

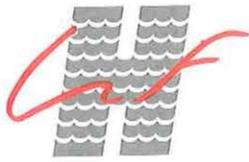


IFREMER

Laboratoire LABELIM - La Tremblade

ETUDE DE L'HYDRODYNAMIQUE SOUS DES PLAQUES IMMERGÉES PROCHES DU FOND SOUMISES A LA HOULE

Contrat n° 93/5 526 038



IFREMER

Laboratoire d'Hydraulique de France

Laboratoire LABEIM - La Tremblade

ETUDE DE L'HYDRODYNAMIQUE SOUS DES PLAQUES IMMERGÉES PROCHES DU FOND SOUMISES A LA HOULE

Contrat n° 93/5 526 038

SOMMAIRE

INTRODUCTION	2
1. SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'INTERACTION HOULE - PLAQUE.....	3
2. SOLUTION ANALYTIQUE DE L'INTERACTION HOULE - PLAQUE.....	6
2.1 THÉORIE LINEARISÉE DE LA HOULE PURE SUR UN FOND PLAT DANS LE CAS BIDIMENSIONNEL.....	6
2.2 MISE EN ÉQUATION DE L'INTERACTION HOULE-PLAQUE.....	9
2.3 RACCORDEMENT DES POTENTIELS DÉVELOPPÉS SUR LA BASE DES FONCTIONS PROPRES ET RÉSOLUTION.....	11
3. DESCRIPTIF DE L'EXPÉRIENCE	21
3.1 DÉFINITION DU MODÈLE PHYSIQUE EN SIMILITUDE.....	21
3.1.1 Dimension du modèle	21
3.1.2 Conditions de houle envisagées	23
3.2 PRATIQUE DE LA MESURE.....	24
3.2.1 Principe de la mesure par vélocimétrie LASER.....	25
3.2.2 Acquisition des mesures	25
3.2.3 Traitement des mesures et vocabulaire	26
3.2.4 Configuration des plaques.....	26
3.2.5 Choix des points de mesure.....	27
4. MESURES PRÉLIMINAIRES SANS PLAQUE DANS LE CANAL.....	31

4.1	CONFRONTATION DES MESURES A LA THEORIE LINEARISEE	3 1
4.2	EXISTENCE D'UNE CIRCULATION DANS LE CANAL	3 5
5.	CAS D'UNE PLAQUE SEULE DANS LE CANAL	4 0
5.1	COMPARAISON AVEC LA THEORIE LINEAIRE.....	4 0
5.2	MODIFICATION DU COURANT MOYEN SOUS LA PLAQUE.....	4 4
6.	ENSEMBLE DE PLUSIEURS PLAQUES	4 8
6.1	NIVEAU HAUT.....	4 8
6.1.1	Clapot court	4 8
6.1.2	Clapot long	5 1
6.2	NIVEAU BAS.....	5 3
6.2.1	Clapot court	5 3
6.2.2	Clapot long	5 4
7.	BILAN DE QUANTITE DE MOUVEMENT SOUS LA PLAQUE	5 6
7.1	THEOREME DE QUANTITE DE MOUVEMENT APPLIQUE AU VOLUME SOUS UNE PLAQUE DANS LE CAS D'UNE HOULE	5 6
7.2	APPLICATION AUX MESURES REALISEES.....	5 7
	CONCLUSIONS	6 1
	RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	6 3

ANNEXES

- ANNEXE 1 EXEMPLES D'ENREGISTREMENT*
- ANNEXE 2 DETERMINATION DES AMPLITUDES DES HOULES
INCIDENTE ET REFLECHIE A PARTIR DES RELEVES DE
LA SURFACE LIBRE EN 3 POINTS*
- ANNEXE 3 DETERMINATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION A
PARTIR DES RAPPORTS DES VITESSES VERTICALES
ET HORIZONTALES THEORIQUES OBTENUES EN NE
CONSIDERANT QU'UNE HOULE PROGRESSIVE INCIDENTE
SUR CELLES OBTENUES EN TENANT COMPTE DE LA
REFLEXION*
- ANNEXE 4 DETERMINATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION ET DE
TRANSMISSION D'UN OBSTACLE DANS UN CANAL A HOULE A
PARTIR DES AMPLITUDES DES HOULES INCIDENTE ET REFLECHIE
A L'AMONT ET A L'AVAL DE L'OBSTACLE*

OBJET DE L'ETUDE

Par le contrat n° 93/5 526 038 du 17 Décembre 1993, l'IFREMER a demandé au LHF l'exécution d'une étude bibliographique et expérimentale sur l'impact d'installations ostréïcoles sur l'hydrodynamisme. Cette étude a été réalisée au sein du pôle hydraulique grenoblois par l'équipe "Ondes de gravités" du Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels de l'Université Joseph Fourier.

Des mesures par vélocimétrie laser de la cinématique sous une ou plusieurs plaque(s) disposée(s) dans un canal à houle expérimental, pour différentes hauteurs d'immersion, ont été effectuées.

Cette étude a pour objet de mieux comprendre, à l'avenir, la dynamique des vases dans cet environnement.

INTRODUCTION

L'envasement des parcs à huîtres est un problème qui, bien que non récent n'en reste pas moins crucial. A l'origine, les huîtres, qui sont durant la période d'élevage (soit environ 2 ans) contenues dans des poches de plastique ou des casiers (les bourriches), étaient simplement posées à même le sol.

Très vite, dans les zones à fond vaseux, les ostréiculteurs se sont orientés vers l'élevage dit sur tables afin de palier à l'enfoncement des bourriches dans le sol. Les tables sont des sortes de tréteaux d'environ 1 mètre de large et de plusieurs mètres de long, disposées de façon aléatoire par rapport à la direction de la houle incidente. Leur usage s'est beaucoup répandu au cours de ces dernières années, y compris dans les zones à fond sableux.

Malheureusement, on observe dans certaines zones une accumulation de sédiments sous les tables qui perdent alors leur intérêt. Cela impose l'enlèvement des tables et l'arasement du fond de façon régulière.

En particulier, le bassin de Marennes-Oléron fait l'objet d'un programme de recherche dirigé par l'IFREMER, visant à comprendre le fonctionnement de ce bassin afin d'améliorer sa rentabilité marine. Dans ce cadre, il a été proposé au Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels (LEGI) une étude de l'hydrodynamique de l'interaction entre la houle et des plaques horizontales pleines, immergées à proximité du fond. Cette étude simplifiée de l'interaction de la houle avec les tables ostréicoles devrait constituer le point de départ de la compréhension du processus d'envasement observé dans le bassin oléronais. On pourra critiquer la modélisation simple choisie par des plaques pleines et lisses alors qu'en réalité, les tables sont poreuses et rugueuses, mais ce choix correspond à un souci de comparaison avec une solution analytique et à une volonté de comprendre un processus plutôt que de reproduire la réalité.

Le but étant de décrire l'hydrodynamique sous la plaque, la méthode proposée dans un premier temps est une étude expérimentale sur un modèle physique dans le canal à houle de 18 m de long du LEGI. Elle comprend des mesures de vitesses le long de verticales sous la plaque par vélocimétrie LASER, ainsi que des mesures de surface libre à l'aide de sondes résistives, ceci afin de caractériser les houles réfléchies et transmises par l'obstacle.

On tentera d'interpréter les résultats des expériences en les comparant à la solution analytique obtenue par la théorie linéaire.

Par ailleurs, il nous a semblé intéressant de reproduire l'expérience avec plusieurs plaques identiques régulièrement espacées dans le canal, sachant que sur les sites ostréicoles, les tables sont regroupées en lotissements, ce qui devrait perturber d'autant plus l'écoulement.

1. SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'INTERACTION HOULE - PLAQUE

L'effet perturbateur sur la propagation de la houle engendré par la présence d'un obstacle n'est pas un problème nouveau. Du point de vue théorique, la dispersion des ondes par un obstacle est un problème mathématique du type "problème aux frontières" dont les méthodes de résolution analytiques ou numériques sont variées.

Dans le cas particulier d'une plaque horizontale immergée, la première solution analytique fut proposée en 1964 par BURKE qui utilisa la technique de WIENER-HOPF dans l'approximation de l'eau profonde. En 1977, SIEW et HURLEY proposèrent une solution par la méthode des développements asymptotiques raccordés dans l'approximation de l'eau peu profonde (ondes longues). Ces premiers travaux révélèrent l'intérêt de la plaque immergée comme réflecteur de houle, mais ce n'est qu'en 1984, que PATARAPANICH suggère l'utilisation de plaques immergées comme brise-houle. Il propose alors une solution numérique complète par la méthode des éléments finis, pour la détermination des coefficients de réflexion et transmission ainsi que les efforts hydrodynamiques sur la plaque, sans aucune approximation sur la profondeur d'eau.

Dés lors, la motivation pour la protection des sites côtiers a permis la réalisation de multiples études tant théoriques qu'expérimentales sur l'utilisation de plaque comme brise-houle. Il est à noter que toutes les études expérimentales étaient orientées vers des plaques positionnées plus près de la surface libre que du fond. Pour aller plus loin, à la suite de la découverte par GUEVEL en 1985 du phénomène du mur d'eau oscillant qui se déclenche sous une plaque soumise à certaines conditions de houle, deux études expérimentales réalisées par DROUIN et OUELLET (I) d'une part, et PATARAPANICH et CHEONG (II) d'autre part, sur l'influence des paramètres définissant une plaque vis-à-vis de son comportement comme brise-lames, révèlent que plus la plaque est proche de la surface, meilleur est le rendement en réflexion.

L'une de ces études (I) consiste en un compte-rendu d'expériences réalisées dans un canal à houle sur des plaques ayant une certaine liberté en translation horizontale. Sur une quinzaine d'essais, il a pu être mis en évidence la prépondérance de certains paramètres relativement au rendement de l'effet brise-lames -longueur de la plaque, profondeur d'immersion, hauteur de vagues- par rapport à d'autres : masse volumique, liberté de mouvement. Un résultat annexe, mais qui nous intéresse beaucoup pour la suite, est le report d'une partie de l'énergie transmise à des fréquences harmoniques.

L'autre étude (II) consiste en une recherche de l'optimum de la longueur de la plaque immergée (pour une profondeur d'eau donnée) afin d'assurer un minimum de transmission des ondes tant régulières qu'aléatoires. Cet optimum est recherché de façon

expérimentale puis comparé à la solution théorique obtenue par la méthode des éléments finis appliquée à la théorie linéaire de diffraction des ondes. Cette étude met en évidence un bon accord entre l'expérience et le modèle et conclut à l'existence d'un optimum pour la longueur de la plaque environ égal à une demi longueur d'onde de la houle, fonction cependant de la profondeur d'eau relative (rapport de la profondeur d'eau sur la longueur d'onde).

L'efficacité des plaques immergées comme brise-houle étant clairement prouvée, leur mise en place pour la protection des sites côtiers a suscité d'autres interrogations. En effet, il est important de connaître l'impact de ces ouvrages sur le site où ils sont implantés, en particulier vis-à-vis du transport sédimentaire. Relativement à ce problème, dans sa thèse de doctorat, en 1987, BROSSARD (III) s'est intéressé à l'étude de l'écoulement tourbillonnaire généré au bord de fuite aval d'une plaque horizontale immergée. Les expériences qu'il a menées, mettant en oeuvre une visualisation par colorant et des mesures de vitesses par vélocimétrie LASER, révèlent la présence de structures tourbillonnaires dont il suit l'évolution au cours d'une période. Il ressort qu'il existe une cellule de circulation verticale et un jet vertical à l'aplomb du bord aval de la plaque, pouvant entraîner un affouillement en ce point.

Ce résultat est confirmé par l'étude postérieure de BOURLIER et BELORGEY (IV) qui mettent en évidence par une visualisation à l'aide de bulles d'hydrogène, l'existence de deux nappes tourbillonnaires à l'amont et à l'aval de la plaque ainsi qu'une recirculation de grande amplitude sous la plaque. Ils montrent par ailleurs que les tourbillons se déstructurent en deux périodes, mais que l'influence du jet à l'aval se fait sentir jusqu'au fond. Enfin, outre l'aspect tridimensionnel non négligeable des tourbillons, ils annoncent que la distance (notée X) entre le point d'impact du jet et la verticale du bord aval est fonction de la cambrure de la houle (cf. figure 1).

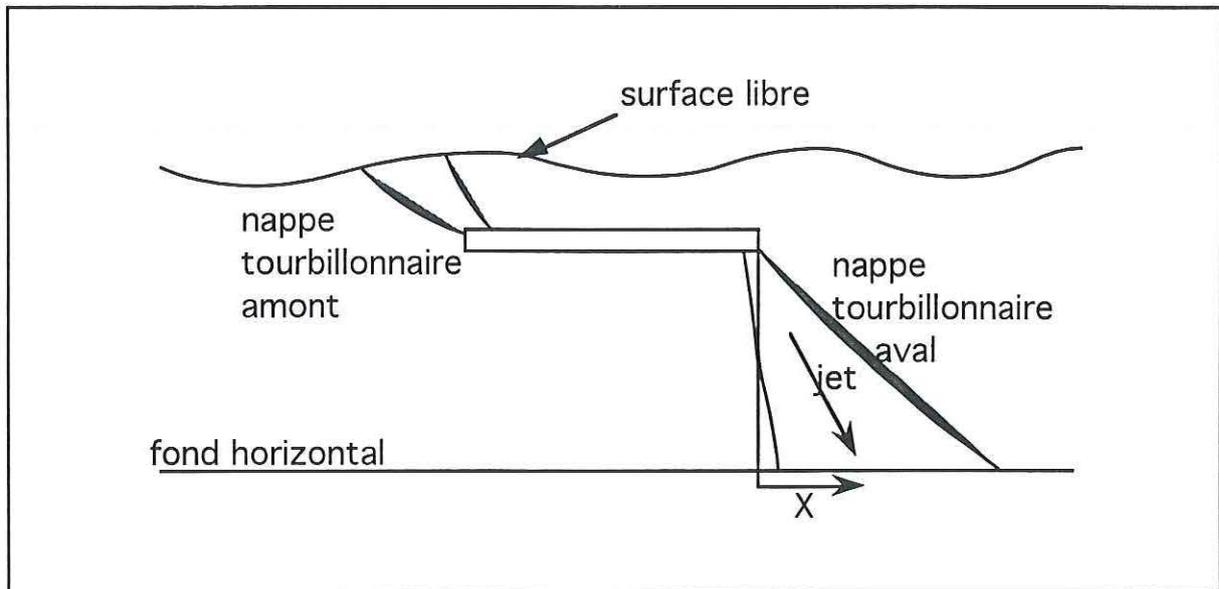


Figure 1 : Disposition des nappes tourbillonnaires dans l'écoulement autour d'une plaque horizontale immergée près de la surface (d'après Bourlier & Belorgey)

Nous tenterons d'éclairer nos résultats expérimentaux à la lumière de ces enseignements, même s'ils ne concernent que des plaques immergées proches de la surface libre.

2. SOLUTION ANALYTIQUE DE L'INTERACTION HOULE - PLAQUE

2.1 THEORIE LINEARISEE DE LA HOULE PURE SUR UN FOND PLAT DANS LE CAS BIDIMENSIONNEL

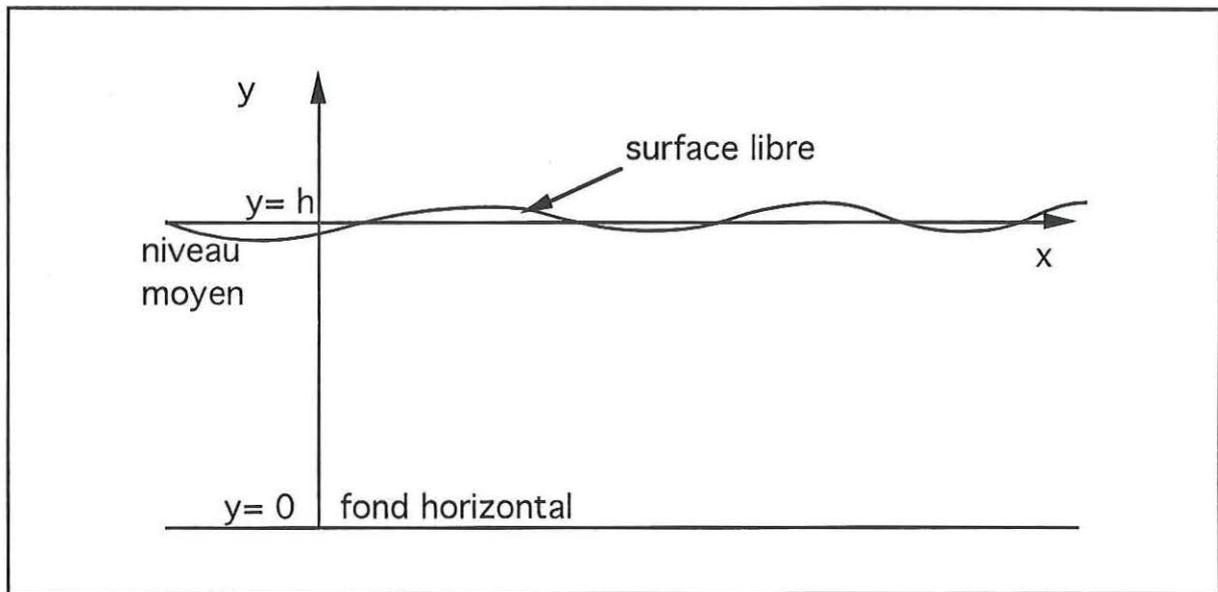


Figure 2 : Schéma illustrant les notations utilisées pour développer la théorie linéaire de la houle

On étudie ici l'écoulement à surface libre, bidimensionnel et irrotationnel d'un fluide supposé non visqueux, incompressible s'écoulant sur un fond horizontal.

L'écoulement étant irrotationnel, la vitesse dérive d'un potentiel noté ϕ :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \qquad v = \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

Au premier ordre du développement en fonction d'un petit paramètre au voisinage de la solution exacte du repos (l'approximation linéaire est valable pour des hauteurs de vagues infinitésimales, soit des cambrures $a\lambda_0$ très inférieures à 1), le potentiel de l'écoulement vérifie le système (1) suivant dans le domaine $0 < y < h$:

$$\Delta \phi = \phi_{xx} + \phi_{yy} = 0$$

avec les conditions limites suivantes : (1)

$$\phi_y = 0 \quad \text{en } y = 0$$

$$\phi_{tt} + g \phi_y = 0 \quad \text{en } y = h$$

La surface libre est alors donnée par la relation :

$$\eta(x,t) = - \frac{1}{g} \phi_{t,y=h} \quad (2)$$

Le domaine de définition de l'approximation linéaire étant limité par deux courbes coordonnées, on cherche une solution à variables séparées du type :

$$\phi(x,y,t) = L(x) M(y) N(t) \quad (3)$$

La résolution du système linéaire conduit à la forme la plus générale suivante, qui correspond à la décomposition du potentiel sur l'ensemble des fonctions propres du domaine :

$$\phi(x,y,t) = \phi_0(x,y,t) + \sum_{n=1}^{+\infty} \phi_n(x,y,t) \quad (4)$$

avec : $\phi_0(x,y,t)$ potentiel de la houle progressive

$\phi_n(x,y,t)$ potentiel du n^{ième} mode évanescent

$$\phi_0(x,y,t) = N(t) \left\{ \text{ch } \lambda_0 y [a_0 \cos \lambda_0 x + b_0 \sin \lambda_0 x] \right\}$$

$$\phi_n(x,y,t) = N(t) \left\{ \cos \lambda_n y [a_n e^{\lambda_n x} + b_n e^{-\lambda_n x}] \right\}$$

$$N(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

où λ_0, λ_n (nombres d'ondes positifs dénombrables) vérifient les relations (dites d'Airy) suivantes :

$$\frac{\omega^2}{g} = \lambda_0 \text{th } \lambda_0 h = - \lambda_n \tan \lambda_n h \quad (5)$$

Remarques :

Le potentiel de vitesse étant une fonction bornée, les modes évanescents ne peuvent exister que sur des domaines bornés suivant x . En particulier, dans un domaine infini, la solution se réduit à une houle progressive alors que dans un canal à houle, par exemple, les modes évanescents en $e^{-\lambda_0 x}$ et en $e^{\lambda_0 x}$ sont conservés car le domaine est borné dans les x positifs et négatifs. Ainsi suivant les conditions aux limites du problème, on imposera par exemple que tous les a_n sont nuls si le domaine n'est pas borné suivant les x positifs.

La partie progressive du potentiel général étant souvent prépondérante, il est intéressant de la commenter ; le potentiel de la houle progressive (ou pure) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\phi_0(x,y,t) = A \operatorname{ch} \lambda_0 y \cos(\lambda_0 x - \omega t)$$

d'où on déduit immédiatement qu'il s'agit d'un mouvement périodique dans le temps (période T) et dans l'espace (longueur d'onde L) où T et L sont liés par la relation d'Airy :

$$L = \frac{g T^2}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi h}{L} \quad \text{avec} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{et} \quad L = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

et A est lié à l'amplitude physique de la houle, a , par :

$$A = \frac{a g}{\omega \operatorname{ch} \lambda_0 h} \quad (6)$$

Les ondes progressives se propagent à la célérité c :

$$c = \frac{\omega}{\lambda_0} \quad (7)$$

Donnons pour finir l'expression, en fonction des paramètres de la houle, des vitesses orbitales (maximum) horizontale et verticale dont nous aurons besoin par la suite :

$$u_{\text{orbitale}} = \frac{a \omega}{\operatorname{sh} \lambda_0 h} \operatorname{ch} \lambda_0 y \quad (8)$$

$$v_{\text{orbitale}} = \frac{a \omega}{\operatorname{sh} \lambda_0 h} \operatorname{sh} \lambda_0 y \quad (9)$$

Dans la théorie de la houle linéaire au 1^{er} ordre, les vitesses sont toujours nulles en moyenne sur une période temporelle, qu'elles dérivent du mode progressif ou des modes évanescents. Ce ne sont que dans les développements aux ordres supérieurs qu'interviennent des circulations et donc des vitesses moyennes non nulles.

2.2 MISE EN EQUATION DE L'INTERACTION HOULE-PLAQUE

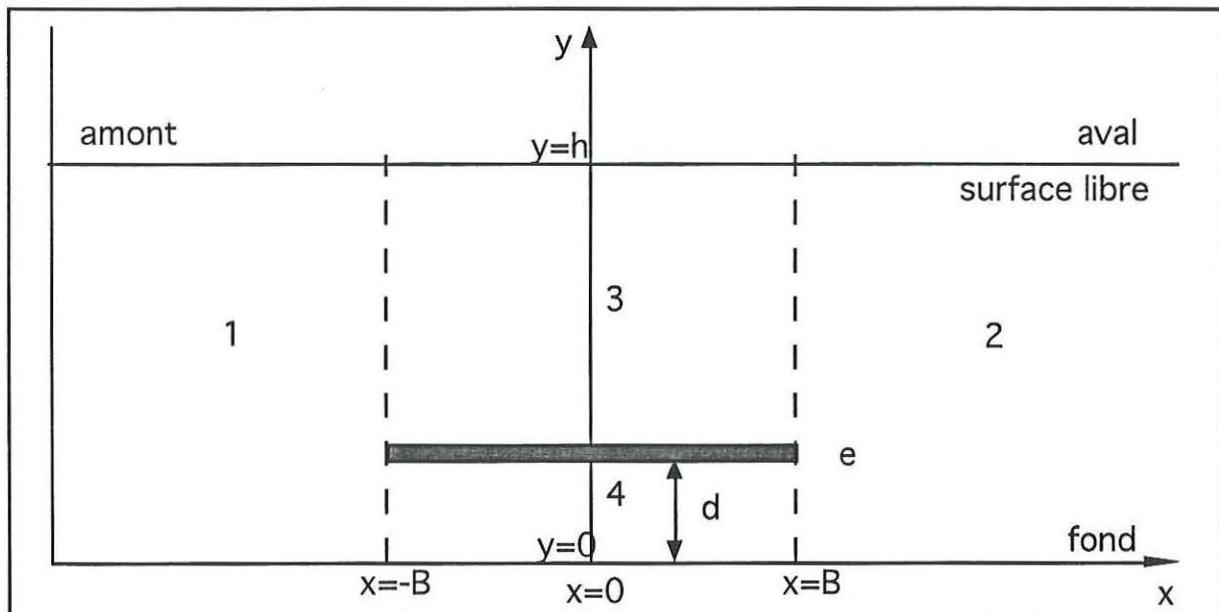


Figure 3 : Géométrie de l'interaction houle - plaque

Cette géométrie nous conduit à définir 4 sous-domaines indiqués sur la figure 3. Dans chacun de ces sous-domaines, le potentiel ϕ_i est harmonique, vérifiant des conditions limites différentes pour chaque domaine i . Le potentiel ϕ_i de la théorie linéarisée au 1^{er} ordre est supposé périodique de pulsation ω . On cherche donc ϕ_i sous la forme :

$$\phi_i = \text{Re} \{ \varphi_i e^{i \omega t} \}$$

Dans chaque domaine i , les solutions se décomposent suivant des bases de fonctions propres en y à variables séparées. Le potentiel de l'écoulement développé sur les bases respectives de chacun des sous-domaines s'écrit :

$$\varphi_1 = (A_I e^{i k_0 x} + a_0 e^{-i k_0(x+B)}) \frac{\text{ch } k_0 y}{\text{ch } k_0 h} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n e^{k_n(x+B)} \cos k_n y$$

$$\varphi_2 = (A_I e^{i k_0 x} + b_0 e^{i k_0(x-B)}) \frac{\text{ch } k_0 y}{\text{ch } k_0 h} + \sum_{n=1}^{+\infty} b_n e^{-k_n(x-B)} \cos k_n y$$

$$\varphi_3 = \left(c_{10} \frac{\cos \lambda_0 x}{\cos \lambda_0 B} + c_{20} \frac{\sin \lambda_0 x}{\sin \lambda_0 B} \right) \frac{\text{ch } \lambda_0(y-d-e)}{\text{ch } \lambda_0(h-d-e)} + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(c_{1n} \frac{\text{ch } \lambda_n x}{\text{ch } \lambda_n B} + c_{2n} \frac{\text{sh } \lambda_n x}{\text{sh } \lambda_n B} \right) \cos \lambda_n(y-d-e)$$

$$\varphi_4 = d_{10} + d_{20} \frac{x}{B} + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(d_{1n} \frac{\text{ch } \mu_n x}{\text{ch } \mu_n B} + d_{2n} \frac{\text{sh } \mu_n x}{\text{sh } \mu_n B} \right) \cos \mu_n y$$

où les k_n , λ_n , $\mu_n > 0$, vérifient les relations suivantes :

$$\frac{\omega^2}{g} = k_0 \text{th } k_0 h = -k_n \tan k_n h$$

$$\frac{\omega^2}{g} = \lambda_0 \text{th } \lambda_0(h-d-e) = -\lambda_n \tan \lambda_n(h-d-e)$$

$$\mu_n = \frac{n\pi}{d}$$

et où $A_I = \frac{a g}{\omega}$ (a est l'amplitude de la houle incidente) et B sont des réels, les coefficients des séries pouvant être complexes.

Remarques :

Il est à noter que dans le domaine 4 la condition limite à la surface libre d'isobarité et d'imperméabilité est remplacée par une condition d'imperméabilité sur la face inférieure de la plaque, ce qui modifie complètement la forme du potentiel : la partie progressive est remplacée par un écoulement uniforme indépendant de x et y .

On rappelle aussi que la solution cherchée étant périodique dans le temps, les vitesses moyennées sur une période sont toujours nulles, pour tout x et tout y .

Les potentiels tels qu'ils sont définis ci-dessus satisfont l'équation de Laplace et toutes les conditions aux limites du problème. Il reste alors à raccorder les solutions en $x = -B$ et en $x = +B$, ce qui signifie égalité des potentiels et de leurs dérivées suivant x :

en $x = -B$:

$$0 \leq y \leq d : \quad \varphi_1 = \varphi_4 \quad (A) \quad \text{et} \quad \varphi_{1x} = \varphi_{4x}$$

$$d \leq y \leq d + e : \quad \varphi_{1x} = 0 \quad (C)$$

$$d + e \leq y \leq h : \quad \varphi_1 = \varphi_3 \quad (B) \quad \text{et} \quad \varphi_{1x} = \varphi_{3x}$$

en $x = +B$:

$$0 \leq y \leq d : \quad \varphi_2 = \varphi_4 \quad (D) \quad \text{et} \quad \varphi_{2x} = \varphi_{4x}$$

$$d \leq y \leq d + e : \quad \varphi_{2x} = 0 \quad (F)$$

$$d + e \leq y \leq h : \quad \varphi_2 = \varphi_3 \quad (E) \quad \text{et} \quad \varphi_{2x} = \varphi_{3x}$$

2.3 RACCORDEMENT DES POTENTIELS DEVELOPPES SUR LA BASE DES FONCTIONS PROPRES ET RESOLUTION

Cette élégante méthode de résolution est proposée dans le cas d'une plaque infiniment mince par MOLIN et BETOUS (1993) (V), mais se transpose sans problème au cas de la plaque épaisse. Pour ce cas, on trouve par ailleurs les équations écrites in extenso dans l'article de LIU et ISKANDARANI (1989) (VI).

La présentation matricielle nous a paru très intéressante dans la mesure où elle est tout à fait adaptée à une résolution du système d'équations à l'aide du logiciel MATLAB, dont nous disposons au LEGI.

En tirant parti de l'orthogonalité des fonctions propres en y sur chacun des sous-domaines i.e. :

$$\int_0^h \text{ch } k_0 y \cos k_n y \, dy = 0 \quad \text{et} \quad \int_0^h \cos k_n y \cos k_m y \, dy = 0 \quad n \neq m$$

$$\int_0^d \cos \mu_n y \, dy = 0 \quad \text{et} \quad \int_0^d \cos \mu_n y \cos \mu_m y \, dy = 0 \quad n \neq m$$

$$\int_{d+e}^h \text{ch } \lambda_0(y-d-e) \cos \lambda_n(y-d-e) \, dy = 0 \quad \text{et} \quad \int_{d+e}^h \cos \lambda_n(y-d-e) \cos \lambda_m(y-d-e) \, dy = 0 \quad n \neq m$$

On intègre les conditions de raccordements des potentiels et de leurs dérivées de la façon suivante :

en $x = -B$:

$$(A) \quad \int_0^d \varphi_1 \, dy = \int_0^d \varphi_4 \, dy$$

$$\int_0^d \varphi_1 \cos \mu_m y \, dy = \int_0^d \varphi_4 \cos \mu_m y \, dy \quad , \quad \forall m$$

$$(B) \quad \int_{d+e}^h \varphi_1 \frac{\text{ch } \lambda_0(y-d-e)}{\text{ch } \lambda_0(h-d-e)} \, dy = \int_{d+e}^h \varphi_3 \frac{\text{ch } \lambda_0(y-d-e)}{\text{ch } \lambda_0(h-d-e)} \, dy$$

$$\int_{d+e}^h \varphi_1 \cos \lambda_m(y-d-e) \, dy = \int_{d+e}^h \varphi_3 \cos \lambda_m(y-d-e) \, dy \quad , \quad \forall m$$

$$(C) \quad \int_0^h \varphi_{1x} \frac{\operatorname{ch} k_0 y}{\operatorname{ch} k_0 h} dy = \int_0^d \varphi_{4x} \frac{\operatorname{ch} k_0 y}{\operatorname{ch} k_0 h} dy + \int_{d+e}^h \varphi_{3x} \frac{\operatorname{ch} k_0 y}{\operatorname{ch} k_0 h} dy$$

$$\int_0^h \varphi_{1x} \cos k_m y dy = \int_0^d \varphi_{4x} \cos k_m y dy + \int_{d+e}^h \varphi_{3x} \cos k_m y dy, \quad \forall m$$

On obtient les relations (D), (E) et (F) (en $x = +B$) en remplaçant φ_1 par φ_2 dans les relations (A), (B) et (C) respectivement.

Pour simplifier l'écriture du système, on adopte les notations suivantes :

$$I_1 = \int_0^h \left(\frac{\operatorname{ch} k_0 y}{\operatorname{ch} k_0 h} \right)^2 dy = \frac{h}{2} \left(1 - \frac{\omega^4}{g^2 k_0^2} \right) + \frac{\omega^2}{2gk_0^2}$$

$$J_1[n] = \int_0^h (\cos k_n y)^2 dy = \frac{h}{2} + \frac{\sin 2k_n h}{4k_n}$$

$$I_2 = \int_0^d \frac{\operatorname{ch} k_0 y}{\operatorname{ch} k_0 h} dy = \frac{\operatorname{sh} k_0 d}{k_0 \operatorname{ch} k_0 h}$$

$$J_2[n] = \int_0^d \frac{\operatorname{ch} k_0 y}{\operatorname{ch} k_0 h} \cos \mu_n y dy = \frac{(-1)^n k_0 \operatorname{sh} k_0 d}{(k_0^2 + \mu_n^2) \operatorname{ch} k_0 h}$$

$$I_3 = \int_{d+e}^h \frac{\operatorname{ch} k_0 y \operatorname{ch} \lambda_0(y-d-e)}{\operatorname{ch} k_0 h \operatorname{ch} \lambda_0(h-d-e)} dy = \frac{-k_0 \operatorname{sh} k_0(d+e)}{(k_0^2 - \lambda_0^2) \operatorname{ch} k_0 h \operatorname{ch} \lambda_0(h-d-e)}$$

$$J_3[n] = \int_{d+e}^h \frac{\operatorname{ch} k_0 y}{\operatorname{ch} k_0 h} \cos \lambda_n(y-d-e) dy = \frac{-k_0 \operatorname{sh} k_0(d+e)}{(k_0^2 + \lambda_n^2) \operatorname{ch} k_0 h}$$

$$I_4[n] = \int_0^d \cos k_n y dy = \frac{\sin k_n d}{k_n}$$

$$J_4[n,m] = \int_0^d \cos k_n y \cos \mu_m y dy = \frac{(-1)^m k_n \sin k_n d}{k_n^2 - \mu_m^2}$$

$$I_5[n] = \int_{d+e}^h \cos k_n y \frac{\operatorname{ch} \lambda_0(y-d-e)}{\operatorname{ch} \lambda_0(h-d-e)} dy = \frac{-k_n \sin k_n(d+e)}{(k_n^2 + \lambda_0^2) \operatorname{ch} \lambda_0(h-d-e)}$$

$$J_5[n,m] = \int_{d+e}^h \cos k_n y \cos \lambda_m(y-d-e) dy = \frac{k_n \sin k_n(d+e)}{\lambda_m^2 - k_n^2}$$

$$I_6 = \int_{d+e}^h \left(\frac{\operatorname{ch} \lambda_0(y-d-e)}{\operatorname{ch} \lambda_0(h-d-e)} \right)^2 dy = \frac{h-d-e}{2} \left(1 - \frac{\omega^4}{g^2 \lambda_0^2} \right) + \frac{\omega^2}{2 g \lambda_0^2}$$

$$J_6[n] = \int_{d+e}^h (\cos \lambda_n(y-d-e))^2 dy = \frac{h-d-e}{2} + \frac{\sin 2 \lambda_n(h-d-e)}{4 \lambda_n}$$

$$I_7 = \int_0^d dy = d$$

$$J_7 = \int_0^d (\cos \mu_n y)^2 dy = \frac{d}{2}$$

On explicite alors les relations (A), (B), (C), (D), (E) et (F) :

(A)

$$d_{10} - d_{20} = (A_I e^{-ik_0 B} + a_0) \frac{I_2}{I_7} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \frac{I_4[n]}{I_7}$$

$$d_{1m} - d_{2m} = (A_I e^{-ik_0 B} + a_0) \frac{J_2[m]}{J_7} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \frac{J_4[n,m]}{J_7}$$

soit sous forme matricielle :

$$\vec{D1} - \vec{D2} = A_I \vec{S4} + DA \cdot \vec{A}$$

$$\text{avec : } \vec{D1} = \begin{bmatrix} d_{10} \\ d_{11} \\ \vdots \\ d_{1m} \end{bmatrix} \quad \vec{D2} = \begin{bmatrix} d_{20} \\ d_{21} \\ \vdots \\ d_{2m} \end{bmatrix} \quad \vec{A} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad \vec{S4} = \begin{bmatrix} \frac{I_2}{I_7} \\ \frac{J_2[1]}{J_7} \\ \vdots \\ \frac{J_2[m]}{J_7} \end{bmatrix} e^{-i k_0 B}$$

$$DA = \begin{bmatrix} \frac{I_2}{I_7} & \frac{I_4[1]}{I_7} & \dots & \frac{I_4[n]}{I_7} \\ \frac{J_2[1]}{J_7} & \frac{J_4[1,1]}{J_7} & \dots & \frac{J_4[n,1]}{J_7} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{J_2[m]}{J_7} & \frac{J_4[1,m]}{J_7} & \dots & \frac{J_4[n,m]}{J_7} \end{bmatrix}$$

(B)

$$c_{10} - c_{20} = (A_I e^{-ik_0 B} + a_0) \frac{I_3}{I_6} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \frac{I_5[n]}{I_6}$$

$$c_{1m} - c_{2m} = (A_I e^{-ik_0 B} + a_0) \frac{J_3[m]}{J_6[m]} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \frac{J_5[n,m]}{J_6[m]}$$

soit sous forme matricielle :

$$\vec{C1} - \vec{C2} = A_I \vec{S3} + CA \cdot \vec{A}$$

$$\text{avec : } \vec{C1} = \begin{bmatrix} c_{10} \\ c_{11} \\ \vdots \\ c_{1m} \end{bmatrix} \quad \vec{C2} = \begin{bmatrix} c_{20} \\ c_{21} \\ \vdots \\ c_{2m} \end{bmatrix} \quad \vec{S3} = \begin{bmatrix} \frac{I_3}{I_6} \\ \frac{J_3[1]}{J_6[1]} \\ \vdots \\ \frac{J_3[m]}{J_6[m]} \end{bmatrix} e^{-i k_0 B}$$

$$CA = \begin{bmatrix} \frac{I_3}{I_6} & \frac{I_5[1]}{I_6} & \dots & \frac{I_5[n]}{I_6} \\ \frac{J_3[1]}{J_6[1]} & \frac{J_5[1,1]}{J_6[1]} & \dots & \frac{J_5[n,1]}{J_6[1]} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{J_3[m]}{J_6[m]} & \frac{J_5[1,m]}{J_6[m]} & \dots & \frac{J_5[n,m]}{J_6[m]} \end{bmatrix}$$

(C)

$$a_0 = A_I e^{-ik_0 B} + \frac{i I_2}{k_0 I_1} \frac{d_{20}}{B} + \sum_{n=1}^{+\infty} \mu_n \left(-d_{1n} \operatorname{th} \mu_n B + \frac{d_{2n}}{\operatorname{th} \mu_n B} \right) \frac{i J_2[n]}{k_0 I_1} \\ + \lambda_0 \left(c_{10} \tan \lambda_0 B + \frac{c_{20}}{\tan \lambda_0 B} \right) \frac{i I_3}{k_0 I_1} + \sum_{n=1}^{+\infty} \lambda_n \left(-c_{1n} \operatorname{th} \lambda_n B + \frac{c_{2n}}{\operatorname{th} \lambda_n B} \right) \frac{i J_3[n]}{k_0 I_1}$$

$$a_m = \frac{I_4[m]}{k_m J_1[m]} \frac{d_{20}}{B} + \sum_{n=1}^{+\infty} \mu_n \left(-d_{1n} \operatorname{th} \mu_n B + \frac{d_{2n}}{\operatorname{th} \mu_n B} \right) \frac{J_4[m,n]}{k_m J_1[m]} \\ + \lambda_0 \left(c_{10} \tan \lambda_0 B + \frac{c_{20}}{\tan \lambda_0 B} \right) \frac{I_5[m]}{k_m J_1[m]} + \sum_{n=1}^{+\infty} \lambda_n \left(-c_{1n} \operatorname{th} \lambda_n B + \frac{c_{2n}}{\operatorname{th} \lambda_n B} \right) \frac{J_5[m,n]}{k_m J_1[m]}$$

soit sous forme matricielle :

$$\vec{A} = A_I \vec{S} \vec{I} + \mathbf{AD} \cdot [\mathbf{U}1 \cdot \vec{D}1 + \mathbf{U}2 \cdot \vec{D}2] + \mathbf{AC} \cdot [\mathbf{T}1 \cdot \vec{C}1 + \mathbf{T}2 \cdot \vec{C}2]$$

avec :

$$\vec{S} \vec{I} = \begin{bmatrix} e^{-ik_0 B} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{AD} = \begin{bmatrix} \frac{i I_2}{k_0 I_1} & \frac{i J_2[1]}{k_0 I_1} & \dots & \frac{i J_2[n]}{k_0 I_1} \\ \frac{I_4[1]}{k_1 J_1[1]} & \frac{J_4[1,1]}{k_1 J_1[1]} & \dots & \frac{J_4[1,n]}{k_1 J_1[1]} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{I_4[m]}{k_m J_1[m]} & \frac{J_4[m,1]}{k_m J_1[m]} & \dots & \frac{J_4[m,n]}{k_m J_1[m]} \end{bmatrix}$$

$$AC = \begin{bmatrix} \frac{i I_3}{k_0 I_1} & \frac{i J_3[1]}{k_0 I_1} & \dots & \frac{i J_3[n]}{k_0 I_1} \\ \frac{I_5[1]}{k_1 J_1[1]} & \frac{J_5[1,1]}{k_1 J_1[1]} & \dots & \frac{J_5[1,n]}{k_1 J_1[1]} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{I_5[m]}{k_m J_1[m]} & \frac{J_5[m,1]}{k_m J_1[m]} & \dots & \frac{J_5[m,n]}{k_m J_1[m]} \end{bmatrix}$$

$$U1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\mu_1 \operatorname{th} \mu_1 B & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\mu_n \operatorname{th} \mu_n B \end{bmatrix}$$

$$T1 = \begin{bmatrix} \lambda_0 \tan \lambda_0 B & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\lambda_1 \operatorname{th} \lambda_1 B & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\lambda_n \operatorname{th} \lambda_n B \end{bmatrix}$$

$$U2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{B} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\mu_1}{\operatorname{th} \mu_1 B} & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{\mu_n}{\operatorname{th} \mu_n B} \end{bmatrix} \quad T2 = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_0}{\tan \lambda_0 B} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\lambda_1}{\operatorname{th} \lambda_1 B} & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{\lambda_n}{\operatorname{th} \lambda_n B} \end{bmatrix}$$

(D)

$$d_{10} + d_{20} = (A_I e^{i k_0 B} + b_0) \frac{I_2}{I_7} + \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \frac{I_4[n]}{I_7}$$

$$d_{1m} + d_{2m} = (A_I e^{i k_0 B} + b_0) \frac{J_2[m]}{J_7} + \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \frac{J_4[n,m]}{J_7}$$

soit sous forme matricielle :

$$\vec{D1} + \vec{D2} = A_I e^{2 i k_0 B} \vec{S4} + \mathbf{DA} \cdot \vec{B} \quad \text{avec} \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

(E)

$$c_{10} + c_{20} = (A_I e^{i k_0 B} + b_0) \frac{I_3}{I_6} + \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \frac{I_5[n]}{I_6}$$

$$c_{1m} + c_{2m} = (A_I e^{i k_0 B} + b_0) \frac{J_3[m]}{J_6[m]} + \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \frac{J_5[n,m]}{J_6[m]}$$

soit sous forme matricielle :

$$\vec{C1} + \vec{C2} = A_I e^{2 i k_0 B} \vec{S3} + \mathbf{CA} \cdot \vec{B}$$

(F)

$$b_0 = - A_I e^{i k_0 B} - \frac{i I_2}{k_0 I_1} \frac{d_{20}}{B} - \sum_{n=1}^{+\infty} \mu_n \left(d_{1n} \operatorname{th} \mu_n B + \frac{d_{2n}}{\operatorname{th} \mu_n B} \right) \frac{i J_2[n]}{k_0 I_1}$$

$$+ \lambda_0 \left(c_{10} \tan \lambda_0 B - \frac{c_{20}}{\tan \lambda_0 B} \right) \frac{i I_3}{k_0 I_1} - \sum_{n=1}^{+\infty} \lambda_n \left(c_{1n} \operatorname{th} \lambda_n B + \frac{c_{2n}}{\operatorname{th} \lambda_n B} \right) \frac{i J_3[n]}{k_0 I_1}$$

$$b_m = -\frac{I_4[m]}{k_m J_1[m]} \frac{d_{20}}{B} - \sum_{n=1}^{+\infty} \mu_n \left(d_{1n} \operatorname{th} \mu_n B + \frac{d_{2n}}{\operatorname{th} \mu_n B} \right) \frac{J_4[m,n]}{k_m J_1[m]} \\ + \lambda_0 \left(c_{10} \tan \lambda_0 B - \frac{c_{20}}{\tan \lambda_0 B} \right) \frac{I_5[m]}{k_m J_1[m]} - \sum_{n=1}^{+\infty} \lambda_n \left(c_{1n} \operatorname{th} \lambda_n B + \frac{c_{2n}}{\operatorname{th} \lambda_n B} \right) \frac{J_5[m,n]}{k_m J_1[m]}$$

soit sous forme matricielle :

$$\vec{B} = -A_I e^{2ik_0 B} \vec{S1} + AD \cdot [U1 \cdot \vec{D1} - U2 \cdot \vec{D2}] + AC \cdot [T1 \cdot \vec{C1} - T2 \cdot \vec{C2}]$$

Résolution :

En ajoutant et soustrayant membre à membre (B) et (E), puis (A) et (D), on en déduit :

$$2\vec{C1} = A_I (1 + e^{2ik_0 B}) \vec{S3} + CA \cdot (\vec{A} + \vec{B})$$

$$2\vec{C2} = A_I (-1 + e^{2ik_0 B}) \vec{S3} - CA \cdot (\vec{A} - \vec{B})$$

$$2\vec{D1} = A_I (1 + e^{2ik_0 B}) \vec{S4} + DA \cdot (\vec{A} + \vec{B})$$

$$2\vec{D2} = A_I (-1 + e^{2ik_0 B}) \vec{S4} - DA \cdot (\vec{A} - \vec{B})$$

De même, en ajoutant et soustrayant (C) et (F) :

$$\vec{A} + \vec{B} = A_I (1 - e^{2ik_0 B}) \vec{S1} + 2AD \cdot U1 \cdot \vec{D1} + 2AC \cdot T1 \cdot \vec{C1}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = A_I (1 + e^{2ik_0 B}) \vec{S1} + 2AD \cdot U2 \cdot \vec{D2} + 2AC \cdot T2 \cdot \vec{C2}$$

D'où finalement :

$$\vec{A} + \vec{B} = (I - AC.T1.CA - AD.U1.DA)^{-1} \cdot (A_I (1 - e^{2ik_0 B}) \vec{S1} + A_I (1 + e^{2ik_0 B}) [AC.T1.\vec{S3} + AD.U1.\vec{S}])$$

$$\vec{A} - \vec{B} = (I + AC.T2.CA + AD.U2.DA)^{-1} \cdot (A_I (1 + e^{2ik_0 B}) \vec{S1} + A_I (-1 + e^{2ik_0 B}) [AC.T2.\vec{S3} + AD.U2])$$

3. DESCRIPTIF DE L'EXPERIENCE

3.1 DEFINITION DU MODELE PHYSIQUE EN SIMILITUDE

3.1.1 DIMENSION DU MODELE

S'agissant d'un écoulement à surface libre, il semblerait évident de réaliser une similitude de Froude. Mais l'écoulement est par ailleurs oscillatoire, il est donc difficile de définir correctement une échelle de vitesse. C'est pourquoi on parlera plutôt de similitude géométrique. En effet, si l'on choisit un rapport d'échelles pour les longueurs, la relation d'Airy imposera le rapport d'échelles sur les temps. Ceci est suffisant pour caractériser la houle progressive puisque celle-ci est définie, pour une profondeur d'eau donnée, par son amplitude et sa période (sa longueur d'onde est alors imposée par la relation de dispersion).

Soit $E(L)$ le rapport des échelles de longueur horizontale ou verticale (modèle non distordu) et $E(T)$ le rapport des échelles des temps.

relation d'Airy :

$$L = \frac{g T^2}{2 \pi} \operatorname{th} \frac{2 \pi h}{L}$$

avec : T période

L longueur d'onde

h profondeur d'eau

g gravité

Le modèle étant choisi non distordu, on a : $E(L)=E(T)^2$

Connaissant à présent la relation qui lie l'échelle des temps à l'échelle des longueurs en similitude géométrique, il nous reste à choisir l'échelle du modèle telle qu'il soit possible d'une part, de reproduire des conditions de houle du bassin oléronais dans le canal à houle d'expérimentation et d'autre part, de réaliser les mesures prévues à l'aide du LASER. Les dimensions du canal sont les suivantes : 18 m de long pour 0,7 m de large et de profondeur.

La dimension contraignante du canal est la profondeur, puisqu'il s'agit de trouver l'échelle qui permette de reproduire les profondeurs d'eau et les hauteurs de vagues observées sur le site de Marennes, tout en conservant sous la plaque une hauteur suffisamment grande pour réaliser un certain nombre de points de mesures.

Nous souhaitons réaliser environ 10 mesures sur chaque verticale sous la plaque et connaissant le diamètre d'environ 5 mm des rayons du LASER, il nous fallait environ 10 cm sous la plaque. Réglementairement, les plaques doivent se situer au minimum à 50 cm du sol mais dans la nature, par suite de l'envasement, elles se trouvent souvent bien plus près du fond.

D'autre part, les échelles horizontale et verticale étant identiques, nous devons aussi nous conformer autant que possible aux dimensions réglementaires sur la longueur des tables qui doit être inférieure à 1,2 m. Et ceci, en gardant à l'esprit qu'une longueur trop faible n'autoriserait qu'un nombre limité de verticales.

Nous avons donc choisi en privilégiant l'espace de mesures par rapport aux contraintes réglementaires, une échelle 1/4 pour le modèle, les tables ayant les dimensions précisées sur la figure 4. Les cotes entre parenthèses sont les dimensions en nature.

L'épaisseur de plaque choisie correspond à peu près à l'épaisseur des bourriches, bien qu'un peu inférieure.

L'échelle des longueurs ayant été choisie égale à 1/4, l'échelle des temps est alors imposée, soit 1/2.

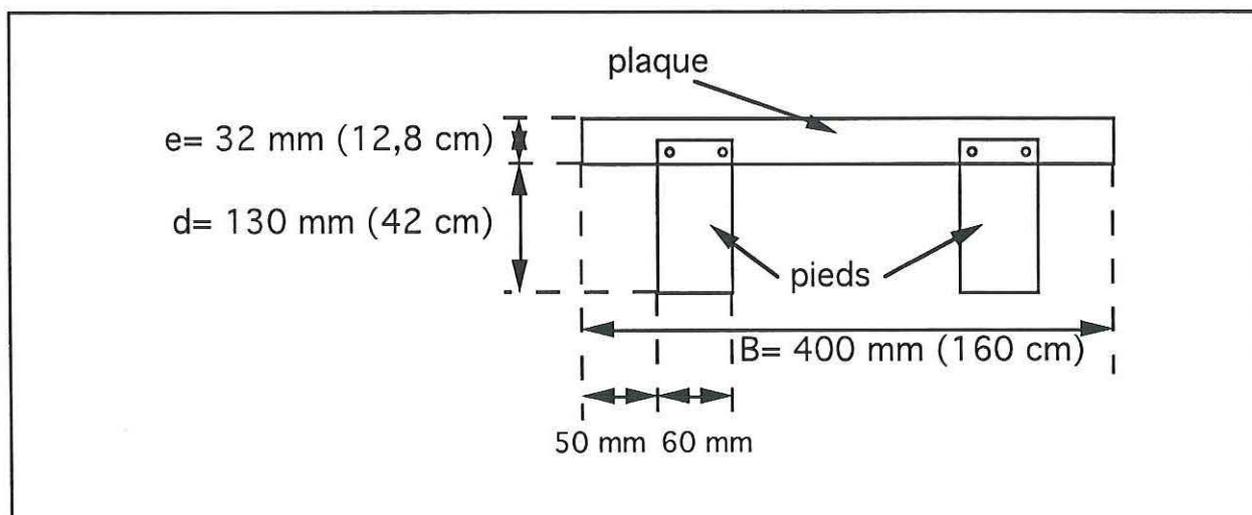


Figure 4 : Schéma de définition d'une plaque

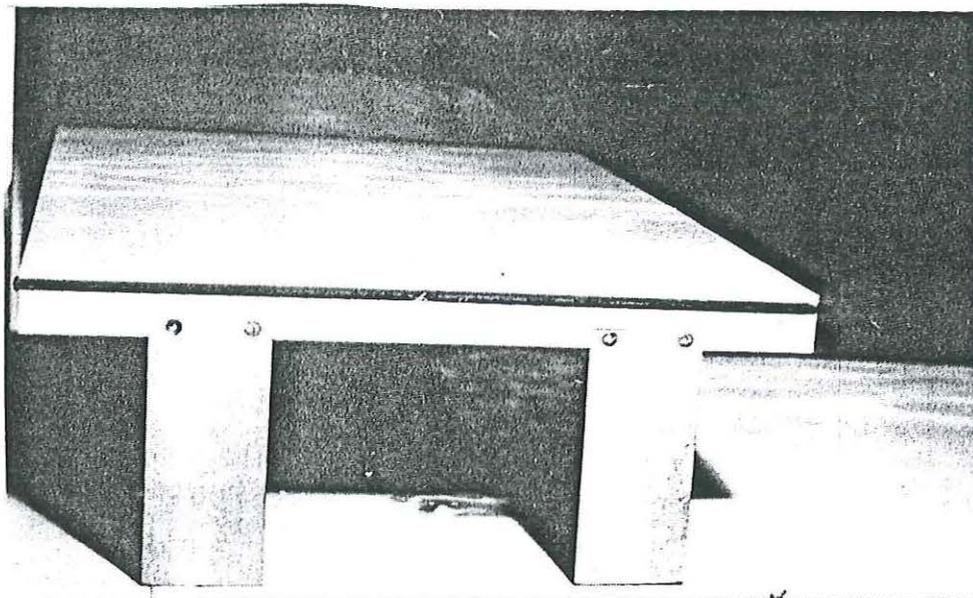


Photo 1 : Vue de coté de la plaque

3.1.2 CONDITIONS DE HOULE ENVISAGEES

Vu les dimensions du canal, on sait d'ores et déjà que la profondeur d'eau maximum que l'on pourra envisager est de 2,5 m, ce qui correspond pour les sites ostréicoles de Marennes-Oléron à la mi-marée, le marnage étant de 6 m en général dans la zone.

Le Laboratoire Hydraulique de France (LHF) a réalisé en 1990 et 1992 différentes études pour le compte de l'IFREMER visant à déterminer les différentes conditions de houle (réfraction d'une houle venant du large sur le littoral) et de clapot (mouvement généré par le vent local) dans le bassin oléronais. Nous nous sommes inspirés des résultats de ces études, pour choisir nos conditions expérimentales de houle (cf. tableau ci-dessous) avec la contrainte du matériel à notre disposition. On indique les conditions en nature et sur le modèle, ces dernières étant signalées en gras.

	Clapot COURT niveau haut	Clapot LONG niveau haut	Clapot COURT niveau bas	Clapot LONG niveau bas
profondeur d'eau h	2 m, soit 51,5 cm	2 m, soit 51,5 cm	1 m, soit 25,5 cm	1 m, soit 25,5 cm
période T	3,3 s, soit 1,65 s	5,1 s, soit 2,55 s	3,3 s, soit 1,65 s	5,1 s, soit 2,55 s
amplitude a	24 cm, soit 6 cm	22 cm, soit 5,4 cm	14 cm, soit 3,5 cm	14 cm, soit 3,5 cm
longueur d'onde L	13 m, soit 3,24 m	21 m, soit 5,9 m	9,8 m, soit 2,45 m	15,1 m, soit 3,8 m
amplitude relative a/h	0,11	0,10	0,14	0,14
paramètre de l'eau peu profonde $\lambda_0 h$	1	0,62	0,65	0,42
cambrure $a\lambda_0$	0,12	0,06	0,09	0,06

A propos des profondeurs d'eau envisagées, il s'agit en fait de profondeurs d'eau comprises entre la mi-marée (niveau : +3 mètres) et la basse mer (niveau : 0 mètres, les plaques sont découvertes). On peut aussi signaler qu'il s'agit de profondeurs intermédiaires du point de vue de la théorie des ondes (i.e. on ne peut ni faire d'approximation d'eau peu profonde ni d'eau profonde puisque le paramètre de l'eau peu profonde est proche de 1).

Par ailleurs, en comparant les différentes longueurs d'onde à la longueur du canal (18 m), on peut remarquer que dans le cas du clapot long - niveau haut, les modes évanescents risquent de ne pas être négligeables au milieu du canal, la distance d'influence pouvant être estimée à une ou deux longueurs d'onde.

Enfin, les cambrures sont assez faibles sans pour autant être infinitésimales. Il est donc possible que suivant les cas, la théorie linéaire au 1^{er} ordre soit mise en défaut.

3.2 PRATIQUE DE LA MESURE

En plus des mesures de vitesses, nous avons effectué des relevés de surface libre en 3 points à l'aide de sondes résistives afin de déterminer les amplitudes des houles incidente, réfléchiée et transmise par l'obstacle. On trouvera un exemple de relevé de surface libre en annexe 1.

Pages 25 et 26 Indisponibles (Problème d'impression)

réflexion de la plage amortisseuse ainsi que la validité de la théorie linéaire au 1^{er} ordre pour les conditions de houle choisies.

Ensuite, afin de tester la théorie linéarisée au 1^{er} ordre établie pour l'interaction de la houle avec une plaque, nous avons réalisé des mesures avec une seule plaque dans le canal pour le niveau haut. Pour le niveau bas, on observe du déferlement, ce qui exclut toute possibilité d'accord avec une théorie linéaire. C'est pourquoi nous n'avons pas poursuivi les mesures avec une seule plaque pour le niveau bas.

Enfin, sachant que sur les sites ostréicoles les tables à huîtres sont réunies en lotissements, il nous a paru intéressant de réaliser des mesures avec plusieurs plaques espacées régulièrement d'une longueur de plaque comme on l'observe sur site. Nous avons donc réalisé pour le couple clapot court - niveau haut des mesures sous la 3^{ème} plaque d'un ensemble de 4, puis 5 plaques afin de tester l'influence du nombre de plaques. Puis, nous nous sommes limités à des mesures sous la 3^{ème} plaque d'un ensemble de 5 plaques pour les autres conditions expérimentales.

Résumé :	niveau haut	niveau bas
Clapot COURT	<i>sans plaque</i> <i>1 plaque</i> <i>4 plaques</i> <i>5 plaques</i>	sans plaque 5 plaques
Clapot LONG	sans plaque 1 plaque 5 plaques	sans plaque 5 plaques

Nota : pour les cas indiqués en italique, on ne dispose que de la vitesse horizontale

3.2.5 CHOIX DES POINTS DE MESURE

Nous pensions a priori réaliser 3 verticales sous la plaque, une au milieu et les deux autres à l'aplomb des extrémités amont et aval de la plaque. Il s'est rapidement avéré qu'aux extrémités de la plaque, les mesures étaient instables et plus précisément, non répétitives même pour des temps assez longs, contrairement aux mesures réalisées en milieu de plaque.

On explique cette instabilité par l'existence de zones tourbillonnaires mentionnées dans les études pour le cas d'une plaque immergée proche de la surface. Par conséquent, nous avons décalé les 2 verticales, prévues à l'aplomb des bords, de 3 cm vers l'intérieur de la plaque. Cela devrait nous permettre de comparer la solution analytique aux mesures de façon plus probante dans le cas 1 plaque.

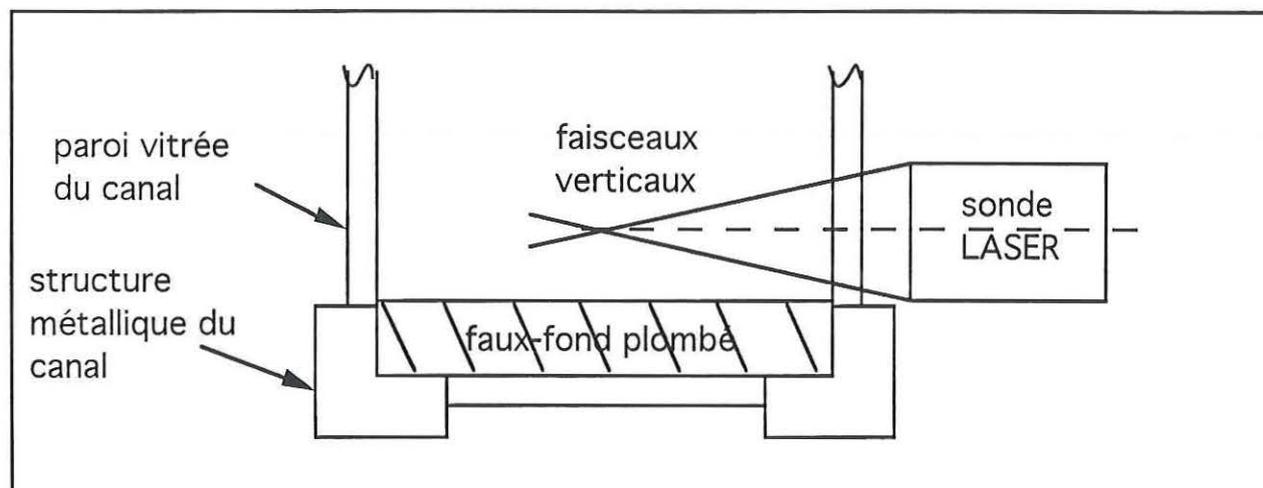


Figure 6 : Schéma en coupe du canal

Malgré cela, l'écartement des faisceaux étant de 50 mm à la sortie de la sonde, il n'était possible de mesurer la vitesse verticale que sur une zone restreinte au centre de la verticale, soit entre les ordonnées + 3 cm et + 10 cm à partir du faux-fond.

Enfin, la zone de mesure (croisement des faisceaux) est située au centre du canal de façon à s'affranchir d'éventuels effets de bord sur les parois latérales du canal, même si la houle ne présente pas d'aspects tridimensionnels d'après la forme de la surface libre.

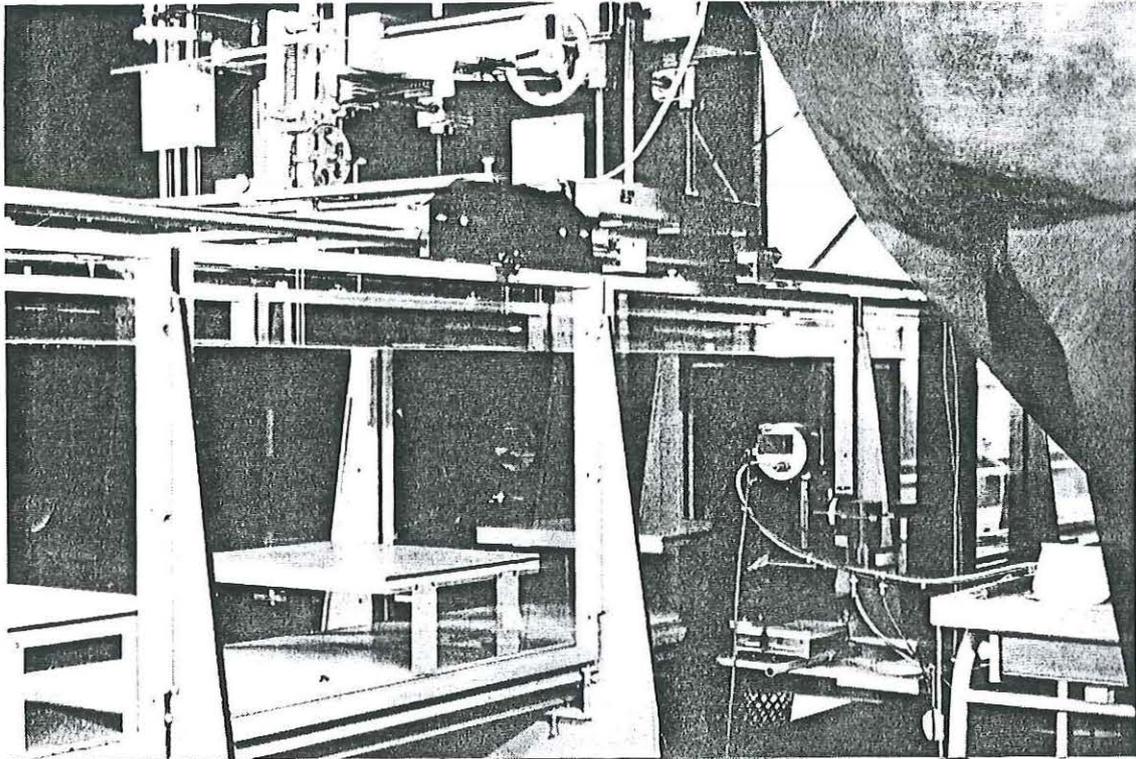


Photo 2 : Vue du banc de mesure et de la configuration des 4 plaques dans le canal

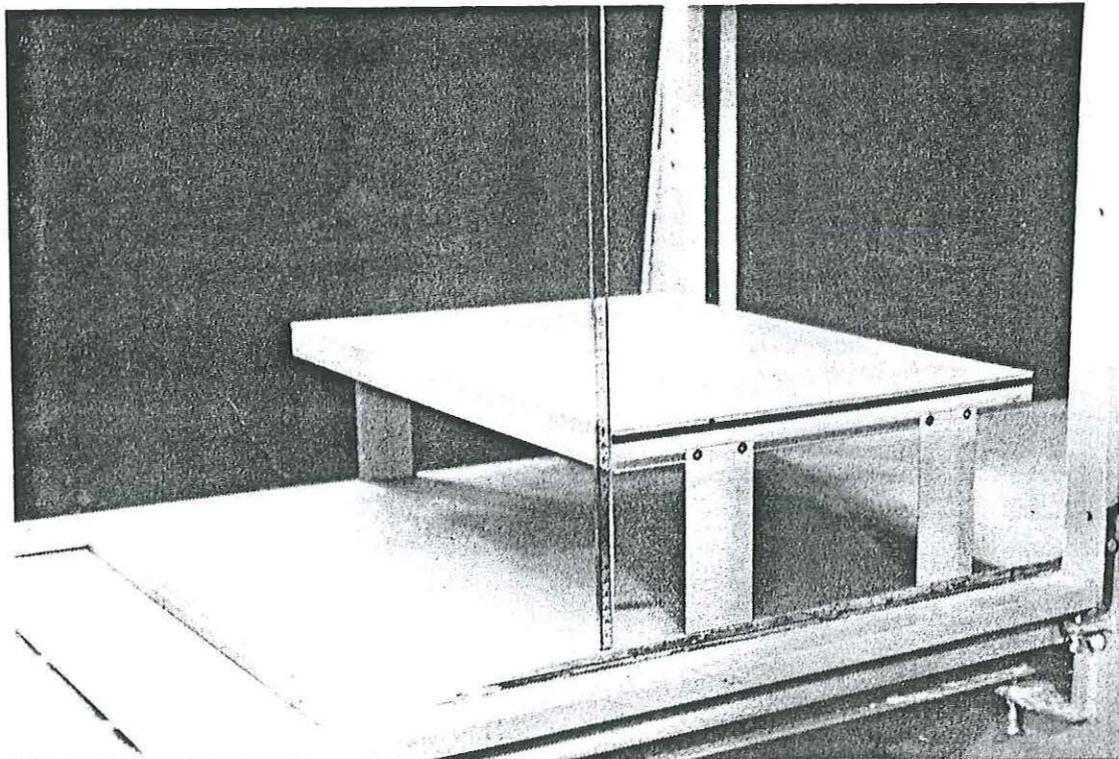


Photo 3 : Vue rapprochée de la 1^{ère} plaque à l'amont et du faux fond

4. MESURES PRELIMINAIRES SANS PLAQUE DANS LE CANAL

4.1 CONFRONTATION DES MESURES A LA THEORIE LINEARISEE

Sur les figures 7 et 8, on représente dans le cas du clapot long - niveau haut, la distribution suivant la verticale (entre le faux fond et le niveau des creux) des vitesses orbitales horizontale et verticale obtenues par les mesures et par la théorie linéarisée, cette dernière en ne considérant qu'une houle progressive, incidente, dont l'amplitude est fournie par des mesures de surface libre en trois points. La méthode de détermination des amplitudes des houles incidente et réfléchie à partir des relevés de surface libre en 3 points est fournie en annexe 2.

Sur cet exemple, il est clair que l'on ne peut pas se contenter d'une houle progressive incidente pour caractériser les vitesses dans le canal. Cependant, les profils suivant la verticale montrent un assez bon accord avec des fonctions de la profondeur en cosinus et sinus hyperboliques pour les vitesses horizontales et verticales respectivement.

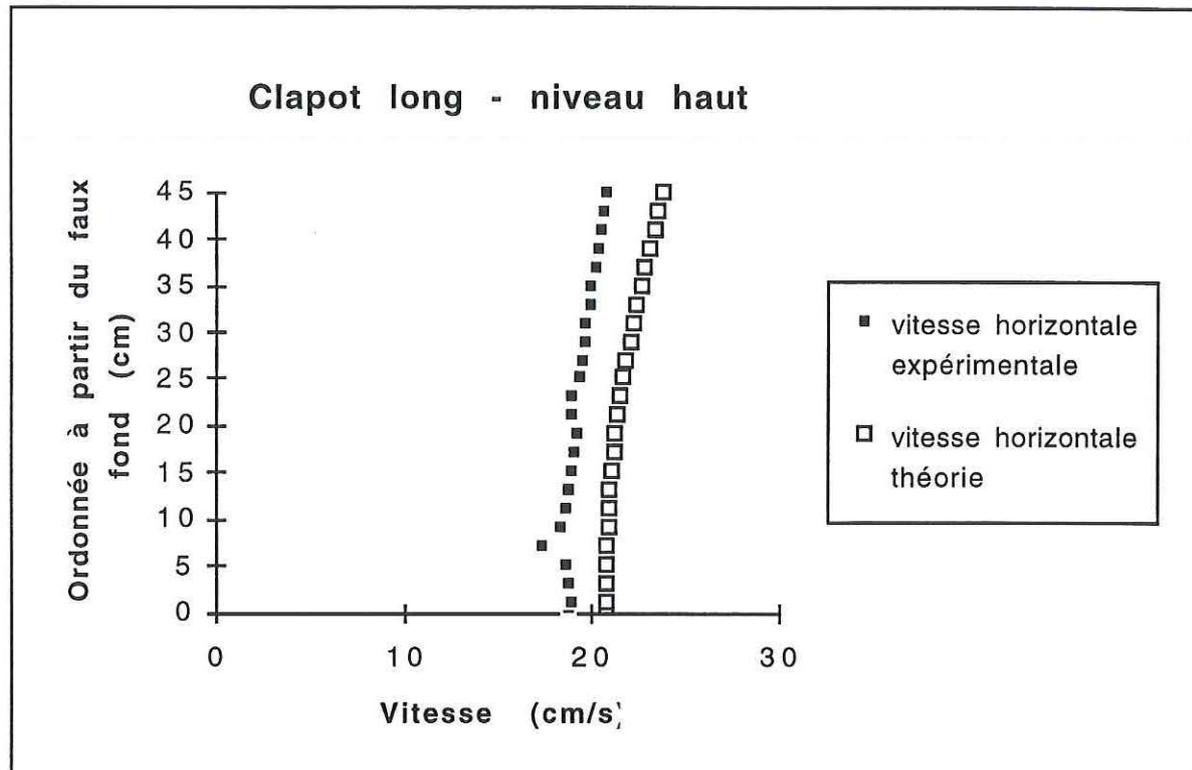


Figure 7 : Exemple de profil de vitesses orbitales horizontales sans plaque dans le canal

Cela suggère qu'il suffirait d'ajouter une houle progressive réfléchie par la plage amortisseuse pour décrire les vitesses par la théorie linéaire au 1^{er} ordre. Ce premier résultat, s'il est confirmé, indiquerait que les mesures ont été réalisées à une distance suffisante des extrémités telle que les modes évanescents soient négligeables. En fait, cette distance à partir de laquelle l'influence des modes évanescents devient faible est fonction, comme on l'a déjà dit, de la longueur d'onde, qui est assez grande dans ce cas. Mais il est aussi possible que suivant les cas, l'amplitude des perturbations évanescents soient faibles, si l'amplitude de la houle est faible, ce qui expliquerait que pour ce cas, les mesures semblent en accord avec la théorie linéaire au 1^{er} ordre.

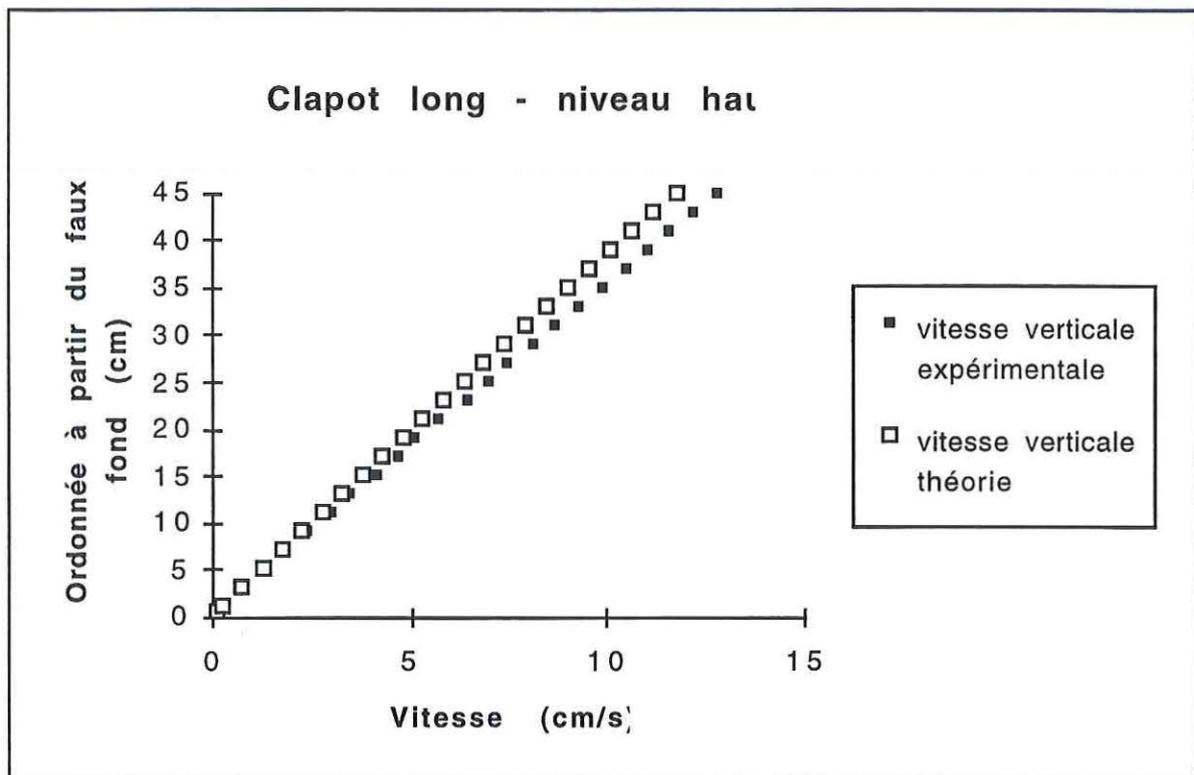


Figure 8 : Exemple de profil de vitesses orbitales verticales sans plaque dans le canal

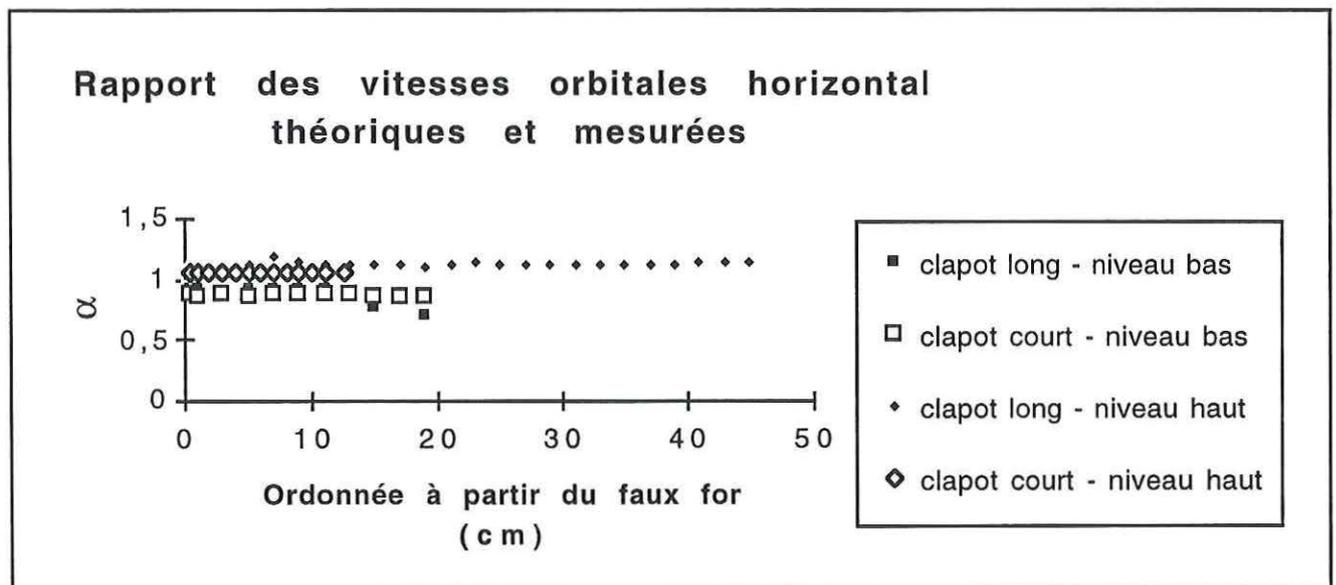


Figure 9 : Comparaison des vitesses orbitales horizontales théoriques et mesurées

Sur les figures 9 et 10, on a représenté les valeurs du rapport des vitesses calculées par la théorie linéarisée au 1^{er} ordre pour une houle progressive incidente seule à celles mesurées le long de la verticale. Lorsque ce rapport n'est pas constant le long de la verticale, il est clair que la partie progressive de la théorie linéarisée au 1^{er} ordre ne suffit pas. Ceci peut être dû à deux causes très différentes : ou bien les modes évanescents ont une importance, ou bien c'est la théorie linéarisée qui n'est plus valide.

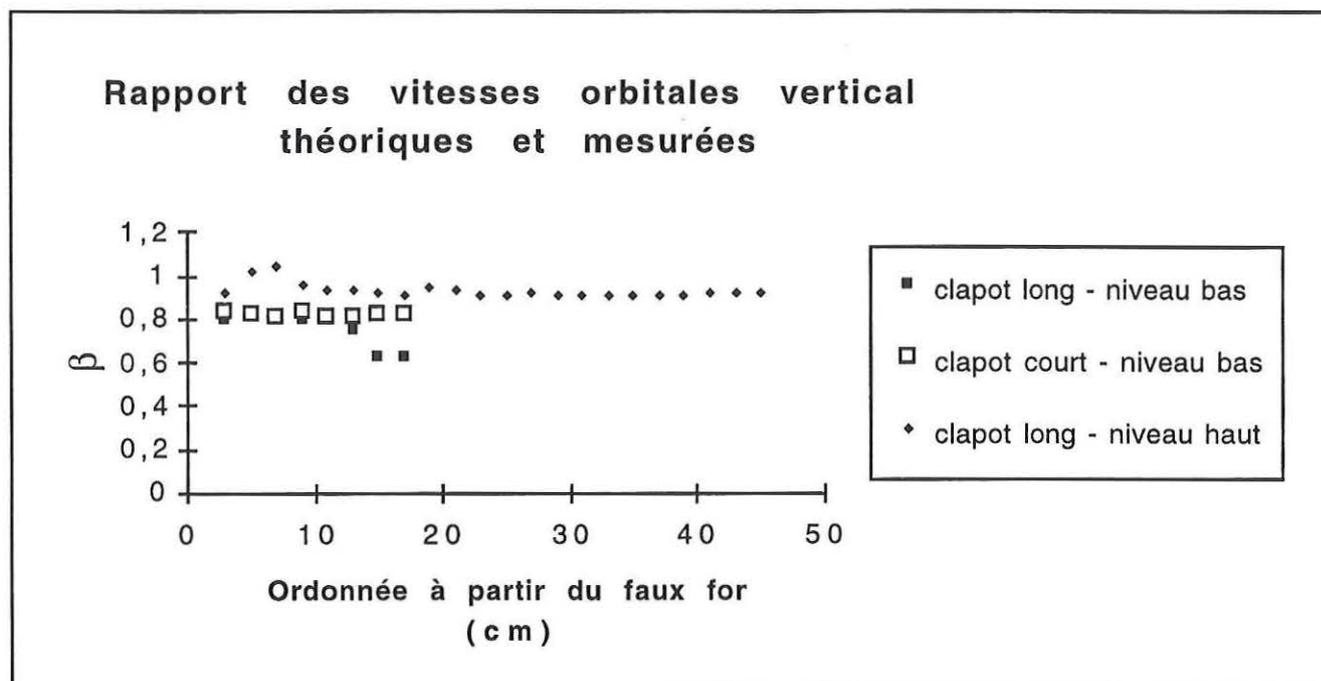


Figure 10 : Comparaison des vitesses orbitales verticales théoriques et mesurées

A première vue, il semble que l'on obtient bien des rapports quasi constants le long de la verticale, excepté pour le cas du clapot long - niveau bas. Pour ce cas, vu que l'amplitude du 1^{er} harmonique vaut environ la moitié de la vitesse orbitale, on pense que c'est bien plus l'hypothèse linéaire que les modes évanescents qui sont à mettre en cause. En fait, pour les deux cas de clapots niveau bas, on peut mettre en doute l'hypothèse linéaire. En effet, dans le cas du clapot court - niveau bas, l'amplitude du 1^{er} harmonique vaut un quart de l'amplitude du fondamental alors que pour les cas à niveau haut, il y a toujours au moins un ordre de grandeur de différence entre ces amplitudes. Par conséquent, on admet que l'hypothèse linéaire n'est valable que pour les niveaux hauts, même si pour le clapot court - niveau bas, les rapports présentés semblent quasi constants le long de la verticale.

On note α le rapport des vitesses horizontales et β celui des vitesses verticales. Ceux-ci permettent de caractériser la réflexion de la plage par la relation suivante qui lie le coefficient de réflexion C_r (rapport de l'amplitude de l'onde réfléchie à celle de l'onde incidente) à α et β lorsque le potentiel peut être décrit par deux houles progressives incidente et réfléchie (cf. calcul en annexe 3) :

$$C_r = \sqrt{\frac{1}{2\alpha^2} + \frac{1}{2\beta^2} - 1}$$

On remarquera que les rapports α et β dépendent de l'abscisse où les mesures sont réalisées, mais permettent de déterminer C_R , indépendant de cette abscisse.

On peut donc comparer le coefficient de réflexion obtenu par ce calcul basé sur les mesures au LASER et le coefficient de réflexion directement donné par les mesures de surface libre en 3 points à l'aide d'une sonde résistive.

	Clapot long niveau haut
C_R (sonde résistive)	0,14
C_R (LASER)	0,17

Bilan :

La théorie linéaire au 1^{er} ordre ne suffit pas pour décrire nos mesures expérimentales à niveau bas. Par contre, pour les cas à niveau haut, il semble que la théorie linéaire au 1^{er} ordre décrive bien la vitesse orbitale si l'on tient compte de la réflexion. En effet, la réflexion sur la plage amortisseuse n'est pas négligeable, le coefficient de réflexion vaut en général environ 10 %, d'après les mesures de surface libre. Enfin, on vérifie la cohérence des mesures à l'aide du LASER et de la sonde résistive puisque dans le cas du clapot long - niveau haut, les coefficients de réflexion calculés de deux façons sont presque égaux.

4.2 EXISTENCE D'UNE CIRCULATION DANS LE CANAL

Il est clair, d'après la figure 11, que les vitesses horizontales moyennes eulériennes mesurées ne sont pas nulles, contrairement à ce que prévoit la théorie linéaire au 1^{er} ordre. Remarquons cependant que la vitesse moyenne verticale est nulle.

En fait, on sait qu'en développant la théorie linéaire aux ordres supérieurs, on montre l'existence d'un courant moyen (courant de Stokes, Longuet-Higgins). Mais leurs théories reposent sur la vitesse lagrangienne et donc ils ne définissent la vitesse moyenne que jusqu'au niveau du repos. Pour des approches théoriques eulériennes, le résultat est encore plus navrant car entre les niveaux des creux et des crêtes, la vitesse eulérienne n'est pas définie. En effet, cette zone n'est pas toujours immergée.

De même, avec le LASER, on mesure la vitesse eulérienne sans problème jusqu'au niveau des creux des vagues. C'est d'ailleurs ce que l'on a fait dans 3 des 4 cas. Dans le dernier cas, clapot court - niveau haut, on s'est contenté de mesures dans les 13 cm proches du fond afin de se constituer un état de base pour les mesures avec plaques, notre but n'étant pas d'étudier la houle sans plaque dans le canal.

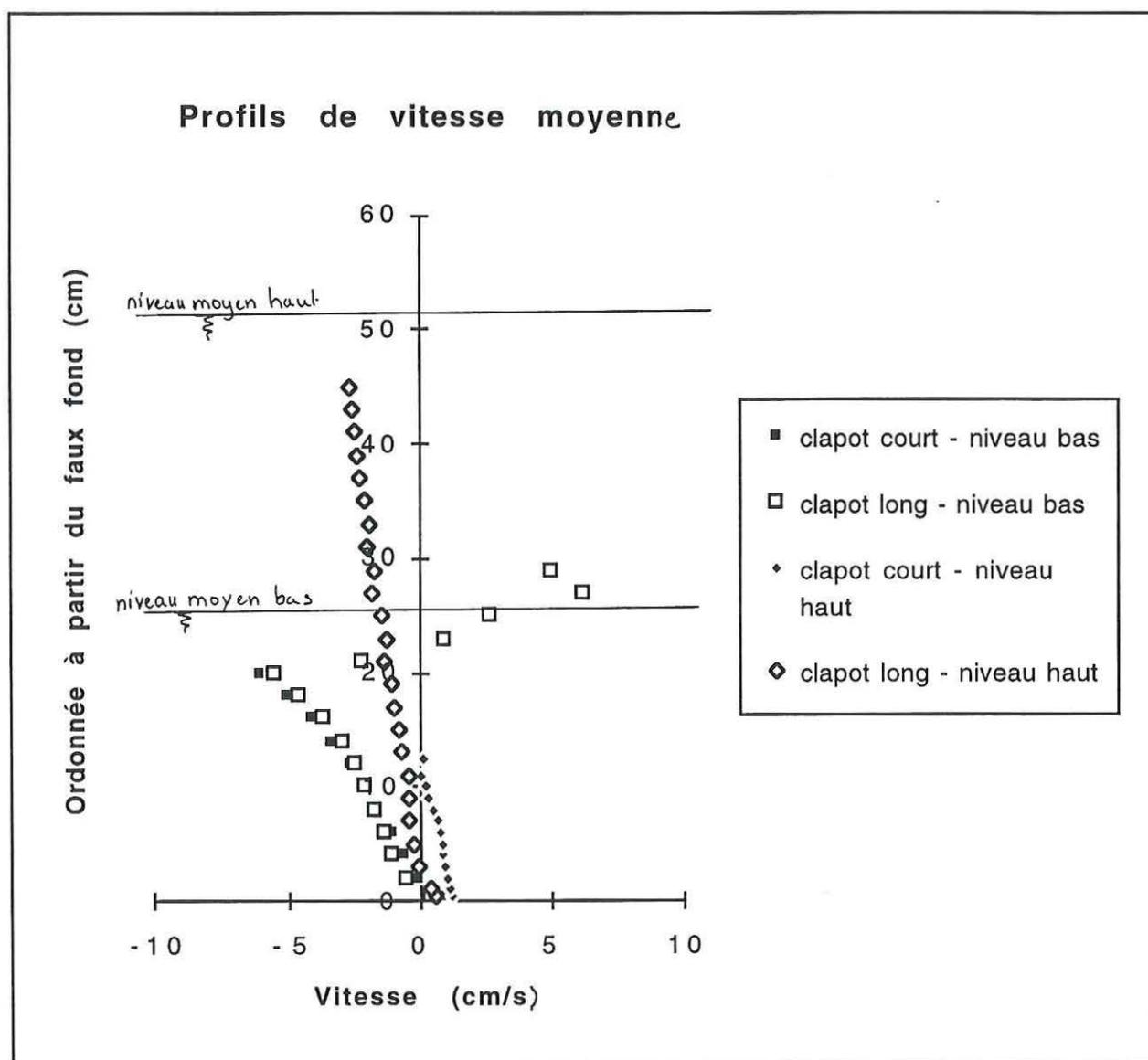


Figure 11 : Mesures de vitesses moyennes sans plaque dans le canal

Cependant, les vitesses moyennes mesurées nous ont intrigués. En effet, il est clair sur les profils de la figure 11, que le débit moyen que l'on peut calculer entre le fond et le niveau des creux n'est ni nul ni négligeable. Pourquoi ? Les mesures seraient-elles biaisées ? Que se passe-t'il entre les creux et les crêtes ?

Bilan de matière du fond au niveau des creux	Clapot long niveau haut	Clapot long niveau bas	Clapot court niveau bas
Débit moyen (cm ² /s/m de largeur du canal)	- 59	- 52	- 49

Il semble évident qu'entre le niveau des creux et des crêtes il existe un courant moyen, mais permet-il de rééquilibrer le déficit de débit moyen calculé en intégrant les vitesses horizontales moyennes du fond au niveau des creux et surtout peut-on le mesurer ?

Par un raisonnement simple, on montre qu'il est possible à partir des mesures LASER de compléter le profil de vitesses moyennes jusqu'au niveau des crêtes.

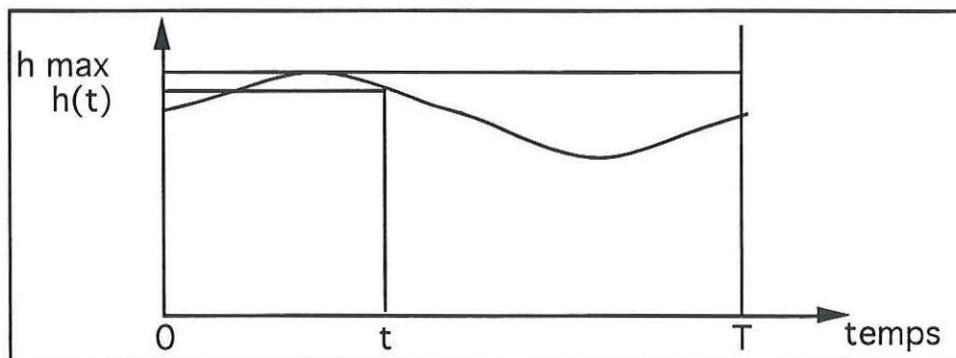


Figure 12 : Évolution de la hauteur d'eau au cours d'une période

Soit $D(t)$ le débit instantané et D le débit moyen sur une période T le long de la colonne d'eau, à une abscisse fixée x ; $h(t)$ est le niveau de la surface libre par rapport au fond à chaque instant ; $u(y,t)$ la vitesse horizontale à l'instant t et au niveau y compté à partir du fond.

$$D(t) = \int_0^{h(t)} u(y,t) dy \qquad D = \frac{1}{T} \int_0^T D(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^{h(t)} u(y,t) dy dt$$

Pour faire le lien avec nos mesures, il nous faut inverser l'ordre d'intégration dans le calcul du débit moyen puisque nous disposons de la vitesse moyenne à chaque ordonnée y . Ainsi, il est nécessaire de remplacer la borne $h(t)$ par une borne indépendante du temps. C'est ce que l'on fait en intégrant jusqu'au niveau des crêtes, soit h_{\max} , après avoir complété le profil de vitesses de $h(t)$ à h_{\max} par des vitesses nulles. On peut écrire alors :

$$D = \frac{1}{T} \int_0^{h_{\max}} \int_0^T u(y,t) dt dy \qquad \text{avec :} \quad u(y,t) = \begin{cases} u(y,t) & \text{si } y < h(t) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Ainsi, pour calculer le débit moyen à un x fixé à partir de nos mesures de vitesses moyennes, il suffit de réaliser des enregistrements dans la zone entre creux et crêtes, en veillant bien à ce que sur les enregistrements, lorsque les faisceaux LASER sont hors de l'eau, la vitesse soit nulle. Ces enregistrements imposent un traitement supplémentaire qui consiste à ramener arbitrairement la vitesse à 0 dans les parties où les faisceaux ne sont pas immergés. C'est pourquoi on a limité la vérification du débit moyen nul à un seul cas de houle sans plaque, le clapot long - niveau bas. On trouvera en annexe un exemple d'enregistrement avant et après ce traitement pour une mesure dans la zone de fluctuation.

On ne mesure plus alors qu'un débit moyen de $-20 \text{ cm}^2/\text{s}$ au lieu de $-52 \text{ cm}^2/\text{s}$, ce qui peut s'expliquer d'une part, par les incertitudes de mesures dans la masse (estimées à $\pm 0,5 \text{ cm/s}$) et d'autre part, par la coupure d'une partie des vitesses positives dans la zone entre creux et crête, que l'on observe sur certains enregistrements.

Bilan :

Il existe dans le canal une circulation moyenne, plus accentuée pour les cas de clapots à niveau bas qu'à niveau haut, que l'on schématise sur la figure 13 :

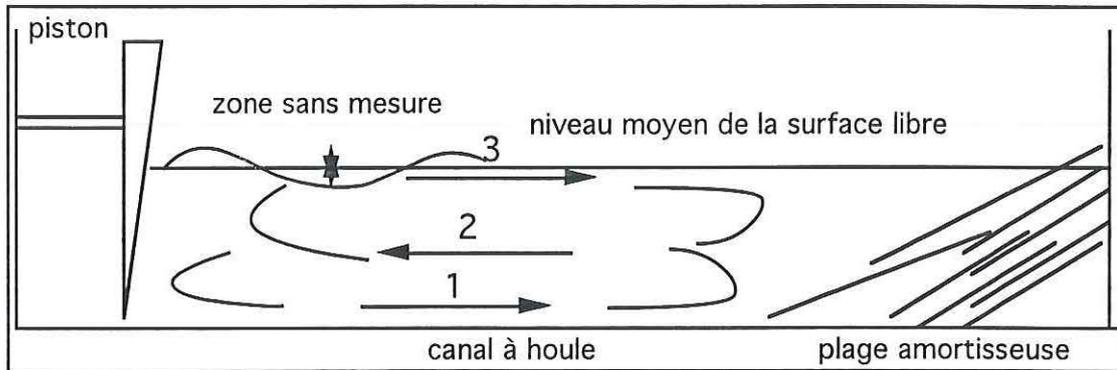


Figure 13 : Circulation globale dans le canal

Par ailleurs, on a pu vérifier sur le cas du clapot long - niveau bas la fiabilité des mesures à l'aide du LASER puisque le débit moyen mesuré sur la verticale est presque nul, à l'incertitude de mesure estimée à $\pm 0,5$ cm/s sur les vitesses moyennes près.

5. CAS D'UNE PLAQUE SEULE DANS LE CANAL

Rappelons qu'il ne sera question dans ce paragraphe que des expériences réalisées à niveau haut. Pour le niveau bas, on observe du déferlement au-dessus de la plaque.

5.1 COMPARAISON AVEC LA THEORIE LINEAIRE

Avant d'appliquer le calcul présenté au paragraphe 2 à nos cas expérimentaux, nous avons testé notre programme MATLAB sur des exemples fournis dans la bibliographie, le point de comparaison étant le coefficient de réflexion. Nos résultats sont en accord avec ceux de MOLIN et BETOUS pour le cas d'une plaque infiniment mince et avec ceux de LIU pour des plaques ayant une épaisseur. Très vite, on s'est rendu compte qu'il n'était pas nécessaire de prendre en compte un nombre important de modes évanescents, nous avons donc tronqué les séries à 20 modes évanescents. Sur les figures 14, 15 et 16, on compare les profils de vitesses orbitales calculées à l'aide de la théorie linéaire et celles mesurées. Les vitesses orbitales sont représentées en prenant pour origine le point où elles ont été mesurées ou calculées.

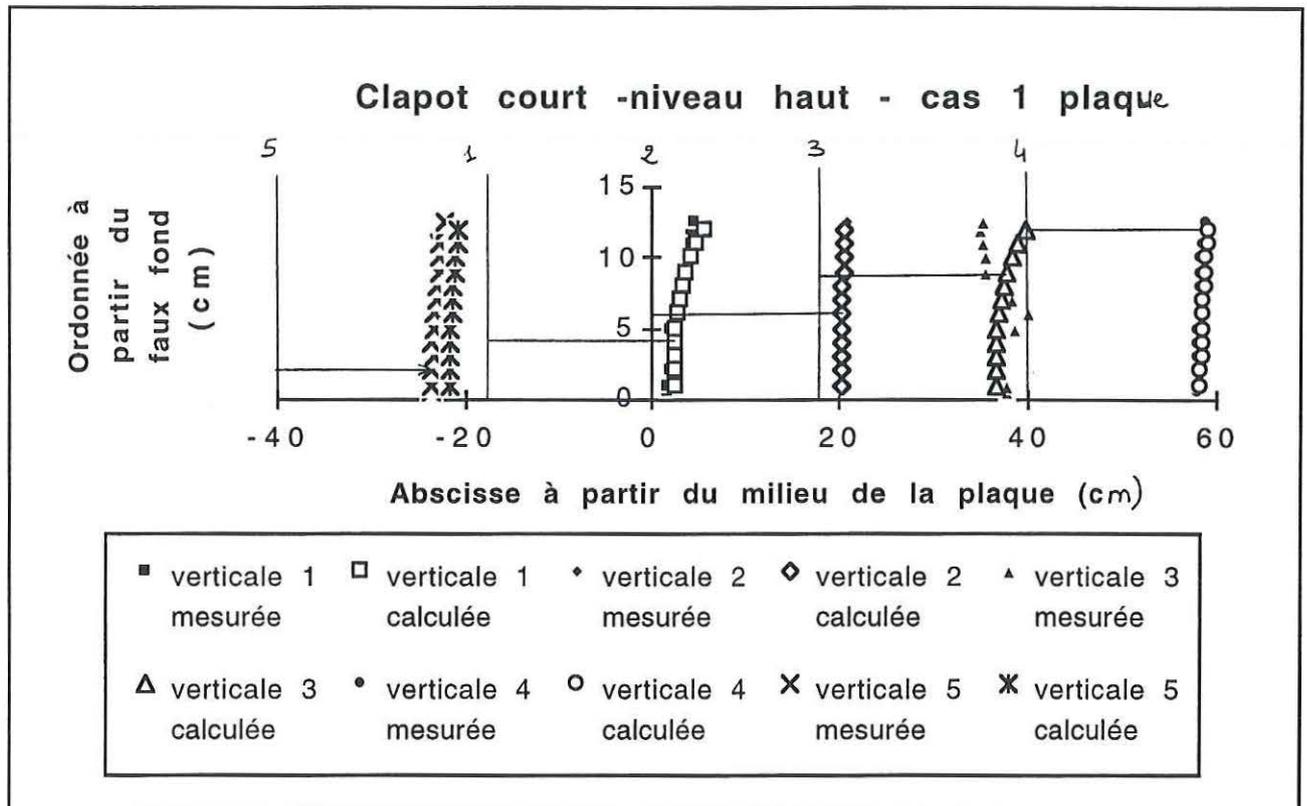


Figure 14 : Représentation des vitesses orbitales horizontales calculées et mesurées sur chaque verticale dans le cas du clapot court - niveau haut

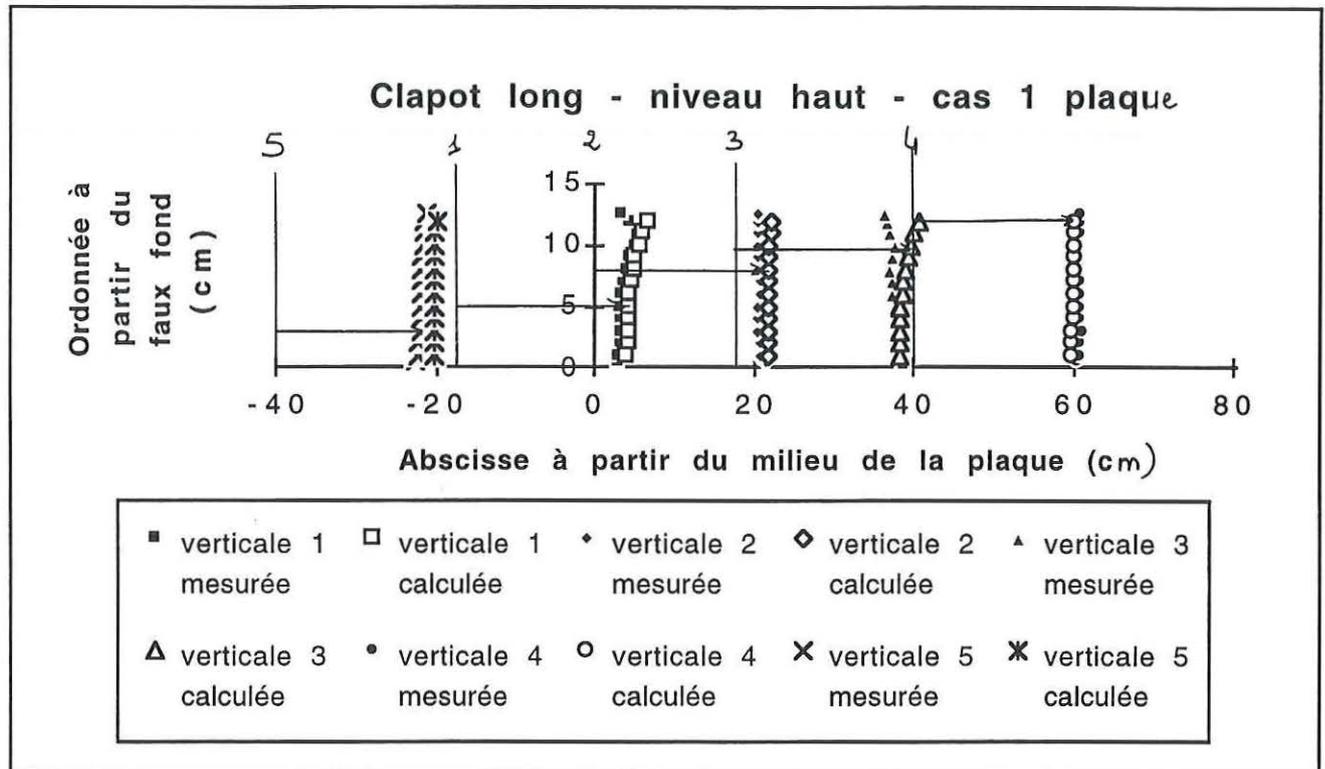


Figure 15 : Représentation des vitesses orbitales horizontales calculées et mesurées sur chaque verticale dans le cas du clapot long - niveau haut

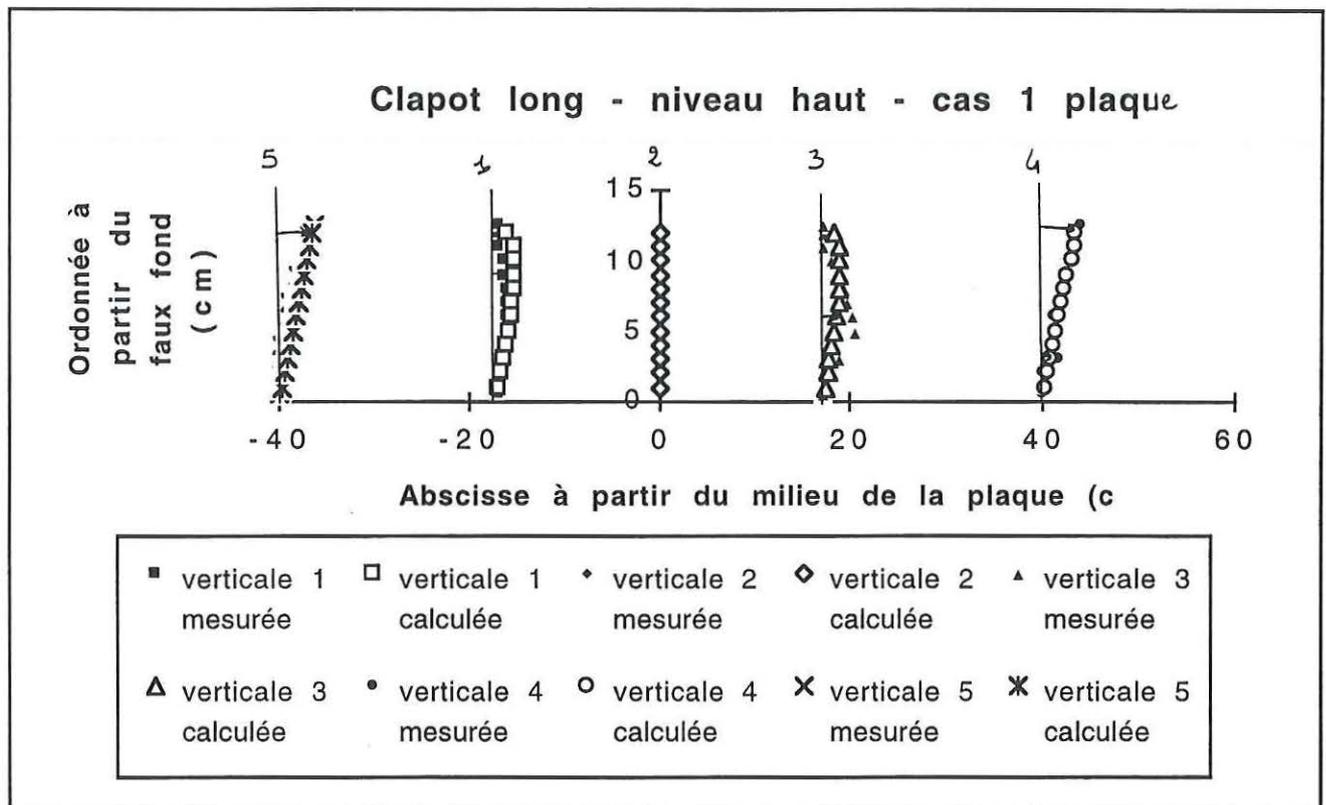


Figure 16 : Représentation des vitesses orbitales verticales calculées et mesurées sur chaque verticale dans le cas du clapot long - niveau haut

Tout d'abord, remarquons que les ordres de grandeur sont identiques entre les valeurs mesurées et calculées, ce qui est déjà rassurant. Ensuite, sur les verticales (1, 2 et 4), l'adéquation est particulièrement bonne pour les 2 cas de clapot. Par contre, sur les verticales 3 et 5, les écarts sont plus importants.

Sur la verticale 5 (amont), les vitesses sont systématiquement surestimées par le calcul. Cependant, ces écarts restent dans l'incertitude de mesure estimée à ± 2 cm/s sur les vitesses orbitales.

Sur la verticale 3, par contre, c'est la distribution suivant la verticale qui varie et dans une proportion telle qu'on ne puisse se contenter d'attribuer ces écarts aux incertitudes de mesure. On a déjà été alerté sur l'existence de zones tourbillonnaires à l'amont et à l'aval, que ce soit dans la bibliographie ou par l'instabilité de nos mesures. On verra au paragraphe suivant, qu'il existe une recirculation en moyenne à l'endroit de la verticale 3 dont on peut supposer qu'elle interagit avec la houle.

Par ailleurs, on a pu calculer dans le cas du clapot long, à l'aide des relevés de surface libre en 3 points à l'amont entre le batteur et la plaque et à l'aval entre la plaque et la plage amortisseuse, le coefficient de réflexion de la plaque, ceci en séparant la réflexion de la plage de celle due à l'obstacle proprement dit. On le compare à celui fournit par le calcul :

	Clapot court - niveau haut	Clapot long - niveau haut
C_R (sonde résistive)	non mesuré	2,06 %
C_R (théorie linéaire)	0	0,93 %

On observe d'une part, que les coefficients de réflexion sont très faibles et d'autre part, qu'il y a un assez bon accord entre les mesures et le calcul sur ce point de comparaison.

Pour conclure, on peut donc considérer que la théorie linéaire décrit assez bien les vitesses orbitales hors et sous la plaque. On peut aussi signaler à titre anecdotique que l'on n'observe pas le phénomène du mur d'eau oscillant sous la plaque, puisque les profils de vitesses orbitales ne sont pas les mêmes sur les verticales 1, 2 et 3.

5.2 MODIFICATION DU COURANT MOYEN SOUS LA PLAQUE

Sur les figures 17 et 18, on représente les vitesses moyennes mesurées pour une plaque seule dans le canal dans les deux cas de clapot. Il s'agit pour le cas du clapot court uniquement de la vitesse horizontale alors que pour le cas du clapot long, on a reconstitué la vitesse moyenne à partir de ses deux composantes. Les vecteurs vitesses sont représentés en prenant pour origine le point de l'espace où a été réalisée la mesure. Sur ces figures, on voit donc comment, en moyenne, sont déformées après 1 s les verticales de mesure.

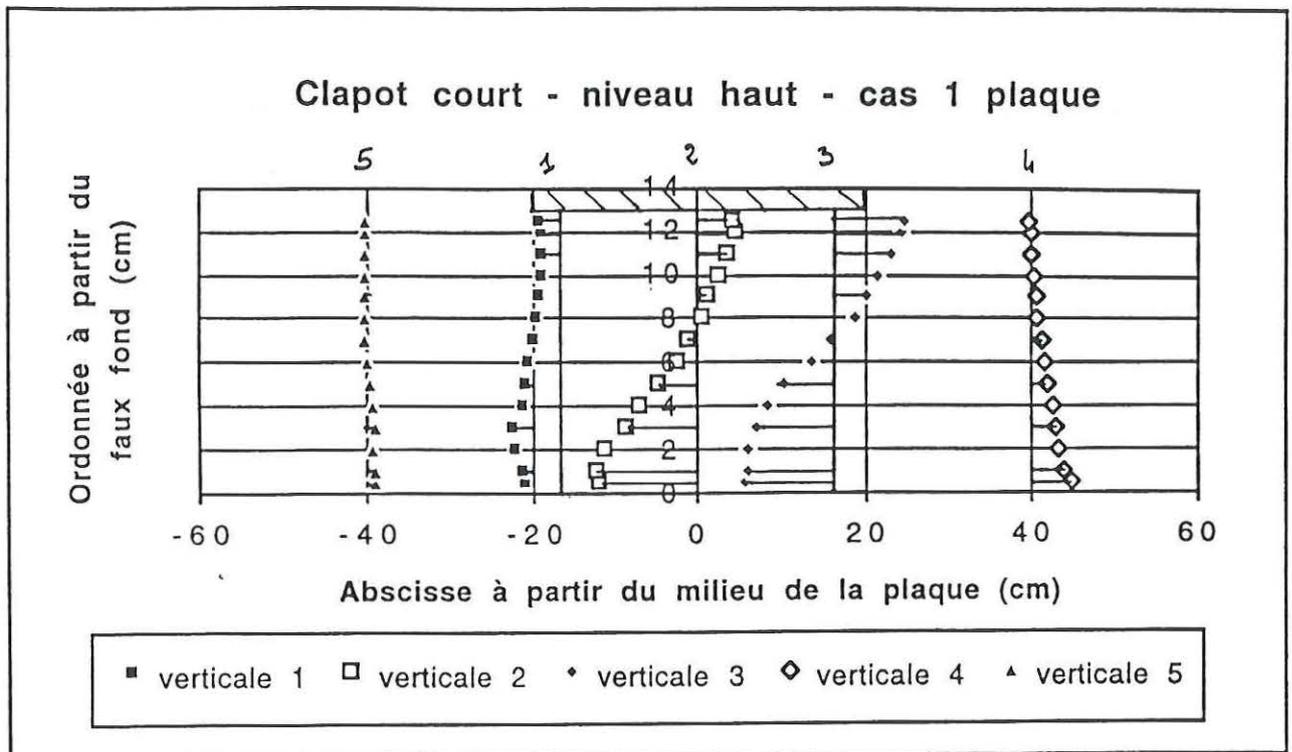


Figure 17 : Représentation des vitesses moyennes horizontales sur chaque verticale

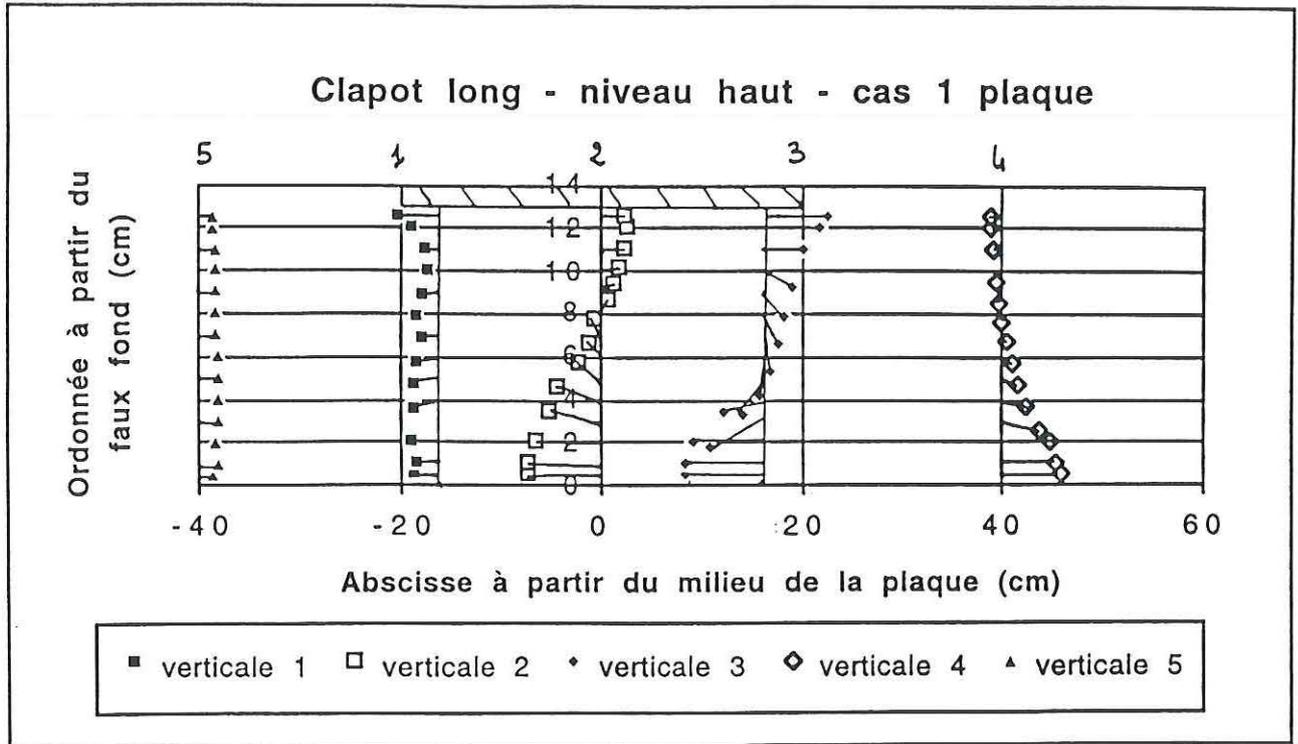


Figure 18 : Représentation des vecteurs vitesses moyennes sur chaque verticale de mesure

Bilan de matière à partir des mesures le long des 5 verticales hors et sous la plaque :

Débit moyen (cm ² /s/m de largeur du canal)	verticale	verticale	verticale	verticale	verticale
	1	2	3	4	5
Clapot court niveau haut	-44,2	-37,2	-42,6	18,4	0,1
Clapot long niveau haut	-16,2	-19,2	-20,6	16,9	19,2

Tout d'abord, notons que les débits moyens obtenus par l'intégration des vitesses horizontales moyennes mesurées le long des 13 cm sous la plaque par la méthode des trapèzes peuvent être considérés comme identiques, si l'on tient compte de l'incertitude de mesure. Ceci est rassurant quant à la fiabilité des mesures.

Ensuite, la circulation moyenne que l'on observe dans le canal sans plaque se retrouve loin des plaques. En revanche, sous la plaque, le courant est très différent, pouvant atteindre 10 cm/s par endroit, soit 5 fois plus important qu'au même endroit en l'absence de plaque.

Par ailleurs, le calcul des débits moyens sur les 13 cm proches du fond montre clairement un cloisonnement du courant moyen à l'amont et à l'aval. En effet, sous la plaque, l'écoulement moyen s'inverse par rapport au sens de propagation de la houle et aux courants existant à l'amont et à l'aval (verticales 4 et 5). De plus, l'importance de l'inversion (l'écart est d'environ $40 \text{ cm}^2/\text{s}$) implique l'existence de jets non négligeables entre les verticales 3 et 4 d'une part, et 1 et 5 d'autre part. Ceci explique que les mesures soient instables à l'aplomb immédiat des bords de la plaque. En réalité, ce résultat n'est pas surprenant si on se rappelle que dans la bibliographie, l'existence de ces jets est signalée pour des plaques immergées proches de la surface.

Enfin, il est intéressant de remarquer que la circulation moyenne pour les deux cas de clapots (court et long) sous une plaque seule dans le canal a la même allure, que l'on représente schématiquement sur la figure 19.

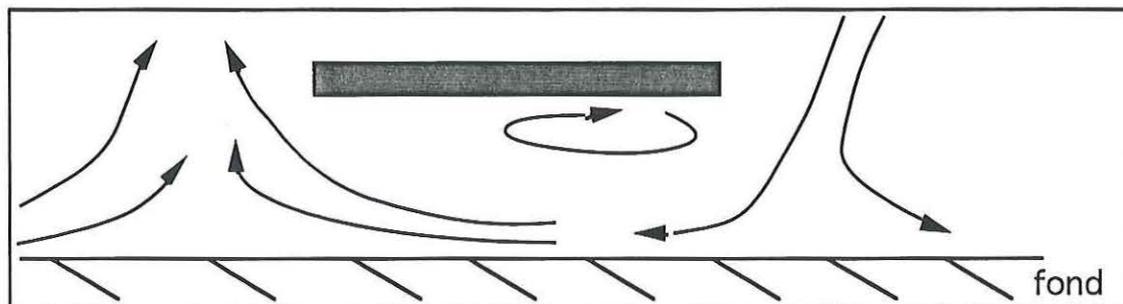


Figure 19 : Circulation moyenne schématique sous une plaque seule dans le canal pour les deux cas de clapot expérimentés

Comme on le voit sur cette figure, il existe un courant sur le fond assez intense, ce qui paraît incompatible avec un dépôt dans les 2 conditions de clapot, court et long.

6. ENSEMBLE DE PLUSIEURS PLAQUES

On ne présente dans cette partie que les résultats concernant les vitesses moyennes car les vitesses orbitales mesurées ne présentent pas de particularité flagrante par rapport au cas 1 plaque. En effet, elles sont globalement du même ordre de grandeur, soit 20 cm/s. Nous n'avons, par ailleurs, pas cherché à les comparer à une théorie car à notre avis, elles n'ont pas a priori le rôle principal. On s'attardera davantage sur leur rôle au paragraphe 7 puisqu'elles interviennent dans le bilan de quantité de mouvement.

6.1 NIVEAU HAUT

6.1.1 CLAPOT COURT

Dans le cas du clapot court - niveau haut, nous avons expérimenté deux configurations avec plusieurs plaques. Tout d'abord, on a réalisé une série de mesures sous la 3^{ème} plaque d'un ensemble de 4 plaques, puis nous avons rajouté une 5^{ème} plaque et recommencé la série de mesures. Comme au paragraphe précédent, les figures 20 et 21 présentent les mesures de vitesses moyennes reconstituées à partir de leurs deux composantes dans le cas 5 plaques et le long de la verticale 2bis dans le cas 4 plaques. En effet, sur les autres verticales du cas 4 plaques, nous n'avons pas pu mesurer les vitesses verticales à cause d'une panne. Les vecteurs vitesses sont comme précédemment représentés à partir du point où ils ont été mesurés.

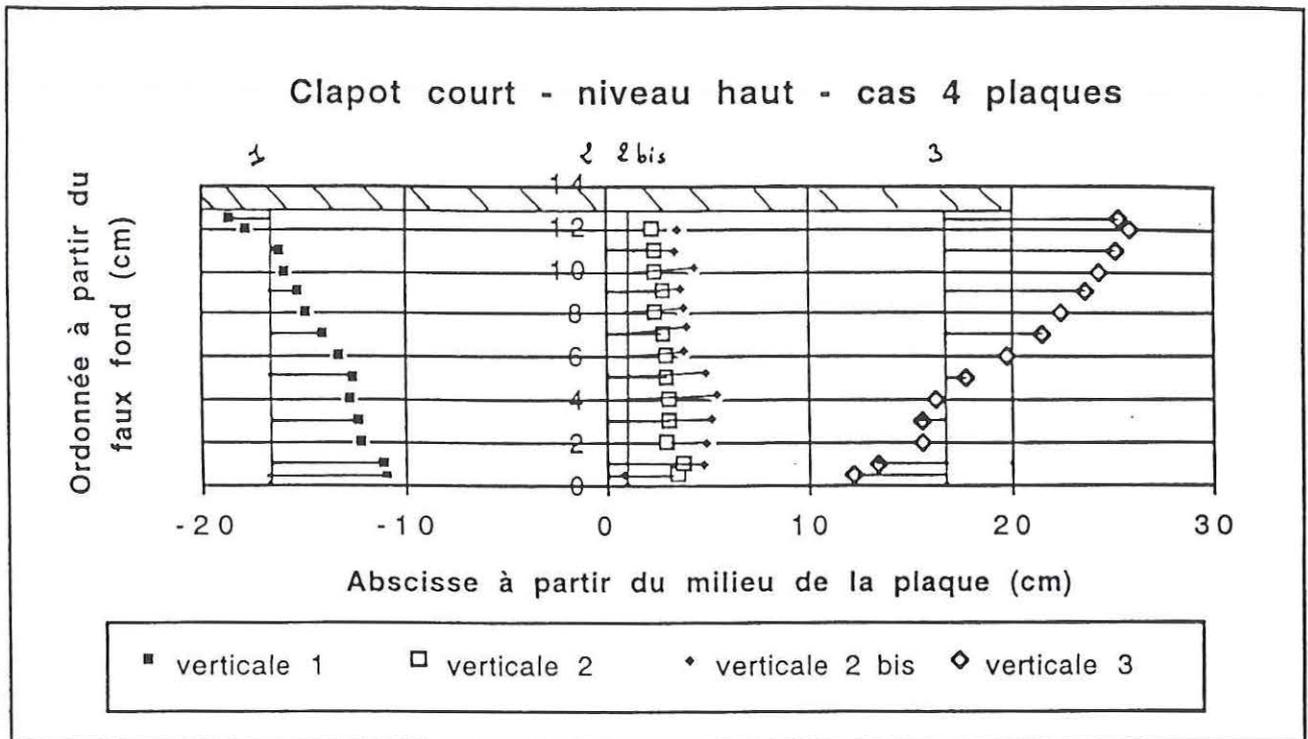


Figure 20 : Représentation des vitesses moyennes horizontales sur chaque verticale

Sur les figures 20 et 21, force est de constater que les profils de vitesses moyennes sont très similaires.

Bilan de matière :	Verticale 1	Verticale 2	Verticale 3	Verticale 2 bis
Débit moyen (cm ² /s/m de largeur du canal)	36,4	35,7	37,7	40,5

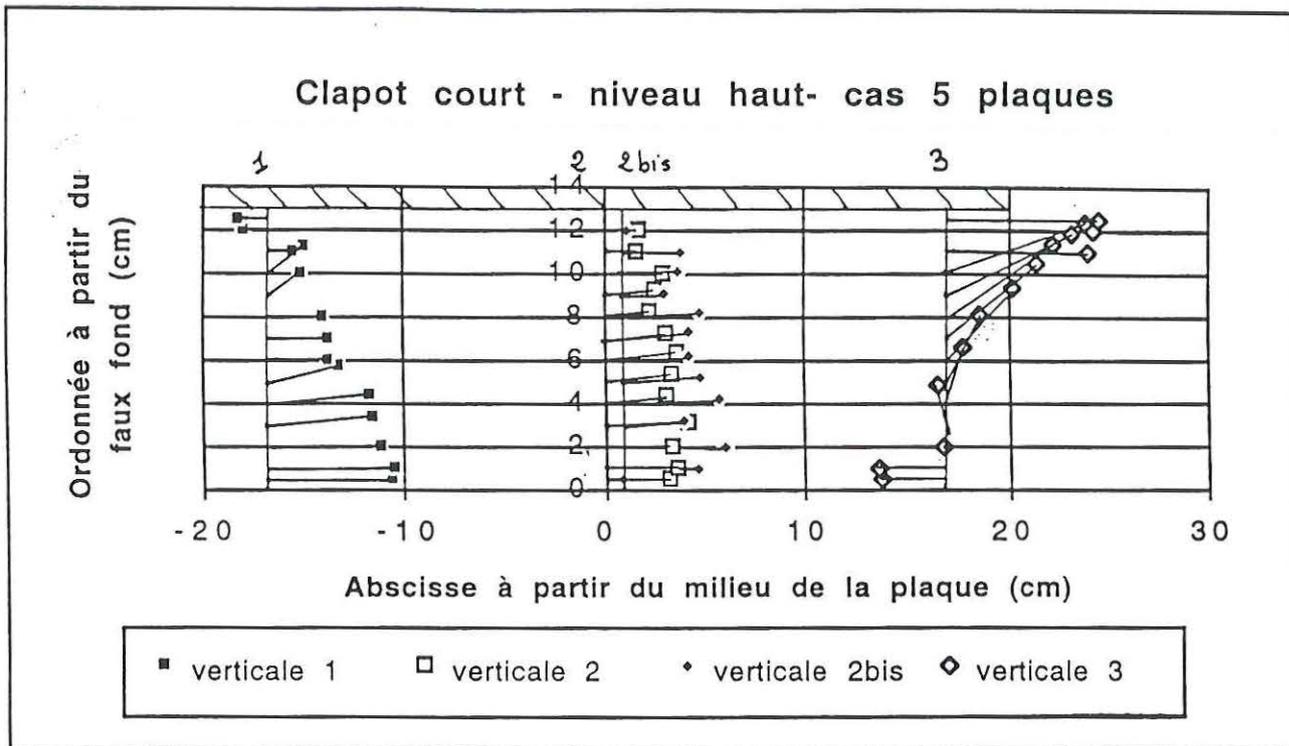


Figure 21 : Représentation des vecteurs vitesses moyennes sur chaque verticale

Bilan de matière:	Verticale 1	Verticale 2	Verticale 2 bis	Verticale 3
Débit moyen (cm ² /s/m de largeur du canal)	42,7	37,9	39,7	39,7

Par ailleurs, les débits moyens sous la plaque semblent égaux et valent 40 cm²/s/unité de largeur du canal dans le sens de propagation de la houle.

A partir de la comparaison de ces deux configurations de lotissement, on peut dire que dans le cas du clapot court - niveau haut, le nombre de plaques importe peu du moment que l'on se situe sous une plaque au milieu de l'ensemble. On peut donc proposer un schéma de circulation moyenne sous une plaque au milieu d'un lotissement pour cette condition de houle (cf. figure 21).

Par contre, si l'on compare ce schéma de circulation moyenne à celui proposé figure 19 (p. 34) sous une plaque seule, il est clair que le regroupement en lotissement a une influence. En effet, sur la figure 22, on voit que le regroupement a pour effet dans le cas du clapot court de créer une zone de convergence sur le fond avec un point d'arrêt, contrairement au balayage du fond que l'on observe pour une plaque seule. Ce point est sans doute assez important du point de vue de l'exhaussement du fond.

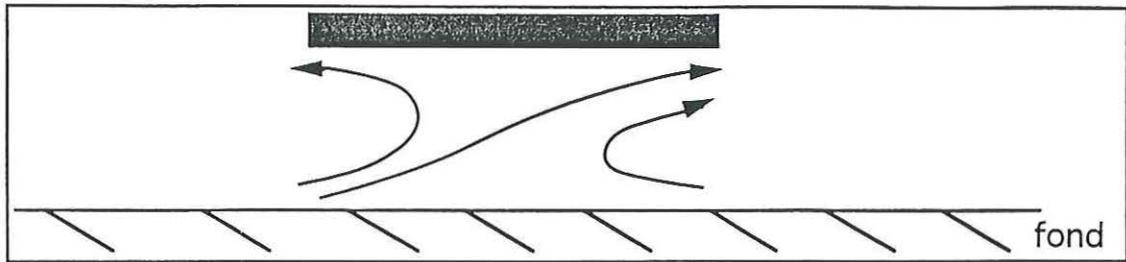


Figure 22 : Schéma de la circulation sous une plaque située au milieu d'un ensemble dans le cas du clapot court - niveau haut

6.1.2 CLAPOT LONG

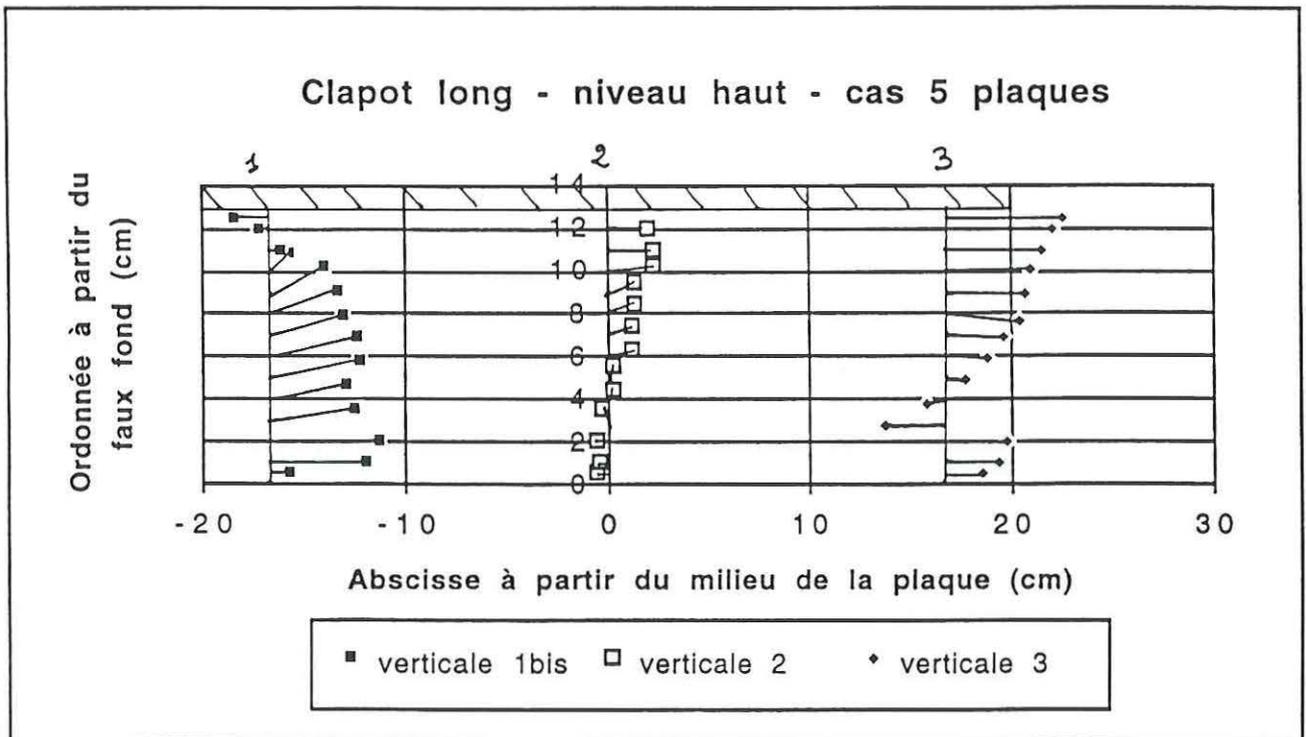


Figure 23 : Représentation des vecteurs vitesses moyennes sur chaque vertical

Ce cas pose un premier problème : les débits moyens calculés à partir des vitesses moyennes mesurées sur les 3 verticales sous la plaque n'entrent pas dans l'incertitude de mesure estimée à $\pm 7 \text{ cm}^2/\text{s}/\text{unité de largeur}$ (l'incertitude sur les vitesses moyennes est estimée à $\pm 0,5 \text{ cm/s}$).

Bilan de matière :	Verticale 1 bis	Verticale 2	Verticale 3
Débit moyen ($\text{cm}^2/\text{s}/\text{m}$ de largeur du canal)	40,1	10,5	26,8

Pourtant, si l'on observe les enregistrements bruts de vitesses, on constate qu'ils ne sont ni meilleurs ni pires que ceux réalisés pour les autres cas. On peut alors émettre deux hypothèses : ou bien le temps d'enregistrement est trop court pour que la moyenne soit stable ou bien la discrétisation choisie suivant la verticale n'est pas pertinente dans ce cas. Malheureusement, il ne nous a pas été possible de recommencer les mesures pour ce cas.

On peut tout de même signaler que le débit moyen est dans le sens de propagation de la houle comme pour le cas du clapot court. De même, la circulation moyenne n'est pas très différente de celle observée dans le cas du clapot court, en remarquant que dans les deux cas, il existe une zone de convergence sur le fond et que l'écoulement moyen préférentiel part du fond à l'amont vers la face inférieure de la plaque à l'aval.

6.2 NIVEAU BAS

6.2.1 CLAPOT COURT

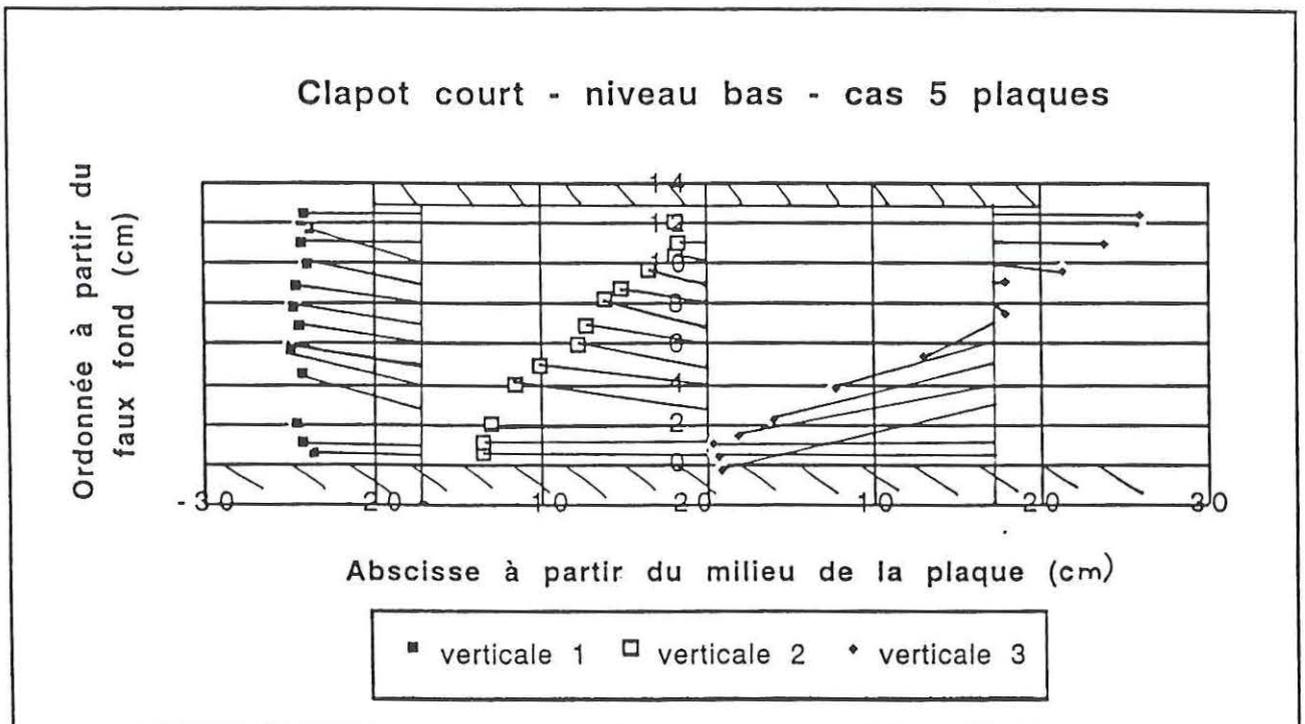


Figure 24 : Représentation des vecteurs vitesses moyennes sur chaque verticale de mesure

D'après la figure 24, la circulation moyenne que l'on observe pour le niveau bas est très différente de celle que l'on obtenait pour le niveau du clapot court avec 5 plaques.

Bilan de matière :	Verticale 1	Verticale 2	Verticale 3
Débit moyen (cm ² /s/m de largeur du canal)	-90,1	-86,0	-88,6

Le bilan de matière pose à nouveau comme dans le cas du niveau haut le problème des incertitudes sur les vitesses moyennes mesurées, en particulier entre les verticales 2 et 3, où l'écart est trop important pour qu'il soit expliqué par l'incertitude estimée sur le débit moyen à $\pm 7 \text{ cm}^2/\text{s}/\text{unité de largeur}$. En fait sur les enregistrements présentés en annexe 1 on voit bien que le problème est dû à la coupure des vitesses positives sur la verticale 3 à 12 cm et 12,5 cm du faux fond. Ainsi, sur la figure 25, les vitesses moyennes horizontales positives des points signalés en rouge sont sous estimées. Ceci explique que le débit moyen est plus faible sur la verticale 3 que sur les autres verticales. Notre avis est donc que la figure 25 présente bien la circulation moyenne du cas étudié.

A présent, il est donc possible de commenter cette circulation. Comme pour le cas du clapot court - niveau bas, le débit moyen est en sens inverse de propagation de la houle, mais 4 fois plus faible. Il est donc inversé par rapport au niveau haut. Par ailleurs, les circulations pour les deux cas de clapot en niveau bas sont très similaires et peuvent être schématisées sur la figure suivante.

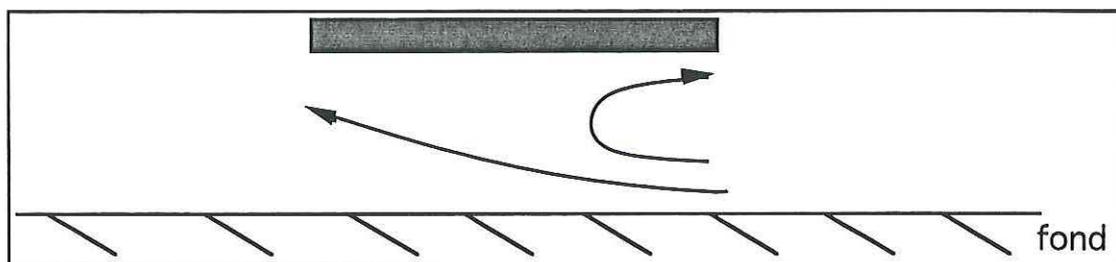


Figure 26 : Schéma de la circulation sous une plaque situé au milieu d'un ensemble de 5 plaques pour les 2 cas de clapot - niveau bas

Bilan :

Il semble d'après ces quelques cas expérimentaux que ce soit bien plus la profondeur d'eau que les conditions de houle qui caractérise l'hydrodynamique sous la plaque puisque l'on a pu trouver des circulations moyennes similaires pour chaque niveau sans différencier les clapots. Dans le paragraphe suivant, nous verrons si en appliquant le théorème de la conservation de la quantité de mouvement pour le volume sous la plaque, on peut confirmer cette supposition ou bien l'infirmier. En effet, dans le bilan de quantité de mouvement, on tient compte des fluctuations de vitesses orbitales dont nous n'avons pas parlé dans ce paragraphe, vu qu'elles ne présentaient pas de variations flagrantes suivant les cas.

7. BILAN DE QUANTITE DE MOUVEMENT SOUS LA PLAQUE

7.1 THEOREME DE QUANTITE DE MOUVEMENT APPLIQUE AU VOLUME SOUS UNE PLAQUE DANS LE CAS D'UNE HOULE

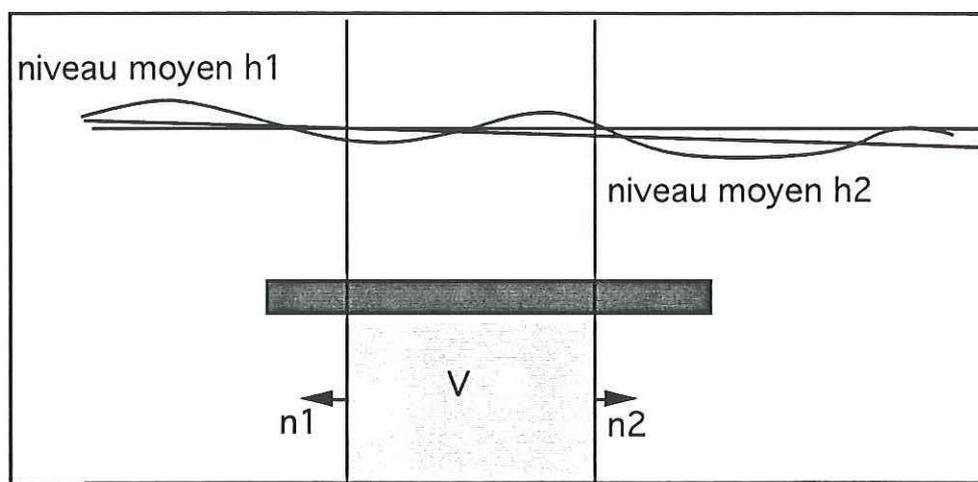


Figure 27 : Géométrie considérée pour le bilan de quantité de mouvement

Soit $u(x,y,t)$ la vitesse instantanée. On peut la décomposer en deux termes, la vitesse moyenne $\bar{U}(x,y)$ et un terme fluctuant (de moyenne nulle) $\tilde{u}(x,y,t)$:

$$u(x,y,t) = \bar{U}(x,y) + \tilde{u}(x,y,t) \quad \text{avec :} \quad \bar{U}(x,y) = \frac{1}{T} \int_0^T u(x,y,t) dt$$

Le théorème de quantité de mouvement appliqué au volume V sous la plaque limité par les 2 verticales s'écrit :

$$\int_{\Sigma} \rho \vec{u} (\vec{u} \cdot \vec{n}) dS = \vec{F}_{\text{pression}} + \vec{F}_{\text{frottements}}$$

soit en projection sur (Ox) :

$$\int_0^d \rho (u_2^2 - u_1^2) dy = F_{\text{pression}} + F_{\text{frottements fond + plaque}} \quad \text{avec : } u_i = u(x_i, y, t)$$

Prenons la moyenne temporelle (notée par un surlignage) de cette relation en notant que :

$$\overline{u_i^2} = \overline{U_i^2} + \overline{\tilde{u}_i^2}$$

Par ailleurs, en faisant l'hypothèse que la fluctuation est périodique i.e.

$$\tilde{u}_i = u_{\text{orbitale}} \cos \omega t, \text{ on a : } \overline{\tilde{u}_i^2} = \frac{u_{\text{orbitale}}^2}{2}$$

La force de pression s'écrit aussi :

$$F_{\text{pression}} = \int_0^d (\overline{P_2}(y) - \overline{P_1}(y)) dy \quad \overline{P_i}(y) = \frac{1}{T} \int_0^T P(x_i, y, t) dt$$

alors le bilan sur le volume V de quantité de mouvement moyenné s'écrit :

$$\int_0^d \rho (\overline{U_2^2} - \overline{U_1^2}) dy = \int_0^d \rho \frac{(u_{\text{orbi 1}}^2 - u_{\text{orbi 2}}^2)}{2} dy + F_{\text{pression}} + F_{\text{frottements fond + plaque}}$$

7.2 APPLICATION AUX MESURES REALISEES

On applique le bilan de quantité de mouvement sur le volume sous la plaque limité par les verticales 1 et 3, puis sur les 2 sous-volumes délimités par la verticale 2. Ce premier tableau présente les efforts résultants du bilan.

F pression + frottement en Newton/m ²	entre les verticales 1 et 3	entre les verticales 1 et 2	entre les verticales 2 et 3
clapot court niveau haut 1 plaque	<u>49,2</u>	<u>32,1</u>	<u>17,1</u>
clapot long niveau haut 1 plaque	<u>18,1</u>	<u>10,6</u>	<u>7,5</u>
clapot court niveau haut 4 plaques	15,9	-26,9	42,8
clapot court niveau haut 5 plaques	15,3	-22,7	38
clapot long niveau haut 5 plaques	2,1	-19,1	21,2
clapot court niveau bas 5 plaques	119,3	18,3	101,0
clapot long niveau bas 5 plaques	110	59,7	50,3

En premier lieu, l'importance des efforts est frappante, de l'ordre d'une dizaine de Newton/m²/m de largeur du canal. La question serait de savoir s'il s'agit d'efforts dus à la pression ou aux frottements, et quels frottements, sur la plaque ou sur le fond ?

Ensuite, on constate que pour les efforts dus à la pression et aux frottements, la typologie des cas présentée dans les paragraphes précédents est confirmée. En effet, pour une configuration de plaque donnée (1 plaque ou plusieurs) et un niveau donné (haut ou bas) sans différencier les conditions de clapot, la répartition des efforts entre les 2 sous-volumes sont similaires. Par contre, l'intensité de ces efforts est plus faible en général pour le clapot long que pour le clapot court, tout comme le débit moyen était en général plus faible en valeur absolue pour le cas du clapot long que pour le clapot court. Ceci nous conduit à nous intéresser à la contribution de chacun des termes que l'on peut isoler. Dans les 2 tableaux suivants, on présente la part du bilan imputable aux vitesses moyennes d'une part et aux vitesses orbitales d'autre part.

En effet, si on retrouve pour les efforts la typologie observée sur les circulations moyennes sans s'intéresser aux vitesses orbitales, c'est peut-être que comme on l'a supposé à première vue, les vitesses orbitales ne varient pas beaucoup sous la plaque. Force est de constater que ce n'est pas toujours le cas.

$\int_0^d \rho (\bar{U}_2^2 - \bar{U}_1^2) dy$ en Newton/m ²	entre les verticales 1 et 3	entre les verticales 1 et 2	entre les verticales 2 et 3
clapot court niveau haut 1 plaque	<u>48,7</u>	<u>33,6</u>	<u>15,1</u>
clapot long niveau haut 1 plaque	<u>24,2</u>	<u>15,3</u>	<u>8,9</u>
clapot court niveau haut 4 plaques	18,3	-5,6	23,9
clapot court niveau haut 5 plaques	7,3	-8,2	15,5
clapot long niveau haut 5 plaques	-5,0	-15,3	10,2
clapot court niveau bas 5 plaques	<i>116,4</i>	<i>16,3</i>	<i>100,1</i>
clapot long niveau bas 5 plaques	<i>84,3</i>	<i>14,4</i>	<i>69,9</i>

En effet, si pour les cas 1 plaque, il est clair que les fluctuations de vitesses orbitales sont négligeables et que donc les efforts sont directement liés à la circulation moyenne, pour les cas 5 plaques, ce n'est plus forcément vrai. En particulier, on notera l'importance des fluctuations entre les verticales 1 et 2, d'une part et 2 et 3, d'autre part. Ceci dit, sur les cas présentés, ces fluctuations ou bien renforcent la typologie proposée ou bien s'annihilent sur le bilan total entre les verticales 1 et 3 ou les deux.

$\int_0^d \rho \frac{(u_{orbi\ 1}^2 - u_{orbi\ 2}^2)}{2} dy$ en Newton/m ²	entre les verticales 1 et 3	entre les verticales 1 et 2	entre les verticales 2 et 3
clapot court niveau haut 1 plaque	<u>-0,5</u>	<u>1,4</u>	<u>-1,9</u>
clapot long niveau haut 1 plaque	<u>6,1</u>	<u>4,7</u>	<u>1,4</u>
clapot court niveau haut 4 plaques	2,4	21,3	-18,9
clapot court niveau haut 5 plaques	-8,0	14,5	-22,5
clapot long niveau haut 5 plaques	-7,2	3,7	-10,9
clapot court niveau bas 5 plaques	-2,9	-2	-0,9
clapot long niveau bas 5 plaques	-25,6	-45,3	19,7

Pour finir, revenons sur l'intensité des efforts : on peut remarquer que les efforts totaux entre les verticales 1 et 3 pour les cas avec plusieurs plaques niveau haut sont en général plus faibles que dans les autres cas. On le comprend très bien pour les efforts de frottements sur le fond puisque l'on a vu sur les circulations moyennes, et pour ces seuls cas, qu'il existait des points d'arrêt sur le fond. Ceci tend à montrer que les efforts de frottement ne sont pas négligeables dans le bilan des efforts. Or, ce sont les frottements sur le fond qui sont le moteur du transport sédimentaire d'où l'intérêt qu'il y aurait à les isoler. Mais pour l'instant, on ne sait pas estimer la part des efforts dus à la pression.

CONCLUSIONS

Vu nos résultats expérimentaux, l'interaction entre la houle générée dans un canal et une plaque immergée proche du fond n'est pas un problème simple.

D'une part, le fait d'être dans un canal entraîne l'existence d'un courant, très différent suivant que l'on se situe hors ou sous une plaque, ce qui a priori rend caduque toute approche théorique linéaire et au 1^{er} ordre. D'autre part, il existe des zones instables du point de vue de la mesure à l'amont et à l'aval immédiat de la plaque, suggérant l'existence de zones fortement tourbillonnaires avec des jets verticaux. Cependant, en dissociant les parties oscillatoire et moyenne de la vitesse, on a pu montrer que sur la partie oscillatoire dans le cas 1 plaque, un calcul basé sur la théorie linéarisée au 1^{er} ordre était suffisant. En effet, les vitesses orbitales calculées sont proches des mesures dans la plupart des cas. On propose donc dans une première approche de superposer linéairement l'écoulement oscillant et l'écoulement moyen.

En fait, par la suite, on s'est surtout intéressé au courant moyen sous les plaques. Il nous semble que c'est davantage sur cet aspect de l'écoulement qu'il fallait s'étendre pour tenter d'expliquer ou de comprendre l'envasement. Ainsi, il se profile une typologie sur les courants moyens qui permet de distinguer les niveaux haut et bas, ainsi que les cas 1 plaque et plusieurs plaques.

	cas 1 plaque	cas plusieurs plaques
niveau haut	jet sur le fond, pas de zone de convergence, débit moyen en sens inverse de propagation de la houle	zone de convergence sur le fond avec un point d'arrêt, débit moyen dans le sens de propagation de la houle
niveau bas	non étudié	jet sur le fond, pas de zone de convergence, débit moyen en sens inverse de propagation de la houle

Nous avons aussi réalisé des bilans de quantité de mouvement qui confirment cette typologie. Bien sûr, il est clair que nos cas de clapots sont somme toute assez peu différents, ce qui peut expliquer qu'on ne les différencie que par l'intensité des circulations de même type.

Pour ce qui est de l'explication des circulations observées, il est clair que la viscosité joue un rôle, soit pour prendre en compte la création des tourbillons, soit pour rendre compte de la distribution du jet dans les profils du courant moyen. On peut déjà affirmer qu'il ne sera pas nécessaire de faire appel à des théories sur les couches limites, vu que l'on peut estimer l'épaisseur de la couche limite oscillatoire à 1 mm et celle générée par la circulation sur la longueur de la plaque à 0,1 mm. Par ailleurs, nous n'avons pu réaliser dans le temps qui nous était imparti que des mesures sous la plaque comme prévu dans le contrat initialement, mais il nous apparaît à présent qu'il n'aurait pas été inutile de réaliser des mesures au-dessus de la plaque. En effet, on ne sait pas dire comment se poursuit la circulation dans les zones au-dessus de la plaque.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

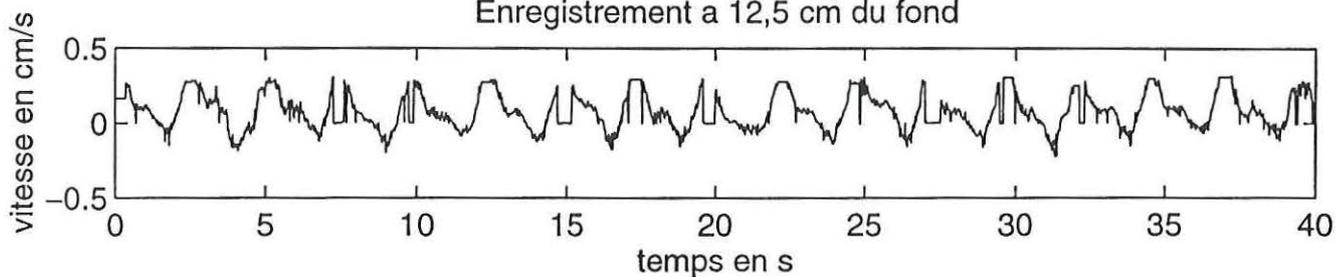
- (I) DROUIN A. - OUELLET Y. (1987)
Utilisation du phénomène du mur d'eau oscillant pour la protection des sites côtiers
Comptes rendus Conférence Canadienne sur le littoral (pp. 211 - 224)
- (II) PATARAPANICH M. - CHEONG H.-F. (1989)
Reflection and transmission characteristics of regular and random waves from a submerged horizontal plate
Coastal Engineering, 13 (pp 161 -182)
- (III) BROSSARD J. (1986)
Contribution à l'étude de la turbulence à travers l'analyse d'un écoulement généré par la houle entre deux plaques
Thèse de 3ème cycle - ROUEN
- (IV) BOURLIER B. - BELORGEY M. (1990)
Écoulement tourbillonnaire et zone d'affouillement générés par la houle en présence d'une plaque immergée
Note interne - Université du HAVRE
- (V) MOLIN B. - BETOUS P. (1993)
Atténuation de la houle par une dalle horizontale immergée et perforée
Comptes rendus des 4èmes journées de l'hydrodynamique - Nantes (pp 387 - 400)
- (VI) LIU P. L.-F. - ISKANDARANI M. (1989)
Hydrodynamics waves forces on submerged horizontal plate
Comptes rendus de conférence (pp 57 - 64)

Annexe 1

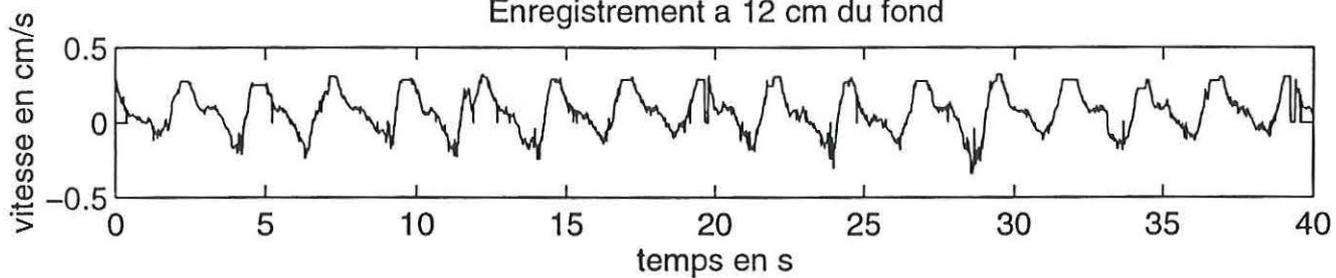
-

Exemples d'enregistrement
à l'aide du LASER
et de la sonde résistive

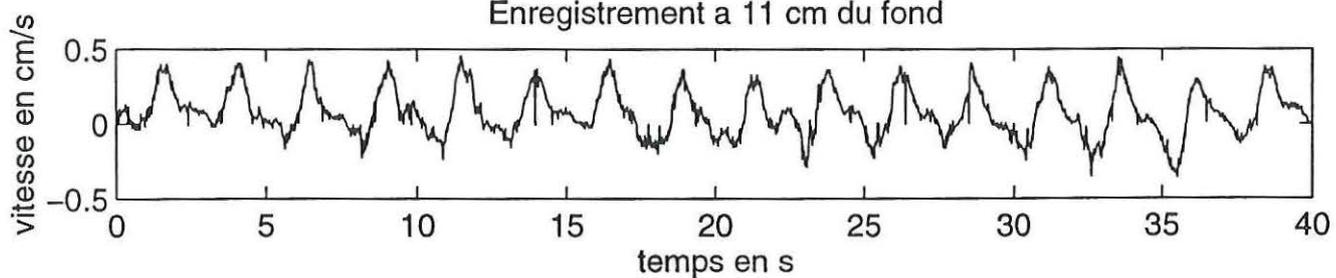
Extrait d'enregistrement de vitesse horizontale sur la verticale 3 – clapot long – niveau bas
Enregistrement a 12,5 cm du fond



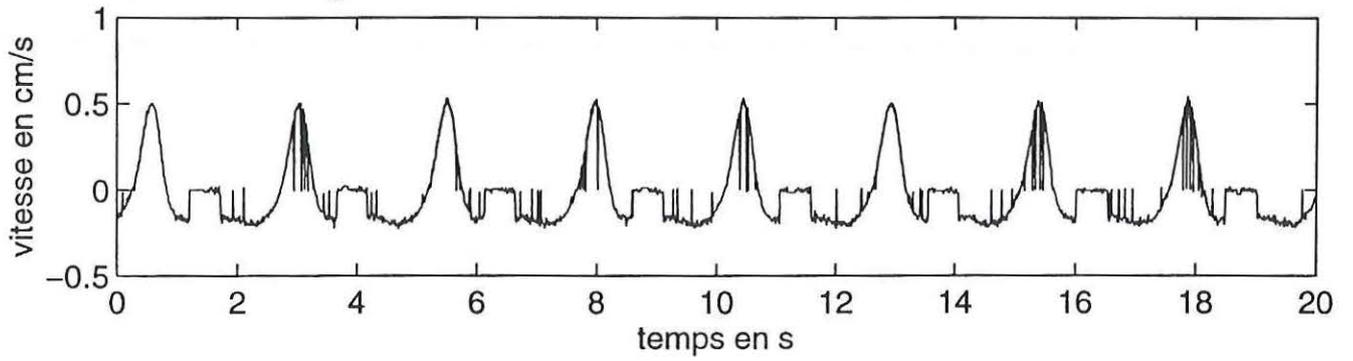
Enregistrement a 12 cm du fond



Enregistrement a 11 cm du fond

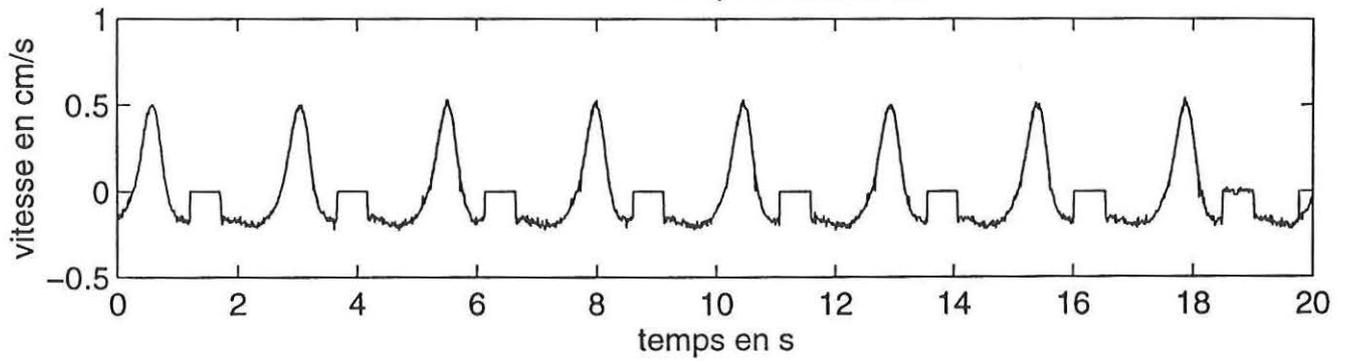


Extrait d'un enregistrement brut de vitesse horizontale dans la zone entre creux et crete



Clapot long – niveau bas – Houle sans plaque

Meme extrait apres traitement



Annexe 2

-

Détermination des amplitudes des
houles incidente et réfléchie à
partir des relevés de la surface
libre en 3 points

Détermination des amplitudes des houles incidente et réfléchie à partir des relevés de surface libre en 3 points

Soit le potentiel $\phi(x,y,t)$ composé de deux houles progressives, l'une incidente d'amplitude A_I et l'autre réfléchie d'amplitude A_R :

$$\phi(x,y,t) = (A_I \cos(\lambda_0 x - \omega t) + A_R \cos(\lambda_0 x + \omega t + \varphi)) \frac{-g}{\omega \operatorname{ch} \lambda_0 h} \operatorname{ch} \lambda_0 y$$

où : φ est la différence de phase entre la houle incidente et la houle réfléchie.

d'où on déduit l'expression de la surface libre :

$$\eta(x,t) = A_I \sin(\lambda_0 x - \omega t) - A_R \sin(\lambda_0 x + \omega t + \varphi)$$

ce qui s'écrit aussi en choisissant x_0 pour origine des abscisses :

$$\eta(x,t) = A_I \sin(\lambda_0(x-x_0) - \omega t) - A_R \sin(\lambda_0(x-x_0) + \omega t + \varphi') \quad (1)$$

en point x_i fixé, le dénivelé de la surface libre peut s'écrire de la façon suivante :

$$\eta(x_i,t) = A_i \cos(\omega t + \varphi_i) \quad (2)$$

Par l'analyse harmonique d'un enregistrement de surface libre, on peut déterminer A .

Ainsi, il suffit de mesurer la surface libre en 3 points pour déterminer les 3 inconnues φ' , A_I , A_R . En effet, on égalise (1) et (2) en x_0 , x_1 , x_2 , où l'on mesure les amplitudes A_0 , A_1 , A_2 , ce qui donne 3 relations de la forme suivante :

$$A_i \cos \varphi_i = A_I \sin(\lambda_0(x-x_0)) - A_R \sin(\lambda_0(x-x_0) + \varphi')$$

$$-A_i \sin \varphi_i = -A_I \cos(\lambda_0(x-x_0)) - A_R \cos(\lambda_0(x-x_0) + \varphi')$$

$$\text{soit : } A_i^2 = A_I^2 + A_R^2 + 2 A_I A_R \cos(2\lambda_0(x-x_0) + \varphi')$$

on en déduit :

$$\tan \varphi' = \frac{\cos(2\lambda_0(x_1-x_0)) - 1 - \alpha (\cos(2\lambda_0(x_2-x_0)) - 1)}{\sin(2\lambda_0(x_1-x_0)) - \alpha \sin(2\lambda_0(x_2-x_0))} \quad (3)$$

$$\text{avec : } \alpha = \frac{A_0^2 - A_1^2}{A_0^2 - A_2^2}$$

$$2 A_I A_R = \frac{A_I^2 - A_0^2}{\cos(2\lambda_0(x_I - x_0) + \varphi') - \cos \varphi'} \quad (4)$$

$$A_I^2 + A_R^2 = A_0^2 - 2 A_I A_R \cos \varphi' \quad (5)$$

On peut alors déterminer les amplitudes des houles réfléchies et incidente en utilisant :

$$A_I = \frac{1}{2} \left(\sqrt{A_I^2 + A_R^2 + 2 A_I A_R} + \sqrt{A_I^2 + A_R^2 - 2 A_I A_R} \right)$$

$$A_R = \frac{1}{2} \left(\sqrt{A_I^2 + A_R^2 + 2 A_I A_R} - \sqrt{A_I^2 + A_R^2 - 2 A_I A_R} \right)$$

Annexe 3

-

Détermination du coefficient de réflexion
à partir des rapports des vitesses
verticales et horizontales théoriques
obtenues en ne considérant qu'une houle
progressive incidente sur celles obtenues
en tenant compte de la réflexion

**Détermination du coefficient de réflexion à partir des rapports des vitesses
verticales et horizontales théoriques obtenues en ne considérant
qu'une houle progressive incidente sur celles obtenues
en tenant compte de la réflexion**

Soit le potentiel associé à deux houles progressives incidente et réfléchie et u et v les vitesses respectivement horizontale et verticale qui en dérivent :

$$\phi(x,y,t) = (A_I \cos(\lambda_0 x - \omega t) + A_R \cos(\lambda_0 x - \omega t + \varphi)) \operatorname{ch} \lambda_0 y$$

$$u(x,y,t) = \frac{\partial \phi}{\partial x} = -\lambda_0 \operatorname{ch} \lambda_0 y [A_I \sin(\lambda_0 x - \omega t) + A_R \sin(\lambda_0 x + \omega t + \varphi)] \quad (1)$$

$$v(x,y,t) = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \lambda_0 \operatorname{sh} \lambda_0 y [A_I \cos(\lambda_0 x - \omega t) + A_R \cos(\lambda_0 x + \omega t + \varphi)] \quad (2)$$

Pour un x_0 fixé, et en privilégiant l'amplitude, on peut écrire les vitesses u et v de la façon suivante :

$$u(x_0,y,t) = A \lambda_0 \operatorname{ch} \lambda_0 y \sin(\omega t + \varphi_u) \quad (3)$$

$$v(x_0,y,t) = B \lambda_0 \operatorname{sh} \lambda_0 y \cos(\omega t + \varphi_v) \quad (4)$$

Ainsi, en égalant les expressions (1) et (3) (respectivement (2) et (4)) pour u (resp. v) en x_0 , on obtient des relations entre les phases et les amplitudes :

$$\begin{cases} A \sin \varphi_u = -A_I \sin \lambda_0 x_0 - A_R \sin(\lambda_0 x_0 + \varphi) \\ A \cos \varphi_u = A_I \cos \lambda_0 x_0 - A_R \cos(\lambda_0 x_0 + \varphi) \end{cases} \quad (I)$$

$$\begin{cases} B \sin \varphi_v = -A_I \sin \lambda_0 x_0 + A_R \sin(\lambda_0 x_0 + \varphi) \\ B \cos \varphi_v = A_I \cos \lambda_0 x_0 + A_R \cos(\lambda_0 x_0 + \varphi) \end{cases} \quad (II)$$

On en déduit alors en éliminant φ_u et φ_v :

$$A^2 = A_I^2 + A_R^2 - 2 A_I A_R \cos(2\lambda_0 x_0 + \varphi) \quad (I)$$

$$B^2 = A_I^2 + A_R^2 + 2 A_I A_R \cos(2\lambda_0 x_0 + \varphi) \quad (II)$$

d'où : $A^2 + B^2 = 2(A_I^2 + A_R^2)$

On pose : $\alpha = \frac{A_I}{A}$ $\beta = \frac{A_I}{B}$

En terme de vitesses orbitales, α est le rapport de la vitesse orbitale horizontale obtenue en ne prenant en compte qu'une houle progressive incidente (soit $A_I \lambda_0 \text{ch } \lambda_0 y$) sur la vitesse orbitale horizontale obtenue en tenant compte de la houle progressive réfléchie (soit $A \lambda_0 \text{ch } \lambda_0 y$). Cette dernière correspondrait alors à l'amplitude à la pulsation fondamentale de la vitesse mesurée à l'aide du LASER, si l'on peut négliger les modes évanescents.

Le coefficient de réflexion $C_R = \frac{A_R}{A_I}$ vérifie alors la relation suivante :

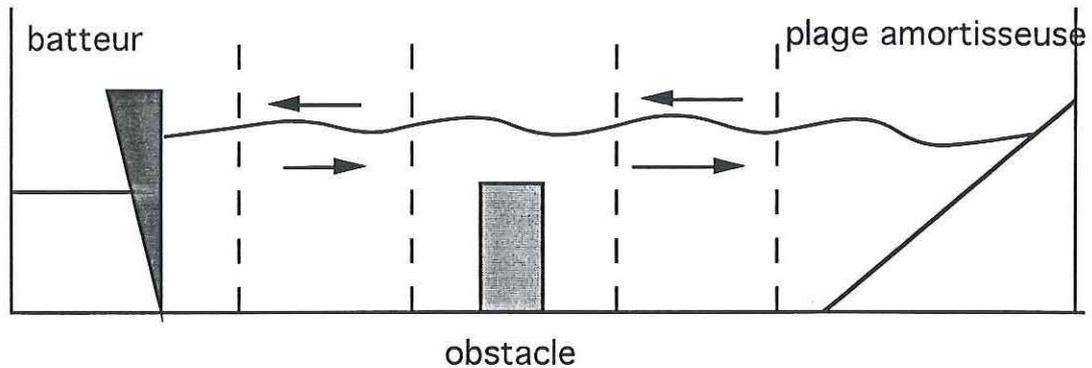
$$C_R = \sqrt{\frac{1}{2\alpha^2} + \frac{1}{2\beta^2}} - 1$$

Annexe 4

-

Détermination du coefficient de réflexion et de transmission d'un obstacle dans un canal à houle à partir des amplitudes des houles incidente et réfléchie à l'amont et à l'aval de l'obstacle.

Détermination du coefficient de réflexion et de transmission d'un obstacle dans un canal à houle à partir des amplitudes des houles incidente et réfléchie à l'amont et à l'aval de l'obstacle



Lorsqu'on veut au laboratoire déterminer les coefficients de réflexion et de transmission d'un obstacle soumis à une houle, on utilise un canal à houle. On place à l'extrémité amont un batteur qui génère la houle et à l'extrémité aval, une plage amortisseuse, afin de limiter la réflexion sur la limite finie du canal. Cependant, ce ne sont pas des amortisseurs parfaits, et en général, le coefficient de réflexion des plages est environ de 10 %.

L'obstacle étudié est placé dans la partie centrale du canal. Le canal doit être assez long pour que l'on puisse négliger sur une portion suffisante entre le batteur et l'obstacle, les modes évanescents dus à ces deux ensemble. Il doit en être de même à l'aval, entre l'obstacle et la plage. Dans ces conditions, en réalisant des relevés de surface libre en 3 points dans les parties centrales des deux zones de part et d'autre de l'obstacle, on détermine l'amplitude des houles progressives se propageant en sens contraire à l'amont et à l'aval de l'obstacle.

Dans la zone 1 à l'amont de l'obstacle, le potentiel s'écrit de la façon suivante à partir des amplitudes et phases déterminées expérimentalement :

$$\varphi_1(x,y,t) = [A_{1i} \cos(\lambda_0 x - \omega t) + A_{1r} \cos(\lambda_0 x + \omega t + \delta_{1r})] \operatorname{ch} \lambda_0 y$$

De même, dans la zone 2 à l'aval de l'obstacle, le potentiel s'écrit de la façon suivante :

$$\varphi_2(x,y,t) = [A_{2i} \cos(\lambda_0 x - \omega t + \delta_{2i}) + A_{2r} \cos(\lambda_0 x + \omega t + \delta_{2r})] \operatorname{ch} \lambda_0 y$$

Afin de calculer les coefficients de réflexion R et de transmission T , ainsi que les phases à la réflexion δ_R et à la transmission δ_T , nous supposons que l'obstacle est symétrique et composer deux écoulements. Le premier correspond à la houle émise par le batteur et le second, à la houle réfléchie par la plage amortisseuse. Ces deux ondes sont réfléchies et transmises par l'obstacle de la même façon si l'obstacle est symétrique. Ainsi, dans la zone 1, le potentiel associé au premier écoulement réfléchi par l'obstacle s'écrit :

$$\varphi_{11}(x,y,t) = [A_{1i} \cos(\lambda_0 x - \omega t) + R A_{1i} \cos(\lambda_0 x + \omega t + \delta_R)] \operatorname{ch} \lambda_0 y$$

Dans la zone 2, le potentiel associé au premier écoulement transmis par l'obstacle s'écrit :

$$\varphi_{21}(x,y,t) = [T A_{1i} \cos(\lambda_0 x - \omega t + \delta_T)] \operatorname{ch} \lambda_0 y$$

De même, pour le deuxième écoulement réfléchi par l'obstacle dans la zone 2, le potentiel s'écrit :

$$\varphi_{22}(x,y,t) = [A_{2r} \cos(\lambda_0 x + \omega t + \delta_{2r}) + R A_{2r} \cos(\lambda_0 x - \omega t + \delta_{2r} + \delta_R)] \operatorname{ch} \lambda_0 y$$

Dans la zone 1, l'onde réfléchie par la plage amortisseuse est transmise par l'obstacle :

$$\varphi_{12}(x,y,t) = [T A_{2r} \cos(\lambda_0 x + \omega t + \delta_{2r} + \delta_T)] \operatorname{ch} \lambda_0 y$$

On identifie alors dans chacune des zones l'écoulement général à la superposition de ces deux écoulements, soit les relations :

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi_{11} + \varphi_{12} \\ \varphi_2 = \varphi_{21} + \varphi_{22} \end{cases}$$

$$\text{soit : } A_{1r} \cos \delta_{1r} = R A_{1i} \cos \delta_R + T A_{2r} \cos(\delta_{2r} + \delta_T)$$

$$A_{1r} \sin \delta_{1r} = R A_{1i} \sin \delta_R + T A_{2r} \sin(\delta_{2r} + \delta_T)$$

$$A_{2i} \cos \delta_{2i} = T A_{1i} \cos \delta_T + R A_{2r} \cos(\delta_{2r} + \delta_R)$$

$$A_{2i} \sin \delta_{2i} = T A_{1i} \sin \delta_T + R A_{2r} \sin(\delta_{2r} + \delta_R)$$

$$\text{Si on pose : } \alpha = R \cos \delta_R \quad \beta = R \sin \delta_R \quad \delta = T \cos \delta_T \quad \gamma = T \sin \delta_T$$

on obtient le système linéaire suivant :

$$\begin{bmatrix} A_{1i} & 0 & A_{2r} \cos \delta_{2r} & -A_{2r} \sin \delta_{2r} \\ 0 & A_{1i} & A_{2r} \sin \delta_{2r} & A_{2r} \cos \delta_{2r} \\ A_{2r} \cos \delta_{2r} & -A_{2r} \sin \delta_{2r} & A_{1i} & 0 \\ A_{2r} \sin \delta_{2r} & A_{2r} \cos \delta_{2r} & 0 & A_{1i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{1r} \cos \delta_{1r} \\ A_{1r} \sin \delta_{1r} \\ A_{2i} \cos \delta_{2i} \\ A_{2i} \sin \delta_{2i} \end{bmatrix}$$

On en déduit :

$$R^2 = \alpha^2 + \beta^2 \quad T^2 = \delta^2 + \gamma^2 \quad \tan \delta_R = \frac{\beta}{\alpha} \quad \tan \delta_T = \frac{\delta}{\gamma}$$