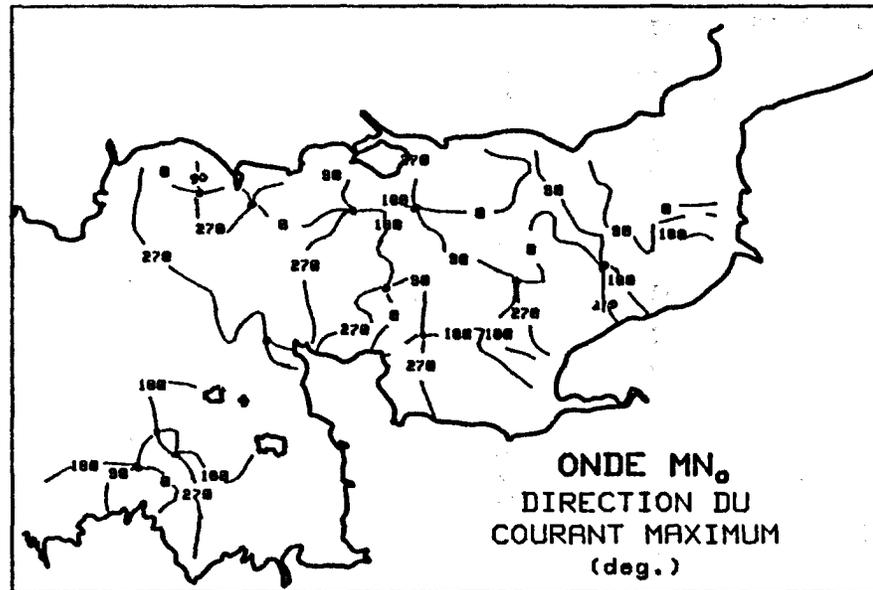
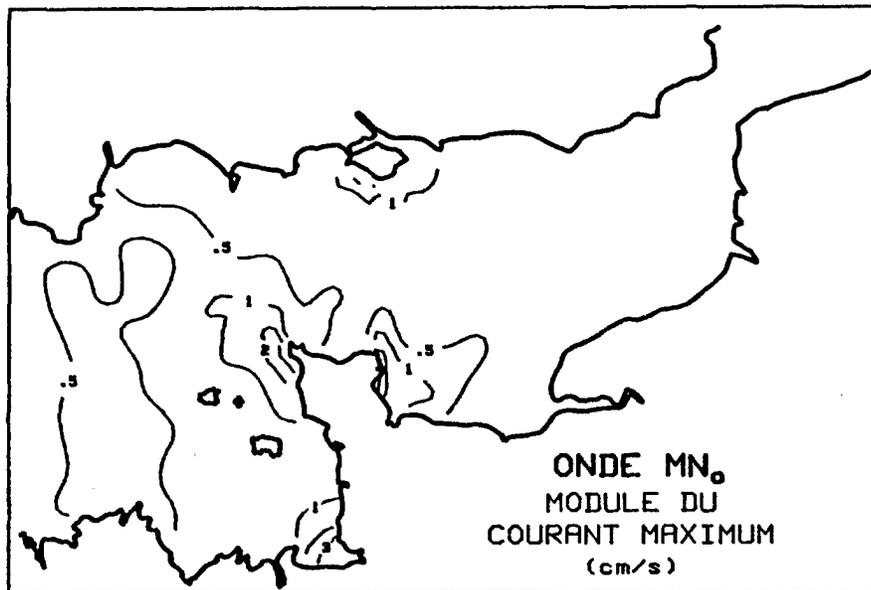


Figure 83

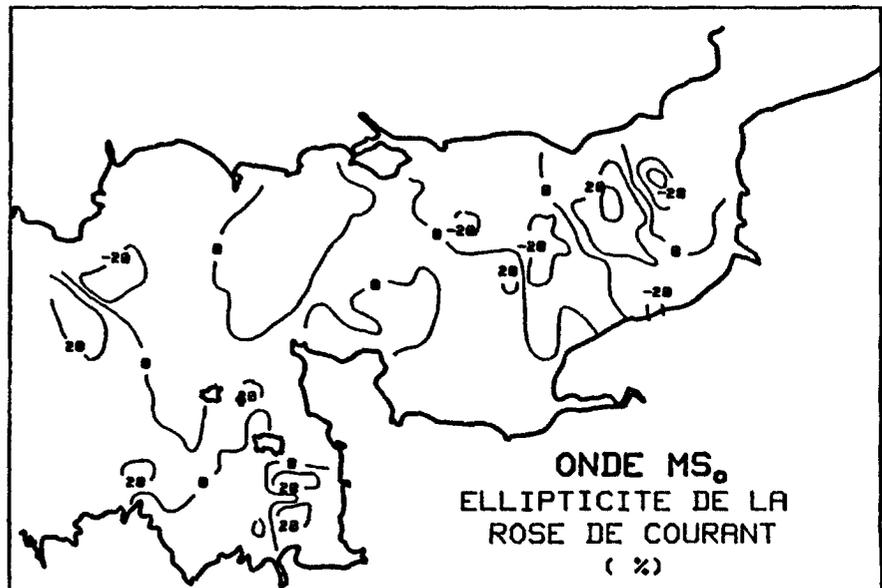
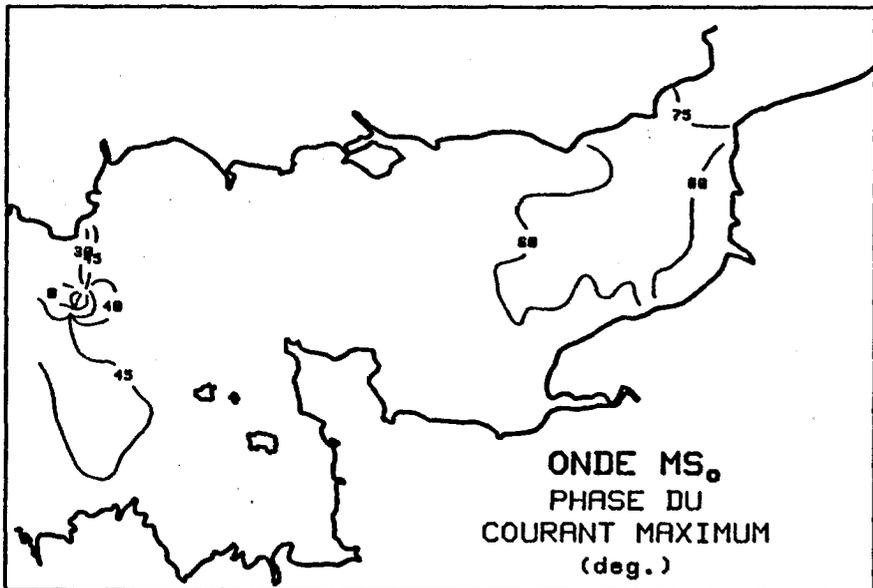
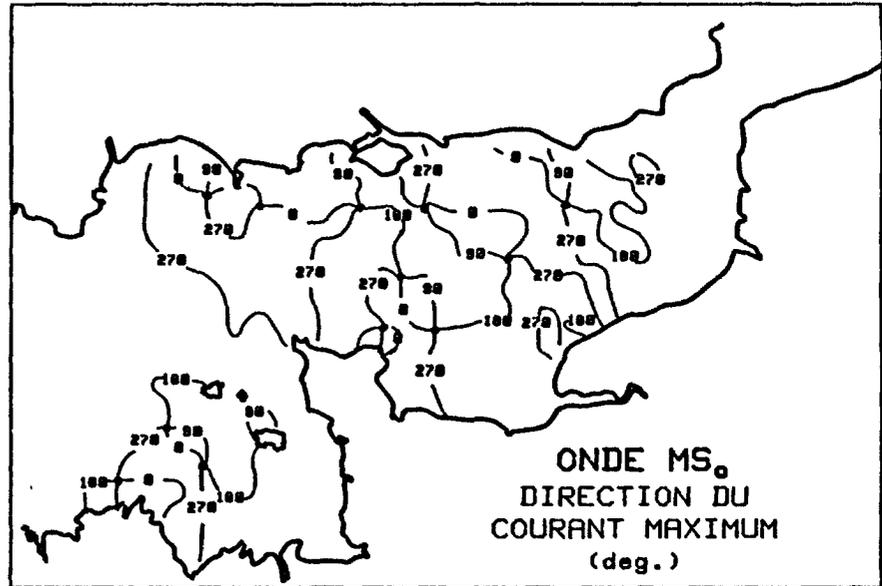
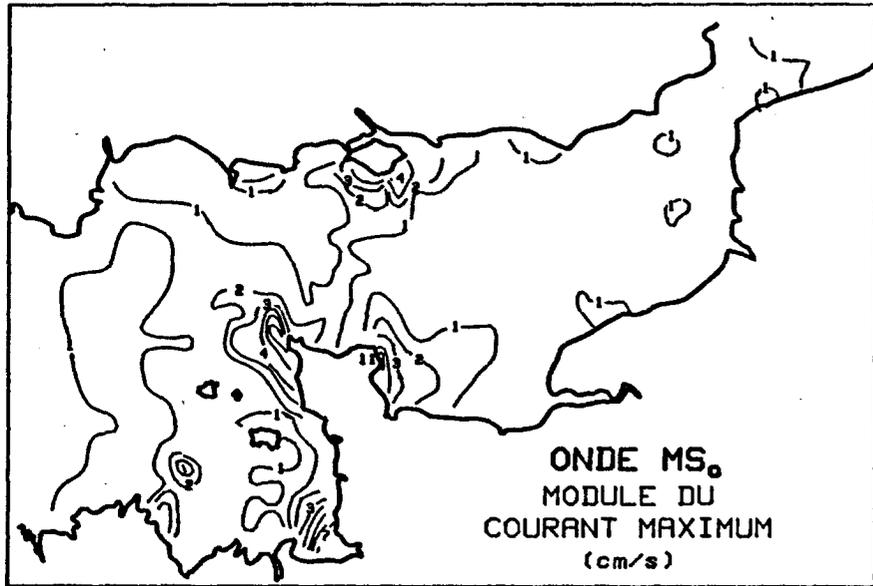


Figure 84

D'après ces remarques nous concluons que les courants résiduels sont en grande partie engendrés par l'onde  $M_2$ . Les résultats obtenus pour la simulation de cette onde seule ont peut être plus de valeur que ceux obtenus avec la simulation sur le mois, du fait du calcul plus exact, de la composante moyenne. (les ondes non-linéaires d'interaction n'existent pas).

Par contre, la simulation sur le mois a permis de simuler et de calculer les composantes harmoniques de périodes mensuelles et semi-mensuelles d'interaction  $MN_0$  et  $MS_0$  respectivement. Comme nous l'avons exposé dans le chapitre précédent, les ondes ont les mêmes fréquences que les ondes d'origine astronomiques  $Mst$  et  $Mm$ . Les données nature concernant ces fréquences sont peu sûres à cause de leurs faibles amplitudes et de leurs longues périodes. Nous ne les avons, donc, pas introduit aux frontières, mais les interactions des ondes  $M_2$ ,  $N_2$  et  $S_2$  engendrent les ondes non-linéaires  $MN_0$  et  $MS_0$  à l'intérieur du domaine modélisé. L'analyse harmonique a permis de calculer les paramètres qui les définissent. Elles sont faibles, mais elles sont de l'ordre de grandeur des courants résiduels. Elles modulent les composantes moyennes de l'écoulement. Nous présentons sur les cartes aux figures 83 et 84, les lignes isovaleurs de leur paramètres caractéristiques. En ce qui concerne le module du courant maximum, nous n'avons tracé que les lignes dont la valeur est supérieure au cm/s. Nous ferons quelques remarques sur ces cartes :

✕ Courant maximum :

Ces ondes atteignent leurs maxima près des caps et des hauts fonds ce qui est logique puisque leur origine (non-linéaire) provient en grande partie des termes d'advection et de frottement.

✕ Phase du courant maximum :

A cause de leurs longue période il n'est pas étonnant de trouver en réseau assez constant de phase pour ces ondes. Remarquons, tout de même, l'existence de deux points amphidromiques au sud de Devonport. Mais étant donné qu'ils sont situés très près de la frontière Atlantique, où l'amplitude de ces ondes est imposée nulle, l'existence même de ces points est à priori douteuse.

✕ Ellipticité :

Nous remarquons que ces ondes ont une très faible ellipticité dans la zone centrale de la Manche. Certains points d'ellipticité plus forte, mais ne dépassant toutefois jamais 20% pour  $MS_0$  et 40% pour  $MN_0$  sont observés en Manche Orientale et dans le golfe Normand-Breton.

### \* Direction du courant maximum

A partir de l'observation des cartes des directions du courant maximum, certaines caractéristiques particulières a ces ondes des longues périodes sont dégagées pour les ondes de plus courte période. Nous avons observé l'existence des "points amphidromiques de courants", définis comme des points autour desquels les lignes iso-phase et iso-direction pivotent. Physiquement cela représente un écoulement giratoire : l'ellipticité étant forte, le module des courants est sensiblement constant autour de ces points et la direction varie à une vitesse relativement constante au cours de la période (Notons cependant que ces situations n'ont aucune analogie avec des structures tourbillonnaires).

Par contre, pour les ondes de longue période, on trouve des points autour desquels seules les lignes de directions du courant maximum pivotent ; la phase étant constante. Cela permet de concevoir plus facilement l'écoulement : les courants étant en phases, les maxima et minima sont atteints simultanément autour de ces points (en ces points même le module est nul). La direction de ces courants change de  $180^\circ$  pour des points diamétralement opposés. Cela permet de cerner des structures tourbillonnaires qui coïncident de manière surprenante avec les structures tourbillonnaires remarquées à la fréquence nulle. Tout cela, bien que surprenant est logique puisque l'origine des composantes moyennes et de longues périodes sont les mêmes. Ces tourbillons se développent dans un sens puis dans l'autre au cours de la période de l'onde concernée.

### III. COMPARAISON AVEC DES RESULTATS OBTENUS PAR D'AUTRES AUTEURS ET AVEC QUELQUES DONNEES NATURE.

#### 1) Résultats obtenus à partir de modèles numériques à l'échelle de la Manche

Des cartes de courants résiduels à l'échelle de la Manche ont été établies à partir des modélisations numériques par PINGREE et MADDOCK (1977) et LOMER (1978)

Nous présentons sur la figure 85 les cartes obtenues par ces auteurs, ainsi que celle obtenue par notre simulation de  $M_2$ . Il s'agit, pour tous, de modèles non-linéaires aux différences finies. La maille du premier est de 5 miles marins (9 km) et celle du deuxième de 7.1 km. Remarquons que c'est notre modèle qui a la maille la plus grossière des trois. Nous ferons quelques remarques issues de cette comparaison :

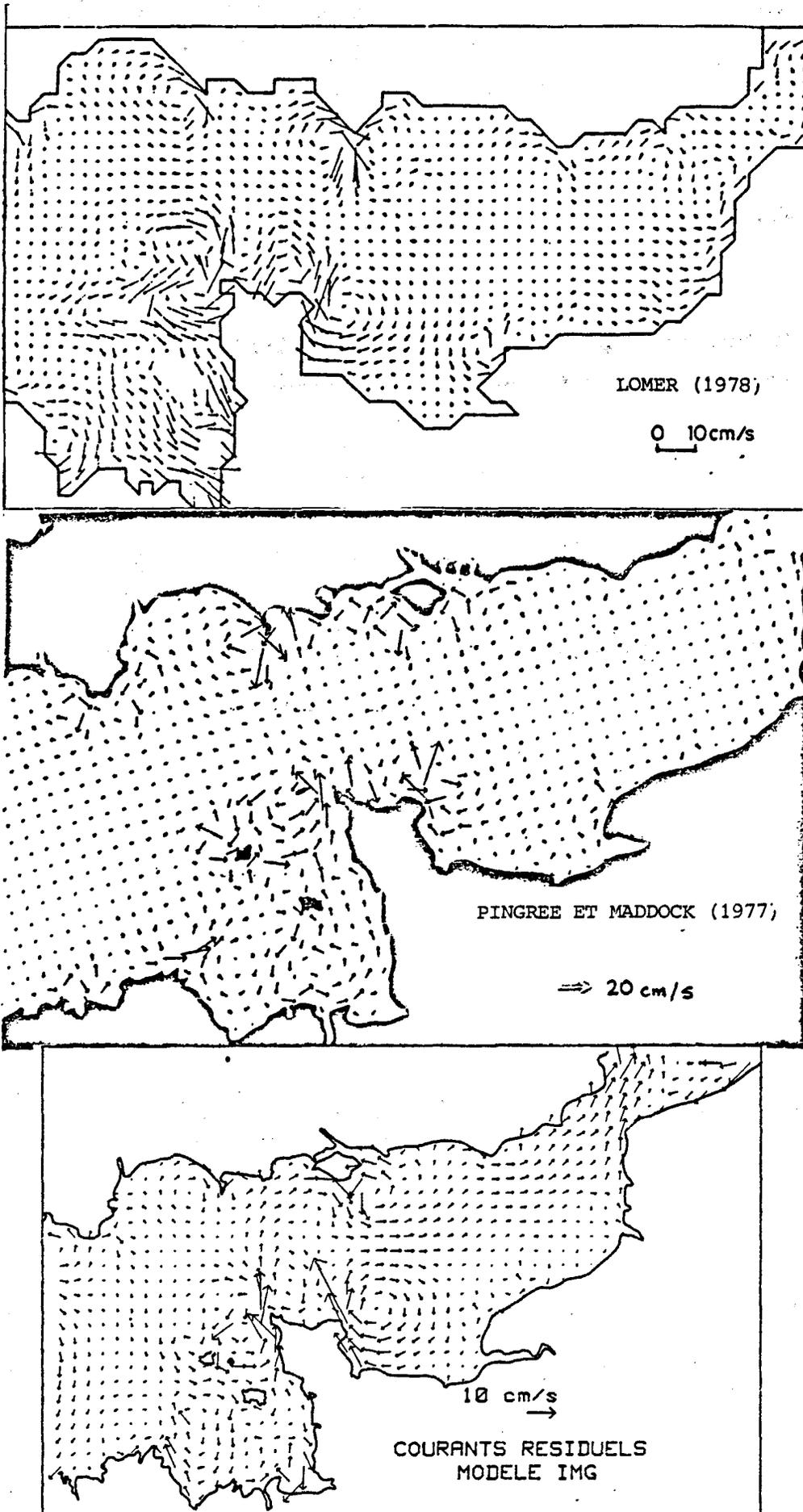


Figure 85 Courants résiduels trouvés par différents modèles numériques

\* Les structures tourbillonnaires sont, en général, simulées par les trois modèles.

\* Le tourbillon placé à l'est du Cotentin se retrouve pour les trois modèles. Il est très ordonné pour le modèle de LOMER et pour le nôtre. PINGREE et MADDOCK trouvent des variations spatiales plus importantes.

\* Le flux au fond de la Baie du Mt St Michel a le même sens pour LOMER et pour le nôtre (vers le Sud). PINGREE et MADDOCK le trouvent dans le sens contraire (vers le large). L'ensablement du Mt St Michel est un phénomène qui justifie plutôt un courant résiduel vers la côte (Sud).

\* Le tourbillon de la Baie de St Brieuc est représenté très différemment par les trois modèles. Le nôtre est un tourbillon du grand diamètre qui atteint au nord l'Ile de Guernesey. LOMER le trouve développé dans la Baie de St Brieuc seulement. PINGREE et MADDOCK le représentent d'une façon plus semblable au nôtre, mais il est écrasé par un flux important Ouest-Est près de l'Ile de Bréhat que l'on ne retrouve pas sur notre modèle.

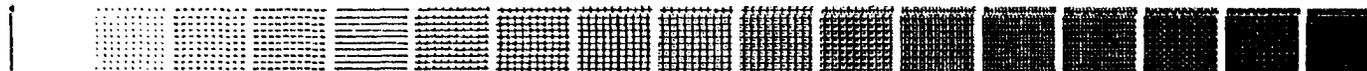
\* Les courants résiduels entre Guernesey et le cap de la Hague sont très semblables du point de vue de structure pour les trois modèles. Mais l'ordre de grandeur du module est très différent. Les plus grandes valeurs sont trouvées par PINGREE et MADDOCK et les plus faibles par LOMER. Nos valeurs se situent au milieu.

\* Le gros tourbillon entre le Cotentin et la côte anglaise est plus évident pour notre modèle que pour les deux autres. Or, ce tourbillon a été observé dans la nature, comme nous le verrons dans la suite.

\* Enfin, près de la pointe de Portland, le modèle de PINGREE et MADDOCK donne des valeurs sensiblement plus fortes que les deux autres modèles. A ce propos, ces auteurs ont développé un modèle régional avec une maille très fine (1 km) (PINGREE et MADDOCK 1977). La solution a été fortement modifiée, ce qui prouve la grande importance de la discrétisation spatiale et de la discrétisation des côtes dans la simulation, numérique des courants résiduels ; les courants sont plus forts pour la maille plus fine (ils passent de 15 cm/s à 50 cm/s environ à l'est de la pointe). La comparaison que ces auteurs ont faite avec des mesures in-situ montre que les courants résiduels sont sensiblement plus forts et qu'ils atteignent dans la nature le m/s !



LEGENDE GRAPHIQUE EN 17 CLASSES (MATRICE 4X4)



LABORATOIRE DE GEOGRAPHIE DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE MONTROUGE

\*\*\*

CARTE REALISEE LE 15-MAR-82 A 17:18:44

\*\*\*

CZCS - BAIE DE SEINE - CANAL 2 : 520 NANOMETRES

LIGNES 1 A 150 INCREMENT EGAL A 1 COLONNES 1 A 200 INCREMENT EGAL A 1

Figure 86: (D'après CUQ,MADEC,THOMAS et ZBINDEN ,1982 )

## 2) Quelques données nature

C'est en Baie de Seine que l'on dispose de plus de renseignements sur les courants résiduels.

CUQ, MADEC, THOMAS et ZBINDEN (1982) étudient par analyse d'images Landsat (télédétection) la dynamique de suspension, à partir de photos dont nous présentons un exemplaire sur la figure 86. Une concentration plus importante de sédiment est observée près de la point Est du Cotentin. Cette concentration va dans le sens du tourbillon simulé numériquement. Malheureusement, la vraie taille du tourbillon n'est observée que sur une photo en couleurs qu'il est impossible de reproduire dans ce mémoire. Elle correspond très bien avec la solution du modèle numérique.

A partir des enregistrements faits en Baie de Seine, BERTHERAT, CARCEL et LE PROVOST (1981) ont calculé les dérivées en un certain nombre de points. Nous ne possédons qu'un seul point situé en surface qui correspond au point  $P_1$  (cf. tableau 11). Pour ce point la direction du courant résiduel trouvée sur le modèle numérique est en bon accord avec la nature, et l'onde de grandeur du module est la même (4 cm/s) pour la nature et le modèle. Près de la pointe de Barfleur, en un point où la mesure est faite au fond, on observe que dans la nature le flux est bien dirigé vers le Nord-Ouest. Ces deux points confirment à nouveau l'existence du tourbillon et donnent le sens de rotation en accord avec le modèle numérique. La valeur de la dérive en ce point près de la terre est de 13 cm/s, qui est sensiblement plus faible que la solution du modèle numérique (27 cm/s). Mais il faut rappeler que ce point de mesure in-situ est situé près du fond, et surtout, que l'influence de la discrétisation numérique est importante pour les courants résiduels. Par ailleurs, GUEGUENIAT (1982) a étudié les mouvements des masses d'eau à partir des traceurs radioactifs et ses observations peuvent s'interpréter par l'existence du gros tourbillon développé entre le Cotentin et la côte anglaise qui n'est d'ailleurs simulé que par notre modèle numérique.

## 3) Calcul du flux à travers le Pas de Calais

Nous avons calculé le débit traversant le Pas de Calais dû à l'onde  $M_2$  à l'aide de la formule suivante :

$$\begin{aligned}
 Q &= \sum_0^T \sum \left[ \underbrace{V_{moy_i} + V_i(t)}_{\text{vitesse}} \right] \left[ \underbrace{H_i + Z_{moy_i} + Z_i(t)}_{\text{profondeur totale}} \right] \Delta x \Delta t \\
 &= \sum \left[ V_{moy_i} (H_i + Z_{moy_i}) \right] \Delta x \\
 &+ \sum_0^T \sum \left\{ \underbrace{\left[ V_{moy_i} Z_i(t) \Delta x \Delta t + V_i(t) (H_i + Z_{moy_i}) \right]}_{\beta} \right. \\
 &\quad \left. + V_i(t) Z_i(t) \right\} \Delta x \Delta t / T
 \end{aligned}$$

Analyse des termes :

$$\begin{aligned}
 \sum \sum V_i(t) (H_i + Z_{moy_i}) \Delta x \Delta t / T &= 0 \\
 \text{et } \sum \sum V_{moy_i} Z_i(t) \Delta x \Delta t / T &= 0
 \end{aligned}$$

puisque les termes  $(H_i + Z_{moy_i})$  et  $V_{moy_i}$  sont constants pendant la période  $T$ , et les termes :

$$\sum_0^T V_i(t) \Delta t \quad \text{et} \quad \sum_0^T Z_i(t) \Delta t$$

sont nuls au bout d'une période (du à la caractéristique périodique de la marée); donc les termes qui restent donnent :

$$Q = \underbrace{\sum \left[ V_{moy_i} (H_i + Z_{moy_i}) \right] \Delta x}_{\alpha} + \underbrace{\left[ \sum_0^T \sum V_i(t) Z_i(t) \Delta x \Delta t \right] / T}_{\beta}$$

Le terme  $\alpha$  est la partie "linéaire" du débit et le terme  $\beta$  est la partie "non-linéaire". Avec cette équation nous avons trouvé un flux de  $49.6 \times 10^3 \text{ m}^3/\text{sec}$  pour la solution retenue (Pour l'essai réalisé en imposant des niveaux moyens nuls sur les frontières, le flux calculé est de  $49.1 \times 10^3 \text{ m}^3/\text{sec}$ ). L'apport du terme linéaire  $\alpha$  est 7.4 fois plus important que l'apport du terme non-linéaire ; donc, ce sont les courants résiduels et la pente au niveaux moyens les principaux responsables du flux.

Si on divise le flux par la section transversale, nous obtenons une vitesse dite "vitesse résiduelle au calme" puisque nous ne prenons pas en compte l'effet du vent. Elle atteint la valeur de 3.6 cm/sec. D'après des mesures in-situ LAWFORDE et VELEY (1955) estiment une vitesse résiduelle au calme de 3.2 cm/sec !

D'autres estimations ont été faites. OTTO (1980) en a fait un recueil. Par exemple, GENRKE (1907) a trouvé  $64 \times 10^3$  m<sup>3</sup>/sec à partir de cartes de courants publiés. CARRUTHERS (1935) a trouvé  $85 \times 10^3$  m<sup>3</sup>/sec à partir d'une moyenne de courants résiduels mesurés au bateau-feu Varne (dans ce cas, il faudrait enlever l'effet du vent). VAN VEEN (1936, 1936) trouve  $56 \times 10^3$  à partir d'une moyenne sur le flux en plusieurs stations par temps calme.

Nous pouvons, donc, conclure que notre calcul, à partir des résultats obtenus sur le modèle numérique donnent, au moins le même ordre de grandeur. D'un autre côté, il ne concerne que l'onde  $M_2$  et ses harmoniques  $M_4$  et  $M_6$  ; mais nous avons remarqué que le terme non-linéaire  $\beta$  qui inclurait le reste des composantes harmoniques pour un calcul plus exact, est le moins important.

#### CONCLUSIONS

✕ Les courants résiduels sont principalement engendrés par l'onde  $M_2$ . Une simulation numérique de cette onde suffit pour établir des cartes des courants résiduels. Par contre une simulation sur 1 mois permet de déterminer les composantes mensuelles et semi-mensuelles qui modulent les courants résiduels. Des caractéristiques intéressantes sur ces ondes à longue période ont pu être observées.

✕ Les caractéristiques tourbillonnaires des courants résiduels dus aux transferts de vorticité des ondes de marées vers les fréquences nulles sont simulées par des modèles numériques comportant des termes non-linéaire. Certains tourbillons coïncident avec des observations in-situ.

✕ Le calcul du flux traversant le Pas de Calais donne des valeurs dont l'ordre de grandeur est en accord avec certaines données nature.

L'influence de la discrétisation des côtes sur l'origine des tourbillons montre que pour bien cerner ces phénomènes il est indispensable de réaliser des modèles régionaux avec une maille plus fine.

## CONCLUSIONS

---

Au terme de ce travail, nous pouvons faire un bilan de nos études.

Nous nous proposons de déterminer les courants de marée dans la Manche et nous avons incontestablement avancé dans ce sens. Pour cela, nous avons utilisé deux outils : un modèle physique et un modèle numérique.

L'utilisation conjointe des deux modèles nous a permis de bien cerner leurs problèmes respectifs.

Nous savions, par des études antérieures, que d'excellentes prédictions des niveaux instantanés pouvaient être faites à partir des résultats du modèle physique (constantes harmoniques des principales ondes rencontrées dans la Manche). Dans le cadre de ce travail, l'étude des courants sur le modèle physique n'a été entreprise que pour les courants résultant de l'onde fondamentale  $M_2$  ; par contre, l'étude sur modèle numérique a été développée, d'une part, pour l'onde  $M_2$  seule, et d'autre part, pour 22 composantes harmoniques principales dans la Manche.

Les résultats obtenus par le modèle numérique pour les composantes harmoniques des dénivellations sont bons, mais certaines catégories d'ondes sont moins bien représentées que sur le modèle physique dans les études antérieures.

En ce qui concerne les courants engendrés par l'onde  $M_2$ , nous avons constaté que le module et la direction mesurés sur le modèle physique étaient tout à fait concordants avec les rares mesures nature, excepté en Manche Orientale où le modèle physique donne des courants plus forts que ce qu'ils sont dans la réalité. Par ailleurs, on observe un déphasage entre les dénivellations et les courants variant entre 30 et 90 min. par rapport au déphasage trouvé dans la nature, aux rares points d'observation.

Ces résultats sont, malgré tout, très bons, compte tenu des difficultés de la mesure et auraient certainement pu être améliorés en procédant à une optimisation du modèle et du vélocimètre :

- Répartition plus homogène de la rugosité artificielle.
- Réglage approfondi des canaux d'amortissement Mer du Nord et Atlantique.
- Diminution des dimensions perturbatrices du vélocimètre.

Par contre, les problèmes liés par la distorsion entre échelles verticales et horizontales (bancs découvrants, voisinages des côtes, zones peu profondes ...) sont intrinsèques au modèle.

Le modèle numérique, traitant le même problème, donne des résultats qui sont souvent plus voisins des données recueillies dans la nature (dans la zone du Golfe Normano-Breton, faute de données nature, nous ne pouvons pas évaluer lequel des modèles se rapproche le plus de la réalité. C'est dans cette zone que les deux modèles utilisés présentent le maximum de défauts.

Les inconvénients du modèle numérique peuvent être résumés ainsi :

- Maille de 10 km ne permettant pas de représenter des variations plus petites de la topographie du fond.
- Discrétisation de la côte modifiant l'écoulement à proximité de celle-ci (on remarque ainsi qu'au voisinage du Cotentin et de l'Ile de Wight, dont la discrétisation est grossière, les courants sont mal simulés).
- Sensibilité du modèle numérique aux conditions aux limites, a priori difficiles à connaître avec précision (le modèle physique nous a fourni des renseignements précieux à ce sujet).
- Ajustement empirique des coefficients de frottement et de viscosité, supposés constants dans ce domaine, alors que manifestement, ils ne le sont pas (le coefficient de viscosité que l'on a été amené à prendre pour optimiser la solution a une valeur si élevée qu'il n'est pas possible d'en donner une justification physique ; alors que la valeur nécessaire pour stabiliser le schéma numérique est théoriquement cinquante fois moindre). Certains de ces défauts peuvent être amoindris, en principe : on pourrait prendre une maille plus fine, par exemple. Mais du point de vue "économique", une maille plus fine mènerait à des temps de calcul (et donc à des coûts) prohibitifs.

Nous pensons plutôt que les résultats acquis permettront de fournir des bonnes conditions aux limites à des modèles régionaux. Cela est d'autant plus intéressant que nous avons pu déterminer, à l'aide de notre modèle numérique, les constantes harmoniques de 22 composantes des courants de marée. Nous les avons rassemblées sous forme de cartes, qui, à notre connaissance, sont les premières du genre à être publiées. Ces constantes harmoniques sont indispensables pour faire une prédiction des courants de marée, prenant en compte toutes leurs modulations (semi-diurne, diurne, semi-mensuelle, mensuelle ...). D'ailleurs, à titre de vérification, nous avons effectué une prédiction des vitesses pour des points et à des périodes où elles avaient effectivement été enregistrées. Les résultats obtenus sont très encourageants.

Enfin, nous avons étudié les courants résiduels engendrés par le modèle numérique. Sur les cartes que nous avons tracées, nous avons mis en évidence des structures tourbillonnaires dont certaines ont été observées dans la nature et, par ailleurs, trouvées par d'autres auteurs. Nous avons pu déterminer qu'elles sont essentiellement engendrées par l'onde  $M_2$ . La simulation numérique sur un mois nous a permis d'établir leurs modulations mensuelle et semi-mensuelle (ondes  $MN_0$  et  $MS_0$ ).

Dans ce domaine également les résultats sont encourageants et seraient certainement améliorés en passant à des modèles régionaux à maille plus fine.

A l'issue de ce travail, le problème de la modélisation des courants de marée dans la Manche n'est pas clos. L'amortissement trop fort des ondes semi-diurnes secondaires est une des questions à laquelle nous n'avons pas donné de réponse. Une remise en question de la loi quadratique du frottement en fournira peut-être une ; c'est un sujet dont la recherche est, d'ailleurs, actuellement en développement en hydrodynamique.

Cette étude, enfin, a permis d'avancer notablement dans la prédiction des courants de marée et d'établir les limites de la précision que l'on peut attendre d'une telle prédiction suivant l'approche développée dans notre mémoire.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- AUCHERE et BARBIER  
1978, Anémomètres laser type IMG. Fonctionnement et utilisation.  
Manuel d'utilisation
- BATTEN et HAN  
1981, On the computational noise of finite-differences schemes  
used in ocean models,  
Tellus, 33, pp. 387-396
- BERTHERAT  
1981, Sur l'analyse et la prédiction des marées à partir d'enre-  
gistrements de courte durée,  
Thèse 3ème cycle USMG-INPG, Grenoble
- BERTHERAT, CARCEL et LE PROVOST  
1981, Analyse de courants et niveaux en Baie de Seine,  
Rapport final, contrat CNEOXO n° 79/6041
- BESSERO  
1980, A new technique for the harmonic analysis of tidal currents  
and its application for the English Channel,  
Meteor-Forsch-Ergebnisse, n° 22, pp.43-51
- BOWDEN et FAIRBAIN  
1959, The distribution of shearing stresses in a tidal current,  
Geophys. J. R. Astr. Soc., 2, pp.288-305
- BOWDEN et FERGUSON  
1980, Variation with height of the turbulence in a tidally induced  
bottom boundary layer,  
Marine Turbulence, Elsevier Oceanography, series 28
- CHABERT D'HIERES et LE PROVOST  
1977, Synthèse sur la détermination des principales composantes  
de la marée dans la Manche, résolue à l'aide du modèle réduit de  
Grenoble,  
Annales Hydrographiques, pp.47-55
- CHABERT D'HIERES et LE PROVOST  
1978, Atlas des composantes harmoniques de la marée dans la Manche,  
Annales Hydrographiques, vol.6, fas.3

## CHABERT D'HIERES

1962, Réglages et exploitation de la plaque tournante de Grenoble,  
Mémoires et travaux de SHF supp. au vol.1, La Houille Blanche.

## CUQ, MADEC, THOMAS et ZBINDEN

1982, Télédétection de la dynamique des suspensions en Baie  
de Seine par analyse d'images Landsat,  
Communication présentée au Colloque de GRECO-MANCHE, Paris, 15 nov.

## DOODSON

1921, The harmonic development of the Tide Generating Potential,  
Proceeding of the Royal Society A, vol.100, pp.305-328

## DARWIN

1883, Report on harmonic analysis of tidal observation,  
Brit. Ass. for adv. Sci. Rep. pp.48-118

## FLATHER

1976, A tidal model of the North-West European Continental Shelf.  
Mémoires Société Royale de Sciences de Liège, 6ème, tome X, pp.  
141-164

## FORNERINO

1979, Application de l'anémométrie à laser à la mesure des courants  
de marée sur modèles réduits,  
Rapport de DEA, INPG, Grenoble

## FORNERINO et CHABERT D'HIERES

1982, Etude des courants de la marée  $M_2$  dans la Manche à l'aide  
du modèle réduit de Grenoble,  
Ann. Hydro., n° 757 (à paraître)

## FORNERINO

1980, Campagne de mesures de courants de marée de l'onde  $M_2$  dans  
le modèle réduit de la Manche,  
Rapport interne, Institut de Mécanique de Grenoble

## GOHIN

1960, Détermination des dénivellations et des courants de marée,  
VII Congrès du Coastal Engineering

## GUEGUENIAT

1982, Application des traceurs radioactifs pour l'étude des mou-

vements des masses d'eau et des matières en suspension dans la Manche,

Communication présentée au Colloque de GRECO-MANCHE, Paris  
15 nov.

HANSEN

1961, Hydrodynamical methods applied to oceanographic problems,  
NATO Symposium, Hamburg

HYACINTHE

1968, Phénomènes de transport turbulent horizontal et de dispersion dans les mers littorales à marée et cas particulier de la Manche,

Thèse de Docteur-Ingénieur, USMG, INPG, Grenoble

HYACINTHE et KRAVTCHENKO

1967, Modèle mathématique de marées littorales. Calcul numérique sur l'exemple de la Manche,

La Houille Blanche, n° 6, 639

KABBAJ et LE PROVOST

1980, Non-linear tidal waves in channels : a perturbation method adapted to the importance of quadratic bottom friction,

Tellus 32, 143-145

KAJUIRA

1964, On the bottom friction in an oscillatory current,

Bulletin of the Earthquake Research Instit. vol. 42, pp.147-174

KRAVTCHENKO

1977.

Cours de marées, ENSTA

LAMB

1932, Hydrodynamics, Cambridge Univ. Press, pp.278-282

LE PROVOST

1974, Contribution à l'étude des marées dans les mers littorales. Application à la Manche,

Thèse Docteur-ès-Sciences Phys. USMG, INPG, Grenoble

LE PROVOST

1981, A model for prediction of tidal elevations over the English Channel,

Oceanologica Acta, pp.279-288, vol.4, n° 3

## LE PROVOST, PONCET et ROUGIER

1981, Numerical modeling of the harmonic constituents of the tide, with application to the English Channel,  
 Jour. of Physical Oceanology, vol.11, n° 8

## LE PROVOST

1982, Les niveaux moyens dans la Manche,  
 Rapport interne, Institut de Mécanique de Grenoble

## LE PROVOST

1976, Theoretical analysis of the structure of the tidal wave's spectrum in shallow water areas,  
 Mémoires Société Royale des Sciences de Liège, 6° série,  
 tome X, pp.97-111

## LE PROVOST

1978, Analyse harmonique d'enregistrements de marées,  
 Rapport interne, Institut de Mécanique de Grenoble

## LISMONDE

1976, Les anémomètres à laser. Etude de leurs caractéristiques.  
 Réalisation de prototypes,  
 Thèse de Docteur-Ingénieur USMG, INPG, Grenoble

## LOMER

1978, La dérive en mers à marées,  
 Thèse Docteur-Ingénieur, Université Pierre et Marie Curie,  
 Paris VI

## MUNK et GALLAGHEN

1971, Tides in shallow water : spectroscopy,  
 Tellus, 23, pp.246-363

## NIHOUL et RONDAY

1975, The influence of the tidal stress on the residual circulation,  
 Tellus, XXVII, 5

## NIHOUL et RONDAY

1976, Modèle hydrodynamique,  
 Rapport final du projet-mer. Programme National de Recherche  
 et de Développement - Environnement - Eau, Bruxelles, Belgique

OTTO

1980, Preliminary draft in ICES study,  
Flurkey Times North Sea

PINGREE et GRIFFITHS

1981, The  $N_2$  tide and semidiurnals amphidromes around the  
british isles,  
J. Mar. Biol. Ass. 61, pp.617-625

PINGREE et MADDOCK

1977, Tidal residuals in the English Channel,  
J. Mar. Biol. Ass. U.K., 57 (2) pp.339-354

PINGREE et HADDOCK

1977, Tidal eddies and Coastal Discharge,  
J. Mar. Biol. Ass. U.K., 61, pp.609-616

PINGREE et MADDOCK

1978, The  $M_4$  tide in the English Channel derived from a non-  
linear numerical model of the  $M_2$  tide,  
Deep-Sea Reserach, vol. 25, pp.53-63

PINGREE et GRIFFITHS

1981, Tidal friction and the diurnal tides on the North-West  
European Shelf,  
J. Mar. Biol. Ass. U.K. 62, pp.577-593

PINGREE et GRIFFITHS

1981,  $S_2$  tidal simulation on the North-West European Shelf,  
J. Mar. Biol. Ass. U.K., 61, pp.609-616

RONDAY

1977, Courants des marées et circulation résiduelles dans la  
Manche,  
Rapport interne, Institut de Mécanique de Grenoble

SAGER

1968, Seehydrographischerdienst der Deutschen Demokratische  
Republik,  
Atlas der Gezeitenstrame,  
Service Hydrographique et Océanographique de la Marine,  
Courants de marées dans la Manche et sur les côtes françaises  
de l'Atlantique, ouvrage 550

**YANAGI**

1976, Fundamental study on the tidal residual circulation I,  
J. of Oceanographical Society of Japon, vol.32, pp.199-208

**ZIMMERMAN**

1978, Topographic generation of residual circulation by  
oscillatory (tidal) currents,  
Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics, vol.11, pp.35-47

A N N E X E I

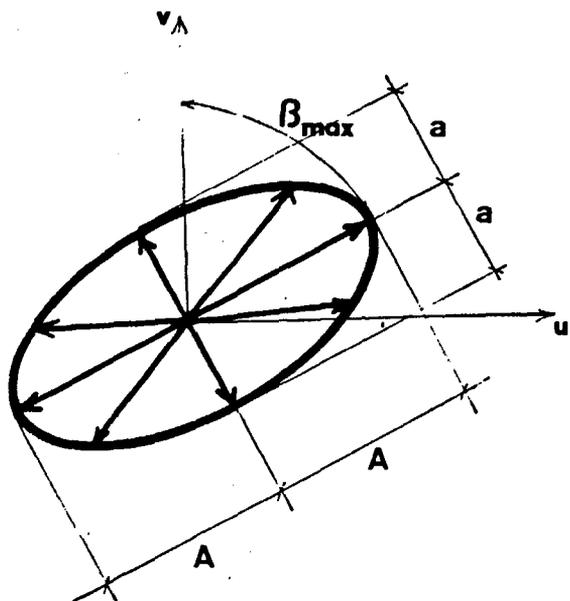
FORMALISME DE REPRESENTATION DES COURANTS DE MAREES.

FORMALISME DE REPRESENTATION DES COURANTS DE MAREE.

Puisque l'on fait généralement l'hypothèse que la marée est une onde longue, les courants associés n'ont pas de composantes verticales et sont donc complètement définis par leur projection U et V respectivement sur l'axe O-E et S-N. Chacune de ces projections U et V est une quantité scalaire qui peut s'exprimer à l'aide de ses composantes harmoniques  $(\omega_i, u_i, \varphi_{u_i})$  et  $(\omega_i, v_i, \varphi_{v_i})$  suivant (I-1). Cela implique qu'une composante harmonique d'un courant de marée n'est connue que si l'on connaît les quatre valeurs  $u_i, \varphi_{u_i}, v_i, \varphi_{v_i}$ . Cependant ces notions d'amplitude et de phase d'une projection  $U_i$  ou  $V_i$  n'ont pas de signification physique intrinsèque. C'est pour cela que l'on a préféré représenter chaque composante dans une notation polaire : en effet, par définition de  $U_i$  et  $V_i$  nous avons, pour la composante harmonique  $i$ , de fréquence  $\omega_i$  :

$$\vec{V}_i(x, y, t) = u_i(x, y) \cos[\omega_i t - \varphi_{u_i}(x, y)] \vec{i} + v_i(x, y) \cos[\omega_i t - \varphi_{v_i}(x, y)] \vec{j}$$

L'hodographe de la vitesse  $\vec{V}_i$  est une ellipse qui peut être définie par 4 paramètres, cf. figure 87 :



- 1° - 1/2 grand axe  $A_i$  de l'ellipse (Module du courant maximum)
- 2° - Ellipticité de l'ellipse soit  $R_i = \frac{a_i}{A_i} \times 100 \%$
- 3° - Direction du grand axe par rapport au nord (Direction du courant max)  $\beta_{i, \max}$
- 4° - Phase du courant maximum  $(\omega_i t)_{\max}$

Fig. 87

Le module instantané  $|\vec{V}_i|$  du courant du à la composante harmonique  $i$  est donné par :

$$|V_i| = \sqrt{u_i^2 \cos^2(\omega_i t - \varphi_{u_i}) + v_i^2 \cos^2(\omega_i t - \varphi_{v_i})}$$

où  $\omega_i$  pulsation de la composante harmonique  $i$ .

$t$  = temps  
 $\left. \begin{array}{l} u_i, \varphi_{u_i} \\ v_i, \varphi_{v_i} \end{array} \right\}$  amplitudes et phase des projections E et N du courant

La phase du courant maximum est donné à  $n \frac{\pi}{2}$  près par la relation

$$\omega_i t \left[ \frac{d|V_i|}{dt} = 0 \right] = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left[ \frac{u_i^2 \sin 2\varphi_{u_i} + v_i^2 \sin 2\varphi_{v_i}}{u_i^2 \cos 2\varphi_{u_i} + v_i^2 \cos 2\varphi_{v_i}} \right]$$

Cette formule détermine 4 valeurs de  $\omega_i t$  correspondant à un extremum du module : 2 pour le maximum et 2 pour le minimum.

Pour la phase du courant maximum, il y a deux valeurs possibles séparées de  $\pi$ . Nous prendrons conventionnellement la valeur comprise dans l'intervalle  $[0, \pi]$ .

Les résultats globaux relatifs à une onde seront présentés à l'aide des 4 cartes isovaleurs des 4 paramètres précités.

#### Points amphidromiques de courant.

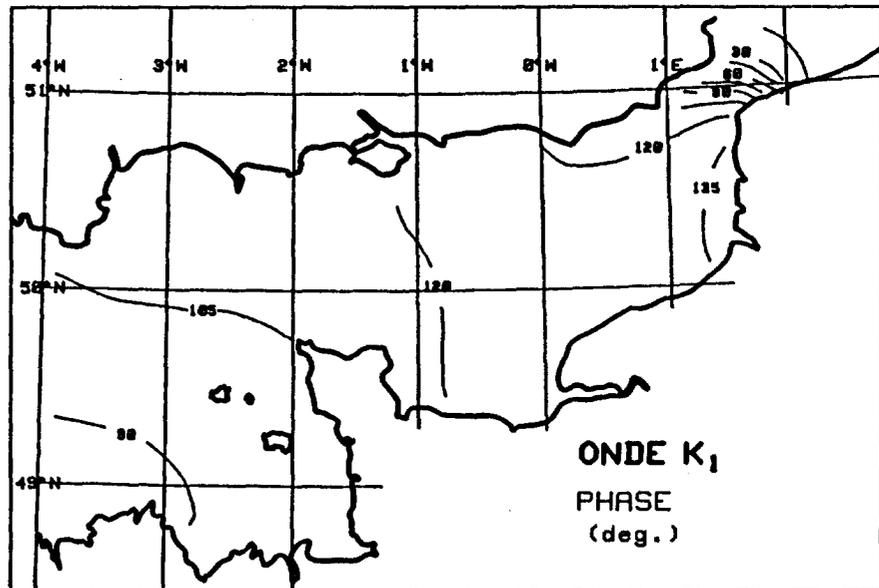
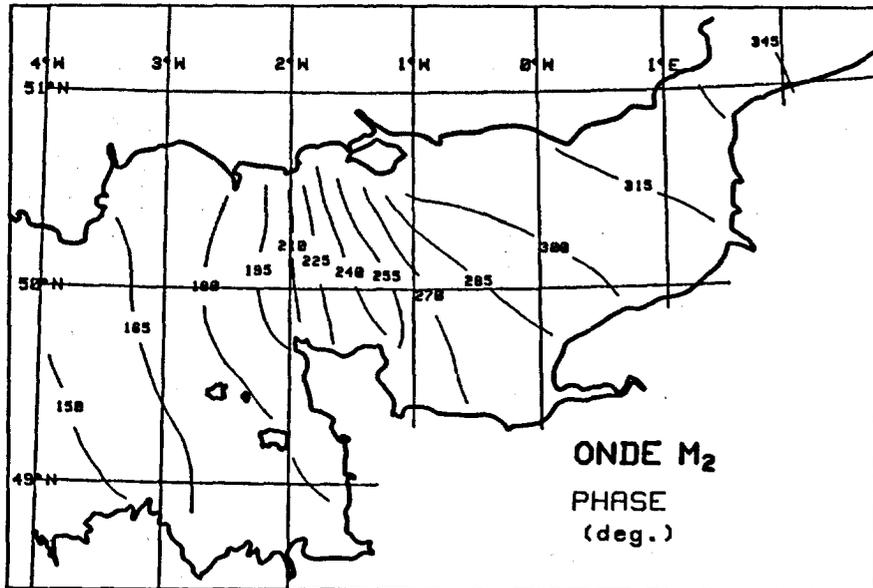
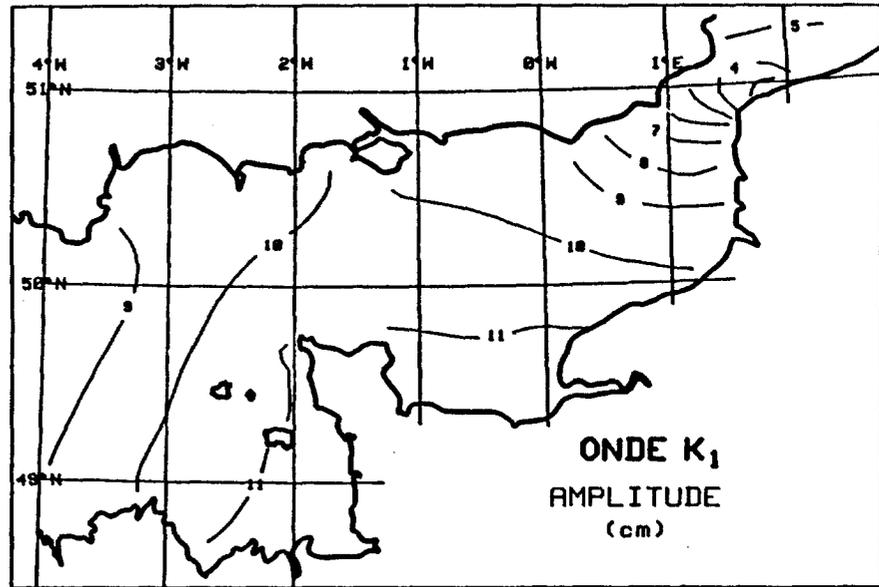
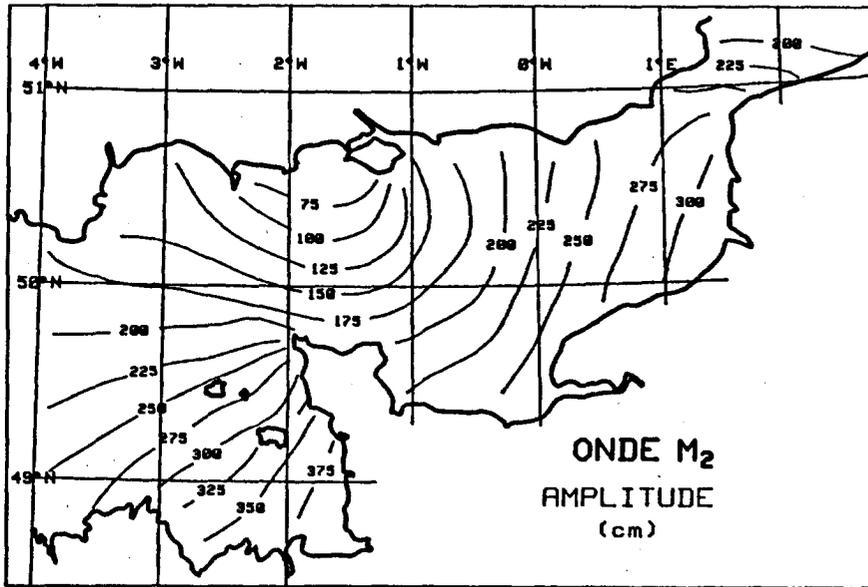
Sur les cartes isovaleurs des phases et des directions du courant maximum, on trouve des points où toutes les lignes isovaleurs convergent. Ces points correspondent à des zones où la rose de courant est pratiquement circulaire. Sur les cartes isovaleurs ou l'ellipticité, bien sur, ces zones donnent des valeurs de R voisines de 100.

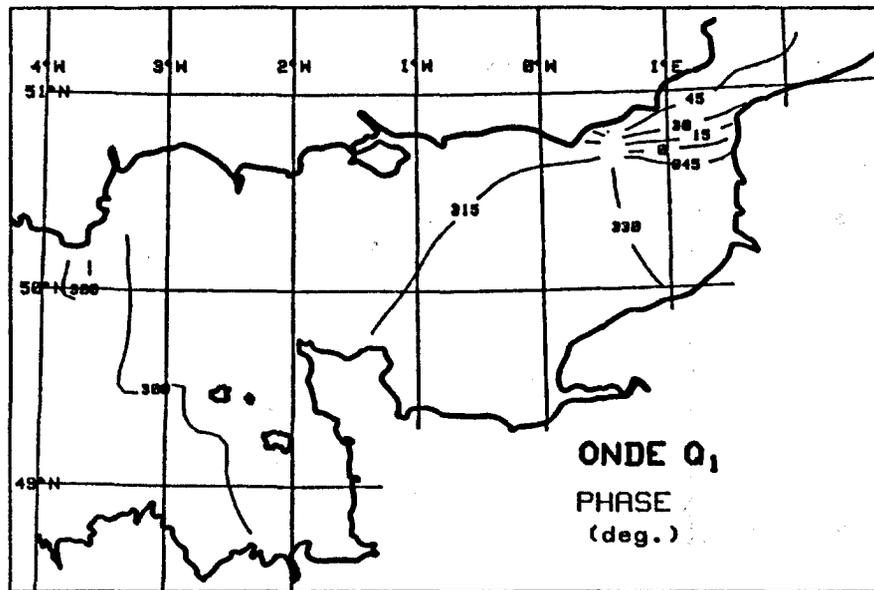
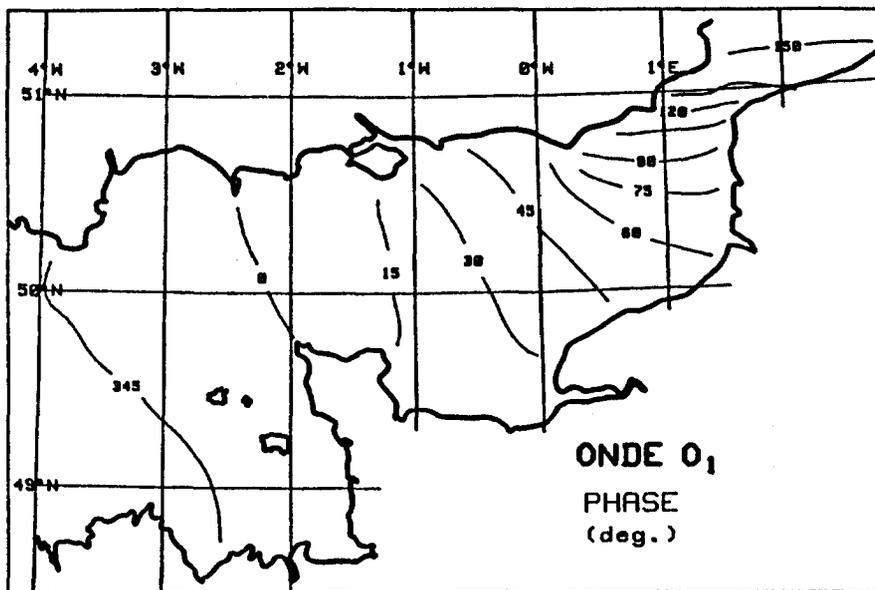
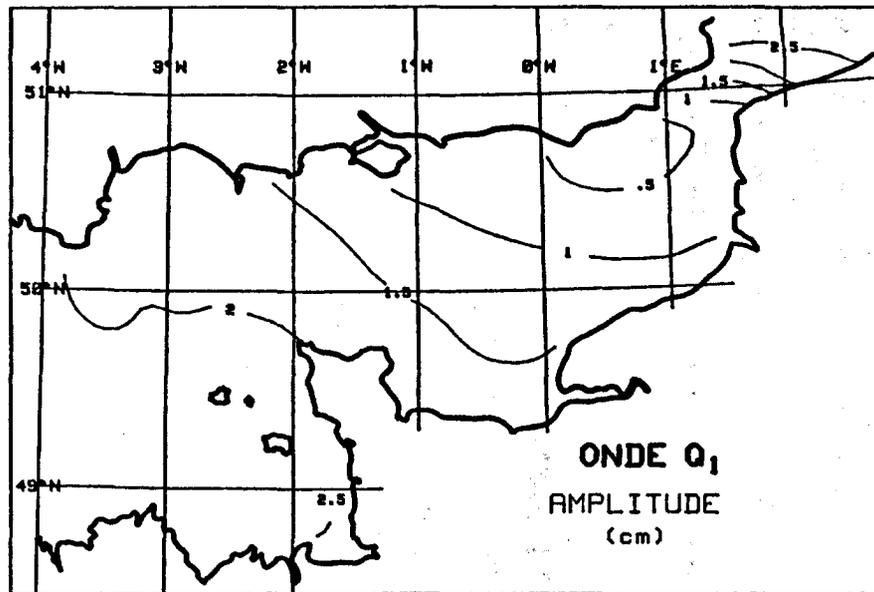
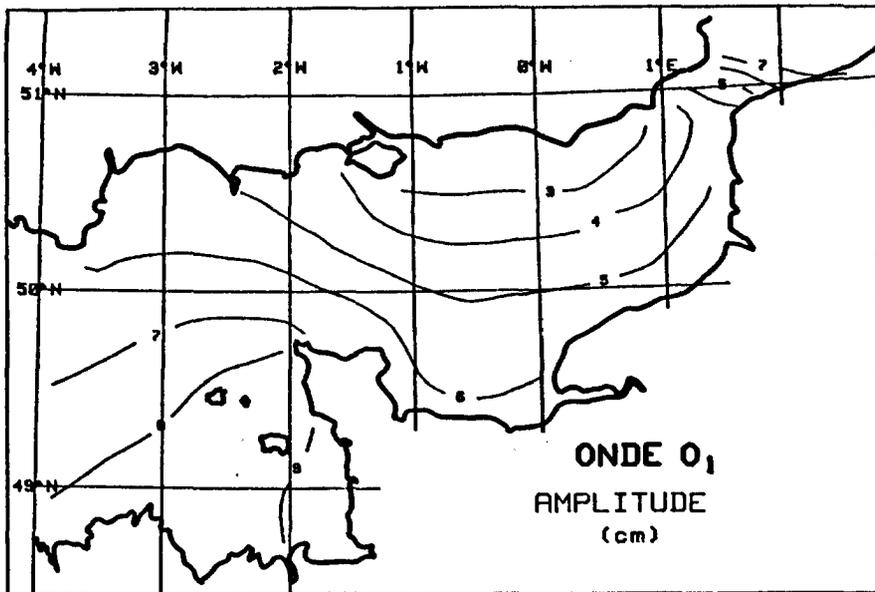
Par analogie avec les réseaux de lignes isoamplitudes et cotidales établies pour les niveaux dans une amphidromie de KELVIN, ces points sont appelés points amphidromiques de courant, bien que la valeur du courant en ce point n'

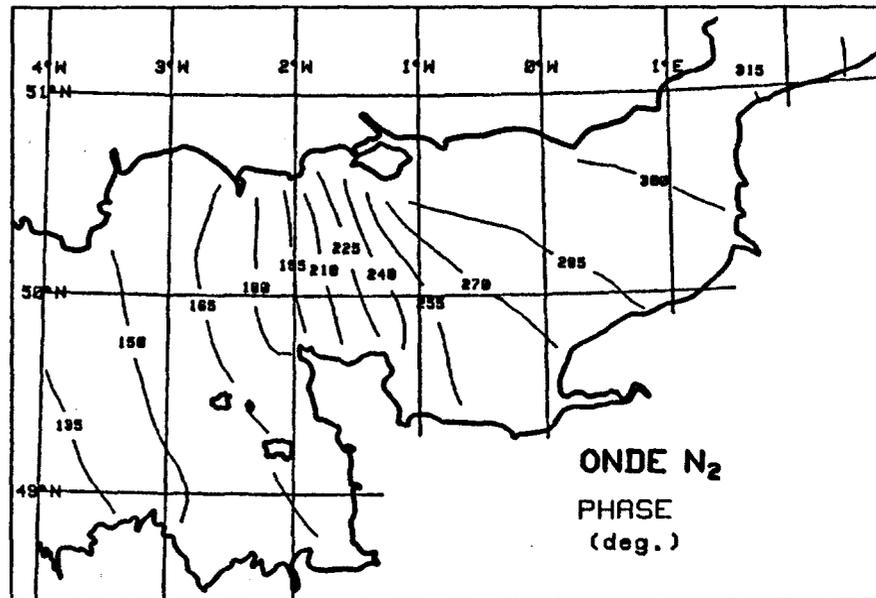
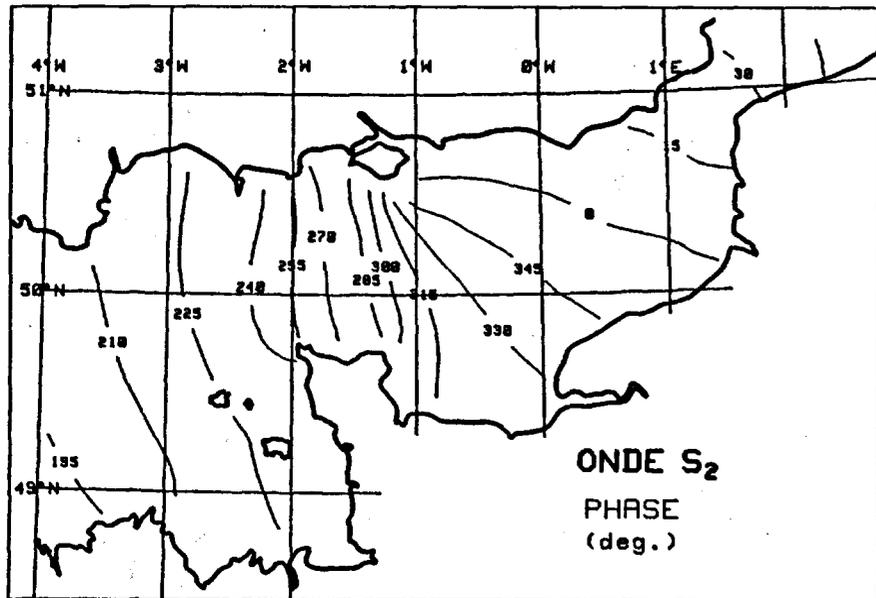
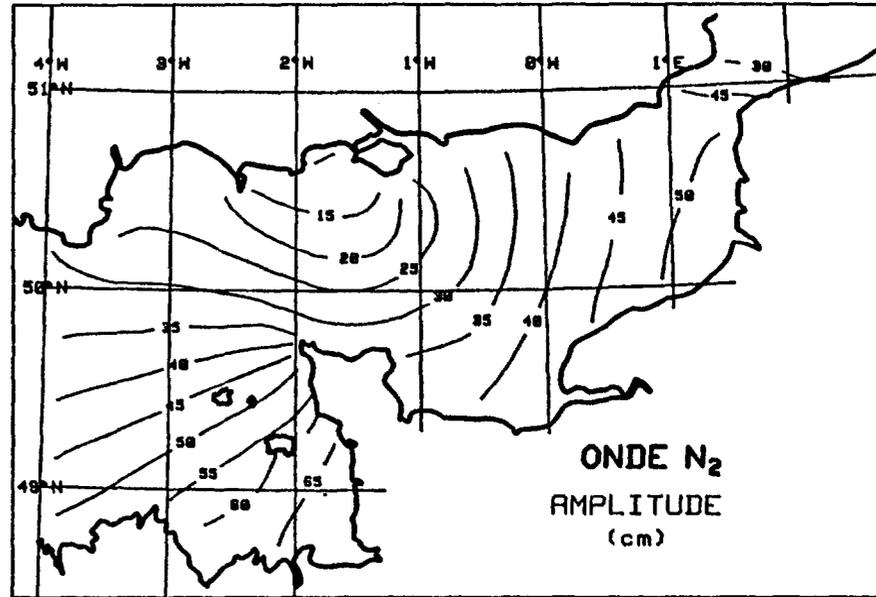
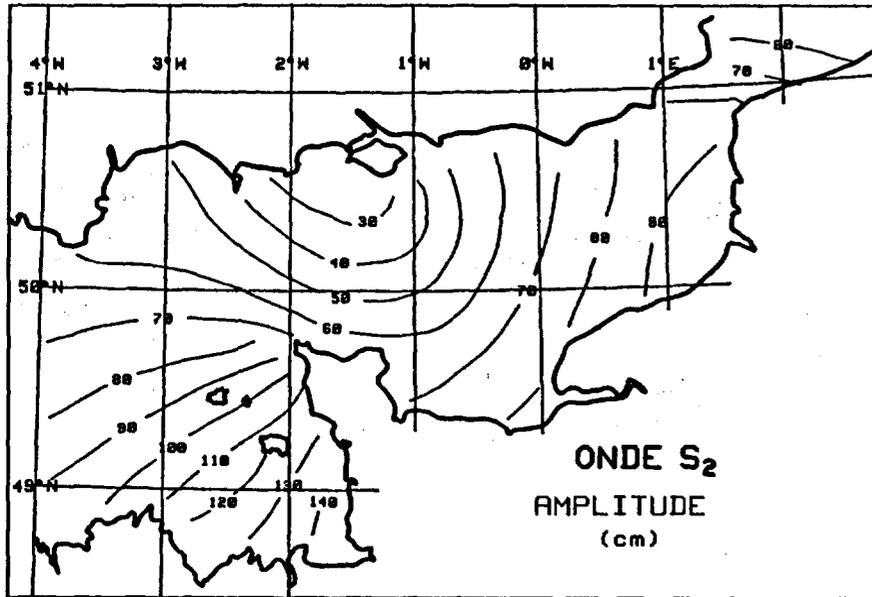
est pas nulle. Par ailleurs, il n'y a pas de relations simples entre les points amphidromiques de courant et les points amphidromiques de niveau pour une même onde, dans un bassin réel comme la Manche.

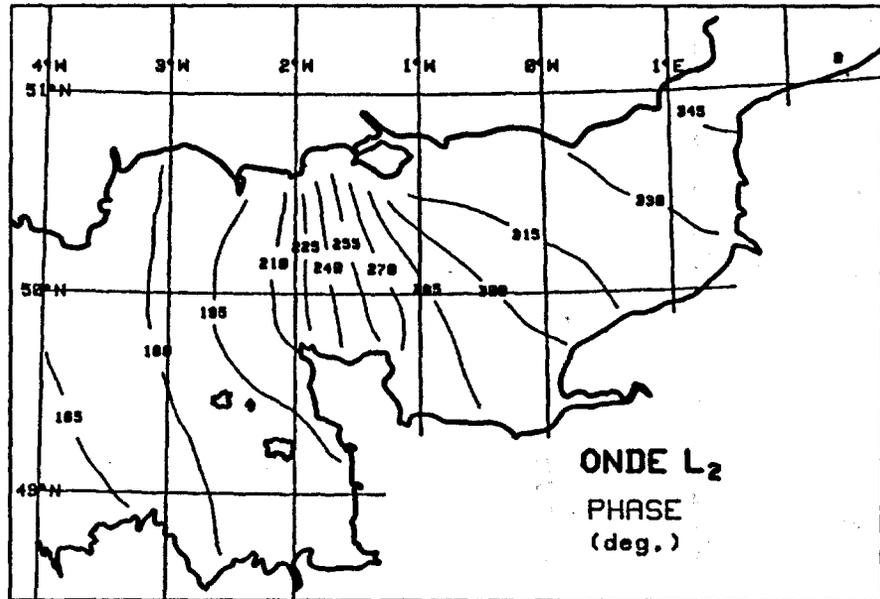
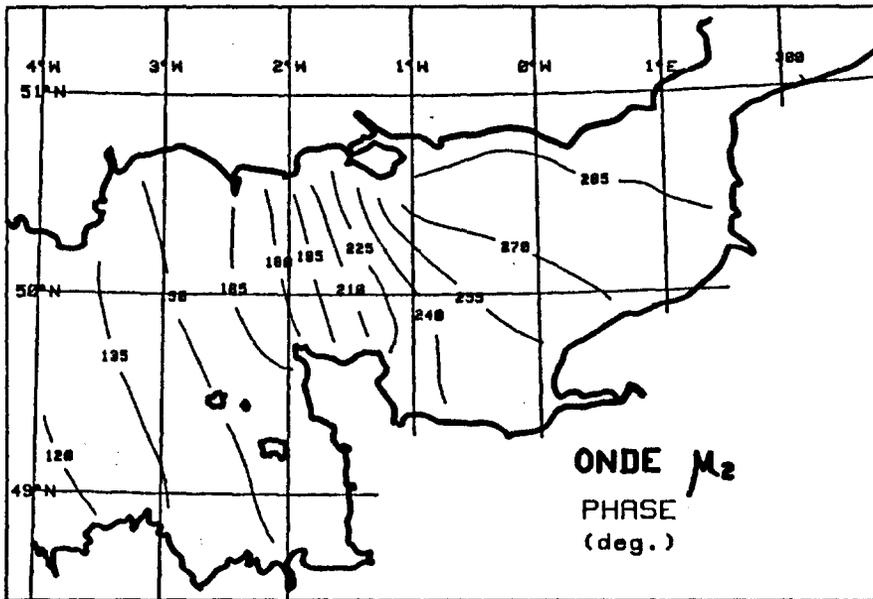
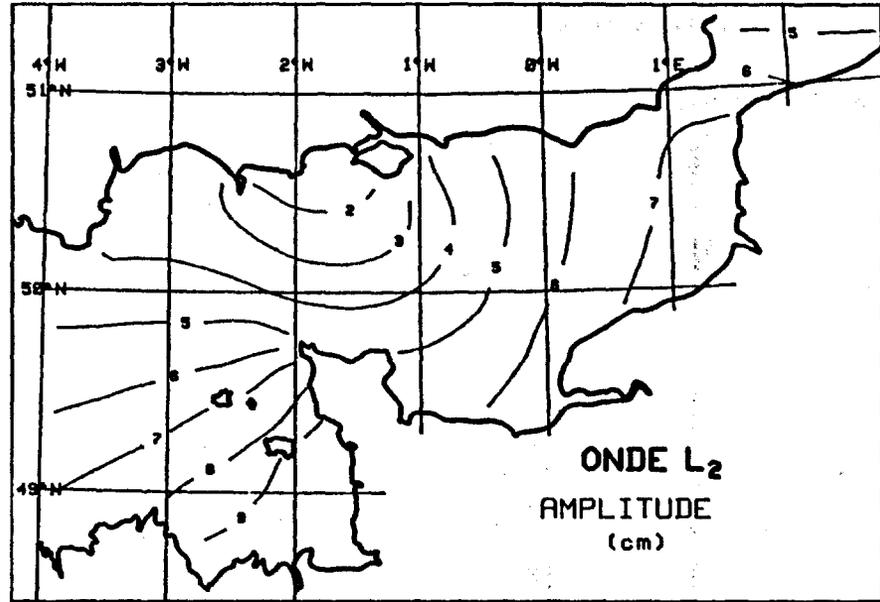
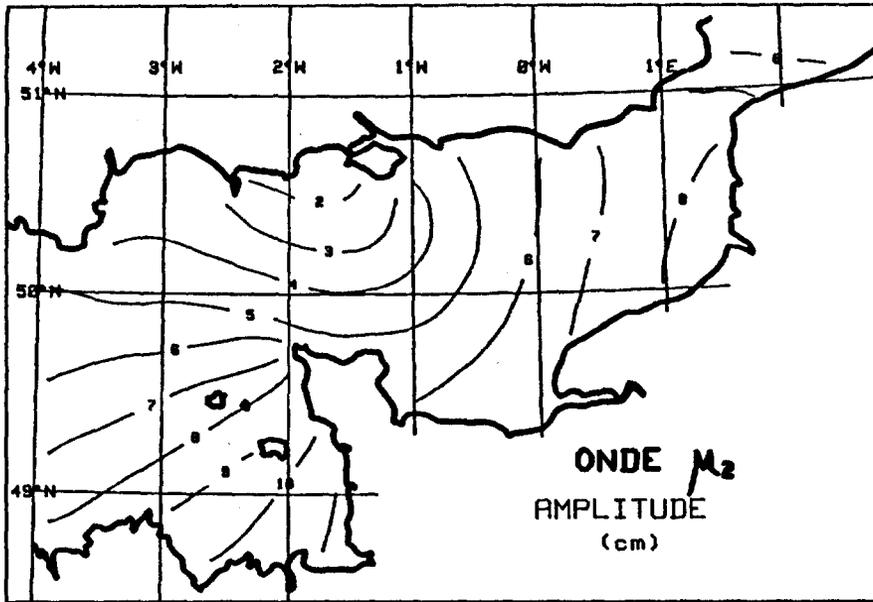
A N N E X E II

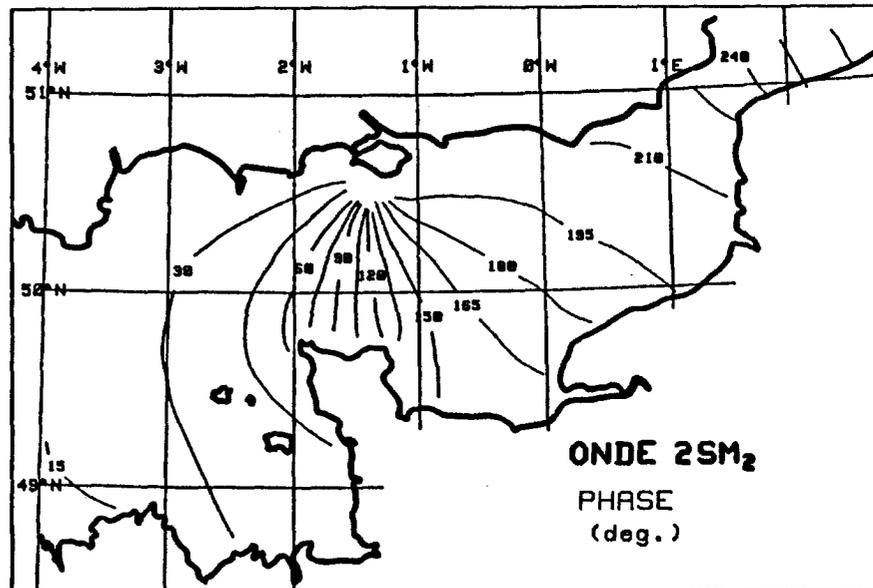
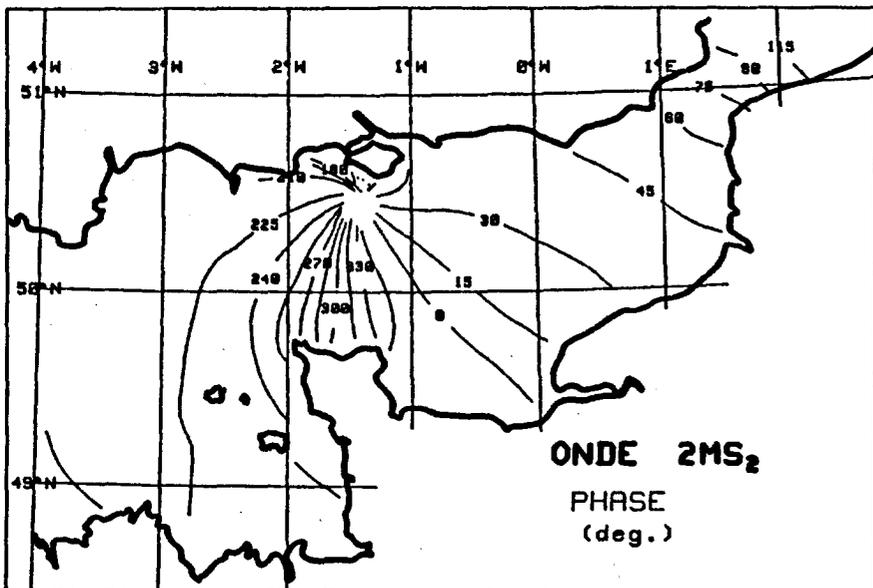
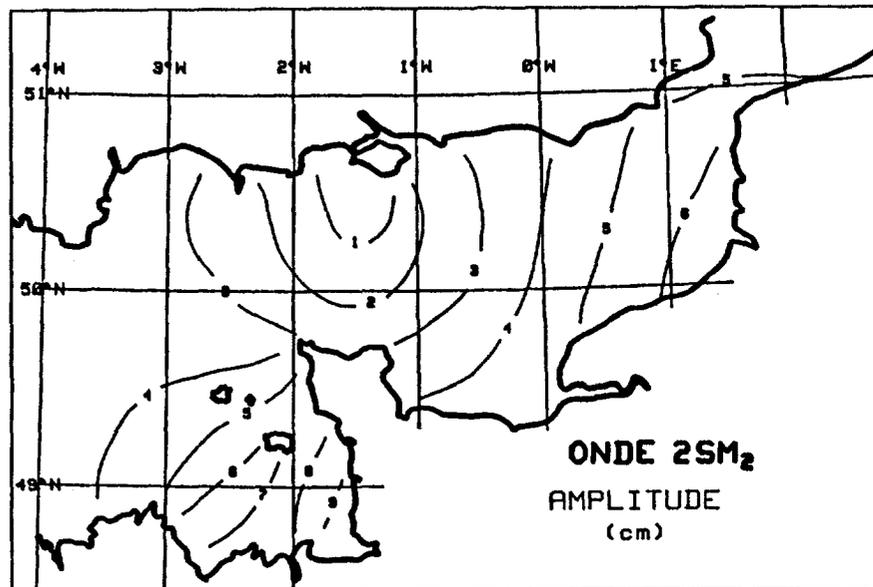
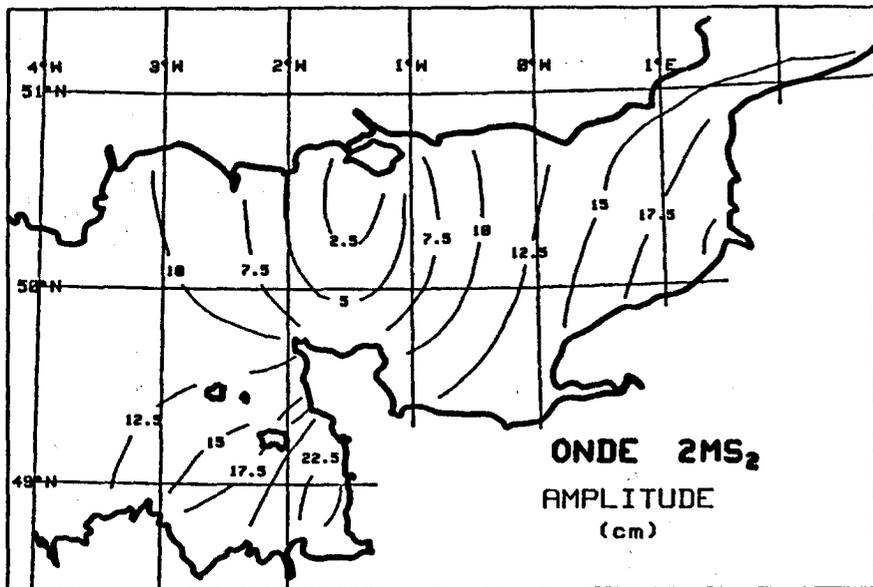
CARTES DES COMPOSANTES HARMONIQUES DES DENIVELLATIONS DE MAREE  
(obtenues à partir de la modélisation numérique).

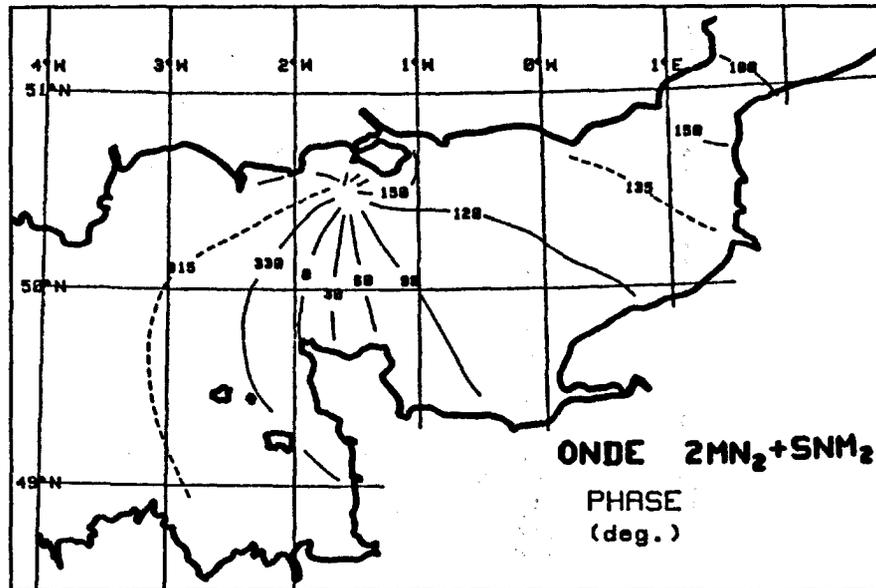
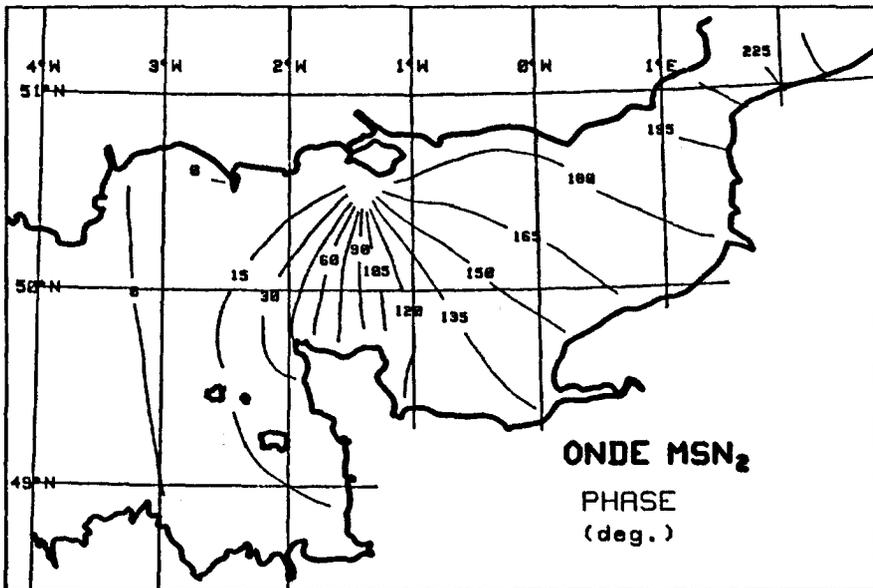
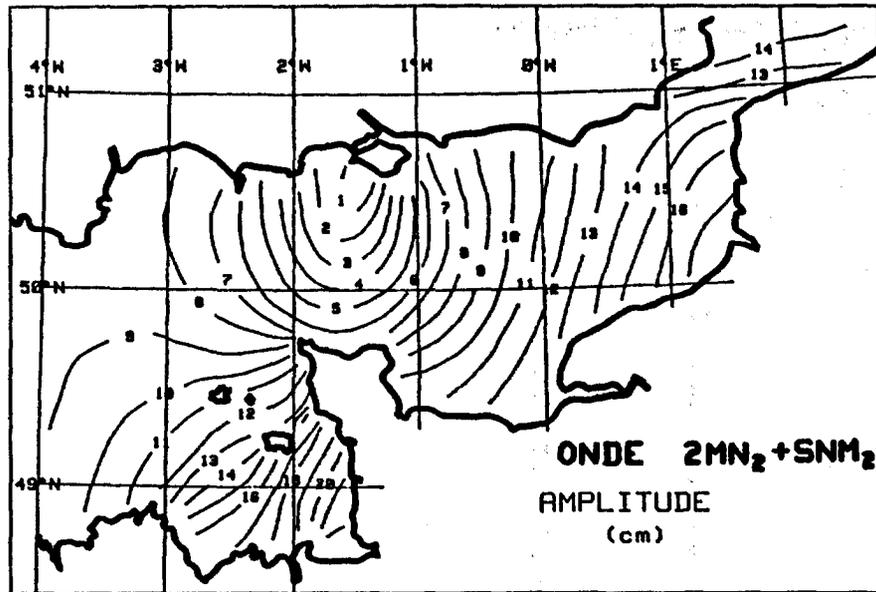
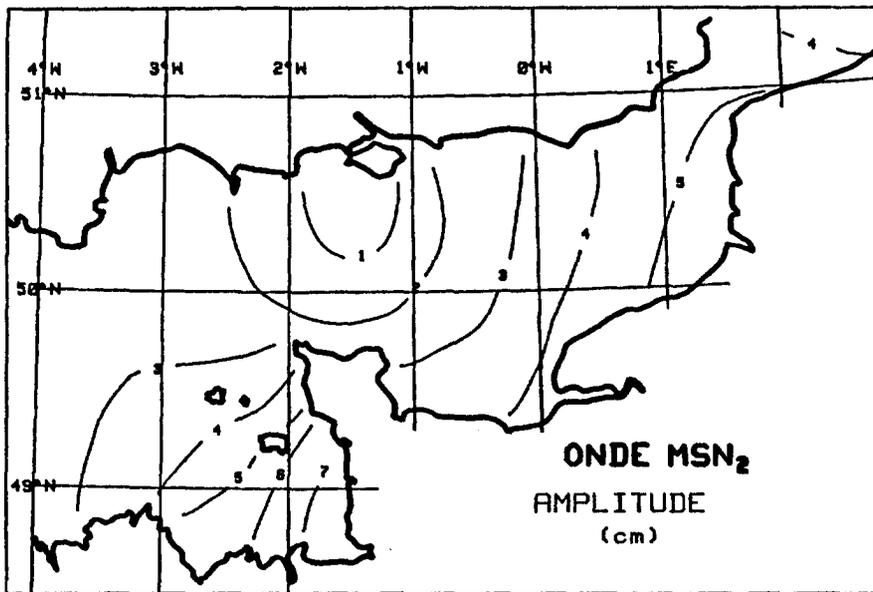


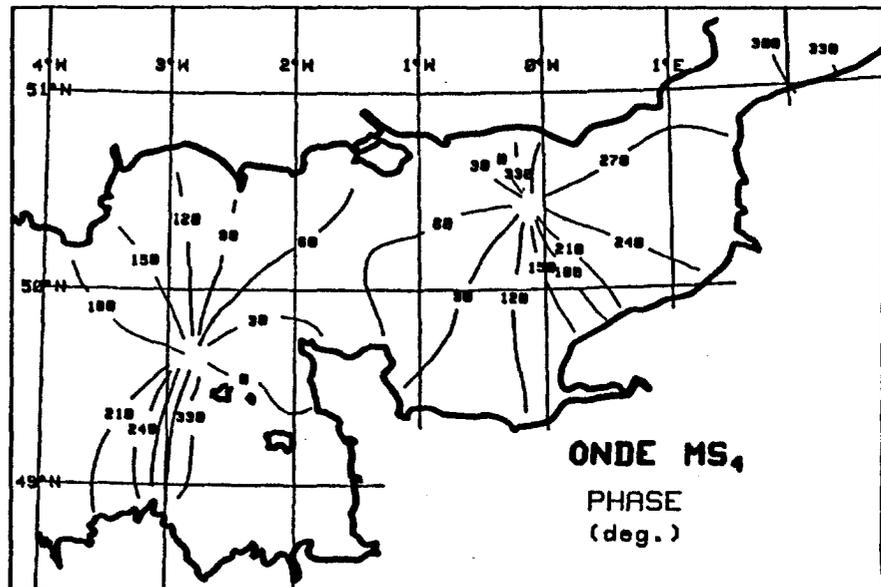
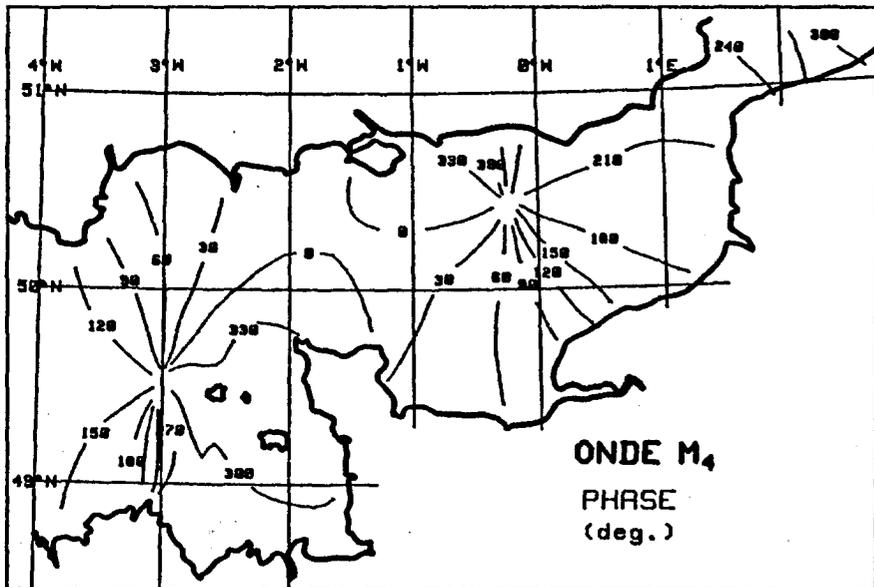
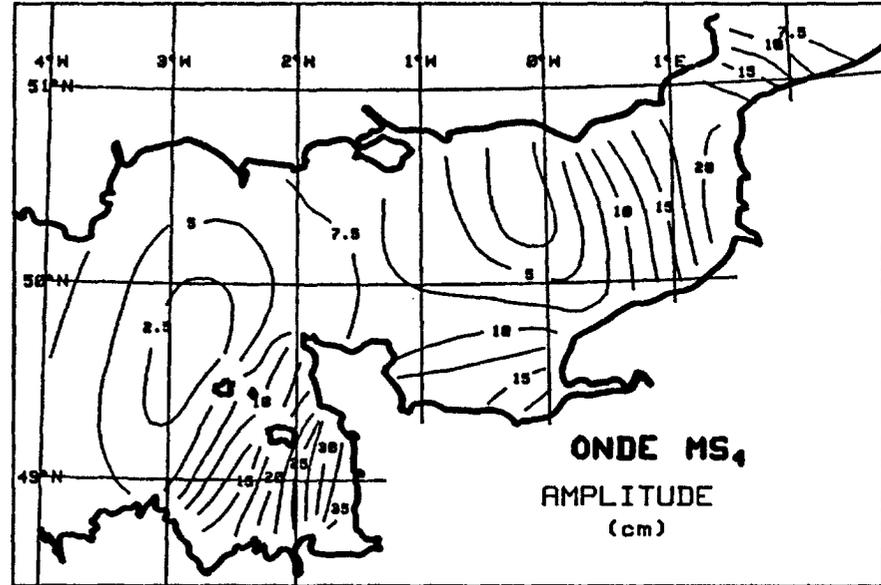
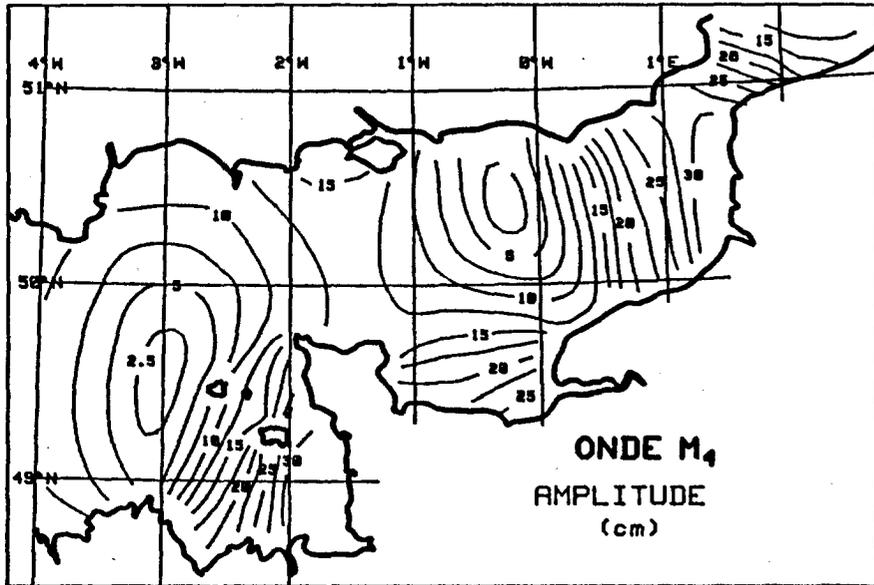


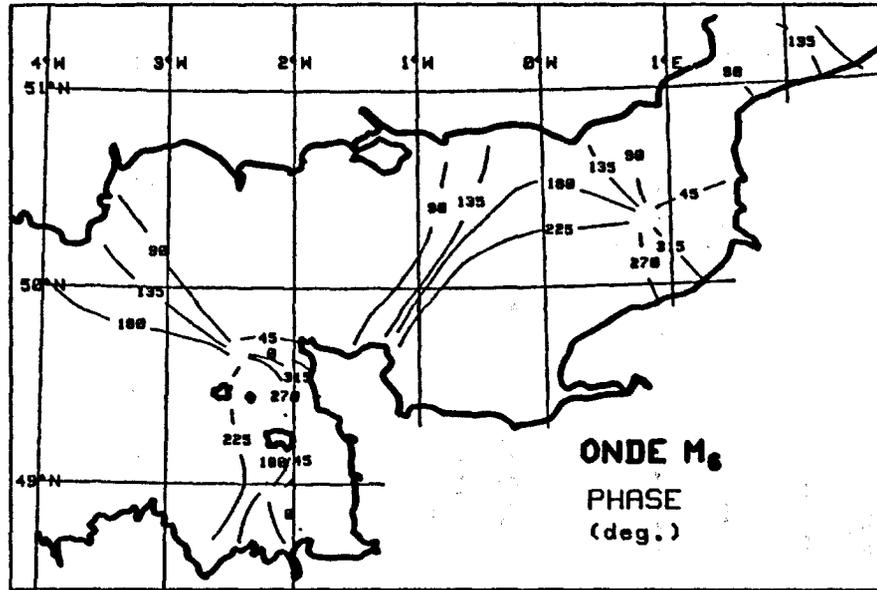
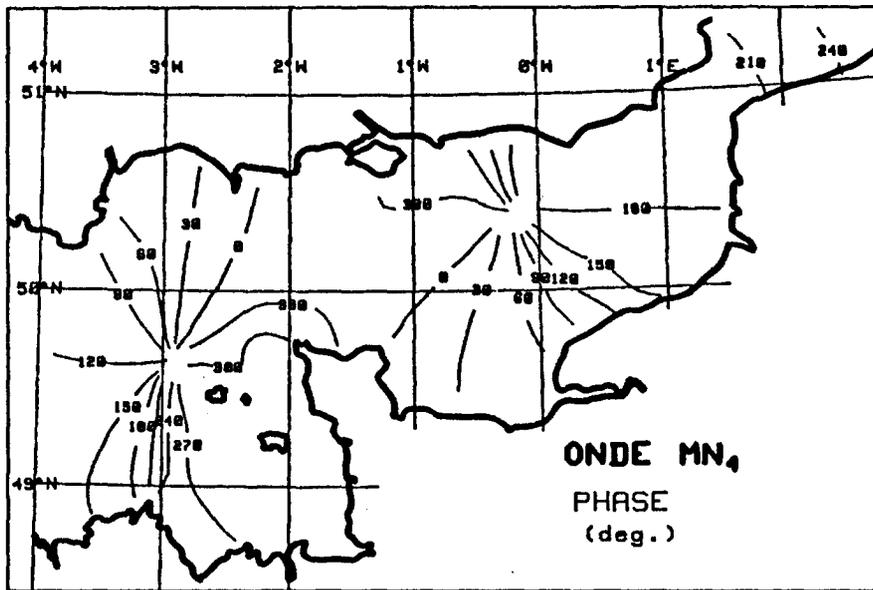
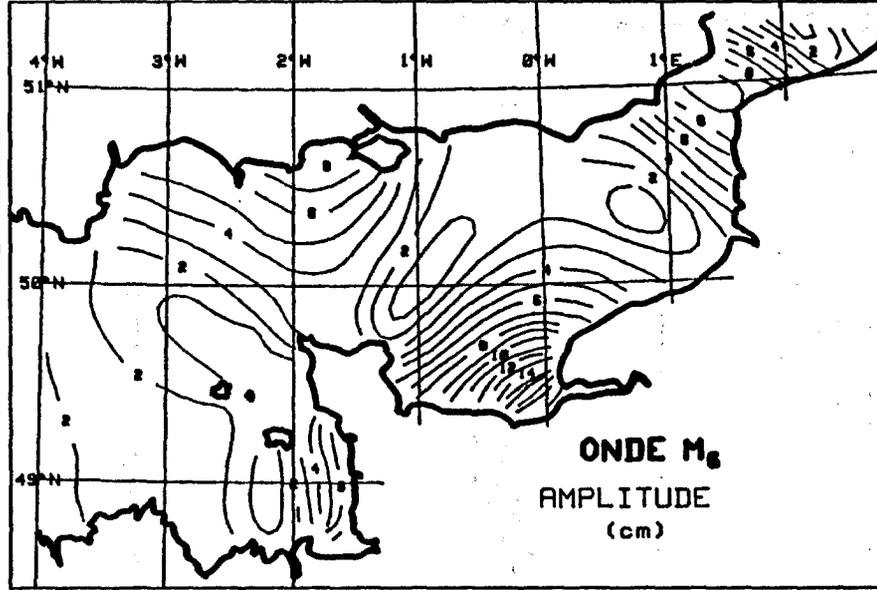
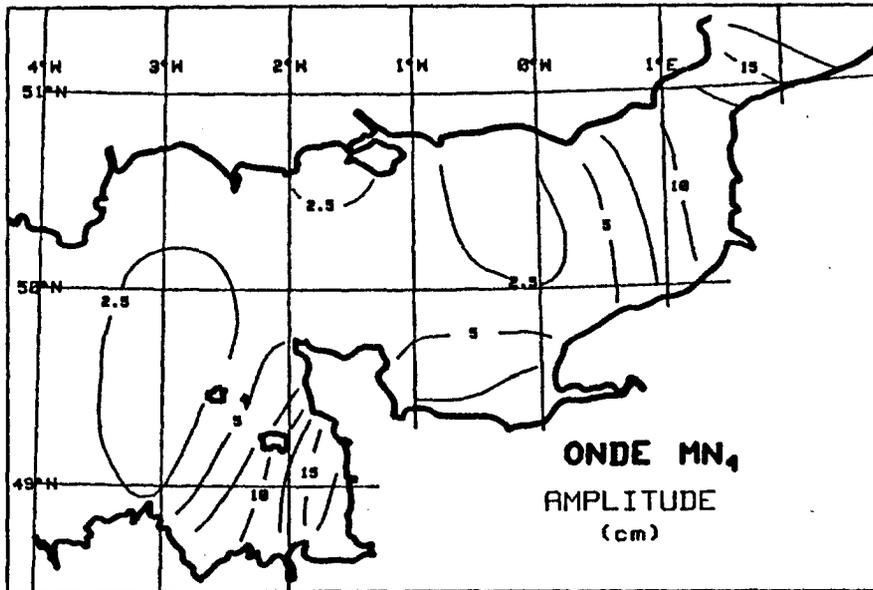


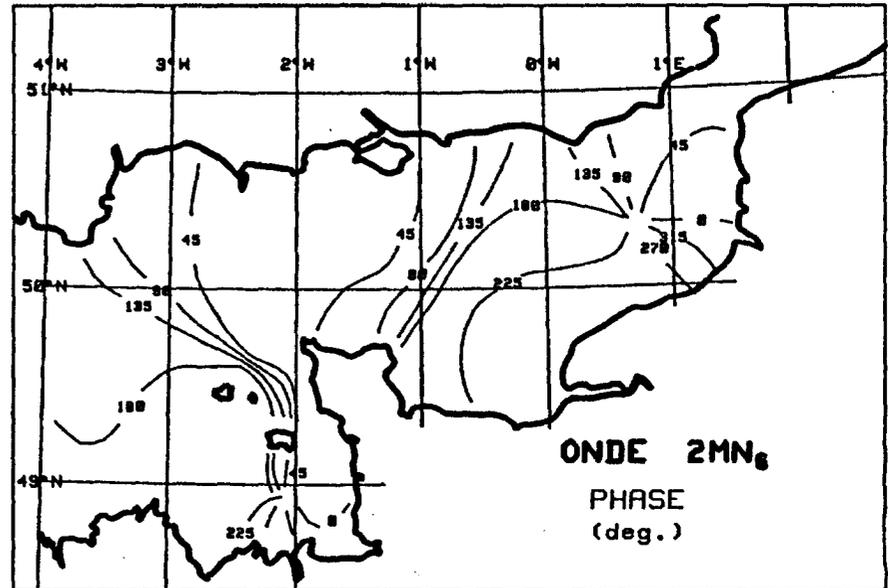
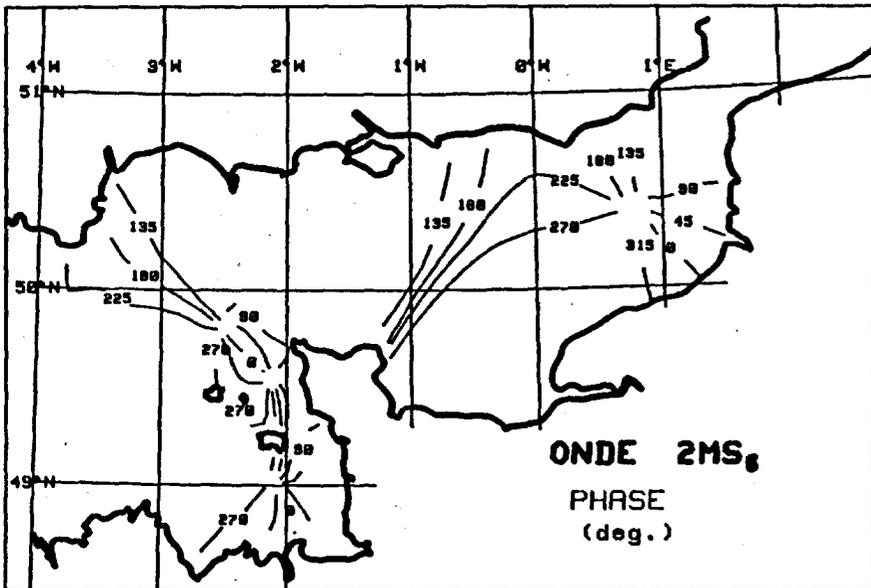
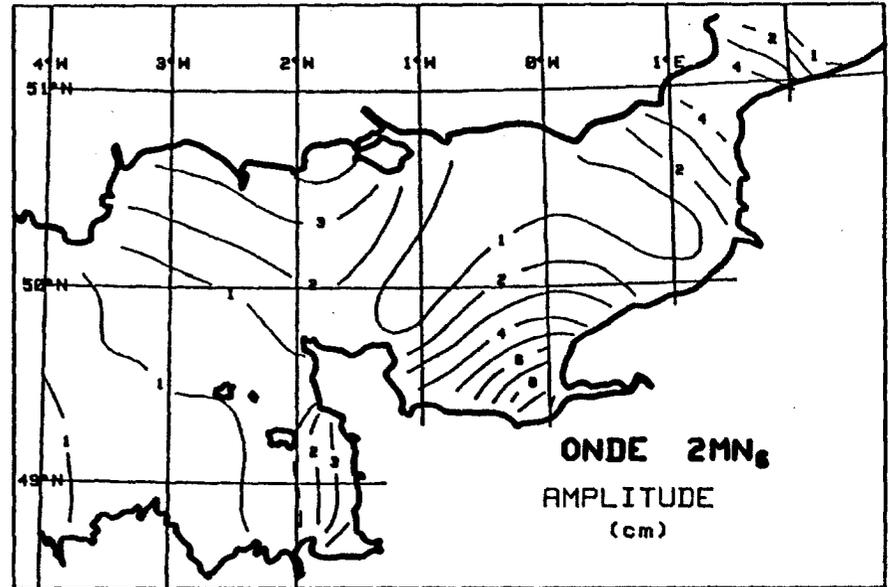
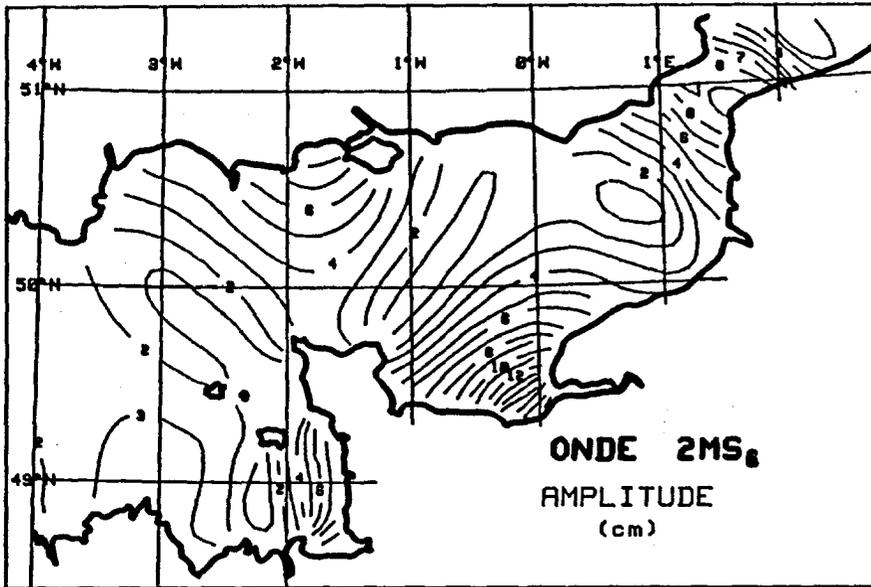


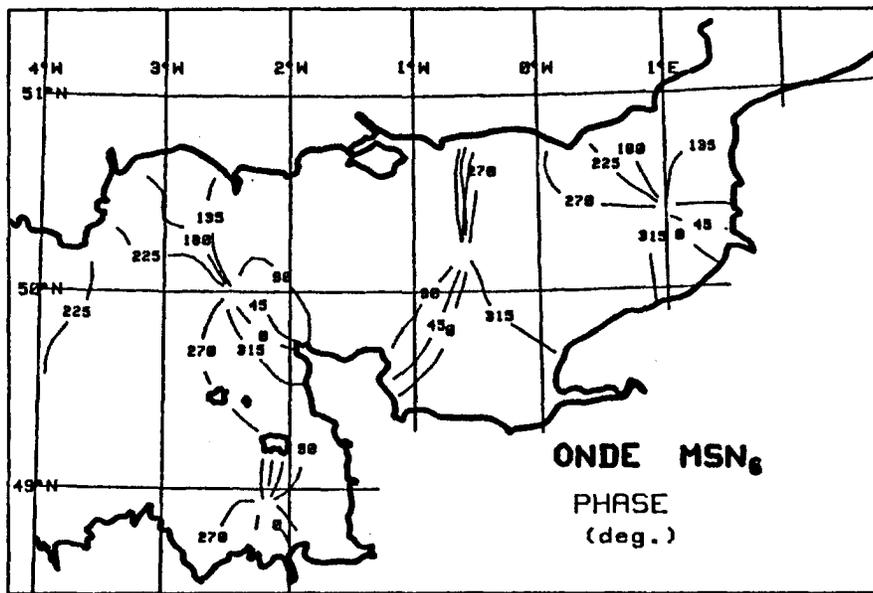
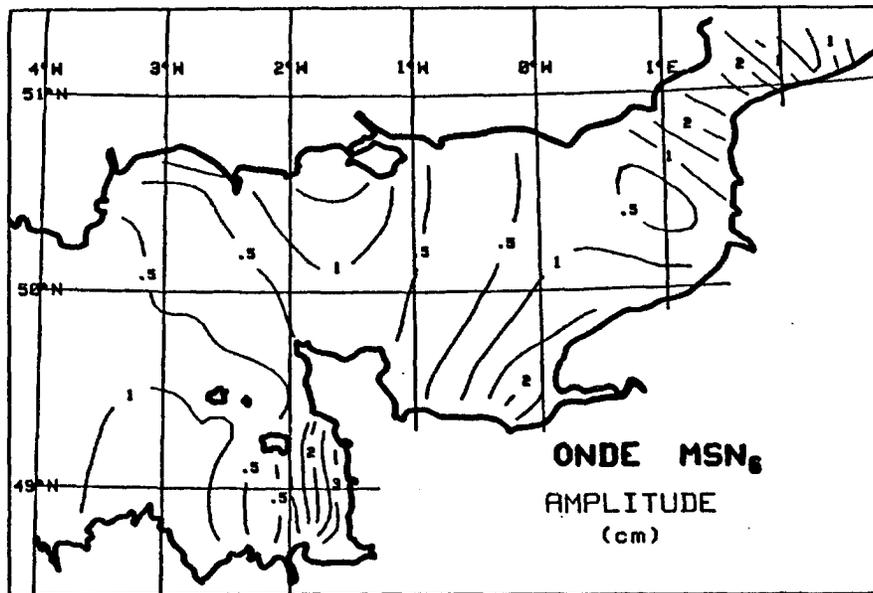






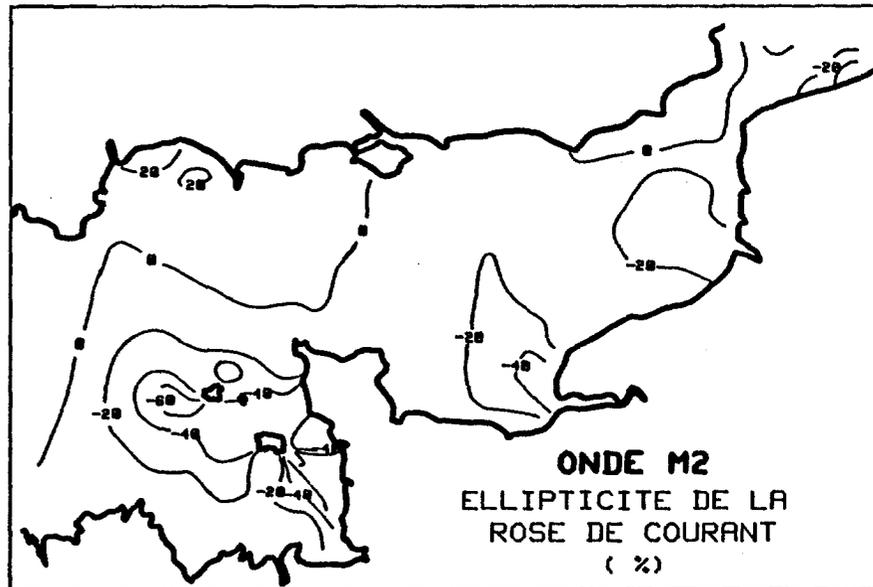
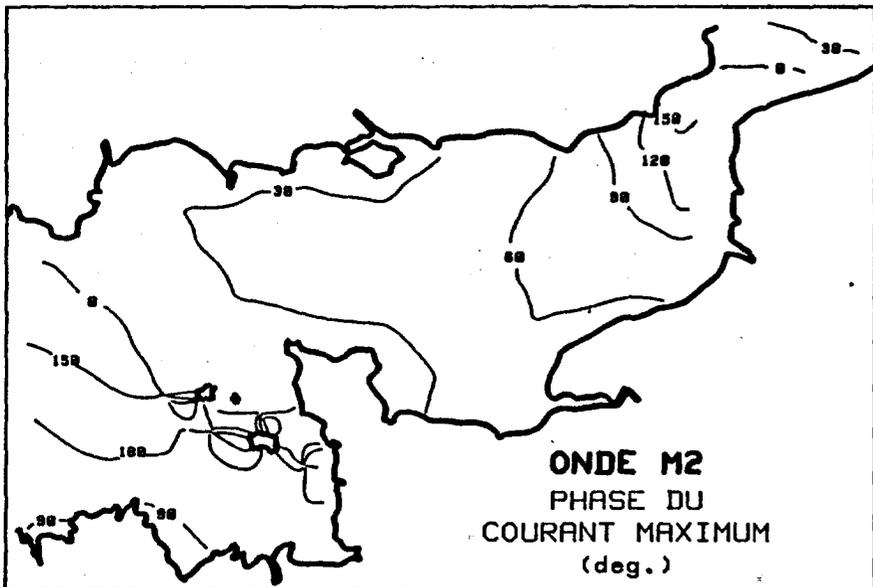
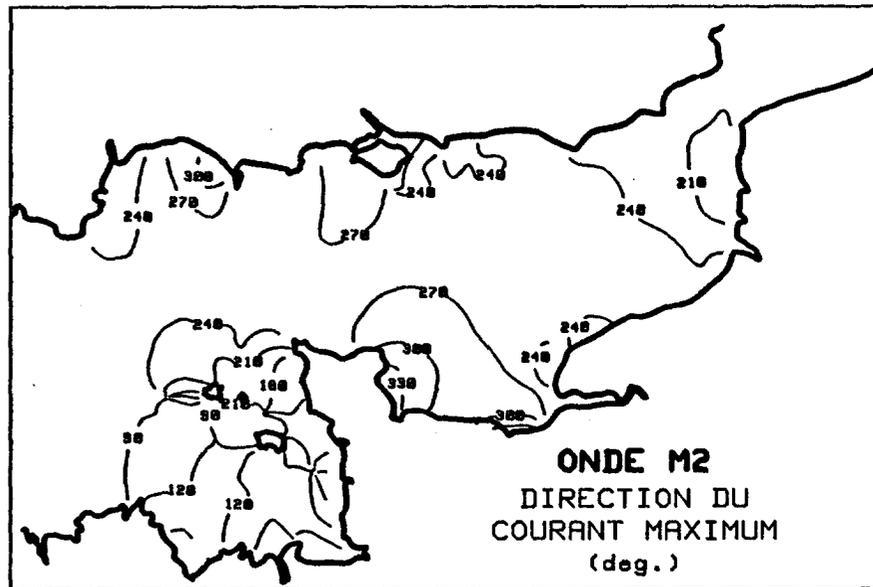
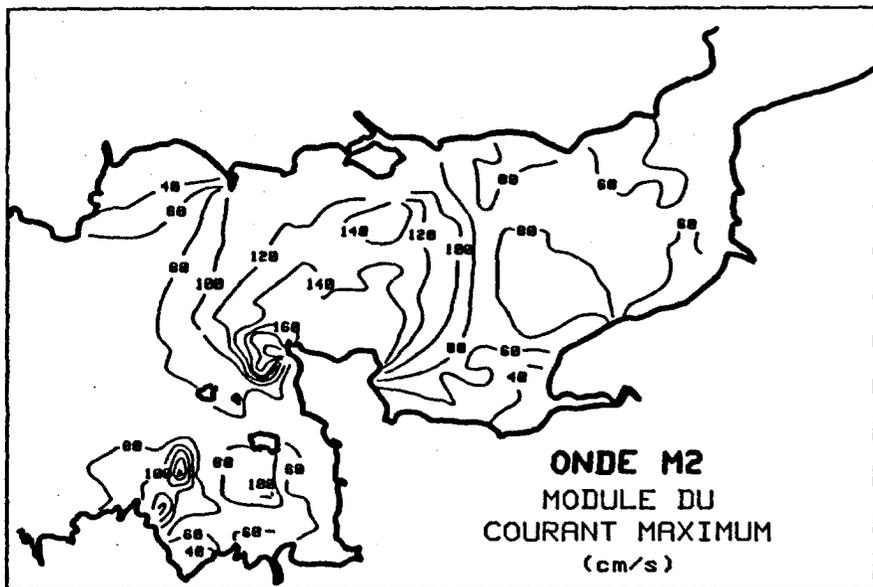


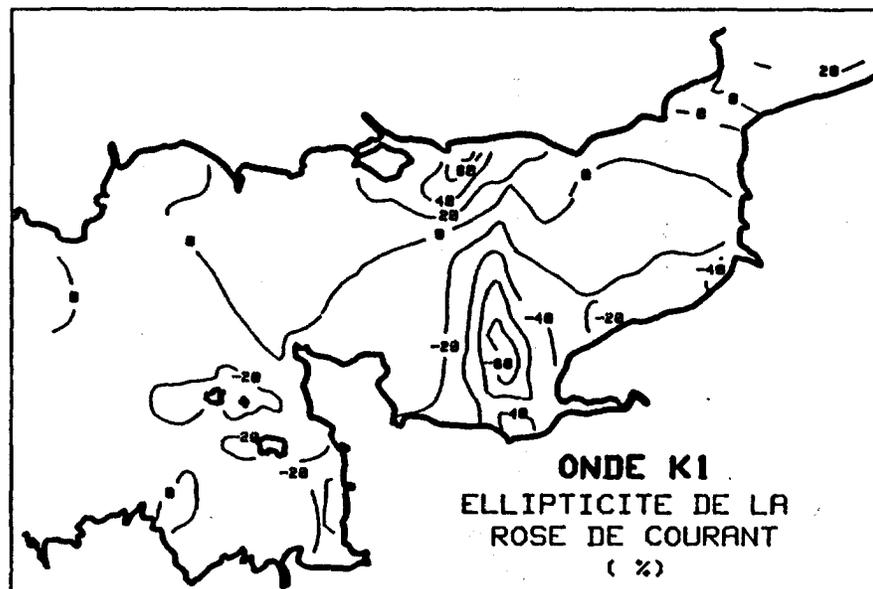
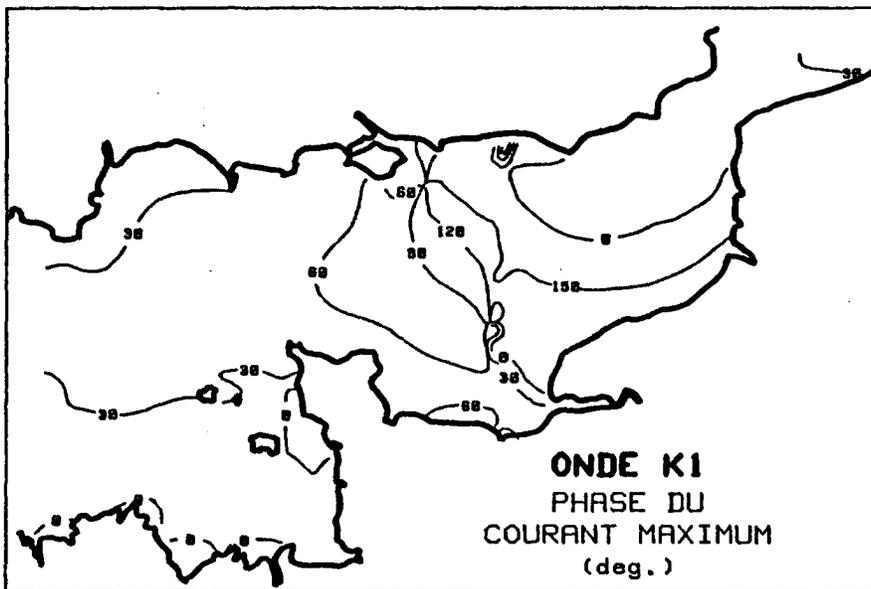
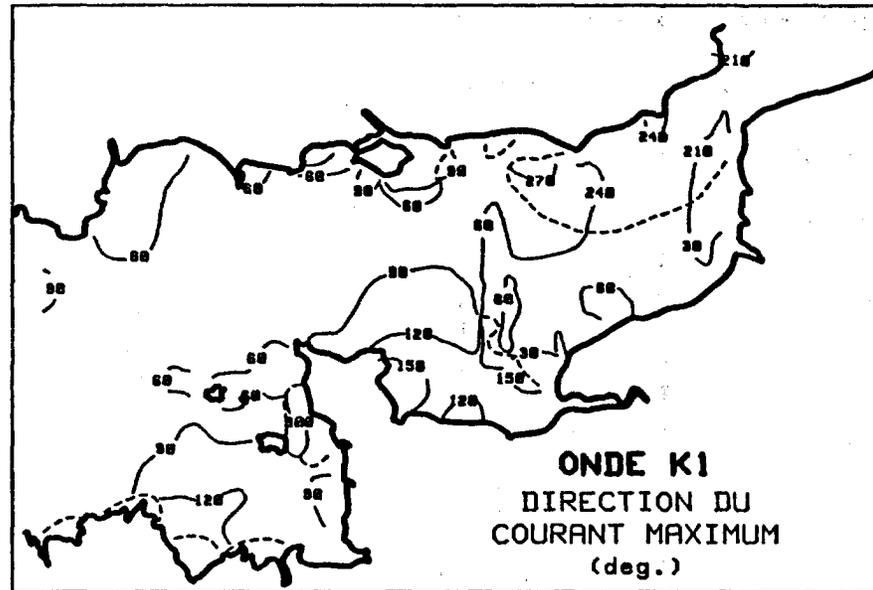
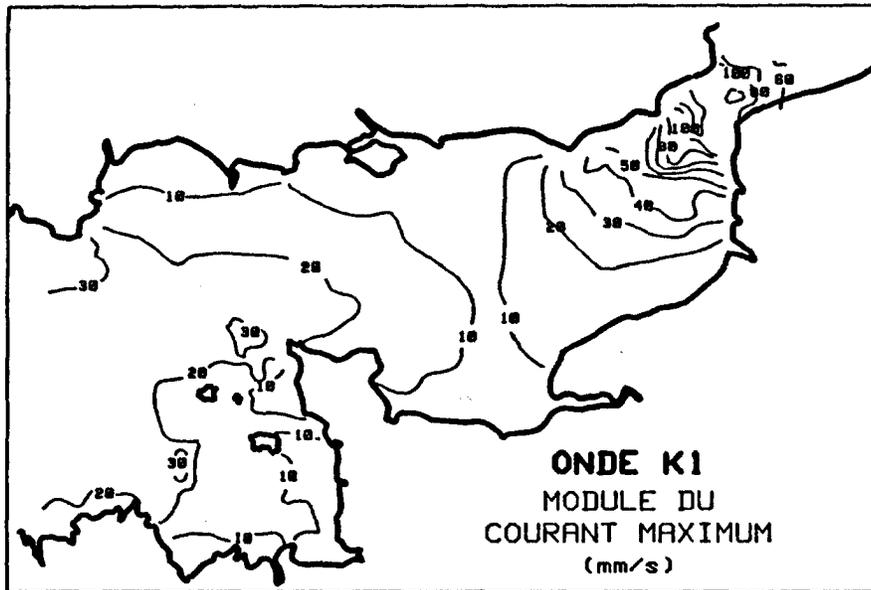


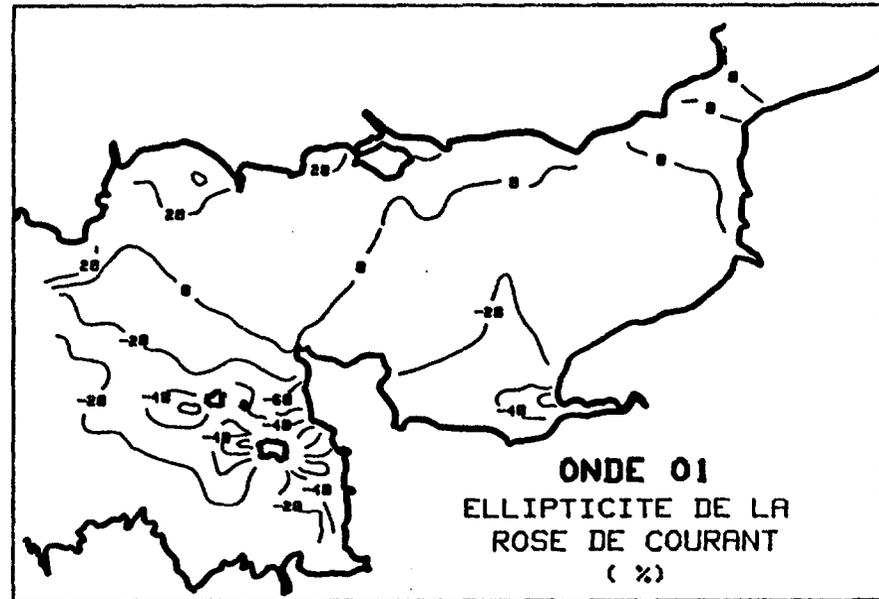
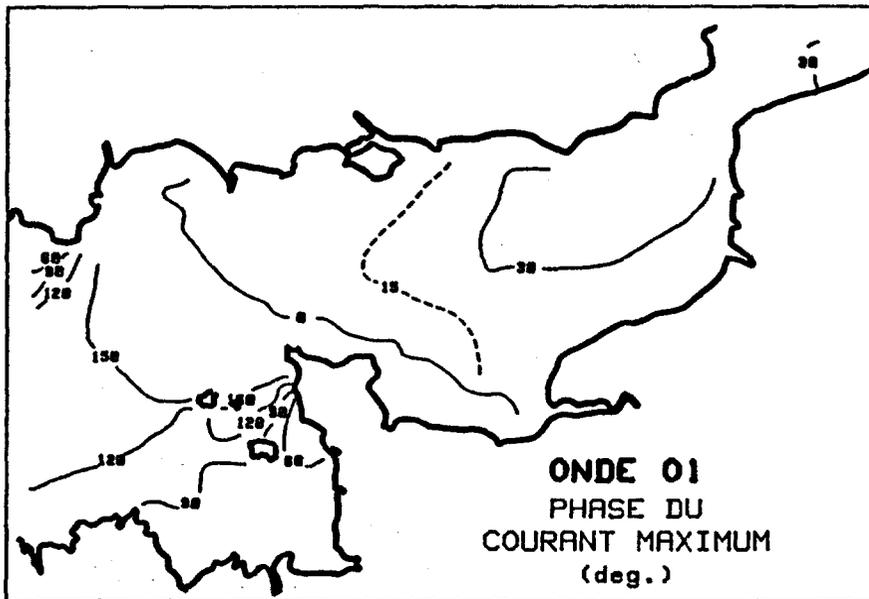
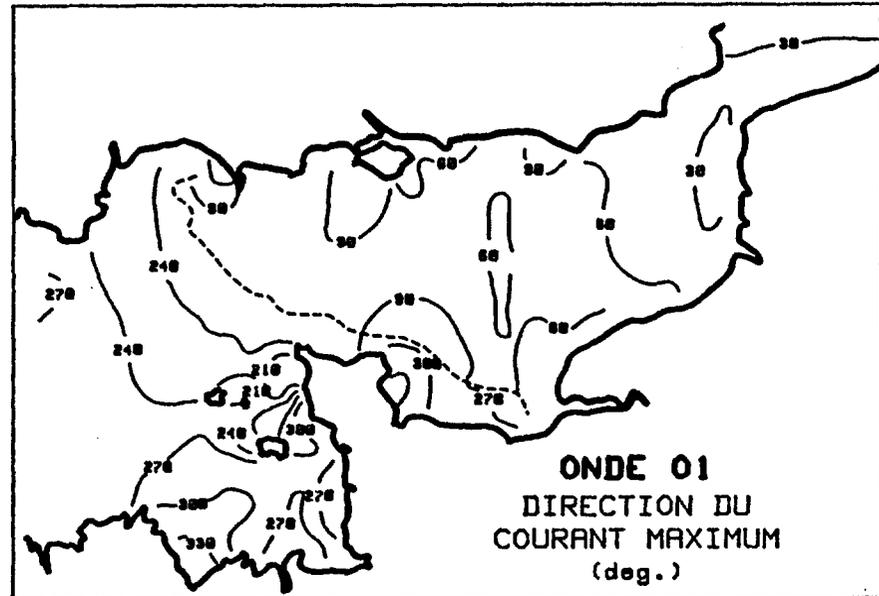
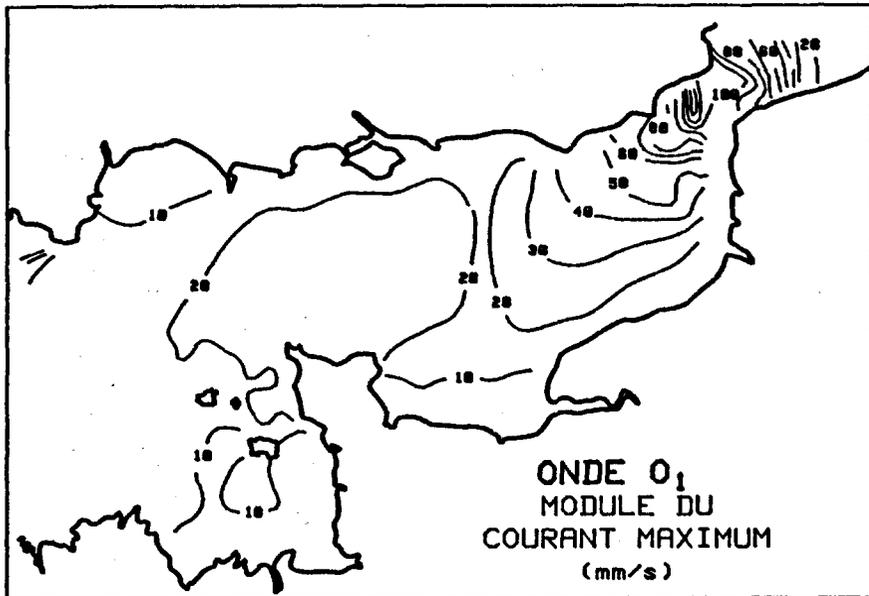


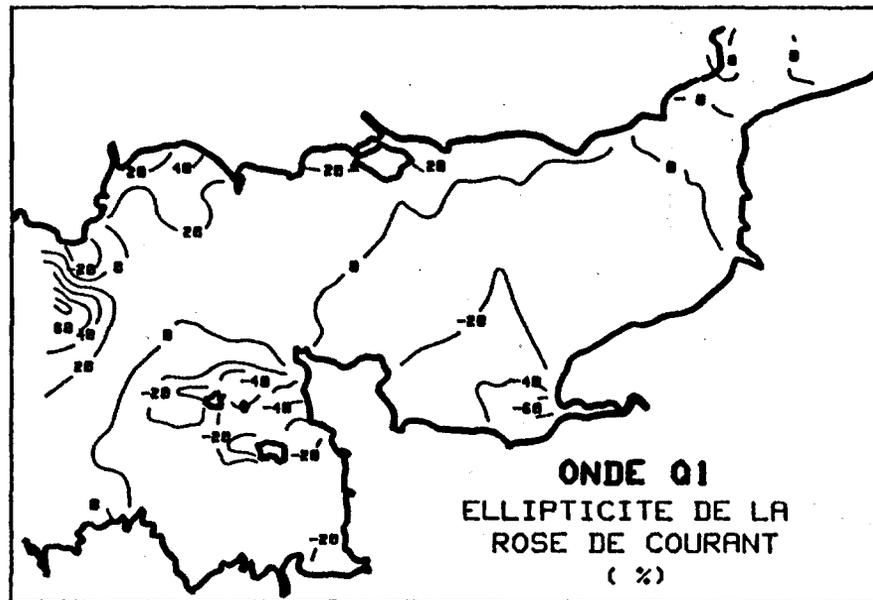
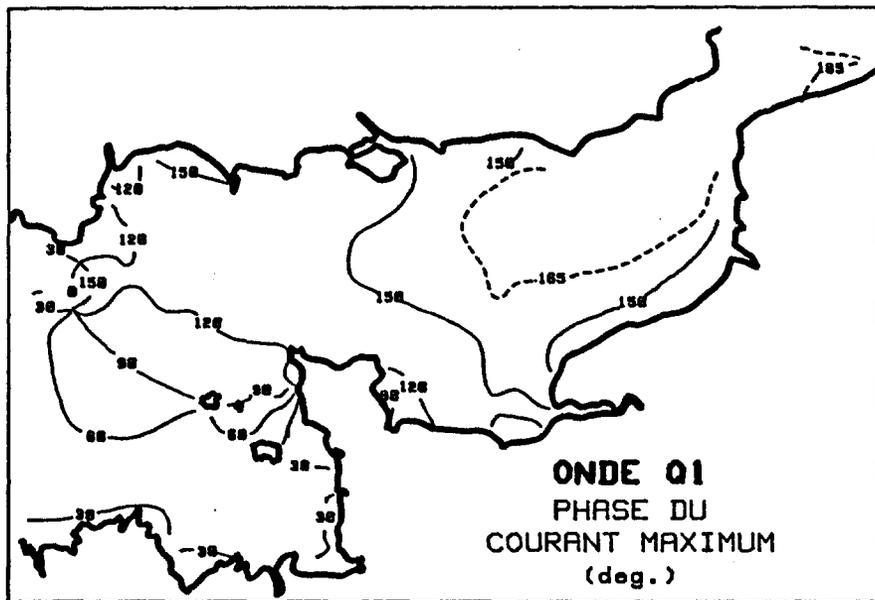
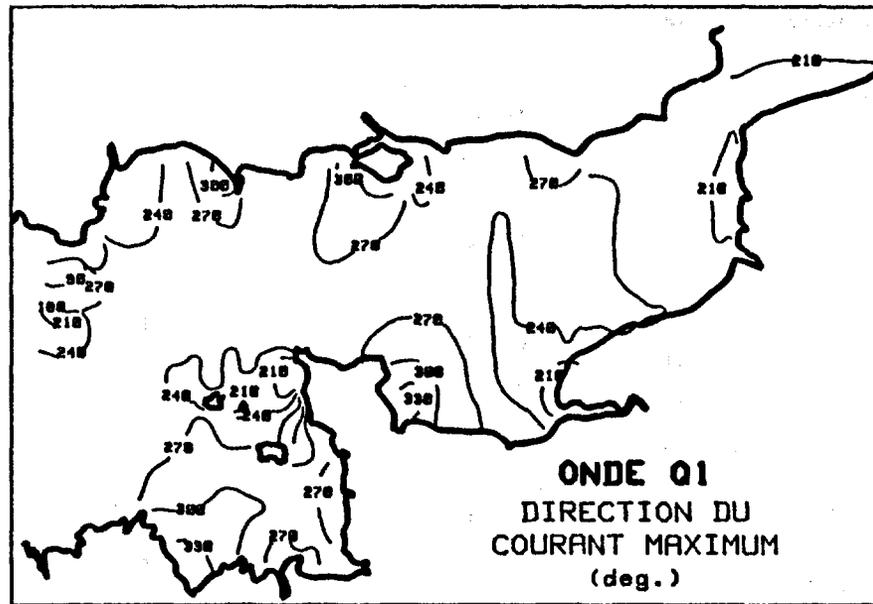
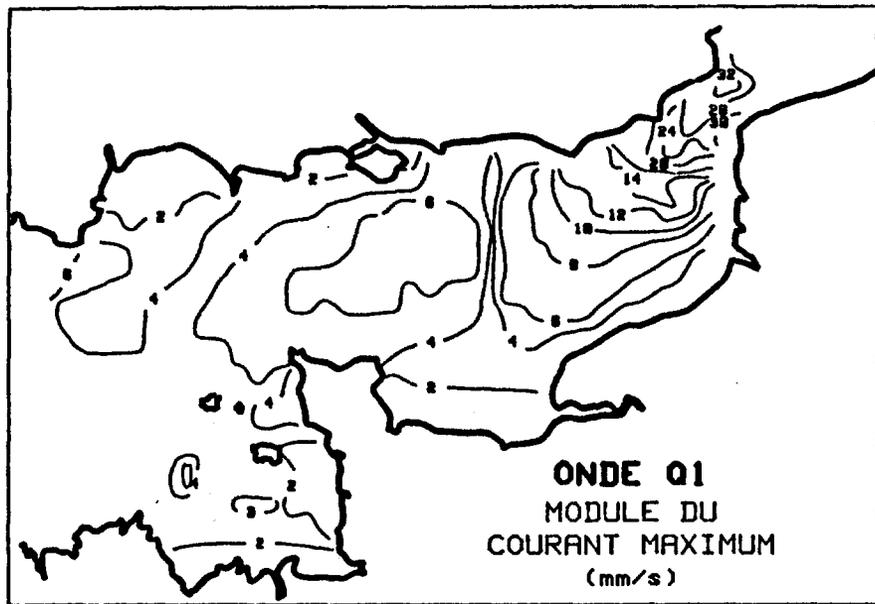
A N N E X E III

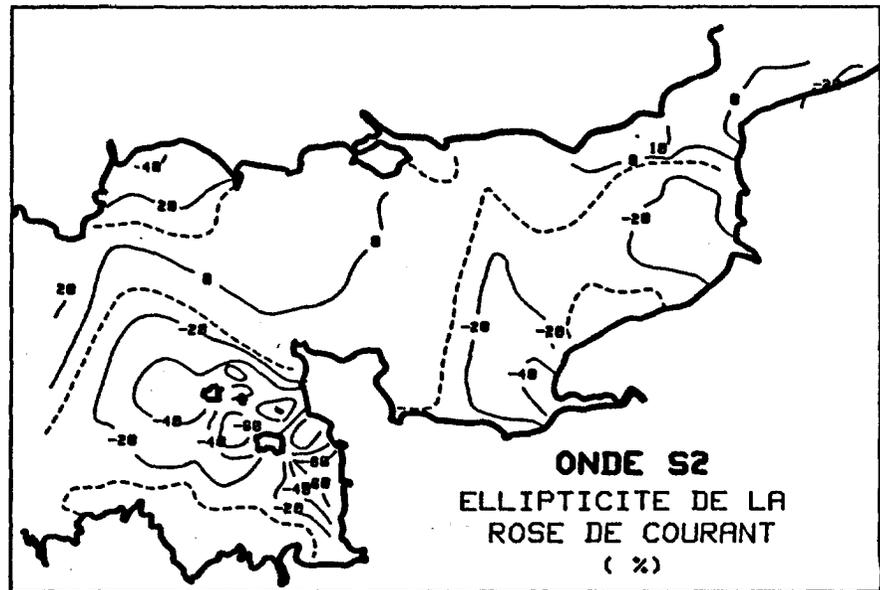
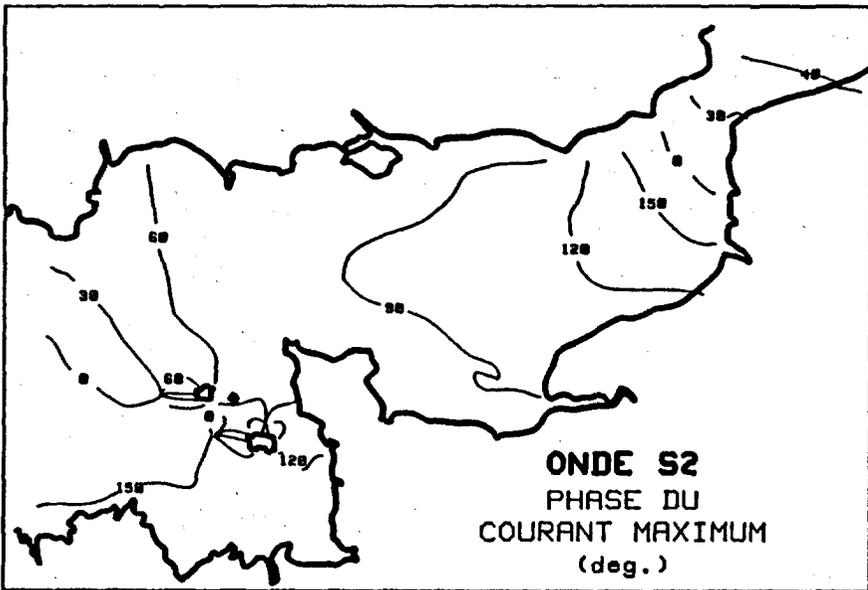
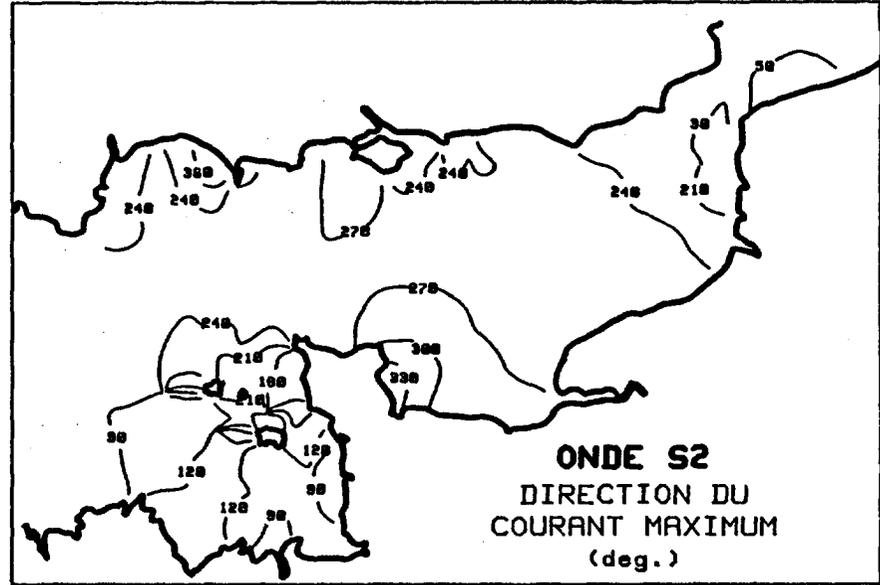
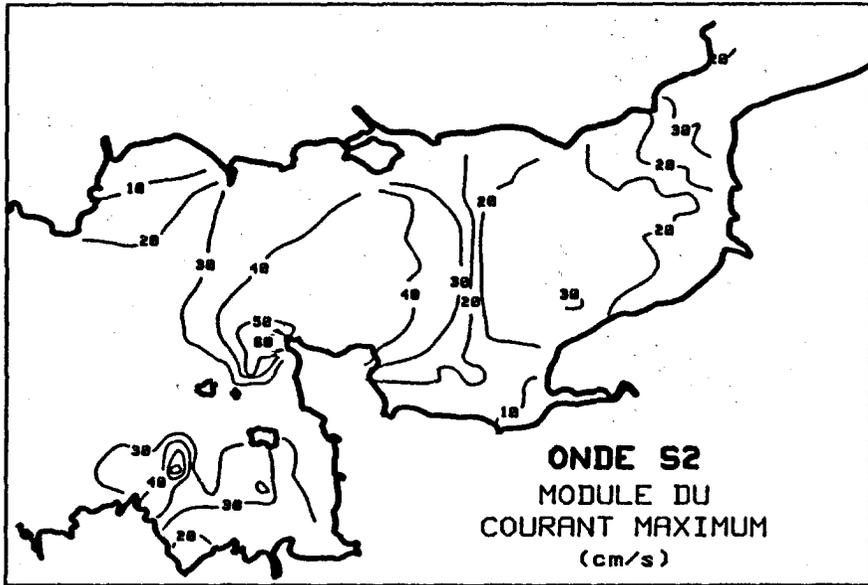
CARTES DES COMPOSANTES HARMONIQUES DES COURANTS DE MAREE  
(obtenues à partir de la modélisation numérique).

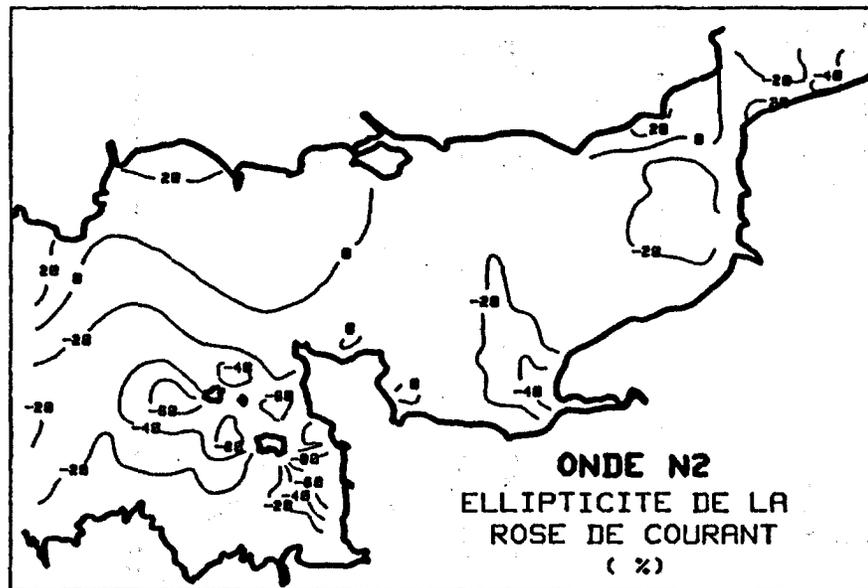
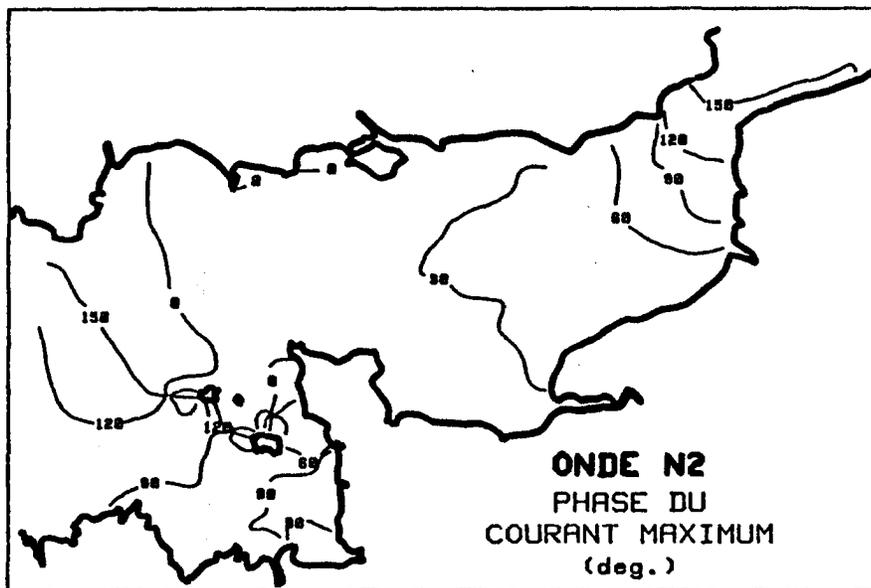
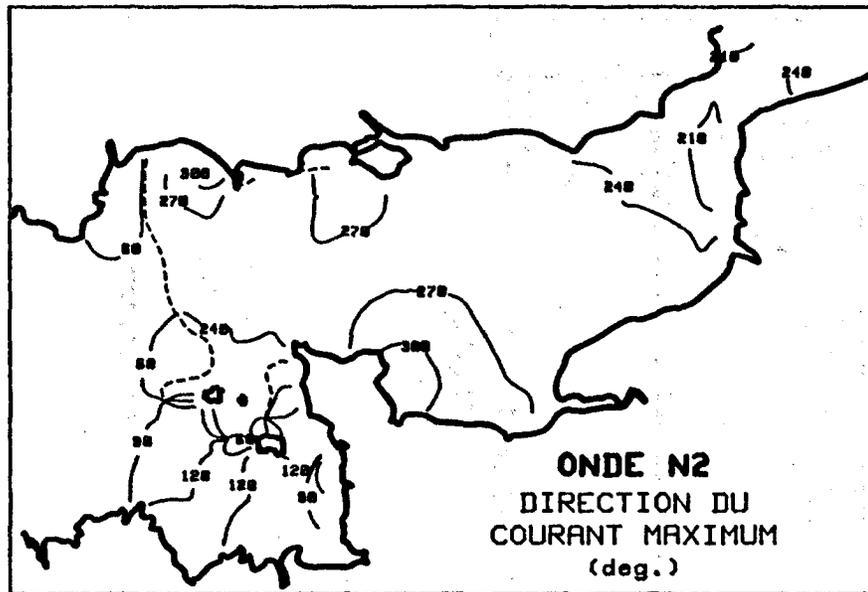
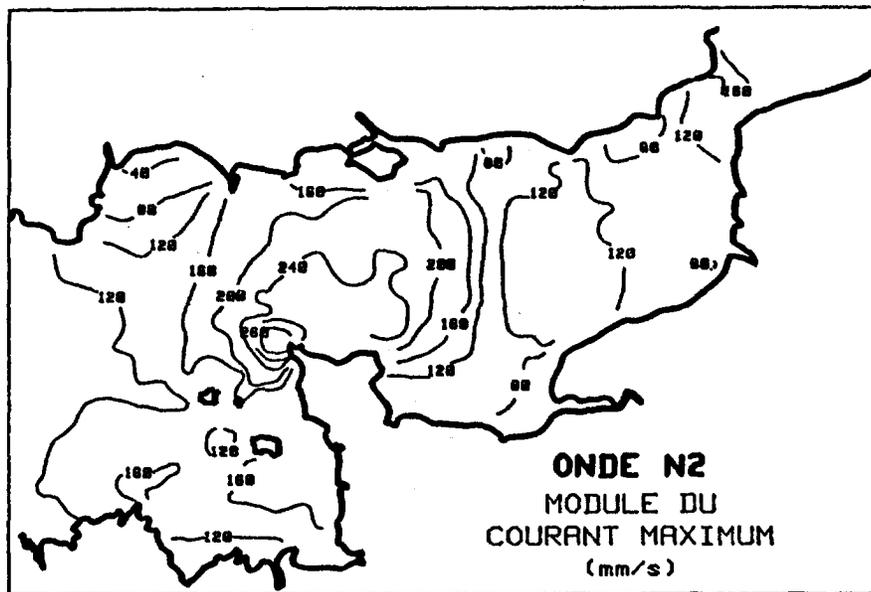


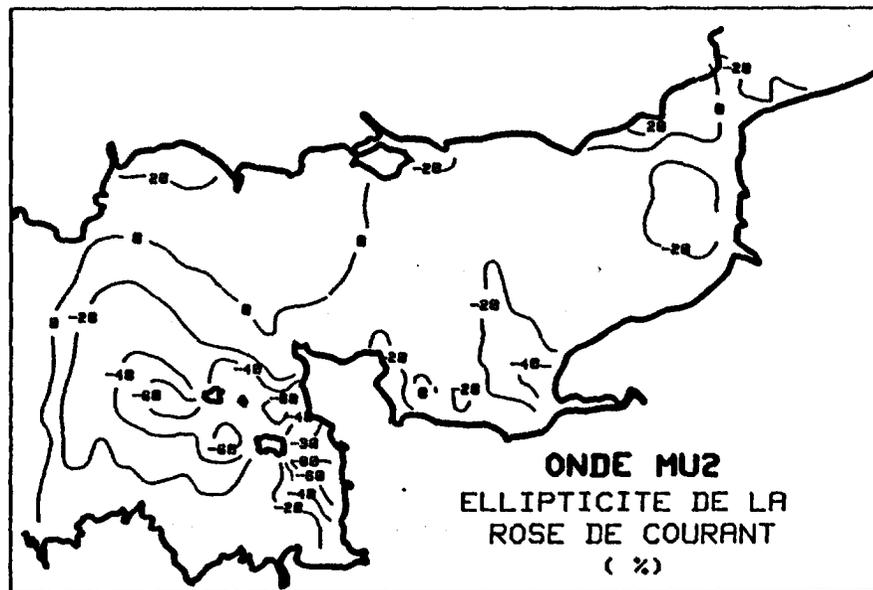
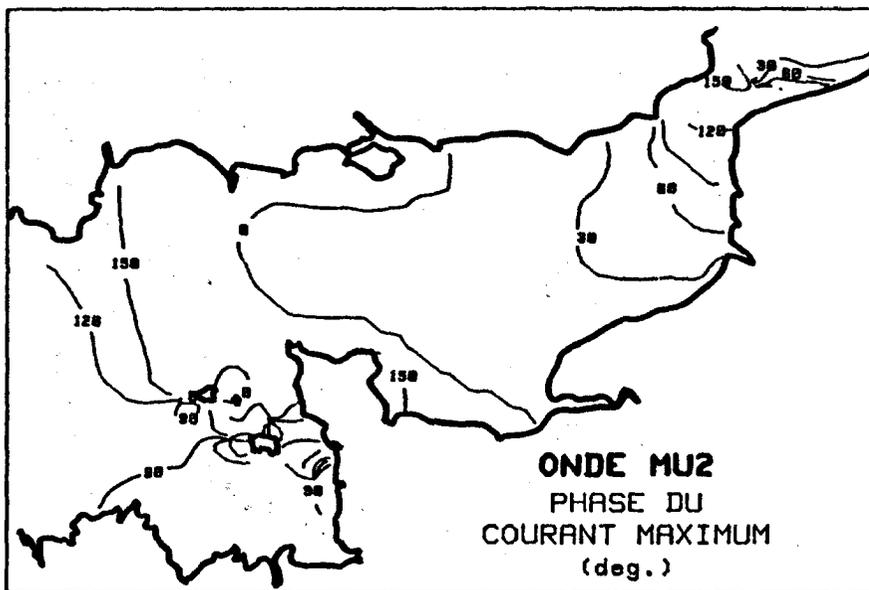
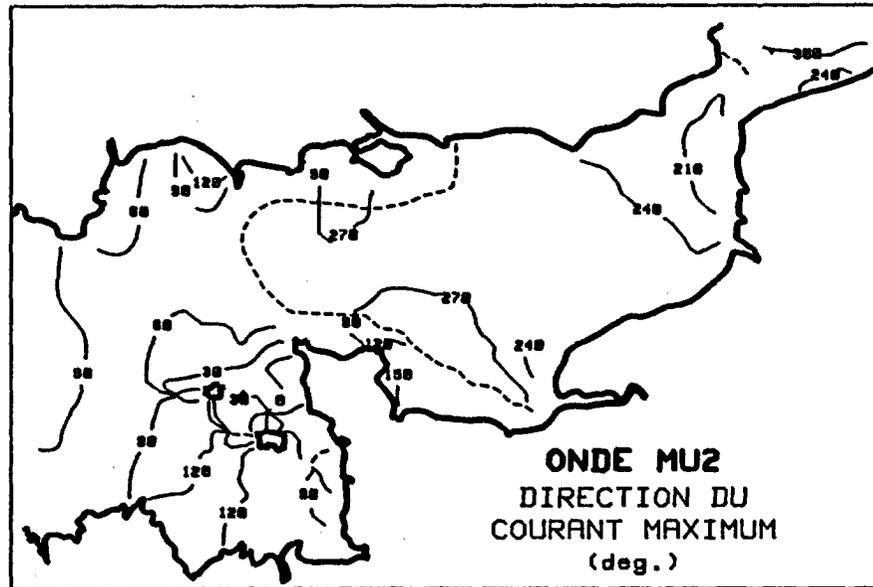
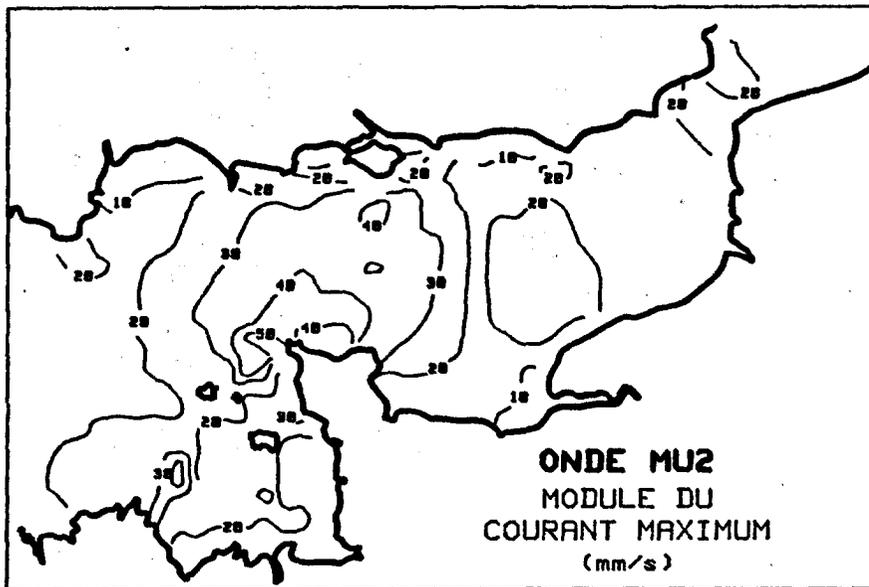


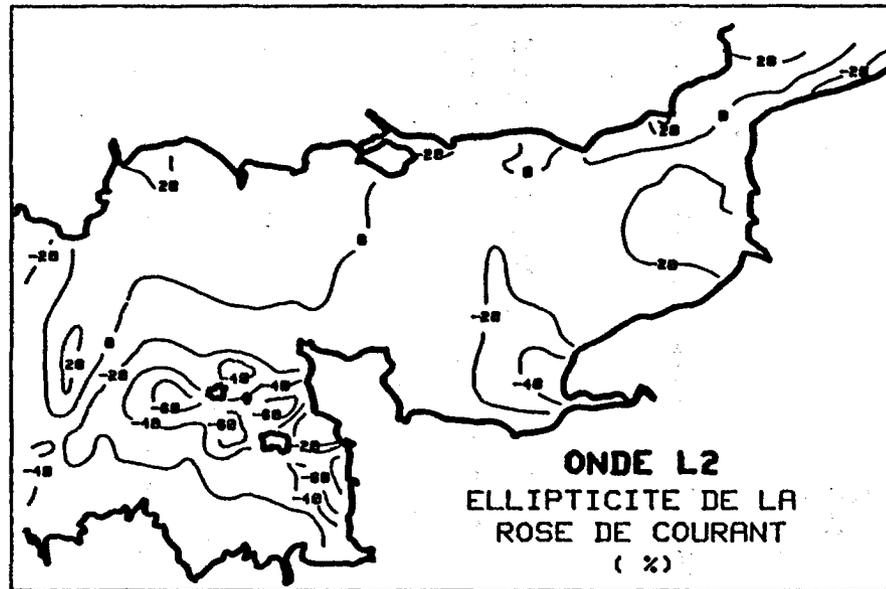
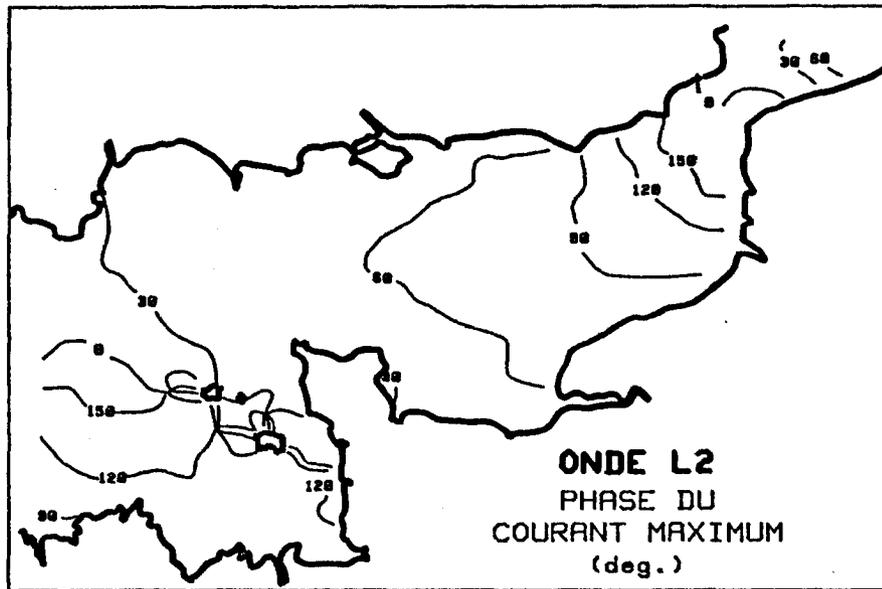
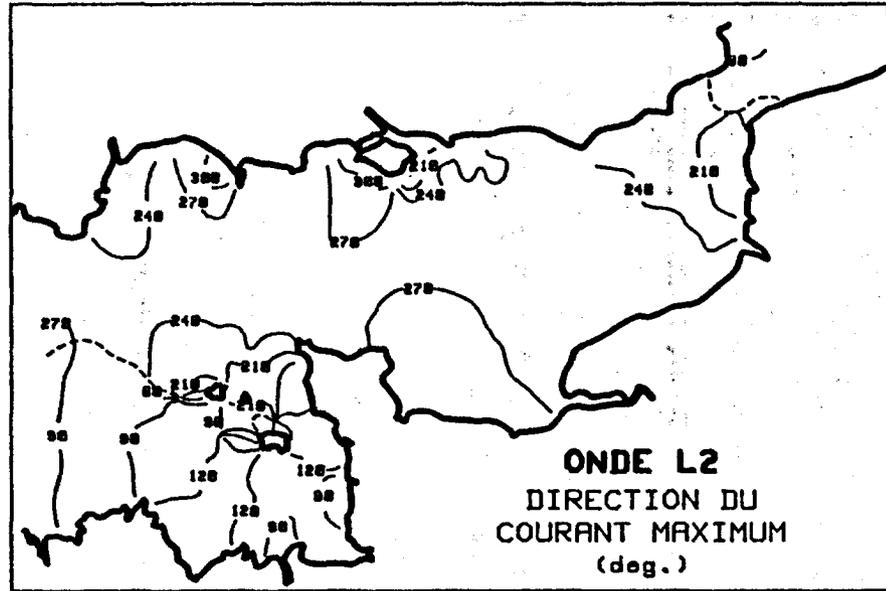
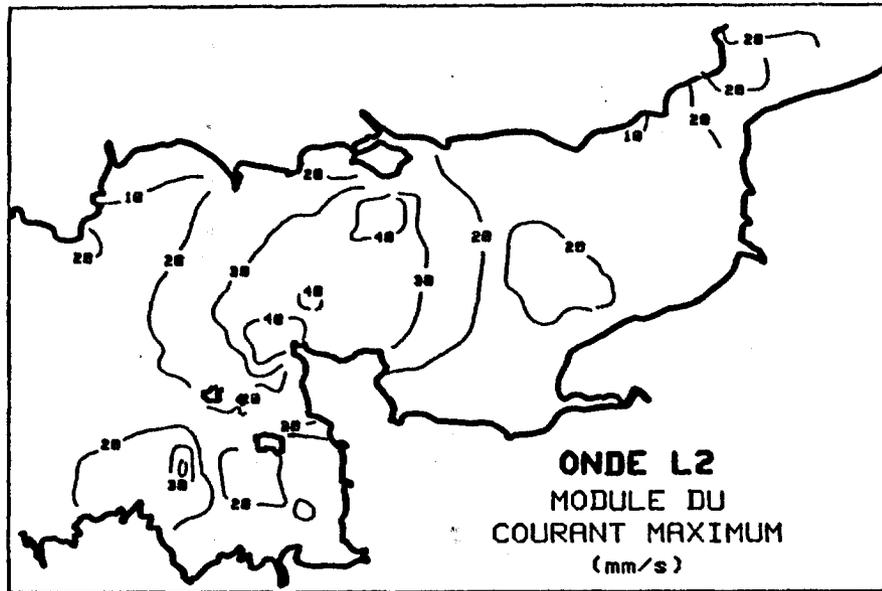


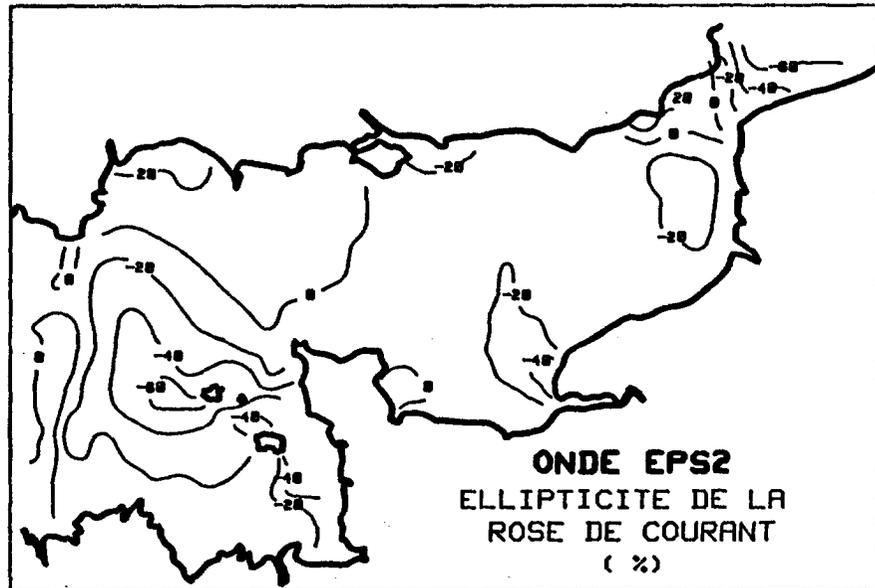
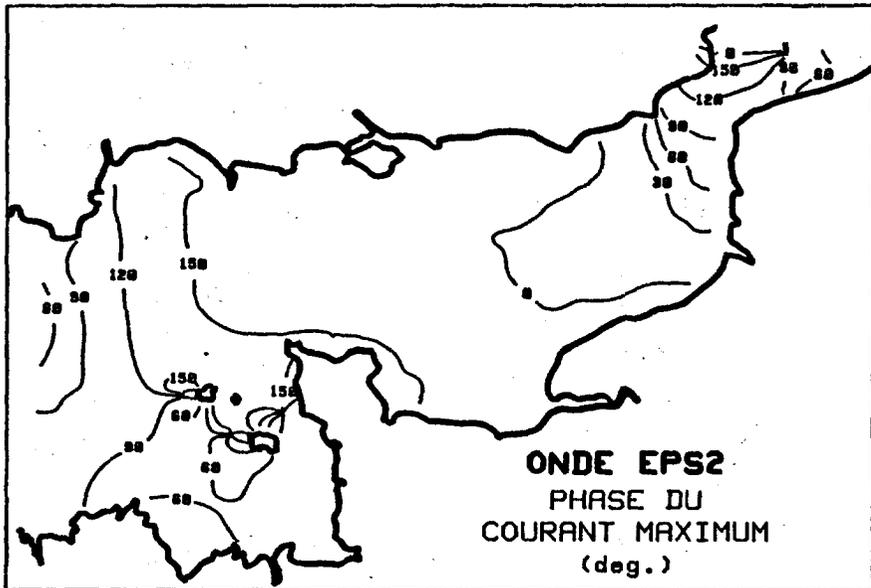
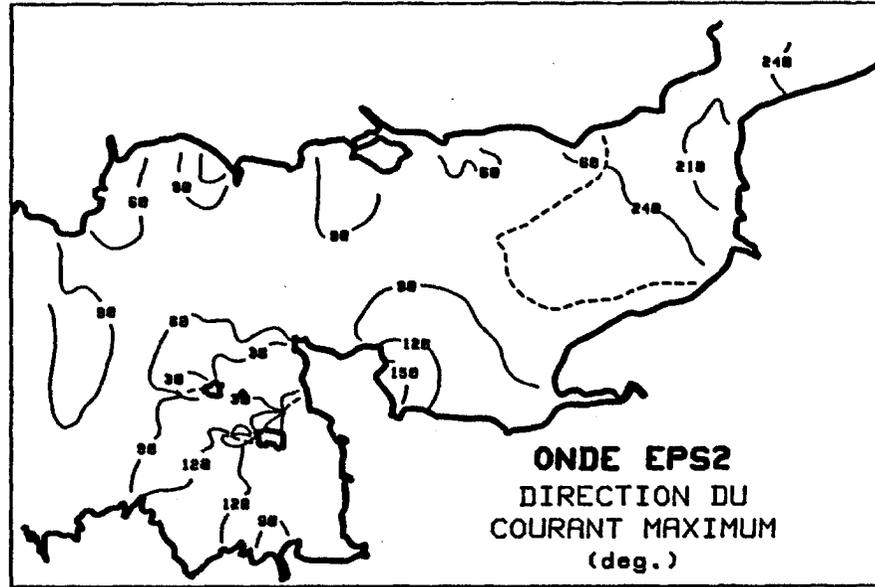
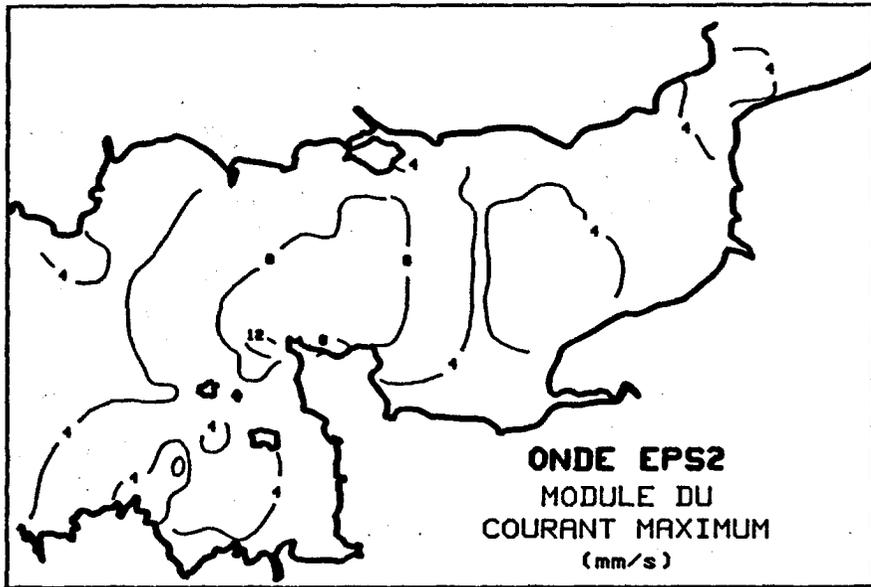


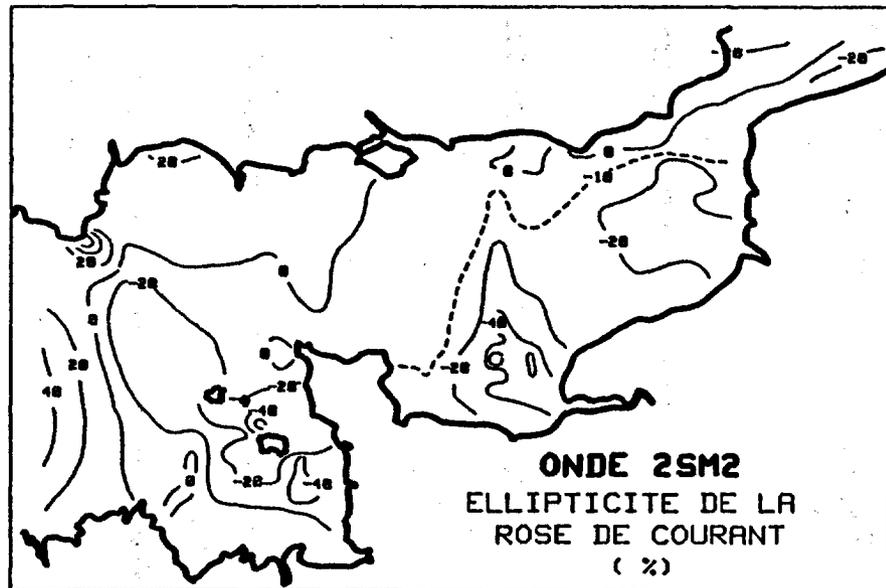
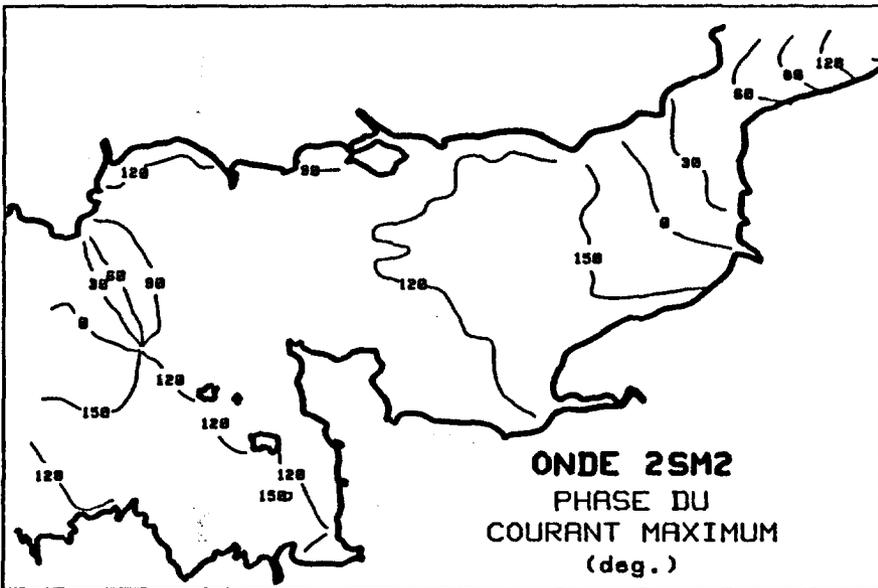
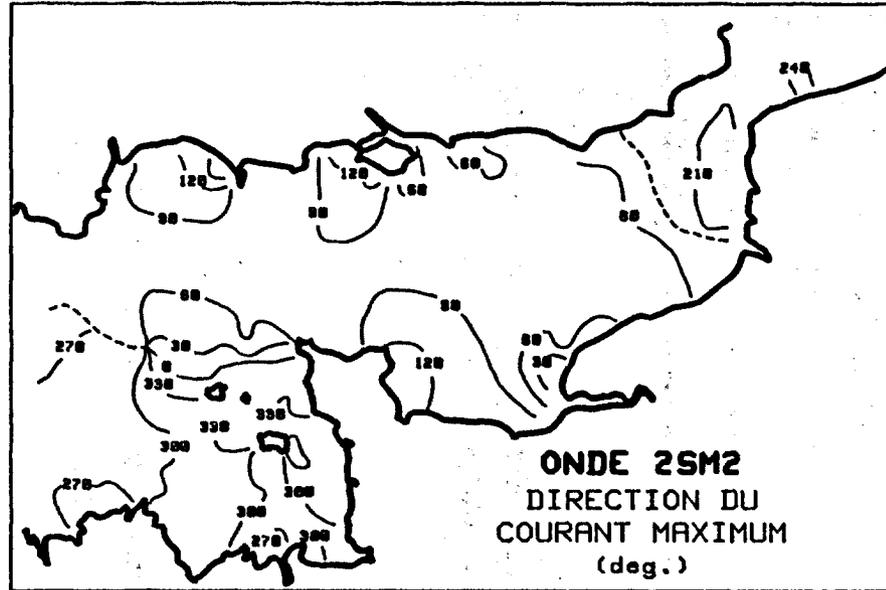
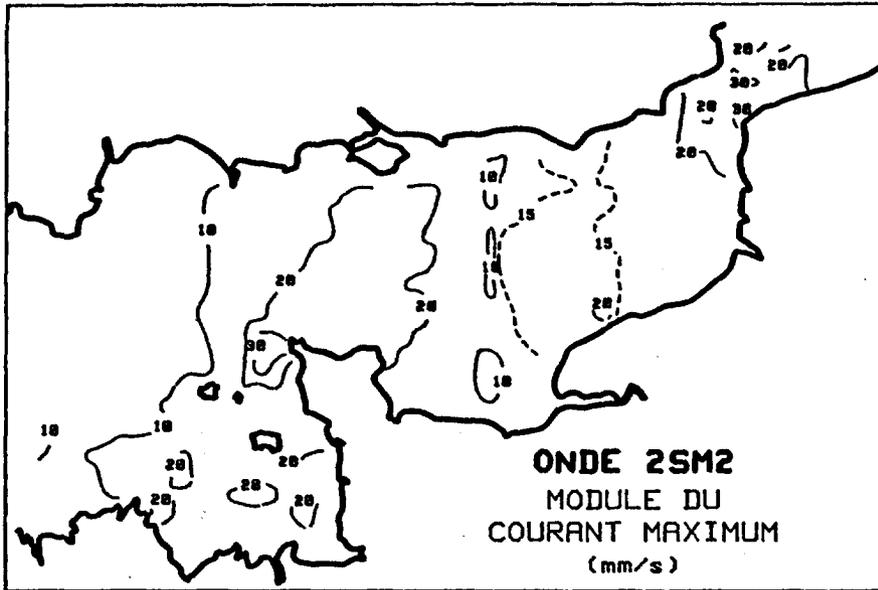


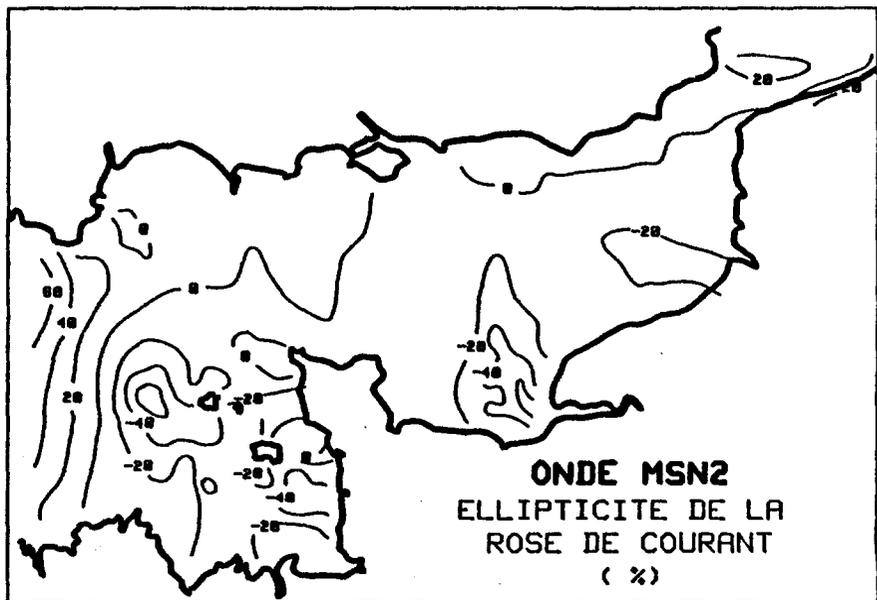
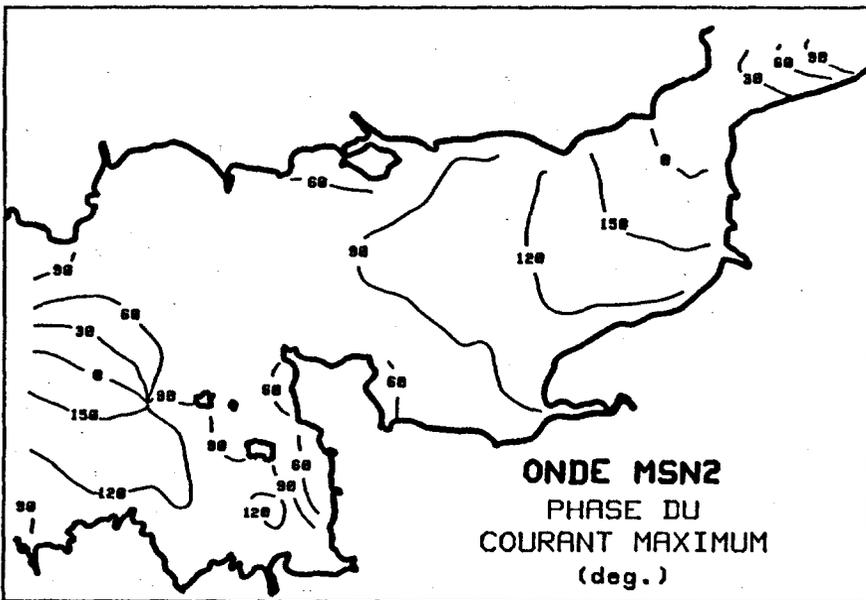
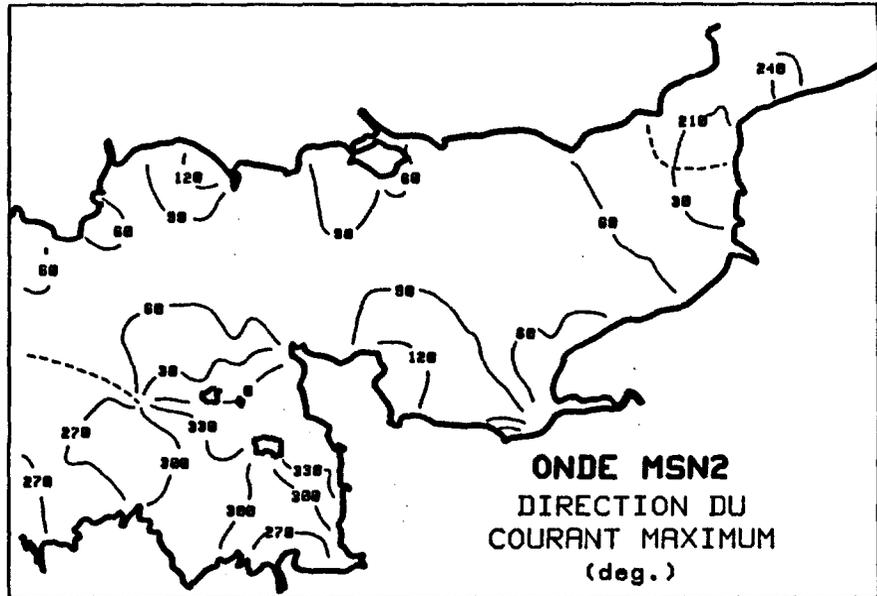
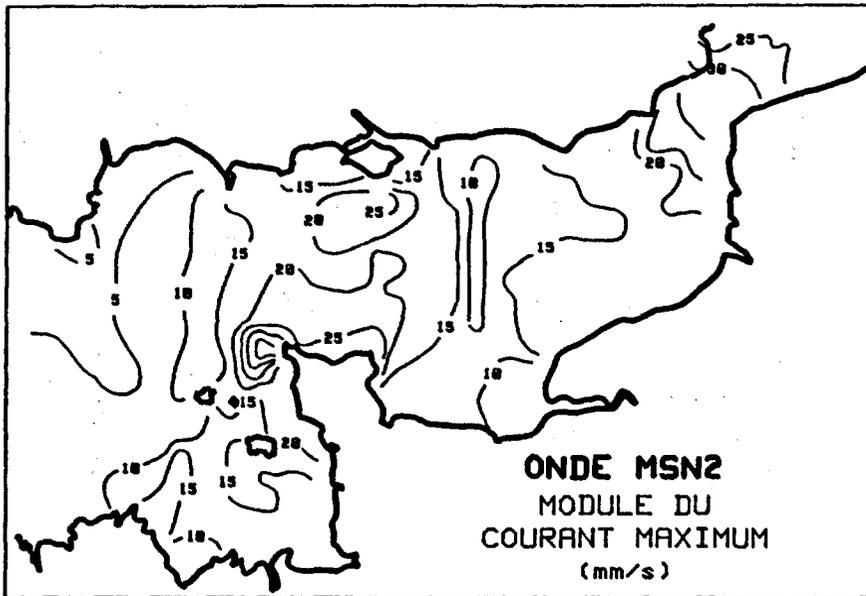


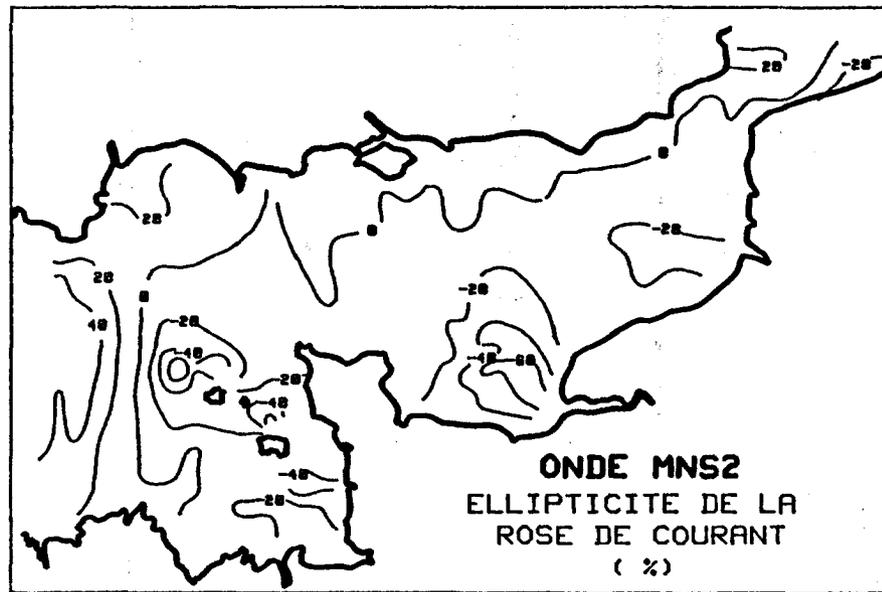
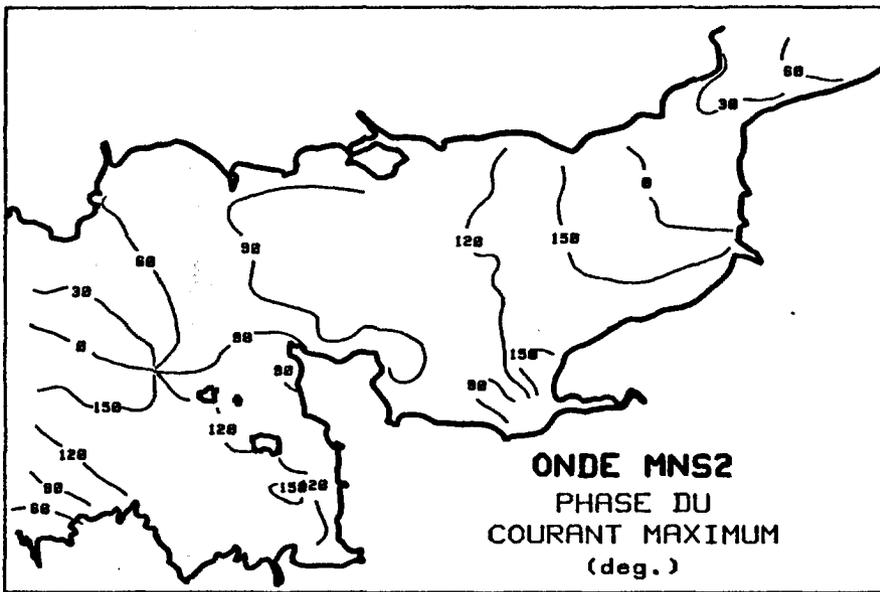
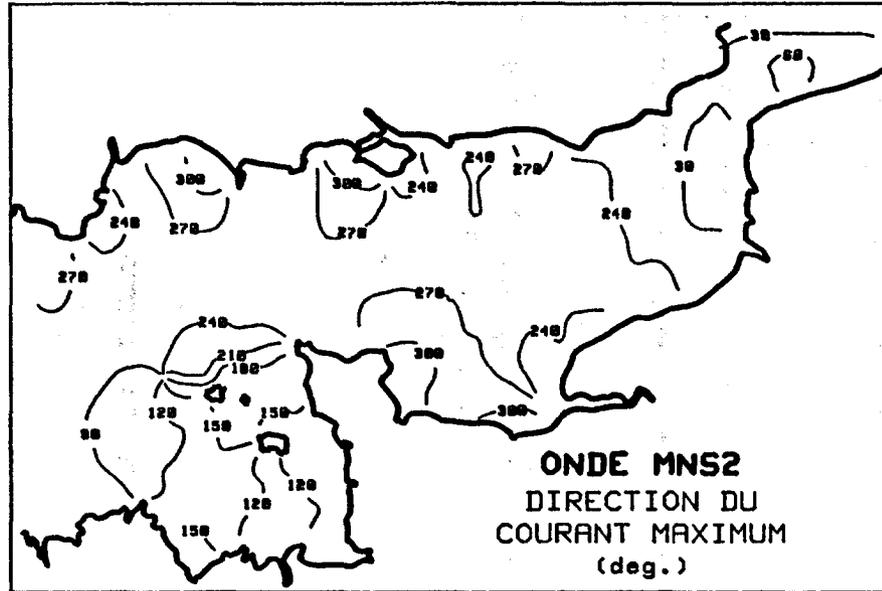
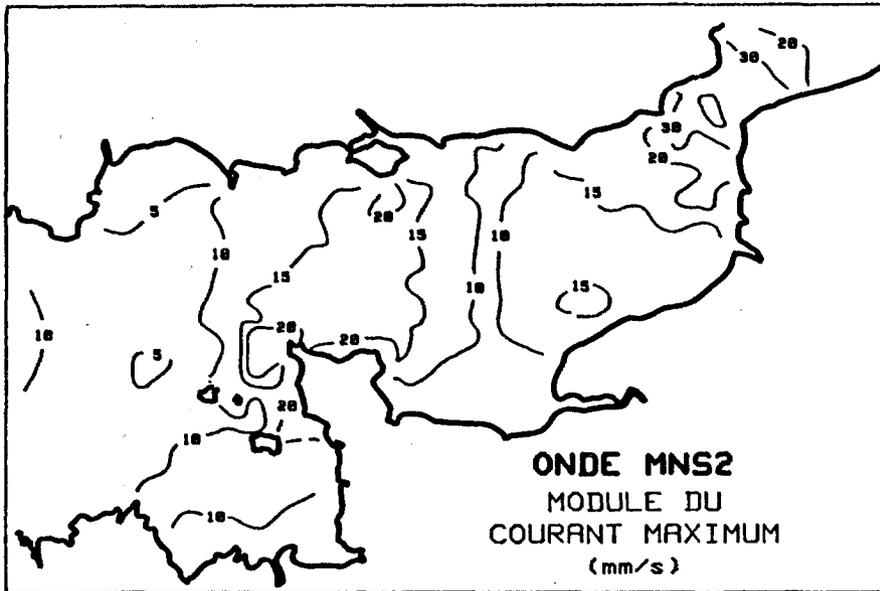


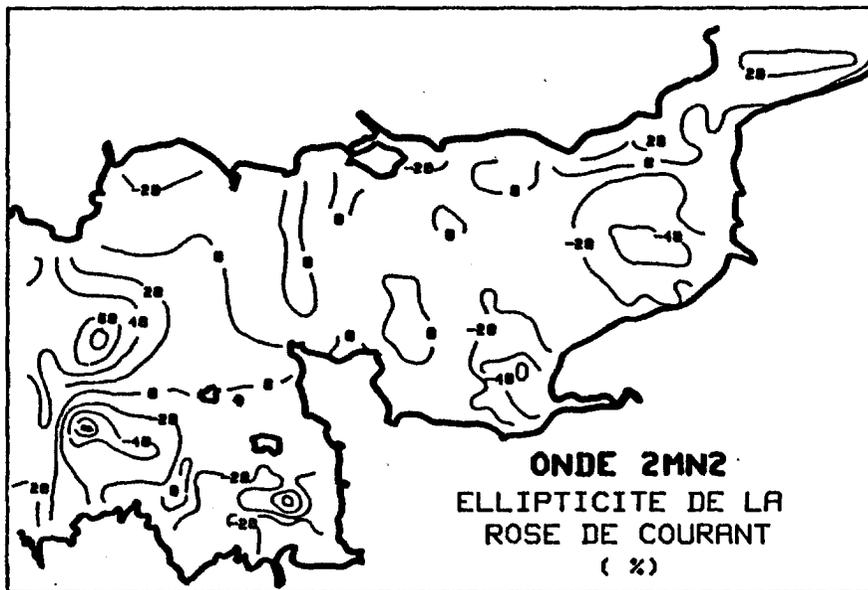
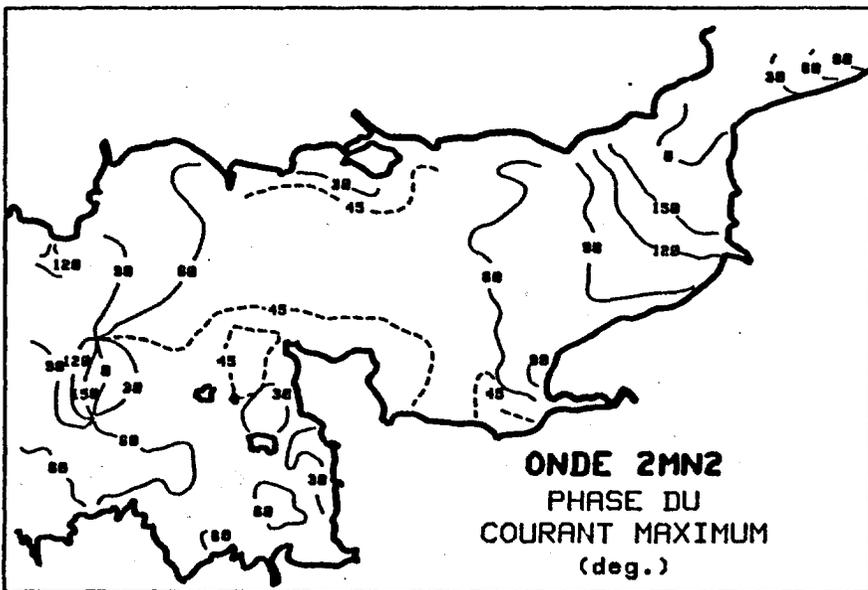
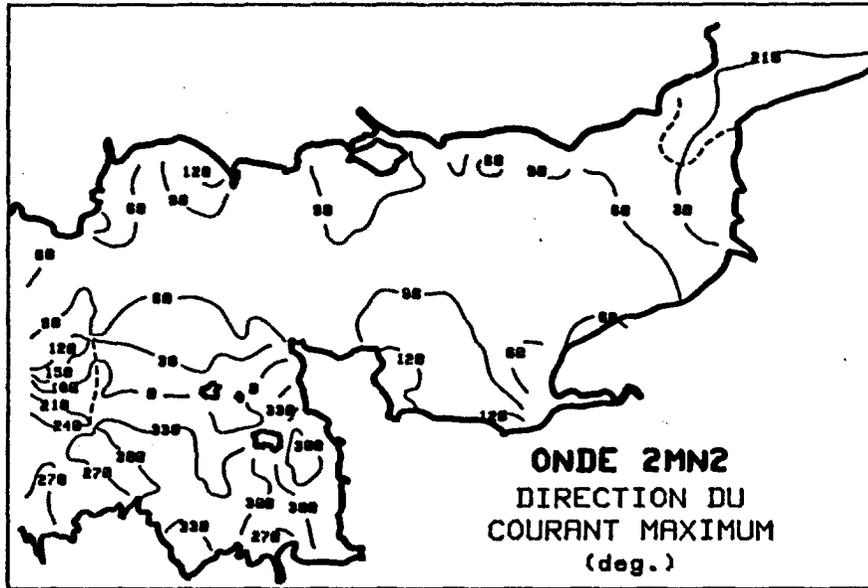
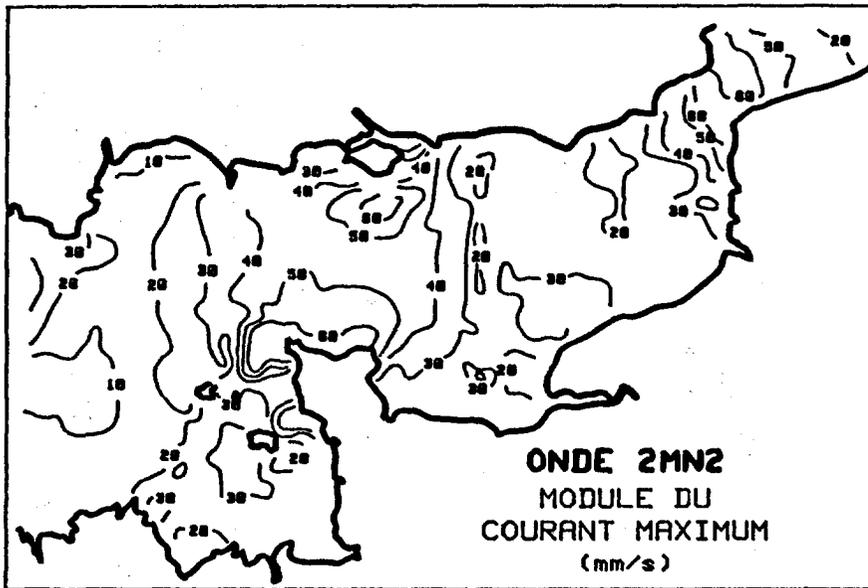


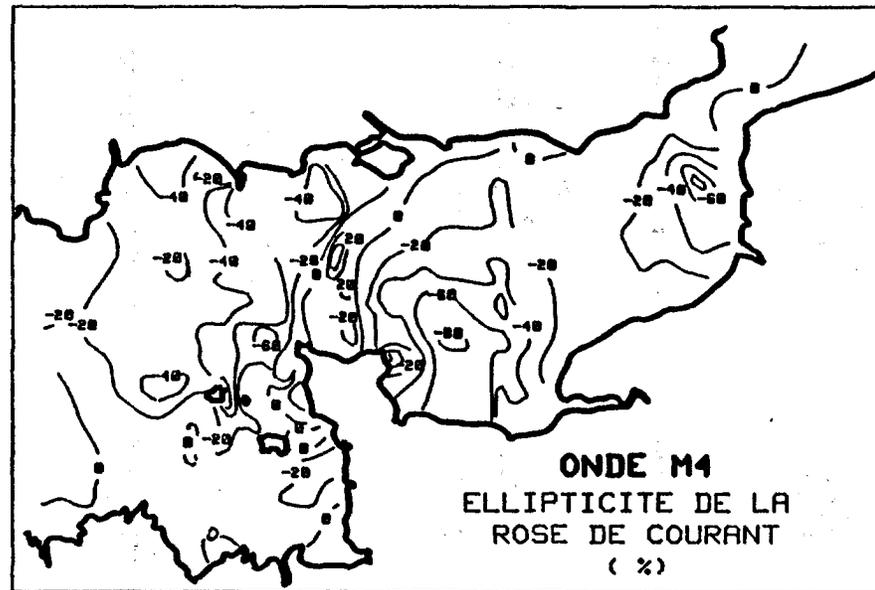
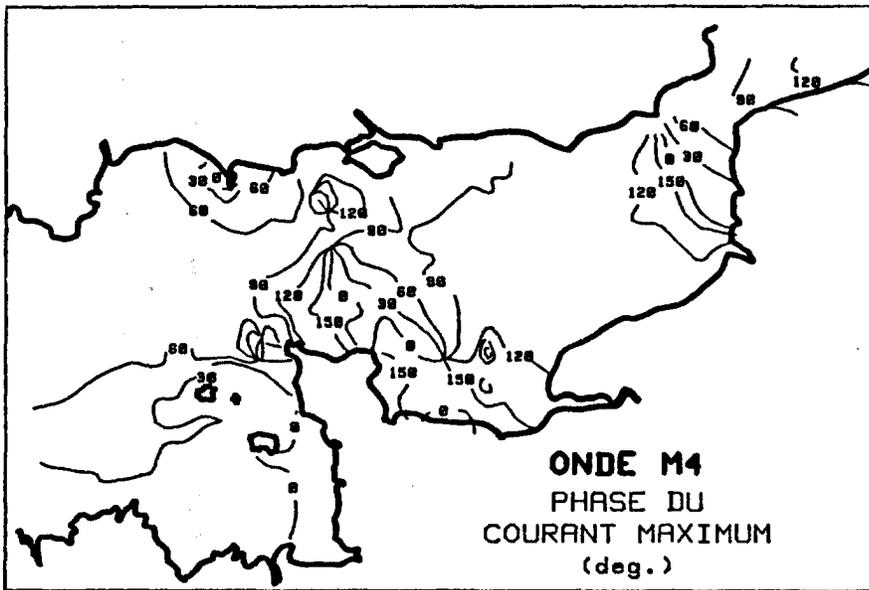
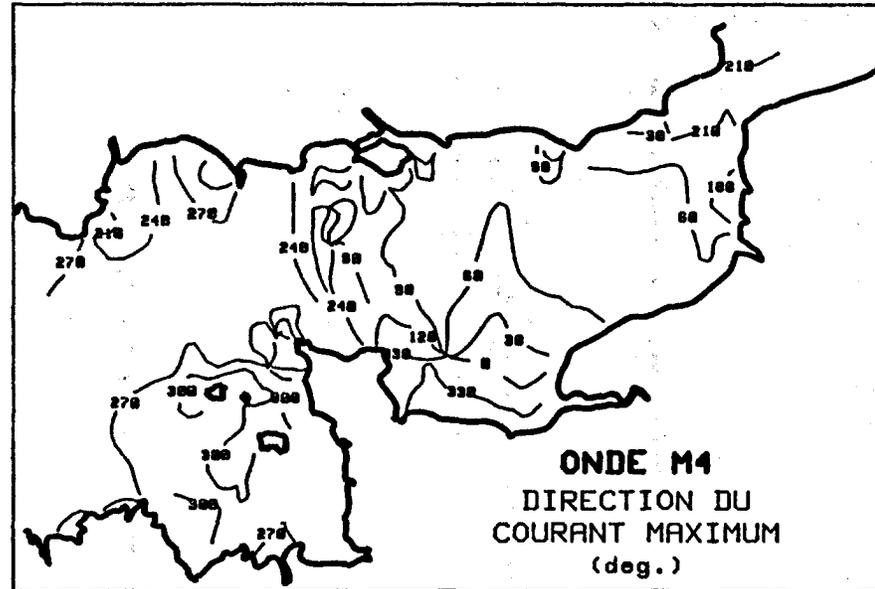
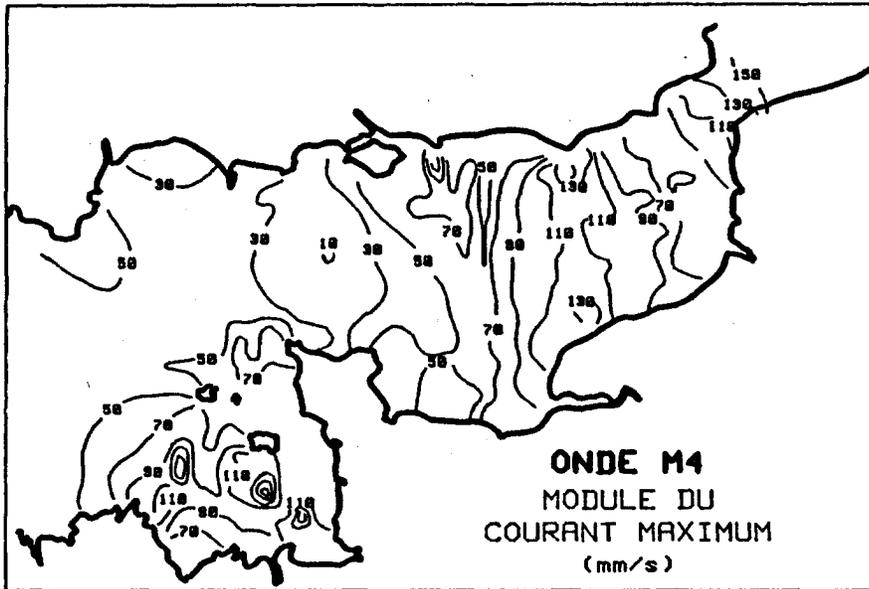


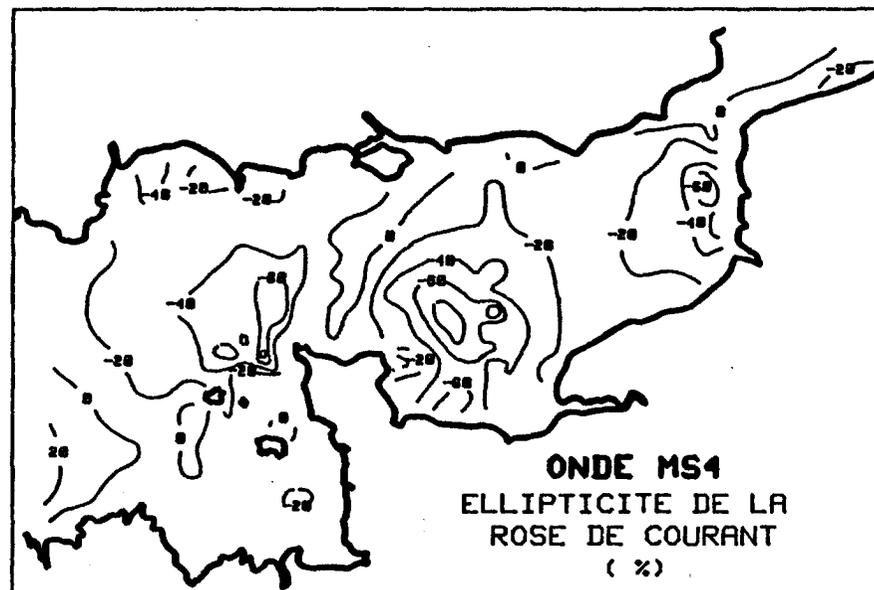
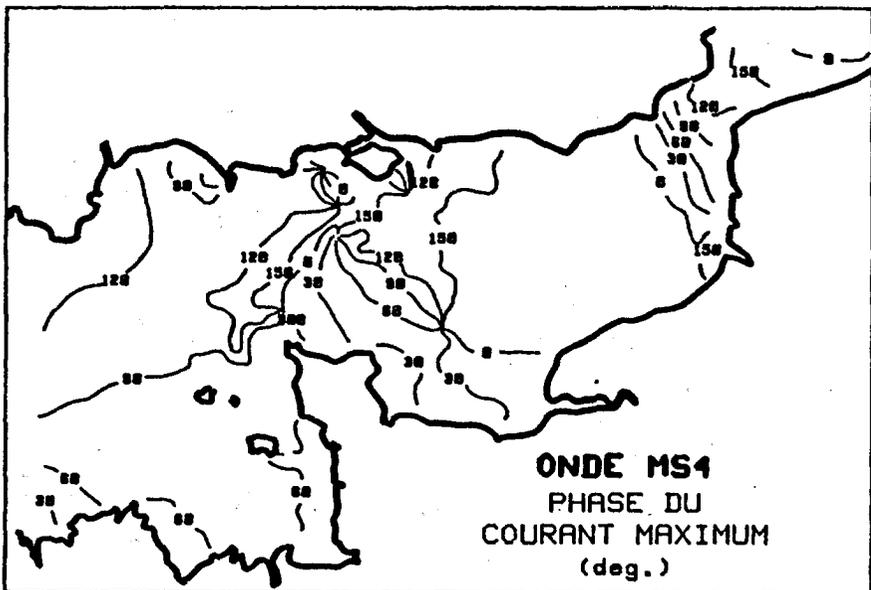
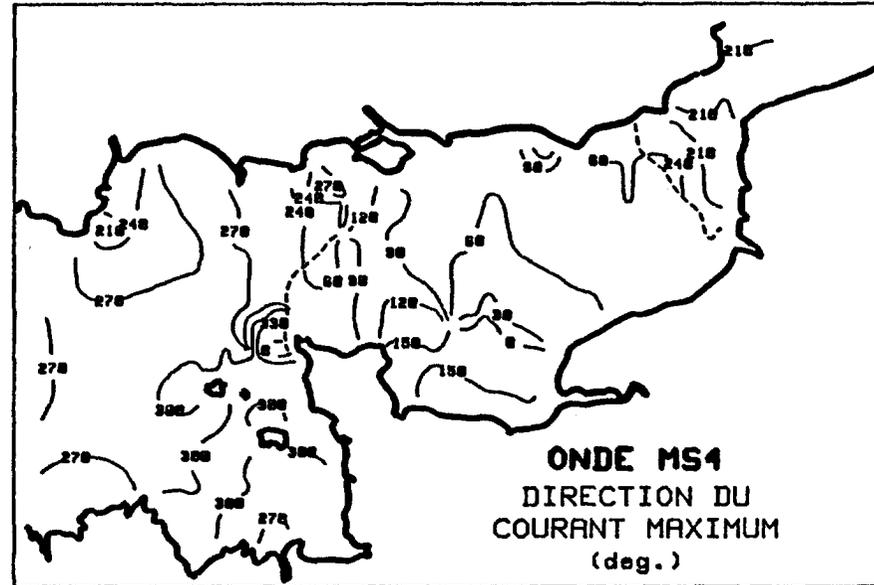
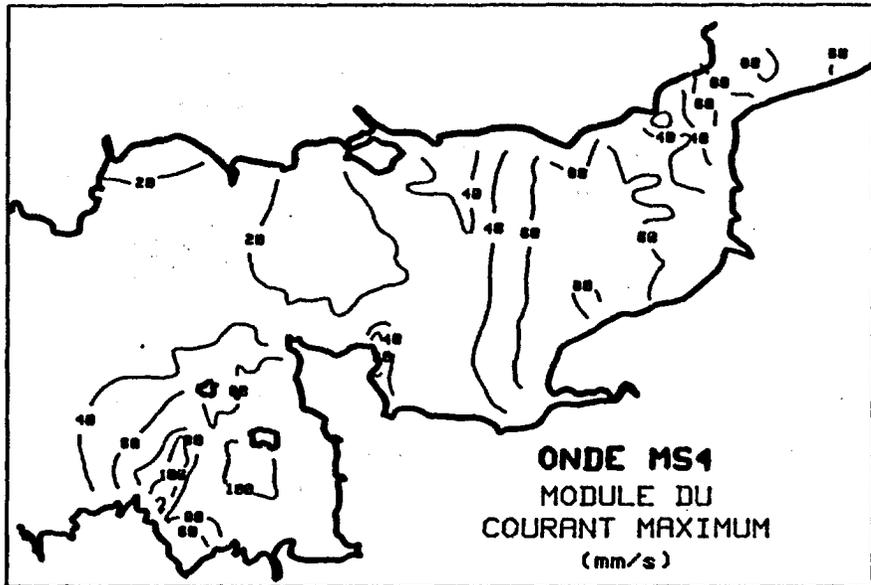


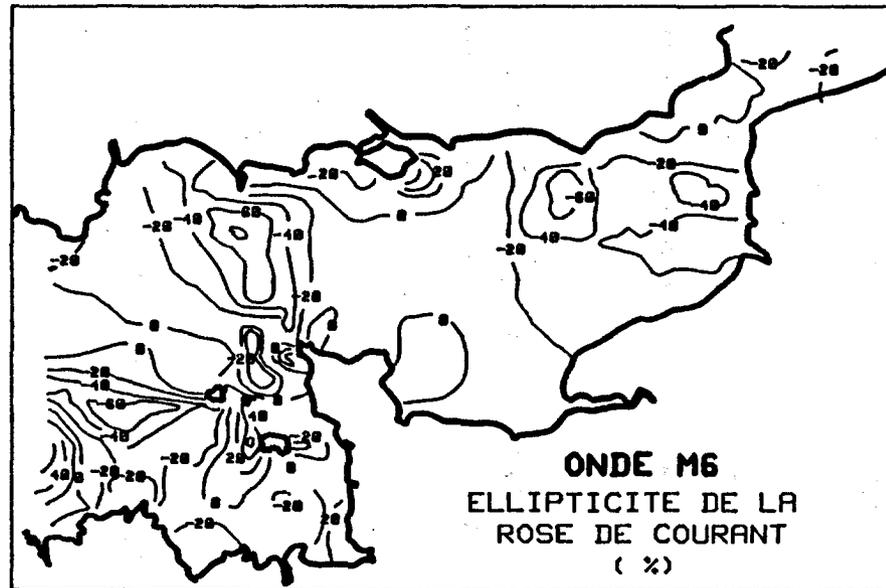
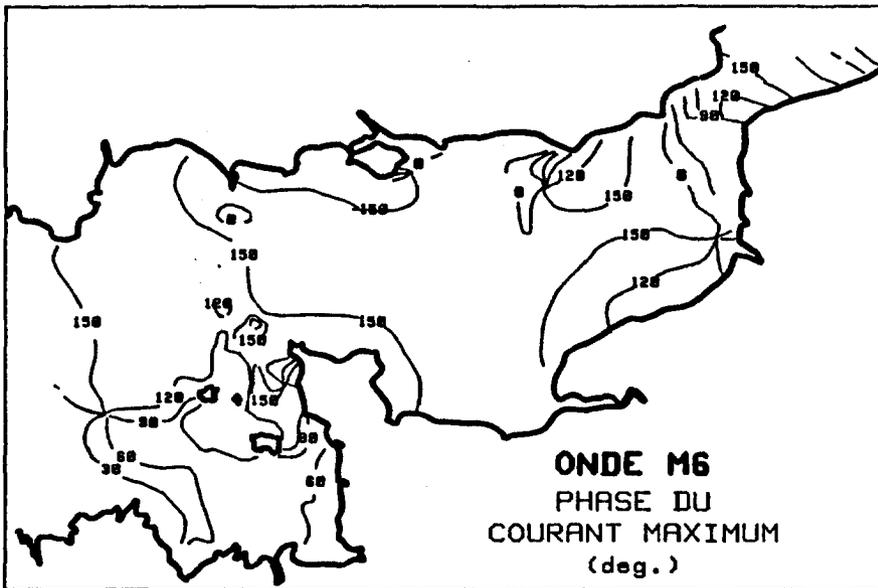
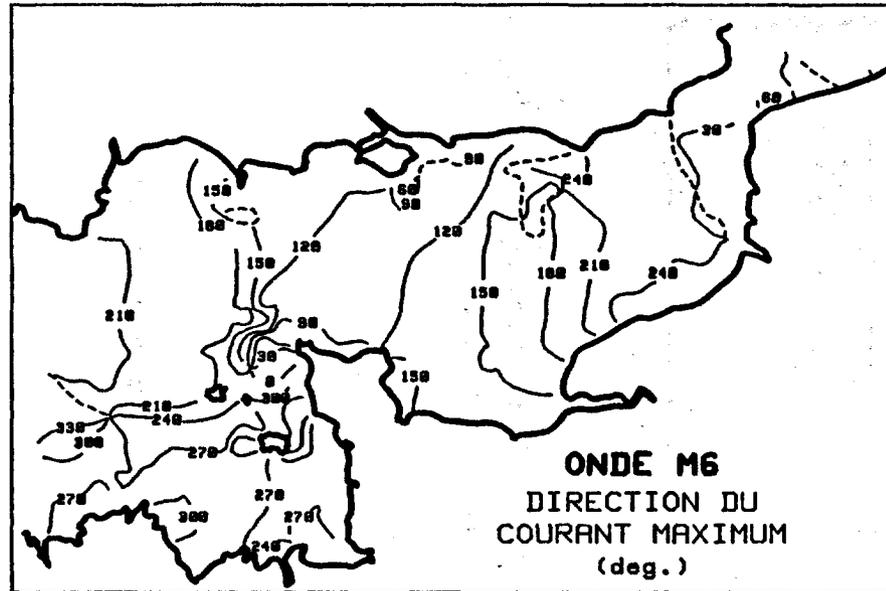
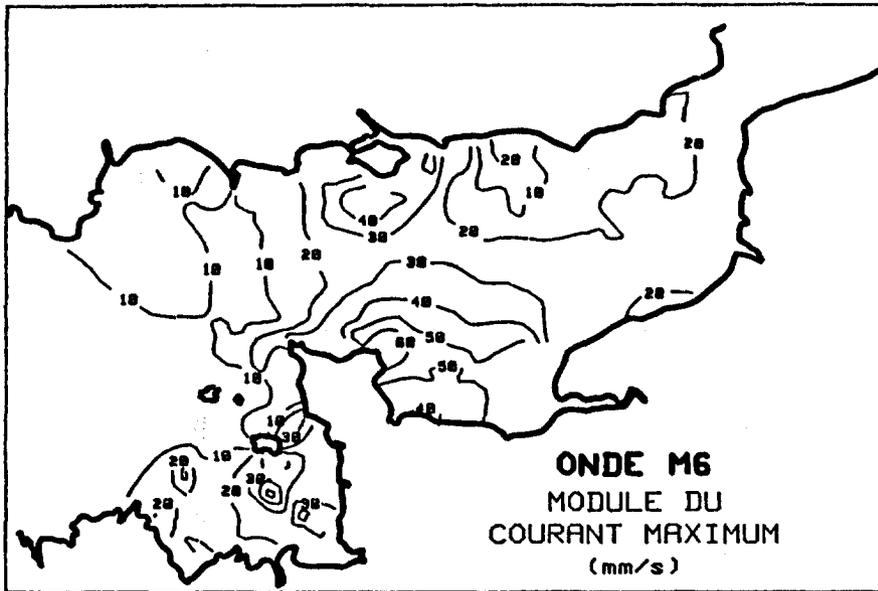


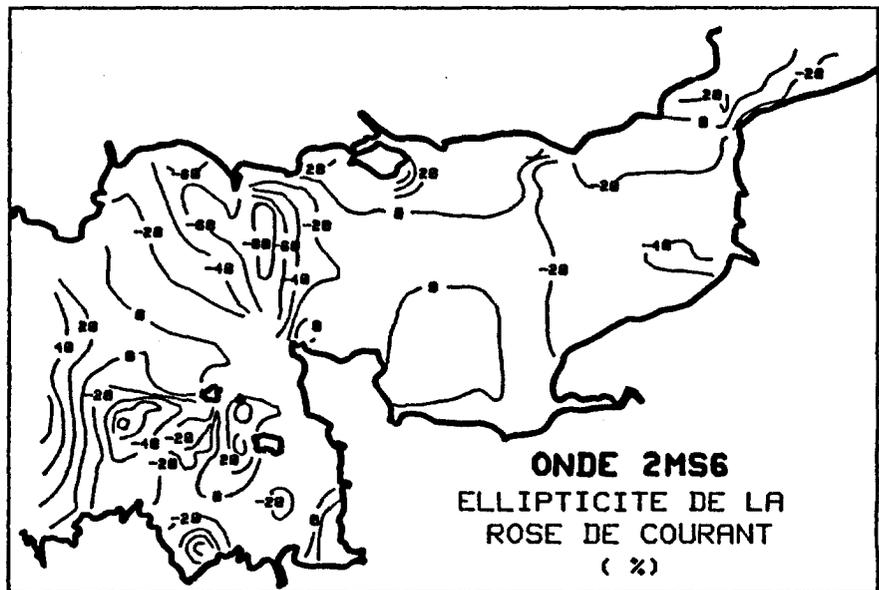
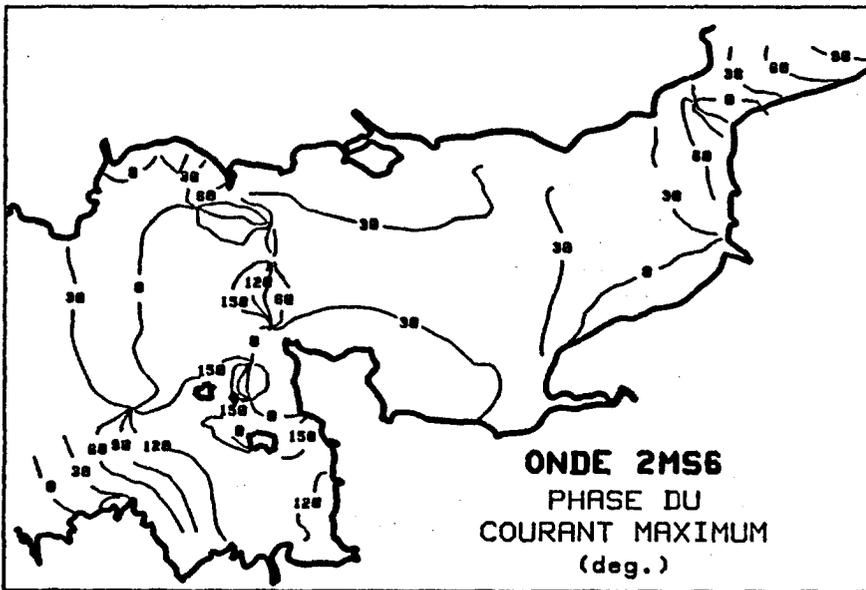
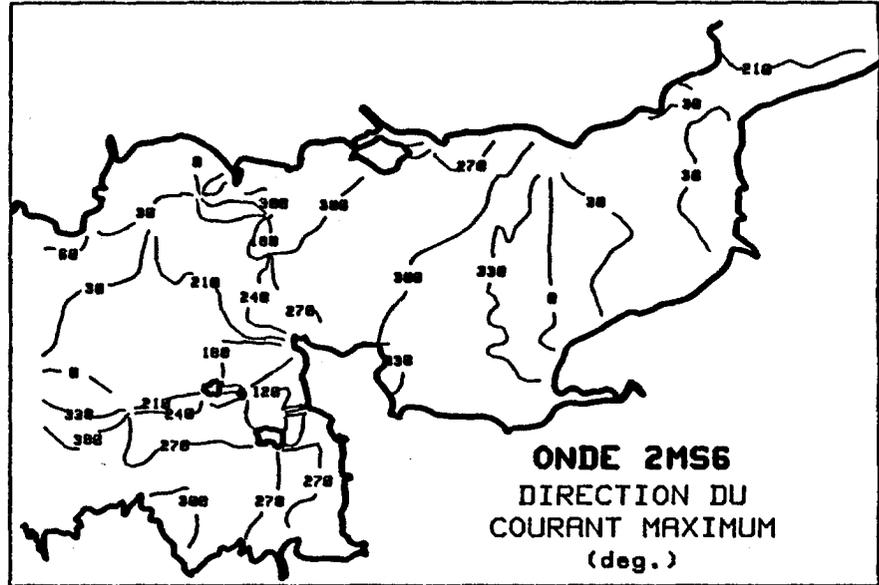
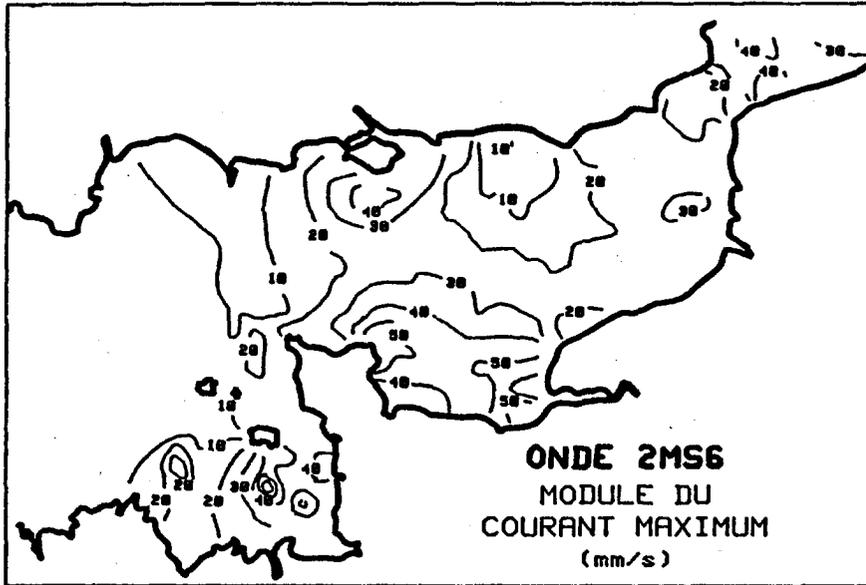


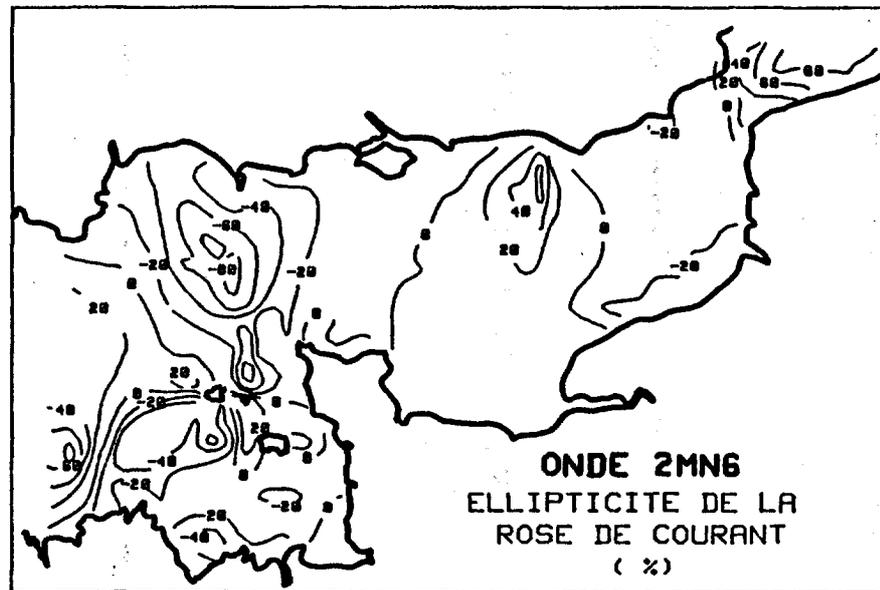
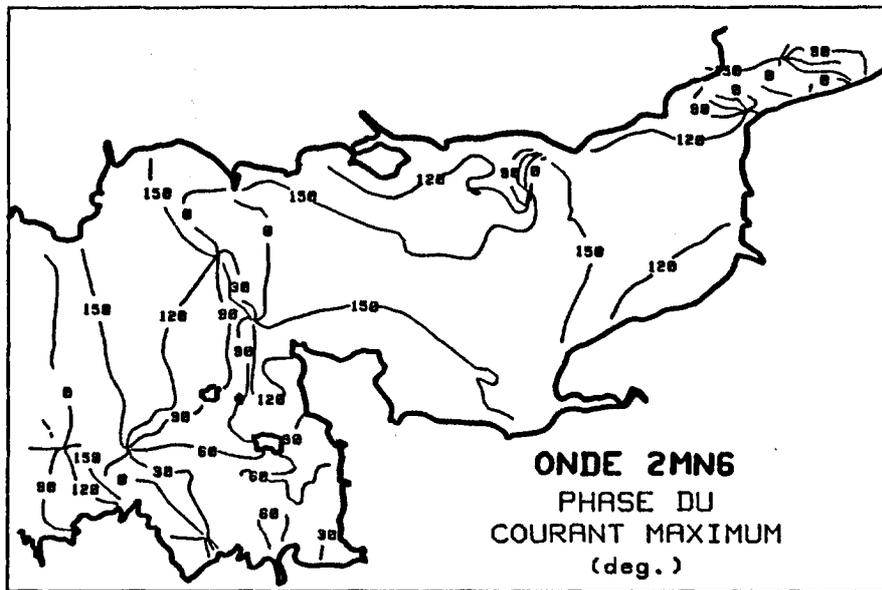
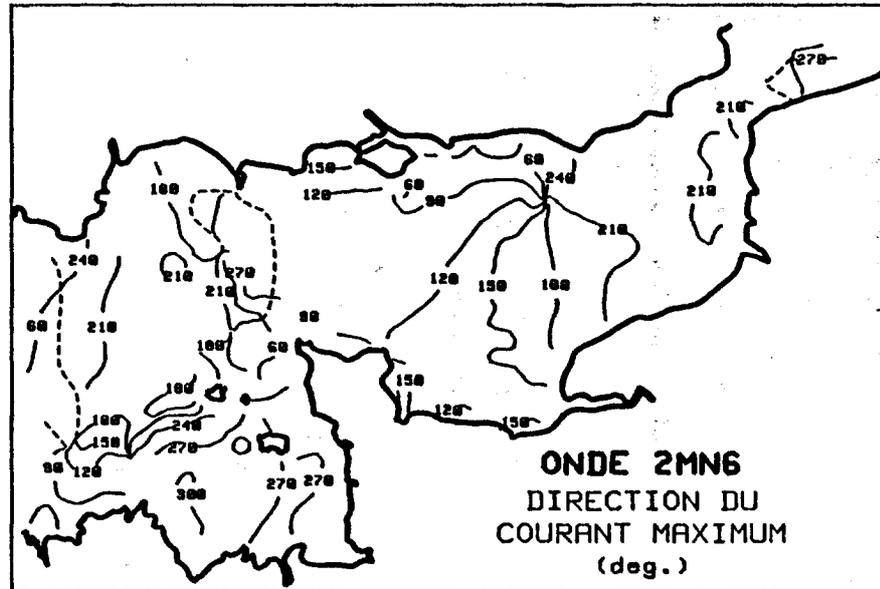
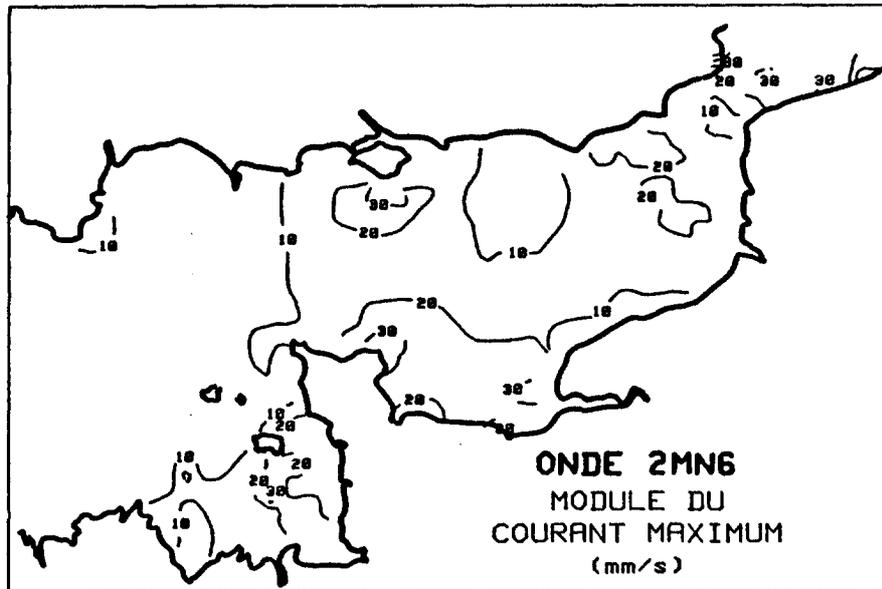


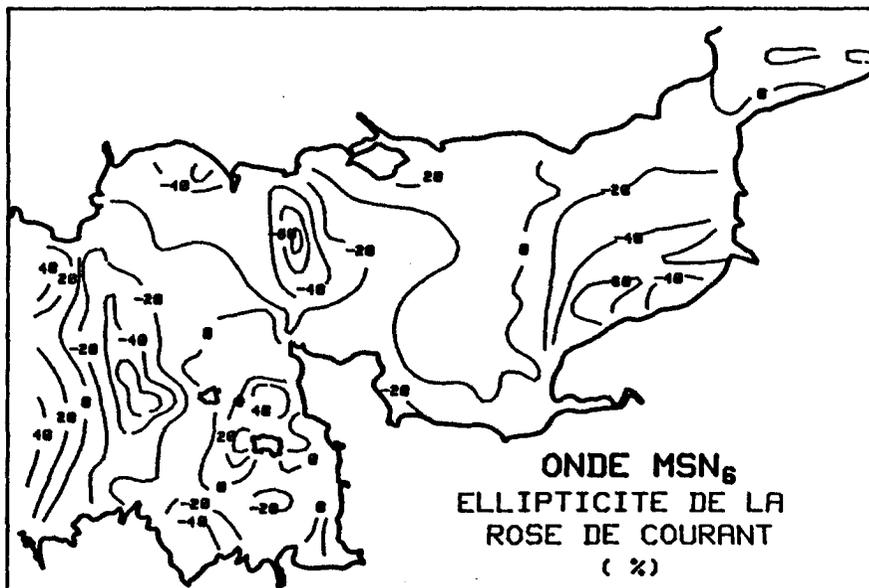
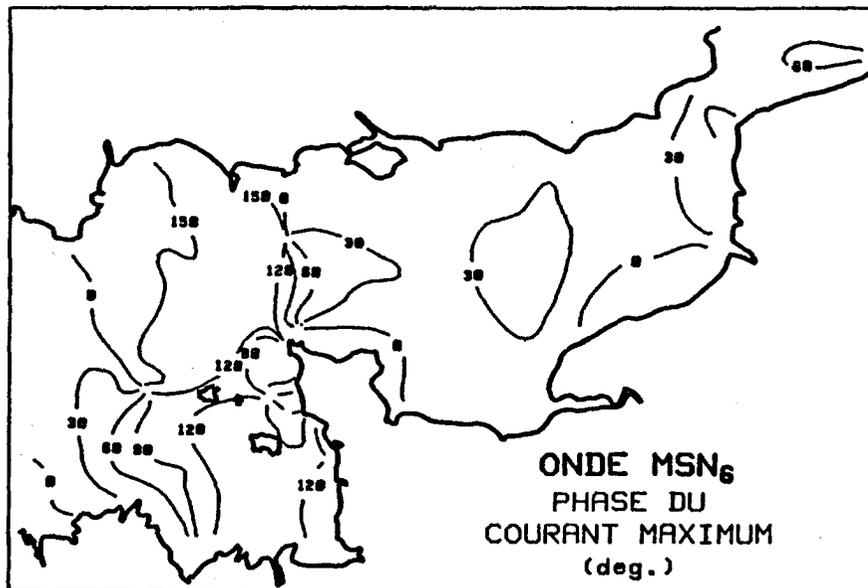
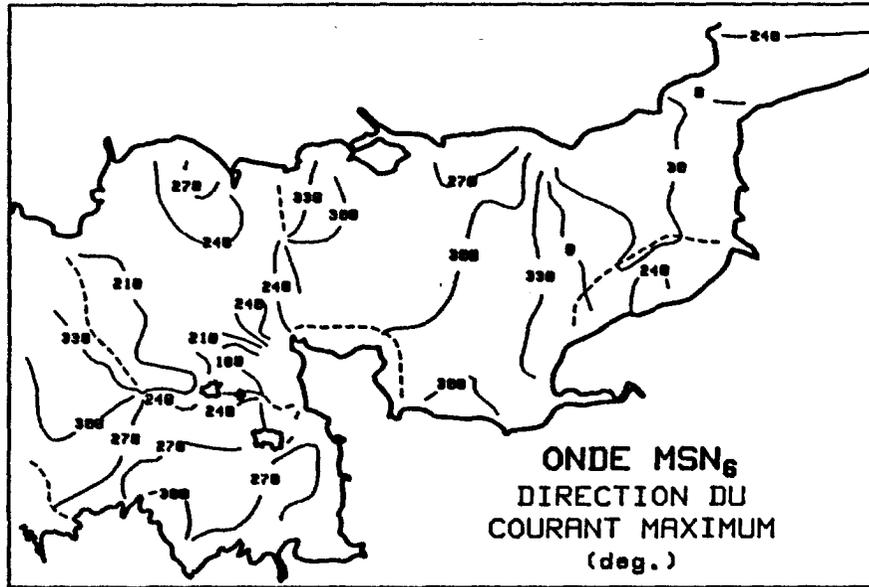
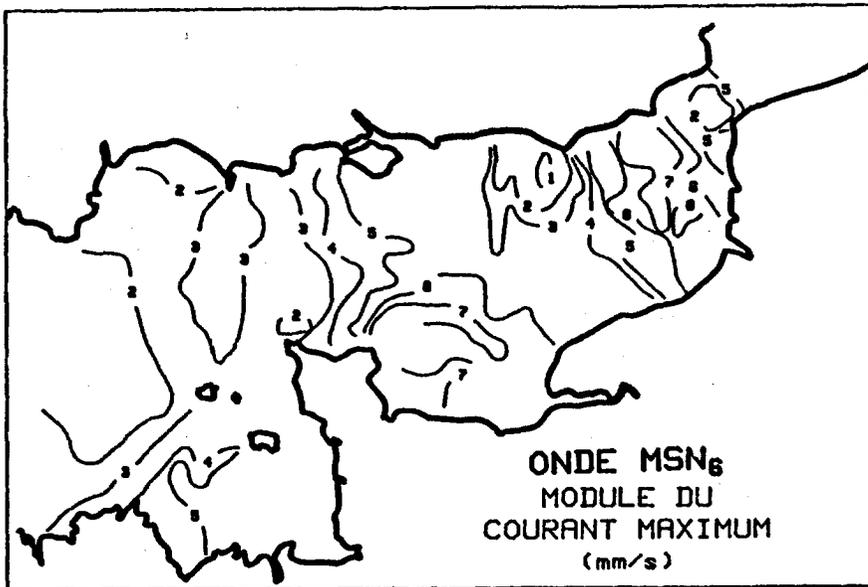






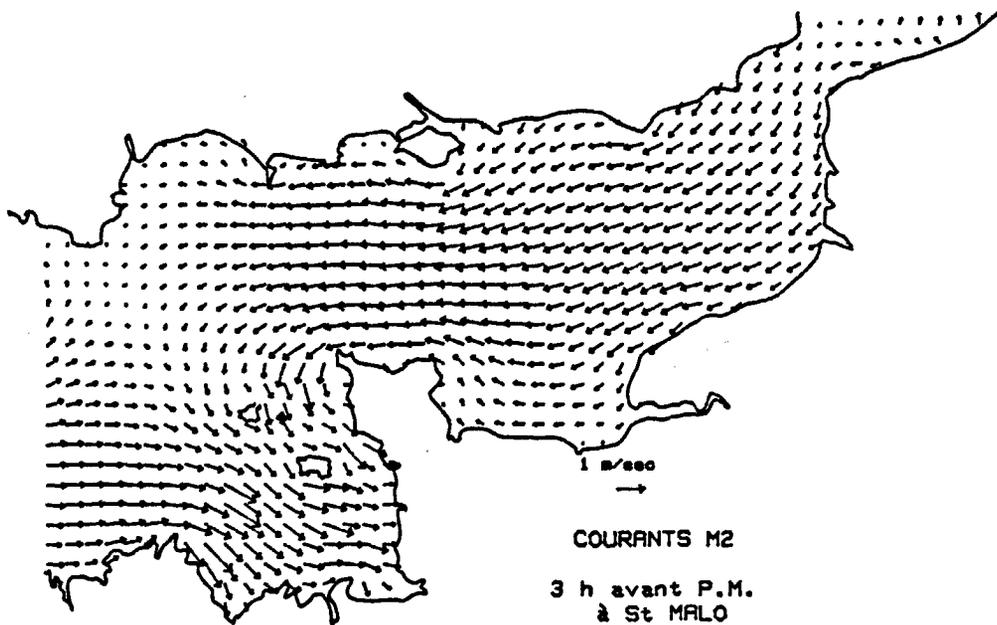
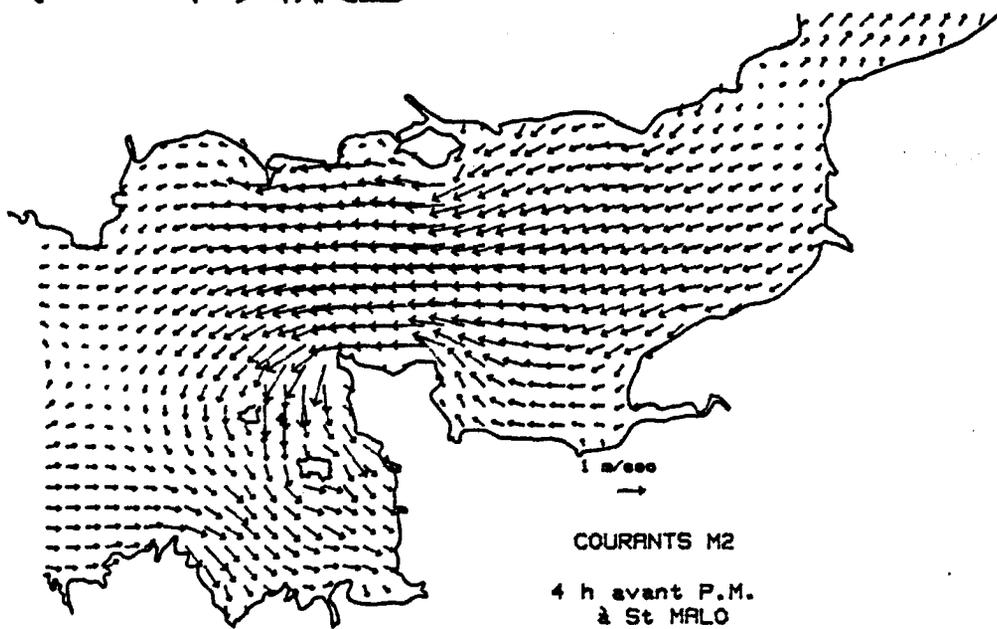
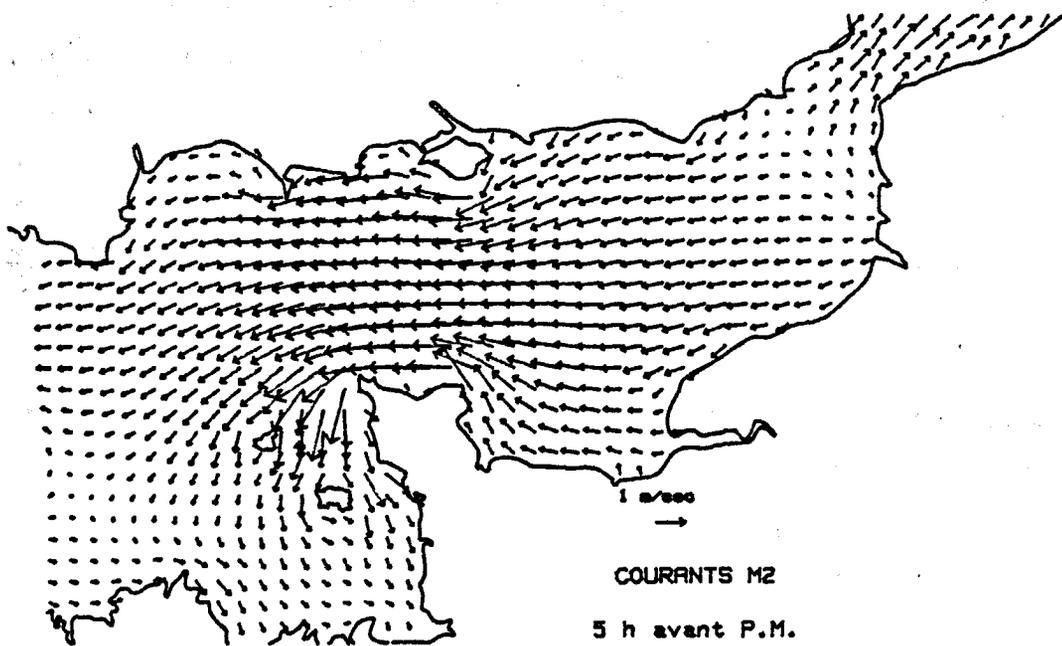


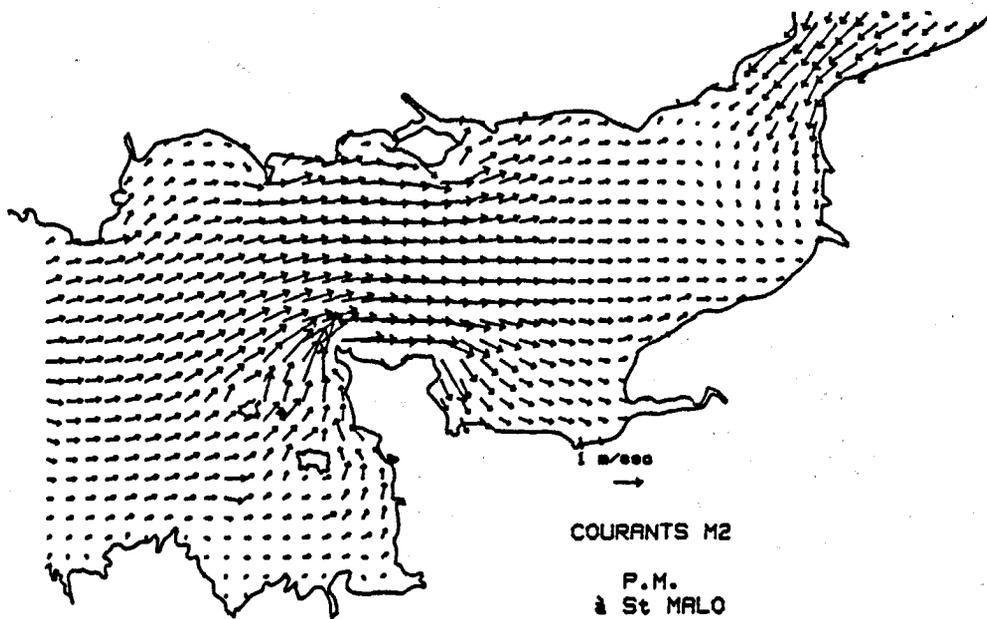
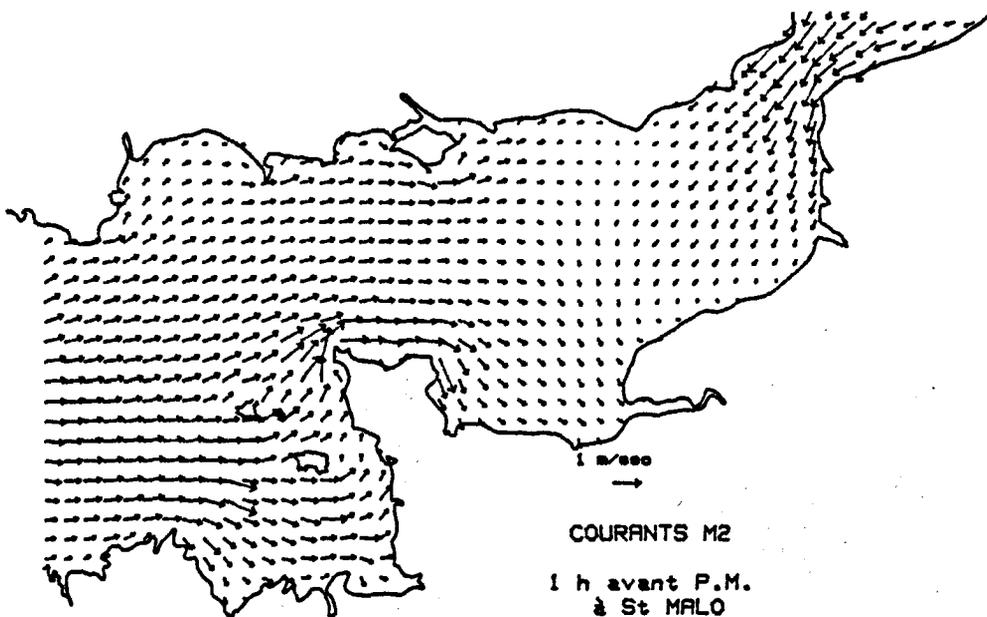
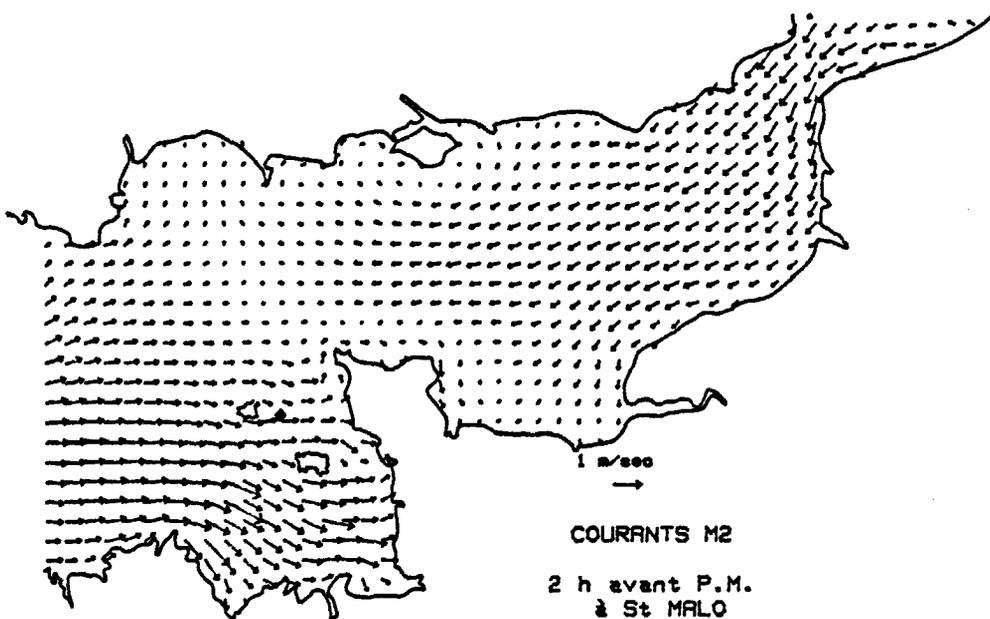


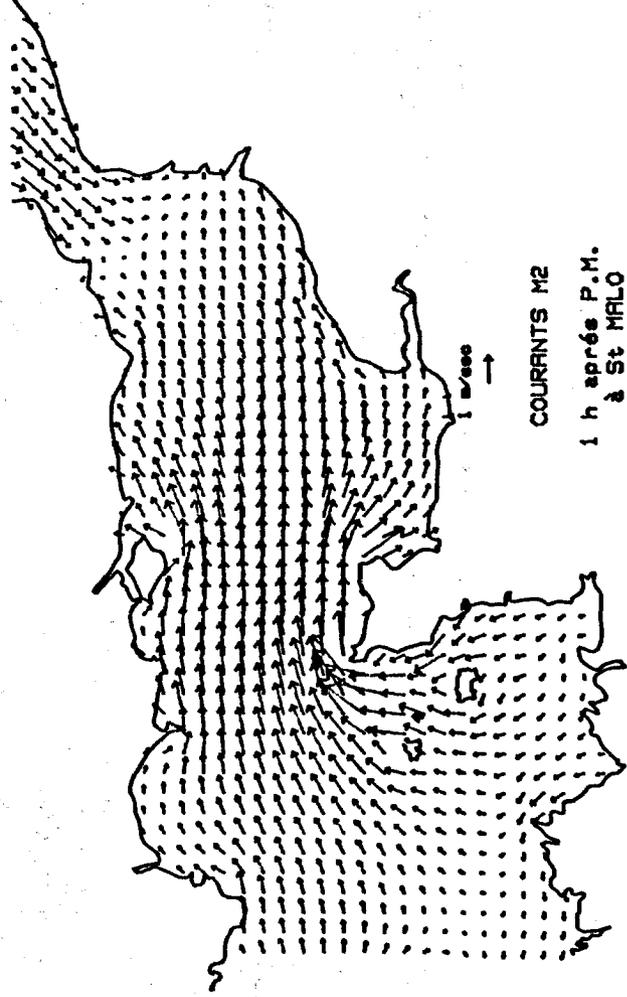


ANNEXE IV

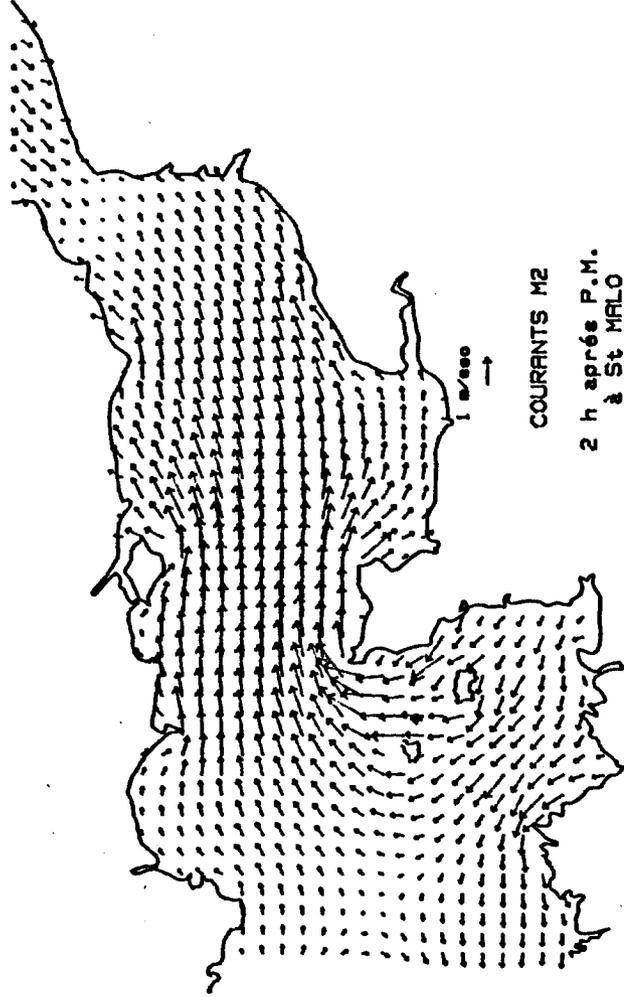
CARTES DES COURANTS INSTANTANES ENGENDRES PAR L'ONDE  $M_2$   
(obtenues à partir de la modélisation numérique).



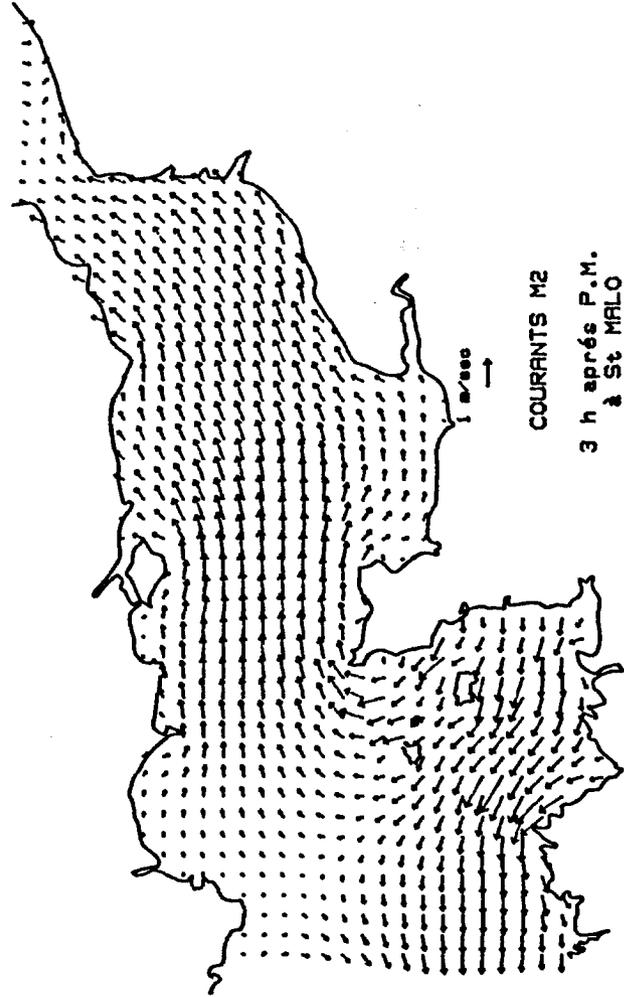




COURANTS M2  
1 h après P.M.  
à St MALO



COURANTS M2  
2 h après P.M.  
à St MALO



COURANTS M2  
3 h après P.M.  
à St MALO

