

Mesure par radar décamétrique cohérent des courants superficiels engendrés par le vent

Radar décamétrique cohérent
Courants superficiels engendrés par le vent
HF Doppler radar
Wind driven surface currents

P. Broche, J. C. de Maistre, P. Forget
Laboratoire de Sondages Électromagnétiques de l'Environnement Terrestre, LSEET,
Université de Toulon, boulevard des Armaries, « La Giponne », 83100 Toulon, France.

Reçu le 1/6/82, révisé le 4/8/82, accepté le 27/8/82.

RÉSUMÉ

La mesure des courants côtiers superficiels par radar décamétrique cohérent est basée sur la mesure de la vitesse à laquelle sont entraînées par le courant, celles des vagues qui entrent en interaction résonante avec l'onde radar. Ces vagues subissent de plus l'action des autres composantes de l'état de la mer, qui modifie également leur vitesse de propagation. Une étude détaillée est menée à ce propos; elle montre que cette modification est égale, à la précision de la mesure près, et sans y être physiquement identique, à la dérive de Stokes en surface (transport de masse lagrangien), qui est donc, au même titre que le courant eulérien, prise en compte dans la mesure effectuée par le radar.

On présente ensuite un exemple de mise en œuvre de cette méthode qui s'appuie sur une expérience réalisée en Méditerranée occidentale au printemps 1981, au cours de laquelle on a pu étudier les courants superficiels engendrés par plusieurs coups de vent. La comparaison des propriétés des oscillations d'inertie et de la composante résiduelle du courant (courant d'Ekman et dérive de Stokes), permet d'estimer un ordre de grandeur raisonnable des principaux paramètres de la couche mélangée superficielle.

Oceanol. Acta, 1983, 6, 1, 43-53.

ABSTRACT

HF radar measurements of wind driven surface currents.

The echo from the sea obtained by an HF Doppler radar is caused mainly by those waves in the sea-state spectrum which are in resonant interaction with the radar waves. Their convection by surface currents allows the measurements, by radar, of the radial velocity of these currents, averaging a depth of $1/8 \pi$ times the radar wavelength (a few meters at HF). The main features of this measurement, especially its space and time integrations are recalled. It has also been observed that waves are disturbed by all the other components of the sea-state spectrum, and a detailed study of the modification of their phase velocity has been made. Although this modification is not physically related to a convective transport by the Stokes drift (lagrangian mass transport parallel to the wind direction), the behaviour and the function of the angle between the direction of the wave and that of the wind is almost the same (cosine law), and the difference in value is due entirely to the influence of waves in the sea spectrum with a shorter wavelength than the wave selected by the radar. At HF range this influence is slight and the difference is only a few centimeters per second, so that it may be considered that the measurement obtained by the radar includes, with the degree of accuracy inherent in this method, both the surface Stokes drift and the eulerian current.

An experiment performed with an HF radar in the Western Mediterranean Sea, at the end of March 1981, is then recorded, and special attention is devoted to wind driven surface currents. Cartesian components of the current velocity are computed, using the radial velocities collected at several azimuths, and assuming a homogeneity of the wind effects in the whole area covered by the radar. Inertial oscillations are clearly displayed by a rotary component method analysis, and their amplitude is consistent with the existence of a thick (about 40 m) mixed layer, while it appears that both the Stokes

drift (mainly when the sea is fully developed) and the Ekman current (with a rather high value of turbulent kinematic viscosity) are partly responsible for the properties of the residual, long period component. All these considerations are used for a comprehensive numerical simulation of the wind effects (mean value and gusts). These results seem to agree with the experimental results, considering the inaccuracy or lack of information on present *in situ* meteorological or oceanographical parameters.

Oceanol. Acta, 1983, 6, 1, 43-53.

INTRODUCTION

Les études menées dans la dernière décennie (Stewart, Joy, 1974; Barrick *et al.*, 1977; Ha, 1979; Janopaul *et al.*, 1982), ont montré la possibilité théorique et pratique de mesurer les courants marins superficiels par un radar décimétrique cohérent (radar HF Doppler : 2 à 25 MHz), dans une zone côtière s'étendant à plusieurs dizaines de kilomètres au large. Outre son insensibilité aux conditions d'environnement marin, cette méthode offre, par rapport à celles qui mettent en œuvre des capteurs *in situ*, l'avantage d'une couverture spatiale étendue, qui permet de dresser, dans la zone étudiée (plusieurs milliers de kilomètres carrés), une carte des courants superficiels avec une résolution spatiale de quelques kilomètres, et une précision de l'ordre d'une dizaine de centimètres par seconde.

Il faut toutefois bien apprécier les spécificités de la mesure ainsi réalisée, qui fournit des résultats intégrés spatialement (sur quelques kilomètres carrés à quelques dizaines de kilomètres carrés), et temporellement (quelques minutes à quelques dizaines de minutes), et relatifs aux courants très superficiels (au plus à quelques mètres de profondeur).

Le présent article est consacré à l'étude des courants engendrés par le vent (courant d'Ekman, oscillations d'inertie, dérive de Stokes), et s'appuie sur une expérience réalisée dans le Golfe du Lion, au printemps 1981, mettant en œuvre un radar multiazimuts. La première partie rappelle les éléments fondamentaux de la méthode utilisée pour la mesure, qui est basée sur la modification subie par la vitesse de phase des vagues en présence d'un courant superficiel donnant à la masse d'eau une vitesse d'ensemble qui entraîne les vagues. Il se trouve de plus que, par un processus lié au transport de masse lagrangien (dérive de Stokes) — sans s'y identifier — la vitesse de phase d'une vague est aussi modifiée par la présence des autres composantes de l'état de la mer. Ce phénomène fait l'objet d'une étude détaillée montrant que le radar fournit une mesure qui — outre le courant eulérien intégré sur une certaine profondeur — inclue, à quelques centimètres par seconde près par défaut, la dérive de Stokes. Les deuxième et troisième parties exposent les caractéristiques techniques (description du radar) et météorologiques de l'expérience réalisée, puis décrivent l'analyse des données expérimentales, qui met en évidence une composante du courant oscillant à la fréquence d'inertie et qui est engendrée par les coups de vent qui se sont succédés pendant l'expérience, et une composante résiduelle, bien corrélée avec les variations d'ensemble de la vitesse du vent.

La discussion porte enfin sur la compatibilité entre ces résultats et les modèles généralement adoptés pour décrire ces phénomènes en fonction des conditions météorologiques.

LA MESURE DES COURANTS SUPERFICIELS PAR RADAR

Les vagues de gravité sont à l'origine de la rétrodiffusion des ondes radar HF par la surface de la mer, et c'est leur entraînement par les courants superficiels qui permet la mesure de la vitesse de ceux-ci. Les caractéristiques générales d'un radar déterminent celles de la mesure ainsi effectuée.

La rétrodiffusion des ondes radar par la surface de la mer

Le mécanisme de cette diffusion est maintenant bien connu (cf. par exemple, Barrick, 1972). Il s'agit, pour l'essentiel de l'énergie de l'écho, d'une interaction résonante qui assure un rôle prépondérant aux composantes de l'état de la mer (trains de vagues), qui se déplacent dans la direction du faisceau radar, s'approchant ou s'éloignant de celui-ci, et qui ont une longueur d'onde λ égale à la moitié de la longueur d'onde radar λ_i (correspondant à la fréquence f_i). Du fait de leur mouvement à la vitesse $\pm c = \pm \sqrt{g \lambda / 2 \pi}$ (g : accélération de la pesanteur), ces composantes induisent pour l'onde radar rétrodiffusée des effets Doppler Δf_i donnés par :

$$\Delta f_i = \pm 2 c / \lambda_i = \pm \sqrt{\frac{g}{\pi \lambda_i}} = \pm f_B$$

(le signe + correspond à la composante qui s'approche du radar, le signe - à celle qui s'en éloigne).

Le spectre de puissance de l'écho radar se présente donc, en l'absence de courant superficiel, sous la forme de deux raies quasi monochromatiques (raies de Bragg), situées symétriquement, avec des décalages $\pm f_B$ (f_B : fréquence de Bragg), par rapport à la fréquence de l'onde émise (fig. 1). f_B , qui est aussi la fréquence des vagues sélectionnées par le radar, ne dépend que de la fréquence radar, et, numériquement :

$$f_B \text{ (Hz)} = 0,102 \sqrt{f_i \text{ (MHz)}}$$

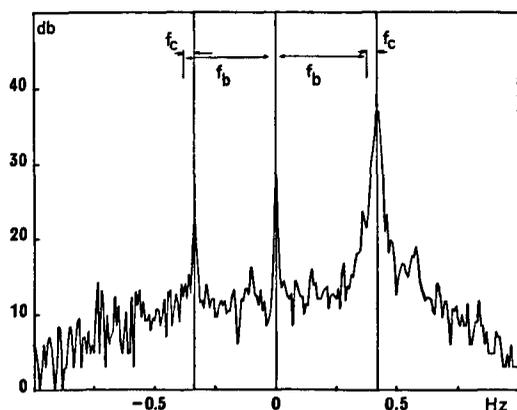


Figure 1

Exemple de spectre de puissance de l'écho radar (fréquence radar : 14 MHz). Les lignes à $\pm f_b$ de part et d'autre de la fréquence centrale montrent la position théorique des raies de Bragg. f_c est le décalage d'ensemble (ici positif, donc avec une vitesse radiale correspondant à un mouvement vers le radar) dû à l'action des courants superficiels.

Example of the power spectrum of the radar echo from the sea (radar frequency: 14 MHz). Lines at $\pm f_b$ on both sides of the zero frequency show the theoretical position of the Bragg lines. f_c is a combined shift (here positive, corresponding to a radial velocity towards the radar), due to surface current.

Des fréquences radar de 7 et 14 MHz — utilisées pour l'expérience — correspondent à des vagues de fréquence 0,26 et 0,37 Hz respectivement (longueur d'onde : 21,5 et 10,8 m).

L'entraînement des vagues par le courant

S'il existe un courant superficiel, dont la vitesse est donnée en fonction de la profondeur par $\vec{U}(z)$ (z axe vertical orienté positivement vers le haut), la vitesse de phase c des vagues de vecteur d'onde $\vec{k} = k\hat{k}$ (\hat{k} unitaire) subit une modification Δc (Stewart, Joy, 1974; Ha, 1979) donnée par :

$$\Delta c = 2k \int_{-\infty}^0 [\hat{k} \cdot \vec{U}(z)] e^{2kz} dz. \quad (1.1)$$

Dans le spectre de puissance de l'écho radar, qui sélectionne deux vagues de vecteurs d'ondes $\pm k\hat{k}$, les raies de Bragg sont déplacées, dans le même sens, d'une quantité f_c correspondant à Δc :

$$f_c = 2 \Delta c / \lambda_i$$

[dans la direction \hat{k} , la vitesse de la vague ($k\hat{k}$) est $c + \Delta c$, celle de la vague ($-k\hat{k}$) est $-(c - \Delta c) = -c + \Delta c$].

La mesure du décalage f_c (fig. 1) ainsi obtenu, ou la mesure de l'écart entre la position théorique d'une raie de Bragg et celle qui est effectivement observée, fournissent la valeur de Δc , et donc une estimation de la composante radiale du courant, intégrée sur une profondeur de l'ordre de $1/2k$, par l'influence du terme exponentiel figurant dans l'équation (1.1). Plus précisément, dans le cas d'un profil exponentiel de courant, ce qui est le cas du courant d'Ekman, de la forme $\vec{U}(z) = \vec{U}_0 \cdot e^{mz}$, on a :

$$\Delta c = (\hat{k} \cdot \vec{U}_0) \cdot 2k / (2k + m) \simeq \hat{k} \cdot \vec{U}(1/2k),$$

si $m \ll 2k$, soit :

$$\Delta c = U(1/2k) \cdot \cos \theta_u,$$

θ_u étant l'angle entre la direction du courant à la profondeur $1/2k$ et celle du faisceau radar. Δc , mesuré par le radar, est donc égal à la composante radiale du courant à la profondeur $\lambda_i/4\pi$ ($\lambda_i/8\pi : 2$ m à la fréquence radar de 7 MHz, 1 m à 14 MHz).

Les caractéristiques de la mesure

Tout d'abord, il faut remarquer que, du fait de sa sélectivité limitée, en azimuth et en distance, le radar fournit un écho qui provient d'une zone de mer dont la superficie varie, suivant les paramètres techniques de l'expérience, de quelques kilomètres carrés à quelques dizaines de kilomètres carrés. Dans ces conditions, la mesure du courant est intégrée spatialement sur une superficie du même ordre.

La relation entre Δc et f_c peut d'autre part s'écrire :

$$|\Delta c| = \lambda_i \frac{|f_c|}{2},$$

et la précision intrinsèque de la mesure est fonction de la précision avec laquelle on peut estimer f_c . Cette précision est limitée à la fois par la résolution spectrale et par le fait que pour des raisons physiques (caractère aléatoire du phénomène qui est à l'origine de l'écho, étendue finie de la zone de mer étudiée) aussi bien que techniques (divers filtrages réalisés au cours de l'analyse), les raies de Bragg ne sont pas strictement monochromatiques. En ce qui concerne ce dernier aspect, Ha (1979) a montré qu'on obtenait un estimateur significatif et non biaisé — dans la mesure où l'état de la mer est homogène dans la cellule étudiée — de f_c par une interpolation barycentrique sur les différents points spectraux participant à la structure des raies de Bragg. En ce qui concerne la résolution spectrale il n'est pas possible de la réduire à une valeur inférieure à l'ordre du millihertz sans porter le temps d'intégration à une durée incompatible avec la variabilité du phénomène que l'on étudie. La combinaison de ces différentes contraintes conduit (Ha, 1979) à une précision sur f_c de quelques millihertz, qui correspond, pour Δc , à une incertitude de l'ordre de 10 cm/s à la fréquence radar de 10 MHz.

La mesure effectuée par radar n'est pas immédiatement comparable avec celle qui est donnée par un capteur *in situ*. Des expériences de compatibilité avec des courantomètres mouillés à diverses profondeurs ont été faites (Janopaul *et al.*, 1982). Elles ont montré un bon accord pour les composantes lentement variables avec la profondeur (courant de marée), et une absence de corrélation pour les composantes à la structure bathymétrique moins régulière (courants dus au vent). D'ailleurs, dans la mesure où le radar détermine une modification de la vitesse de phase des vagues de Bragg, il prend en compte la dérive de Stokes, d'une façon analogue à ce que ferait un flotteur lagrangien opérant près de la surface de la mer. Cet aspect important est exploré de façon détaillée dans le paragraphe suivant.

L'effet des interactions vagues-vagues

Dans le cas de l'existence à la surface de la mer d'une seule vague d'amplitude finie, a , et de nombre d'onde k ,

il est bien connu que cette vague présente, par rapport à la vague d'amplitude infinitésimale de même nombre d'onde, une modification de sa vitesse de phase, égale, en valeur relative à :

$$\Delta c/c = \frac{1}{2} (ka)^2.$$

Cet entraînement est associé à une dérive superficielle des particules d'eau, dont l'amplitude décroît avec la profondeur (dérive de Stokes), et qui est :

$$\vec{u}_s(z) = c \cdot (ka)^2 \cdot e^{2kz}.$$

On peut remarquer, bien que les conditions d'obtention de ce résultat ne soient pas respectées [l'échelle verticale des variations de $\vec{u}_s(z)$ n'est pas $\gg 1/2k$], que la relation (1.1) appliquée à la dérive de Stokes conduit à un entraînement :

$$\Delta c = 2kc \cdot (ka)^2 \int_{-\infty}^0 e^{4kz} dz,$$

soit :

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{1}{2} (ka)^2,$$

c'est-à-dire précisément celui qui est subi par la vague. Les phénomènes sont plus complexes lorsque plusieurs vagues sont présentes. Le transport de masse associé à un spectre continu de vagues est donné généralement par :

$$\vec{u}_s(z) = 2 \iint \omega' \vec{k}' S^*(\vec{k}') e^{2k'z} d\vec{k}'$$

$S^*(\vec{k}')$: spectre directionnel de l'état de la mer, défini de façon que la hauteur quadratique moyenne soit :

$$h^2 = \iint S^*(\vec{k}') d\vec{k}'; \quad \omega' = \sqrt{gk'}.$$

(Kenyon, 1969). Écrivant :

$$S^*(\vec{k}') d\vec{k}' = S(k') g(\varphi) dk' d\varphi,$$

on fait intervenir :

- le spectre omnidirectionnel $S(k')$;
- la fonction de répartition angulaire $g(\varphi)$, φ étant l'angle entre la direction de la vague (\vec{k}') et celle du vent [vecteur unitaire \hat{w} : $\varphi = (\hat{w}, \vec{k}')$].

On obtient alors, pour un spectre symétrique autour de la direction du vent [$g(\varphi)$ fonction paire de φ] :

$$\vec{u}_s(z) = GU_s(z) \hat{w},$$

avec :

$$G = \int_{2\pi} g(\varphi) \cos \varphi d\varphi$$

et

$$U_s(z) = 2 \int_0^\infty \omega' k' S(k') e^{2k'z} dk'. \quad (1.2)$$

$U_s(z)$ est la dérive de Stokes que l'on obtiendrait avec un spectre unidirectionnel; G est un facteur numérique inférieur à 1, d'autant plus faible que la répartition angulaire de l'énergie est étalée autour de la direction du vent (cf. Appendice).

Mais Longuet-Higgins et Phillips (1962), pour des vagues colinéaires, puis Weber et Barrick (1977) et Weber (1977), dans le cas général, ont montré que la modification de la vitesse de phase d'une composante particulière de nombre d'onde k ne correspondait pas à un simple effet de convection par la dérive de Stokes. Les résultats de Barrick et Weber (1977) sont utilisés dans l'Appendice pour calculer l'entraînement de la vague de vecteur d'onde \vec{k} , et, avec une bonne approximation, on obtient une modification de la vitesse de phase donnée par :

$$\Delta c_s = GU_i \cos \theta, \quad (1.3)$$

U_i étant la variation de vitesse qu'on obtiendrait avec un spectre unidirectionnel, donnée par :

$$U_i = 2 \int_0^k \omega' k' S(k') dk' + 2k \int_k^\infty \omega' S(k') dk' \quad (1.4)$$

et θ étant l'angle entre la direction du vent et celle de la propagation de la vague étudiée :

$$\theta = (\hat{w}, \vec{k}).$$

La forme de l'expression (1.3), et en particulier la présence du terme $\cos \theta$, montrent que la vitesse de la vague (\vec{k}) est modifiée par la composante radiale, dans sa direction de propagation, de la vitesse $\vec{u}_i = GU_i \hat{w}$, parallèle à la direction du vent. L'entraînement de cette vague ne diffère donc d'un effet convectif que dans la mesure où \vec{u}_i et \vec{u}_s , c'est-à-dire U_i et U_s , sont différentes. Le rapprochement des expressions (1.2) et (1.4) montre que cette différence ne provient, pour $U_s(0)$, que de l'influence des vagues plus courtes que la vague étudiée (deuxième intégrale dans 1.4 où $k' > k$). L'écart est donc d'autant moins important que ces vagues sont peu énergétiques dans le spectre, donc que k (et la fréquence radar), est plus élevé. Ceci est illustré sur la figure 2, où on a porté, pour un spectre de Phillips, tel que :

$$S(k') = \beta/2 k'^3, \quad k' > k_0$$

$$S(k') = 0, \quad k' < k_0,$$

avec :

$$k_0 = g/U_w^2 \quad (U_w : \text{vitesse du vent}),$$

les variations de $U_s(0)$ et U_i aux deux fréquences radar de 7 et 14 MHz. Les équations correspondantes sont :

$$U_s(0) = 2\beta U_w$$

$$U_i = 2\beta U_w \left(1 - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{k_0}{k}} \right), \quad k > k_0$$

$$U_i = \frac{2}{3} \beta U_w \left(\frac{k}{k_0} \right), \quad k < k_0$$

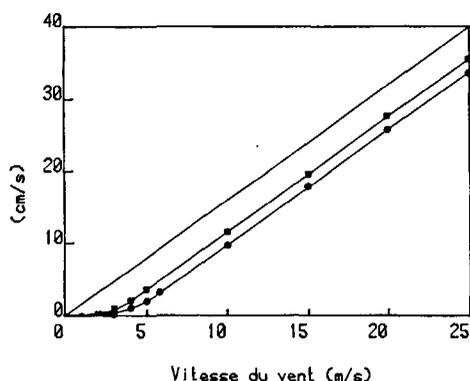


Figure 2

Dérive de Stokes en surface et entraînement des vagues par l'ensemble du spectre de l'état de la mer, pour une fréquence radar de 7 MHz (cercles) et une fréquence de 14 MHz (carrés). L'état de la mer est décrit par un modèle de Phillips saturé avec $\beta=0,008$.

Surface Stokes drift and disturbance of the phase velocity of the ocean waves for two radar frequencies (7 MHz: circles, and 14 MHz: squares). Sea state is described by a Phillips saturated model with $\beta=0.008$.

La vitesse $GU_s(0)$ est celle qui serait mesurée par un courantomètre lagrangien (flotteur dérivant) en surface, alors que GU_i est celle qui est mesurée par le radar. La différence dans les conditions d'utilisation est de l'ordre de 5 cm/s, c'est-à-dire du même ordre de grandeur que l'incertitude sur la mesure.

En conclusion, le radar mesure, avec une précision de quelques centimètres par seconde, une valeur du courant intégrée spatialement et temporellement, et qui est la superposition :

- du courant eulérien à la profondeur $1/2 k = \lambda/4 \pi$;
- d'une dérive qui, à la précision de la mesure près, est égale à la dérive de Stokes en surface.

L'EXPÉRIENCE RÉALISÉE

Elle s'est déroulée du 25 mars au 3 avril 1981, sur la côte de Camargue, à Salin-de-Giraud (Bouches-du-

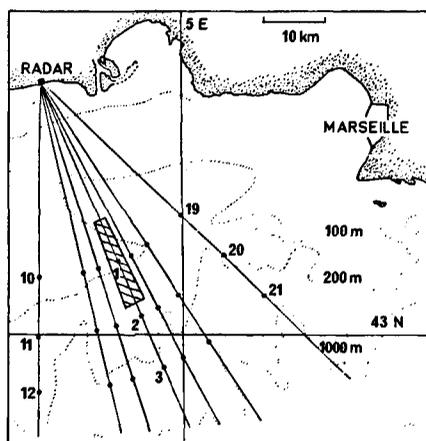


Figure 3

Localisation de l'expérience. La position des cellules référencées dans le texte est donnée par leur numéro. La zone hachurée représente l'étendue de la cellule 1 à 14 MHz, les points sont les centres des autres cellules.

Geographical situation of the experiment. The position of the sea cells referred to in the paper is given by their number. Hachured area represents the extent of cell 1 at 14 MHz, dots are the centers of the other cells.

Rhône), dans le bassin occidental de la Méditerranée (fig. 3). Le radar utilisé constitue une station compacte transportable (Forget *et al.*, 1982), pouvant opérer dans la gamme 4-15 MHz. Deux fréquences : 7 et 14 MHz, ont été utilisées pendant l'expérience, en impulsions de largeur 100 μ s répétées à la cadence de 200 Hz, avec une puissance de 1 kW. La durée des impulsions fixe l'extension radiale de la cellule de mer étudiée, ici 15 km. Alors que l'antenne d'émission (biconique) est omnidirectionnelle, la directivité est assurée par l'antenne de réception qui est constituée par un réseau de fouets, d'une longueur totale de 225 m, dont l'ouverture à 3 dB est de 5° à 14 MHz et 10° à 7 MHz, ce qui donne aux cellules de mer des extensions transversales de l'ordre de 4 et 8 km respectivement, à 40 km de distance de la côte. Un commutateur-déphaseur permet – par entrelacement d'impulsions – d'explorer simultanément 7 azimuts, décalés de $\pm 5^\circ$, $\pm 10^\circ$, $\pm 24^\circ$ par rapport à l'azimut central (fig. 3) tout en conservant une cadence d'échantillonnage dans chaque azimut suffisante pour étudier le signal rétrodiffusé dans une bande de fréquence de ± 1 Hz autour de la fréquence d'émission.

Un mini-ordinateur assure, en temps réel, l'analyse de l'écho qui, dans chaque azimut, est échantillonné à 3 distances sélectionnées par l'opérateur (ici : 30-39-48 km); les spectres correspondant aux 7 azimuts \times 3 distances = 21 cellules de mer sont calculés par FFT sur 256 points (temps de calcul \approx 2 minutes). Une sommation incohérente portant sur 8 spectres consécutifs est réalisée pour réduire la variabilité statistique de leurs caractéristiques, et la séquence entière (temps d'acquisition \approx 16 minutes) est enregistrée numériquement en vue de son utilisation ultérieure. L'opération est renouvelée immédiatement à la deuxième fréquence radar. Une telle vacation a été réalisée toutes les 3 heures pendant 200 heures.

La vitesse du courant est ensuite calculée par interpolation sur les trois points d'énergie maximale de la raie de Bragg la plus forte, dont la position est comparée avec sa valeur théorique $\pm f_B$. Cette méthode élimine les erreurs qui peuvent se produire du fait de la perturbation de la raie la plus faible par des effets parasites dus aux diagrammes des antennes de réception. Des tests de cohérence sur la position des deux raies, qui doivent présenter le même décalage par rapport à $\pm f_B$, sont effectués chaque fois qu'il n'y a aucune ambiguïté sur leurs positions; ils se sont toujours montrés satisfaisants. La précision ainsi obtenue est de l'ordre de 1/3 d'intervalle spectral, soit 9 cm/s à 7 MHz et 5 cm/s à 14 MHz.

Les conditions météorologiques étaient enregistrées toutes les heures par une station située à Salin-de-Giraud : vitesse et direction du vent à l'altitude de 10 m. Les valeurs correspondantes sont reportées, de façon vectorielle, sur la figure 4a. La première partie de l'expérience a rencontré des vents du Sud, atteignant 20 m/s, pratiquement parallèles au faisceau radar principal (25-30 mars), avec plusieurs coups de vents brusques (25 mars à 7 h; 27 mars à 16 h; 29 mars à 2 h). Les derniers jours ont correspondu à un vent du Nord, d'environ 10 m/s, qui s'est établi brusquement (nuit du 30 au 31 mars).

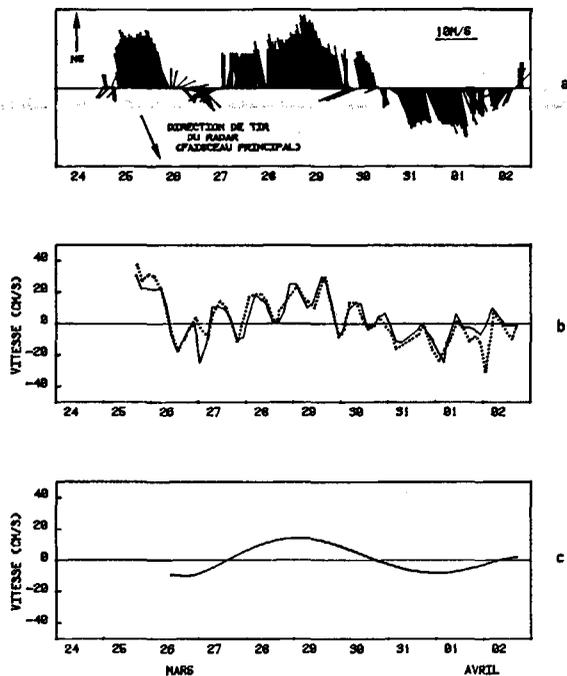


Figure 4

- a) Velocity and direction of the wind measured at Salin de Giraud. La représentation est vectorielle, le vecteur ayant son origine sur la droite de référence est parallèle à la vitesse du vent (U_w, w).
 - b) Séquence temporelle de la vitesse radiale observée dans la cellule 1, à 14 MHz (—) et 7 MHz (....). Une vitesse positive correspond à un déplacement vers le radar.
 - c) Composante résiduelle du courant radial dans la cellule 1, obtenue par filtrage passe-bas.
- a) Velocity and direction of the wind measured at Salin de Giraud.
 b) Time series of radial velocity measured in cell 1 at 14 MHz (full line) and 7 MHz (dotted line). A positive velocity corresponds to a movement towards the radar.
 c) Residual component of the radial current in cell 1, obtained by low-pass filtering.

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Les données brutes se présentent sous la forme des séquences temporelles des composantes radiales (donc dans des directions différentes dans les divers azimuts) des variations de la vitesse de phase des ondes de surface de 0,26 Hz (fréquence radar : 7 MHz) et 0,37 Hz (fréquence radar : 14 MHz), décrites avec une période d'échantillonnage de 3 heures. La figure 4b représente une telle séquence, pour les deux fréquences radar et pour une cellule particulière. Son comportement est typique de ce qui est observé dans l'ensemble de la zone couverte par le radar.

Il n'y a pas de différence sensible entre les mesures effectuées aux deux fréquences, ce qui signifie que le système de courants observé — mis à part l'entraînement relié à la dérive de Stokes, et qui ne varie effectivement que très peu entre les deux fréquences utilisées (fig. 2) — a une hauteur d'échelle importante devant la profondeur de l'intégration qui est réalisée (1 à 2 m).

L'analyse spectrale de ces séquences confirme (fig. 5a) l'existence — clairement visible sur la figure 4b — de deux composantes de périodes très différentes :

- la première est de l'ordre d'une centaine d'heures, et son comportement obtenu par régression polynomiale (filtrage passe-bas) est représenté — pour une cellule particulière — sur la figure 4c. La corrélation de cette

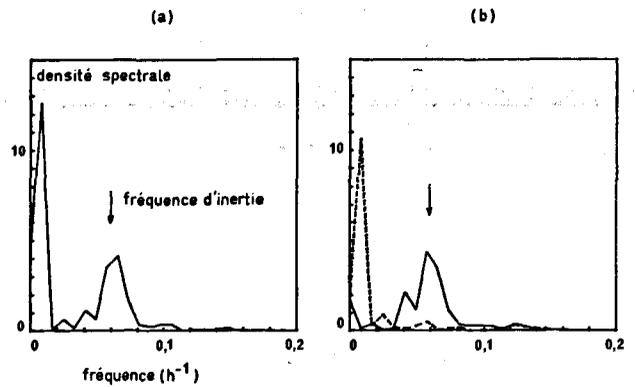


Figure 5

- a) Spectre de puissance de la séquence temporelle de la figure 4b (128 h du 26 au 31 mars). La résolution en fréquence est $1/128 \text{ h}^{-1}$.
- b) Spectres tournants (sens direct — tirets —, et sens des aiguilles d'une montre — ligne continue) du courant superficiel, estimés en supposant le phénomène observé homogène sur l'ensemble de la zone couverte par le radar.

- a) Power spectrum of the time serie in Figure 4b (128 hrs. between March 26 and 31). Frequency resolution is $1/128 \text{ h}^{-1}$.
- b) Clockwise (full line) and anticlockwise (dotted line) spectra of the surface current, assuming homogeneity of the phenomenon in the whole area covered by the radar.

composante avec la projection de la vitesse du vent dans la direction moyenne du faisceau radar apparaît clairement par comparaison avec la figure 4a. Aucune différence sensible n'est observée avec ce résultat dans les autres cellules pendant la première période (vent du Sud), ni en fonction de la distance, ni de l'azimut, ni — avec la précision de 3 heures due à l'échantillonnage — du temps;

— l'autre a une période de l'ordre de 17 heures, qui peut, en Méditerranée (où l'influence des marées est négligeable), être rapprochée sans ambiguïté de la période des oscillations d'inertie gouvernées par la force de Coriolis, qui est, à la latitude de la station (43°N) de 17,6 heures. Ceci est confirmé par l'étude de la corrélation entre les oscillations dans les différentes cellules qui a été faite sur une période de 128 heures, du 26 au 30 mars, pendant laquelle on peut s'attendre à ce que l'effet dominant provienne des oscillations lancées par le coup de vent du 27 mars. Le coefficient de corrélation, donné dans le tableau 1, est toujours

Tableau 1

Coefficients de corrélation entre les composantes radiales des oscillations d'inertie observées dans les différentes cellules (repérées par leur numéro).

Correlation coefficients between radial components of inertial oscillations observed in the various sea cells (referred to by their number).

Cellules	1/2	1/3	1/10	1/11	1/12	1/19	1/20	1/21
Corrélation	0,9	0,7	0,8	0,9	0,9	0,8	0,7	0,6

important et prouve la cohérence du phénomène sur l'ensemble de la zone étudiée. Un éventuel déphasage entre les oscillations dans les différentes cellules a été recherché, mais, compte tenu de la période d'échantillonnage des données, un résultat significatif (donc de l'ordre de 3 heures) n'a été obtenu qu'entre les cellules extrêmes (10-19; 11-20; 12-21), les cellules Ouest (10 à 12) étant en retard par rapport aux cellules Est (19 à 21) : ceci est cohérent avec un mouvement de rotation

s'effectuant dans le sens des aiguilles d'une montre avec une période de l'ordre de 8 fois ce décalage temporel (puisque les azimuts extrêmes diffèrent de 48° , soit environ $1/8$ de tour). On a également étudié l'amplitude des oscillations par la mesure de l'énergie de la raie correspondante dans le spectre en fréquence de la figure 5. Compte tenu des conditions de cette analyse (faible nombre de degrés de liberté), aucune différence significative n'a été obtenue pour ces amplitudes entre les différentes cellules.

Ces divers résultats montrent la cohérence des phénomènes étudiés sur la plupart des cellules observées par le radar, et suggèrent donc d'utiliser les données recueillies dans les divers azimuts pour calculer les composantes rectangulaires Ouest-Est (u) et Sud-Nord (v) du vecteur courant. En éliminant la troisième distance (corrélation moins bonne), et les deux azimuts décalés de $\pm 5^\circ$ par rapport à l'azimut central (sur lesquels l'incertitude est trop grande), on a obtenu u et v par la méthode des moindres carrés appliquée à la fonction représentant la composante radiale w_i dans l'azimut θ_i en fonction de u et v :

$$w_i = -u \sin \theta_i - v \cos \theta_i.$$

L'écart-type obtenu pour la régression, inférieur à 5 cm/s pendant toute la première période (vent du Sud), confirme la validité de l'hypothèse d'homogénéité pendant cette période. Ces composantes cartésiennes ont été analysées de deux points de vue :

– le filtrage passe-bas restitue la composante résiduelle du courant. On trouve un vecteur pratiquement parallèle au vent pendant la première période, ce qui est cohérent avec le fait que sa composante radiale dans des azimuts distants d'au plus 25° de la direction du vent, est pratiquement constante. Pendant la seconde période, malgré une moindre précision de la régression, il est intéressant de remarquer que l'on trouve une composante résiduelle orientée au Sud-Ouest, donc décalée à droite par rapport à la direction du vent;

– suivant la méthode exposée par Gonella (1972), on peut présenter l'analyse de Fourier des deux composantes u et v , donc du nombre complexe $u + iv$ qui représente le courant, sous la forme d'une superposition de composantes correspondant à des vecteurs qui tournent respectivement dans le sens direct (+) et dans le sens inverse (– : sens des aiguilles d'une montre) :

$$u + iv = \sum_{\sigma > 0} (a_+ e^{i\sigma t} + a_- e^{-i\sigma t}).$$

Les coefficients a_+ et a_- sont des fonctions simples des coefficients de Fourier de u et v , et on définit ainsi les spectres direct (S_+) et inverse (S_-), par :

$$S_+ = \frac{1}{2} |a_+|^2, \quad S_- = \frac{1}{2} |a_-|^2.$$

Le résultat de cette analyse en composante tournante est reproduit sur la figure 5b. On constate que l'oscillation de période voisine de 17 heures correspond à $S_- \gg S_+$, ce qui confirme sa relation avec une rotation, à cette période, dans le sens des aiguilles d'une montre, et donc sa nature d'oscillation d'inertie.

DISCUSSION

En négligeant les gradients horizontaux, ce qui revient en particulier à négliger l'effet des côtes, approximation raisonnable à 30 km du rivage par vent du Sud (Millot, Crépon, 1981), l'équation qui régit les variations de la vitesse eulérienne $\vec{u}(z, t)$ du courant engendré par le vent peut s'écrire :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{f} \wedge \vec{u} = \nu \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial z^2}. \quad (4.1)$$

ν est la viscosité cinématique turbulente et $\vec{f} \wedge \vec{u}$ la composante horizontale de l'accélération de Coriolis. L'entraînement par le vent apparaît dans la condition à la limite supérieure (surface libre, $z=0$) :

$$\nu \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\vec{T}}{\rho_e}.$$

ρ_e est la masse volumique de l'eau, \vec{T} la friction tangentielle que l'on modélisera, en fonction de la vitesse du vent $\vec{u}_w = U_w \hat{w}$, par :

$$\vec{T} = \rho_a C U_w^2 \hat{w}. \quad (4.2)$$

ρ_a est la masse volumique de l'air et C un coefficient de traînée qui sera pris constant (indépendant de U_w) et égal à $1,3 \cdot 10^{-3}$. La condition à la limite inférieure correspond à une friction nulle à la limite de la couche mélangée, de profondeur h (Gonella, 1971 a et b) et :

$$\nu \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} \Big|_{z=-h} = 0.$$

Dans ces conditions, l'équation (4.1) fournit à la fois la solution correspondant aux régimes stationnaires ($\partial/\partial t = 0$: courant d'Ekman), aux régimes impulsifs ($\partial/\partial t = \delta(t)$: oscillations d'inertie) et aux régimes variables (simulation d'une situation réelle par la prise en compte des données météorologiques). On utilisera dans la suite la valeur H de la profondeur réduite de la couche mélangée : $H = h/d$ avec :

$$d = \sqrt{\nu/f}.$$

La composante résiduelle

Une première approximation peut en être obtenue à partir de la solution de (4.1) dans des conditions stationnaires, c'est-à-dire du courant d'Ekman. Ce n'est que pour une profondeur réduite $H < 2$ que celui-ci diffère sensiblement, en surface, de sa valeur dans le cas limite d'une profondeur infinie, qui, classiquement, est orientée à $\pi/4$ de la direction du vent, dans le sens des aiguilles d'une montre, et qui a pour amplitude :

$$U_E = T/\rho_e \sqrt{\nu/f}.$$

Sa composante U_R dans la direction du vent est donc

$$U_E/\sqrt{2}, \text{ soit :}$$

$$U_R \simeq 1,2 \cdot 10^{-4} U_w^2 \nu^{-1/2}.$$

Mais le radar est également sensible à l'entraînement des vagues les unes par les autres, peu différent de la valeur de la dérive de Stokes en surface. Les 28 et 29 mars, avec un vent pratiquement radial, cette dérive, donnée par (1.3), est :

$$\Delta C_s = GU_i \approx 2\beta GU_w,$$

et la mesure effectuée porte, en principe, sur $U_R + \Delta C_s$. La valeur trouvée (≈ 20 cm/s) pour un vent de 15 à 20 m/s, peut aussi bien correspondre :

– à la vitesse d'Ekman seule, en prenant $v=2$ à $6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, ce qui est un ordre de grandeur acceptable, bien qu'un peu élevé; il conduit à $d > 15$ m, et la structure bathymétrique du courant, d'échelle $d\sqrt{2}$, est ainsi cohérente avec l'observation de l'insensibilité de la mesure à la fréquence radar;

– à la dérive de Stokes seule, en prenant $\beta=0,008$ (valeur correspondant au spectre de Phillips d'une mer saturée par le vent, ce qui est cohérent avec la situation de fetch illimité correspondant aux vents du Sud qui ont soufflé du 25 au 30 mars), et $G=0,6$ à $0,7$).

Ces deux hypothèses extrêmes correspondent à des directions différentes du courant : pour la période considérée, on a trouvé une composante résiduelle pratiquement parallèle au vent, prouvant que la contribution du courant d'Ekman n'est pas dominante (Kirwan *et al.*, 1979), ce qui implique que v soit supérieur au seuil indiqué (2 à $6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$). Pendant la deuxième période (vent du Nord), le développement de la mer étant limité par l'influence du fetch (30 à 50 km), la dérive de Stokes est plus faible et la composante résiduelle, observée à droite du vent, a un comportement plus proche de celui du courant d'Ekman.

Les oscillations d'inertie

En régime impulsif, l'équation (4.1) se résout par transformation de Fourier (Gonella, 1971b) ou de Laplace (Millot, Crépon, 1981). Les variations du courant en fonction du temps et de la profondeur sont données par :

$$Z(t, z) = \frac{T_0}{\rho_e h} \frac{e^{-if t}}{(-if)} \times \left(1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos m \pi z/h \cdot \frac{e^{-(m^2 \pi^2/H^2) ft}}{1 - im^2 (\pi^2/H^2) ft} \right), \quad (1)$$

expression dans laquelle Z est le nombre complexe $u + iv$ (u et v composantes horizontales de \vec{u} suivant deux axes Ox et Oy) et T_0 est la valeur de la discontinuité subie à l'instant $t=0$ par la friction tangentielle dans la direction de Ox .

Cette solution se compose :

– d'une oscillation sinusoïdale de période $T_i = 2\pi/f$, soit, à la latitude de la station $T_i = 17,6$ heures – en excellent accord avec la valeur donnée par l'expérience, comme cela a été remarqué au paragraphe 3 – d'amplitude $u_1 = T_0/\rho_e h f$, constante avec la profondeur, indépendante de v , et inversement proportionnelle à l'épaisseur de la couche mélangée h ;

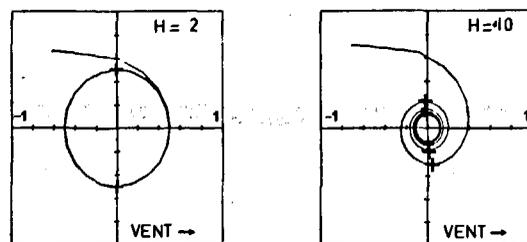


Figure 6

Hodographe de la réponse impulsionnelle de la surface de l'océan à l'excitation par le vent. La direction du vent est indiquée par la flèche. Le point initial est l'origine qui se trouve dans le deuxième quadrant, les croix (+) sur les courbes correspondent à des intervalles d'une demi-période d'inertie (pour $H=2$, ces points sont tous sur l'axe vertical). L'unité est $T_0/\rho_e \sqrt{vf}$ sur les deux axes.

Hodograph of the velocity generated at the ocean surface by an impulse wind. Wind direction is given by the arrow. Initial point is in the second quadrant, crosses (+) on the curves correspond to half inertial period intervals (for $H=2$, these points are all on the vertical axis). Unity is $T_0/\rho_e \sqrt{vf}$ on both axes.

– d'un régime transitoire dont la constante de temps est d'autant plus faible que H est plus faible.

La vitesse superficielle – qui est, on l'a vu, pratiquement celle qui est mesurée par le radar – est représentée sur la figure 6 pour deux valeurs très différentes de H . L'allure de ces hodographes confirme le commentaire précédent, et montre de plus que, si H est très grand, on peut observer durant la phase transitoire, des oscillations d'amplitude décroissante, dont la valeur limite est nulle, mais qui, pour les premières d'entre elles, ont une valeur de l'ordre de $u_2 = 0,25 T_0/\rho_e \sqrt{vf}$.

La valeur suggérée pour v ($v > 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) par le comportement de la composante résiduelle, conduit à $u_2 < 4$ cm/s pour le coup de vent du 27 mars (valeur ≈ 10 m/s) alors que l'amplitude observée est de l'ordre de 10 cm/s. Il est donc plus probable que les oscillations qui sont observées correspondent à l'oscillation limite d'amplitude u_1 , ce qui conduit à une valeur de la profondeur h de la couche mélangée voisine de 40 m. La valeur faible de H ainsi obtenue est cohérente avec les conditions d'observation de cette amplitude limite ($H \approx 2$, cf. fig. 6).

Le régime variable

La compatibilité générale des observations avec les ordres de grandeurs obtenus dans la discussion précédente est confirmée par l'étude de l'équation (4.1) en régime variable, c'est-à-dire en prenant en compte les variations de friction tangentielle que l'on peut simuler à l'aide des variations de la vitesse du vent à la station météorologique. La solution s'obtient par transformation de Laplace et convolution avec la solution élémentaire, sous la forme :

$$Z(t, z) = \frac{1}{\rho_e \sqrt{vf}} \tilde{T}(\tau) * l(\tau, z),$$

où $\tau = ft$, le signe $*$ représentant la convolution, \tilde{T} étant le nombre complexe représentant les variations de la friction tangentielle par :

$$\tilde{T}(\tau) = T_x(\tau) + i T_y(\tau).$$

T_x et T_y sont les composantes de la friction donnée par (4.2). $l(\tau, z)$ est la fonction :

$$l(\tau, z) = \frac{1}{H} e^{-kz} \times \left(1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos m \pi \frac{z}{h} \cdot e^{-(m^2 \pi^2 / H^2) \tau} \right).$$

Le résultat de cette simulation est présenté sur la figure 7, sous la forme du tracé de la composante du courant dans la direction du faisceau radar sur la cellule 1, compte tenu d'une dérive de Stokes correspondant à $\beta = 0,008$ et $G = 0,5$. Les paramètres de cette simulation sont $v = 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $H = 2$, $d = 25 \text{ m}$, $= 50 \text{ m}$, qui sont tous des valeurs vraisemblables qu'il est malheureusement impossible de confronter avec des valeurs *in situ*. Il n'y a pas eu, en effet, de mesures hydrologiques effectuées sur le site pendant l'expérience, et les seules données auxquelles il a été possible d'accéder sont de nature statistique. Elles portent sur une cinquantaine de mesures de la température en fonction de la profondeur, effectuées pendant les mois de mars et d'avril, toutes années confondues, dans une zone centrée en 43°N , 5°E (fig. 3) et étendue sur 1° de longitude et 1° de latitude (donc plus large que la zone couverte par le radar). On observe une valeur moyenne de la température qui augmente légèrement avec la profondeur ($12,75^\circ \text{C}$ en surface; 13°C à 200 m), tandis que l'écart-type décroît nettement et régulièrement ($0,5^\circ \text{C}$ en surface pour atteindre vers 50 m une valeur limite pratiquement constante de l'ordre de $0,12^\circ \text{C}$). Ce comportement n'est pas en contradiction avec l'hypothèse effectuée sur la profondeur (de 40 à 50 m) de la couche mélangée.

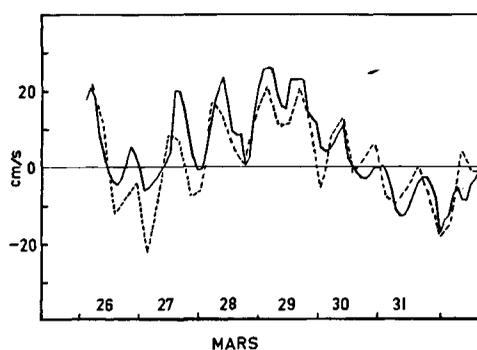


Figure 7
Séquence temporelle simulée (trait plein) pour la composante radiale du courant total. La séquence observée est en pointillés.
Simulated (full line) and observed (dotted line) time series of the radial component of the surface current.

Il est enfin clair que plusieurs effets, comme la variation du coefficient de traînée avec la vitesse du vent, le temps fini de croissance du spectre des vagues qui introduirait un retard entre la dérive de Stokes et la vitesse du vent, pourraient jouer un rôle important dans le résultat détaillé de la simulation. L'imprécision sur d'autres paramètres essentiels rendrait illusoirs les détails ainsi obtenus, aussi ces effets ont-ils été négligés et seul un accord d'ensemble a été recherché.

CONCLUSION

Les radars HF Doppler sont aptes à mesurer les courants marins superficiels, et intègrent dans leur mesure à la fois le courant eulérien et le transport de masse induit par le vent. Une expérience réalisée dans le Golfe du Lion pendant de forts coups de vent au printemps 1981, a montré un accord d'ensemble des vitesses obtenues pour ce courant superficiel avec les modèles classiques d'interaction entre le vent et la couche de surface de la mer, aussi bien du point de vue des oscillations d'inertie que de la composante résiduelle, superposition du courant d'Ekman et de la dérive de Stokes avec des amplitudes dépendant des paramètres de la couche mélangée et de l'état de la mer. A la lumière de la discussion qui a pu être menée, il apparaît qu'un progrès important dans la définition du rôle de ces processus pourrait être obtenu, par la conjugaison en un même lieu, de l'ensemble des capteurs *in situ* (courantomètre à faible profondeur, bouée houlographe pour mesurer le spectre des vagues, bathythermographie...) avec deux radars (pour restituer de façon précise, et sans hypothèse d'homogénéité), l'intégralité du vecteur courant.

Remerciements

Le travail présenté a été soutenu par le Centre National de la Recherche Scientifique (ERA 668) et le Ministère de l'Éducation Nationale. Il a bénéficié de l'appui logistique de la Compagnie des Salins du Midi. Les auteurs remercient J. Gaggelli pour sa participation technique aux expériences, et J. Gonella pour ses suggestions à propos de l'analyse des oscillations d'inertie. Les données hydrologiques ont été gracieusement fournies par le Bureau National des Données Océaniques du Centre National pour l'Exploitation des Océans.

RÉFÉRENCES

- Barrick D. E., 1972. Remote sensing of the sea state by radar, in: *Remote sensing of the troposphere*, edited by V. Derr, US Government Printing Office, Washington.
- Barrick D. E., Weber B. L., 1977. On the non-linear theory of gravity waves on the ocean's surface. Part II: interpretation and applications, *J. Phys. Oceanogr.*, 7, 1, 11.
- Barrick D. E., Evans M. W., Weber B. L., 1977. Ocean surface currents mapped by radar, *Science*, 198, 138.
- Forget P., Broche P., de Maistre J. C., 1982. Attenuation with distance and wind speed of HF surface waves over the ocean, *Radio Science*, 17, 3, 599.
- Gonella J., 1971 a. The drift current from observations on the bouée-laboratoire, *Cah. Océanogr.*, 23, 19.
- Gonella J., 1971 b. A local study of inertial oscillations in the upper layer of the ocean, *Deep-Sea Res.*, 18, 8, 530.
- Gonella J., 1972. A rotary component method for analysing meteorological and oceanographic vector time series, *Deep-Sea Res.*, 19, 883.
- Ha E. C., 1979. Remote sensing of ocean surface current and current shear by HF backscatter radar, Tech. Rep. D415-1, C.R.A., Stanford Univ.
- Janopaul M., Broche P., de Maistre J. C., Blanchet C., Grau G., Essen H. H., Mittelstaedt E., 1982. Comparison of HF radar current measurements with conventional current measurements (à paraître dans : *Int. J. Remote Sensing*).

Kenyon K. E., 1969. Stokes drift for random gravity waves, *J. Geophys. Res.*, **74**, 28, 6991.
 Kirwan A. D. Jr, McNally G., Pazan S., Wert R., 1979. Analysis of surface current response to wind, *J. Phys. Oceanogr.*, **9**, 401.
 Longuet-Higgins M. S., Phillips O. M., 1962. Phase velocity effects in tertiary wave interaction, *J. Fluid Mech.*, **12**, 333.
 Millot C., Crépon M., 1981. Inertial oscillations on the continental

shelf of the Gulf of Lions. Observations and theory, *J. Phys. Oceanogr.*, **11**, 5, 639.
 Stewart R. H., Joy J. W., 1974. HF radio measurements of surface currents, *Deep-Sea Res.*, **21**, 1039.
 Weber B. L., Barrick D. E., 1977. On the non-linear theory for gravity waves on the ocean's surface. Part I: derivations, *J. Phys. Oceanogr.*, **7**, 1, 3.

APPENDICE

Entraînement d'une composante du spectre de l'état de la mer

Weber et Barrick (1977) donnent l'expression de la perturbation relative de la vitesse de phase de la composante de vecteur d'onde \vec{k} par les composantes de vecteur d'onde \vec{k}' sous la forme :

$$\Delta c/c = \sum_{\vec{k}', \omega'} C(\vec{k}, \omega, \vec{k}', \omega') |\eta_1(\vec{k}', \omega')|^2,$$

η_1 étant l'amplitude au premier ordre de la composante (ω', \vec{k}') et C un coefficient compliqué donné dans Weber et Barrick (1977) [relation (30)]. Cette relation n'a été exploitée par ses auteurs que dans le cas de vagues colinéaires (spectre unidirectionnel) et, à titre d'exemple, d'un couple de vagues perpendiculaires. Dans le cas d'un spectre directionnel $S^*(\vec{k}')$, on obtient, pour la composante de vecteur d'onde \vec{k} :

$$\Delta c/c = \frac{1}{2} \iint \Gamma(\vec{k}, \vec{k}') S^*(\vec{k}') d\vec{k}', \tag{A.1}$$

où :

$$\Gamma(\vec{k}, \vec{k}') = C(\vec{k}, \omega, \vec{k}', \omega') + C(\vec{k}, \omega, -\vec{k}', -\omega').$$

Posant :

$$\Gamma(\vec{k}, \vec{k}') = k^2 F(x, \alpha) \text{ avec } x = |\vec{k}'|/|\vec{k}| \text{ et } \alpha = (\vec{k}, \vec{k}')$$

on trouve :

$$F(x, \alpha) = x^{1/2} \{ 2 \cos \alpha - x^{1/2} + 3x \cos \alpha \} \\ + x^{1/2} \sum_{\epsilon = \pm 1} \frac{(1 - \epsilon \cos \alpha)}{a_\epsilon - (1 + \epsilon x^{1/2})^2} \\ \times \{ (x^{1/2} \cos \alpha - x)(a_\epsilon + (1 + \epsilon x^{1/2})^2)/2 \\ + (1 + \epsilon x^{1/2})(1 + \epsilon x \cos \alpha + \epsilon x^{1/2}(x - \cos \alpha) - a_\epsilon) \}$$

avec :

$$a_\epsilon = (1 + x^2 + 2\epsilon x \cos \alpha)^{1/2}.$$

Pour $\alpha = 0$, cette expression donne :

$$F(x, 0) = 4x^{1/2} \quad \text{si } x > 1 \\ = 4x^{3/2} \quad \text{si } x < 1,$$

et, pour $\alpha = \pi$, on trouve $F(x, \pi) = -F(x, 0)$, résultats qui sont ceux donnés par Barrick et Weber (1977) et Longuet-Higgins et Phillips (1962).

Introduisant le spectre omnidirectionnel $S(k')$ - c'est-à-dire le spectre intégré sur toutes les directions de \vec{k}' - et la fonction de répartition angulaire de l'énergie des vagues $g(\varphi)$ - φ étant l'angle entre \vec{k}' et la

direction du vent \hat{w} -, on a :

$$S^*(\vec{k}') d\vec{k}' = S(k') g(\varphi) dk' d\varphi.$$

Si θ est l'angle (\hat{w}, \vec{k}) de la direction de propagation de la composante étudiée avec la direction du vent, l'expression (A.1) donne :

$$\Delta c/c = \frac{1}{2} k^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\infty d\alpha dk' F(x, \alpha) g(\theta + \alpha) S(k'), \tag{A.2}$$

puisque :

$$\varphi = (\hat{w}, \vec{k}') = (\hat{w}, \vec{k}) + (\vec{k}, \vec{k}') = \theta + \alpha.$$

Les variations de $F(x, \alpha)$ en fonction de α pour différentes valeurs de x (fig. 8) montrent qu'avec une approximation de quelques pour-cent par rapport à sa valeur maximale, et d'autant meilleure que $x \neq 1$, on peut simplifier l'expression de F par :

$$F(x, \alpha) \simeq \cos \alpha F(x, 0).$$

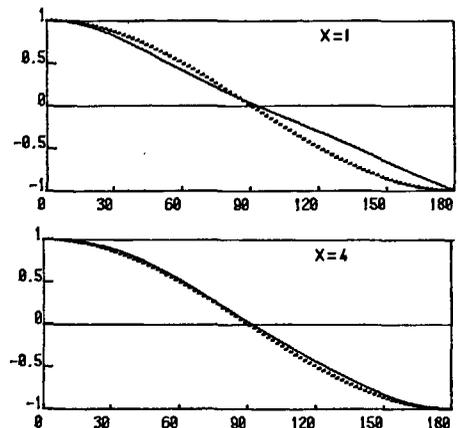


Figure 8 Exemples des variations de $F(x, \alpha)/F(x, 0)$ avec α pour $x=1$ et 4 . Les courbes sont identiques pour x et $1/x$. En pointillé, est représentée la courbe correspondant à $\cos \alpha$.

Examples of the variations of $F(x, \alpha)/F(x, 0)$ with α for $x=1$ and $x=4$. Curves are identical for x and $1/x$. $\cos \alpha$ is represented by the dotted lines.

Cette approximation, quantitativement convenable, néglige des effets particuliers, et notamment l'accélération mutuelle de deux vagues se déplaçant dans des directions perpendiculaires :

$$F\left(x, \frac{\pi}{2}\right) > 0,$$

dont l'existence montre à l'évidence que l'entraînement d'une composante ne se résout pas à une simple convection. (A.2) donne, dans ces conditions :

$$\Delta c/c = \left\{ \frac{1}{2} k^2 \int_0^\infty F(x, 0) S(k') dk' \right\} \\ \times \left\{ \int_0^{2\pi} g(\theta + \alpha) \cos \alpha d\alpha \right\}.$$

Le premier terme est celui que l'on obtiendrait avec un spectre unidirectionnel ($g(\alpha) = \delta(\alpha)$). Il correspond à la vitesse d'entraînement U_i donné par Longuet-Higgins et Phillips (1962) et Barrick et Weber (1977) :

$$U_i = 2 \int_0^k \omega' k' S(k') dk' + 2k \int_k^\infty \omega' S(k') dk'.$$

Le second terme s'écrit, pour une répartition angulaire de l'énergie symétrique autour de la direction du vent [$g(\varphi)$ paire] :

$$\int_0^{2\pi} g(\theta + \alpha) \cos \alpha d\alpha = \cos \theta \\ \times \left(\int_0^{2\pi} g(\varphi) \cos \varphi d\varphi \right) = G \cos \theta,$$

on obtient ainsi :

$$\Delta c = G U_i \cos \theta.$$

Le facteur G dépend de la forme de la fonction G . Le tableau 2 en donne quelques valeurs pour deux modèles de répartition angulaire. Elles sont dans l'intervalle $[0,4; 1]$ d'autant plus grandes que la répartition angulaire est plus étroite autour de la direction du vent [à la limite, si $g(\varphi) = \delta(\varphi)$, on a $G = 1$].

Tableau 2

Exemples de valeurs du paramètre G pour différents modèles de répartition directionnelle $g(\varphi)$ de l'énergie des vagues.

Examples of the value of parameter G for various models of a directional pattern $g(\varphi)$ of ocean wave energy

$g(\varphi) = 1$ si $ \varphi < \varphi_m$, $g(\varphi) = \varepsilon$ si $ \varphi > \varphi_m$ ($-\pi < \varphi < \pi$)					
$\varepsilon = 0,01$	φ_m G	$\pi/6$ 0,9	$\pi/3$ 0,8	$\pi/2$ 0,6	$2\pi/3$ 0,4
$g(\varphi) = \varepsilon + (1 - \varepsilon) \cos^2(1/2 \varphi)$					
$\varepsilon = 0,01$	s G	2 0,5	4 0,65	10 0,8	