

Étude expérimentale du passage d'une onde solitaire au-dessus d'un seuil

Onde solitaire
Seuil
Fission
Expériences
Solitary waves
Shelf
Fission
Experiments

Dominique P. RENOUARD ^a, Fernando J. SEABRA SANTOS ^b, Xiuzhang ZHANG ^c

^a Institut de Mécanique de Grenoble, B.P. 68, F 38402 Saint-Martin d'Hères cedex, France.

^b Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologia Universidade de Coimbra, Largo D. Diniz, 3000 Coimbra, Portugal.

^c Institute of Physical Oceanography, Shandong College of Oceanography, P.O. Box 90, Qingdao, People's Republic of China.

Reçu le 19/6/86, révisé le 4/2/87, accepté le 10/2/87.

RÉSUMÉ

Dans un canal (36 m × 0,55 m × 1,30 m) équipé d'un générateur d'ondes, on étudie la fission d'une onde solitaire incidente barotrope ou barocline. Un modèle analytique développé par Kabbaj (1985) à partir des hypothèses de l'eau peu profonde, prévoit la scission de l'onde incidente barotrope en une onde réfléchie et au moins deux ondes transmises. Les expériences confirment ces conclusions et on observe un accord entre les ordres de grandeur des amplitudes mesurées et calculées. Les écarts constatés entre les expériences et le modèle peuvent être expliqués, d'une part, par l'amortissement visqueux dont le modèle ne tient pas compte, et d'autre part, par le fait que la solution est limitée au premier ordre d'approximation. Dans le même canal, équipé d'un générateur d'ondes internes, on étudie le passage d'une onde interne solitaire incidente au-dessus d'un seuil. Les modèles théoriques ne sont valides qu'en l'absence de déferlement au-dessus du talus. Dans les essais, on s'est donc toujours assuré que le nombre de Richardson local n'était jamais inférieur à 1/4. La confrontation entre les expériences et les théories est alors possible.

La fission d'une onde solitaire incidente en deux ondes transmises a été mise en évidence. Nous avons vérifié que la relation caractéristique de l'hypothèse de l'eau peu profonde entre la longueur d'onde et l'amplitude était satisfaite par la première des ondes transmises. Cependant, à cause de l'importance de l'amortissement visqueux, on ne peut jamais observer le nombre d'ondes transmises prévues par les modèles.

Oceanol. Acta, 1987, 10, 3, 257-266.

ABSTRACT

Experimental study of the passing of a solitary wave over a shelf

In a (36 m × 0.55 m × 1.30 m) channel equipped with a paddle, we study the fission of a barotropic or a baroclinic solitary wave incident on a step-like topography. An analytical model developed by Kabbaj from the shallow-water hypothesis forecasts the fission of an incident barotropic wave into one reflected wave and at least two transmitted waves over the shelf. Experiments supports these predictions, and the measured and computed amplitudes are of the same order of magnitude. Observed deviation between model and experiments can be explained on the one hand by the viscous damping which is not accounted for in the model, and on the other hand by the fact that the analytical solution is limited to the first order approximation. In the same channel, equipped with an internal wave generator, we study the passing of an incident barotropic solitary wave over a shelf. When there is breaking over the slope, none of the models are valid, so we must make sure that the local Richardson number is everywhere larger than 1/4, since in all the cases studied here the onset of wave-breaking is governed by shear instability. We chose experimental conditions such that there is no breaking and a wave of significant amplitude passes over the shelf. In this case fission occurs, but because of shear stress at the interface there is a severe damping which almost hides the splitting. This damping is responsible for the discrepancy between the predicted and observed number and amplitudes of transmitted

waves. It is observed that fission occurs well after the separation of a train of dispersive waves from the main elevation of the interface, and that the first transmitted wave satisfies the shallow-water hypothesis.

Oceanol. Acta, 1987, 10, 3, 257-266.

INTRODUCTION

En milieu stratifié, Djordjevic et Redekopp (1978) démontrèrent qu'une onde solitaire incidente pouvait, lors de son passage au-dessus d'un seuil, se scinder en deux ondes solitaires transmises au moins. Il est possible de montrer qu'une onde solitaire barotrope possède la même propriété : lors de son passage au-dessus d'un obstacle, elle se scindera en une seule onde solitaire réfléchie et au moins deux ondes solitaires transmises (Germain, 1984; Kabbaj, 1985). A notre connaissance, Madsen et Mei (1969) furent les premiers à étudier numériquement et expérimentalement cette question; toutefois les dimensions trop réduites de leur installation ne leur permirent pas d'observer la fission complète de l'onde barotrope incidente. L'étude expérimentale fut reprise de façon plus satisfaisante par Goring (1978). Cependant cet auteur ne compare pas le nombre et l'amplitude des ondes solitaires transmises au-dessus du plateau avec un modèle global. Il prend comme donnée initiale la forme de la surface libre au-dessus du plateau au voisinage du seuil, et calcule le nombre et l'amplitude des ondes solitaires au-dessus du plateau par la méthode de la dispersion inverse (Inverse Scattering Method).

Nous nous proposons ici de présenter les résultats expérimentaux obtenus, tant pour une onde solitaire barotrope que pour une onde solitaire barocline, lorsque celle-ci aborde un plateau, et de comparer ces données avec les modèles théoriques développés à partir des travaux de Germain (1971a; b; 1972; 1984) ou des prévisions fournies par l'analyse de Djordjevic et Redekopp (1978). Ces essais permettront de faire apparaître des différences notables entre la fission d'une onde solitaire barotrope et celle d'une onde solitaire barocline.

Installation expérimentale

Ondes barotropes (fig. 1 a)

Nous disposons d'un canal de 36 m de long, 0,55 m de large et de 1,30 m de profondeur. Il est équipé d'un batteur vertical de type piston, dont les déplacements horizontaux ($15,6 \text{ cm} \leq 2e \leq 40 \text{ cm}$) et la période ($0,5 \text{ s} \leq T \leq 5 \text{ s}$) peuvent être choisis de telle sorte qu'on obtienne dans le canal une seule onde solitaire barotrope d'amplitude relative (A/H_0) donnée (cf. Renouard *et al.*, 1985). Un déplacement du batteur vers l'aval du canal engendre une ou plusieurs ondes solitaires suivies d'un train d'ondes dispersives, tandis qu'un déplacement du batteur dans la direction opposée ne produit qu'un train d'ondes dispersives.

Pour les essais, nous introduisons dans le canal un seuil de 18 m de long et de 0,10 m de haut. On note H la hauteur du seuil, H_0 et H_1 les profondeurs d'eau avant

et au-dessus du seuil. Afin d'être sûr de n'avoir qu'une seule onde solitaire incidente à l'amont du seuil, on dispose, à 14 m du plan moyen du batteur, une paroi mobile qu'on descend rapidement après le passage de l'onde solitaire incidente, de sorte que les ondes dispersives restent bloquées dans la partie amont. Les perturbations créées lors de l'abaissement de cette paroi sont d'amplitude très petite devant celle de l'onde solitaire et s'amortissent rapidement.

Les mouvements du batteur sont connus grâce à un capteur de déplacements linéaires. Quant aux dénivellations de la surface libre en fonction du temps, en un point donné, elles sont enregistrées grâce à des sondes résistivométriques. La précision de celles-ci est de l'ordre du dixième de millimètre, et nous disposons de sept de ces sondes. Pour ces essais, l'origine des abscisses était prise au droit du seuil, et elles étaient comptées positivement vers l'aval. L'amplitude de l'onde solitaire incidente était mesurée à $X = -3,0 \text{ m}$ du seuil.

Ondes baroclines (fig. 1 b)

Nous installons dans le canal précédent une paroi étanche, de manière à disposer désormais d'un bassin de 14 m de long, 0,55 m de large et 1,30 m de profondeur; un seuil de 0,9 m de haut et 7,5 m de long y est introduit. On peut réaliser dans le bassin un milieu stratifié à deux couches, l'une d'eau douce, l'autre d'eau salée. Lors de nos expériences, la différence relative de densité était telle que : $0,003 \leq \Delta\rho/\rho \leq 0,017$. A l'extrémité amont du bassin, on place une paroi mobile d'une trentaine de centimètres de haut qui permet de réaliser, de part et d'autre de celle-ci, une différence d'épaisseur de la couche d'eau légère de surface. Lorsque cette paroi est relevée rapidement, l'eau ainsi libérée

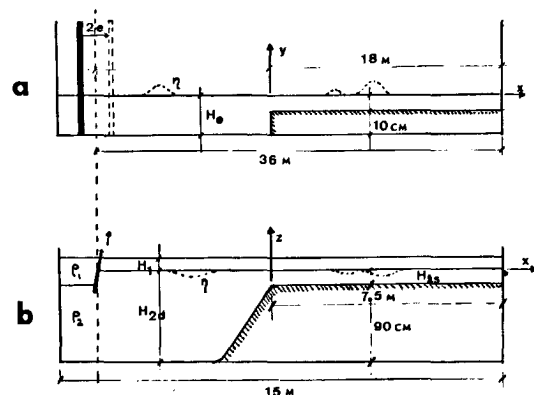


Figure 1

a) Schéma de l'installation expérimentale utilisée pour l'étude de la fission des ondes solitaires barotropes;
b) Schéma de l'installation expérimentale utilisée pour l'étude de la fission des ondes solitaires baroclines.

a) Schema of the experimental installation for the barotropic solitary wave fission study;
b) Schema of the experimental installation for the baroclinic solitary wave fission study.

se propage vers l'aval, et on dispose ainsi d'un générateur d'ondes internes solitaires (*cf.* Kao *et al.*, 1985). Les dénivellations de l'interface en fonction du temps, en un point donné, sont connues grâce à un suiveur d'interface mis au point à l'IMG. Il s'agit d'une sonde résistivimétrique asservie à poursuivre une couche de résistivité (densité) donnée. La précision de cet appareil est de l'ordre du dixième de millimètre, et nous disposons de six de ces suiveurs d'interface.

Fission d'une onde barotrope incidente au-dessus d'un seuil

Une onde solitaire barotrope incidente passant au-dessus d'un plateau se scinde en une seule onde réfléchie et au moins deux ondes transmises (Germain, 1984; Kabbaj, 1985). Les ondes transmises sont ordonnées selon l'amplitude, la plus grande précédant les autres. Ceci tient au fait que la célérité de ces ondes dépend de leur amplitude. Près du seuil, on observe des perturbations locales qui s'amortissent rapidement. Notons que si une onde solitaire barotrope quitte le plateau, passant d'un milieu peu profond à un niveau plus profond, elle change d'amplitude et donc de longueur caractéristique, mais ne se scinde pas. Il n'y a alors qu'une onde transmise et pas d'onde réfléchie.

Nous avons procédé à 62 essais, pour lesquels nous donnons (tab.) la profondeur devant l'obstacle (H_0), l'amplitude de l'onde incidente (A_i), l'amplitude de l'onde réfléchie (A_r) et les amplitudes des ondes

transmises ($A_{i,n}$), l'indice (n) désignant l'ordre de l'onde transmise considérée. La principale difficulté rencontrée lors des mesures fut la détermination de l'amplitude des ondes transmises. En effet, d'une part, on doit mesurer cette amplitude seulement lorsque l'onde à laquelle on s'intéresse est bien individualisée. Mais, d'autre part, si la distance entre le point de mesure et le bord du seuil est grande, l'amortissement visqueux n'est plus négligeable. Dès lors, à partir de tous les enregistrements disponibles au-dessus du seuil, on détermine l'amplitude de chaque onde transmise grâce à l'enregistrement où elle apparaît individualisée, et qui est le plus proche du bord du seuil. Pour certaines conditions expérimentales, cet enregistrement correspondait à un point situé à environ 15 m du bord du seuil. De ce fait, les 18 m du plateau étaient nécessaires pour l'étude des ondes transmises, mais il ne restait plus que 4 m entre la paroi mobile et le seuil, ce qui ne permettait pas l'étude de l'onde réfléchie. Nous avons donc été obligés de procéder en deux étapes. Dans une première série d'essais, avec 18 m de plateau, nous avons étudié la fission proprement dite, tandis que dans une seconde série d'essais, avec seulement 6 m de plateau, nous avons analysé l'onde réfléchie. Les contraintes expérimentales ne furent pas identiques pour ces deux séries d'essais. Car en ce qui concerne les ondes transmises, la profondeur avant le seuil était telle que : $15 \text{ cm} \leq H_0 \leq 30 \text{ cm}$, parce que, pour des profondeurs égales ou inférieures à 15 cm, il n'était pas possible d'éviter le déferlement au-dessus du seuil, et

Tableau

Fission d'une onde solitaire barotrope au-dessus d'un plateau. Notations : H_0 : profondeur avant le seuil ; A_i : amplitude de l'onde incidente ; A_{ij} : amplitude de la j ème onde transmise ; A_r : amplitude de l'onde réfléchie. Toutes les grandeurs sont exprimées en centimètres.

Barotropic solitary wave fission over a shelf. Notations: H_0 : depth before the shelf; A_i : incident wave amplitude; A_{ij} : j th transmitted wave amplitude; A_r : reflected wave amplitude. All amplitudes and depths are in centimetres.

Exp.	h_0 (cm)	A_i (cm)	A_{i1} (cm)	A_{i2} (cm)	A_{i3} (cm)	A_{i4} (cm)
1	30.0	4.25	4.95	0.82	—	—
2	30.0	6.80	8.50	1.61	—	—
3	30.0	7.10	8.85	1.74	—	—
4	30.0	7.50	9.71	1.80	—	—
5	30.0	7.50	9.68	1.82	—	—
6	30.0	9.70	12.90	2.38	—	—
7	25.0	1.78	2.22	0.70	—	—
8	25.0	2.57	3.14	0.75	—	—
9	25.0	3.84	4.74	1.16	—	—
10	25.0	5.75	7.94	2.03	—	—
11	25.0	7.17	10.34	2.47	—	—
12	25.0	7.40	10.63	2.47	—	—
13	22.2	2.07	2.75	0.88	—	—
14	22.2	2.73	3.68	1.07	—	—
15	22.2	3.65	4.53	1.40	—	—
16	22.2	4.17	5.91	1.70	—	—
17	22.2	4.61	6.48	1.88	—	—
18	22.2	5.16	7.48	2.20	—	—
19	22.2	5.62	8.10	2.29	—	—
20	20.0	1.63	2.38	0.98	0.44	—
21	20.0	2.08	3.08	1.09	0.28	—
22	20.0	2.43	3.56	1.21	0.20	—
23	20.0	2.93	4.30	1.56	0.34	—
24	20.0	3.65	5.31	1.80	0.33	—
25	20.0	3.90	5.73	2.06	0.51	—
26	20.0	4.36	6.78	2.29	0.52	—
27	18.1	1.59	2.38	1.11	0.52	—
28	18.1	2.07	3.27	1.37	0.43	—
29	18.1	2.39	3.67	1.50	0.56	—
30	18.1	2.69	4.07	1.79	0.70	—
31	18.1	2.90	4.49	1.92	0.68	—
32	15.0	1.62	break.	1.72	0.86	0.44
33	15.0	2.18	break.	2.18	1.10	0.56

Exp.	h_0 (cm)	A_i (cm)	A_r (cm)
34	20.0	2.87	0.59
35	20.0	3.40	0.63
36	20.0	3.65	0.68
37	20.0	3.92	0.63
38	20.0	3.94	0.65
39	20.0	5.07	0.68
40	20.0	5.78	0.72
41	20.0	6.45	0.92
42	20.0	7.74	0.91
43	18.1	2.60	0.52
44	18.1	2.90	0.59
45	18.1	5.30	0.71
46	18.1	6.26	0.85
47	18.1	7.20	0.88
48	16.0	2.65	0.62
49	16.0	4.03	0.69
50	16.0	5.92	0.91
51	16.0	7.00	1.04
52	15.0	2.34	0.63
53	15.0	3.86	0.70
54	15.0	5.06	0.94
55	15.0	5.09	0.96
56	15.0	6.49	1.09
57	13.3	2.67	0.76
58	13.3	3.89	0.84
59	13.3	5.89	1.20
60	12.5	3.20	0.88
61	12.5	4.08	1.07
62	12.5	4.87	1.18

pour des profondeurs supérieures à 30 cm, les 18 m du plateau n'étaient plus suffisants pour permettre l'individualisation des ondes transmises. Dans tous les cas, on limitait l'amplitude de l'onde incidente afin d'éviter le déferlement au voisinage du seuil. Les sondes de mesure étaient alors situées entre $X = -3,0$ m et $X = -15,0$ m. En ce qui concerne les ondes réfléchies, les profondeurs étaient telles que $12,5 \text{ cm} \leq H_0 \leq 20 \text{ cm}$. En effet, l'amplitude relative de l'onde réfléchie est proportionnelle à la hauteur relative du seuil. La limite supérieure choisie pour la profondeur permet donc d'assurer une bonne précision relative pour les mesures. Quant à la limite inférieure, elle fut fixée par l'apparition de vortex au voisinage du seuil, lorsque la profondeur totale est trop proche de la hauteur du seuil. On a mesuré l'amplitude de l'onde réfléchie au point où elle apparaissait bien séparée de l'onde incidente, et qui était le plus proche du seuil. Les sondes étaient situées entre $X = -15$ m et $X = +3$ m pour ces essais.

Le nombre (n) d'ondes transmises, ainsi que leurs amplitudes ($A_{i,j}$) sont fonction de l'amplitude de l'onde incidente (A_i), de la profondeur en amont du seuil (H_0) et de la profondeur au-dessus du seuil (H_1) (cf. Germain, 1984). Si on pose :

$$M = \frac{1}{2} \left\{ \left[1 + \frac{16(H_0/H_1)^{5/2}}{1 + (H_0/H_1)^{1/2}} \right]^{1/2} - 1 \right\}, \quad (1)$$

ils sont donnés respectivement par :

$$n = E(M),$$

et :

$$\frac{A_{i,j+1}}{A_i} = \left(\frac{H_1}{H_0} \right) (M-j)^2, \quad j = 0, \dots, M.$$

Quant à l'onde réfléchie, son amplitude (A_r) est telle que :

$$\frac{A_r}{A_i} = \frac{1}{4} \left\{ \left[\frac{9 - 7(H_1/H_0)^{1/2}}{1 + (H_1/H_0)^{1/2}} \right]^{1/2} - 1 \right\}^2. \quad (2)$$

La figure 2 exprime ces résultats : en abscisse, on a porté le rapport (H_1/H_0) ; dans la partie supérieure de la figure, on a représenté les variations des rapports ($A_{i,j}/A_i$) pour les douze premières ondes transmises (j de 1 à 12), et dans la partie inférieure, les variations du rapport (A_r/A_i). On retiendra de ce graphique que, quel que soit H , il y a toujours au moins deux ondes transmises, et seulement une onde réfléchie. On notera aussi que l'amplitude de la première onde transmise est toujours supérieure à l'amplitude de l'onde incidente.

Ces résultats théoriques furent confirmés par nos essais, pour lesquels le nombre et l'amplitude des ondes transmises, ainsi que l'amplitude de l'onde réfléchie, augmentent avec la hauteur relative du seuil (H/H_0). La comparaison entre les données expérimentales et les valeurs théoriques est donnée sur la figure 3 pour les ondes transmises et sur la figure 4 pour l'onde réfléchie. Sur la figure 3, les lignes tiretées verticales indiquent la limite supérieure de l'amplitude (A_i/H_0) au-delà de laquelle la première onde transmise déferle. Sur ces deux figures, on constate que les rapports ($A_{i,j}/A_i$) et (A_r/A_i) sont pratiquement indépendants de l'amplitude

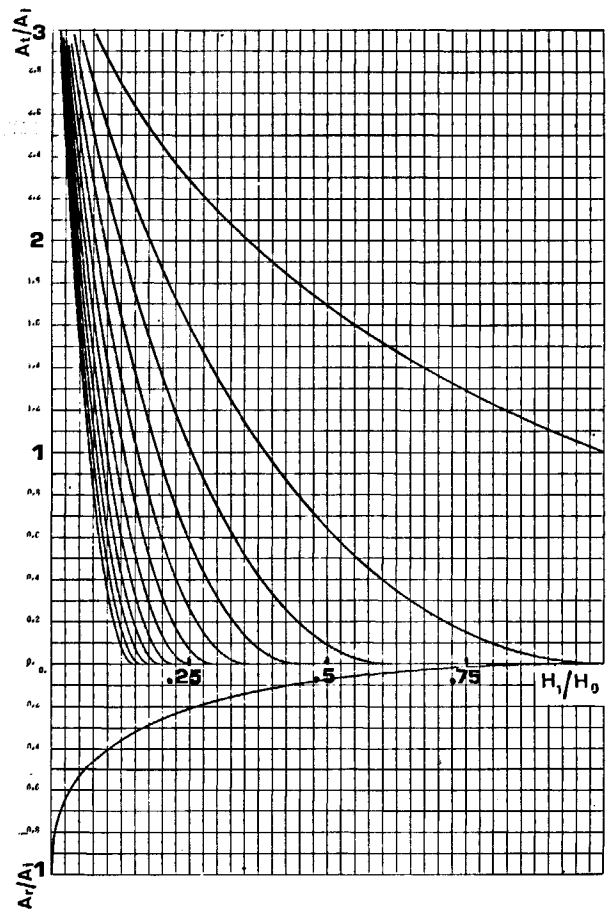


Figure 2

Fission d'une onde solitaire barotrope au-dessus d'un plateau : nombre et amplitudes des ondes transmises ($A_{i,j}/A_i$, partie supérieure du graphique) et amplitude de l'onde réfléchie (A_r/A_i , partie inférieure du graphique) en fonction du rapport (H_1/H_0) (d'après Germain, 1984).

Barotropic solitary wave fusion over a shelf: number and amplitudes of transmitted waves ($A_{i,j}/A_i$, upper part) and reflected wave amplitude (A_r/A_i , lower part) in relation to the depth ratio (H_1/H_0) (see Germain, 1984).

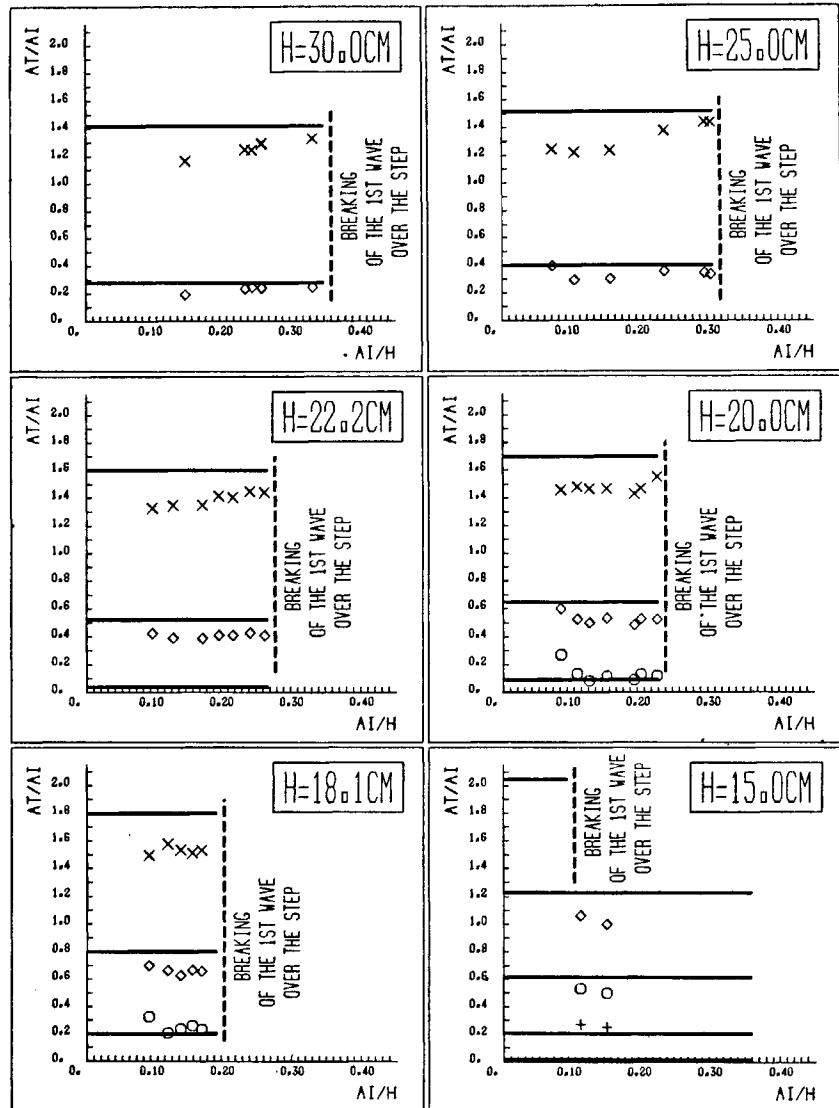
relative de l'onde incidente (A_i/H_0) et sont du même ordre de grandeur que les valeurs théoriques. La légère dépendance de ($A_{i,j}/A_i$) par rapport à (A_i/H_0), qui apparaît surtout sur la première onde transmise, peut s'expliquer comme suit : l'onde solitaire de grande amplitude relative est aussi celle qui a la plus petite longueur caractéristique ; de ce fait, la fission se fait sur une distance courte après le début du seuil et la mesure de l'amplitude de l'onde transmise n'est que peu influencée par l'amortissement visqueux, puisqu'elle est faite en un point proche du bord du plateau. En ce qui concerne l'onde réfléchie (fig. 4), la légère décroissance de (A_r/A_i) lorsque (A_i/H_0) croît, peut s'expliquer par la perte d'énergie liée à l'apparition de vortex à l'amont du seuil lorsque (A_i/H_0) devient important, et qui tendent à être d'autant plus forts que (A_i/H_0) ou (H/H_0) ont des valeurs élevées.

On remarquera que l'amplitude observée pour les ondes réfléchies est systématiquement supérieure à l'amplitude prévue par le modèle, tandis que l'inverse est vrai pour l'amplitude des ondes transmises. Nous n'avons pas de justification pour ce fait. Toutefois, l'étude du passage d'une onde solitaire barotrope au-dessus d'une barrière mince fait apparaître qu'une seule onde est transmise,

Figure 3

Comparaison entre les amplitudes calculées à partir de la théorie de l'eau peu profonde (traits pleins) et les amplitudes des premières (\times), secondes (\diamond), troisièmes (\circ) et quatrièmes ($+$) ondes transmises observées expérimentalement.

Comparison between computed amplitudes (solid lines) and first (\times), second (\diamond), third (\circ) and fourth ($+$) experimentally observed transmitted wave amplitudes.



d'amplitude légèrement inférieure à celle de l'onde incidente, et une onde de très petite amplitude est réfléchi. Or un modèle analytique développé à partir des mêmes hypothèses prévoyait une onde transmise d'amplitude égale à celle de l'onde incidente, et pas d'onde réfléchi (Gulli, 1975). Ce modèle, et celui de Kabbaj (1985), sont limités au premier ordre d'approximation. Il est donc probable qu'à cet ordre ces modèles tendent à affecter trop d'énergie aux ondes transmises au détriment de l'onde réfléchi. Le développement de ces modèles à des ordres d'approximation plus élevés conduirait sans doute à des résultats plus réalistes.

Fission d'une onde barocline incidente au-dessus d'un seuil

Remarques préliminaires

Lorsqu'une onde interne solitaire progresse au-dessus d'un seuil, le cisaillement à l'interface joue un rôle déterminant. Dans certaines conditions, il est responsable du déferlement de l'onde, au voisinage du sommet de la pente de raccordement entre l'eau profonde et le plateau. En effet, l'onde incidente garde un profil symétrique au-dessus des deux-tiers de la pente environ.

Puis l'influence du fond se traduit par une déformation du profil, dont la partie aval tend à devenir parallèle au fond, tandis que la partie arrière se raidit. Au fur et à mesure que l'onde progresse le long de la pente, les vitesses des particules croissent dans la couche inférieure afin d'assurer la conservation de la masse. De ce fait, le cisaillement à l'interface croît jusqu'à l'apparition d'instabilités turbulentes. Celles-ci se développent dans la partie amont de l'onde et sont responsables du déferlement de l'onde, qui a lieu en général dans le dernier quart de la pente. Lorsqu'il y a déferlement, on constate que la turbulence et le mélange qui en résulte restent localisés au voisinage du bord du plateau, tandis qu'une intumescence de profil très régulier continue à progresser le long du plateau. Lorsque l'amplitude relative de l'onde incidente est grande, elle peut donner lieu, au-dessus du seuil, à une intumescence assez allongée, et qui présente une partie aplatie parallèle au fond. La longueur de cette intumescence dépend de l'amplitude de l'onde incidente, mais il est très difficile d'établir une corrélation entre ces deux quantités. Lorsque la longueur du plateau est suffisante, la crête de cette intumescence rétrécit et elle évolue vers un profil d'onde solitaire en Sech^2 . Tandis que cette intu-

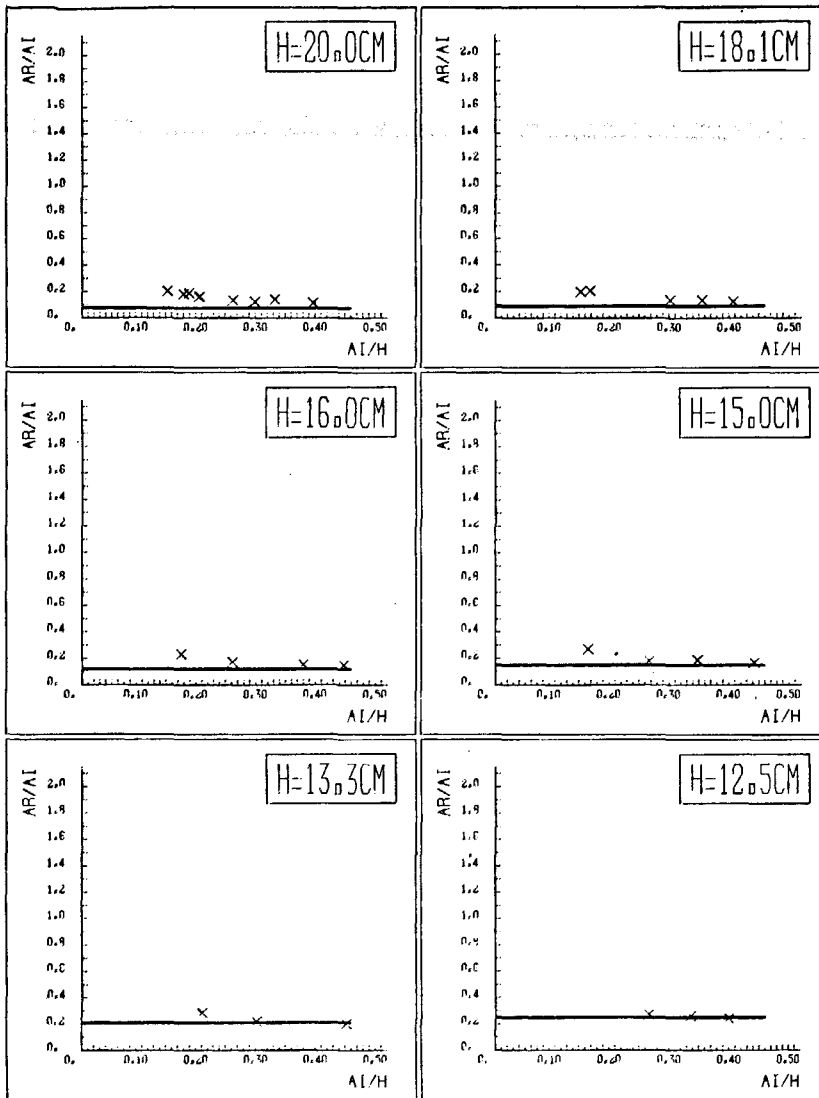


Figure 4

Comparison entre les amplitudes calculées (traits pleins) et les amplitudes mesurées (x) de l'onde réfléchie.

Comparison between computed amplitudes (solid lines) and measured amplitudes (x) of reflected wave.

mescence se propage au-dessus du plateau, la turbulence produite par le déferlement disparaît assez rapidement, en restant toujours localisée au bord du plateau (cf. Kao *et al.*, 1985).

Dans le reste de cette étude, nous excluons les cas où il y a déferlement de l'onde incidente. La difficulté est alors de se placer dans les conditions où l'amplitude de l'onde incidente est suffisamment petite pour qu'il n'y ait pas de déferlement, tout en étant suffisamment grande pour ne pas être complètement amortie par dissipation visqueuse avant même d'arriver au-dessus du plateau.

Mise en évidence de la fission d'une onde interne solitaire incidente

On considère une onde interne solitaire incidente, telle qu'à aucun moment de sa progression au-dessus du seuil, le nombre de Richardson local ne soit inférieur à (1/4), ou que le nombre de Froude interne pour l'une ou l'autre des deux couches ne soit supérieur à un. Dans ces conditions, cette onde ne déferle pas, et elle peut se scinder en deux ondes solitaires transmises ou plus. En fait, et probablement du fait du cisaillement à l'interface et de la longueur disponible pour le seuil,

on n'a jamais observé ni d'onde réfléchie, ni plus de deux ondes transmises.

Nous avons vérifié d'abord qu'au-dessus du plateau, l'onde incidente donnait lieu à deux intumescences, celle de plus grande amplitude se séparant progressivement de celle de plus petite amplitude et les deux se distinguant d'un train d'ondes dispersives (fig. 5). Le profil de la plus grande de ces intumescences est proche de celui décrit par $Sech^2$. Toutefois, ainsi que le notèrent Koop et Butler (1981), ce test n'est pas très contraignant, puisque l'on oblige les courbes expérimentales et théoriques à passer toutes par deux points. Aussi s'est-on assuré que la relation caractéristique de l'hypothèse de l'eau peu profonde était vérifiée. Celle-ci suppose en effet que (Benjamin, 1966) :

$$\lambda/H \gg 1 \quad \text{et} \quad h/H = O(1)$$

et on doit donc contrôler que :

$$\lambda/H = O(A/H)^{-1/2},$$

où λ est une longueur horizontale caractéristique de l'onde, h une dimension verticale caractérisant la strati-

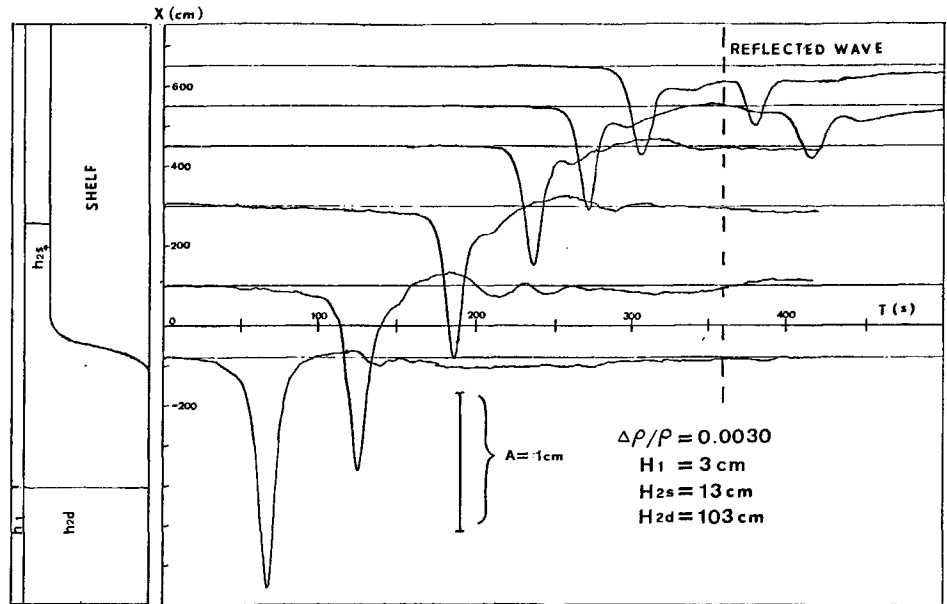
Figure 5

Évolution d'une onde solitaire interne au-dessus d'un seuil. La séparation du train d'ondes dispersives d'avec l'intumescence principale précède la fission proprement dite.

$H_1 = 3 \text{ cm}$; $H_{2s} = 13 \text{ cm}$;
 $H_{2D} = 103 \text{ cm}$; $\Delta P/P = 0,0030$.

Internal solitary wave evolution over a shelf. The separation of the dispersive wave train from the main elevation occurs well before fission strictly speaking takes place.

$H_1 = 3 \text{ cm}$; $H_{2s} = 13 \text{ cm}$;
 $H_{2D} = 103 \text{ cm}$; $\Delta P/P = 0,0030$.



fication, par exemple, l'épaisseur de l'interface ou celle de la couche supérieure, H la profondeur totale, et A l'amplitude maximale de l'onde. On a porté sur la figure 6 les valeurs de la longueur caractéristique et de l'amplitude réduite. On constate un bon accord entre le modèle et les mesures, accord d'autant meilleur que l'amplitude décroît, c'est-à-dire que l'on s'éloigne du

$$\left[\frac{|H_1 - H_2|}{H_1 H_2} A_0 \right]^{-1/4} - \left[\frac{|H_1 - H_2|}{H_1 H_2} A_1 \right]^{-1/4} = K \frac{\Delta x}{(H_1 H_2)^{1/2}} \quad (3)$$

avec :

$$K = \frac{v^{1/2}}{12 (g \Delta \rho / \rho)^{1/2} (H_1 + H_2)^{3/4}} \times \left[\left(1 + \frac{2H_2}{W} \right) \frac{H_1}{H_2} + 2 \frac{H_2}{W} + \frac{(H_1 + H_2)^2}{2H_1 H_2} \right]$$

où A_0 et A_1 sont les amplitudes en deux points de mesures distants de (Δx) , (ν) la viscosité, supposée identique dans les deux couches et (W) la largeur du canal. Enfin, on a vérifié que la célérité de l'onde transmise de plus grande amplitude correspondait à la célérité calculée dans l'hypothèse de l'eau peu profonde à partir de l'équation de K.d.V. (Korteweg-de Vries), à savoir :

$$C = C_0 \left[1 + \frac{1}{2} \frac{|H_1 - H_2|}{H_1 H_2} A \right], \quad (4)$$

où c_0 est la célérité barocline critique pour les ondes longues (fig. 7). On peut donc affirmer que la première onde transmise est une onde solitaire satisfaisant les hypothèses de l'eau peu profonde, et dont la propagation est décrite par l'équation de K.d.V. pour le modèle à deux couches :

$$C_0^{-1} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{H_2} - \frac{1}{H_1} \right) \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{H_1 H_2}{6} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0, \quad (5)$$

où (η) désigne la surélévation de l'interface.

Il est beaucoup plus difficile de caractériser la seconde onde transmise du fait de sa faible amplitude. On

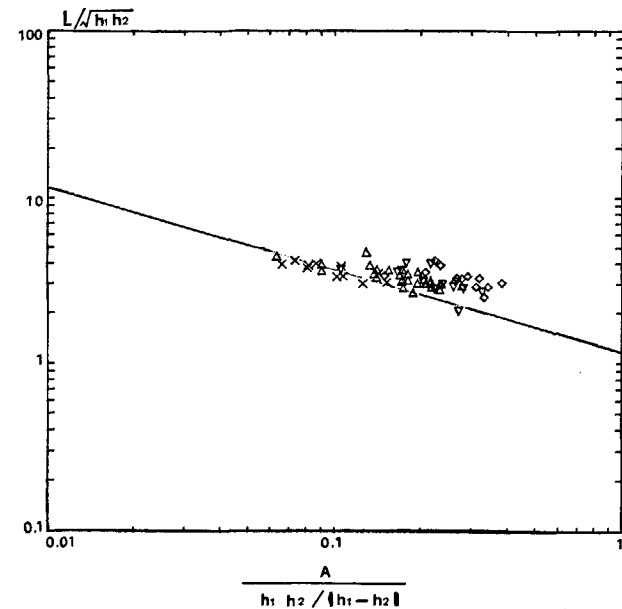


Figure 6

Relation entre la longueur caractéristique et l'amplitude de la première onde transmise, en différents points au-dessus du seuil. Le trait plein de pente $(-1/2)$ correspond à la solution de l'équation K.d.V.

Relation between the characteristic length and amplitude of the first transmitted wave, in various stations over the shelf. Solid line corresponding to the $(-1/2)$ slope of the K.d.V. equation solution.

rebord du plateau, ce qui était prévisible. L'amortissement de l'onde transmise lors de son déplacement au-dessus du plateau est décrit (Keulegan, 1948; Leone et al., 1982) par :

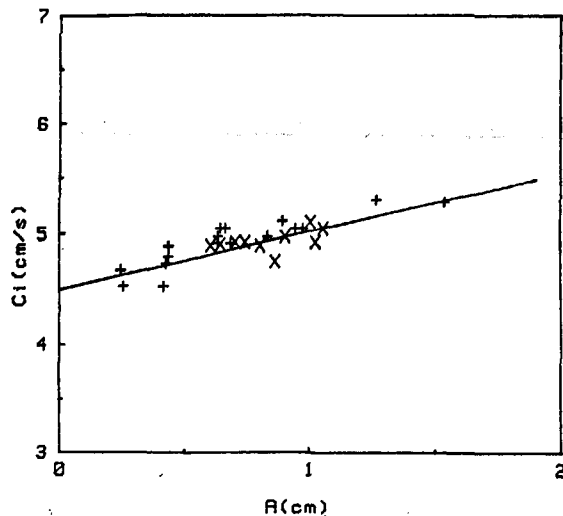


Figure 7
Variation de la célérité de la première onde transmise en fonction de son amplitude. Le trait plein correspond à (4).
First transmitted wave celerity in relation to its amplitude. Solid line corresponding to (4).

remarquera toutefois qu'elle est nettement distincte de la queue d'ondes dispersives dont elle se sépare progressivement (fig. 5). La célérité de ces dernières est inférieure à la célérité barocline critique, tandis que l'on vérifie que la célérité de la seconde onde transmise est constante, et très voisine de la célérité barocline critique. Son amplitude étant petite, la différence entre sa célérité et la célérité barocline est quasiment nulle, et les incertitudes expérimentales ne permettent pas de mettre cette différence en évidence. Par contre, on peut vérifier que l'écart entre les deux ondes transmises est une fonction croissante de la différence entre les amplitudes des deux ondes transmises (fig. 8). Pour cela, on compare les enregistrements des dénivellations

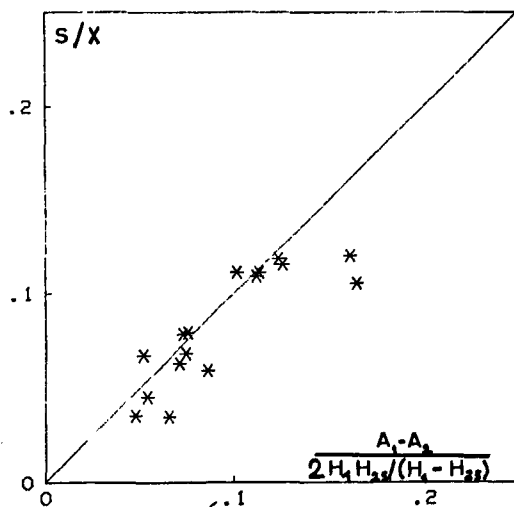


Figure 8
Accroissement de l'écart (s) entre la première et la seconde ondes transmises entre deux points de mesure distants de X en fonction de la différence entre les amplitudes des deux premières ondes transmises.
Increase of the distance between the first and second transmitted waves (s) between two fixed stations over the shelf separated by X, in relation to the difference between the amplitudes of the first two transmitted waves.

de l'interface en deux points où les deux intumescences sont déjà bien séparées, et on mesure l'accroissement de la distance entre les deux pics. Si on suppose que l'on est en présence de deux ondes solitaires, cet accroissement doit être proportionnel à la différence des amplitudes des deux ondes. C'est ce que l'on constate, en dépit d'une certaine dispersion des points expérimentaux, du fait surtout des incertitudes sur les écarts entre les intumescences. *A contrario*, si on suppose que la seconde onde transmise est une onde dispersive, l'écart entre les deux ondes devrait être proportionnel à l'amplitude de la première onde transmise; or on ne le vérifie pas. Dès lors, il nous semble légitime de dire que nous avons mis en évidence la fission d'une onde solitaire interne incidente en deux ondes solitaires transmises et une queue d'ondes dispersives, en l'absence de déferlement lors du passage sur le seuil.

On notera que les amplitudes relatives sont petites : $A/(H_1 + H_2) = O(0,01)$, pour la première onde transmise; l'amplitude de la seconde étant de l'ordre de 20% de celle de la première. Nous n'observâmes jamais ni onde réfléchie, ni plus de deux ondes transmises. Mais il est vrai qu'une troisième onde transmise aurait eu une amplitude trop faible pour être distinguée, et surtout la distance de séparation (sorting distance) nécessaire pour que les seconde et troisième ondes transmises soient individualisées, serait supérieure à la longueur de plateau dont nous disposons. On peut penser que l'amortissement visqueux serait responsable de la disparition de la seconde onde transmise avant que celle-ci ait pu se distinguer de la troisième.

Cependant, les conditions expérimentales que nous avons choisies auraient dû nous permettre, selon Djordjevic et Redekopp (1978) d'observer trois ondes transmises. D'après le modèle de Kabbaj (1985), nous aurions dû également en compter trois. En fait, on n'en observa que deux, avec des amplitudes singulièrement plus faibles que celles prévues par celui-ci (fig. 9). On peut penser que le cisaillement à l'interface, qui n'intervient pas dans les modèles proposés, est responsable des écarts.

Il convient de rappeler que les modèles théoriques sont conçus pour rendre compte de phénomènes océaniques. Or il est clair que les échelles sont différentes pour l'océan et pour le laboratoire. Par suite, les divers mécanismes physiques mis en jeu n'ont pas la même importance relative. Ainsi, lors de nos essais, le nombre de Richardson local était tel que :

$$R_l = g \Delta\rho/\rho \cdot \Delta z/V^2 \sim H_1 (H_1 + H_2) \Delta z/(H_2 A^2) = O(3)$$

et que le nombre de Froude interne relatif à la couche supérieure tel que :

$$Fr = V^2/C_0^2 \sim A^2/H_1^2 = O(0,1);$$

et on peut rencontrer dans l'océan des situations pour lesquelles les nombres de Richardson et de Froude locaux sont du même ordre de grandeur. Par contre, les valeurs du nombre de Reynolds dans nos essais, $Re = O(10^3)$, et dans la nature, $Re = O(10^8)$, sont très différentes. Il en résulte que la dissipation d'énergie

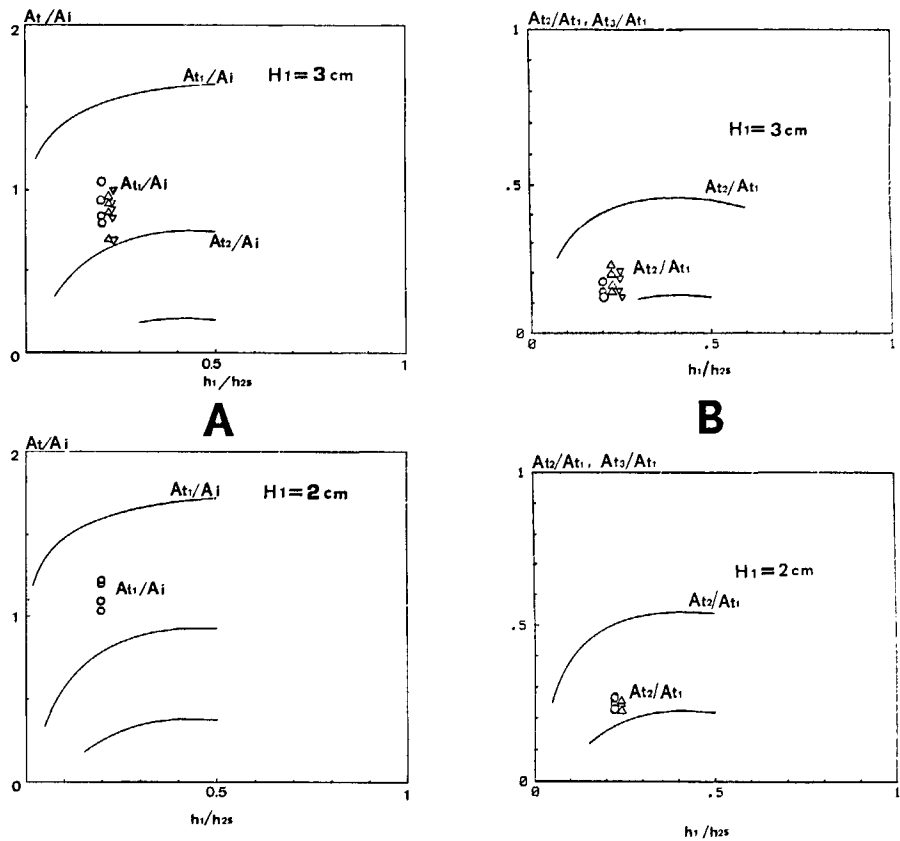
Figure 9

a) Rapport des amplitudes des deux ondes transmises rapportées à l'amplitude de l'onde incidente; les traits pleins indiquent les rapports théoriques selon Kabbaj (1985).

b) Rapport de l'amplitude de la seconde onde transmise rapportée à celle de la première; les traits pleins indiquent les rapports théoriques selon Kabbaj (1985). Pour ces conditions expérimentales, Kabbaj (1985) prévoyait trois ondes transmises.

a) Ratio of amplitudes of the first and second transmitted waves to the amplitude of the incident wave; solid lines indicate theoretical ratios according Kabbaj (1985).

b) Ratio of the amplitude of the second to the amplitude of the first transmitted wave; solid lines indicate theoretical values according Kabbaj (1985). For these experimental conditions, Kabbaj (1985) predicted three transmitted waves.



par frottement visqueux sera proportionnellement plus importante dans les essais que dans la nature. Dans ces conditions, le fait que nos résultats expérimentaux ne coïncident pas avec les modèles analytiques, probablement du fait du cisaillement à l'interface, ne signifie pas que ces modèles ne puissent s'appliquer avec succès à des situations réelles. Le résultat le plus important de cette étude demeure la mise en évidence de la fission d'une onde solitaire incidente, fission qui peut expliquer la présence de trains d'ondes internes solitaires au-dessus d'un plateau, et qui est, répétons-le, un mécanisme distinct de la génération de train d'ondes solitaires internes par le passage au-dessus d'un seuil d'une onde barotrope telle que l'onde de marée.

CONCLUSIONS

On a mis en évidence la possibilité, pour une onde solitaire incidente barotrope, de se scinder en au moins deux ondes transmises et une seule onde réfléchie de même nature, lors de son passage au-dessus d'un seuil. Le modèle construit à partir des hypothèses de l'eau peu profonde (Kabbaj, 1985) est confirmé, en ce qu'il prévoit correctement le nombre des ondes transmises, et fournit l'ordre de grandeur des amplitudes des ondes transmises et de l'onde réfléchie. De plus, on peut

interpréter les écarts observés entre le modèle et les expériences. Dans le cas d'une onde solitaire incidente barocline, on se heurte à une double difficulté. D'une part, lorsque l'amplitude de l'onde incidente est forte, il y a déferlement au voisinage du rebord du plateau. D'autre part, le frottement visqueux amortit très énergiquement les ondes qui se propagent à l'interface, en particulier lorsque l'épaisseur de la couche inférieure est faible. Cependant, on a pu mettre en évidence la fission d'une onde solitaire barocline incidente en au moins deux ondes transmises, et l'on a vérifié que la première d'entre elles satisfaisait la relation caractéristique de l'hypothèse de l'eau peu profonde. Mais du fait de l'amortissement visqueux, la comparaison avec les modèles (Djordjevic, Redekopp, 1978; Kabbaj, 1985) n'est pas très satisfaisante.

Remerciements

Les auteurs remercient très vivement les Professeurs Kao (Catholic University of America) et Germain (Université de Grenoble) pour les fructueuses discussions qu'ils ont pu avoir avec eux. Ils sont également reconnaissants à MM. Chabert d'Hières et Temperville pour leurs suggestions et leurs conseils. Enfin, ils remercient M^{me} Maillot qui a dactylographié ce manuscrit.

RÉFÉRENCES

- Benjamin T. B., 1966. Internal waves of finite amplitude and permanent form, *J. Fluid Mech.*, **25**, 241-270.
- Djordjevic V. D., Redekopp L. G., 1978. The fission and desintegration of internal solitary waves moving over two-dimensional topography, *J. Phys. Oceanogr.*, **8**, 1016-1024.
- Germain J.-P., 1971a. Sur une généralisation de la théorie des mouvements en eau peu profonde, *C. R. Acad. Sci. Paris, A*, **273**, 1093-1096.
- Germain J.-P., 1971b. Sur le caractère limite de la théorie des mouvements des liquides parfaits en eau peu profonde, *C. R. Acad. Sci. Paris, A*, **273**, 1171-1174.
- Germain J.-P., 1972. Théorie générale des mouvements d'un fluide parfait pesant en eau peu profonde de profondeur constante, *C. R. Acad. Sci. Paris, A*, **274**, 997-1000.
- Germain J.-P., 1984. Coefficients de réflexion et de transmission en eau plus profonde, *Rosprany Hydrotech.*, **46**, 1-15.
- Goring D. C., 1978. Tsunamis. The propagation of long waves onto a shelf, Caltech Rep. KHR-38.
- Gulli L., 1975. Étude du passage d'une houle en eau peu profonde sur une barrière verticale immergée, *Thèse Doct. univ. Scientifique et Médicale, Grenoble, France*.
- Kabbaj A., 1985. Contribution à l'étude du passage des ondes de gravité et de la génération des ondes internes sur un talus, dans le cadre de la théorie de l'eau peu profonde, *Thèse Doct. Univ. Scientifique et Médicale, Grenoble, France*.
- Kao T. W., Pan F. S., Renouard D., 1985. Internal solitons on the pycnocline: generation, propagation and shoaling and breaking on a slope, *J. Fluid Mech.*, **159**, 19-53.
- Keulegan G. H., 1948. Gradual damping of solitary waves, *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, **40**, 487-498.
- Koop C. G., Butler G., 1981. An investigation of internal solitary waves in a two-fluid system, *J. Fluid Mech.*, **112**, 225-251.
- Leone C., Ségur H., Hammack J.-L., 1982. Viscous decay of long internal solitary waves, *Phys. Fluids*, **25**, 942-944.
- Madsen O. S., Mei C. C., 1969. The transformation of a solitary wave over an uneven bottom, *J. Fluid Mech.*, **39**, 781-791.
- Renouard D. P., Seabra-Santos F. L., Temperville A. M., 1985. Experimental study of the generation, damping and reflexion of a solitary wave, *Dyn. Atmos. Oceans*, **9**, 341-358.