



université de bretagne
occidentale



THÈSE / UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

Mention : Océanographie Physique

École Doctorale des Sciences de la Mer

présentée par

Dhouha Ferjani

Préparée à l'UMR 6523

CNRS-IFREMER-IRD-UBO

Laboratoire de Physique des Océans

Variabilité décennale de la circulation océanique et modes de bassin: Influence de la topographie et de la circulation moyenne

Thèse soutenue le 28 mai 2013

devant le jury composé de :

Jérôme Vialard

*Directeur de Recherche IRD-LOCEAN, Université Paris VI, Paris/
Président du jury*

Richard Schopp

Chargé de recherche LPO, UBO, Brest/ Examineur

Jérôme SIRVEN

Maitre de Conférence UPMC, Paris/ Rapporteur

Rémi TAILLEUX

*Professeur, Université de Reading, Reading, Grande-Bretagne/
Rapporteur*

Alain COLIN DE VERDIERE

Professeur des Universités, LPO, UBO, Brest/ Directeur de thèse

Thierry HUCK

Chargé de Recherche CNRS, LPO UMR 6523, UBO, Brest/ Tuteur

THÈSE / UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE présentée par
sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne **Dhouha Ferjani**
pour obtenir le titre de **DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE** Préparée à l'UMR 6523
Mention : Océanographie Physique **CNRS-IFREMER-IRD-UBO**
École Doctorale des Sciences de la Mer Laboratoire de Physique des Océans

Variabilité décennale de la
circulation océanique et
modes de bassin:
Influence de la topographie
et de la circulation moyenne

Thèse soutenue le 28 mai 2013
devant le jury composé de :

Jérôme Vialard
*Directeur de Recherche IRD-LOCEAN, Université Paris VI, Paris/
Président du jury*

Richard Schopp
Chargé de recherche LPO, UBO, brest/ Examineur

Jérôme SIRVEN
Maitre de Conférence UPMC, Paris/ Rapporteur

Rémi TAILLEUX
*Professeur, Université de Reading, Reading, Grande-Bretagne/
Rapporteur*

Alain COLIN DE VERDIERE
Professeur des Universités, LPO, UBO, Brest/ Directeur de thèse

Thierry HUCK
Chargé de Recherche CNRS, LPO UMR 6523, UBO, Brest/ Tuteur

Remerciements

Mes plus vifs remerciements vont à Alain Colin de Verdière et Thierry Huck, qui ont dirigé et encadré mes travaux. Merci à Alain pour la qualité de son encadrement, ses précieux conseils et sa disponibilité malgré ses nombreuses charges, et à Thierry pour son indéfectible enthousiasme, sa rigueur scientifique et sa clairvoyance qu'il a su me communiquer. Un très grand merci à toi Thierry pour m'avoir donné l'occasion de connaître des gens exceptionnels!

Mes sincères remerciements vont également à Rémi Tailleux et Jérôme Sirven, qui m'ont fait l'honneur d'être rapporteurs de cette thèse, ainsi qu'à Richard Schopp et Jérôme Vialard d'avoir accepté de faire partie du jury. Je remercie également Rob Scott et Olivier Arzel pour m'avoir suivie au travers de mon comité de thèse.

J'adresse toute ma gratitude à toutes les personnes qui m'ont aidée dans la réalisation de ce travail. Je remercie Claude Roy et Bruno Blanke pour m'avoir accueillie au sein du Laboratoire de Physique des Océans et pour m'avoir permis de travailler dans d'aussi agréables conditions. Je remercie toutes les personnes formidables que j'ai rencontrées au laboratoire aussi bien sur le site de l'UBO qu'à l'Ifremer, je pense particulièrement à Gilberte qui m'a pris sous son aile dès le premier jour et m'a comblée par son extrême gentillesse, sa sympathie et ses conseils pratiques. Merci à vous tous pour votre support et vos encouragements.

Je salue chaleureusement mes amis qui ont animé la vie du laboratoire durant ces années de thèse et avec qui j'ai partagé des moments inoubliables. Dans le désordre le plus complet merci à Emanuela, Tanguy, Henrick, Damien, Nicolas B., Fabien (pour sa constante bonne humeur), Julie (et ses fameuses résolutions), Tristan, Luis, Nico, Xavier et Rui. Une pensée pleine de sympathie pour Simone (ah Dhouha, c'est la vie!). Merci également à notre Nicoach (Nicolas G.) pour les bonnes séances de footing qui m'ont permis d'évacuer tout le stress de la rédaction du manuscrit.

Enfin, les mots les plus simples étant les plus forts, j'adresse toute mon affection à ma famille, en particulier à mes parents et mon frère. Malgré mon éloignement, leur confiance, leur soutien et leur amour m'ont guidée et réconfortée dans les moments difficiles. Je vous aime du fond du coeur! Mais avant de clôturer cette page, j'aimerais dire à celui qui m'a soutenu et supporté toute mon admiration et bien plus...

Résumé

Un des mécanismes proposés pour expliquer l'origine de la variabilité climatique sur des périodes décennales à multidécennales est une oscillation propre de la circulation océanique thermohaline. Son mécanisme s'apparente aux modes de bassin basse fréquence et grande échelle qui résultent de l'interaction entre les ondes lentes planétaires et les ondes rapides de bord au cours du processus d'ajustement du bassin. Toutefois, la plupart des études de ce prototype oscillation décennale ont été menées dans des contextes simplifiés quasi-géostrophiques, à gravité réduite ou à fond plat.

On se propose dans ce travail de thèse d'étudier l'effet de la topographie du fond et de la circulation moyenne sur les caractéristiques des modes de bassin baroclines.

On utilise un modèle shallow water à deux couches verticales avec surface libre. Différentes bathymétries analytiques type fond plat, dorsale médio-océanique et pentes continentales sont étudiées. L'obtention des vecteurs propres du modèle linéarisé par analyse de stabilité linéaire autour d'un état au repos révèle que (1) la sélection de ces modes à basse résolution s'établit par la dissipation explicite introduite dans le modèle, (2) la période décennale et l'amortissement du mode le moins amorti sont faiblement sensibles à la topographie.

Les budgets d'énergie et de vortacité de ces modes sont calculés dans le but de rationaliser le rôle amortisseur de la topographie via la conversion d'énergie qui a lieu entre les modes barotrope et barocline. En effet, une circulation barotrope, absente à fond plat, émerge à travers l'interaction entre le mode barocline à fond plat et la topographie. Toutefois, cette conversion d'énergie sous l'effet JEBAR demeure faible comparée aux processus visqueux.

En présence d'une circulation stationnaire forcée par le vent et les flux de chaleur, les intégrations temporelles du modèle nonlinéaire perturbé par des structures baroclines cohérentes type tourbillons gaussiens montrent la forte interaction entre le vortex et la topographie. Cette interaction se manifeste par : (1) une accélération de la vitesse de phase vers l'ouest par rapport au résultat à fond plat, (2) une circulation barotrope construite par la conversion de l'énergie barocline en barotrope, et (3) un déplacement méridien de l'anomalie dépendant de son signe même en l'absence d'advection nonlinéaire.

Par ailleurs, le mode majeur de variabilité barocline, fortement amorti par la topographie et la dissipation dans la configuration non forcée paraît renforcé par l'écoulement stationnaire qui diminue son taux d'amortissement. Sa période d'oscillation développe une dépendance à la

migration méridienne de l'advection zonale par l'écoulement moyen : elle est raccourcie ($T \approx 16$ ans) pour le forçage par le vent et rallongée ($T \approx 22$ ans) pour le forçage par les flux de chaleur.

Mots-clés : modèle shallow-water, analyse de stabilité linéaire, topographie, circulation moyenne, modes de bassin.

Abstract

One of the potential mechanisms at the origin of climatic variability on decadal to multidecadal timescales is the thermohaline oscillation corresponding to large-scale and low frequency basin modes that result from the interaction between long planetary waves and fast inertia-gravity waves during the adjustment process. However, most of the studies dealing with this decadal oscillation were carried out in a simplified flat bottom or reduced-gravity quasigeostrophic context.

This dissertation aims to study the effect of bottom topography and mean flow on the characteristics of the gravest baroclinic basin modes of variability in a mid-latitude idealized ocean basin.

To that end, we make use of a two-layer shallow water (SW) model. Different bathymetries such as a flat bottom, a mid-ocean ridge and continental slopes are studied. Getting the eigenvectors from the linearized model through linear stability analysis around a state of rest reveals that (1) the selection of these modes is set by the explicit dissipation introduced in the model, (2) the oscillation period and decay rate are weakly sensitive to the form and height of the topography.

Vorticity and energy budgets are computed in order to give a rationale for the decaying role of the topography via energy conversion from the baroclinic to the barotropic mode. Indeed, the barotropic flow absent in a flat bottom, results accurately from the interaction of the flat-bottomed baroclinic motion with the topographic height. However, the energy conversion under the JEBAR effect remains weaker with respect to the frictional processes.

A stationary circulation is now included through wind or thermal forcing. Temporal integrations of the nonlinear model perturbed by coherent baroclinic structures with a gaussian eddy form show the strong interaction between the vortex and the topography. This interaction implies : (1) a westward acceleration of the zonal phase speed (with respect to the classic flat-bottom result), (2) a barotropic circulation built up by the conversion of the baroclinic energy into a barotropic one, and (3) an eddy sign-dependent meridional migration, even in the absence of nonlinear advection. Moreover, the decadal basin mode strongly damped by the topography and the dissipation shows a decrease of its decay rate by the large scale stationary forcing. Its oscillation period is found to be a strong function of the meridional migration of the eastward advection by the mean flow : it is shortened ($T \approx 16$ yrs) in the wind-forced

experiment and lengthened ($T \approx 22$ yrs) with a thermal forcing.

Key words : shallow-water model, linear stability analysis, topography, mean flow, basin modes.

Table des matières

1	Introduction	14
1.1	Variabilité décennale à multidécennale de la circulation océanique	17
1.2	Mécanismes à l'origine de la variabilité multidécennale	18
1.2.1	Modes de variabilité interne	19
1.2.2	Oscillations couplées	20
1.2.3	Modes de bassin	22
1.3	Objectif de la thèse	24
1.4	Organisation de la thèse	25
2	Modèle et méthode	28
2.1	Modèle shallow-water à deux couches	29
2.1.1	Dérivation du modèle shallow water à deux couches	30
2.1.2	Linéarisation des équations	35
2.2	Analyse de stabilité linéaire	37
3	Modes libres	41
3.1	État de l'art sur l'influence de la topographie	41
3.2	Effet de la topographie sur les modes intrinsèques de variabilité du système non forcé - Article soumis au JMR	44
3.3	Complément de la première partie	93
3.3.1	Amortissement du mode barocline le moins amorti	93
3.3.2	Effet de la résolution du rayon interne de déformation de Rossby et de la viscosité sur les modes baroclines les moins amortis	100

4 Modes forcés	106
4.1 État de l'art sur l'influence de l'écoulement moyen	106
4.1.1 Forçage par le vent	107
4.1.2 Forçage thermique	108
4.1.3 Intégrations nonlinéaires	110
4.2 Effet de la circulation moyenne sur les modes de variabilité forcés - Article à soumettre au JPO	111
4.3 Complément de la deuxième partie	173
4.3.1 Tourbillon barocline dans un cadre planétaire géostrophique	173
4.3.2 Renforcement de la vitesse de phase par l'état moyen	179
4.3.3 Typologie des modes baroclines basse fréquence en présence d'un forçage supercritique	185
Conclusion	195
Bibliographie	201

Chapitre 1

Introduction

L'étude de la variabilité océanique et des mécanismes qui la gouvernent est un enjeu majeur pour la compréhension de la variabilité climatique. Comprendre le fonctionnement des processus physiques à l'origine de cette variabilité devrait, en effet, permettre une meilleure distinction entre les composantes naturelle et anthropogénique des changements climatiques et par conséquent, une certaine prédictibilité du système climatique à l'échelle multidécennale. Toutefois, la courte période instrumentale d'environ 130 ans a rendu l'analyse des observations sur des bandes de fréquence multidécennales statistiquement peu significatives, et donc la proposition de mécanisme physique à l'origine de ces pics incertaine. Comme la longueur des séries temporelles d'observations ne va pas s'accroître significativement sur le court et le moyen terme, l'étude du climat avance aujourd'hui grâce à la modélisation numérique. Il apparaît cependant incontournable, étant donné les longues échelles temporelles associées à cette variabilité, la nature intrinsèquement non linéaire du système couplé océan-atmosphère et la grande variété des processus physiques probablement impliqués, d'adopter une stratégie scientifique alternative aux études réalistes, en se basant sur l'utilisation de modèles idéalisés à dynamique simplifiée, qu'on cherchera progressivement à complexifier (Held, 2005; Nof, 2008; Colin de Verdière, 2009). Le bénéfice d'une telle approche réside dans sa capacité à explorer la sensibilité du système climatique à divers processus physiques d'échelles multiples et sur une large gamme de forçages et de paramètres.

Ainsi, des modèles océaniques simplifiés forcés en surface par le vent ont révélé la mise en mouvement de la circulation superficielle sous forme de plusieurs cellules en rotation, de quelques milliers de kilomètres de diamètre, appelées gyres (Stommel, 1948; Munk, 1950)

communiquant entre elles grâce aux courants de bord Ouest (Holland, 1978). Ces gyres sont asymétriques du fait des variations latitudinales de la force de Coriolis (effet β), liée à la rotation de la terre. A la différence de la circulation océanique forcée par le vent, l'échange de masse et de chaleur dans l'hémisphère Nord entre les gyres subtropical et subpolaire est influencé par la circulation thermohaline qui relie la dynamique en surface à celle en profondeur via la formation des eaux profondes aux hautes latitudes. Schématisée par un gigantesque tapis roulant tridimensionnel représenté sur la figure 1.1, cette circulation est régie par les gradients de densité induits par la distribution des flux de chaleur et d'eau douce en surface et qui agissent respectivement sur la température et la salinité. Ces flux de chaleur et d'eau douce ne sont pas uniformes à la surface des océans : l'équateur reçoit en moyenne plus de chaleur que les pôles ; les moyennes latitudes, quant à elles, sont des régions où les précipitations dominent alors que dans les tropiques c'est l'évaporation.

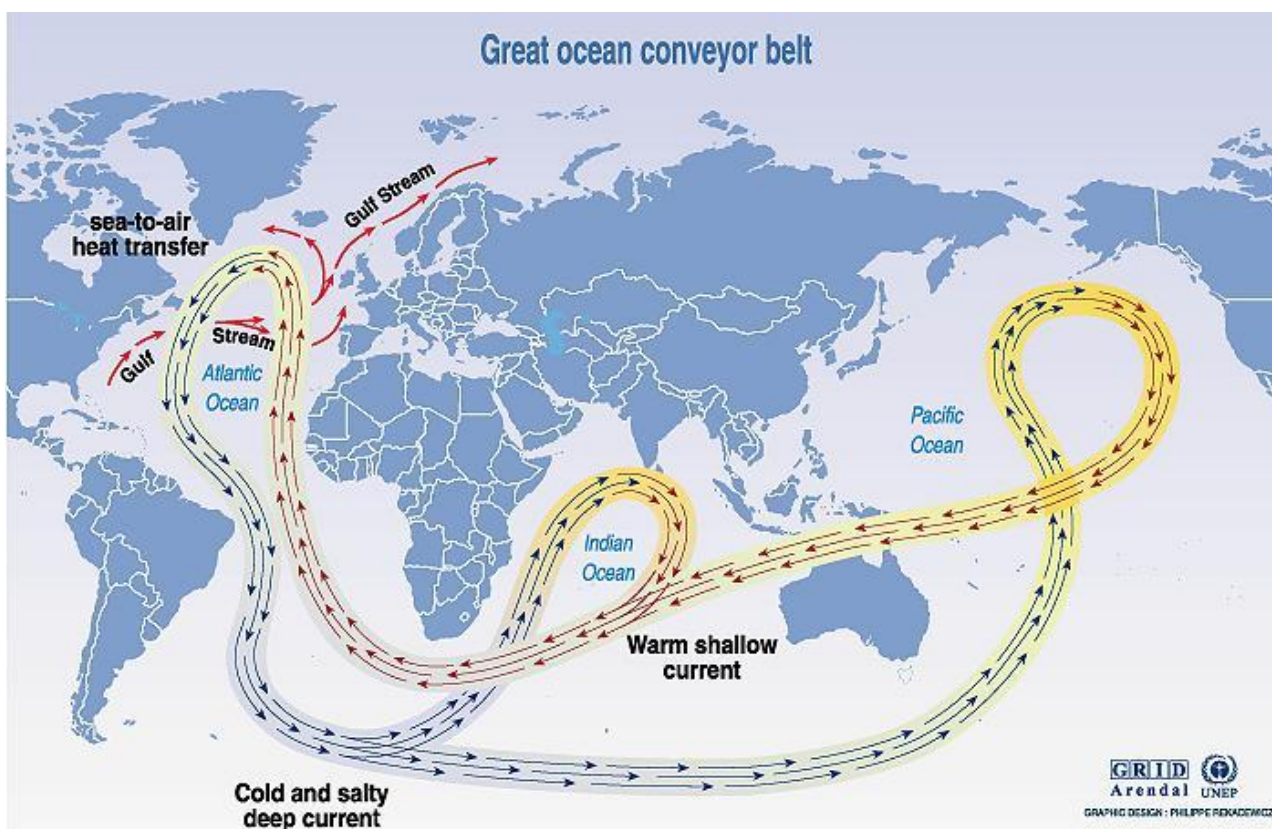


FIGURE 1.1 – Représentation schématique du tapis roulant océanique (Broecker, 1991).

Ainsi, la circulation thermohaline globale relie tous les bassins entre eux et se décompose

INTRODUCTION

dans l’océan Atlantique en une branche d’eau froide circulant en profondeur vers le sud et une branche chaude, circulant en surface vers les hautes latitudes. Cette circulation tridimensionnelle représentée par la circulation océanique méridienne (i.e. intégrée zonalement) ou cellule méridienne de retournement (*Meridional Overturning Circulation*, MOC) a longtemps été perçue comme résultant principalement d’un équilibre advectif-diffusif à grande échelle (Munk, 1966) : la formation des eaux profondes au niveau des sites de convection, où le refroidissement de l’océan par l’atmosphère conduit à la plongée des eaux de surface principalement dans les mers nordiques, entraîne par conservation du volume une advection des eaux de surface sous forme d’un transport de masse et de chaleur vers le nord. Ce transport est compensé dans la théorie classique par une remontée des eaux denses vers la surface sous l’effet du mélange vertical (ou diapycnal) généré par la turbulence de petite échelle, typiquement, le déferlement des ondes internes ou les instabilités de Kelvin-Helmoltz. L’intensité de la cellule thermohaline est alors contrôlée principalement par la diffusion verticale (Warren, 1981; Bryan, 1987).

Toutefois, la difficulté de réconcilier les valeurs très hétérogènes observées du mélange avec celles nécessaires au maintien de la cellule méridienne ($1 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ en moyenne) a mis en avant le rôle du régime austral de la MOC qui implique une remontée adiabatique d’une partie importante ($\approx 10 \text{ Sv}$) de l’Eau Profonde Nord Atlantique (*North Atlantic Deep Water*, NADW) le long des isopycnes dans l’océan Austral, forcée par le vent au sud du Courant Circumpolaire Antarctique (Toggweiler and Samuels, 1995, 1999; Gnanadesikan, 1999) et les tourbillons méso-échelle (Karsten and Marshall, 2002). Ces deux régimes dynamiques eulériens et quasi-lagrangiens de la MOC coexistent certainement dans l’océan global mais à des degrés différents selon les régions.

Ainsi, l’océan transporte en moyenne 2 PW de chaleur vers les hautes latitudes (Trenberth and Caron, 2001; Ganachaud and Wunsch, 2003). La MOC domine le transport méridien de chaleur (*Meridional Heat Transport*, MHT) en raison de forts contrastes thermiques verticaux à basse latitude et qui diminuent lorsque la latitude augmente, établissant une circulation verticale vigoureuse par rapport à une circulation horizontale alimentée par de faibles différences zonales de température (Broecker, 1982; Roemmich and Wunsch, 1985; Cunningham, 2010). Dans l’Atlantique, la cellule méridienne est associée à la formation de l’eau profonde Nord-Atlantique (NADW) contribuant à 60% au transport de chaleur estimé à 1 PW à 20°N par les observations (Talley et al., 2003) et les modèles (Boccaletti et al., 2005; Ferrari and Ferreira, 2011). Jouant un rôle clé dans le maintien du climat actuel, la variabilité de cette cellule est

susceptible d'impacter celle du climat sur différentes échelles de temps.

1.1 Variabilité décennale à multidécennale de la circulation océanique

De nombreuses observations montrent que le système climatique de l'océan global possède une variabilité multidécennale. L'analyse des SST (Kushnir, 1994; Knight et al., 2005; Ting et al., 2009) et des SSH révèlent l'évolution temporelle de structures spatiales cohérentes sur ces échelles de temps, suggérant le rôle actif des ondes planétaires de Rossby dans l'établissement de cette variabilité. L'aspect grande échelle de ces signaux d'anomalies de SST présents dans tous les océans du globe mais plus facilement observables dans le Pacifique en raison de l'étendue zonale du bassin (figure 1.2), a conduit à supposer que ces signaux sont dus à la variabilité décennale de l'AMOC (Kushnir, 1994; Delworth and Mann, 2000; Dong and Sutton, 2003; Knight et al., 2005; Zhang et al., 2007).

Les modèles idéalisés (Colin de Verdière and Huck, 1999; Te Raa and Dijkstra, 2002) s'accordent quant à eux sur le fait qu'il existe un lien entre la variabilité de la MOC et les ondes de Rossby baroclines et suggèrent que l'échelle de temps dominant la variabilité de la MOC est établie par le temps de transit des ondes de Rossby baroclines à travers le bassin.

Les modèles couplés océan-atmosphère (Sime et al., 2006; Hirschi and Marotzke, 2007; Hirschi et al., 2007) ainsi que les analyses des estimations des états de l'océan (Cabanès et al., 2008) suggèrent de leur côté que la variabilité de la MOC sur de courtes échelles de temps est principalement due à la variabilité du transport d'Ekman. En revanche, sur des échelles de temps plus longues (interannuelles à multidécennales), la variabilité de la MOC est liée aux changements du champ de densité.

Selon la relation du vent thermique, les anomalies de densité aux frontières d'un bassin océanique conduisent à des anomalies de la MOC, un constat utilisé pour reconstruire l'AMOC à 26.5°N en utilisant les données du réseau RAPID (Johns et al., 2011). En utilisant une hiérarchie de modèles idéalisés océaniques et couplés océan-atmosphère dans une configuration type "aquaplanet", Buckley et al. (2012) proposent la variabilité de la MOC comme une réponse de type vent thermique à l'anomalie de densité qui prend naissance dans le gyre subpolaire (Zanna et al., 2011) et se propage vers le sud le long du bord ouest (Buckley et al.,

INTRODUCTION

2012). Comme les anomalies de densité sont négligeables au bord est, le spin up de la MOC est donc lié à des anomalies de densité négatives au bord ouest. Ce mode de variabilité de la MOC et par conséquent des anomalies de densité est un mode purement océanique dans le sens où il ne requiert pas de feedback atmosphérique pour être excité, ce qui suggère que la variabilité atmosphérique type Oscillation Nord Atlantique n'est pas indispensable à la variabilité de la MOC. Ce mode auto-soutenu dans une configuration à fond plat, s'amortit en présence d'une topographie en forme de bol et nécessite alors un forçage atmosphérique stochastique pour être entretenu, ce qui conforte bien les conclusions de précédents travaux (Winton, 1997; Greatbatch et al., 1997; Huck et al., 2001). Ce mode de variabilité s'accroît malgré la présence de dissipation, en extrayant de l'énergie potentielle disponible de l'écoulement moyen via l'instabilité barocline comme démontré auparavant par Colin de Verdière and Huck (1999); Huck et al. (2001); Te Raa and Dijkstra (2002); Arzel et al. (2006). L'extraction peut alors paraître comme un processus local ou bien une radiation d'ondes transportant la variance positive de densité $-\overline{\mathbf{u}'b'} \cdot \nabla \overline{b}$ (b' est l'anomalie de densité) vers la zone où l'anomalie est observée.

1.2 Mécanismes à l'origine de la variabilité multidécennale

Des oscillations décennales à multidécennales de la circulation thermohaline avec des fréquences privilégiées à 20 ans ont été observées notamment dans les champs de température de surface océanique qui forment le signal climatique majeur des moyennes latitudes, mais également produites par une large gamme de modèles océaniques (Greatbatch and Zhang, 1995; Colin de Verdière and Huck, 1999; Delworth and Greatbatch, 2000) et couplés (Delworth et al., 1993) dans des configurations idéalisées, réalistes, forcées et libres. Leur origine implique incontestablement une dynamique océanique équilibrée au premier ordre vu ces échelles de temps, mais susceptibles d'interaction fortes avec la topographie grande échelle et l'état moyen de la circulation générale. Des mécanismes variés à l'origine de cette variabilité ont été proposés dans la littérature, mais on peut les regrouper en deux grandes catégories : les modes purement océaniques et les modes couplés.

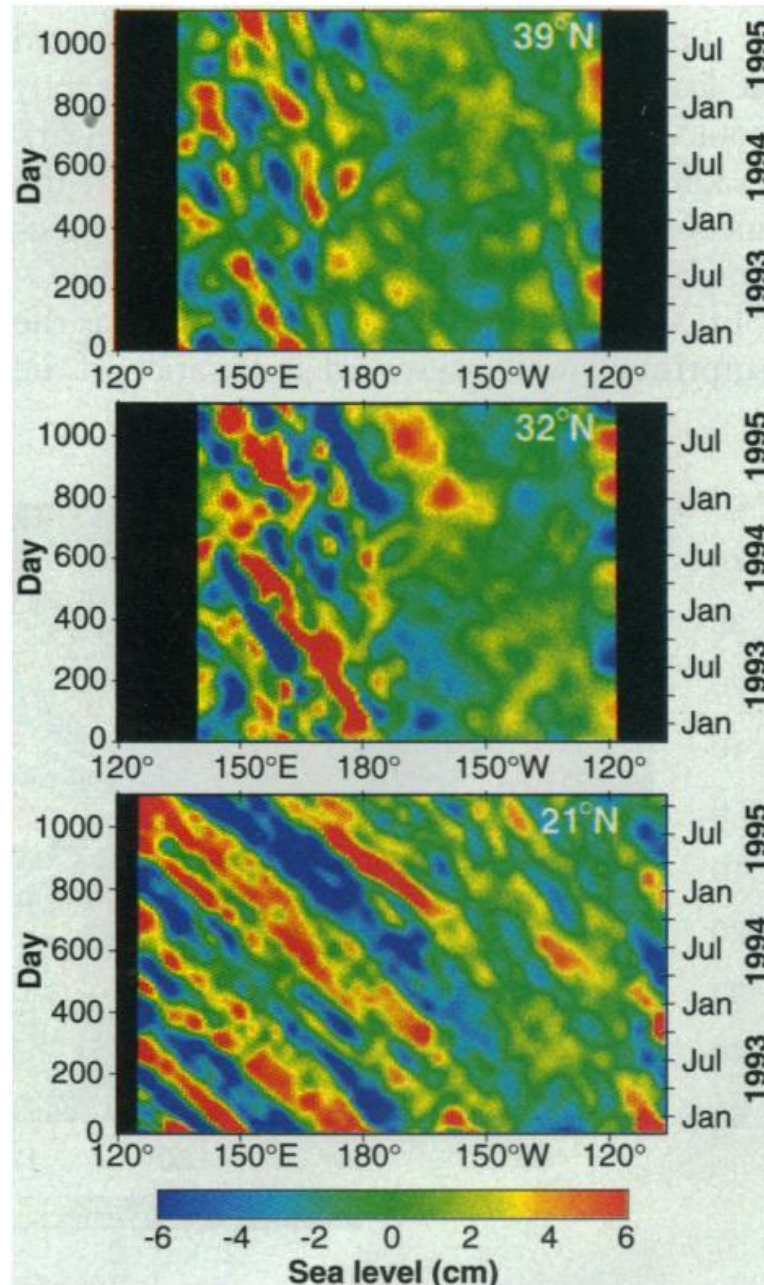


FIGURE 1.2 – Diagramme Hovmöller du champ filtré du niveau de la mer dans l’océan Pacifique aux latitudes 39° , 32° et 21° N, représentatives des latitudes subtropicales de l’océan mondial (Chelton and Schlax, 1996).

1.2.1 Modes de variabilité interne

Ces modes sont de deux types : les modes auto-entretenus par un feedback non linéaire, et les modes amortis qui nécessitent une excitation par un forçage pour être entretenus. Un des

INTRODUCTION

premiers modèles conceptuels à être proposé pour expliquer les feedbacks thermohalins qui conduisent à ces oscillations internes est l'oscillateur de Welander (1986). Le prototype des oscillations reliées à l'advection des anomalies étant l'oscillateur de la boucle de Howard-Malkus (Welander, 1967) forcé par les différences de température. Dans cette boucle, une anomalie chaude est soutenue si son temps de résidence dans les régions froides est plus court qu'en région chaude. L'oscillation se met alors en place suite à l'alternance de phase d'accélération et de décélération de l'advection de l'anomalie au cours du cycle d'oscillation. Le modèle linéaire d'oscillation thermohaline de Griffies and Tziperman (1995) et de Sévellec et al. (2006) est une variante de l'oscillateur pour une anomalie de densité forcée par les flux d'eau douce.

Une caractéristique commune à ces oscillations internes interdécennales est la propagation vers l'ouest au niveau du bord nord du bassin des anomalies de température (Colin de Verdière and Huck, 1999; Huck et al., 1999a, 2001; Huck and Vallis, 2001; Te Raa and Dijkstra, 2002). En utilisant le modèle linéaire tangent du modèle planétaire géostrophique dans un bassin rectangulaire à fond plat, Huck and Vallis (2001) montrent que ces oscillations se produisent à partir d'un mode interne géostrophique interdécennal, d'une période de 20-50 ans et dont l'amplitude est contrôlée par la diffusivité horizontale. Le mécanisme à l'origine de ce mode serait une croissance par instabilité barocline grande échelle, des modes linéaires instables proposé par Huck et al. (1999a), puis confirmé par Te Raa et al. (2004) ou bien un déphasage entre le retournement méridien et zonal évoqué par Greatbatch and Peterson (1996).

La présence de ces modes océaniques oscillatoires a également été révélée par l'analyse de stabilité réalisée par Te Raa and Dijkstra (2002) sous un faible mélange horizontal et discutée en terme de bifurcation de Hopf. Un facteur clé de ce mécanisme est la propagation vers l'ouest d'anomalies de température qui interagissent avec la circulation thermohaline.

1.2.2 Oscillations couplées

Ces oscillations émergent dans certains modèles couplés océan-atmosphère qui permettent une approche plus complète du système climatique. L'intégration de contrôle des modèles couplés est réalisée sur la base de niveaux prescrits constants d'insolation, de gaz traces et d'aérosols. Des fluctuations de type Oscillation Multidécennale Atlantique (*Atlantic Multidecadal Oscillation*, AMO) émergent du spectre de variabilité interne indépendamment de tout forçage anthropogénique, résultant en partie des fluctuations de l'AMOC et par conséquent de

celles associées au transport de chaleur. Ainsi, une forte (faible) AMOC conduit à une phase chaude (froide) de l'AMO en analogie avec la boucle de Howard-Malkus. La différence est que le couplage air-mer est essentiel à l'apparition de l'oscillation.

Delworth et al. (1993) puis Delworth and Greatbatch (2000) ont documenté cette oscillation interne au cours de laquelle l'océan répond de manière principalement passive à l'échelle décennale du forçage atmosphérique, en excitant un mode interne de variabilité amorti et dont le mécanisme physique serait un déphasage entre les transports de sel et de chaleur. Timmermann et al. (1998) avancent un autre mécanisme dans lequel l'océan semble jouer un rôle actif via une rétro-action avec l'atmosphère, élément essentiel pour l'existence de cette oscillation. En effet, la structure spécifique des anomalies de SST force une réponse atmosphérique qui génère un forçage par les flux d'eau douce. Ce dernier inverse la phase de l'oscillation en modifiant la structure verticale de la thermocline et le site de convection.

En analysant une longue intégration de contrôle du modèle couplé HadCM3, Vellinga and Wu (2004) trouvent un mode de variabilité centenaire associé à l'AMOC. Ce mode s'établit suite à un cycle oscillant qui s'amorce avec une forte AMOC (associée à une phase chaude de l'AMO). Cette dernière conduit à la migration vers le nord de la position de la zone de convergence intertropicale, et donc à une injection plus importante d'eau douce dans l'Atlantique tropical, qui prend plusieurs décennies pour se propager vers le gyre subpolaire où elle inhibe la formation d'eau profonde, menant ainsi à l'affaiblissement de l'AMOC et au refroidissement de l'Atlantique Nord.

Jungclaus et al. (2005) montrent la présence d'une forte variabilité multidécennale dans leur simulation de contrôle du modèle global couplé ECHAM5 avec une période de 70-80 ans. Le mécanisme qu'ils proposent ressemble à celui évoqué par Delworth et al. (1997) dans le sens où il implique un mode océanique amorti et continuellement excité par le bruit atmosphérique stochastique. Ce mécanisme implique un déphasage entre l'intensité de la MOC et les transports associés de salinité et de chaleur. Ils soulignent également l'importance des échanges d'eau douce entre l'Arctique et l'Atlantique subpolaire dans lequel la libération d'eau douce par l'Arctique dans les mers polaires est cruciale pour l'inhibition de la convection océanique et l'affaiblissement de la MOC.

Ainsi, loin d'être exhaustive, cette revue brosse un panorama des travaux entrepris sur la variabilité à l'échelle multidécennale de la circulation thermohaline. Elle fournit un support fondamental pour la compréhension des mécanismes qui régissent cette variabilité. Toutefois, la

INTRODUCTION

diversité des mécanismes proposés inhérents aux différents modèles utilisés ainsi qu’aux différentes configurations d’un même modèle fait que beaucoup de travail reste à faire pour aboutir à une description unifiée de la dynamique de la variabilité océanique et plus généralement, climatique.

1.2.3 Modes de bassin

De par leur structure spatiale globale et leur période décennale, les modes planétaires baroclines de bassin constituent aussi ”un postulat” pour expliquer les signaux de variabilité. Ces derniers s’établissent au cours du processus d’ajustement géostrophique par l’interaction entre les ondes lentes de Rossby baroclines dans l’intérieur du bassin et les ondes rapides de Kelvin aux bords du bassin. Cependant, aucun consensus n’a été solidement établi quant aux mécanismes qui gouvernent leur période d’oscillation ainsi que leur taux d’amortissement, d’autant plus que la plupart des études qui s’y sont intéressées sont basées sur des configurations simples quasigéostrophiques à fond plat ou à gravité réduite.

Avec un modèle linéaire simple à dynamique planétaire géostrophique d’un bassin semi-infini (sans bord ouest), Frankignoul et al. (1997) présentent l’océan comme un simple intégrateur de la variabilité atmosphérique qui permet d’expliquer la dynamique basse fréquence de la variabilité océanique. En effet, en considérant le forçage atmosphérique comme un bruit blanc étant donné les échelles très rapides de l’atmosphère par rapport à celles de l’océan, ils montrent que la réponse océanique à ce forçage est de type bruit rouge : la densité spectrale de la réponse barocline présente un pic à basse fréquence pour des périodes supérieures au temps de transit des ondes de Rossby planétaires à travers le bassin.

Avec un bassin fermé à gravité réduite dans un contexte linéaire quasi-géostrophique, Cessi and Primeau (2001) montrent l’existence de modes de bassin (1) basse fréquence, (2) faiblement amortis en présence de faible friction ce qui permet leur sélection du spectre total des modes et (3) résonants en présence d’un forçage transitoire. Leurs fréquences sont des entiers multiples de la fréquence du mode le moins amorti dont la période coïncide avec le temps nécessaire aux ondes longues de Rossby pour traverser le bassin. Ces modes sont par contre inexistantes en l’absence de contrainte de conservation de la masse induisant une pression nulle au bord. Ceci implique d’après Pedlosky (1987) une réflexion totale des ondes longues incidentes au bord ouest qui a pour effet de raccourcir leurs longueurs d’onde par rapport au rayon interne

de déformation de Rossby. Ces ondes restent piégées dans la couche limite frictionnelle de bord ouest et contribuent à la variabilité haute fréquence dans cette région. En revanche, en appliquant le principe de conservation de la masse, la pression au bord est considérée constante spatialement mais fluctue dans le temps. Son ajustement constitue donc une source continue d'ondes longues de Rossby émanant du bord est, dont l'arrivée au bord ouest est à l'origine de fluctuations continues de la pression de bord, initiant ainsi un nouveau paquet d'ondes du bord est et établissant ainsi le mode planétaire dont la période coïncide avec le temps nécessaire au passage de l'onde de Rossby longue à travers le bassin.

La formulation Shallow Water du même problème à gravité réduite par Cessi and Louazel (2001) confirme bien l'existence de fréquences préférentielles déterminées par les modes propres du bassin, et l'aptitude du forçage stochastique à produire une densité spectrale de la réponse du bassin proche de la fréquence du mode le moins amorti. Avec des développements analytiques simples, ils montrent que le taux d'amortissement est indépendant de la friction explicite tant que sa valeur reste faible. Il est plutôt implicitement établi par le différentiel de vitesse de phase des ondes de Rossby baroclines entre le bord nord et le bord sud du bassin, à l'origine d'une inclinaison latitudinale des fronts d'ondes qui se trouvent ainsi partiellement absorbées quand elles atteignent le bord ouest. L'équilibre énergétique du mode barocline est constitué d'un réservoir principal d'énergie potentielle disponible (APE) convertie en énergie cinétique turbulente (EKE) puis dissipée par la friction linéaire. Le taux d'amortissement est donc simplement établi par le ratio $-2rEKE/APE$, où r est le coefficient de frottement linéaire.

Par ailleurs, la réponse d'un bassin océanique fermé à un forçage stochastique (bruit blanc) ayant une structure méridienne a été détaillée par Liu (2003) avec un modèle analytique géostrophique et par Yang et al. (2004) avec un modèle shallow water. Les deux études montrent un pic spectral de la réponse au voisinage de la fréquence du premier mode de variabilité du bassin. Les différents types de modes de bassin basse fréquence planétaires, de Kelvin et équatoriaux ont ainsi été identifiés et répertoriés par Yang and Liu (2003) avec des modèles analytiques et numériques simples type shallow water à gravité réduite.

En reprenant la formulation quasi-géostrophique qu'ils étendent au cas d'un bassin à deux couches actives en présence d'un fond plat, Spydell and Cessi (2003) suivis par Ben Jelloul and Huck (2005) ont étudié le spectre des modes baroclines forcés par une circulation moyenne barotrope de Sverdrup. Ils montrent que l'intensité du forçage est critique pour le spectre des

INTRODUCTION

modes propres, faisant émerger à forte intensité (pour des contours de vorticité potentielle moyenne fermés) deux classes de modes, (1) les modes de bassin classiques grande échelle déformés par l'écoulement moyen et (2) les modes piégés à l'intérieur des contours géostrophiques fermés. Ces derniers sont soit des modes stationnaires très basse fréquence purement amortis, ou bien des modes de recirculation faiblement amortis. Toutefois, pour faire apparaître cette nouvelle famille de modes, ils ont dû appliquer des intensités de forçage dix fois supérieures à celles réellement observées dans l'océan rendant leur existence et leur implication dans le processus d'ajustement géostrophique et par conséquent dans la variabilité de la circulation océanique discutable. On peut imaginer que l'introduction d'une topographie réaliste grande échelle (de 1500-2000 m de hauteur) pourrait contribuer à fermer les contours géostrophiques et rendre la présence de cette nouvelle classe de modes de bassin "légitime".

Ainsi, de tous les travaux évoqués plus haut, il est possible de distinguer deux types de théories pour la réponse océanique à un forçage atmosphérique. La première concerne l'excitation des ondes longues de Rossby dans un bassin semi-infini comme celles de Frankignoul et al. (1997). La deuxième se rapporte à l'excitation des modes de bassin dans un bassin fermé à l'instar de celle de Cessi and Primeau (2001). En l'absence d'un bord ouest, le forçage doit posséder une structure spécifique pour développer une échelle temporelle préférentielle (Jin, 2001; Qiu, 2003) alors qu'avec un bord ouest, le pic décennal émerge spontanément du fait de l'excitation des modes propres de bassin. La trame de fond du travail présenté dans ce manuscrit est donc focalisée sur l'interaction entre les ondes planétaires et la dynamique grande échelle. L'importance de l'état moyen comme forçage des modes internes mais également comme support pour les ondes planétaires est à considérer tout comme la topographie du fond dont l'effet n'a pas toujours été considéré dans les simulations.

1.3 Objectif de la thèse

La circulation océanique dans le bassin Atlantique simulée par des modèles idéalisés peut générer spontanément une variabilité décennale par différents mécanismes, dont l'instabilité barocline grande échelle (Colin de Verdière and Huck, 1999; Huck et al., 1999a, 2001) et les modes de bassin qui émergent dans des modèles encore plus simples, type quasi-géostrophiques, basés sur la résonance des ondes longues de Rossby baroclines, mais ils demeurent amortis et nécessitent donc une excitation (par un bruit blanc atmosphérique) pour être entretenus (Cessi

and Primeau, 2001; Cessi and Louazel, 2001). Les études basées sur la théorie des modes de bassin pour expliquer la variabilité de la circulation thermohaline basse-fréquence ont pour la plupart été entreprises avec des modèles quasi-géostrophiques à gravité réduite ou à fond plat pour la simplicité de leur formalisme. Ces études ont ainsi pu souligner le rôle des ondes de Rossby dans la mise en place d'une circulation intensifiée au bord ouest, suite au piégeage et à la dissipation des ondes de Rossby courtes dans la couche frictionnelle de bord ouest (LaCasce, 2000; LaCasce and Pedlosky, 2002).

Ce travail de thèse s'inscrit dans la continuité de ces travaux et s'intéresse aux modes de bassin comme mécanisme potentiel de la variabilité décennale. Notre approche est fondée sur l'étude de l'impact de certaines simplifications largement utilisées dans les travaux antérieurs sur ce mécanisme de variabilité ainsi que la robustesse de ce dernier à la paramétrisation mise en œuvre. Il s'agit en particulier d'analyser l'influence de la topographie du fond et de la circulation moyenne forcée soit par la tension du vent soit par les flux de chaleur, sur la période d'oscillation, l'amortissement et la structure spatiale des modes de variabilité. En effet, le comportement des modes en présence de ces nouveaux éléments est peu décrit dans la littérature. L'intérêt de cette thèse est de faire un pas de plus dans la compréhension de ce mécanisme potentiel de la variabilité décennale. On se propose donc d'apporter des éléments de réponse aux questions suivantes :

- 1) Quelles modifications peut apporter la topographie aux caractéristiques du mode majeur de variabilité à fond plat ?
- 2) Par quel mécanisme s'opère l'amortissement du mode barocline et quelle est son efficacité ?
- 3) Quel est l'effet de la part moyenne de la circulation sur sa composante variable ? Permet-elle d'exciter les modes amortis ? Y a-t-il des différences dans la réponse de type modes de bassin baroclines selon la nature (barotrope/barocline) du forçage considéré ?

1.4 Organisation de la thèse

Pour répondre aux questions que l'on s'est posées, notre étude s'articule autour de deux catégories d'expériences réalisées à l'aide d'un modèle shallow water à deux couches, faisant chacune l'objet d'une partie de la thèse. S'attachant à l'étude du mécanisme de variabilité plus qu'à la reproduction réaliste de l'oscillation, l'outil numérique sera employé dans sa configuration la plus simple, en géométrie et forçage idéalisés.

INTRODUCTION

Après la présentation du modèle et de la méthode utilisée, on se propose dans un premier temps d'étudier les modes de variabilité libres en l'absence de tout forçage extérieur afin de cibler l'effet de la topographie sur ces modes de bassin. Dans cette partie, à partir de bilans de vorticité et d'énergie, on cherchera à quantifier les différentes voies d'amortissement du mode le moins amorti.

Dans la deuxième partie, on introduit un forçage stationnaire par la tension du vent et les flux de chaleur induisant une circulation moyenne forcée afin d'étudier son impact sur les caractéristiques spatiales et fréquentielles du mode majeur de variabilité. On terminera, enfin, par une synthèse des conclusions et des perspectives pour de futurs travaux.

Chapitre 2

Modèle et méthode

De nombreux processus dynamiques de l'océan peuvent être compris en ne considérant que l'écoulement à grande échelle (échelle synoptique et au-delà soit 500 à 5000 km) et son évolution lente (échelle de temps supérieure à la période inertielle), ce qui exclut de nombreux phénomènes plus rapides, et souvent de plus petite échelle, tels que les ondes d'inertie-gravité.

L'échelle de temps intrinsèque pour l'évolution des fluides en rotation sur la terre est simplement l'échelle de temps associée à la rotation de la terre. Si l'on note Ω la vitesse de rotation de la terre, le paramètre de Coriolis à la latitude θ s'écrit $f = 2\Omega \sin \theta$ (on néglige la force de Coriolis due à la composante horizontale du vecteur de la rotation de la terre en première approximation). L'échelle de temps associée à la force de Coriolis également appelée période inertielle est donc $T_\Omega = f^{-1}$. L'échelle de temps advective du fluide en mouvement se définit à partir de son échelle spatiale caractéristique et de sa vitesse comme $T = L/U$. Ainsi, il est possible de définir le nombre de Rossby adimensionnel de l'écoulement $Ro = T_\Omega/T = U/fL$ comme le rapport de l'échelle de temps associé à la rotation de la terre à l'échelle de temps du mouvement. Les mouvements de l'océan aux échelles synoptiques ($L = 1000$ km, $U = 1$ cm s⁻¹, $f = 10^{-1}$ s⁻¹) sont associés à un nombre de Rossby petit (de l'ordre de 10^{-2}). Dans ce cas l'équilibre océanique qui prévaut correspond à l'équilibre géostrophique, qui implique une compensation du gradient horizontal de pression par la force de Coriolis.

D'autres mouvements omniprésents dans l'océan mais plus rapides sont dus aux ondes d'inertie-gravité. Ils sont associés à des nombres de Rossby de l'ordre de l'unité, leur échelle de temps caractéristique est de l'ordre de T_Ω . Ainsi, entre les mouvements lents et équilibrés et les mouvements rapides et non-équilibrés, il est possible d'appliquer une séparation dynamique

moyennant des approximations.

La stratification est aussi un ingrédient fondamental qui conditionne la dynamique océanique et qui permet de distinguer une autre classe de mouvements liée aux ondes internes d’inertie-gravité. Le modèle le plus simple de la stratification est un modèle à une seule isopycne : une seule couche active de fluide de densité homogène surplombant une couche plus dense au repos, également appelé modèle à gravité réduite. Ce dernier peut être soit à surface libre, dans ce cas, il exclut l’existence d’ondes internes d’inertie-gravité ou bien à toit rigide mais à interface, inhibant ainsi l’existence d’ondes d’inertie-gravité surfaciques.

Toutefois, dans l’océan, une telle simplification de la stratification est fortement réductrice quant au réalisme des analyses. En effet, l’essentiel de la stratification océanique est concentré sur la thermocline qui sépare les eaux de surface plus chaudes et salées des eaux profondes plus froides et plus denses, affichant ainsi un caractère bi-couche bien marqué : un pas de plus vers une vision plus réaliste de la circulation grande échelle. Nous faisons donc le choix de partir des équations d’un modèle à deux couches représentant respectivement la couche de mélange et l’océan profond. Certes, cette représentation de la stratification est rudimentaire néanmoins elle présente l’avantage d’introduire de nouveaux processus dynamiques par rapport à la modélisation à une couche tout en demeurant la plus simple possible. Cette configuration permet notamment de considérer l’effet de la topographie du fond, élément souvent ignoré dans les études théoriques de la variabilité décennale de la circulation thermohaline.

2.1 Modèle shallow-water à deux couches

Les océans et l’atmosphère sont des couches fluides soumises à la rotation et à la gravité. Le modèle le plus simple pour les décrire est le modèle de l’eau peu profonde. Bien que régissant une dynamique simplifiée comparé aux modèles aux équations primitives, ce modèle est riche et conceptuellement très utile. Nous l’utiliserons tout au long de cette étude comme outil de base pour des analyses de stabilité linéaire ou bien des intégrations temporelles non linéaires.

2.1.1 Dérivation du modèle shallow water à deux couches

Sous les hypothèses suivantes :

- le fluide est incompressible,
- l'échelle verticale est petite comparée à l'échelle horizontale,
- la vitesse verticale est petite comparée aux vitesses horizontales,
- l'écoulement est quasi-bidimensionnel : $u = u(x, y, t); v = v(x, y, t)$,

les équations qui décrivent les mouvements du fluide à deux couches en rotation sont :

$$\partial_t \mathbf{u}_i + f \mathbf{k} \times \mathbf{u}_i = -g \nabla \left(\eta_1 + \delta_{i2} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} (\eta_2 - \eta_1) \right) + \nu \nabla^2 \mathbf{u}_i + F_i, \quad (2.1a)$$

$$\partial_t h_i + \nabla \cdot (h_i \mathbf{u}_i) = S_i. \quad (2.1b)$$

Le domaine $\mathfrak{D} : x \in [0, L_x] \times |y| \leq \frac{L_y}{2}$ est placé dans un repère cartésien où x est la coordonnée zonale dirigée vers l'est, y est la coordonnée méridienne dirigée vers le nord, \mathbf{k} est la verticale locale orientée vers le haut. \mathbf{u}_i, h_i respectivement le vecteur vitesse et l'épaisseur de chaque couche $i = 1, 2$ de densité ρ_i , constituent les variables dynamiques du modèle. Les indices $i = 1(2)$ désignent la couche supérieure (inférieure). δ_{i2} est le symbole de Kronecker et g l'accélération de la gravité.

Avec l'approximation du plan tangent, le paramètre de Coriolis s'écrit $f = f_0 + \beta y$, où f_0 est le paramètre de Coriolis à une latitude de référence et $\beta = \partial f / \partial y$ sa dérivée méridienne. On rappelle que pour la force de Coriolis, on néglige sa composante associée aux projections du vecteur rotation sur le plan horizontal, car ces termes sont proportionnels à la composante verticale de la vitesse qui est généralement au moins deux ordres de grandeur plus petite que les vitesses horizontales.

On note η_i l'élévation respective de la surface libre et de l'interface entre les deux couches par rapport à leur niveau moyen au repos H_i . Ces quantités sont reliées aux épaisseurs des couches par : $h_1 = H_1 + \eta_1 - \eta_2$, et $h_2 = H_2 + \eta_2 - b$, de telle sorte que $h(x, y, t) = h_1 + h_2$ corresponde à l'épaisseur totale de la colonne d'eau avec H_0 sa valeur au repos. $b(x, y)$ est la topographie du fond du bassin qui s'élève au dessus du fond de la couche inférieure.

Par ailleurs, le modèle inclut les effets non linéaires dans l'équation de continuité. Par contre, on néglige les termes advectifs dans l'équation de quantité de mouvement. Ces derniers sont éliminés en toute sécurité sur des échelles de l'ordre du rayon de la terre, très larges par rapport au rayon interne de déformation de Rossby. F_i et S_i représentent les termes de forçages du modèle et vont être étayés dans la deuxième partie de la thèse.

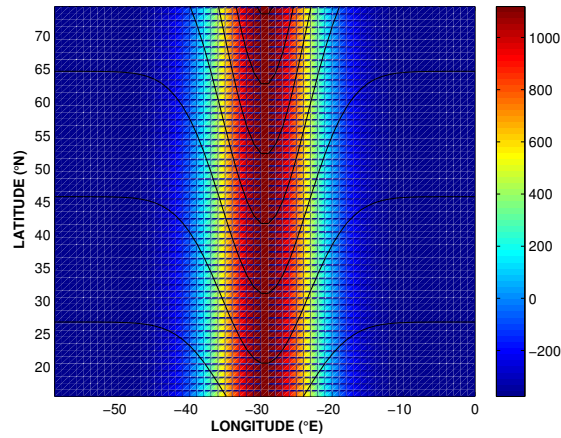
La topographie du fond est prise en compte en considérant deux types de profils idéalisés afin d'appréhender la sensibilité des modes de variabilité décennale à la forme et à l'amplitude de la topographie que l'on compare au cas de référence à fond plat. Le premier profil consiste en une dorsale médio-océanique :

$$b(x, y) = \delta_b \exp \left[\left(-\frac{1}{2} \frac{x-L_x/2}{l} \right)^2 \right],$$

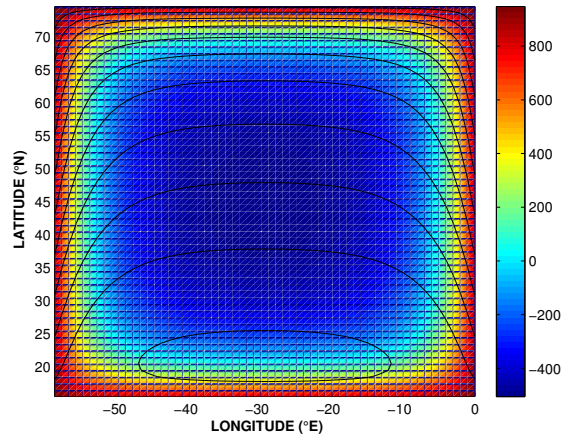
où δ_b est l'amplitude de la topographie et l son échelle horizontale de variation. De forme gaussienne dans la direction zonale, cette forme du relief sous-marin est susceptible de perturber la propagation vers l'ouest des ondes longues de Rossby. Ces dernières sont établies par la théorie linéaire standard qui repose sur le formalisme quasi-géostrophique et néglige le forçage, la dissipation, la topographie et les nonlinéarités. Le deuxième profil, constitué d'une topographie en forme de bol, correspond à l'idéalisation des pentes continentales :

$$b(x, y) = -\delta_b \left[1 - \frac{\cosh(a \frac{y}{Ly/2})}{\cosh(a)-1} \right] \left[1 - \frac{\cosh(a \frac{x-L_x/2}{Lx/2})}{\cosh(a)-1} \right].$$

où a est le paramètre qui contrôle la pente du talus continental. Dans tous les cas, l'échelle horizontale de variation de la topographie, commune aux deux profils, est prise égale à un sixième de la largeur du bassin alors qu'on fait varier l'amplitude de la topographie de 0 (fond plat) à 2500 m en ajustant à chaque fois la profondeur du fond de sorte que le volume du bassin reste constant.



(a) Dorsale médio-océanique



(b) Pentes continentales

FIGURE 2.1 – Topographies idéalisées du bassin. La gamme de couleur indique l’amplitude (m) et le trait plein les contours de vorticité moyenne ($f/\overline{h_2}$) dans la couche du fond.

La topographie ainsi introduite constitue un piège de type “guide d’onde” à l’instar de toute variation d’une propriété du milieu ambiant permettant la propagation d’ondes, qui serait impossible en l’absence de cette variation. Différents guides d’ondes existent dans l’océan et dans l’atmosphère, selon le mécanisme de piégeage impliqué. On distingue le guide d’ondes frontal dû à l’intersection d’une surface isopycnale avec une interface ou un front de densité, confinant ainsi le fluide dans le volume défini par l’ensemble de l’isopycne et de l’interface. La côte constitue un autre type de guide d’ondes sur un référentiel tournant dans le sens où elle permet l’existence et la propagation d’ondes confinées spatialement aux bords : les

ondes de Kelvin côtières dont l'amplitude décroît exponentiellement en s'éloignant de la côte (Huthnance, 1978). Ces ondes étroitement rattachées aux côtes ont, par exemple, pu être observées sur la côte est australienne lors de l'Australian Coastal Experiment (Church et al., 1986).

On peut aussi citer le cas du guide d'ondes équatorial qui émerge de la dynamique basée sur l'approximation du plan β équatorial. Le paramètre de Coriolis s'écrit alors : $f = \beta y$, ce qui implique l'existence d'ondes équatoriales piégées à l'équateur avec des décroissances en e^{-y^2} (Gill, 1982).

Les topographies localisées, qui imposent à un fluide au repos une variation localisée de son épaisseur, constituent un support pour la propagation des ondes appelées ondes de Rossby topographiques alors que leur environnement proche, à fond plat, ne permet pas l'existence de ces ondes. Les ondes topographiques se propagent à vorticité potentielle f/h constante pour satisfaire la contrainte de conservation de cette dernière en l'absence de forçage et de dissipation, ou bien le long des isobathes si on se place sur un plan- f . Elles sont des ondes lentes dans le sens où leur pulsation est toujours plus petite que f . La relation de dispersion des ondes topographiques linéaires est analogue à celle des ondes de Rossby planétaires (sur un plan β), ce qui justifie le nom d'ondes de Rossby topographiques souvent utilisé. L'effet de la topographie (également appelé effet β topographique $\beta^* = \frac{f\nabla b}{h}$) domine sur l'effet β planétaire lorsque $|\nabla b| > \frac{H_0}{l}$ où ∇b est la valeur de la pente du fond, H_0 la profondeur moyenne du bassin et l l'échelle horizontale de variation de la topographie. Pour $H_0 \sim 4000$ m, $l \sim 1000$ km, cela donne $|\nabla b| \sim O(10^{-3})$. On conclut donc que la topographie prédomine sur l'effet β planétaire : $\frac{f\nabla b}{\beta h} > 1$ lorsque $|\nabla b| \gtrsim 10^{-3}$. Dans notre cas, l'effet β^* l'emporte sur β planétaire pour des amplitudes supérieures ou égales à 1500 m.

Ainsi, les conditions aux limites du modèle sont donc :

- le fond est variable : $w(z = -h) = \mathbf{u}_2 \cdot \nabla b$
- la surface est libre : $w(z = \eta_1) = \partial_t \eta_1$.

La dissipation du modèle est représentée par des termes visqueux dans les équations de quantité de mouvement. Cette fermeture turbulente type Laplacien horizontal ayant ν comme coefficient de viscosité turbulente latérale permet de paramétriser le flux horizontal turbulent dû à l'activité méso-échelle. Elle est introduite dans le modèle comme un filtre passe-bas pour sélectionner les modes de variabilité grande échelle par le biais de leur taux d'amortissement

le plus bas.

Le coefficient ν est déterminé par le critère empirique développé par Colin de Verdière (1988), en fonction de la résolution horizontale du modèle Δx :

$$\nu > 1.6 \beta \Delta x^3 \text{ (m}^2\text{s}^{-1}\text{)}, \quad (2.2)$$

afin d'assurer une résolution optimale de la couche limite de bord ouest. Ceci implique une large valeur requise pour le mélange de la quantité de mouvement. Néanmoins, l'échelle des écoulements à l'intérieur du bassin reste géostrophique à l'ordre $O(\nu/fL^2)$.

Ainsi, ce modèle présente l'avantage d'être simple tout en incluant tous les ingrédients essentiels pour l'étude de la dynamique des fluides grande échelle. Toutefois, on dévie de l'approximation planétaire géostrophique en retenant la dérivée temporelle locale de la quantité de mouvement horizontale ce qui permet aux ondes de gravité et aux ondes courtes de Rossby de coexister avec les ondes longues de Rossby. Cet artifice purement numérique est lié à une optimisation du temps d'intégration. En effet, l'intégration numérique est largement facilitée en cherchant la solution $X = [h_i, \mathbf{u}_i]$ à chaque pas d'intégration t , comparativement aux équations planétaires géostrophiques où il est question de résoudre à chaque pas de temps, les vitesses par une relation diagnostique avant de les injecter dans le terme de divergence pour obtenir la distribution des épaisseurs des couches (seule variable dynamique du système) au temps $t + \delta t$.

Ce modèle a été largement utilisé pour des études conceptuelles, notamment pour des études de stabilité sur une sphère ou sur un plan β (Ripa, 1983) de la circulation atmosphérique. Il a également été utilisé pour des études des mécanismes à l'origine de l'Oscillation multidécennale de l'Atlantique et sa sensibilité aux processus physiques locaux d'échelles multiples, aux forçages et à la paramétrisation du modèle (Huck et al., 1999b, 2001).

Toutefois, il est important de garder à l'esprit les limites de ce modèle : il ne permet pas de décrire les écoulements non hydrostatiques, il n'inclut pas de thermodynamique pour considérer un couplage avec l'atmosphère et sa représentation de la stratification est rudimentaire. On choisit d'omettre les termes de forçage F_i et S_i dans la première partie de la thèse dédiée à l'étude de l'effet de la topographie sur les modes libres, qu'on rétablit dans la deuxième partie consacrée à l'effet de la circulation moyenne.

2.1.2 Linéarisation des équations

Nous allons nous placer dans le cadre d'une version linéaire de ce modèle en l'absence de forçage externe pour mettre en évidence la séparation dynamique qui existe entre mouvements lents et équilibrés et mouvements rapides et non-équilibrés. Pour cela, on suppose de faibles perturbations par rapport à l'état au repos $\overline{h_i} = H_i$, $\overline{u_i} = \overline{v_i} = 0$ pour la couche i . On note u'_i, v'_i, h'_i respectivement les perturbations de la vitesse zonale, de la vitesse méridienne et de la hauteur du fluide dans la couche i . Les équations du fluide s'écrivent alors :

$$\partial_t \mathbf{u}'_i + f \mathbf{k} \times \mathbf{u}'_i = -g \nabla \left(\eta'_1 + \delta_{i2} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} (\eta'_2 - \eta'_1) \right) + \nu \nabla^2 \mathbf{u}'_i, \quad (2.3a)$$

$$\partial_t h'_i + \nabla \cdot [(H_i - \delta_{i2} b) \mathbf{u}'_i] = 0. \quad (2.3b)$$

L'étude des équations est réalisée sur un bassin hémisphérique fermé avec des conditions aux bords de type Dirichlet homogène, notamment des conditions de non glissement : $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$, où \mathbf{n} est le vecteur normal aux frontières, de manière à satisfaire la conservation de la masse dans chaque couche du fluide :

$$\partial_t \left(\int_0^{L_x} \int_{-L_y/2}^{L_y/2} h_i dx dy \right) = 0, \quad i = 1, 2. \quad (2.4)$$

Si l'on suppose que la solution grande échelle est de la forme $(u_i^*, v_i^*, h_i^*) e^{i(kx+ly-\omega t)}$, on obtient la relation de dispersion suivante :

$$\omega \left(\omega^2 - (f^2 + (-1)^i (H_i - \delta_{i2} b) \frac{p_i}{\eta_2} (k^2 + l^2)) \right) - \delta_{i2} \frac{i \mathbf{u}_2 \nabla b}{\eta_2} (\omega^2 - f^2) = 0, \quad (2.5)$$

où p_i est la pression associée à chaque couche : $p_1 = g \eta_1$, $p_2 = p_1 + g' \eta_2$, g' étant la gravité réduite. Ainsi, il existe, pour k et l donnés, deux types de solutions :

$$\omega = \pm \sqrt{f^2 + (-1)^i (H_i - \delta_{i2} b) \frac{p_i}{\eta_2} (k^2 + l^2)},$$

$$\omega = 0.$$

Le premier type de solution décrit des mouvements ondulatoires d'inertie-gravité rapides dont la fréquence dépend du signe de $\frac{p_i}{\eta_2} \approx \frac{\eta_1}{\eta_2}$ et dont les forces de rappel sont la force de Coriolis et la gravité. Dans la limite d'absence de rotation ($f = 0$), la fréquence devient celle des ondes de gravité classiques. Pour de petits nombres d'onde $k = \sqrt{k^2 + l^2}$ i.e. pour des échelles

MODÈLE ET MÉTHODE

plus grandes comparées au rayon interne de déformation, les effets de la rotation dominant et la fréquence devient alors inertielle $\omega \sim f$. Le deuxième type de solution décrivant la composante lente de l'écoulement est tout simplement stationnaire, en équilibre géostrophique sur le plan- f .

L'analyse linéaire fait donc apparaître une séparation dynamique entre les mouvements lents et les mouvements rapides dans le modèle. La rotation est responsable du trou spectral existant entre les mouvements des ondes d'inertie-gravité dont la fréquence est supérieure à f et les ondes lentes de Rossby qui émergent dans le cas où f varie sur le plan- β . Elle suggère que la solution du problème aux valeurs initiales avec une perturbation initiale localisée consiste dans ce modèle, en des ondes d'inertie-gravité s'éloignant de la perturbation initiale en laissant derrière elles la composante quasi-stationnaire. Il s'agit du processus de relaxation vers l'état d'équilibre géostrophique connu sous le nom d'ajustement géostrophique.

En utilisant l'échelle de longueur caractéristique horizontale L et verticale D ainsi que l'échelle de vitesse U , on peut introduire les paramètres adimensionnels suivants :

$$\mathbf{Bu} = \frac{R_d^2}{L^2}, \quad \gamma = \frac{U}{c_0}, \quad \beta = \frac{\beta_0 L}{f_0}, \quad (2.6)$$

où Bu est le nombre de Burger qui mesure le ratio entre le rayon de déformation et la longueur du bassin, γ mesure la vitesse de l'écoulement par rapport à la vitesse des ondes longues de Rossby et renseigne sur l'intensité du forçage et donc sur le degré de nonlinéarité du modèle, β est introduit par l'approximation du plan tangent. On adimensionnalise les variables du modèle (4.3) comme suit :

$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow L(x, y), & (u, v) &\rightarrow U(u, v), & h_i &\rightarrow D_i h_i, & \phi &\rightarrow (\rho_0 f_0 U L) \phi, \\ t &\rightarrow (L/c_0)t, & f &\rightarrow f_0 f, \end{aligned}$$

où D_i est la profondeur constante caractéristique de la couche i , c_0 est la vitesse de phase des ondes longues planétaires baroclines donnée par $c_0 = -\beta_0 R_d^2$ où $R_d = (\frac{g' D_1 D_2}{f_0^2 (D_1 + D_2)})^{1/2}$ est le rayon interne de déformation de Rossby qui constitue une échelle de longueur interne, caractéristique de l'équilibre entre les effets de la gravité et de la force de Coriolis.

Avec ce scaling, on obtient la forme adimensionnelle suivante des équations (4.3) de la

dynamique de l'intérieur du bassin :

$$\begin{aligned} \text{Bu}\beta\partial_t\mathbf{u}_i + f\mathbf{k} \times \mathbf{u}_i &= -\nabla\Phi_i \\ \partial_t h_i &= -\gamma\nabla \cdot (h_i\mathbf{u}_i). \end{aligned} \tag{2.7a}$$

Pour le régime de paramètres défini par $\beta \rightarrow 1$, $\text{Bu} \ll 1$, c'est-à-dire pour les mouvements grande échelle, basse fréquence, l'accélération de Coriolis domine le membre de gauche et se trouve compensée par le gradient de pression $\nabla\Phi$, d'où l'équilibre géostrophique à l'ordre zéro. Cet équilibre régit les mouvements de grande échelle représentant les gyres à l'échelle des bassins. Le mécanisme physique qui amène à cet équilibre est l'ajustement géostrophique. En effet, une fois écarté de son état d'équilibre, le fluide se réarrange rapidement (en quelques périodes inertielles) pour trouver un état d'équilibre. Au cours de ce réarrangement, des ondes courtes et rapides sont émises et se dispersent en excitant d'autres ondes plus longues qui vont propager l'information d'un bord à l'autre du bassin et relaxer les perturbations.

2.2 Analyse de stabilité linéaire

Le principe de l'analyse de stabilité linéaire consiste à examiner l'évolution d'une faible perturbation du modèle autour d'un état moyen. Les équations pronostiques de notre modèle (4.3) peuvent se mettre sous la forme générale d'un système dynamique :

$$\partial_t X = \mathcal{N}(X), \tag{2.8}$$

où \mathcal{N} est un opérateur nonlinéaire et X le vecteur d'état qui comporte l'épaisseur des couches ainsi que les composantes zonale et méridienne de la vitesse horizontale dans chaque couche. On pose \bar{X} l'état moyen (i.e. $\mathcal{N}(\bar{X}) = 0$) et on suppose que la perturbation $X' = X - \bar{X}$ est de la forme :

$$X' = \begin{bmatrix} h_i \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} (x, y, t) = e^{\omega t} \begin{bmatrix} \hat{h}_i \\ \hat{\mathbf{u}}_i \end{bmatrix} (x, y). \tag{2.9}$$

L'évolution de la perturbation par la dynamique linéarisée devient alors :

$$\partial_t X' = JX', \tag{2.10}$$

où l'opérateur Jacobien J également appelé modèle linéaire tangent, ne dépend que de l'état moyen \bar{X} . Le problème aux valeurs propres des perturbations se réduit alors à :

$$\omega X' = JX', \quad J = \left. \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial X} \right|_{\bar{X}}, \tag{2.11}$$

dans lequel ω est la valeur propre et J la matrice Jacobienne. Dans notre étude, deux méthodes de calcul sont utilisées, l'une basée sur le calcul explicite de la matrice Jacobienne du modèle, l'autre sur le modèle linéaire tangent.

Dans le premier cas, la matrice Jacobienne du système linéaire est explicitement calculée à partir de la formulation aux différences finies des équations sur une grille régulière de type Arakawa C (Arakawa and Lamb, 1977). Les valeurs propres principales (typiquement fixées à 30) basées sur leur plus grande partie réelle sont calculées en utilisant la méthode d'Arnoldi codée dans ARPACK (Lehoucq et al., 1996). Cette méthode est par contre limitée par la taille de la matrice Jacobienne, largement tributaire de la résolution horizontale du modèle.

Dans le second cas, on intègre l'équation (2.10) pour obtenir l'évolution temporelle de la perturbation :

$$X'(\tau) = e^{J\tau} X'(t = 0) = M(\tau) X'(t = 0), \quad (2.12)$$

où $M(\tau)$ est le propagateur. Le modèle linéaire tangent est utilisé pour calculer les valeurs propres principales du propagateur $M(\tau)$ sur un temps d'intégration court (typiquement $\tau = 0.1$ an) qui fait office de filtre passe-bas, en inhibant la dynamique haute fréquence des ondes courtes d'inertie-gravité. La perturbation initiale $X'(t = 0)$ est une valeur automatiquement générée par la méthode d'Arnoldi.

On applique la même discrétisation spatiale des équations que celle utilisée lors de l'intégration temporelle du modèle nonlinéaire pour calculer l'état moyen stationnaire, avec un schéma d'advection-diffusion centré du deuxième ordre tout comme le schéma temporel muni d'un filtre d'Asselin. En variant le temps d'intégration τ sur un grand nombre de valeurs, petites comparées au temps de passage des ondes de Rossby baroclines mais assez grandes par rapport à celui des ondes de gravité, on a pu tester la robustesse des résultats et vérifier leur indépendance du temps d'intégration (figure 2.2). Cette dernière méthode plus efficace que la première présente l'avantage d'éviter le calcul explicite de la matrice Jacobienne, permettant ainsi un plus grand nombre de points de grille et donc une meilleure résolution horizontale du modèle. Toutes les valeurs propres issues des différentes expériences réalisées à fond plat ou en présence de topographie, avec ou sans forçage présentent une partie réelle négative en accord avec des modes de variabilité stables. La présence de valeurs propres complexes révèle la nature oscillatoire de ces modes internes de variabilité.

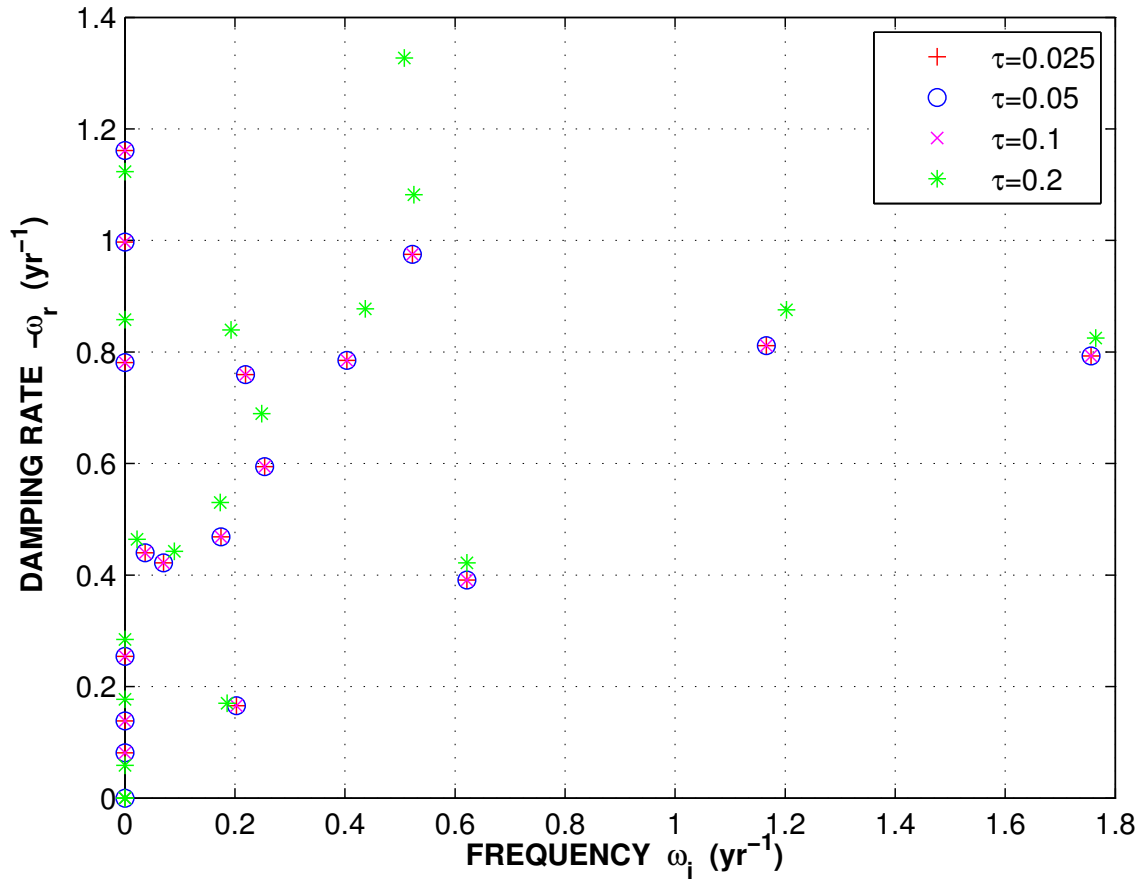


FIGURE 2.2 – Sensibilité du spectre des valeurs propres aux différentes valeurs du temps d'intégration (en années) du modèle linéaire tangent dans une configuration simple gyre forcé par une tension de vent de 0.15 N m^{-2} à fond plat.

Chapitre 3

Modes libres

3.1 État de l’art sur l’influence de la topographie

Un écoulement barocline sur un fond variable dans un référentiel tournant peut générer un écoulement barotrope en libérant de l’énergie potentielle disponible. Ce mécanisme appelé JEBAR pour *joint effect of baroclinicity and relief* par Sarkisyan and Ivanov (1971) est un diagnostic puissant qui permet d’expliquer certains mécanismes fondamentaux de la circulation océanique grande échelle en impliquant les ondes de Rossby baroclines et une topographie variable (Salmon, 1992). Ce terme joue un rôle crucial dans la libération continue de l’énergie cinétique accumulée par l’action du vent à travers les pentes continentales, créant ainsi une recirculation à l’échelle sub-gyrale qui vient rectifier celle établie par le vent (Sakamoto and Yamagata, 1996).

L’argument du contrôle topographique a été avancé par Chelton and Schlax (1996) pour expliquer la déformation et l’amplification du signal des ondes de Rossby baroclines observées dans le bassin Pacifique extratropical à partir des données altimétriques TOPEX/POSEIDON ainsi que la différence entre leur vitesse de phase et celle prédite par la théorie linéaire standard.

Toutefois, cet argument n’est pas nouveau. En effet, Barnier (1988) a observé dans ses solutions numériques obtenues avec un modèle QG à deux couches forcé par des vents réalistes saisonniers, la réversibilité des échanges entre les modes verticaux en présence d’une dorsale médio-océanique : une onde de Rossby barocline excitée au bord Est est atténuée à travers la dorsale en libérant son énergie potentielle pour construire un mode barotrope, alors qu’un mode barotrope forcé par le vent est converti au niveau de la dorsale en mode barocline. Ce constat

MODES LIBRES

a été corroboré par Sakamoto and Yamagata (1997) et Tailleux and McWilliams (2000) avec l'expérience numérique de la dégénérescence d'un tourbillon barocline se propageant à travers un fond variable suite à un couplage avec le mode barotrope et interprété en terme de JEBAR.

Adoptant une approche différente basée sur des comparaisons entre simulations numériques directes et calcul des rayons, Hallberg (1997) montre que le couplage est un processus localisé qui, combiné à la contrainte de conservation de la masse, peut fournir des arguments empiriques pour quantifier les énergies transmises et réfléchies. Il a ainsi pu trouver des transferts d'énergies entre les modes longs et rapides, localisés à des endroits où les contours de topographie sont parallèles ou anti-parallèles à la propagation des ondes (c'est à dire là où les effets β planétaires et topographiques agissent en phase ou en opposition de phase). La validité de l'argument de conservation de la masse a pourtant été contestée par Vanneste (2001) qui, en discutant la théorie de Hallberg (1997) dans le cas particulier (simple mais moins pertinent pour l'étude de ce dernier) d'une topographie méridienne, suggère un couplage étendu sur tout le domaine. En réponse, Hallberg (2001) a étendu ses calculs en utilisant la théorie de la conversion de l'énergie pour estimer le coefficient de transmission d'énergie entre les modes dans le cas d'une topographie zonale confirmant ainsi ses précédents résultats basés sur la conservation de la masse.

Ainsi, tout porte à croire que la topographie agit comme un coupleur des modes verticaux impliquant un transfert d'énergie entre les modes. Pourtant, Killworth and Blundell (1999) ont émis un avis différent sur la question, en mettant en avant la théorie WKB qui repose sur l'absence de tout échange d'énergie sur la verticale afin de calculer localement les modes verticaux. L'hypothèse sous-jacente à cette théorie suppose que les variations spatiales de la topographie sont très larges par rapport à celles des ondes de Rossby longues, elles-même plus importantes que le rayon interne de déformation de Rossby. Ils invoquent ainsi la convergence des rayons pour expliquer l'accroissement de l'activité des ondes baroclines à l'ouest des principales structures topographiques. Dans cette théorie, le seul moyen dont dispose l'énergie pour changer d'amplitude le long d'un rayon serait le résultat d'un élargissement ou d'une concentration du faisceau des rayons, résultant de la divergence de la vitesse de groupe. Ainsi, l'énergie est conservée le long du rayon sans qu'un échange n'ait lieu avec les autres rayons. Toutefois, ce constat va à l'encontre des résultats numériques de Tailleux and McWilliams (2000) relatifs au transfert systématique de l'énergie d'un mode purement barocline à un mode barotrope à travers la dorsale, mettant ainsi en doute l'aptitude de cette approche à expliquer

l'apport de la topographie.

Conscients de l'échec de la théorie WKB pour expliquer le transfert d'énergie entre les modes en présence d'un fond variable, Tailleux and McWilliams (2002) se sont alors penchés sur le mécanisme de conversion des modes en présentant une analyse détaillée des solutions prédites par cette théorie (rayons bleus de la figure 3.1), des comparaisons avec la solution numérique exacte (contours noirs) du modèle planétaire géostrophique à deux couches actives en présence d'une dorsale et celle prédite par la théorie WKB (rayon rouge), tout en apportant une estimation de l'endroit où le couplage linéaire s'opère. Avec cette comparaison, la pertinence de la conversion des modes est définitivement démontrée par rapport à la théorie WKB classique qui reste une bonne approximation dans la limite non-dispersive, loin des accidents topographiques au voisinage desquels la structure verticale de la solution devient bimodale.

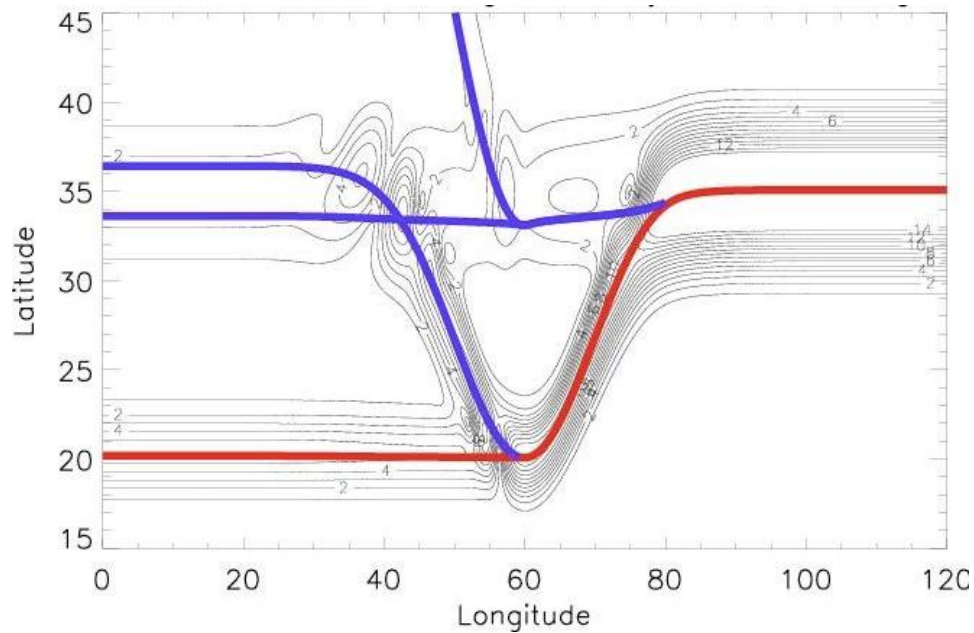


FIGURE 3.1 – RMS du déplacement de l'interface pour des ondes annuelles générées par le bord Est, solution numérique calculée dans un modèle PG avec une dorsale gaussienne de grande échelle en son milieu. La ligne rouge montre la solution prédite par la théorie WKB. En bleu les rayons prédits par la théorie de conversion d'énergie. Seule la seconde théorie est capable de décrire le véritable processus de distribution de l'énergie (D'après Tailleux and McWilliams (2002)).

D'autre part, certains auteurs dont Edwards et al. (1998) notent l'effet stabilisant de la topographie sur la circulation grande échelle à travers le terme JEBAR qui apparaît comme un terme de forçage dans l'équation de la fonction courant barotrope, ce qui a pour effet

d'influencer les sites et l'intensité de la convection et par conséquent la stabilité de la circulation thermohaline.

D'autres auteurs (Greatbatch et al., 1997; Winton, 1997; Huck et al., 2001; Buckley et al., 2012), ont souligné son effet amortisseur sur la variabilité interdécennale de la circulation thermohaline par rapport à la réponse à fond plat, sans fournir de quantification précise de cet amortissement. On se propose donc dans cette partie d'étendre l'étude au cas d'un fond variable idéalisant les escarpements reliant les plateaux continentaux aux grands fonds ainsi que les dorsales médio-océaniques, susceptibles de modifier les bilans vorticaux et énergétiques établis par la théorie classique.

3.2 Effet de la topographie sur les modes intrinsèques de variabilité du système non forcé - Article soumis au JMR

L'influence d'une topographie du fond sur les propriétés des modes de bassin baroclines est étudiée en utilisant un modèle shallow water à deux couches en présence de différents profils bathymétriques de type dorsale médio-océanique et pentes continentales.

Les modes de bassin de période décennale apparaissent à travers une étude de stabilité linéaire autour d'un état au repos dans un bassin fermé extratropical sur un plan- β . Les effets de la méso-échelle sont paramétrisés sous forme de friction turbulente latérale qui permet d'identifier le mode principal de variabilité grande échelle du bassin comme étant le mode le moins amorti.

A basse fréquence, pour des échelles larges par rapport au rayon interne de déformation, l'échelle temporelle de l'amortissement du mode est indépendante de la dissipation alors que son énergie pour la plupart potentielle est dissipée par le travail du terme de viscosité latérale. Ce dernier agit comme un filtre passe-bas qui sélectionne les modes physiques et amortit les structures de petites échelles ainsi que le bruit numérique. Le temps d'amortissement du premier mode est notamment peu sensible à l'amplitude de la topographie alors que sa période se trouve raccourcie révélant une accélération de la vitesse de propagation du mode en présence de variations du fond.

Les budgets de vorticité et d'énergie sont établis pour les composantes barotropes et ba-

EFFET DE LA TOPOGRAPHIE SUR LES MODES INTRINSÈQUES DE VARIABILITÉ DU SYSTÈME
NON FORCÉ - ARTICLE SOUMIS AU JMR

roclines de l'écoulement afin d'aider à rationaliser le mécanisme d'amortissement du mode de variabilité : la topographie se révèle un puit (source) d'énergie barocline (barotrope). Pour des topographies de faibles amplitudes, la circulation barotrope résulte précisément de l'interaction entre l'écoulement barocline à fond plat et l'élévation du fond. Cette interaction est d'autant plus forte que les contours de vorticité potentielle sont fermés. Toutefois, la conversion d'énergie du mode barocline au profit du mode barotrope reste faible par rapport à la dissipation introduite par les processus frictionnels.

Par ailleurs, les caractéristiques du mode de variabilité le moins amorti sont analysées dans une série d'expériences où la forme de la dissipation ainsi que son intensité sont modifiées. La sélection dissipative des modes a également été testée dans deux expériences : une à stratification réaliste et l'autre à forte stratification de manière à permettre de résoudre le rayon interne de déformation sans affiner la maille du modèle. Les résultats suggèrent que la résolution du rayon de déformation permet de s'affranchir de la paramétrisation des processus sous-maille par la friction turbulente sans risque de perdre le signal physique de variabilité. En effet, des modes basse fréquence émergent dans la limite inviscide dans l'expérience à grand nombre de Burger avec une signature quasigéostrophique.

**INFLUENCE OF BOTTOM TOPOGRAPHY
ON LARGE-SCALE DECADAL BASIN
MODES**

Dhouha Ferjani, *

Thierry Huck, and Alain Colin de Verdière

Laboratoire de Physique des Océans (UMR 6523 CNRS IFREMER IRD UBO)
Brest, France

SUBMITTED TO THE JOURNAL OF MARINE RESEARCH,
21 DECEMBER, 2012

REVISED, 5 JULY, 2013

ACCEPTED, 10 JULY, 2013

* *Corresponding author address:* Dhouha Ferjani, Laboratoire de Physique des Océans, Université de Bretagne Occidentale, UFR Sciences, 6 avenue Le Gorgeu, BP 809, 29285 Brest cedex, France.
E-mail: dhouha.ferjani@univ-brest.fr

ABSTRACT

The influence of bottom topography on the generic properties of the baroclinic basin modes is investigated through linear stability analysis of a two-layer shallow water ocean model. Various idealized bottom profiles imitating a mid-ocean ridge and continental slopes are analyzed in an extratropical β -plane closed basin. Only large-scale features are examined, the eddy effects being parametrized as turbulent eddy viscosity that allows the selection of large-scale eigenmodes. At coarse resolution, the largest-scale lowest-frequency baroclinic modes appear as the least damped modes. For scales much larger than the internal deformation radius, the damping rate is relatively independent of dissipation, the mode energy, mostly potential, being depleted by lateral dissipation work. The damping rate of the leading baroclinic mode is found to be weakly sensitive to bottom topography while the decadal period is shortened by bottom undulations. The mechanism of modal decay is rationalized through energy and vorticity budgets for the barotropic and baroclinic components, to characterize the energy routes and conversions. For small amplitude topography, the barotropic flow results accurately from the interaction of the flat-bottomed baroclinic motion with the topographic height: it is found to be three times stronger within closed potential vorticity contours than with blocked contours. However, the conversion of energy from the baroclinic to the barotropic mode remains weaker than the frictional processes.

1. Introduction

The effects of anthropogenically-forced climate change are expected to continue through the 21st century and beyond (Solomon *et al.*, 2011). On timescales of a few years to a few decades, future regional changes in weather patterns and climate, and the corresponding impacts, will also be strongly influenced by natural climate variations driven by the Atlantic thermohaline circulation (Delworth and coauthors, 2006). On interdecadal timescales, the existence of this intrinsic climate variability known as the Atlantic Multidecadal Oscillation (Kerr, 2000) has been demonstrated by numerous analysis of historical and climatological time series, and in a broad range of ocean models. All these studies aim to better understand how the atmosphere or ocean varies on its own, under either thermodynamic or mechanical forcing imposed by its counterpart, which is not a small issue regarding the wide range of temporal and spatial scales and diverse physical phenomena.

The low-frequency ocean circulation is likely a major player, given its large heat capacity and long adjustment. The latter is achieved through the baroclinic planetary waves that cross the Atlantic basin in a few decades at mid-latitude. The baroclinic Rossby basin modes have thus been proposed as a possible explanation for these variability signals: they are westward-propagating Rossby waves reinitiated at the eastern boundary through rapid Kelvin wave adjustment (LaCasce, 2000) or nonresonant inertia-gravity wave response (Primeau, 2002), and owe their existence to mass conservation laws (Cessi and Primeau, 2001). Their damping rate is independent of friction when Rossby wave velocity depends on latitude, as in the shallow water equations (Cessi and Louazel, 2001).

Most of these studies examined the low-frequency large-scale basin modes as prototypes for interdecadal oscillation from a quasigeostrophic point of view. Nonetheless, all of them considered a flat bottom or a reduced gravity configuration so that the effect of topography could be ignored. For instance, several studies have explored the baroclinic response to wind-forced circulation with idealized models. LaCasce (2000) and Cessi and Primeau (2001) examined it in a different parameter range and with a

square basin, while Primeau (2002) and LaCasce and Pedlosky (2002) looked at baroclinic waves in closed basins, considering also shallow water equations and irregular geometry. Spydell and Cessi (2003) together with Ben Jelloul and Huck (2005) studied the time-dependent circulation in a closed basin where the mean flow is specified: Specifically, they examined the large-scale baroclinic eigenmodes of a two-layer rectangular basin over a flat bottom with a quasigeostrophic model forced by surface wind stress.

It is then natural to wonder what effect the removal of these simplifications (quasigeostrophy, flat-bottom) might have on the structure of the baroclinic basin modes, given the well-known tendency of the large-scale topography to couple the vertical modes. The importance of bottom topography for the dynamics of the ocean has been pointed out by many authors (e.g. Rhines, 1969a;b; Ripa, 1978; Mertz and Wright, 1992). A baroclinic current flowing over sloping bottom topography on the rotating solid earth can generate a barotropic flow by releasing the available potential energy, a concept established by Sarkisyan and Ivanov (1971) and called JEBAR (joint effect of baroclinicity and relief). This approach has been a powerful tool to explain some fundamental mechanisms in the ocean circulation such as the Gulf Stream transport magnitude and separation (e.g. Mellor *et al.*, 1982). In a comprehensive description in the review of Rhines (1977) of the geostrophic turbulence cascade first in a free configuration then in the presence of coastal boundaries and bottom topography stresses the competition between the turbulent behavior and wave dynamics in a flat-bottomed, homogeneous ocean creating a tendency to zonally elongated bands of barotropic flow. The main effect of topographic roughness found in the quasigeostrophic numerical experiments of free-decaying turbulence is a stabilization of the baroclinic modes against the energy loss due to the nonlinear energy transfer into the barotropic mode. In a related study, Böning (1989) highlighted similar results using an eddy-resolving circulation model, both driven by a steady zonal wind stress and by heat fluxes. Specifically, he argued that the interactions of the deep current fluctuations with the synoptic-scale irregularities of the ocean floor enhance the baroclinicity of the eddy field, whereas a

strong tendency toward barotropization is revealed in a flat-bottom solution.

The numerical solution of Barnier (1988) shows that free baroclinic Rossby waves can be generated in the ocean interior by the wind or by an ocean ridge. In Tailleux and McWilliams (2000), a freely propagating baroclinic eddy is depleted while propagating over a ridge as a result of topographic coupling with the barotropic mode, suggesting that the energy transfer can also occur in the opposite direction (i.e. from the baroclinic to the barotropic mode).

Winton (1997) investigated the qualitative effect of sidewall topography upon internal decadal oscillations of the thermocline circulation, and showed its damping influence by comparison with the response of flat bottom experiment.

This study is motivated by the desire to pursue these investigations by considering the influence of different finite-amplitude topographic features on the generic property of the decadal oscillations as well as their damping. Specific questions of interest are: 1. What drives the barotropic circulation in the linear regime in the absence of external forcing? 2. What causes the damping of the low-frequency and large-scale baroclinic modes and does the topography modify the baroclinic geostrophic adjustment time-scale? if so, in what manner? To consider finite amplitude topography a shallow water model is needed. We use here a two-layer shallow water model on top of various idealized bottom topography (bowl, ridge) in order to characterize the large-scale, wavelike response in a closed ocean basin. This model formulation allows also for a latitudinal variation of the Rossby radius which is critical for the decadal variability of the ocean circulation. We have chosen to focus on the large-scale regime and keep explicit mesoscale eddy resolution for later work.

We investigate the above issues through vorticity and energy budgets, considering their vertical partition into barotropic and baroclinic modes. The material is organized as follows: the model and configuration are presented in Section 2, vorticity and energy budgets are described in detail in Section 3 and 4 respectively. Section 5 discusses the parametrization of unresolved processes and Section 6 provides some conclusions.

2. Formulation and model description

We describe the model based on the 2-layer shallow water (SW) equations with explicit dissipation but no external forcing, and perform a linear stability analysis to extract the pure baroclinic basin modes interacting with a specified bottom topography.

a. Two-layer SW equations

A simple theoretical model is constructed to address the effect of topography on unforced modes. We seek insight into the mechanisms associated with the propagation and decay of baroclinic planetary modes in the presence of large-scale bottom topography. The applicability of quasigeostrophic models of β -plane oceans to such a study is limited, however, because on larger scales both the basic stratification and the topography have large amplitude variations. In which the continuous stratification in the real ocean is modeled hereafter as two immiscible, vertically homogeneous layers.

The enclosed Cartesian β -plane ocean basin $D = \{0 \leq x \leq L_x, -L_y/2 \leq y \leq L_y/2\}$ is centered at 45°N , extending from 15°N to 75°N and of 60° in longitude. The Coriolis parameter f is linearized about a reference latitude so that $f = f_0 + \beta y$, and β its latitudinal derivative, is constant (β -plane approximation). In the absence of external forcing, the equations of motion are:

$$D_t \mathbf{u}_i + f \mathbf{k} \times \mathbf{u}_i = -\nabla (g\eta_1 + \delta_{i2} g'(\eta_2 - \eta_1)) + \nu \nabla^2 \mathbf{u}_i, \quad (1a)$$

$$\partial_t h_i + \nabla \cdot (h_i \mathbf{u}_i) = 0. \quad (1b)$$

The notation is standard, i.e. h_i , \mathbf{u}_i denote the thickness and velocity of each layer $i = 1, 2$ and compose the state vector that we have to solve for. The unit vector \mathbf{k} points upward, δ_{ij} the Kronecker delta operator, ρ_i the density in each layer, g the acceleration due to gravity and $g' = g \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$ the reduced gravity. The dissipation in each layer is represented by a horizontal Laplacian friction using ν as lateral eddy viscosity.

We denote by η_1 the free surface elevation and η_2 the interface displacement with respect to undisturbed reference levels H_i . They are related to the total layer

thicknesses by $h_1 = H_1 + \eta_1 - \eta_2$ and $h_2 = H_2 + \eta_2 - b$, such that $h(x, y, t) = h_1 + h_2 = H_0 + \eta_1(x, y, t) - b(x, y)$ corresponds to the total fluid layer thickness, with $H_0 = H_1 + H_2$ being the constant undisturbed fluid thickness (Fig. 1). The bottom topography $b(x, y)$ is measured from the level surface lying at the bottom of the second layer.

For small disturbances to a stratified motionless background state, the linearized version of (1) is obtained for the perturbation thickness $h'_1 = \eta'_1 - \eta'_2$ and $h'_2 = \eta'_2$:

$$\partial_t \mathbf{u}'_i + f \mathbf{k} \times \mathbf{u}'_i = -\nabla (g(h'_1 + h'_2) - \delta_{i2} g' h'_1) + \nu \nabla^2 \mathbf{u}'_i, \quad (2a)$$

$$\partial_t h'_i + \nabla \cdot [(H_i - \delta_{i2} b) \mathbf{u}'_i] = 0. \quad (2b)$$

In the following, the primes are dropped for convenience. The appropriate internal deformation radius for baroclinic modes over a flat bottom $R_d(y) = \sqrt{g' H_e} / f$, where $H_e = H_1 H_2 / H_0$ is the equivalent depth, depends on latitude. Using typical parameter values, $R_d = O(40 \text{ km})$ at midlatitudes and the corresponding long-wave limit of the baroclinic Rossby wave westward velocity $c = \beta R_d^2$ is then a few 10^{-2} m s^{-1} , leading to a decadal scale basin crossing time (depending upon latitude).

No-slip boundary conditions are imposed on the lateral solid walls, i.e. $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$, with \mathbf{n} the vector normal to the boundaries, to ensure mass conservation.

The approach of Huck *et al.* (1999b) is used to parametrize the horizontal flux of momentum due to the mesoscale eddies with a Laplacian friction closure. This form of dissipation is enforced here as a filter to select large-scale modes through their lowest damping rate (Huck and Vallis, 2001).

Given the horizontal resolution Δx large compared to the oceanic internal Rossby radius, we follow current practice to determine the viscosity coefficient as a function of the horizontal resolution $\nu > 1.6 \beta \Delta x^3 \text{ (m}^2 \text{ s}^{-1}\text{)}$ to insure that the model correctly resolves Munk's boundary layer $\delta_M = (\nu / \beta)^{1/3}$. The implied horizontal mixing of momentum is then much larger than expected or estimated from eddy processes, and the actual western boundary currents remain in a viscous regime in the present model. Although the friction coefficient is large, interior flows of scale L are geostrophic to

order ν/fL^2 , a ratio of friction to Coriolis terms. For L of order 1000 km, this ratio is less than 1% for the values used here. Such values along with those appended in Table 1 are within the observational range and used as pivots around which other regimes are explored.

Sensitivity tests to the form and height of the topographic features are carried out by implementing two idealized bottom profiles (Fig. 2) along with quantitative comparisons with the flat bottom experiment. The first experiment implements a gaussian shape Mid-Ocean Ridge (MOR) in the x -direction, centered in the middle of the basin, that we expect to disturb Rossby waves westward propagation. Such a simple approach offers the ability to assess the sensitivity of the solutions to parametrizations of unresolved processes. The second experiment implements a gently sloping bowl-shaped topography, called Continental Rises (CR). In all cases, the e -folding scale of the bottom elevation is around one third of the basin zonal extent with a height spanning from 0 to 2500 m. The bottom depth is adjusted such that the basin volume remains constant.

b. Linear stability analysis

The principle of the linear stability analysis used herein to find out the wave modes is to examine the evolution of a small perturbation about a steady state, taken here at rest. The linearized prognostic equations (2) of the model can be written as a general dynamical system:

$$\partial_t X = JX, \quad (3)$$

where J is the Jacobian matrix and $X = (h_i, \mathbf{u}_i)$ is the state vector. Assuming that the solution has a wave-like form:

$$X = \begin{bmatrix} h_i \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} (x, y, t) = e^{\omega t} \begin{bmatrix} \hat{h}_i \\ \hat{\mathbf{u}}_i \end{bmatrix} (x, y), \quad (4)$$

the eigenvalue problem of the perturbations simply reads $\omega X = JX$, with ω the eigenvalue and J the nonsymmetric Jacobian matrix. Two methods have been implemented, one based on the explicit Jacobian of the model, the other on the linear tangent model.

In the first case, the Jacobian matrix of the linear system is explicitly computed from the finite difference formulation of the equations on a regular Arakawa C-grid with a 60-point standard resolution in each direction. Its leading eigenvalues (typically 30) based on the largest real part are computed using Arnoldi's method as provided in ARPACK (Lehouck *et al.*, 1996). This method is limited by the size of the explicit Jacobian matrix. In the second case, the tangent linear model is used to compute the leading eigenvalues of the propagator $M(\tau)$ over a 'short' integration time ($\tau=0.1$ yr here) with ARPACK:

$$X(t = \tau) = M(\tau) X(t = 0) = e^{J\tau} X(t = 0), \quad (5)$$

where the initial perturbations $X(t = 0)$ are provided by the Arnoldi method. The same spatial discretization is used with centered second-order advection and diffusion schemes, whereas the temporal scheme is second-order with an Asselin time filter. The Jacobian eigenvalues ω are then computed from the propagator eigenvalues $e^{\omega\tau}$. We have checked that the results are not sensitive to the integration time τ over a large range of values, small compared to the baroclinic Rossby basin crossing time but large with respect to the gravity waves basin crossing time. This latter method is much more efficient and avoids the computation of the explicit Jacobian matrix, hence allowing a much larger number of model grid points (up to 300 in each direction).

Unless otherwise specified, our solutions are obtained in an idealized basin with the typical parameters listed in Table 1. Solutions are extremely stable with the horizontal resolution, with variations of a few percent in eigenvalues. We perform the linear stability analyses for the flat-bottom case and the two forms of bottom topography with increasing amplitudes. In all cases, the eigenvalues display a negative real part (stable damped modes) with several ones having a rather small negative real part, hence representing weakly damped modes on time scales of decades. In the following, we examine the characteristics of the least damped basin modes that have large spatial scale and decadal timescale as function of the bottom shape and height. Table 2 gives the eigenvalues of the two least damped modes and Fig. 3 shows the patterns of the

gravest mode.

Since the physical model solution must be real, the complex conjugate eigenvalues ($\omega_r \pm i\omega_i$) are associated with complex conjugate eigenvectors ($V_r \pm iV_i$). Letting aside the damping rate, which only modulates the amplitude of the oscillation, the time evolution due to the imaginary part of the eigenvalue follows:

$$X(t) = X_r \cos(\omega_i t) - X_i \sin(\omega_i t), \quad (6)$$

which yields a temporal sequence $X_r \rightarrow -X_i \rightarrow -X_r \rightarrow X_i$ every quarter period for a positive ω_i . The real and imaginary parts of the least damped basin mode eigenvalue of the topographic experiments show slight changes by about 10-15% compared with that of the flat bottom experiment. A large scale pattern intensified in the north-west quarter of the domain characterizes the three experiments (flat, mid-ocean ridge and continental slopes). Figure 3 displays the spatial structure of the least damped mode in the case of 2500 m bottom height experiment compared with the flat bottom case. In this steep topography limit, the topographic β effect $f\nabla h/h$ is greater than the planetary β , yet the spatial structure shows minor changes compared to the flat-bottomed baroclinic mode. The propagation of long Rossby waves remains westward and nondispersive as in the flat-bottom case, evidencing the robustness of planetary modes to topographic features. The propagation with Hovmöller diagrams (i.e. longitude-time plots) sketched in Fig. 4 confirms this statement and shows a rather regular pattern of westward propagating waves with a phase tilt consistent with the long baroclinic Rossby phase speed c of $2.57 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1}$ at 30°N . A comparatively strong signal compared to the interior is also trapped in a thin Munk-type western boundary layer.

In the presence of topography, the differences with the flat bottom propagation are threefold: (1) an amplification of the oscillation amplitude over the bottom relief, (2) a shortening of the oscillation period revealing an enhancement of the propagation speed in agreement with Tailleux and McWilliams (2000), (3) a strengthening of the oscillation damping rate. With continental slopes, the baroclinic mode appears relatively less

damped with a shorter propagation period and a longer decay time with respect to the mid-ocean ridge mode.

3. Linear vorticity balance

Apart from frictional interaction with the boundaries, losses from baroclinic flow to barotropic dynamics take place when both topography and stratification are present although the rates and mechanisms by which this occurs are uncertain. The resolution of this issue is however essential for the advancement of modeling parametrizations. In order to better understand how the barotropic mode is built-up by the interaction of the baroclinic mode with the topographic constraint, the vorticity equation for the vertically averaged flow is examined. For each variable, we note X^+ the vertically averaged component defined as $hX^+ = h_1X_1 + h_2X_2$, and $X^- = X_1 - X_2$ its baroclinic counterpart (so that $X_1 = X^+ + \frac{h_2}{h}X^-$ and $X_2 = X^+ - \frac{h_1}{h}X^-$). Vertical integration of the linear momentum balance (2a) provides the equation for the horizontal transport ($h\mathbf{u}^+$):

$$\partial_t(h\mathbf{u}^+) + f\mathbf{k} \times (h\mathbf{u}^+) = -H_0\nabla p^+ + b\nabla p_2 + F, \quad (7)$$

where the vertical integration of the pressure term can be decomposed as barotropic pressure and bottom pressure, and F is the vertical integral of lateral friction.

The linear vorticity equation follows by taking the curl of (7):

$$\partial_t\zeta^+ = -f\nabla \cdot (h\mathbf{u}^+) - \beta hv^+ + J(b, p_2) + \mathbf{k} \cdot \nabla \times F. \quad (8)$$

This equation expresses the fact that the local rate-of-change of the vertically integrated vorticity is caused by the planetary vorticity tendency, the effect of the bottom pressure torque, curl ($b\nabla p_2$), and lateral friction torque. The detailed derivation of (8) is given in Appendix A. Here $\zeta^+ = \partial_x(hv^+) - \partial_y(hu^+)$ is the relative vorticity of the vertically integrated transport; $J(b, p_2)$ represents the Jacobian of the bottom height and the bottom layer pressure, referred to as the JEBAR term (Mertz and Wright, 1992). For large scale solutions slowly varying in time, the horizontal velocity is in

geostrophic equilibrium. In the lower layer, the (geostrophically balanced) Eulerian velocity \mathbf{u}_2^G is related to the bottom pressure torque $-f\mathbf{u}_2^G\nabla b = J(b, p_2)$. Further manipulating this term with respect to the barotropic and baroclinic components of the flow $\mathbf{u}_2^G = \mathbf{u}^+ - \frac{h_1}{h}\mathbf{u}^-$, and making use of the depth-integrated continuity equation gives:

$$\partial_t \zeta^+ = f\partial_t \eta_1 - \beta h v^+ - f\mathbf{u}^+\nabla b + \frac{H_1}{h}J(p^-, b) + \mathbf{k} \cdot \nabla \times F. \quad (9)$$

Equation (9) is the form of the linear vorticity equation obtained by enforcing the free surface pressure formulation instead of the often-used rigid lid approximation. Time derivatives are $O(10^{-2})$ compared to the other terms, while the friction is only relevant in the western boundary layer, they can then be safely neglected in (9), which finally reduces to:

$$J\left(\psi^+, \frac{f}{h}\right) = \frac{H_1}{h^2}J(p^-, b). \quad (10)$$

This form of linear vorticity equation is appealing because it makes explicit the concept that the bottom pressure torque (or JEBAR effect) forces the barotropic transport across f/h contours. It is obtained by assuming the nondivergence of the vertically-integrated horizontal transport $\mathbf{k} \times \nabla \psi^+ = h\mathbf{u}^+$. The extent to which the generated barotropic circulation is sensitive to bottom topography depends crucially on the bottom height. We verify this result analytically by considering the topography as a small perturbation over a flat bottom $h = H_0$ so that $\epsilon = b/H_0 \ll O(1)$ and solve (10) by a weakly nonlinear expansion in power of ϵ for ψ^+ , p^- and b :

$$\begin{aligned} \psi^+ &= \psi_0^+ + \epsilon \psi_1^+ + \epsilon^2 \psi_2^+ + \dots, \\ p^- &= p_0^- + \epsilon p_1^- + \epsilon^2 p_2^- + \dots, \\ b &= b_0 + \epsilon b_1 + \epsilon^2 b_2 + \dots, \end{aligned}$$

where p_0^- represents the baroclinic pressure of the purely baroclinic flow ($\psi_0^+ = 0$) over the flat bottom ($b_0 = 0$). At first order, (10) becomes:

$$\beta \partial_x \psi_1^+ = \frac{H_1}{H_0} J(p_0^-, b_1), \quad (11)$$

This is a Sverdrup type equation which can be integrated from the eastern boundary where the normal component of the velocity vanishes at the east coast ($\psi^+ = 0$).

From (11), it is then obvious that the barotropic mode vanishes with vanishing topography. The governing equation (11) together with the boundary condition form a well-posed system away from the western boundary. The barotropic transport streamfunction is now determined diagnostically and compared to the one derived from the barotropic transport (Ψ^+) of the actual solution with variable topography.

For a bottom height up to 1000 m ($\epsilon = 0.125$), the two large-scale patterns related to the interior planetary geostrophic approximation and the full problem display strong agreement (rms < 11%) despite some discrepancies near the western boundary layer where the friction, not considered in (11), becomes important. Only the case of a 500 m CR-experiment is shown in Fig. 5 but the same conclusion holds for the MOR-experiment: the barotropic mode is accurately diagnosed through the interaction of the flat-bottomed baroclinic mode with the imposed topography elevation.

Now, the spatial distribution of the approximated barotropic streamfunction is examined in the case of a meridional mid-ocean ridge (Fig. 6). When the baroclinic flow ascends the eastern flank of the ridge, the JEBAR term generates positive vorticity at the northern half of the ridge. This vorticity input allows barotropic currents to cross the PV contours, instead of just following them. The opposite process happens when the flow travels farther over the western flank of the ridge. Accordingly, a barotropic cyclonic gyre is generated over the ridge together with an anticyclonic gyre just to the south. The barotropic structure obtained in the north-west corner produces an eastward jet under the effect of only the JEBAR term, in a way similar to the classical wind-driven double gyre structure (Holland, 1978; among many others). A similar argument holds for the case of a bowl-shaped topography where the western half of the ridge is equivalent to the eastern continental slope. Notice that the orientation of the generated barotropic jet is defined by the perturbation sign. That is for an opposite-sign perturbation, the barotropic jet would point westward. This situation is similar to the strong jetlike current formation between two opposite sign eddies under the interaction

of a current with a seamount (Verron and Le Provost, 1985; Herbette *et al.*, 2003).

4. Mechanisms of modal decay

The consideration of energetics is essential to establish the mechanism of modal decay. This mechanism has been elegantly tackled by Cessi and Louazel (2001) in the case of a reduced gravity basin. They found the decay rate to be independent of friction as long as the latter remains weak, and uniquely established by the difference between the slowest and fastest long Rossby wave speeds in the inviscid limit. among many others The damping arises through the tilting of the wavefronts by the latitudinal variations of Rossby waves phase speed that get partially absorbed on the western boundary. This case is considered as the simplest although enlightening model: the energy balance of the baroclinic mode consists of a predominant reservoir of available potential energy APE (of order $(L_x/R_d)^2$ times the kinetic energy in the large-scale ocean circulation, (Gill *et al.*, 1974)) converted into eddy kinetic energy EKE and dissipated by linear friction. The damping time scale ω_r is simply the ratio $-2rEKE/APE$, in which r is the linear drag coefficient. However, in our calculations the problem is a little more complicated as it also takes into account the interaction of the two active layers with a realistic bottom topography. Hence, apart from the Laplacian viscous dissipation that we include to neutralize short scale instabilities, the modal decay is expected to be conditioned also by the effect of bottom variations.

Before calculating the energy generation/dissipation terms, we present the formulation of the vertical mode partition of the total energy of the model. Multiplying the vertically integrated momentum equation (7) by \mathbf{u}^+ gives the temporal evolution of the barotropic energy (details of the calculation can be found in Appendix B):

$$\frac{1}{2}h\partial_t|\mathbf{u}^+|^2 + \frac{1}{2}g\partial_t\eta_1^2 = -\nabla \cdot (h p^+ \mathbf{u}^+) + \frac{h_2}{h}p^- \partial_t\eta_1 + p^- \mathbf{u}^+ \frac{H_1}{h} \nabla b + LF^+. \quad (12)$$

Similarly, subtracting the upper layer momentum equation (2a) from the bottom one, then multiplying the result by $h_e \mathbf{u}^-$ yields the temporal evolution of the baroclinic

energy:

$$\frac{1}{2}h_e\partial_t|\mathbf{u}^-|^2 + \frac{1}{2}g'\partial_t\eta_2^2 = -\nabla \cdot (h_e p^- \mathbf{u}^-) - \frac{h_2}{h}p^- \partial_t\eta_1 - p^- \mathbf{u}^+ \frac{H_1}{h}\nabla b + LF^-, \quad (13)$$

where $h_e = H_1 h_2 / h$ represents the total equivalent depth, $h_2 = H_2 - b$, $h = H_0 - b$ being the spatially-varying undisturbed fluid thicknesses for the bottom and the total layer respectively. The formulation of the two-layer SW in terms of perturbation elevations of the surface and interface around their resting position is powerful as it makes the calculation of kinetic energy and available potential energy straightforward: The former characterizes the work needed to accelerate the fluid from rest to its stated velocity, the latter defines that portion of potential energy used to level the layer interface adiabatically away from its resting flat position. Hence, information about the energy cycle of the free least damped basin mode may be obtained from each of the work terms in equations (12) and (13). The integration of these terms over one oscillation period permits to address the energy routes of the flow perturbation as well as its vertical conversion. The terms representing energy exchange between the different forms of potential and kinetic energy appear with opposite signs so cancel one another out, as required given that the system is energy-conserving in the inviscid limit.

We define the time average of any quantity $G(x, y, t)$ over the oscillation period T by

$$\overline{G} = \frac{1}{T} \int_0^T G(x, y, t') dt', \quad (14)$$

and the domain average by

$$\langle G \rangle = \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_{-L_y/2}^{L_y/2} G dx dy. \quad (15)$$

The real physical solution being $\mathbf{u} = \Re(\hat{\mathbf{u}} e^{\omega t})$, the kinetic energy is obtained by multiplying the complex momentum equations by the complex conjugate of the velocity $\hat{\mathbf{u}}^*$ and then adding this to the product of the complex conjugate of this equation

with $\hat{\mathbf{u}}$. The time evolution for the kinetic energy follows:

$$\Re(\omega) \left(\frac{1}{2} \hat{\mathbf{u}}^* \hat{\mathbf{u}} \right), \quad (16)$$

with $KE = \frac{1}{2} |\mathbf{u}|^2$ the perturbation kinetic energy per unit mass, and $\Re()$ indicates the real part. Similarly, the continuity equation expressed in terms of the vertical displacement of the interfaces is multiplied by the complex conjugate of the layer interface and added to the complex conjugate of this entire quantity, to obtain the time evolution for the available potential energy, following:

$$\Re(\omega) \left(\frac{1}{2} \hat{\eta}^* \hat{\eta} \right), \quad (17)$$

with $APE = \frac{1}{2} \eta^2$ the perturbation available potential energy per unit mass.

The time-rate-of-change of the perturbation total energy can be computed with (16) and (17), and the basin-integrated total energy budget (12) and (13) becomes:

$$\begin{aligned} \omega_r(\langle \overline{KE^+} \rangle + \langle \overline{APE^+} \rangle) &= \left\langle \frac{b_s}{h} \overline{p^- \omega_r \eta_1} \right\rangle + \left\langle \frac{H_s}{h} \overline{p^- \mathbf{u}^+ \nabla b} \right\rangle + LF^+, \\ \omega_r(\langle \overline{KE^-} \rangle + \langle \overline{APE^-} \rangle) &= -\left\langle \frac{b_s}{h} \overline{p^- \omega_r \eta_1} \right\rangle - \left\langle \frac{H_s}{h} \overline{p^- \mathbf{u}^+ \nabla b} \right\rangle + LF^-. \end{aligned} \quad (18)$$

The first term on the rhs of (18) corresponds to the contribution of the free surface variation to the work of the pressure forces. This term is almost negligible, contributing less than one percent to the energy budget. This smallness justifies the rigid-lid approximation. The second term corresponds to the contribution of the bottom topography variation to the work of the pressure forces. This term, called *PF* hereafter, appears with an opposite sign in the vertical partition of the energy and allows for the energy conversion between the vertical modes with variable bottom topography. The source/sink work terms for the barotropic/baroclinic energy that occur in (18) then

reduce to:

$$\begin{aligned}
 PF &= \langle \frac{H_1}{h} \overline{p^- \mathbf{u}^+ \nabla b} \rangle &= \langle \frac{H_1}{h} \Re(\overline{p^- u^{+*}}) \nabla b \rangle A, \\
 LF^- &= \nu \langle h_e \overline{\mathbf{u}^- \nabla^2 \mathbf{u}^-} \rangle &= \nu \langle h_e \Re(\overline{\mathbf{u}^- \nabla^2 \mathbf{u}^{-*}}) \rangle A, \\
 LF^+ &= \nu \langle \overline{\mathbf{u}^+ (H_1 \nabla^2 \mathbf{u}_1 + h_2 \nabla^2 \mathbf{u}_2)} \rangle &= \nu \langle \Re(\overline{\mathbf{u}^+ (H_1 \nabla^2 \mathbf{u}_1^* + h_2 \nabla^2 \mathbf{u}_2^*)}) \rangle A,
 \end{aligned} \tag{19}$$

in which $A = (e^{2\omega_r T} - 1)/2T$. In an ocean basin with variable topography and stratification, the work of the pressure forces in the fluid interior lead to an energetic attenuation of the baroclinic field by releasing the available potential energy. In a flat bottom ocean, the pressure forces cannot do work on the barotropic mode and the conversion is zero. In order to gain further insight into the coupling between the vertical modes, the term PF is shown in Fig. 7.

For the simplest case of the ridge topography, the coupling acts as a sink (source) of baroclinic (barotropic) energy where the bottom slope is negative, that is on the eastern flank of the ridge, and a source (sink) where the bottom slope becomes positive, that is on its western flank. Overall, the sink of the baroclinic energy is greater than the source particularly in the CR-experiment, suggesting that the coupling term contributes to weaken the baroclinic mode by generating a barotropic circulation.

The amplitudes of the kinetic energy conversion in the different topographic experiments are shown in Fig. 8. The resulting barotropic circulation is substantially sensitive to the form of topography: around 10% (25%) of the kinetic energy of the baroclinic mode is converted into barotropic mode under the effect of 1500 m-high MOR (CR) topography, over one oscillation period.

The working terms contributions to the damping rate ω_r are identified by dividing each value in (19) by the total energy E to overcome the arbitrary amplitude of the mode. The box diagrams depicted in Fig. 9 display the basin-integrated energy budgets for the least damped basin mode: they show the energy conversion between the reservoirs of available potential energy (APE), the barotropic kinetic energy (KE^+) and the baroclinic kinetic energy (KE^-) for the flat-bottom, MOR-bottom, and CR-bottom cases. The link between KE^+ and KE^- is provided by the pressure forces via

the interaction with the APE reservoir through the work of the JEBAR term. In the MOR-bottom case, 90% of the KE^- of the system is dissipated by lateral friction and only less than 10% is withdrawn and deposited in KE^+ under the pressure forces. It seems also that the energy flow along the pathway $KE^- \rightarrow APE \rightarrow KE^+$ is substantially stronger in the bowl-shaped topography experiment due to closed PV contours along which the energy conversion occurs more efficiently.

From the above calculations, it is clear that in some instances the topographic conversion of the least damped baroclinic mode into barotropic circulation is more efficient with closed potential vorticity contours than with blocked contours at the boundaries. One reason could be that the structure of the mode is modified by the topography near the boundaries, such that the viscous dissipation of the cross-shore velocities along slanted Rossby wave crests is reduced in favor of a conversion into barotropic energy through the JEBAR work. Indeed, a fraction of the baroclinic energy propagating westward is converted into barotropic energy over a variable bottom topography, the other runs along the western boundary following closed PV contours. Thus, the mode experiences less frictional interaction with the boundary than the ones running into the coast following blocked PV contours at the boundary, as it is the case for the flat-bottom and the mid-ocean ridge. The damping rate of the baroclinic mode no longer stems only from the absorption of long Rossby waves in the western boundary layer due to the tilting of the wavefronts. The latter arises because of the differential phase speed, as it is the case for our flat bottom and MOR experiments, as well as the reduced gravity of Cessi and Louazel (2001). Rather, the damping rate is also modulated by the shape of mean PV contours along the western boundary (CR topography case).

However, this argument becomes more subtle for a mixed topography taken to be the sum of the previous ones. To demonstrate this, we repeat the same calculations with a 1500 m-[MOR + CR] bottom height and take a look at the energy transfer terms. The energy box diagram of the least damped basin mode shows a barotropic conversion of only 27.7% compared to 71.8% dissipated by lateral friction. This increase of

dissipation by the small scale-selective harmonic friction term may be understood as a consequence of the enhanced topographic scattering of the flow into smaller scales.

Hence, the energy budget demonstrates the weak effect of topography through the vertical mode coupling under a catalyst of sloping bottom topography, compared to frictional processes on the thermal structure (i.e. the baroclinic response). This conclusion agrees fairly well with two-layer calculations of Anderson and Gill (1975) and the more realistic, though still linear, calculation of Bryan (1969).

5. Parameter sensitivity analysis

We have addressed the effect of topography on baroclinic unforced modes with a particular focus on the mechanisms affecting their decay. The potential effect of topography is the damping of the gravest baroclinic mode, as suggested in other works (e.g. Greatbatch *et al.*, 1997; Winton, 1997; Buckley *et al.*, 2012). This damping is found to be sensitive to the form of the topographic features, although it remains smaller than the viscous decay at first order even with large amplitude topography.

Given the expense that investigating the linear stability analysis with a broad range of parameters would entail, we were limited to low resolution that required the use of an eddy coefficient unrealistically large to maintain the numerical stability and suppress accumulation of energy in the smallest unresolved scales. At higher resolution though, we wonder if our finding relative to the predominance of the viscous sink with respect to the topographic dissipation remains relevant in the limit of weak friction. The issue then would be how to select the largest scale modes among numerous structures.

We consider successively the influence of (a) additional layer thickness diffusion, (b) a decrease of the eddy viscosity, and (c) variation of the internal Rossby radius.

a. Sensitivity to dissipation parametrization

Because dissipative scale selection is the essential ingredient for the segregation of basin modes, it is important to verify that the results are robust to changes in the form of friction. To address this question, we proceed to an additional set of computations

in which thickness diffusion $\lambda \nabla^2 h$ is appended in the continuity equation in order to investigate the behavior of the damping rate and oscillation period of the decadal variability in response to various dissipation parametrizations. We carried out linear stability analysis for the three bottom profiles (i.e. flat, MOR and CR) by using ν and λ as control parameters. In the first experiment, the horizontal eddy viscosity is decreased from $8 \times 10^4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ down to $0 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ while λ is kept fixed at $2 \times 10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. In the second experiment, ν is reduced to $10^4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, while λ is gradually increased to test the possibility of replacing the initial strong friction with a moderate amount of viscosity and diffusivity. The decay time and period corresponding to the decadal variability for the two experiments are shown in Fig. 10. Whatever the prescribed topography is, the horizontal eddy viscosity is found critical for the selection of the decadal period while the horizontal diffusivity only impacts the damping rate. Decreasing ν results in a more complex flow behavior, which might hamper the interpretation of the variability considerably. However, increasing the horizontal diffusivity λ only enhances the dissipation of the baroclinic variability.

A summary of all the experiments is depicted in Fig. 11 in which one can follow the different branches of the least damped decadal mode eigenvalue in response to changing model parameters. This diagram confirms once again the weak effect of the topography with respect to frictional and diffusive processes. The diffusion appears more likely to affect the decay rate while the friction strongly monitors the oscillation period of the variability on decadal timescales, at least in the case of coarse resolution. But does this still hold if the deformation radius is resolved?

b. Sensitivity to momentum dissipation

To clarify this point, we take a closer look at the effect of unresolved deformation Rossby radius on the behavior of the flat-bottomed basin mode patterns through a sensitivity experiment to friction. Specifically, the low-frequency least damped basin mode (corresponding to the smallest real part eigenvalue) is therein tracked using its decay rate as a selection criterion while progressively decreasing the viscosity till the inviscid limit is reached. At this limit, the frequency of the least damped mode in

the vicinity of inviscidness ($\nu=10 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$) is used as a selection criterion instead of its decay rate. In the ultra-low to low friction values, spurious modes prevent the capturing of the physical modes. The transition from the numerical regime to the physical regime does occur under a friction magnitude roughly corresponding to $O(\beta\Delta x^3)$ at which the numerical period coincides well with the reference proposed by Cessi and Louazel (2001) as the time it takes for the long Rossby wave to cross the basin along the northernmost boundary, $T_N = L_x/\beta R_d^2$ (Fig. 12). For high viscosity values, the numerical period starts progressively to deviate from the reference as a result of the widening of the western boundary layer that reduces the zonal basin extent. This conclusion points out that the period of the least damped basin mode depends also on an “effective zonal basin extent” defined as $L_x - \delta_M$, rather than the geometric zonal basin extent, in a way similar to the effective northern boundary mechanism introduced by Yang and Liu (2003) for the establishment of the reference period in the shallow water framework. However, this high friction regime is completely irrelevant to the real ocean.

c. Sensitivity to internal deformation radius R_d

We repeat the same experiment but for the case of a resolved deformation Rossby radius obtained by enhancing the stratification by two orders of magnitude. R_d is now ten times larger than the real value, but allows for an adequate resolution of motions on the scale of the Rossby radius of deformation without refining the horizontal model resolution. The reference oscillation period is then accordingly two orders of magnitude smaller. The results show that the period of the least damped basin mode remains constant with decreasing viscosity, in contrast to the realistic though unresolved R_d experiments where the decadal period is lost in the low friction regime (Fig. 12).

Furthermore, large-scale structures do emerge in the inviscid limit (Fig. 13) as well as at low and moderate viscosity values: this large-scale signal was spoiled by spurious (numerical) noise in the realistic stratification experiment when the viscosity was too low. However, the structure of these modes differ noticeably from the initial baroclinic basin modes: the wavefront is no longer slanted but their amplitude tends to

zero towards the eastern and western boundaries; the immediate consequence is that their damping rate is no longer set by their large-scale structure but decreases with momentum dissipation. This suggests that with higher horizontal resolution allowing to resolve the deformation radius, eddy viscosity would not be necessary to select the largest scale decadal modes.

In summary, the above numerical experiments suggest that in some instances (i.e. in eddy-resolving models), explicit dissipation is actually not a necessary condition for selecting large scale basin modes. Large-scale, low-frequency modes emerge from the inviscid spectrum with the gradual addition of weak dissipation, and their structure is robust to the specific form of friction. It is then reassuring that under-resolving the deformation radius in a viscous basin does not alter the robustness of decadal basin modes. In response to a reviewer comment, we implemented other types of momentum dissipation, namely linear Rayleigh friction, and vertical eddy viscosity with linear bottom friction, instead of the Laplacian eddy viscosity. In the first case, the results were very similar, suggesting that the modal decay is independent of the type of momentum dissipation. In the latter case, the convergence of the eigenvalue computation only happens with rather large friction and viscosity coefficients.

6. Conclusion

We have analyzed the low-frequency, weakly dissipated basin modes in a two-layer ocean over a variable bottom topography. These large-scale modes with decadal periods are promoted through eddy viscosity at coarse resolution. The modes just described are the topographic analog of the reduced-gravity basin modes described by Cessi and Louazel (2001), Primeau (2002) and Yang and Liu (2003).

At midlatitudes, the gravest baroclinic mode is established through the transit of a mixture of Rossby and Kelvin waves during the geostrophic adjustment process. The frequency of the least damped mixed-wave mode scales as $2\pi/T_N$, where T_N is the long Rossby wave transit time along the northernmost boundary of a basin that does not feel the topography and falls near the decadal frequency. In the presence of

topography, the period for the gravest basin mode is slightly shortened suggesting a net acceleration of long Rossby waves by bottom tops as pointed out by Tailleux and McWilliams (2000).

Through a systematic comparison of the results of various topographic features, the parameter sensitivity analysis enables us to determine which processes are critical to the variability. Changes in horizontal diffusion was shown to have no crucial influence on the gravest baroclinic mode of ocean variability. However, varying both amplitudes of viscous momentum dissipation and bottom topography exerted a leading damping role upon the baroclinic large-scale circulation. The build-up of a barotropic flow through the interaction of the flat-bottomed baroclinic mode with the prescribed topographic height is three times stronger in the case of continental rises, that constrain PV contours to close, than that related to the mid-ocean ridge that imply blocked contours at the boundaries. However, the baroclinic energy decay through topographic vertical mode conversion remains smaller with respect to the viscous dissipation. Compared to the flat bottom case, changes in the eigenvalues remain lower than 10% in terms of the oscillation period and 20% for the damping time scale, even with large amplitude topography (up to 2500 m height).

In contrast with our initial hypothesis, the broad message emerging from the present work suggests that the direct bottom topography damping on the basin modes is limited, and changes in the mean flows due to the topography may have more influence on the modes characteristics. It remains to be seen how the introduction of a mean flow, with the associated mesoscale dynamics, would interact with the bottom topography to excite or damp the large-scale decadal basin modes. We conjecture that large-scale stationary mean flow forcing (either by winds or heat fluxes) may well act to sustain the decadal mode (through large scale instability for instance) and to confirm the robustness of its signature, thus contributing to the decadal band of climate variability.

Acknowledgments. *DF is funded through a scholarship from the French ministry of research. Financial support is also provided through the French CNRS/INSU/LEFE*

program to the Ti Ammo project. The authors are grateful to the anonymous reviewers whose valuable comments improved the paper.

APPENDIX A: BAROTROPIC TRANSPORT BUDGET

Starting with vertically integrating the momentum equation (2a) of the horizontal transport gives

$$\partial_t h \mathbf{u}^+ + f \mathbf{k} \times h \mathbf{u}^+ - \mathbf{u}_1 \partial_t h_1 - \mathbf{u}_2 \partial_t h_2 = -(H_1 + \eta_1 - \eta_2) \nabla p_1 - (H_2 + \eta_2 - b) \nabla p_2 + F^+. \quad (20)$$

Knowing that $p_1 = g\eta_1$ and $p_2 = p_1 + g'\eta_2$, the pressure term in the rhs of (20) can be expressed as

$$-(H_1 + \eta_1)g\nabla\eta_1 - g'\eta_2\nabla\eta_2 - H_2\nabla p_2 + b\nabla p_2, \quad (21)$$

which can be rewritten as:

$$-\nabla(H_1 p_1 + \frac{1}{2}g\eta_1^2 + \frac{1}{2}g'\eta_2^2 + H_2 p_2) + b\nabla p_2, \quad (22)$$

Equation (20) now reduces to

$$\partial_t h \mathbf{u}^+ + f \mathbf{k} \times h \mathbf{u}^+ + N = -\nabla(H_0 p^+ + \chi) + b\nabla p_2 + F^+. \quad (23)$$

in which the nonlinear term $N = \mathbf{u}_1 \nabla \cdot (h_1 \mathbf{u}_1) + \mathbf{u}_2 \nabla \cdot (h_2 \mathbf{u}_2)$ represents the advection of perturbation thickness by the flow in each layer. Since $\eta_1 \ll \eta_2$, this term then reduces to the effect of advection of interface anomaly by the baroclinic flow. This effect is assumed to be neglectable as long as the perturbation remains small compared to the undisturbed reference levels. The vertically integrated pressure gradient splits into three terms related to the barotropic pressure, the vertically integrated available potential energy $\chi = \frac{1}{2}g\eta_1^2 + \frac{1}{2}g'\eta_2^2$ and the bottom pressure. By neglecting the nonlinear term N before taking the curl of the depth-integrated momentum balance, the linear barotropic vorticity budget can then be derived as in section 3.

APPENDIX B: VERTICAL MODE ENERGY PARTITION

The barotropic motion equation is obtained by vertically integrating of the momentum balance:

$$\partial_t \mathbf{u}^+ + f \mathbf{k} \times \mathbf{u}^+ - \mathbf{u}_1 \partial_t \left(\frac{h_1}{h} \right) - \mathbf{u}_2 \partial_t \left(\frac{h_2}{h} \right) = -\nabla p^+ + p_1 \nabla \left(\frac{h_1}{h} \right) + p_2 \nabla \left(\frac{h_2}{h} \right) + F^+. \quad (24)$$

It gives after some simple algebraic manipulation:

$$\partial_t \mathbf{u}^+ + f \mathbf{k} \times \mathbf{u}^+ + M = -\nabla p^+ + \frac{p^-}{h} \left(h_2 \nabla \eta_1 - \nabla \eta_2 + \frac{h_1}{h} \nabla b \right) + F^+. \quad (25)$$

where $M = \mathbf{u}^- \partial_t \left(\frac{h_2}{h} \right)$ represents the advection of perturbation thickness ratio by the baroclinic flow similarly to term N in (23). It could then be neglected as long as the perturbation remains small compared to the undisturbed background state. For finite amplitude topography variations, low frequency, small waves, the leading order terms in (25) reduce to:

$$\partial_t \mathbf{u}^+ + f \mathbf{k} \times \mathbf{u}^+ = -\nabla p^+ + \frac{H_1}{h^2} p^- \nabla b + F^+. \quad (26)$$

Hence, the barotropic energy equation could then be derived by multiplying (26) by the depth-integrated horizontal transport $h \mathbf{u}^+$:

$$\frac{1}{2} h \partial_t \mathbf{u}^{+2} = -h \mathbf{u}^+ \nabla p^+ + p^- \mathbf{u}^+ \frac{H_1}{h} \nabla b + L F^+. \quad (27)$$

Enforcing the mass conservation of the depth-integrated horizontal transport

$$\partial_t \eta_1 = -\nabla \cdot (h \mathbf{u}^+), \quad (28)$$

and the expression of $p^+ = p_1 - \frac{h_2}{h} p^-$ in (27) gives:

$$\frac{1}{2} h \partial_t \mathbf{u}^{+2} + \frac{1}{2} g \partial_t \eta_1^2 = -\nabla \cdot (h \mathbf{u}^+ p^+) + \frac{h_2}{h} p^- \partial_t \eta_1 + p^- \mathbf{u}^+ \frac{H_1}{h} \nabla b + L F^+. \quad (29)$$

Similarly to (24), the equation of motion for the baroclinic mode is obtained by subtracting the momentum equation of the upper layer from that of the bottom layer:

$$\partial_t \mathbf{u}^- + f \mathbf{k} \times \mathbf{u}^- = -\nabla p^- + LF^-. \quad (30)$$

Multiplying (30) by $h_e \mathbf{u}^-$ gives the baroclinic energy equation:

$$\frac{1}{2} h_e \partial_t \mathbf{u}^{-2} = -h \mathbf{u}^- \nabla p^- + LF^-. \quad (31)$$

Further manipulating the first term in the rhs of (31), first by exploiting the mass conservation of the lower layer in which the bottom flow is replaced by its barotropic and baroclinic counterparts

$$\partial_t \eta_2 + \nabla \cdot (h_2 \mathbf{u}^+) = \nabla \cdot (h_e \mathbf{u}^-), \quad (32)$$

and then by mean of (28) that gives $\nabla \cdot \mathbf{u}^+ = -\partial_t \eta_1 / h + \mathbf{u}^+ \nabla b / h$ yields:

$$\frac{1}{2} h_e \partial_t \mathbf{u}^{-2} + \frac{1}{2} \partial_t \eta_2^2 = -\nabla \cdot (h_e \mathbf{u}^- p^-) - \frac{h_2}{h} p^- \partial_t \eta_1 - p^- \mathbf{u}^+ \frac{H_1}{h} \nabla b + LF^-. \quad (33)$$

Adding (29) and (33) gives the time-rate of change of the total energy of the model, whose basin-integrated form vanishes identically in the inviscid limit.

REFERENCES

- Anderson, D. L. T. and A. E. Gill. 1975. Spin-up of a stratified ocean with applications to upwelling. *Deep Sea Res*, 22, 583–596.
- Barnier, B. 1988. A numerical study on the influence of the mid-atlantic ridge on nonlinear first-mode baroclinic rossby waves generated by seasonal winds. *J. Phys. Oceanogr.*, 18, 417–433.
- Ben Jelloul, M. and T. Huck. 2005. Low-frequency basin modes in a two-layer quasi-geostrophic model in the presence of a mean gyre flow. *J. Phys. Oceanogr.*, 35, 2167–2186.
- Bryan, K. 1969. A numerical method for the study of the circulation of the world ocean. *J. Comput. Phys.*, 4, 347–376.
- Buckley, M. W., D. Ferreira, J. Campin, J. Marshall, and R. Tulloch. 2012. On the relationship between decadal buoyancy anomalies and variability of the atlantic meridional overturning circulation. *J. Climate*, 25, 8009–8030.
- Böning, C. W. 1989. Influences of a rough bottom topography on flow kinematics in an eddy-resolving circulation model. *J. Phys. Oceanogr.*, 19, 77–97.
- Cessi, P. and S. Louazel. 2001. Decadal oceanic response to stochastic wind forcing. *J. Phys. Oceanogr.*, 31, 3020–3029.
- Cessi, P. and F. Primeau. 2001. Dissipative selection of low frequency modes in a reduced-gravity basin. *J. Phys. Oceanogr.*, 31, 127–137.
- Delworth, T. L. and coauthors. 2006. GFDL's CM2 Global Coupled Climate Models. Part I: Formulation and Simulation Characteristics. *J. Climate*, 19, 643–674.
- Gill, A. E., S. A. Green, and A. J. Simmons. 1974. Energy partition in the large-scale ocean circulation production of mid-ocean eddies. *Deep sea Res.*, 21, 499–528.

- Greatbatch, R. J., K. A. Peterson, and H. Roth. 1997. Interdecadal variability in a coarse resolution model with north atlantic bottom topography. Technical Report, Department of Oceanography, Dalhousie University, Halifax, Nova Scotia, Canada.
- Herbette, S., Y. Morel, and M. Arhan. 2003. Erosion of a surface vortex by a seamount. *J. Phys. Oceanogr.*, 33, 1664–1679.
- Holland, W. R. 1978. The role of mesoscale eddies in the general circulation of the ocean-numerical experiments using a wind-driven quasigeostrophic model. *J. Phys. Oceanogr.*, 8, 363–392.
- Huck, T. and G. K. Vallis. 2001. Linear stability analysis of the three-dimensional thermally-driven ocean circulation: application to interdecadal oscillations. *Tellus*, 53A, 526–545.
- Huck, T., A. J. Weaver, and A. Colin de Verdiere. 1999b. On the influence of the parameterization of lateral boundary layers on the thermohaline circulation in coarse-resolution ocean models. *J. Mar. Res.*, 57, 387–426.
- Kerr, R. A. 2000. A north atlantic climate pacemaker for the centuries. *Science*, 288, 1984–1986.
- LaCasce, J. H. 2000. Baroclinic rossby waves in a square basin. *J. Phys. Oceanogr.*, 30, 3161–3178.
- LaCasce, J. H. and J. Pedlosky. 2002. Baroclinic rossby waves in irregular basins. *J. Phys. Oceanogr.*, 32, 2828–2847.
- Lehouck, R. B., D. C. Sorensen, and C. Yang. 1996. ARPACK user's guide. Solutions of large scale eigenvalue problems with Implicitly Restarted Arnoldi Methods. SIAM, page 160p. URL <http://caam.rice.edu/software/ARPACK/>.
- Liu, Z. 2003. Tropical ocean decadal variability and resonance of planetary wave basin modes. part i: Theory. *J. Climate*, 16, 1539–1550.

- Mellor, G., C. Mechoso, and E. Keto. 1982. A diagnostic calculation of the atlantic ocean. *Deep Sea Res.*, 29, 1171–1192.
- Mertz, G. and D. G. Wright. 1992. Interpretations of the JEBAR Term. *J. Phys. Oceanogr.*, 22, 301–305.
- Primeau, F. W. 2002. Long rossby wave basin-crossing time and the resonance of low-frequency basin modes. *J. Phys. Oceanogr.*, 32, 2652–2665.
- Rhines, B. P. 1977. *The dynamics of unsteady currents*, volume 6. *The Sea*, E. A. Goldberg, I. N. McCane, J. J. O'Brien, and J. H. Steele, Eds., J. Wiley and Sons, 189-318.
- Rhines, P. B. 1969a. Slow oscillations in an ocean of varying depth. part 1. abrupt topography. *J. Fluid Mech.*, 37, 161–189.
- Rhines, P. B. 1969b. Slow oscillations in an ocean of varying depth. part 1. islands and seamounts. *J. Fluid Mech.*, 37, 191–205.
- Ripa, P. 1978. Normal rossby modes of a closed basin with topography. *J. Geophys. Res.*, 83, 1947–1957.
- Sarkisyan, A. S. and V. F. Ivanov. 1971. Joint effect of baroclinicity and bottom relief as an important factor in the dynamics of sea currents. *Izv. Acad. Sci. USSR Atmos. Oceanic Phys. (Engl. Transl.)*, 7, 173–178.
- Solomon, A. *et al.* 2011. Distinguishing the roles of natural and anthropogenically forced decadal climate variability. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 92, 141–156.
- Spydell, M. and P. Cessi. 2003. Baroclinic modes in a two-layer basin. *J. Phys. Oceanogr.*, 33, 610–622.
- Tailleux, R. and J. McWilliams. 2000. Acceleration, creation, and depletion of wind-driven baroclinic rossby waves over an ocean ridge. *J. Phys. Oceanogr.*, 30, 2186–2213.

Verron, J. and C. Le Provost. 1985. A numerical study of quasi-geostrophic flow over isolated topography. *J. Fluid Mech.*, *154*, 231–252.

Winton, M. 1997. The damping effect of bottom topography on internal decadal-scale oscillations of the thermohaline circulation. *J. Phys. Oceanogr.*, *27*, 203–208.

Yang, H. and Z. Liu. 2003. Basin modes in tropical–extratropical basin. *J. Phys. Oceanogr.*, *33*, 2751–2763.

List of Figures

1	Schematic structure of the two-layer ocean model and notations. . . .	34
2	Analytical bottom topography profiles corresponding to 1500-m amplitude height (MOR dashed, CR dash-dotted). The dashed line denotes the interface level at rest measured from the bottom mean depth.	34
3	(left) Real and (right) imaginary parts of the least damped eigenvector for the upper and bottom layer thickness anomalies in the presence of different bottom profiles. The mode amplitude is arbitrary. Negative (positive) contours are dashed (solid) and the zero contour is dotted. . .	35
4	Hovmöller diagrams at 30°N for the sea level anomaly of the non-decaying propagating least damped basin mode in the presence of a flat bottom, a ridge (MOR) and continental slopes (CR). Superimposed are straight lines for the standard phase speed (solid) and enhanced phase speed west of the topographic obstacle (dashed). The overlaid arbitrary heights of the bottom are drawn to indicate the correlation with the changes in the propagation speed. Time is scaled by the period of the flat-bottomed least damped mode.	36
5	Real (left) and imaginary (right) parts of the barotropic transport streamfunction in the CR-experiment: (a) as obtained from the vertically integrated horizontal transport (upper panel) and (b) diagnostically calculated using the JEBAR term in equation (11) (bottom panel). A weak topography amplitude $\epsilon = 0.125$ is used. Note the approximated solution (b) does not resolve the western boundary current, so no good agreement is expected there.	37

6 Barotropic transport streamfunction derived from (10) in the 500 m-MOR experiment as a function of time for one oscillation cycle. The region of negative (positive) values are in blue (red). Time is scaled by the period of the flat-bottomed least damped mode. Around half the oscillation cycle, the generated barotropic perturbation is strongly weakened by viscous processes. 38

7 Coupling mode term PF subject to equation (18) in the two cases of bottom topography. Overlaid are the geostrophic contours f/h_2 38

8 Vertical mode kinetic energy conversion (scaled by the total KE) of the least damped basin mode over the oscillation period as function of the topographic height. The dashed (solid) line corresponds to the MOR (CR) experiment, while the circle (cross) labels the barotropic (baroclinic) mode. 39

9 Perturbation energy box diagram showing the baroclinic total-drag energy route for the least damped basin mode. Energy budgets are evaluated after taking the volume integral in the global domain based on (18) as detailed in section 4.2. Energy conversion terms are normalized by ω_r . The direction of energy conversions are indicated by the arrows. Unbalanced budgets are due to numerical truncation errors. . . 40

10 Sensitivity of the (top) oscillation period and (bottom) decay time (in years) to (left) horizontal viscosity ν for a fixed value of diffusivity $\lambda = 2 \times 10^3 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$, (right) horizontal diffusivity λ for a fixed viscosity $\nu = 10^4 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$, in the flat bottom (dash-dot cross line), the 1500 m-MOR (solid plus sign line) and the 1500 m-CR (solid circle line). . . . 41

11 Sensitivity diagram in the $\omega_r - \omega_i$ plane for the least damped oscillation under different prescribed forms and amplitudes of topography and dissipation. The eigenvalue change under increasing (decreasing) diffusivity (viscosity) is dashed (dash-dotted). The solid black (gray) line indicates the effect of increasing MOR (CR) height. 42

12	Least damped eigenmode frequency (solid line) and decay rate (dashed line) (yr^{-1}) as function of horizontal eddy viscosity ν in the flat bottom experiment. The red (blue) curve indicates the realistic (enhanced) stratification experiment. The magenta line corresponds to the reference frequency $2\pi/T_N$ of the realistic stratification experiment. . . .	43
13	Spatial pattern of the least damped mode in the inviscid limit ($\nu=0 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$) for the resolved Rossby radius experiment. The mode amplitude is arbitrary.	44

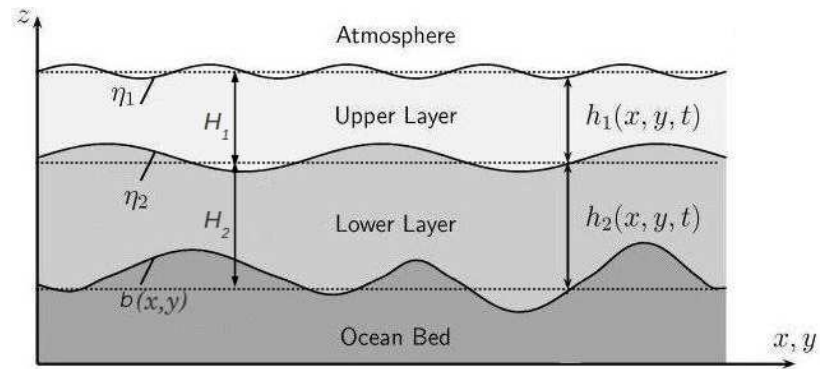


Figure 1: Schematic structure of the two-layer ocean model and notations.

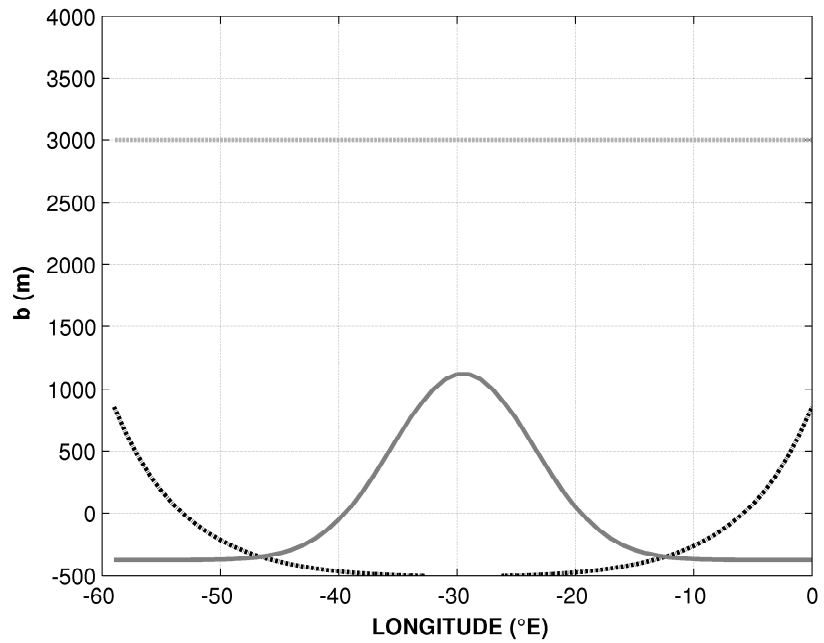


Figure 2: Analytical bottom topography profiles corresponding to 1500-m amplitude height (MOR dashed, CR dash-dotted). The dashed line denotes the interface level at rest measured from the bottom mean depth.

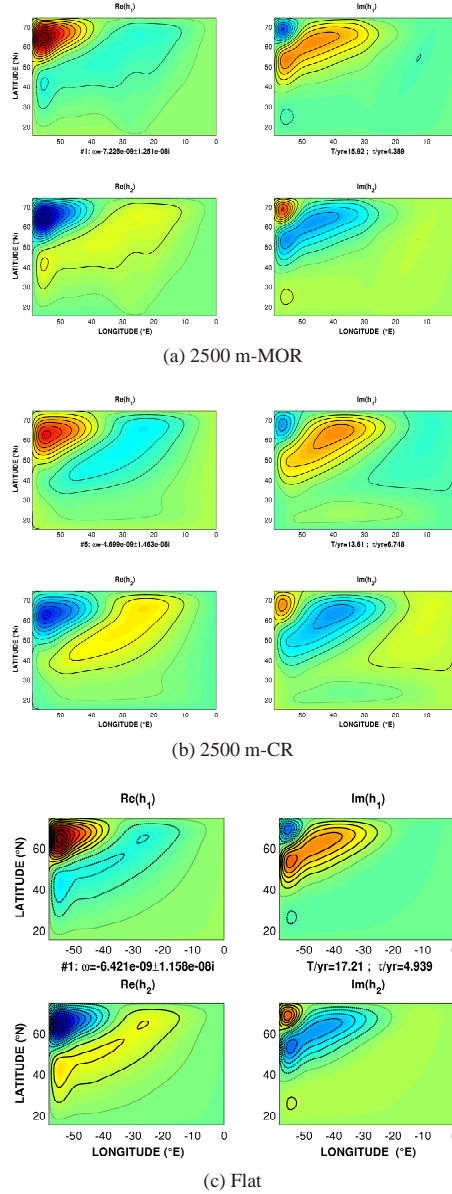


Figure 3: (left) Real and (right) imaginary parts of the least damped eigenvector for the upper and bottom layer thickness anomalies in the presence of different bottom profiles. The mode amplitude is arbitrary. Negative (positive) contours are dashed (solid) and the zero contour is dotted.

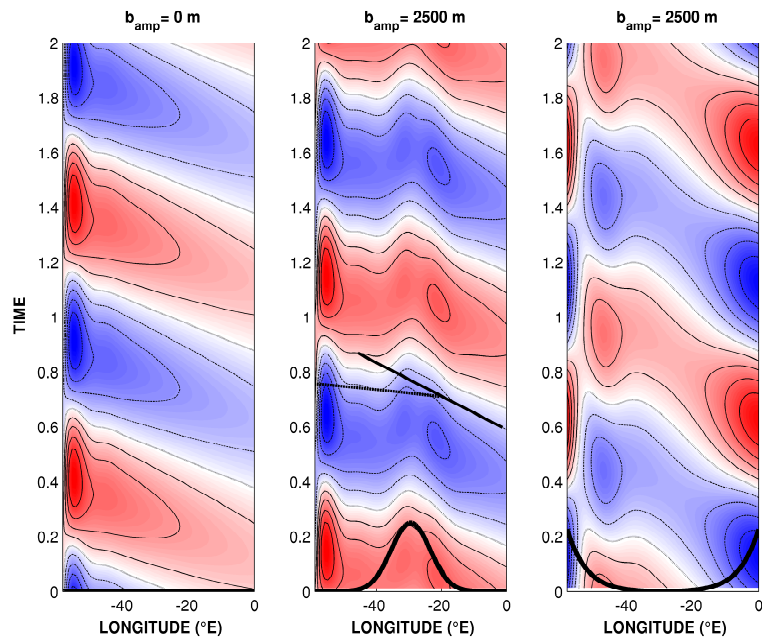
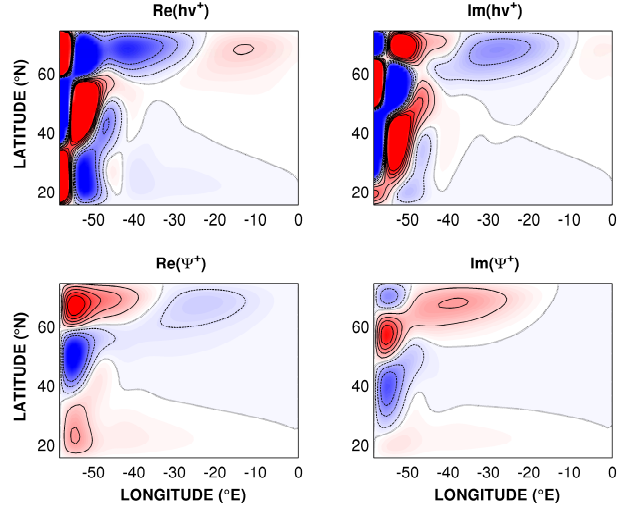
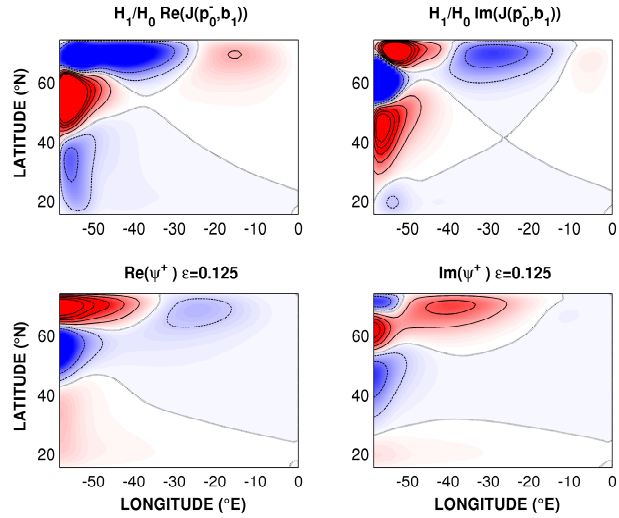


Figure 4: Hovmöller diagrams at 30°N for the sea level anomaly of the non-decaying propagating least damped basin mode in the presence of a flat bottom, a ridge (MOR) and continental slopes (CR). Superimposed are straight lines for the standard phase speed (solid) and enhanced phase speed west of the topographic obstacle (dashed). The overlaid arbitrary heights of the bottom are drawn to indicate the correlation with the changes in the propagation speed. Time is scaled by the period of the flat-bottomed least damped mode.



(a) ψ from the transport



(b) ψ from the JEBAR

Figure 5: Real (left) and imaginary (right) parts of the barotropic transport streamfunction in the CR-experiment: (a) as obtained from the vertically integrated horizontal transport (upper panel) and (b) diagnostically calculated using the JEBAR term in equation (11) (bottom panel). A weak topography amplitude $\epsilon = 0.125$ is used. Note the approximated solution (b) does not resolve the western boundary current, so no good agreement is expected there.

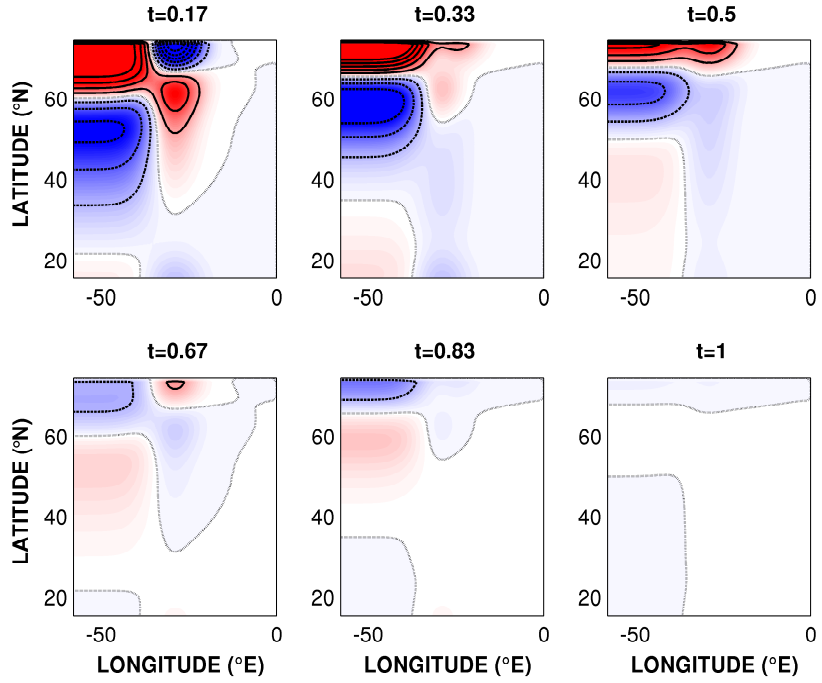


Figure 6: Barotropic transport streamfunction derived from (10) in the 500 m-MOR experiment as a function of time for one oscillation cycle. The region of negative (positive) values are in blue (red). Time is scaled by the period of the flat-bottomed least damped mode. Around half the oscillation cycle, the generated barotropic perturbation is strongly weakened by viscous processes.

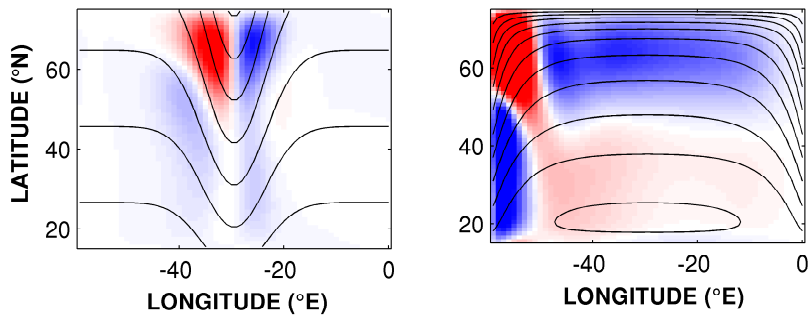


Figure 7: Coupling mode term PF subject to equation (18) in the two cases of bottom topography. Overlaid are the geostrophic contours f/h_2 .

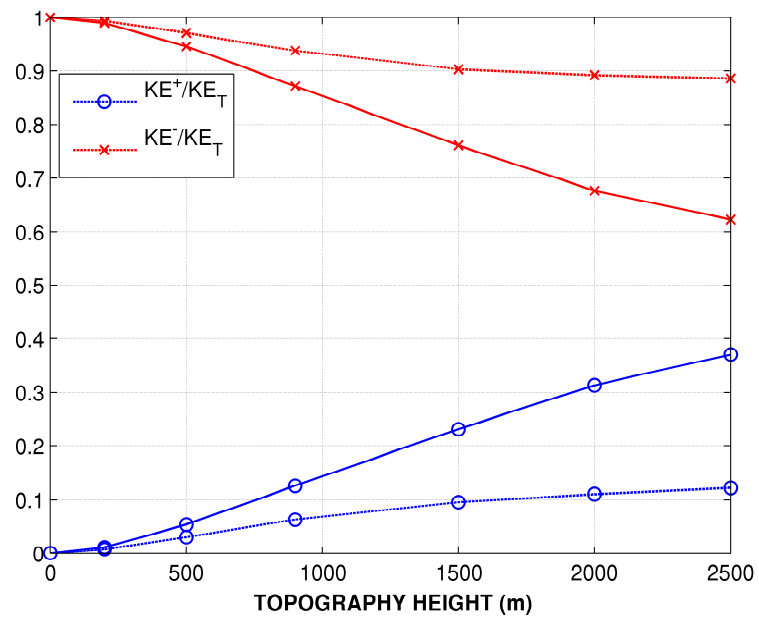


Figure 8: Vertical mode kinetic energy conversion (scaled by the total KE) of the least damped basin mode over the oscillation period as function of the topographic height. The dashed (solid) line corresponds to the MOR (CR) experiment, while the circle (cross) labels the barotropic (baroclinic) mode.

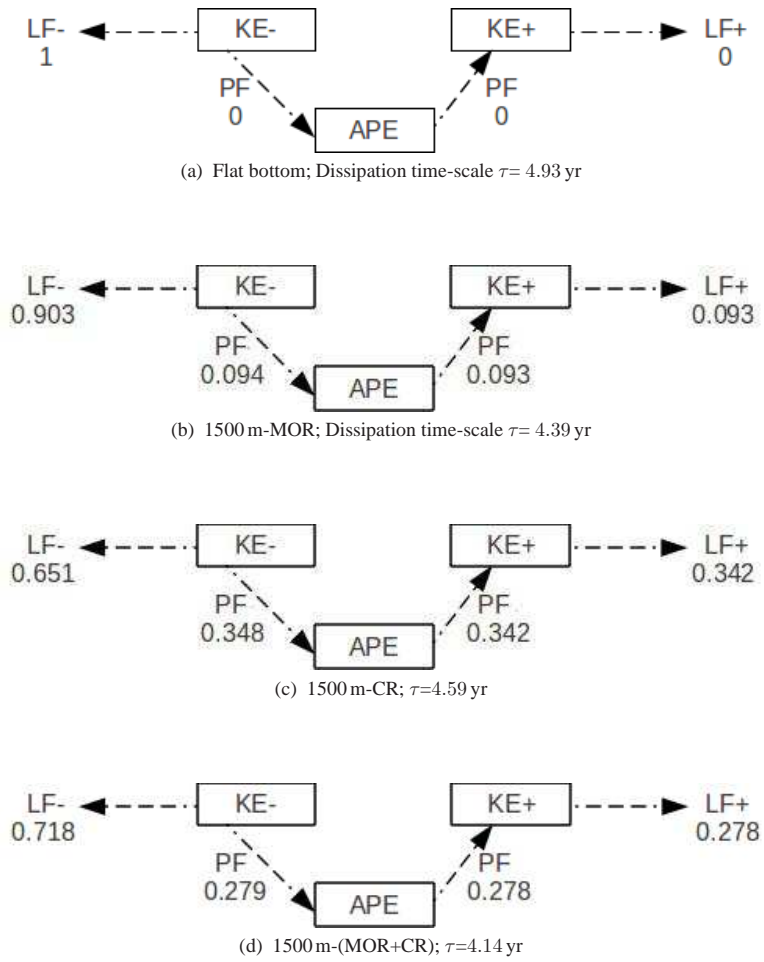


Figure 9: Perturbation energy box diagram showing the baroclinic total-drag energy route for the least damped basin mode. Energy budgets are evaluated after taking the volume integral in the global domain based on (18) as detailed in section 4.2. Energy conversion terms are normalized by ω_r . The direction of energy conversions are indicated by the arrows. Unbalanced budgets are due to numerical truncation errors.

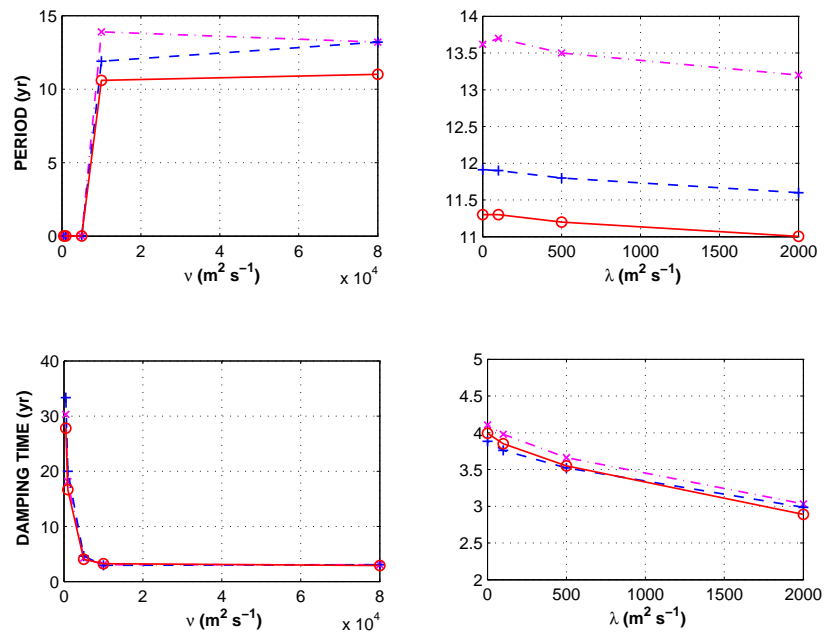


Figure 10: Sensitivity of the (top) oscillation period and (bottom) decay time (in years) to (left) horizontal viscosity ν for a fixed value of diffusivity $\lambda = 2 \times 10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, (right) horizontal diffusivity λ for a fixed viscosity $\nu = 10^4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, in the flat bottom (dash-dot cross line), the 1500 m-MOR (solid plus sign line) and the 1500 m-CR (solid circle line).

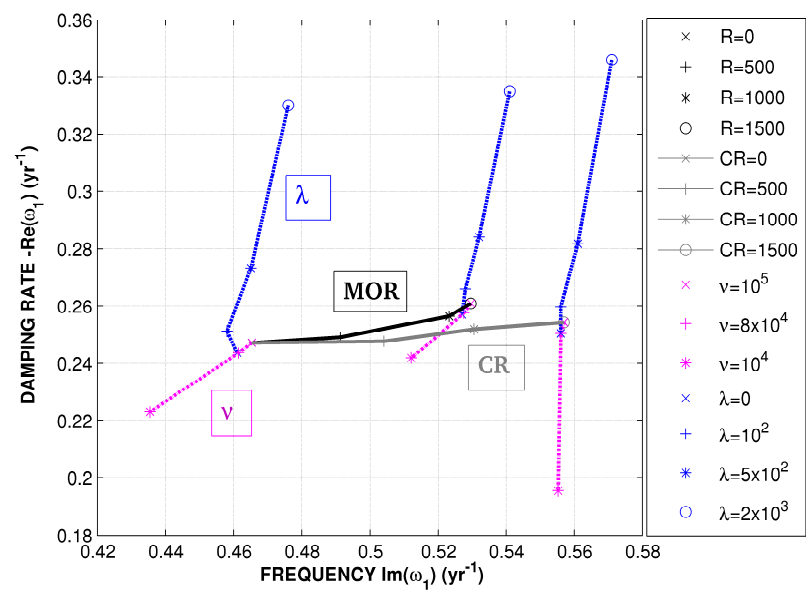


Figure 11: Sensitivity diagram in the $\omega_r - \omega_i$ plane for the least damped oscillation under different prescribed forms and amplitudes of topography and dissipation. The eigenvalue change under increasing (decreasing) diffusivity (viscosity) is dashed (dash-dotted). The solid black (gray) line indicates the effect of increasing MOR (CR) height.

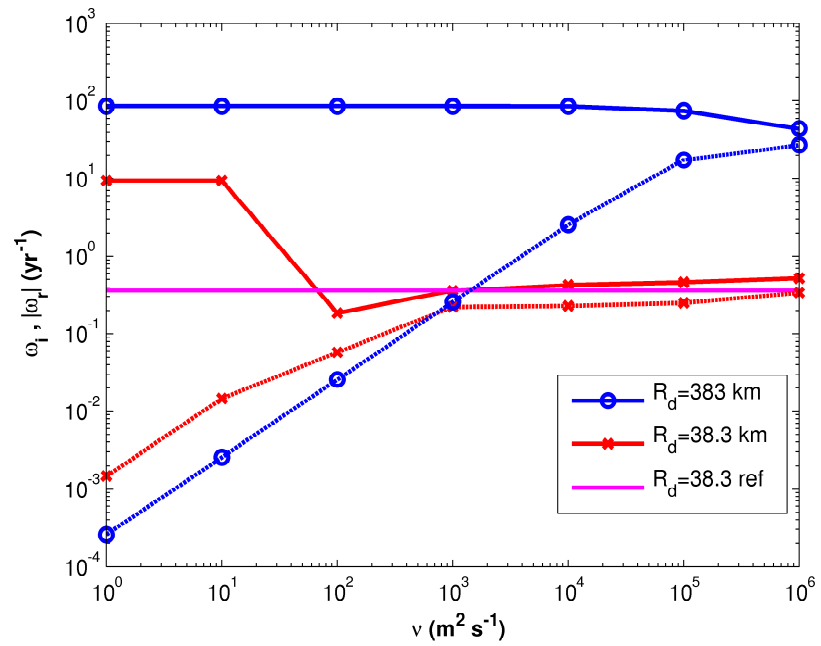
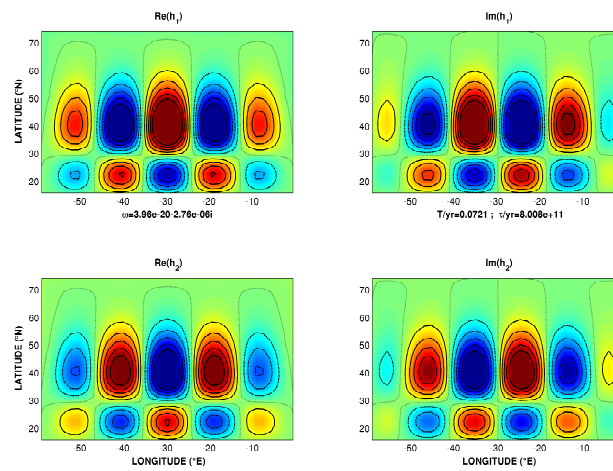
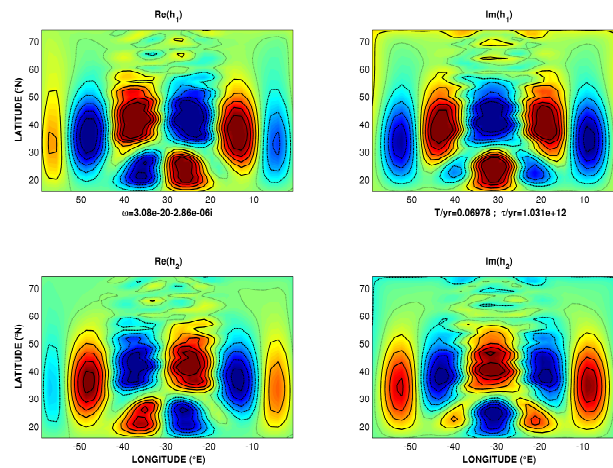


Figure 12: Least damped eigenmode frequency (solid line) and decay rate (dashed line) (yr^{-1}) as function of horizontal eddy viscosity ν in the flat bottom experiment. The red (blue) curve indicates the realistic (enhanced) stratification experiment. The magenta line corresponds to the reference frequency $2\pi/T_N$ of the realistic stratification experiment.



(a) Flat bottom experiment



(b) 1500 m MOR-experiment

Figure 13: Spatial pattern of the least damped mode in the inviscid limit ($\nu=0 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$) for the resolved Rossby radius experiment. The mode amplitude is arbitrary.

List of Tables

1	Typical parameters for the experiment in the linear shallow-water model. 46
2	First two eigenvalues of the tangent linear model matrix under three different topographic features: flat, meridional ridge and continental rises. The damping time scale is defined as $\tau = 1/\omega_r$ and the oscilla- tion period $T = 2\pi/\omega_i$ 46

Symbol	Value	Description
f_0	10^{-4} s^{-1}	Coriolis parameter at $y = 0$ (45°N)
β	$1.6 \cdot 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$	Meridional gradient of Coriolis parameter
L_x	6600 km	Basin zonal extent
L_y	6600 km	Basin meridional extent
H_1	1000 m	Upper layer mean depth at rest
H_2	3000 m	Bottom layer mean depth at rest
H_0	$H_1 + H_2$	Total mean depth at rest
ρ_0	1023 kg m^{-3}	mean density
g	9.81 m s^{-2}	Gravity acceleration at Earth surface
$g' = g\Delta\rho/\rho$	0.02 m s^{-2}	Reduced gravity acceleration
ν	$10^5 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$	Laplacian eddy viscosity
$n_x \times n_y$	60×60	Number of grid points in the horizontal

Table 1: Typical parameters for the experiment in the linear shallow-water model.

	Mode	ω_r (yr^{-1})	ω_i (yr^{-1})	τ (yr)	T (yr)	τ/T
Flat case	1	-0.2025	0.3652	-4.93	17.21	0.2860
	2	-0.2867	0.7370	-3.48	8.52	0.4080
1500 m-MOR case	1	-0.2276	0.4261	-4.39	14.74	0.2970
	2	-0.3273	0.7483	-3.05	8.39	0.3635
1500 m-CR case	1	-0.2177	0.4471	-4.59	14.05	0.3260
	2	-0.2260	0.9060	-4.42	6.93	0.6370

Table 2: First two eigenvalues of the tangent linear model matrix under three different topographic features: flat, meridional ridge and continental rises. The damping time scale is defined as $\tau = 1/\omega_r$, and the oscillation period $T = 2\pi/\omega_i$.

3.3 Complément de la première partie

3.3.1 Amortissement du mode barocline le moins amorti

Contrairement à l'approche quasigéostrophique, la formulation shallow water permet une variation latitudinale de la vitesse de phase des ondes longues de Rossby baroclines. Le temps de transit de ces ondes à travers le bassin est ainsi fortement dépendant de la latitude variant de quelques mois ($T \approx 2.5$ ans) à basses latitudes à quelques décennies ($T \approx 20$ ans) au bord nord du domaine (figure 3.2). Ces fortes variations ont des conséquences remarquables sur le taux d'amortissement du mode de bassin le moins amorti, qui apparaît très faiblement sensible à la dissipation explicite du modèle voire complètement indépendant de la viscosité à faible valeur de cette dernière comme le montre la figure 3.4.

La structure du mode de bassin le moins amorti représentée dans la figure 3.3 peut apporter des explications à ce constat. En effet, l'amplitude du mode augmente vers le nord et vers l'ouest. Or pour les ondes longues, la friction est faible dans l'intérieur et n'a d'effet qu'au niveau de la couche limite de bord ouest d'épaisseur $\delta_M = (\frac{\nu}{\beta})^{1/3}$. L'amortissement uniforme partout dans le bassin est donc principalement lié au processus d'ajustement de la pression aux bords. L'angle d'incidence des fronts d'onde qui atteignent le bord ouest déclenche la réflexion d'une partie du signal sous forme d'ondes de Rossby courtes (comparées au rayon interne de déformation) qui se trouvent ainsi piégées et dissipées dans la couche limite de bord ouest. L'autre partie vient exciter l'ajustement transitoire de la pression au bord pris en compte grâce à la contrainte de conservation de la masse (Cessi and Primeau, 2001) qui induit un transfert de l'autre partie du signal au bord est et constitue ainsi une source d'ondes de Rossby longues. La contrainte de conservation de la masse permet donc un couplage entre les différentes latitudes et échelles de temps et assure l'établissement des modes intrinsèques de variabilité basse fréquence.

Un brillant argumentaire heuristique développé analytiquement par Cessi and Louazel (2001) pour un modèle à gravité réduite afin de rationaliser le taux d'amortissement du mode barocline le moins amorti montre que ce taux est proportionnel au paramètre planétaire $\alpha \equiv \beta L_y / f_0$ qui exprime l'étendue de l'excursion latitudinale du bassin. Dans la limite $\alpha \rightarrow 0$, on tend vers le cas quasi-géostrophique où la valeur propre prédite dans la limite inviscide est purement imaginaire (Cessi and Primeau, 2001). En d'autres termes, plus l'angle d'incidence

MODES LIBRES

des fronts d'onde est grand, plus efficace est l'amortissement du mode. Un simple examen des lignes de phase du mode le moins amorti soumis à différentes valeurs de viscosité devrait donc apporter une appréciation qualitative de son amortissement.

La figure 3.3 montre les modifications qu'apporte la viscosité sur la structure spatiale notamment sur les fronts d'onde du mode le moins amorti à fond plat exposé à des intensités croissantes de viscosité. A mesure que la viscosité diminue et que l'épaisseur de la couche frictionnelle se rétracte, le signal de variabilité s'approche du coin nord-ouest du bassin en raison de l'affaiblissement du courant de retour de bord ouest nécessaire pour refermer la circulation. Les lignes de phase se propagent vers l'ouest parallèlement les unes autres, affichant ainsi le même angle d'incidence au bord, ce qui indique un même taux d'amortissement indépendant de la friction. Ceci est vérifié sur la figure 3.4.

En revanche, en présence de topographie, les fronts d'ondes du mode barocline le moins amorti en présence de différents reliefs sous-marins perdent de leur uniformité : on observe alors des intersections des lignes de phase atteignant le bord ouest avec des angles d'incidence différents (figure 3.5a). Ceci est d'autant plus marqué que l'amplitude de la topographie est importante (figure 3.5b). On s'attend donc à avoir différents taux d'amortissement du mode associés à chaque topographie, ce qui est confirmé sur la figure 3.6.

Conclusion :

Le taux d'amortissement du mode barocline le moins amorti est peu dépendant de la friction turbulente et apparaît comme fonction de l'angle d'incidence du front d'onde du signal de variabilité au bord ouest du bassin.

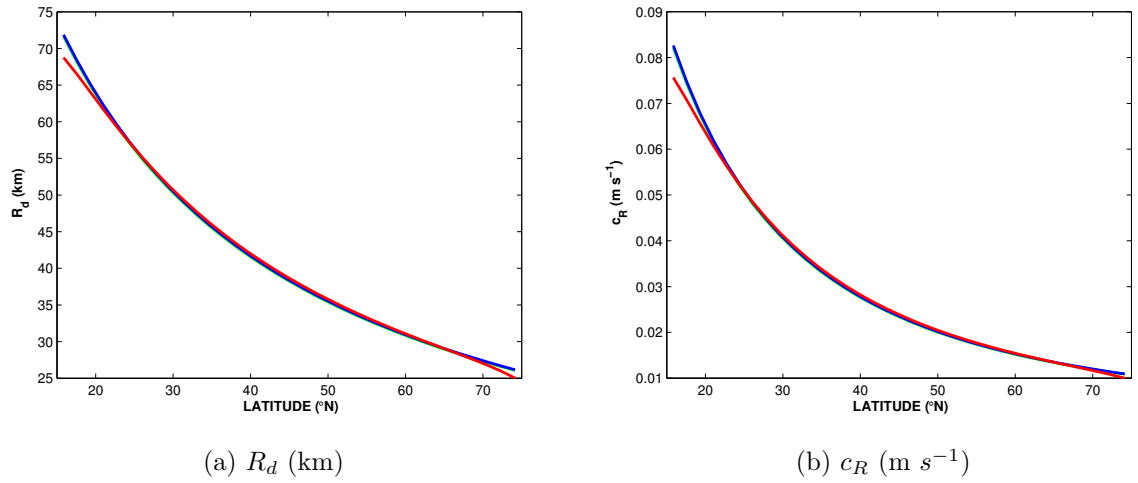


FIGURE 3.2 – (gauche) Moyenne zonale du (a) rayon interne de déformation de Rossby (b) la vitesse de phase de l'onde longue de Rossby du mode barocline le moins amorti pour les trois types de topographie : fond plat (bleu), dorsale (vert) et pentes continentales (rouge).

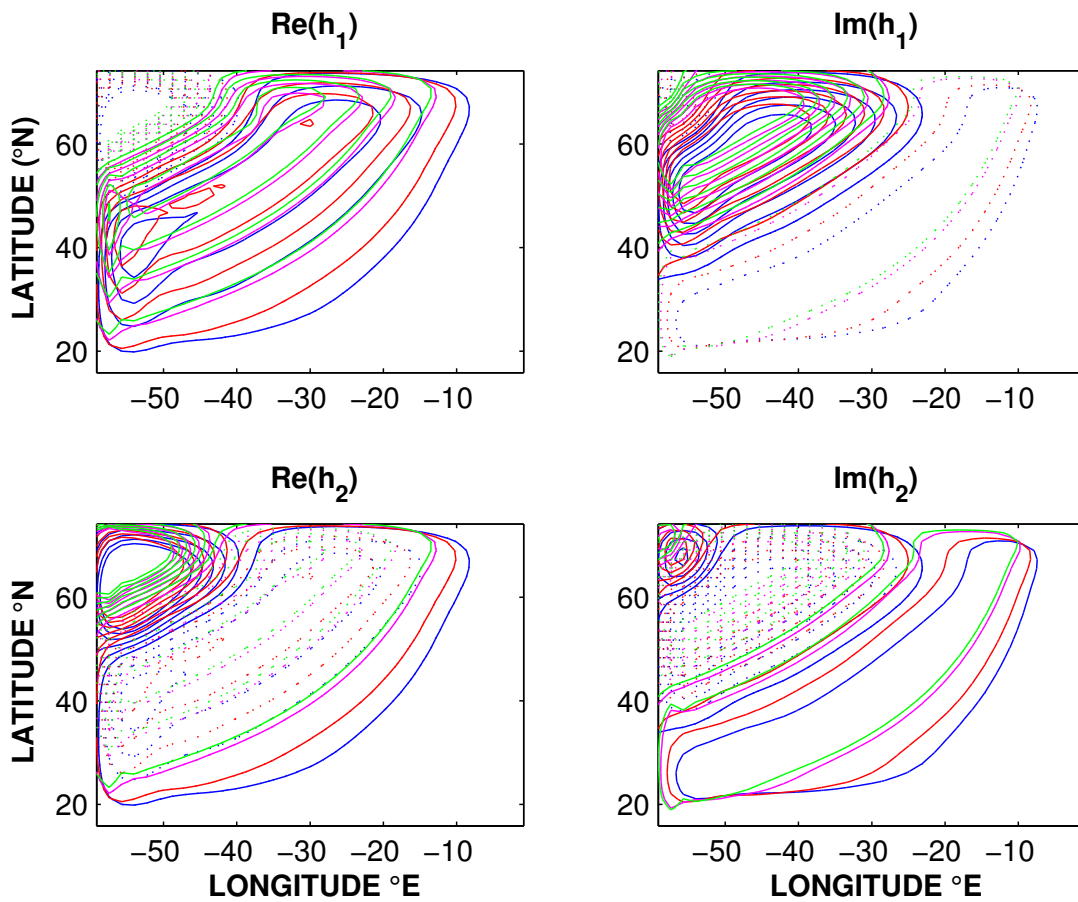


FIGURE 3.3 – Structure du mode le moins amorti ($n = 1$ dans la figure 3.4) exprimé en terme de (haut) l'épaisseur de la couche de surface (bas) l'épaisseur de la couche du fond en fonction de la viscosité. Le code couleur suit celui de la figure (3.4) où seules les quatre premières valeurs sont représentées. Le nombre de contours des épaisseurs des couches est le même pour les différentes expériences, son amplitude est arbitraire.

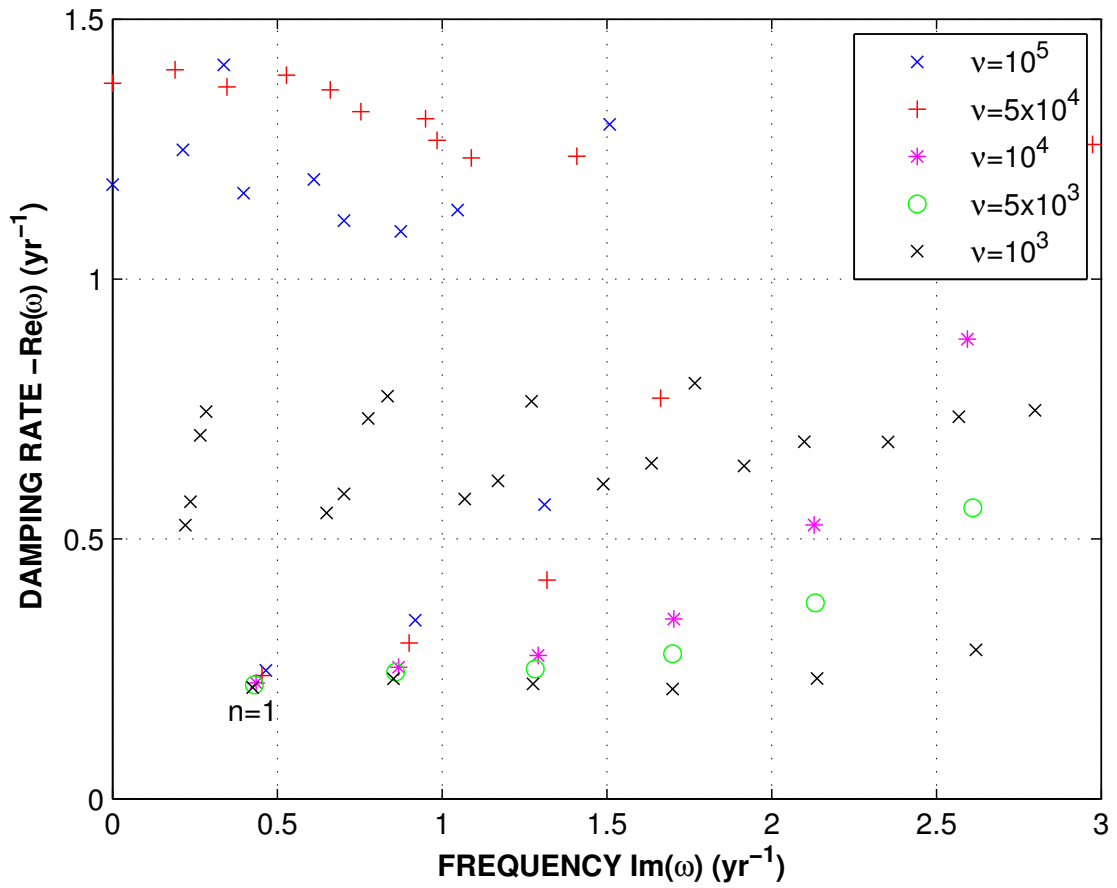
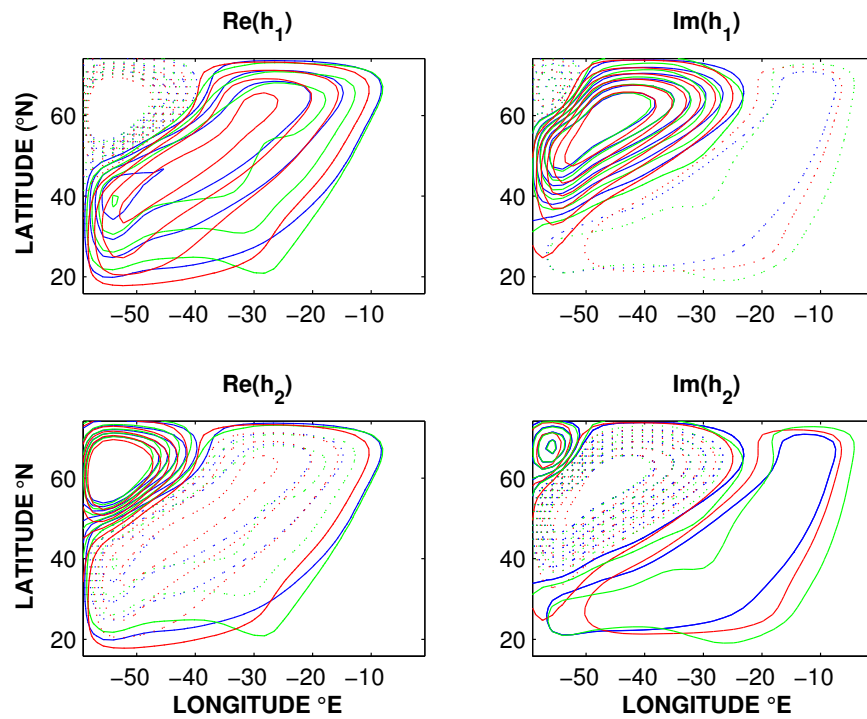
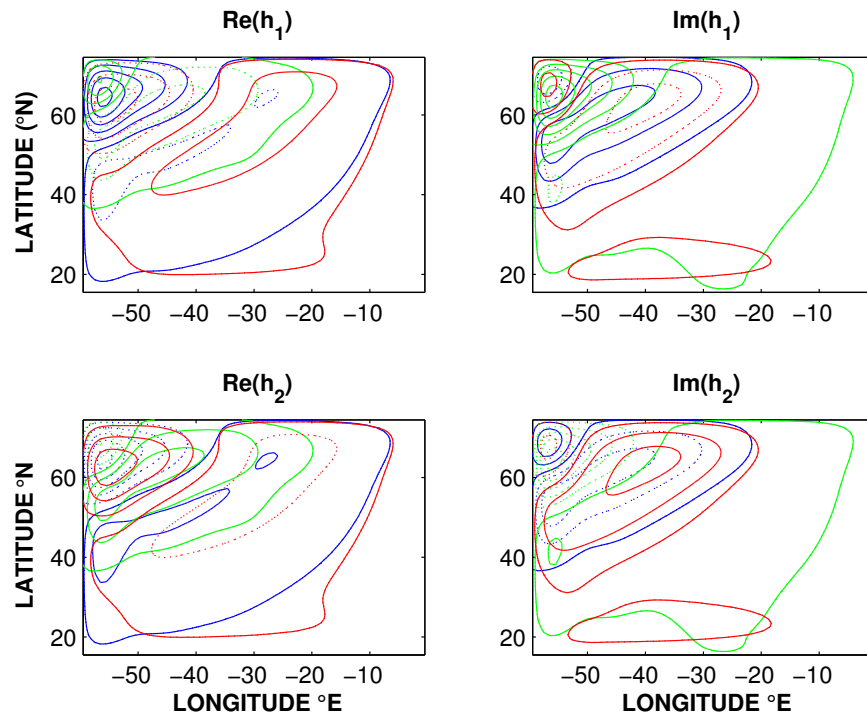


FIGURE 3.4 – Spectre des 30 valeurs propres ω les moins amorties fonction de la viscosité ν ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$). ω est obtenue en résolvant numériquement le problème aux valeurs propres pour le cas à fond plat.

MODES LIBRES

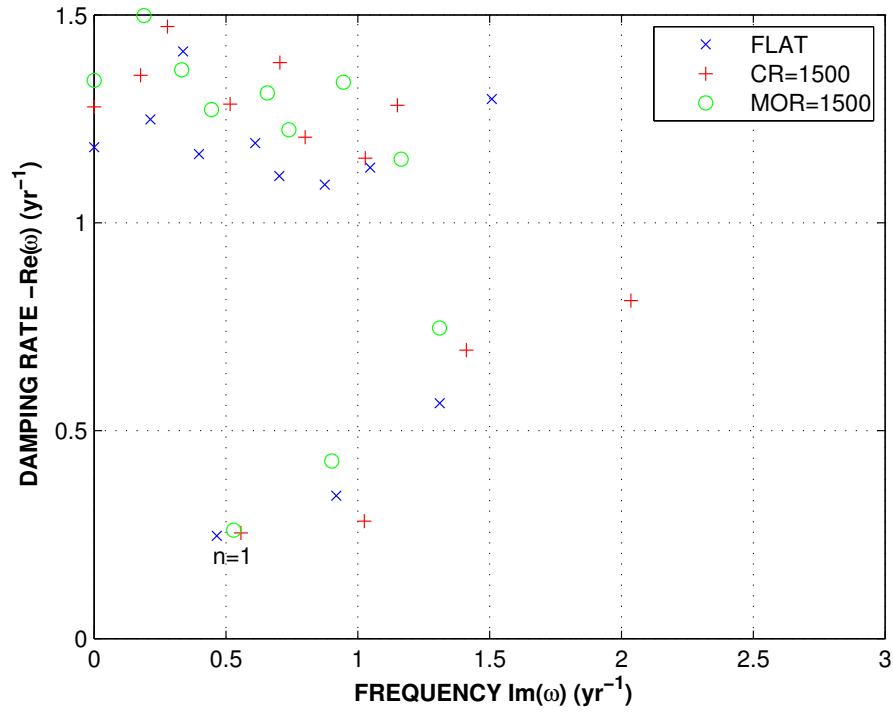


(a) Topographie de 1500 m d'amplitude

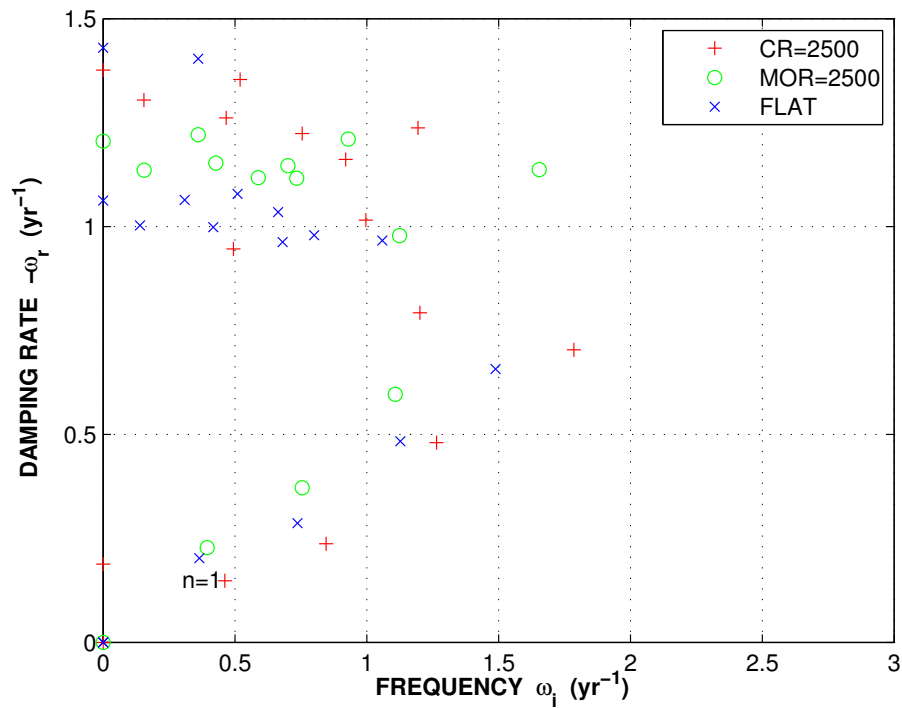


(b) Topographie de 2500 m d'amplitude

FIGURE 3.5 – Structure du mode le moins amorti ($n = 1$ dans la figure 3.6) exprimé en terme de (haut) l'épaisseur de la couche de surface (bas) l'épaisseur de la couche du fond en fonction de la forme de la topographie. Le bleu correspond à l'expérience à fond plat, le rouge (vert) aux pentes continentales (dorsale). Le nombre de contours des épaisseurs des couches est le même pour les trois expériences, son amplitude est arbitraire.



(a) Topographie de 1500 m d'amplitude



(b) Topographie de 2500 m d'amplitude

FIGURE 3.6 – Spectre des 30 valeurs propres ω les moins amorties fonction de la forme de la topographie. ω est obtenue en résolvant numériquement le problème aux valeurs propres pour une viscosité ν fixée à $10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

3.3.2 Effet de la résolution du rayon interne de déformation de Rossby et de la viscosité sur les modes baroclines les moins amortis

On se propose dans ce qui suit d'explorer l'effet de la résolution du rayon interne de déformation de Rossby barocline sur les caractéristiques des modes internes de variabilité basse fréquence dans un bassin à fond plat. Pour cela, on réalise deux séries d'expériences numériques dans lesquelles on réduit progressivement la viscosité du modèle de $10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ jusqu'à ce que l'on atteigne la limite inviscide. La première série d'expériences, à petit nombre de Burger $\text{Bu} = O(10^{-5})$, est obtenue en fixant la stratification à une valeur réaliste ($g' = 0.02$) qui donne un rayon de déformation de l'ordre de 38 km aux moyennes latitudes. Dans la deuxième série à grand nombre de Burger $\text{Bu} = O(10^{-3})$, on augmente la stratification de sorte à rendre ce rayon un ordre de grandeur plus grand, ce qui permet de le résoudre par la maille du modèle ($\Delta x = 100 \text{ km}$).

Le critère de sélection du mode le moins amorti se fait toujours sur la base de la plus grande partie réelle de la valeur propre associée, auquel on ajoute un autre critère basé sur la sélection des valeurs propres dont la partie imaginaire est inférieure à la fréquence maximale des ondes de Rossby dans un milieu infini $\omega = \frac{1}{2}\beta R_d$, dans le but de filtrer les ondes d'inertie-gravité. Dans le cas particulier inviscide, on cherche le mode dont la période est égale à celle du mode le moins amorti en présence de la plus faible valeur de friction testée dans le modèle (soit le mode soumis à $\nu = 1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$).

La figure 3.7 affiche la valeur propre et la structure spatiale du mode le moins amorti pour différentes valeurs de friction, dans le cas d'un petit et d'un grand nombre de Bu . A forte viscosité, le mode présente la même signature dans les deux cas avec des couches frictionnelles de bord bien développées. La paramétrisation des processus méso-échelle par la friction latérale rend le signal indépendant de la résolution du rayon interne de déformation de Rossby. A mesure que la viscosité diminue, les couches limites diminuent d'épaisseur. Le signal physique se dégrade par l'émergence des modes numériques à partir du moment où l'intensité de la viscosité ne permet plus de résoudre la dynamique à l'échelle du rayon interne de déformation soit à $\nu=10^2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ qui donne $\delta_M= 18.4 \text{ km}$. La structure du mode est définitivement perdue avant même d'atteindre la limite inviscide. En revanche, dans le cas d'un grand nombre de Bu , les modes physiques gardent leur structure spatiale et leur échelle de temps caractéristique

même à faible valeur de viscosité. Leur signal parallèle aux bords du bassin s'apparente à celui obtenu par Cessi and Primeau (2001) dans un contexte quasigéostrophique. La transition inverse semble être possible comme le montre la figure 3.9 extraite de Ben Jelloul and Huck (2005). Pour $Bu = O(10^{-2})$, le signal du mode est constitué d'une succession d'anomalies quasi-géostrophiques parallèles aux bords du bassin qui mutent vers une signature type planétaire géostrophique pour un $Bu = O(10^{-5})$ avec des fronts d'ondes des anomalies fortement inclinées au bord ouest.

Conclusion :

Les résultats suggèrent que la résolution du rayon de déformation permet de s'affranchir de la paramétrisation des processus sous-maille par la friction turbulente sans risque de perdre le signal physique de variabilité. Il semble que le changement de signature du mode PG \rightarrow QG est lié au régime des paramètres utilisé réduisant la taille du bassin par rapport à l'échelle spatiale du rayon interne de déformation ce qui favorise l'émergence d'une dynamique quasi-géostrophique.

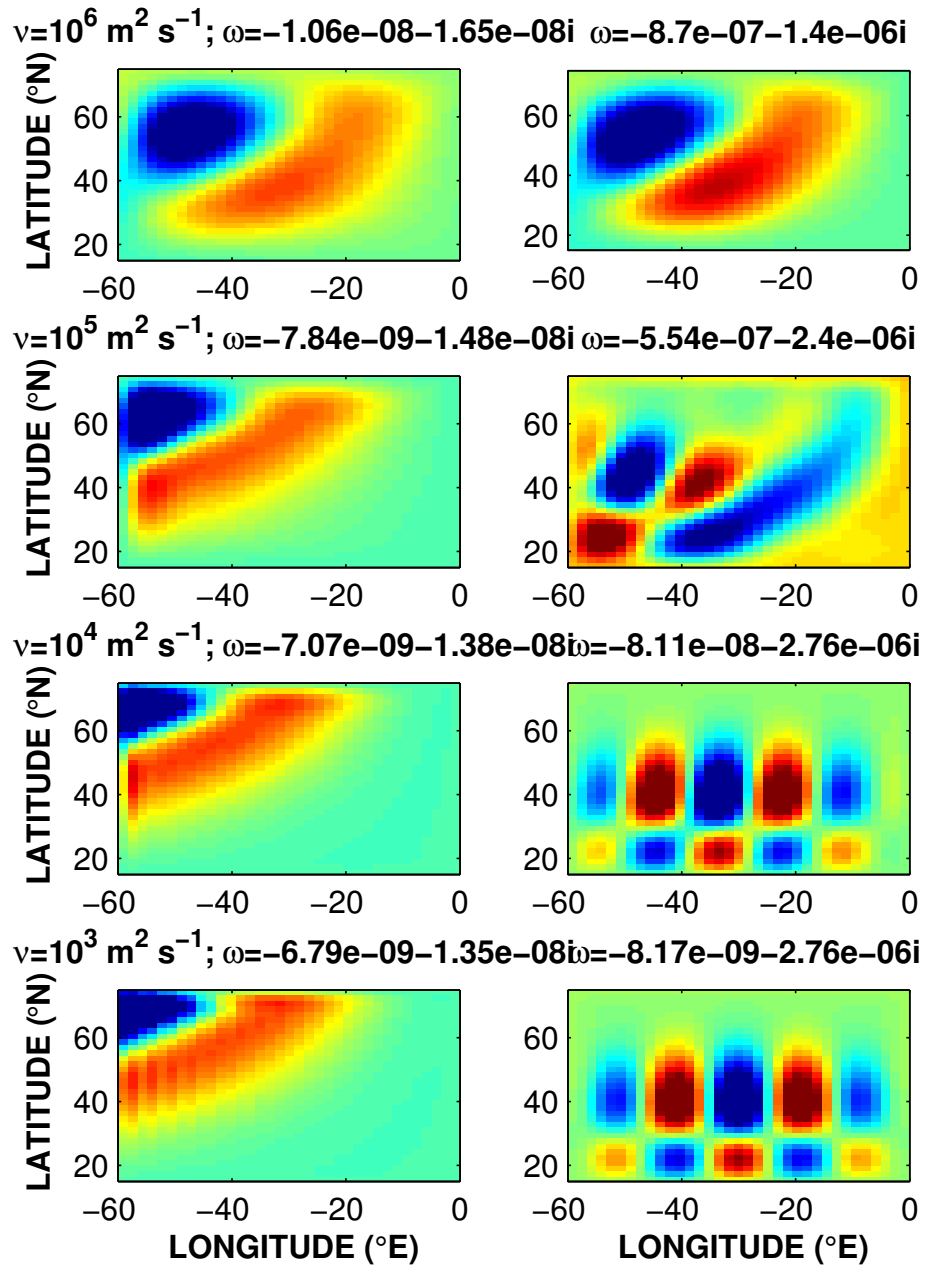


FIGURE 3.7 – Structure spatiale du mode de bassin le moins amorti en fonction de la viscosité turbulente latérale pour (gauche) l'expérience à stratification réaliste $Bu = O(10^{-5})$, (droite) l'expérience à forte stratification $Bu = O(10^{-3})$. Seule une phase du mode oscillant est représentée.

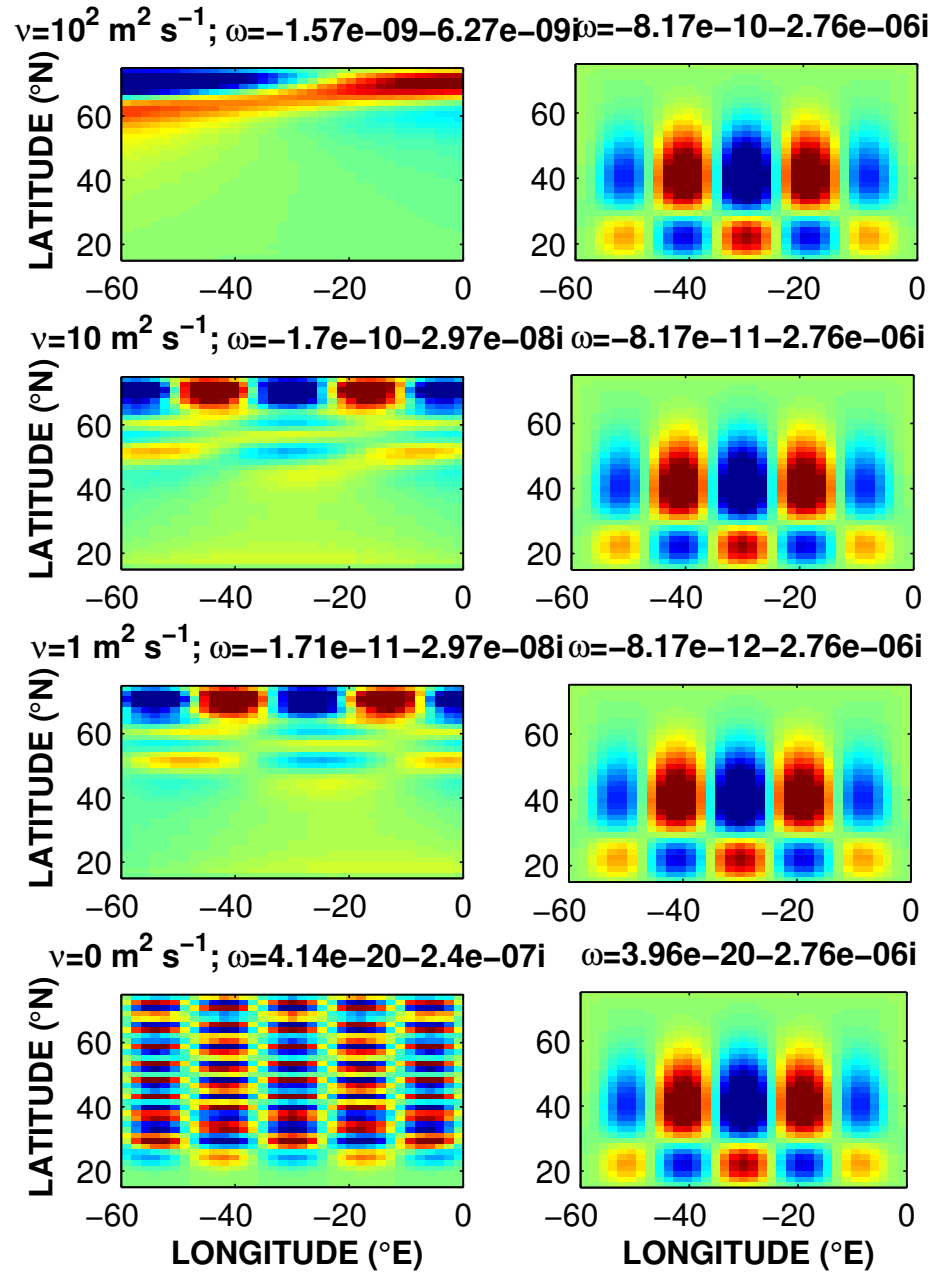


FIGURE 3.8 – Suite de la figure 3.7.

MODES LIBRES

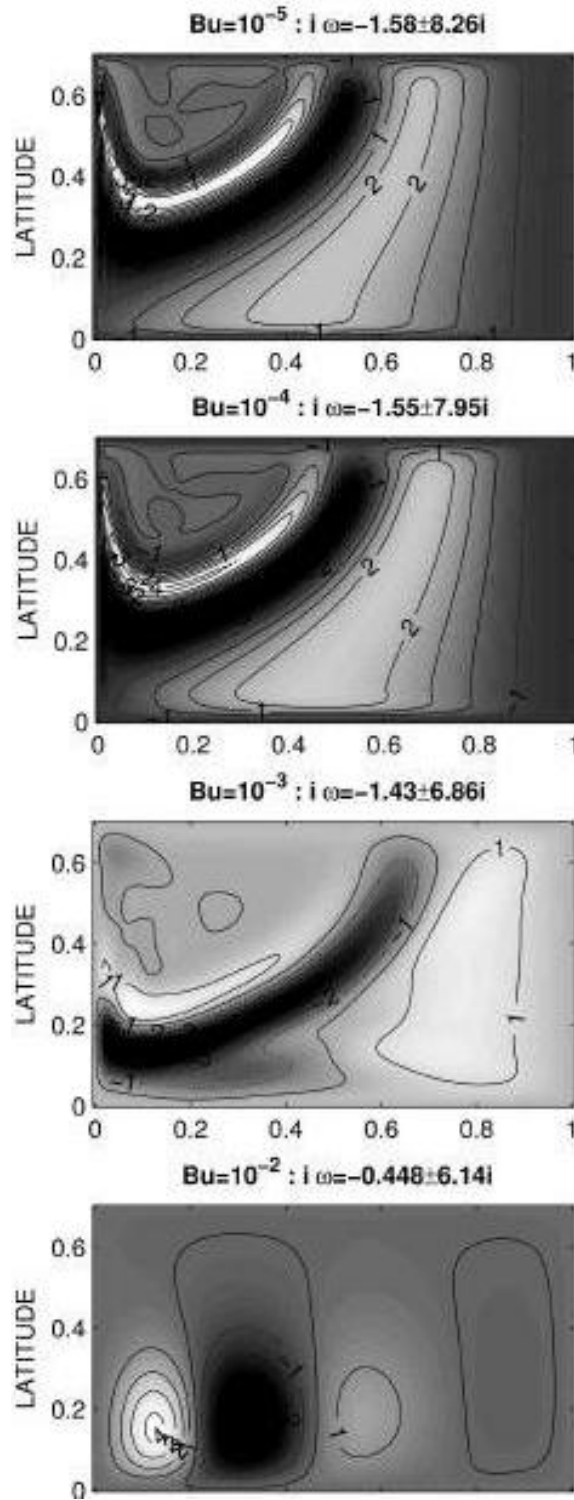


FIGURE 3.9 – Modes de Rossby de bassin fonction du nombre de Burger. Seule une phase de chaque mode oscillant est représentée. Figure extraite de Ben Jelloul and Huck (2005).

Chapitre 4

Modes forcés

4.1 État de l'art sur l'influence de l'écoulement moyen

Les ondes planétaires sont le principal mécanisme qui fait propager l'information sous forme d'anomalies d'énergie, de chaleur, de vorticité, d'épaisseur isopycnale d'un bout à l'autre de l'océan sur des échelles de temps supérieures à la période de rotation de la terre, lors du processus d'ajustement océanique. L'intérêt pour leurs propriétés a été ravivé par la découverte par Chelton and Schlax (1996) de leur vitesse de propagation observée, jusqu'à deux fois plus rapide que celle prédite par la théorie linéaire standard. Plusieurs théories basées sur différents mécanismes qui manquaient à la théorie standard ont alors été mises en avant afin de rationaliser cette différence. L'effet d'une circulation stationnaire barocline a été étudié par Killworth et al. (1997). Par la suite, dans une série de travaux (Killworth and Blundell, 2003a,b, 2007), Killworth et Blundell ont complété et document  leur théorie qui repose sur l'approximation des ondes longues pour calculer les modes locaux d'un bassin continûment stratifié. Ils montrent que le cisaillement de l'écoulement zonal moyen barocline peut altérer le gradient préexistant de vorticité potentielle suffisamment pour modifier la vitesse de phase des perturbations. Toutefois, ils notent qu'il existe des régions dans l'océan global où l'écoulement moyen varie rapidement ce qui invalide l'hypothèse du milieu lentement variable sur lequel est bâtie leur théorie. De plus, ils rapportent que le Doppler shift causé par l'écoulement stationnaire barotrope est rarement assez fort (  l'exception du courant circumpolaire antarctique et les courants de bord ouest) pour affecter les solutions, suggérant qu'il serait le moins efficace des deux types de forçage (Killworth and Blundell, 2001).

Par ailleurs, l'interaction entre l'état moyen barocline et les ondes longues de Rossby a été étudiée par Colin de Verdière and Tailleux (2005) qui soulignent l'importance de la courbure U_{zz} du courant moyen grâce à une combinaison de solutions analytiques et numériques du problème aux valeurs propres. En effet, à basse latitude, la vitesse de phase du premier mode barocline est réduite par l'écoulement moyen par rapport à la théorie classique. Entre 30 et 40°N, la vitesse de phase vers l'ouest peut augmenter significativement, jusqu'à un facteur 2. Aux plus hautes latitudes, une transition critique ne permet plus d'obtenir des modes de Rossby discrets, ce qui pourrait expliquer l'absence d'observation de propagation zonale aux latitudes supérieures à 50 °N.

L'influence de l'écoulement barotrope sur les modes quasigéostrophiques globaux d'un bassin à fond plat a d'autre part été investiguée par Spydell and Cessi (2003) et Ben Jelloul and Huck (2005) révélant l'apparition, pour de fortes intensités de forçage, d'une nouvelle famille de modes, de plus petite échelle et plus robustes à la dissipation, piégés à l'intérieur des contours géostrophiques fermés.

On se propose donc dans cette partie d'examiner l'effet de deux types de forçages : le premier le vent à l'origine d'un flot barotrope, et le deuxième barocline par les flux de chaleur, en présence ou non de topographie, sur les propriétés spatiales et fréquentielles (période d'oscillation et temps d'amortissement) des modes intrinsèques de variabilité du bassin. L'étude séparée des deux forçages permet de mieux comprendre et d'analyser leurs impacts sur la structure et la stabilité des modes.

4.1.1 Forçage par le vent

Le premier processus qui force la circulation océanique est la tension tangentielle due aux vents qui s'exerce à la surface de l'océan et y injecte de la quantité de mouvement. La tension de vent de surface peut être reliée à celle de la vitesse de vent à travers la relation $(\tau_x, \tau_y) = \rho_{air} c_D \mathbf{u}_{10}^2$ où τ_x, τ_y sont respectivement, les composantes zonale et méridienne de la tension du vent, c_D est le coefficient de transfert (ou coefficient d'échange) pour la quantité de mouvement (typiquement $c_D = 1.5 \times 10^{-3}$), ρ_{air} la masse volumique de l'air et \mathbf{u}_{10} la vitesse de vent à 10 m. La moyenne annuelle observée de la tension calculée à partir de l'équation précitée est présentée sur la figure 4.1a. Cette tension de vent force un transport de masse dans la couche d'Ekman à droite (gauche) du vent dans l'hémisphère nord (sud) ce qui génère une convergence

MODES FORCÉS

(divergence) du transport de masse dans le cas d'un vent anticyclonique (cyclonique) qui par continuité, est à l'origine d'une vitesse verticale négative (positive) (figure 4.1b) appelée pompage d'Ekman (upwelling).

Dans cette partie, on introduit une tension de vent zonale symétrique par rapport aux moyennes latitudes :

$$\tau^x(y) = \tau_0 \cos(2\pi y/L_y), \quad (4.1)$$

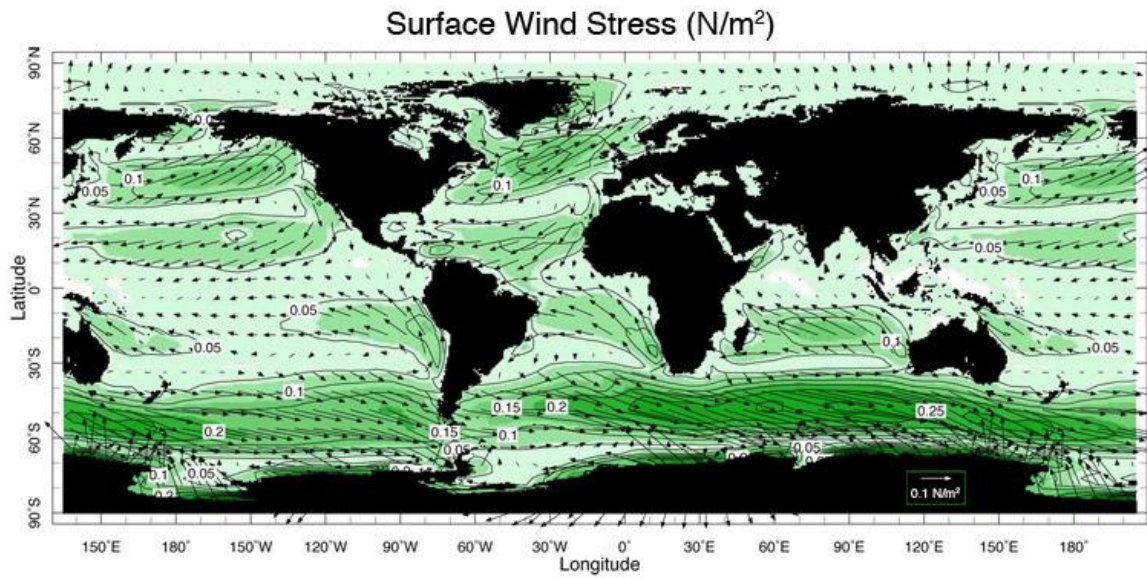
où τ_0 est l'amplitude de la tension du vent et y la distance de part et d'autre du milieu du bassin. Le vent présente un profil sinusoidal (figure 4.2), avec des vents d'est au sud et au nord du bassin et des vents d'ouest aux moyennes latitudes. Ce forçage conduit à la mise en place d'une circulation océanique composée de deux gyres, l'un subtropical anticyclonique et l'autre subpolaire cyclonique séparés par un jet barotrope qui s'écoule vers l'est à la frontière entre les deux gyres. Dans les expériences menées, on ne considère que des valeurs de forçage sous-critiques c'est-à-dire n'induisant pas un affleurement de la couche du fond.

4.1.2 Forçage thermique

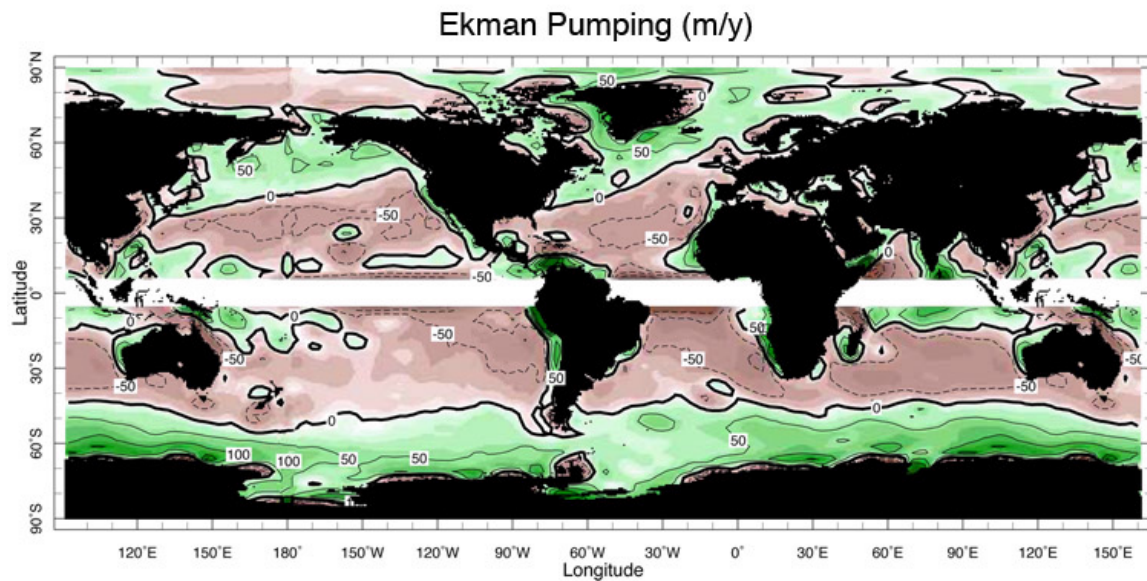
Le deuxième processus qui force la circulation océanique sont les échanges de chaleur et d'eau douce à la surface induisant une perte de flottabilité des eaux dans les hautes latitudes due au refroidissement et/ou à l'apport en sel ce qui cause la ventilation des eaux profondes par la plongée des eaux de surface. L'idéalisation de ce processus de forçage est un flux thermique fonction linéaire de la latitude (figure 4.2), injecté à la base de la couche de surface, dont le signe détermine une perte/source de masse dans la thermocline :

$$w_I = -F_0(2y/L_y). \quad (4.2)$$

F_0 est l'amplitude de ce forçage dont la moyenne climatologique est de l'ordre de 30 m an^{-1} , y étant la distance de part et d'autre du milieu du bassin. Ce forçage purement barocline à fond plat constitue une source (puit) de masse dans le gyre subtropical (subpolaire). Sa structure spatiale est à l'origine d'une circulation océanique à double gyre à l'instar de celle poussée par le vent. Ainsi, une circulation profonde à fond plat forcée par un flux diapycnal positif va chercher à équilibrer la perte de masse en se déplaçant vers le nord (soit vers la région source de masse pour la couche profonde).



(a) τ (Nm^{-2})



(b) w_E (m an^{-1})

FIGURE 4.1 – (a) Moyenne annuelle de la tension de vent à la surface de l’océan. Les tensions τ varient entre 0.1 et 0.2 Nm^{-2} sous des vents d’ouest de moyenne latitude et peuvent atteindre 0.25 Nm^{-2} dans l’hémisphère sud. (b) Vitesse verticale d’Ekman calculée selon la formule $w_E = \nabla \times (\tau/f)/\rho_0$ à partir de (a). Les régions vertes (rouges) indiquent un upwelling (pompage), la ligne noire délimite le contour $w_E = 0$ et la bande blanche masque la région équatoriale où le paramètre de Coriolis $f \rightarrow 0$. Source : (Marshall and Plumb, 2008) .

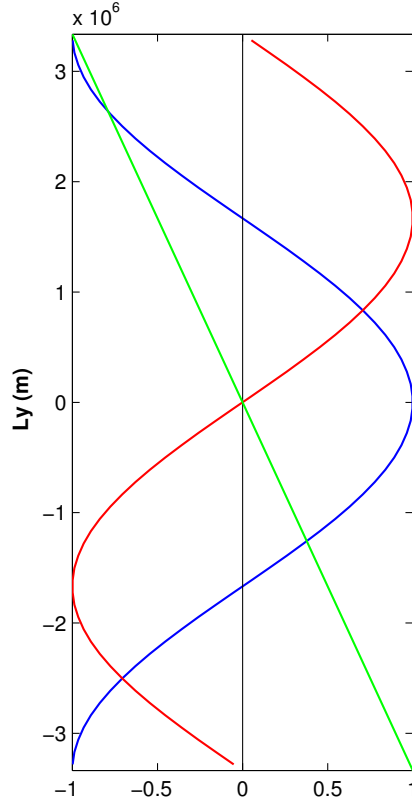


FIGURE 4.2 – Fonctions méridiennes du forçage par le vent (la tension τ_x ($N m^{-2}$) en bleu, le pompage d’Ekman w_E ($m s^{-1}$) en rouge) et le flux de chaleur diapycnal à l’interface entre les deux couches w_I ($m s^{-1}$) (vert).

4.1.3 Intégrations nonlinéaires

L’introduction du forçage dans les équations du modèle donne :

$$\partial_t \mathbf{u}_i + f \mathbf{k} \times \mathbf{u}_i = -g \nabla \left(\eta_1 + \delta_{i2} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \eta_2 \right) + \nu \nabla^2 \mathbf{u}_i + \delta_{i1} \frac{\tau_x}{\rho_0 h_i}, \quad (4.3a)$$

$$\partial_t h_i + \nabla \cdot (h_i \mathbf{u}_i) = (-1)^{(i-1)} w_I. \quad (4.3b)$$

On discrétise les équations en différences finies sur une grille uniforme de type Arakawa C selon un schéma centré du second ordre pour l’advection et la diffusion. Les conditions de non-glissement sont utilisées aux frontières en plus de l’impermeabilité des surfaces solides. Le modèle nonlinéaire est ensuite intégré dans le temps avec un pas de temps $\Delta t = 130$ s jusqu’à l’équilibre (40 ans) avec un schéma temporel d’ordre deux muni d’un filtre d’Asselin.

Cette paramétrisation est fixée pour l'ensemble des expériences où l'on ne varie que le type et l'intensité du forçage ainsi que la forme et l'amplitude du fond.

4.2 Effet de la circulation moyenne sur les modes de variabilité forcés - Article à soumettre au JPO

L'influence d'une circulation océanique stationnaire de grande échelle sur les propriétés des modes intrinsèques de variabilité décennale est explorée à travers une analyse de stabilité linéaire d'un modèle shallow water à deux couches en présence de topographie. Les effets de la méso-échelle sont paramétrisés sous forme de friction turbulente latérale qui permet d'identifier le mode principal de variabilité grande échelle du bassin comme étant le mode le moins amorti et d'éliminer les structures de petites échelles ainsi que le bruit numérique.

D'autres part, des simulations numériques basées sur des intégrations temporelles du modèle ont été menées dans le but d'identifier les termes advectifs des particules fluides, qui vont servir à expliquer la période d'oscillation du mode majeur de variabilité. Appuyées par un raisonnement analytique, ces expériences montrent pour un état stationnaire forcé par un vent climatologique, que les caractéristiques se révèlent être les contours de vorticité potentielle ambiantes de fond, ce qui n'est pas le cas d'une circulation moyenne barocline établie par les flux de chaleur. La propagation vers l'ouest est alors assurée par la vitesse de phase des ondes longues de Rossby baroclines rectifiées par l'écoulement moyen barotrope et la topographie sous forme d'ondes de Rossby topographiques.

En présence d'un état transitoire, les caractéristiques se déforment par la baroclinicité introduite à travers le couplage topographique qui affecte la capacité de la dynamique planétaire géostrophique à communiquer l'information dans l'intérieur. Dans le cas d'une perturbation barocline, type tourbillon gaussien, les résultats montrent que :

- 1)- le tourbillon interagit fortement avec la topographie pour générer un déphasage dans la vitesse de propagation vers l'ouest. La propagation est ainsi retardée (accélérée) dans le cas d'une anomalie négative (positive), comparé au résultat classique à fond plat,
- 2)- le tourbillon anticyclonique apparaît plus réactif au contrôle topographique exercé par le terme JEBAR, cédant jusqu'à 80% de son énergie cinétique turbulente pour construire un écoulement barotrope vers l'est, contre seulement 60% pour le tourbillon cyclonique.

MODES FORCÉS

3)- le tourbillon développe une dissymétrie lors de sa propagation vers l'ouest qui consiste en un déplacement méridional propre dépendant du signe de la perturbation : l'anomalie négative (positive) se déplace vers le nord (sud) et ce, malgré l'absence du terme d'advection non linéaire dans les équations gouvernant la dynamique. Ce déplacement, négligeable à fond plat, s'amorce dès que le tourbillon ressent la pente du fond et pointe l'effet conjoint de la stratification et de la topographie dans la propulsion propre de la perturbation.

Par ailleurs, le mode majeur de variabilité barocline, fortement amorti par la topographie et la dissipation dans la configuration non forcée paraît renforcé par l'écoulement stationnaire qui diminue son taux d'amortissement. En revanche, de par le confinement du signal de variabilité à la partie nord du gyre subpolaire, la période du mode, fortement tributaire de la position latitudinale du jet moyen zonal, elle-même fonction de l'ajustement des gyres aux changements du vent et des flux de chaleur, réagit différemment selon le type de forçage.

Pour un écoulement moyen de Sverdrup, le jet barotrope qui s'écoule à la frontière entre les deux gyres est identique en présence ou non de topographie du fond pour des intensités climatologiques du forçage. Ces dernières ne sont pas assez fortes pour fermer les contours géostrophiques, condition sine qua non à la mise en mouvement de la couche du fond, susceptible de transmettre l'effet de la topographie à toute la colonne d'eau. Le jet occupe une position quasi-médiane du bassin, avec un faible courant de retour vers l'ouest du gyre subpolaire. Le calcul des termes d'advection relatifs à l'écoulement moyen au point du maximum d'amplitude de la variabilité fournit une faible valeur négative qui s'ajoute à la vitesse de phase des ondes de Rossby pour apporter une légère accélération à la propagation de la perturbation grande échelle vers l'ouest et induire un raccourcissement de sa période d'oscillation (≈ 16 ans).

Pour un écoulement moyen barocline, la dissymétrie entre les deux gyres s'accroît avec la migration bien marquée du courant frontalier entre les gyres au nord de la ligne de pompage d'Ekman nul, due au rétrécissement du gyre subpolaire. Cet écoulement zonal estimé à l'endroit où l'amplitude de la perturbation est maximale affiche une valeur positive qui vient affaiblir la vitesse de phase des ondes de Rossby planétaires ce qui se traduit par un rallongement de la période du mode le moins amorti (≈ 22 ans).

Ainsi, bien que renforçant le mode de variabilité multidécennal, le forçage stationnaire ne permet pas d'exciter les modes de bassin qui demeurent amortis malgré des intensités supérieures aux valeurs climatologiques. De plus, la période du mode le moins amorti peu dépendante de la topographie apparaît par contre fortement tributaire de la position méridienne du

EFFET DE LA CIRCULATION MOYENNE SUR LES MODES DE VARIABILITÉ FORCÉS -
ARTICLE À SOUMETTRE AU JPO
jet zonal dont la vitesse vient rectifier la vitesse de phase des ondes longues de Rossby soit en
synergie soit en antagonisme selon la nature du forçage.

Generated using version 3.0 of the official AMS L^AT_EX template

Influence of mean circulation on large-scale decadal basin modes

DHOUHA FERJANI * , THIERRY HUCK

Laboratoire de Physique des Océans, IFREMER-CNRS-UBO-IRD, Brest, France

AND ALAIN COLIN DE VERDIÈRE

Laboratoire de Physique des Océans, IFREMER-CNRS-UBO-IRD, Brest, France

**Corresponding author address:* Dhouha Ferjani, Laboratoire de Physique des Océans, IFREMER-CNRS-UBO-IRD, Université de Bretagne Occidentale, UFR Sciences, 6 avenue Le Gorgeu, BP 809, 29285 Brest cedex, France.
E-mail: dhouha.ferjani@univ-brest.fr

ABSTRACT

The effect of large scale mean circulation on the generic property of intrinsic modes of decadal variability is investigated through linear stability analysis of a two-layer shallow water model over various bottom topographies. The mean circulation is forced through either surface wind stress or vertical velocities at the layers interface representing surface heat flux. Nonlinear integrations of the model with additional perturbations show the influence of the mean circulation on wave propagation: (1) For weak wind forcing magnitudes, the characteristics based on the steady state follow the background bottom potential vorticity contours in the inviscid limit, which is not true for a thermally-forced circulation driven with a climatological magnitude. (2) The trajectories of the transient signal are deformed by the baroclinicity introduced by the topography coupling warping the ability for planetary geostrophic dynamics to communicate information in the interior via the background bottom potential vorticity contours. (3) The baroclinic isolated perturbation strongly interacts with the topography to generate a westward acceleration of the zonal flow (with respect to the classic flat-bottom result), a barotropic circulation built up by the JEBAR energy conversion, and an eddy sign-dependent meridional migration consistently with the vortex-stretching argument. The decadal basin modes show a decrease of their decay rate by the large-scale stationary forcing, while their oscillation period is found to be a strong function of the meridional migration of the mean flow eastward advection.

1. Introduction

A rich spectrum of interannual to interdecadal climate variability appears in modern climate data (Levitus 1989; Deser and Blackmon 1993; Kushnir 1994; Hansen and Bezdek 1996; Reverdin et al. 1997; Sutton and Allen 1997; Delworth and Mann 2000). Understanding the natural variability in the climate system is important for both short-term climate prediction and credible longterm projection of global climate change. Large-scale, low-frequency ocean wavelike circulation is believed to play an essential role in natural climate variability on a broad range of timescales by driving the long spinup of the ocean. The adjustment is achieved through nondispersive, baroclinic planetary waves that cross the ocean basin in a few decades at mid-latitude. The standard linear theory for such waves in enclosed basins is well known (Cessi and Primeau 2001; Cessi and Louazel 2001; Yang and Liu 2003) and holds for a quiescent background state ocean, with a uniform depth. The baroclinic Rossby basin modes have thus been proposed as a possible explanation for these variability signals: they are westward-propagating Rossby waves reinitiated at the eastern boundary through rapid Kelvin wave adjustment (LaCasce 2000) or non-resonant inertia-gravity wave response (Primeau 2002), and owe their existence to mass conservation laws (Cessi and Primeau 2001).

However, most of these studies examined the low-frequency large-scale basin modes as prototypes for interdecadal oscillation of the basin adjustment process from a quasi-geostrophic (QG) point of view (LaCasce 2000; Cessi and Primeau 2001; Spydell and Cessi 2003; Ben Jelloul and Huck 2003, 2005). Moreover, all of the few studies carried out in

a shallow water framework, considered a flat bottom or a reduced gravity configuration so that the effect of topography could be ignored (Cessi and Louazel 2001; Primeau 2002; LaCasce and Pedlosky 2002). The aim of this paper is to pursue these investigations by considering the joint influence of the background mean circulation and bottom topography, on the generic property of the decadal basin modes. Recently, Ferjani et al. (2013) addressed the role played by bottom topography on the baroclinic basin modes that develop within a rest state and concluded to a baroclinic decay through energy conversion in favor of a barotropic motion, that remains however weak with respect to frictional processes. This conclusion has though to be reviewed once a thermodynamic or a mechanical stationary forcing is included, to assess the robustness of the decadal variability to more realistic model configurations.

To address this topic in the simplest manner, we use here a two-layer shallow water (SW, hereafter) model, under either wind or thermal forcing, in order to characterize the large-scale, wavelike response in a closed ocean basin. This model formulation allows also for a latitudinal variation of the Rossby radius which is critical for the decadal variability of the ocean circulation. We have chosen to focus on the large-scale regime, keeping explicit mesoscale eddy resolution for later work. The mean circulation consists in a barotropic Sverdrup flow for the double gyre wind-driven experiments and purely baroclinic flow for a zonally-uniform thermal forcing experiments. The equations are linearized for perturbations around a background steady state and the linear stability analysis of the Jacobian matrix is performed in order to provide the least damped modes structure, decay time and oscillation period. The latter is found to be set by the propagation of general potential

vorticity Rossby waves across the basin at the latitude of maximum variability amplitude, suggesting that these general waves analogous to the classical planetary Rossby waves but relying on the mean stratification, might be the most likely candidate to produce large scale interdecadal variability.

The material is organized as follows: the model and configuration are described in Section 2, advection of perturbations by the mean flow is derived theoretically in Section 3. Section 4 discusses the effect of different types and magnitudes of the forcing on the decadal mode of variability and Section 5 provides some conclusions.

2. Formulation and model description

a. Shallow water model equations

The QG models are useful tools in understanding the general ocean circulation. Nevertheless, they ignore some important aspects of the dynamics, for instance the nonlinearity associated with layer thickness change. As a consequence, most cases run with QG models for a double gyre basin (Holland 1978) show patterns having mirror symmetry and a Gulf-Stream-like mid-latitude jet, located around the zero wind-stress-curl line. This mirror symmetry disappears as soon as the layer thickness change becomes large (Huang 1986) leading to a strongly nonlinear Gulf-Stream-like interior boundary current, even if the inertial terms are totally ignored.

On larger scales, both the sphericity of the Earth, the geographical variation of the basic

stratification and the large amplitude topographic cannot be neglected. Therefore, we opt for a SW formulation relevant for large-scale motions, whose simplest form equations are given by the planetary geostrophic approximation that neglect the nonlinear momentum advection terms. The latter is justified by scales of the order of the Earth radius, therefore large enough compared to the internal Rossby radius, involving a substantially shorter computational time. However, deviating from the planetary geostrophic approximation, we retain the local time derivative of the horizontal momentum for numerical reasons linked to time integration and linear stability analysis, i.e. we allow for gravity waves and short Rossby waves in addition to long Rossby waves. Such a formulation has already been used in the BARBI model (Eden and Olbers 2010) for instance. The continuous stratification in the real ocean is modeled hereafter as two immiscible layers with an upper layer representing the light water above the main thermocline. In order to be as realistic as possible, the interface is placed at about the depth of the thermocline so that the lower layer is essentially much deeper than the upper one. It should be kept in mind that the two-layer approximation may be a restrictive one and that the results are subject to verification in models with greater vertical resolution. We do believe, however, that it is proper to proceed from simple models to more complex ones, both in terms of resolution (more layers in the vertical) and in terms of additional physical processes (e.g. mesoscale dynamics, transient winds, bottom layer outcropping), and that the calculations discussed hereafter will serve as a benchmark for future ones.

To further set out the framework, we define the coordinates (x, y) to be positive eastward and northward, respectively, while (u, v) are the corresponding zonal and meridional

velocity components. The system is assumed to be forced-dissipated and all frictional effects at the bottom and at layer interface are overlooked. The enclosed Cartesian β -plane ocean basin $D = \{0 \leq x \leq L_x, -L_y/2 \leq y \leq L_y/2\}$ is centered at 45°N , extending from 15°N to 75°N , and of 60° wide in longitude. The Coriolis parameter f is linearized about a reference latitude so that $f = f_0 + \beta y$, and β its latitudinal derivative, is constant (β -plane approximation). The governing differential equations solved numerically through centered finite-difference on a regular Arakawa C-grid can be written:

$$\partial_t \mathbf{u}_i + f \mathbf{k} \times \mathbf{u}_i = -\nabla (g\eta_1 + \delta_{i2}g'(\eta_2 - \eta_1)) + \nu \nabla^2 \mathbf{u}_i + \delta_{i1} \frac{\tau}{\rho_0 h_i}, \quad (1a)$$

$$\partial_t h_i + \nabla \cdot (h_i \mathbf{u}_i) = (-1)^{(i-1)} w_I. \quad (1b)$$

The notation is standard, i.e. h_i , \mathbf{u}_i denote the thickness and velocity of each layer $i = 1, 2$ and compose the state vector that we have to solve for. The unit vector \mathbf{k} points upward, δ_{ij} the Kronecker delta operator, ρ_i the density in each layer, g the acceleration due to gravity and $g' = g \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$ the reduced gravity.

We denote by η_1 the free surface elevation and η_2 the interface displacement with respect to undisturbed reference levels H_i (Fig. 1). They are related to the total layer thicknesses by $h_1 = H_1 + \eta_1 - \eta_2$ and $h_2 = H_2 + \eta_2 - b$, such that $h(x, y, t) = h_1 + h_2 = H_0 + \eta_1(x, y, t) - b(x, y)$ corresponds to the total fluid layer thickness, with $H_0 = H_1 + H_2$ being the constant undisturbed fluid thickness. $b(x, y)$ is the bottom topography height above the level surface lying at the bottom of the second layer.

Similarly to Ferjani et al. (2013), the horizontal flux of momentum due to mesoscale

eddies is parametrized through a Laplacian horizontal viscosity, appropriate for scales larger than the deformation radius. The frictional transfer of momentum in the vertical direction, except for the wind stress, is neglected and there is no diffusion of mass between layers. Hence, equations (1) form the forced version of the model used by Ferjani et al. (2013) to address the influence of bottom topography on decadal basin modes.

Given the horizontal resolution Δx large compared to the oceanic internal Rossby radius, we follow current practice to determine the viscosity coefficient as a function of the resolution: $\nu > 1.6 \beta \Delta x^3$ ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) to insure that the latter correctly resolves Munk's boundary layer. Although the implied friction coefficient is large, interior flows of scale L are geostrophic to order ν/fL^2 , a ratio of friction to Coriolis terms. For L of order 1000 km, this ratio is less than 1% for the values used here. Such values along with those appended in Table 1 are within the observational range, and used as pivots upon which the present work is built.

Sensitivity tests to the topography height are carried out by implementing a gaussian shape Mid-Ocean Ridge (MOR) in the zonal direction centered in the middle of the basin, that we expect to disturb Rossby waves westward propagation (Fig. 2), along with comparisons with the flat bottom experiment taken as a reference case. The e -folding scale of the bottom elevation is around one third of the basin zonal extent with a height spanning from 0 to 1500 m. The bottom depth is adjusted such that the basin volume remains constant.

For small disturbances to a stratified background mean flow state, the linearized version of (1) is obtained for the perturbed layer thicknesses $h'_1 = \eta'_1 - \eta'_2$ and $h'_2 = \eta'_2$ around a

mean state $\overline{h_i}, \overline{\mathbf{u}_i}$:

$$\partial_t \mathbf{u}'_i + f \mathbf{k} \times \mathbf{u}'_i = -\nabla (g(h'_1 + h'_2) - \delta_{i2} g' h'_1) + \nu \nabla^2 \mathbf{u}'_i, \quad (2a)$$

$$\partial_t h'_i + \nabla \cdot (\overline{h_i} \mathbf{u}'_i) + \nabla \cdot (h'_i \overline{\mathbf{u}_i}) = 0. \quad (2b)$$

Lateral boundaries are impermeable i.e. $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$, with \mathbf{n} the vector normal to solid walls to insure mass conservation, and no-slip boundary conditions are imposed on the lateral solid walls.

b. Forcing

The wind-driven simulations are forced by applying a zonal, cosine-shaped wind stress with a maximum in the middle of the basin and minima at the northern and southern boundaries, leading to a double gyre circulation. The numerical experiments are carried out with forcing values sufficiently low not to induce layer outcropping (typically the wind stress is of 0.1 N m^{-2}).

The thermally-forced experiments are driven by a purely baroclinic buoyancy forcing. A simple way of representing the thermal flux Q exerted at the ocean surface is to impose an equivalent mass transfer between the two layers of distinct densities, i.e. a vertical velocity $w_I = -Q\alpha/(C_p\Delta\rho)$ at the layer interface, in the mass conservation equation. α is the thermal expansion coefficient and C_p the water specific heat capacity. According to different assumptions, w_I can have quite different spatial patterns. Veronis (1978)

assumed a uniform upwelling within the interior and a line sink along the northern wall. In the present model w_I is assumed to be a linear function of latitude, changing from an upwelling in the subtropical basin (warming) to a downwelling in the subpolar basin (cooling).

c. Nonlinear integrations

The stationary solution is obtained after discretizing the model equations to compute transient flows. The spatial discretization, made of a centered second-order advection and diffusion schemes, is based on a finite difference formulation on a regular Arakawa C-grid with 60 points in each direction. We made use of the standard method of integrating forward in time with the leap-frog scheme (with a timestep $\Delta t = 100$ s) over 40 years, starting from rest (uniform depth layers). The computational mode of the leap-frog scheme is damped with a three-point Asselin time filter.

The forced experiments driven either by the wind stress or the heat flux, with and without topography are carried out in order to investigate the effect of a variable ocean floor on the mean flow. This starting point will serve to perform linear stability analysis to address the combined effect of a steady circulation and a topography on the ocean basin modes. Figure 3 displays a climatologically-forced double gyre stationary circulation. The wind-forced mean flow patterns show an anticyclonic subtropical gyre connected to a cyclonic subpolar gyre via a midlatitude eastward barotropic jet, whose zonal extension depends upon the forcing magnitude. The gyres are not exactly antisymmetric about the

zero-wind-stress-curl line so that the circulation is not internally compensated, as the input of anticyclonic vorticity in the southern (subtropical) gyre is not exactly balanced by an input of cyclonic vorticity in the northern (subpolar) gyre. The net flux of vorticity is expelled through the boundaries of the basin via frictional processes otherwise the solution achieves inertial runaway and circulates even faster, reaching speeds far in excess of those observed.

The thermohaline circulation (Fig. 4) driven by the differential heating shows similar patterns with an anticyclonic subtropical gyre in the upper layer, and a deep water formation in the northwest corner feeding the opposite circulation at depth. Conversely, it shows a subpolar gyre much more shrunk in size within which tighter meridional pressure gradients are observed. Furthermore, with equal forcing amplitude, it displays non-zero steady barotropic streamfunction in the presence of topography which vanishes in the flat bottom experiment. This points out the strong interaction of the baroclinic forcing introduced at the base of the thermocline with the irregularities of the ocean floor to build up a barotropic circulation of the order of the Sverdrup circulation in the wind-forced experiment.

d. Linear stability analysis

When the steady state is reached, the linear stability analysis of the solution is performed to examine the evolution of perturbations about this background steady state \bar{X} . The linearized prognostic equations (2) of our model can be written for the perturbation

X as a general dynamical system:

$$\partial_t X = JX, \quad (3)$$

where $X = (h_i, \mathbf{u}_i)$ is the state vector and the Jacobian matrix, J , is function of the steady state \bar{X} . Assuming that the solution has a wave-like form:

$$X = \begin{bmatrix} h_i \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} (x, y, t) = e^{\omega t} \begin{bmatrix} \hat{h}_i \\ \hat{\mathbf{u}}_i \end{bmatrix} (x, y), \quad (4)$$

the eigenvalue problem of the perturbations, namely $\omega X = JX$, is resolved to determine the eigenvalues ω and associated eigenvectors of the Jacobian built up upon the mean flow. Two methods have been implemented, one based on the explicit Jacobian of the model, the other on the linear tangent model. In the first case, the Jacobian matrix of the linear system is explicitly computed. Its leading eigenvalues (typically 30) based on the largest real part are computed using Arnoldi's method as provided in ARPACK (Lehouck et al. 1996). This method is limited by the size of the explicit Jacobian matrix, that must fit in the computer memory. In the second case, the tangent linear model is used to compute the leading eigenvalues of the propagator $M(\tau)$ over a 'short' integration time ($\tau=0.1$ yr here) with ARPACK:

$$X(t = \tau) = M(\tau) X(t = 0) = e^{J\tau} X(t = 0), \quad (5)$$

where the initial perturbations $X(t = 0)$ are provided by the Arnoldi method. The Jacobian eigenvalues ω are then deduced from the propagator eigenvalues $e^{\omega\tau}$. We have checked that the results are not sensitive to the integration time τ over a large range of values, small compared to the baroclinic Rossby basin crossing time but large with respect to the gravity waves basin crossing time. The latter method is much more efficient as it avoids the computation of the explicit Jacobian matrix, hence allowing a much larger number of model grid points (up to 300 points in each direction).

Unless otherwise specified, our solutions are obtained in an idealized basin with the typical parameters listed in Table 1. Linear stability calculations are performed for the forced experiments in the case of a flat-bottom and a 1000 m-meridional ridge. In all cases, the eigenvalues display negative real part (stable damped modes) with several ones having a rather small negative real part, hence representing weakly damped modes on time scales of decades.

3. Influence of the mean flow on the perturbations

Our intent is to explicitly exhibit the horizontal advection terms that drive the perturbations in the thermocline. For each variable, we note X^+ the vertically averaged component defined as $hX^+ = h_1X_1 + h_2X_2$, and $X^- = X_1 - X_2$ its baroclinic counterpart (so that $X_1 = X^+ + \frac{h_2}{h}X^-$ and $X_2 = X^+ - \frac{h_1}{h}X^-$).

a. Characteristics based on the mean flow

Let us consider the steady state model of a dynamically active abyssal layer, assumed to be thick enough to completely cover the topography. In accord with large-scale interior dynamics, the horizontal velocities are assumed geostrophic. The vertical velocity at the base the thermocline is given by:

$$w = w_I + \mathbf{u}_2 \cdot \nabla \eta_2, \quad (6)$$

where w_I is the diapycnal component, taken to be a prescribed meridionally-varying pattern, that combines with the vertical cross-isopycnal velocity inducing vertical stretching of the fluid column. The vertical velocity at the sea floor results from the flow along a sloping lower boundary:

$$w_B = \mathbf{u}_2 \cdot \nabla b. \quad (7)$$

The advection terms that drive the fluid at the base of the thermocline could be found in an elegantly simple way using the Sverdrup balance, relating the vorticity to the stretching of planetary vorticity filaments in the bottom layer:

$$\beta h_2 v_2 = f(w - w_B). \quad (8)$$

Multiplying (8) by $g'h_1/(fh)$ and rearranging the terms yields:

$$\left(u^+ - \frac{\beta g' h^*}{f^2} - \frac{h_1 g'}{h f} \partial_y b\right) v_2 - \left(v^+ + \frac{h_1 g'}{h f} \partial_x b\right) u_2 = -\frac{g' h_1}{f h} w_I, \quad (9)$$

in which $h^* = h_1 h_2 / h$ represents the total equivalent depth, i.e. $\mathbf{k} \cdot (\mathbf{u}_C \times \mathbf{u}_2) = -\frac{g' h_1}{f h} w_I$.

In the limit of weak thermal forcing, $\mathbf{u}_2 \cdot \nabla(f/h_2) = 0$ then (9) can be rewritten as a characteristic equation:

$$\mathbf{u}_C \cdot \nabla \left(\frac{f}{h_2} \right) = 0, \quad (10)$$

10 is nonlinear but can be solved by a method of characteristics since the potential vorticity is advected by the characteristic velocity \mathbf{u}_C is given by:

$$\mathbf{u}_C = \underbrace{\mathbf{u}^+}_{(a)} + \underbrace{g' h^* \nabla \left(\frac{1}{f} \right)}_{(b)} - \underbrace{\frac{g' h_1}{f h} \mathbf{k} \times \nabla b}_{(c)}. \quad (11)$$

Term (a) the transport by the barotropic flow in case of a wind forced experiment. Term (b) is the nonlinear planetary Rossby wave speed c_R modified to account for the variable stratification and topography, nonlinear in the sense that the layer thicknesses are spatially varying. Term (c) is the topographic Rossby wave speed c_T relying on the topographic β -effect. This term adjusts the long Rossby wave speed by enhancing (decreasing) it, in the case of a positive (negative) meridional slope of the topography. For a flat bottom ($b = 0$) and without a mean flow, the analytical solution of the standard linear theory is recovered. On an f -plane ($\beta = 0$), the advection in the thermocline depends only upon the shape of

the topography through $c_{Tx} = -(g'h_1/fh)\partial_y b$, $c_{Ty} = (g'h_1/fh)\partial_x b$ and the mean flow \mathbf{u}^+ .

Equation (8) generalizes the classical Sverdrup relation by accounting for a variable bottom topography. As for c_R , $c_T = -(g'h_1/hf)\mathbf{k} \times \nabla b$ is the nonlinear topographic Rossby wave speed, nonlinear in the sense that the layer thicknesses are spatially varying.

Equation (10) has a very appealing form, stating that the background potential vorticity contours over the topography in the lower layer provide free “highways” for the flow as long as the friction is weak enough for layer-2 potential vorticity to be locally conserved, which is the case in the ocean interior. The horizontal advection is made of three components: a directly wind-forced component \mathbf{u}^+ , a westward propagating classical phase speed c_R and a topographic Rossby wave component c_T .

This result is verified numerically by determining the curves along which the first order linear PDE (10) is reduced to ODEs. Let $x'(s)$, $y'(s)$, points on the curve s then

$$\frac{\partial x'}{\partial s} = u_C, \quad \frac{\partial y'}{\partial s} = v_C. \quad (12)$$

The curves are initiated at $s = 0$ from the eastern boundary at different meridional locations (x_E, y_E) yielding:

$$\partial_s \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_C \\ v_C \end{pmatrix}, \quad (13a)$$

$$\text{with } \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \Big|_{s=0} = \begin{pmatrix} x_E \\ y_E \end{pmatrix}. \quad (13b)$$

It is straightforward to show that in the case of linear Rossby waves with no mean flow and no topography, u_C reduces to c_R and the characteristics are zonal.

It is also worth to underline the stabilizing effect of the topographic height exerted over the front of the thermocline, the latter being driven either by the wind stress or diapycnal flux (not shown), thus preventing the outcropping of the lower layer. This confirms the role played by the bottom relief in the dissipation of the vorticity input by the forcing.

The characteristic pathways for the lower layer is displayed in Fig. 5 along with overlaid curves of layer-2 potential vorticity. In the flat bottom interior, the flow pattern is zonally aligned as a result of the westward propagation of long Rossby waves. When the interior flow intersects the meridional mid-ocean ridge, it must conserve the potential vorticity it has at the foot of the slope. To climb the slope, it is constrained to turn southward as the lower layer shrinks. At the top of the ridge, the flow turns back northward as the water column starts to increase and it matches to the interior at the same latitude as when it encountered the ridge resulting in a smoothed v-shaped structure symmetric about the ridge.

Depending upon the wind field strength, the solution of (13) exhibits different regimes. Figure 5a displays the case where $u_C < 0$, weak winds are unable to activate the deep layer and the geostrophic contours remain connected to the eastern boundary. The other regime takes place when $u_C > 0$ that occurs for stronger winds where the deep layer escapes the eastern boundary control and is able to be put in motion (Fig. 5b). This latter regime is established in the western side of the ocean where zonal velocities are strong enough to reverse the westward propagation of long Rossby waves, allowing the

effective beta effect to be reversed in sign. This effect allows characteristics to emanate from the dynamically active western boundary. Homogeneous bottom potential vorticity pools emerge whose size depend crucially upon the magnitude of the wind forcing. Hence, the western and eastern dynamics can be easily rationalized by reversing the zonal advection of the characteristics and can be expressed by the arrested wave condition: $u_C = 0$. This condition separates the oceanic circulation into two dynamically different regions: a stable one with $u_C < 0$ where the ocean large scale dynamics is able to redistribute the wind injected vorticity over large scales into planetary vorticity f/h , and an unstable one with $u_C > 0$ where the ocean structure is inapt to transfer the relative vorticity into large scale flows. Vorticity and energy must therefore be injected into eddying features and inertial regimes. Higher order dynamics are needed in such regions encouraging baroclinic instability to be the generation mechanism for mesoscale activity capable of mixing the potential vorticity to homogeneous pools (Young and Rhines 1982). The new feature issued from the nonlinearity in the topographic Rossby speed and classical Rossby phase speed is that the transition from stable regime to unstable regime represents a surface in the ocean whose spatial extension is obtained from the sole knowledge of the wind forcing magnitude, which could be analytically determined through the topographic Sverdrup zonal mean flow in conjunction with the arrested wave condition:

$$u^+ = -\partial_y \left(\frac{f}{\beta} \int_x^{x_E(y)} \left(\frac{w_E - \mathbf{u}_2 \cdot \nabla b}{h} \right) dx' \right), \quad (14)$$

where the vertical velocity $w_E = \mathbf{k} \cdot \nabla \times \tau / (\rho_0 f)$ corresponds to the Ekman pumping.

Furthermore, it can be seen that because of the presence of an externally specified diapycnal flux, the lower layer PV is no longer conserved in the inviscid limit, leading to severe divergence between that contours and the characteristics of the mean flow (Fig. 5c). It does otherwise in the limit of weak forcing magnitude (Fig. 5d).

b. Interior transient solution

Now, we would like to investigate more locally how the transient response compares to the previous characteristics based on the steady state. We expect that geostrophic contours of the flow, as calculated when the steady state is reached, may differ if local variability of the thermocline is taken into account. Substituting the velocity in the upper layer mass conservation equation by its geostrophically balanced barotropic and baroclinic components provides:

$$\partial_t h_1 + \nabla \cdot (h_1 \mathbf{u}^+) + \nabla \cdot (h^* \mathbf{u}^-) = w_I, \quad (15)$$

Time dependence of the thermocline, written here in terms of stretching terms gives:

$$\partial_t \eta_2 + \mathbf{u}^+ \cdot \nabla \eta_2 + c_R \partial_x \eta_2 = \frac{\beta h_2 v^+}{f} + \mathbf{u}^+ \cdot \nabla b - \frac{g' h_1}{f h} J(\eta_2, b), \quad (16a)$$

$$\partial_t \eta_1 = \frac{\beta h v^+}{f} + \mathbf{u}^+ \cdot \nabla b - \frac{g' h_1}{f h} J(\eta_2, b). \quad (16b)$$

whose rigid-lid expression can simplify into:

$$\partial_t \eta_2 + \mathbf{u}^+ \cdot \nabla \eta_2 + c_R \partial_x \eta_2 = \frac{\beta h_2 v^+}{f} + \mathbf{u}^+ \cdot \nabla b - \frac{g' h_1}{f h} J(\eta_2, b), \quad (17a)$$

$$J\left(\psi^+, \frac{f}{h}\right) = -g' \frac{h_1}{h^2} J(\eta_2, b). \quad (17b)$$

where $\mathbf{k} \times \nabla \psi^+ = h \mathbf{u}^+$. The first equation of the system (16) is obtained by combining Eq. (2b) with the curl of the geostrophically balanced version of (2a) in the lower layer. The second one results from the Sverdrup balance applied to the entire water column. (16) is appealing because it makes explicit the concept of internal forcing by the vertical velocity at the sea floor, as a result of the interaction of the barotropic flow along a sloping lower boundary. Nonlinearities in the problem that appear under the form of steepening terms (wave speed dependence on signal amplitude) also contribute to couple the dynamics in the two layers. However, even by ignoring the nonlinear coupling, (17) shows that the baroclinic response is coupled by the topography to the barotropic one. Indeed, there is a strong feedback loop between the barotropic and the baroclinic flow that initially created it. This feedback stems from a linear, topographic coupling of the fast and slow waves of the system. That is the evolution of η_1 and η_2 (17) cannot be decoupled even in their linearized form, in the absence of forcing and dissipation. To demonstrate this, we linearize (15) around a steady state $\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}'$ where \mathbf{x}' represents the perturbation:

$$\partial_t h'_1 + \nabla \cdot (\bar{h}_1 \mathbf{u}'^+) + \nabla \cdot (h'_1 \bar{\mathbf{U}}^+) + \nabla \cdot (\bar{h}^* \mathbf{u}'^-) + \nabla \cdot (h'^* \bar{\mathbf{U}}^-) = 0. \quad (18)$$

Linearizing h^* provides $\overline{h^*} + h'^* \approx \frac{\overline{h_1 h_2}}{h} + \frac{\overline{h_2 - h_1}}{h} h'_1$. The rigid lid expression of the linearized (18) gives:

$$\partial_t h'_1 + \tilde{\mathbf{U}} \cdot \nabla h'_1 + h'_1 \nabla \cdot \tilde{\mathbf{U}} - J\left(\frac{g' \overline{H^*}}{f}, h'_1\right) = -J\left(\psi'^+, \frac{\overline{h_1}}{h}\right). \quad (19)$$

The advection of the perturbation by the mean flow acts through $\tilde{\mathbf{U}} = \overline{\mathbf{U}^+} + \left(\frac{\overline{h_2 - h_1}}{h}\right) \overline{\mathbf{U}^-}$, whose divergence $\nabla \cdot \tilde{\mathbf{U}}$ forces a source/sink term for the perturbed field h'_1 . The general Rossby wave term $-J\left(\frac{g' \overline{H^*}}{f}, h'_1\right)$ represents the classical long Rossby wave speed along with the mean stratification gradient established by the mean flow. Thus, the instantaneous adjustment due to infinite barotropic Rossby waves phase speed ($h \mathbf{u}^{+'} = \mathbf{k} \times \nabla \psi'^+$), causes a change in the barotropic velocity $\overline{\mathbf{U}^+}$ which then leads to changes in the perturbed field h'_1 . In this manner, information from the east can penetrate the interior via long Rossby waves whose phase speed is rectified by the topography and the mean flow.

c. Nonlinear propagation of isolated baroclinic eddies

Let us now suppose that the layer-2 thickness $\overline{h_2}$ satisfies the steady equation (10) and perturb it with $(\eta'_1, \eta'_2 = \frac{-g'h}{g'h_2} \eta'_1)$ defined such as to produce a barotropically compensated

disturbance:

$$h_1 = \bar{h}_1 + \eta'_1 - \eta'_2, \quad (20a)$$

$$h_2 = \bar{h}_2 + \eta'_2, \quad (20b)$$

$$\mathbf{u}^+ = \bar{\mathbf{U}}^+, \quad (20c)$$

$$\mathbf{u}^- = \mathbf{u}'^-. \quad (20d)$$

We perform numerical experiments by integrating in time the prognostic equations (1) as an initial value problem. The initial state is either a state of rest or a double gyre wind-driven steady state, perturbed by a baroclinic gaussian eddy given by

$$h_2 = \bar{h}_2 \left(1 \pm \delta \exp \left[-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{r^2} \right] \right) \text{ at } t=0, \quad (21)$$

where (x_0, y_0) is the initial position of the center of the eddy, r its radius taken as half the e -folding width of the meridional ridge ($r \approx 500$ km), and roughly reproducing the observed isolated cold pools of temperature anomalies on the ocean floor in the North Atlantic (Armi and D'Asaro 1980). The corresponding velocity field in each layer is adjusted to be in geostrophic balance. The eddy is initialized at mid-latitudes with small ($\delta=0.01$) and high ($\delta=0.25$) amplitudes compared to the initial amplitude of the background mean flow. The plus (minus) sign corresponds to a cyclonic cold (anticyclonic warm) eddy. These simulations gathered with a variable bottom topography are compared with a corresponding flat-bottom case with otherwise identical parameters.

The most apparent propagation tendencies are associated with planetary β and topographic β (β^*) effects, as the nonlinear self advection is null. The direction of these tendencies in the presence of planetary β and topographic β associated with an upsloping bottom to the west (eastern flank of the ridge) is to the west and to the south respectively. The combined effect of the two beta effects will, of course, be intermediate between these extremes. In all cases, the baroclinic eddy propagates basically westward at the resultant velocity of the non-dispersive Rossby wave, that consists of intrinsic westward propagation at the classical long baroclinic Rossby speed, modified to account for the topography, and Doppler shifting by the depth-integrated background mean flow. The topographic steering however, severely distorts the shape and affects the motion of the eddy.

In the flat experiment, the vortex is observed to move westward with no significant meridional motion, except during an initial adjustment period. During this period, the eddy tends to correct the dynamical geostrophic imbalance by releasing inertial and gravity waves.

1) EXPERIMENTS WITH NO MEAN FLOW

The fluid is initially at rest. A disturbance is generated by perturbing the height field around the mid-latitude close to the eastern boundary. As well as time stepping the height and velocity fields, the position of the eddy center is monitored. In all experiments, the perturbation has the same shape but with different amplitudes and opposite signs.

With a large amplitude disturbance, the cold (warm) eddy propagation is retarded

(accelerated) with respect to the small amplitude disturbance. This deceleration (acceleration) is far enhanced in the presence of topography with respect to the flat bottom case. As the cold (warm) eddy passes onto the ridge, a cyclonic (anticyclonic) barotropic circulation is generated together with an anticyclonic (cyclonic) circulation just to the south, as shown in Fig. 6. Once it moves off the ridge, the sign of the barotropic gyre is inverted leading to a pattern similar to the wind-forced circulation.

When the local forcing is very weak, the response is essentially linear and the disturbance travels slightly slower than the large amplitude eddy (Fig. 8b). Solutions for eddies of opposite sign with weak amplitude are the same in terms of propagation trajectory and speed, except that the sign of the generated barotropic circulation is inverted (not shown). In contrast to the findings of Sakamoto and Yamagata (1996), no asymmetry is observed between the propagation of small amplitude warm and cold eddies over the meridional ridge, due to the linear nature of the anomalies.

The overall picture from this analysis is that circular small amplitude eddies propagate westward carrying with them a part of their water mass inside a closed contour of potential vorticity with no significant meridional migration. The cold (warm) eddy with large amplitude is decelerated (accelerated) while moving northward (southward) to reach the latitude where its potential vorticity matches that of the undisturbed fluid (Fig. 8c). Hence, the eddy meridional migration results from the combined effect due to stratification and variable bottom topography, even in the absence of the nonlinear advective terms in the governing equations.

Moreover, the baroclinic eddy will eventually weaken during the crossing as it legates

a part of its energy to built a barotropic motion, until it totally decays at the western boundary due to frictional processes. The converted kinetic energy is intense when the eddy moves over large topographic gradient that is at the eastern and western flanks of the ridge as shown in Fig. 9, and decreases rapidly by both transmission through the western boundary and frictional dissipation. The warm eddy appears to be much more reactive toward the topographic control exerted by the JEBAR, ceding up to 80% of its energy to generate the eastward barotropic jet, while the baroclinic to barotropic eddy kinetic energy conversion (EKE) for the cold one does not exceed 60%. The duration of energy conversion is different according to the eddy sign in agreement with the period during which the baroclinic field crosses the ridge.

2) EXPERIMENTS WITH A MEAN FLOW

For the wind-driven case, a simple qualitative explanation about the eddy motion over the meridional ridge is depicted in Fig. 7. Perturbations with the same structure as in the experiment with no mean flow are used to generate cyclonic and anticyclonic eddies in the thermocline field. Their behavior is very similar to the precedent ones (Fig. 6), the main difference being a much more pronounced meridional migration (Fig. 8a). During its propagation, the eddy conserves its potential vorticity. So by moving meridionally, it loses its relative vorticity until the latter becomes comparable with the surrounding ambient values.

Fig. 8b displays the increased westward propagation velocity of the warm baroclinic

eddy compared to the cold one. The shallower bottom slope of the eastern flank of the ridge appears to behave as an attractor to the warm eddy and a repeller to the cold one, in agreement with Smith and O'Brien (1984) who found a delay in the westward propagation of cold eddies over a slope. The resulting phase shift between the sign-inverted eddies is increased with increasing amplitude δ . The energetic diagnostic (not shown) reveals similar conclusions with respect to the unforced-experiment, in accordance with the time it takes for the vortex to cross the ridge.

4. Influence of the mean flow on basin modes

Stationary circulations are computed for increasing forcing magnitudes in terms of Ekman pumping and thermal flux as control parameters, all lying within the climatological range (Fig. 10). With a variable bottom topography, the differential heat forcing, varying linearly in latitude from -40 W m^{-2} at 15°N to 40 W m^{-2} at 75°N , corresponds to a downward diapycnal flux of 31.5 m/yr in the northern half of the basin, and leading to a maximum barotropic streamfunction of about 12 Sv . This barotropic circulation is built up only by the interaction of the baroclinic vorticity injected by the thermal forcing with the bottom height, in contrast with the flat bottom experiment where the maximum $|\Psi^+|$ of the thermally-forced circulation is nearly zero. In the wind-forced experiments, a zonal wind stress of a climatological magnitude $O(0.1 \text{ N m}^{-2})$, corresponding to an upwelling in the subpolar gyre, leads to an increased maximum $|\Psi^+|$ up to 30 Sv , underlying the

leading role of the wind on the barotropic ocean circulation on interdecadal timescales.

For each forcing magnitude, the stability analysis provides the frequency, decay rate and spatial pattern of the modes based upon the steady state. Despite the presence of a mid-ocean ridge of 1000-m height, the basin modes eigenspectrum remains similar to the quasigeostrophic ones that appear during the Sverdrup adjustment and described by Spydell and Cessi (2003) over a flat bottom, and by Ben Jelloul and Huck (2005) with a reduced gravity model. For instance, under a climatological wind forcing magnitude, the eigenspectrum displays large-scale low frequency classical baroclinic basin modes weakly modified by Doppler shifting by the barotropic flow. The emergence of a new class of pool modes with lower frequencies, entirely confined in the closed geostrophic contours, appears for rather strong forcing (see the new class of eigenmodes that appears with a wind stress three times stronger than the climatological value in Fig. 11).

To examine the sensitivity of the least damped basin mode to the forcing type and magnitude, several numerical experiments have been carried out. Comparisons are made in terms of vertical velocities induced by either the diapycnal flux w_I or the Ekman pumping w_E , to assess the relative influence of each forcing upon the frequency and damping

The results show an overall decrease of the damping rate for increasing forcing independently of its type (Fig. 14). However, they exhibit a different behavior of the oscillation period depending this time upon the forcing type, with a shortening (lengthening) in the case of wind (thermal) forcing.

a. Oscillation period

Through a scaling analysis, we try to rationalize the oscillation period evolution for the two types of forcing. As demonstrated in the previous section, the net zonal perturbation advection mechanism is controlled by $c_R + \tilde{U} + \frac{q'}{f}\partial_y \overline{H^*}$, where the sign and magnitude of the mean flow introduce a rectification to the velocity at which the variability signal is propagated westward by planetary Rossby waves, at the speed c_R . A reference value has been proposed by Cessi and Louazel (2001) as the time it takes for the long Rossby waves to cross the basin along the northernmost boundary. Here, this theoretical estimate of the oscillation period is then set by the basin zonal extent divided by the residual advection defined as westward long Rossby wave speed c_R rectified by the mean flow $\tilde{U} + \frac{q'}{f}\partial_y \overline{H^*}$.

1) BAROTROPIC SVERDRUP FLOW CASE.

With 2D-plots, the meridional distribution of the variability pattern and the zonal mean flow advection $\tilde{U} + \frac{q'}{f}\partial_y \overline{H^*}$ are simultaneously shown in Figure 13 for the climatologically-forced experiments, so that the value of the mean flow that corresponds to the maximum variability of the least damped basin mode can be determined straightforwardly. In the wind forced experiment, we note the close vicinity of the eastward barotropic jet flowing at the junction between the two antisymmetric gyres to the null-Ekman-pumping line. The corresponding least damped basin mode amplitude over a flat bottom appears smaller than the one with a variable bottom topography, which is in turn smaller than the reference mode (related to a flat-bottomed quiescent state). This confirms the amplification noted

by Tailleux and McWilliams (2000) and Ferjani et al. (2013) of the variability signal amplitude over the bottom relief. The first two amplitudes fall almost at the same meridional location, implying very close values of zonal advection of $O(-0.8 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1})$, rectifying the planetary Rossby waves phase speed taken at the same location (Fig. 13c). In this case, the mean flow brings a slight acceleration to the westward propagation of the variability signal, which results in a shorter oscillation period with respect to the reference case, and explains why the wind forcing does not significantly influence the oscillation period of the least damped basin mode whose eigenvalue keeps the same evolution (Fig. 14) in the presence or not of a variable bottom topography.

2) BAROCLINIC THERMAL FORCING CASE.

The same rationale holds for the case of a baroclinic forcing exerted at the base of the thermocline. The eastward advection by the mean flow is drastically shifted to the north in the presence of a meridional downsloping isopycnals due to the mass sink in the subpolar gyre, with respect to the wind-forced experiment. The mean flow advection is found to be positive both in the presence or not of bottom topography, with a smaller magnitude in the flat bottom case. The planetary Rossby waves speed is thus slowed in the northern half of the basin, leading to a lengthening of the thermally-forced mode period, in a good agreement with the form of the eigenvalue evolution branch in Fig. 14. For instance, for the flat bottom climatologically-forced experiment, $\tilde{U} + \frac{g'}{f} \partial_y \overline{H^*}$ is $O(0.25 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1})$ while the westward planetary Rossby waves speed c_R is $O(-1.05 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1})$, giving a

net residual advection of $O(-0.83 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-1})$ coincident with a period of about 25.2 yrs. This theoretical estimate falls nicely close to the numerical oscillation period ($T = 22.6$ yr) (Table 2).

Hence, in the presence of meridionally sloping isopycnals due to the thermodynamic forcing, the topographic β effect based on the slope of the thermocline strongly shifts the eastward geostrophic advection to the north. This displacement poleward of the line of vanishing Ekman pumping proves to be critical for the oscillation period as it induces slower waves and then longer thermocline adjustment.

b. Decay rate

One plausible explanation for the almost orthogonality of the two forcing (wind and heat forcing) branches depicted in Fig. 14 stems from the sign of each forcing in the northern half of the basin where the variability signal is concentrated. To understand this result, we combine the conservation of the thermocline thickness together with the Sverdrup balance in the upper layer to obtain a time dependent expression of the thermocline thickness in the absence of diffusion, namely:

$$\partial_t h_1 + \mathbf{u}_1 \cdot \nabla h_1 = h_1 \partial_z w_1. \quad (22)$$

If we consider the subpolar gyre established by the wind-forced experiment, the Ekman pumping velocity w_E that acts at the base of the mixed layer is positive. Consider first the

field of motion: since w_E vanishes at depth, it may be anticipated that $\partial w_E / \partial z$ is positive near the base of the mixed layer. In other words, the upward motion causes stretching in the vertical so that the horizontal motion is convergent. For exactly geostrophic motion, the convergence is proportional to v . Alternatively, it can be regarded as the vorticity equation which requires the near-surface velocity in the subpolar (cyclonic) gyre to be poleward because vortex lines are being stretched. The horizontal component is toward colder water in the northern part of the basin, thus giving a warming tendency which enhances the magnitude of the temperature perturbation. The result is a natural consequence of the hydrostatics, for if the ocean warms it expands and the surface rises, so the perturbation pressure is positive and the perturbation layer thickness is enhanced.

This argument gives some insight about the decay rate decrease of the decadal basin mode in the wind-forced experiments and proves to hold even in the thermally-driven simulations in which w_I exerted at the base of the thermocline is negative in the subpolar gyre. Hence, the most fundamental result of this series of experiments is the decrease of the modal decay of the decadal mode of variability in the presence of a mean flow, both observed in the flat and variable ocean floor. The least damped basin mode is a coherent pattern robust to the damping effect of both bottom topography and frictional processes whose dissipative effect is partially compensated by the addition of a stationary forcing.

5. Discussion and conclusions

We have addressed in this paper the sensitivity of the low-frequency basin modes to the background mean flow, wind or thermally-forced, in the presence or not of bottom topography. From a basic scaling analysis, the oscillation period varies as function of the model parameters in a good agreement with the zonal extent of the basin divided by the zonal geostrophic propagation velocity. The latter scales as the resultant speed of classical planetary baroclinic Rossby waves rectified by the topography and the mean stratification set by the mean flow.

The potential effect of topography is the damping of the gravest baroclinic mode, in agreement with other previous works (Greatbatch et al. 1997; Ferjani et al. 2013). The damping is found to be sensitive to the form of the topographic features but remains smaller than the viscous decay at first order even with large amplitude topography.

When the mechanical forcing is included with realistic magnitudes, the characteristics turn out to be the background potential vorticity contours in the inviscid steady state limit. The trajectories of transient signal are however, deformed by the baroclinicity introduced by the topography coupling, warping the ability for planetary geostrophic dynamics to communicate information in the interior, via the background potential vorticity contours.

Our numerical integrations for an isolated baroclinic perturbations with the nonlinear model show that large amplitude eddies strongly interact with the topography to generate a phase shift in the westward motion. Moreover, even without the advection terms in the momentum equation, the combined effect due to baroclinicity and varying bottom

topography explains the meridional excursion of the eddy: a cold (warm) anomaly tends to move poleward (equatorward) in the presence of bottom topography, consistently with the vortex-stretching argument.

The interdecadal basin modes appear less damped in the presence of a mean flow with realistic forcing magnitudes. As most of the variability is concentrated in the northern part of the domain, the oscillation period is found to be a strong function of the latitudinal migration of the eastward advection providing a reasonable agreement with the oscillation timescale found in the numerical experiments.

The emergence of a new class of basin modes referred to as “pool modes” by Spyrell and Cessi (2003) and Ben Jelloul and Huck (2005) and trapped within closed geostrophic contours was not possible in the climatological forcing range. Nevertheless, this might occur in the region of the Gulf-Stream-like eastward flow, in what case, a new parameter space should be explored to zoom out onto the dynamics in this region of strong baroclinic instability.

The conclusions of this study strongly agree with the previous works with respect to the robustness of the basin modes regardless of the forcing type, the basin shape and its bottom irregularities (Huck et al. 2001). These results are encouraging as intrinsic oceanic modes are a potential source of decadal variability in the ocean. They are excited during the geostrophic adjustment to changing winds or buoyancy fluxes. However, in contrast to the findings of Huck and Vallis (2001), no unstable basin modes were observed with our model, probably due to the limited number of vertical layers and the absence of outcropping. This highlights the importance of increasing the vertical resolution, that is expected to

help linking the traditional basin modes of Cessi and Primeau (2001) to more realistic decadal variability modes, like those of Buckley et al. (2012) – this task is left for future investigations.

List of Tables

- | | | |
|---|---|----|
| 1 | Typical parameters for the experiment in the linear shallow-water model. | 40 |
| 2 | First eigenvalue of the tangent linear model matrix under different forcing (wind and heat flux) of a climatological magnitude, along with the unforced reference experiment. The damping time scale is defined as $\tau = 1/\omega_r$ and the oscillation period $T = 2\pi/\omega_i$. | 41 |

REFERENCES

- Armi, L. and E. D'Asaro, 1980: Flow structures of the benthic ocean. *J. Geophys. Res.*, **85**, 469–484.
- Ben Jelloul, M. and T. Huck, 2003: Basin-mode interactions and selection by the mean flow in a reduced-gravity quasigeostrophic model. *J. Phys. Oceanogr.*, **33**, 2320–2332.
- Ben Jelloul, M. and T. Huck, 2005: Low-frequency basin modes in a two-layer quasigeostrophic model in the presence of a mean gyre flow. *J. Phys. Oceanogr.*, **35**, 2167–2186.
- Buckley, M. W., D. Ferreira, J. Campin, J. Marshall, and R. Tulloch, 2012: On the relationship between decadal buoyancy anomalies and variability of the atlantic meridional overturning circulation. *J. Climate*, **25**, 8009–8030.
- Cessi, P. and S. Louazel, 2001: Decadal oceanic response to stochastic wind forcing. *J. Phys. Oceanogr.*, **31**, 3020–3029.
- Cessi, P. and F. Primeau, 2001: Dissipative selection of low frequency modes in a reduced-gravity basin. *J. Phys. Oceanogr.*, **31**, 127–137.
- Delworth, T. L. and M. E. Mann, 2000: Observed and simulated multidecadal variability in the northern hemisphere. *Clim. Dyn.*, **16**, 661 – 676.

- Deser, C. and M. L. Blackmon, 1993: Surface climate variations over the north atlantic during winter: 1900–1989. *J. Climate*, **6**, 1743–1753.
- Eden, C. and D. Olbers, 2010: Why western boundary currents are diffusive: a link between bottom pressure torque and bolus velocity. *Ocean Modell.*, **32**, 14–24.
- Ferjani, D., T. Huck, and A. Colin de Verdière, 2013: Influence of bottom topography on large-scale decadal basin modes. *J. Mar. Res.*, *accepted*.
- Greatbatch, R. J., K. A. Peterson, and H. Roth, 1997: Interdecadal variability in a coarse resolution model with north atlantic bottom topography. *Technical Report, Department of Oceanography, Dalhousie University, Halifax, Nova Scotia, Canada*.
- Hansen, D. V. and H. F. Bezdek, 1996: On the nature of decadal anomalies in north atlantic sea surface temperature. *J. Geophys. Res.*, **101**, 8749–8758.
- Holland, W. R., 1978: The role of mesoscale eddies in the general circulation of the ocean—numerical experiments using a wind-driven quasigeostrophic model. *J. Phys. Oceanogr.*, **8**, 363–392.
- Huang, R. X., 1986: Numerical simulation of wind-driven circulation in a subtropical/subpolar basin. *J. Phys. Oceanogr.*, **16**, 1636–1650.
- Huck, T. and G. K. Vallis, 2001: Linear stability analysis of the three-dimensional thermally-driven ocean circulation: application to interdecadal oscillations. *Tellus*, **53A**, 526–545.

- Huck, T., G. K. Vallis, and A. Colin de Verdière, 2001: On the robustness of the interdecadal modes of the thermohaline circulation. *J. Climate*, **14**, 940–963.
- Kushnir, Y., 1994: Interdecadal variations in north atlantic sea surface temperature and associated atmospheric conditions. *J. Climate*, **7**, 141–157.
- LaCasce, J. H., 2000: Baroclinic rossby waves in a square basin. *J. Phys. Oceanogr.*, **30**, 3161–3178.
- LaCasce, J. H. and J. Pedlosky, 2002: Baroclinic rossby waves in irregular basins. *J. Phys. Oceanogr.*, **32**, 2828–2847.
- Lehouck, R. B., D. C. Sorensen, and C. Yang, 1996: ARPACK user’s guide. Solutions of large scale eigenvalue problems with Implicitly Restarted Arnoldi Methods. *SIAM*, 160p, URL <http://caam.rice.edu/software/ARPACK/>.
- Levitus, S., 1989: Interpendatal variability of temperature and salinity of intermediate depths of the north atlantic ocean 1970–1974 versus 1955–1959. *J. Geophys. Res.*, **94**, 9679–9685.
- Primeau, F. W., 2002: Long rossby wave basin-crossing time and the resonance of low-frequency basin modes. *J. Phys. Oceanogr.*, **32**, 2652–2665.
- Reverdin, G., D. Cayan, and Y. Kushnir, 1997: Decadal variability of hydrography in the upper northern north atlantic in 1948–1990. *J. Geophys. Res.*, **102**, 8505–8531.
- Sakamoto, T. and T. Yamagata, 1996: Sesonal transport variations of the wind-driven

- ocean circulation in a two-layer planetary geostrophic model with a continental slope. *J. Mar. Res.*, **54**, 261–284.
- Smith, D. C. and J. J. O'Brien, 1984: The interaction of a two-layer isolated mesoscale eddy with bottom topography. *J. Phys. Oceanogr.*, **13**, 1681–1697.
- Spydell, M. and P. Cessi, 2003: Baroclinic modes in a two-layer basin. *J. Phys. Oceanogr.*, **33**, 610–622.
- Sutton, R. T. and M. R. Allen, 1997: Decadal predictability of north atlantic sea surface temperature and climate. *Nature*, **388**, 563–567.
- Tailleux, R. and J. McWilliams, 2000: Acceleration, creation, and depletion of wind-driven baroclinic rossby waves over an ocean ridge. *J. Phys. Oceanogr.*, **30**, 2186–2213.
- Veronis, G., 1978: Model of world ocean circulation: Iii. thermally and wind-driven. *J. Mar. Res.*, **36**, 1–44.
- Yang, H. and Z. Liu, 2003: Basin modes in tropical–extratropical basin. *J. Phys. Oceanogr.*, **33**, 2751–2763.
- Young, W. R. and P. B. Rhines, 1982: A theory of the wind- driven circulation. part ii: Circulation models with western boundary layer. *J. Mar. Res.*, **40**, 849–872.

List of Tables

Table 1: Typical parameters for the experiment in the linear shallow-water model.

Symbol	Value	Description
f_0	10^{-4} s^{-1}	Coriolis parameter at $y = 0$ (45°N)
β	$1.6 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$	Meridional gradient of Coriolis parameter
L_x	$6.6 \times 10^6 \text{ m}$	Basin zonal extent
L_y	$6.6 \times 10^6 \text{ m}$	Basin meridional extent
H_1	$1 \times 10^3 \text{ m}$	Upper layer mean depth at rest
H_2	$3 \times 10^3 \text{ m}$	Bottom layer mean depth at rest
H_0	$H_1 + H_2$	Total mean depth at rest
ρ_0	1023 kg m^{-3}	mean density
g	9.81 m s^{-2}	Gravity acceleration at Earth surface
$g' = g\Delta\rho/\rho_0$	$2 \times 10^{-2} \text{ m s}^{-2}$	Reduced gravity acceleration
ν	$10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$	Laplacian eddy viscosity
$n_x \times n_y$	60×60	Number of grid points in the horizontal
α	$0.2 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$	Thermal expansion coefficient
C_p	$4 \times 10^3 \text{ J m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	Water heat capacity

Table 2: First eigenvalue of the tangent linear model matrix under different forcing (wind and heat flux) of a climatological magnitude, along with the unforced reference experiment. The damping time scale is defined as $\tau = 1/\omega_r$ and the oscillation period $T = 2\pi/\omega_i$.

	Topography	ω_r (yr ⁻¹)	ω_i (yr ⁻¹)	τ (yr)	T (yr)
Unforced exp.	Flat	-0.202	0.365	-4.93	17.21
	MOR	-0.220	0.413	-4.54	15.18
Wind-forced exp.	Flat	-0.147	0.386	-6.77	16.22
	MOR	-0.167	0.409	-5.98	15.31
Thermally-forced exp.	Flat	-0.184	0.278	-5.41	22.60
	MOR	-0.212	0.331	-4.70	18.94

List of Figures

- | | | |
|---|---|----|
| 1 | Schematic structure of the two-layer ocean model and notations. | 46 |
| 2 | Analytical bottom topography profiles corresponding to 1500-m amplitude height (MOR solid, CR dash-dotted). The dashed line denotes the interface level at rest measured from the bottom mean depth H_2 . | 47 |
| 3 | (left) Wind-forced and (right) thermally-driven steady circulation under a climatological forcing magnitude ($\sim 30 \text{ m yr}^{-1}$) in the flat bottom experiment: (top, center) pressure in each layer divided by ρ_0 (contour interval $0.5 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$), (bottom) barotropic streamfunction (CI 5 Sv). | 48 |
| 4 | Same as in Fig. 3 for the experiment with a 1000 m amplitude mid-ocean ridge topography. | 49 |
| 5 | Characteristics for the steady state solution (blue) driven by (top) a double gyre wind stress pattern (bottom) a thermal flux forcing. Overlaid are layer-2 potential vorticity (magenta) contours. The bold black curve in the western part of the basin corresponds to the zone where Rossby waves are arrested by the Sverdrup flow. Note the strong agreement between the curves in the wind forcing case and the significant discrepancies for a climatological thermal forcing amplitude ($w_T = 10^{-6} \text{ m s}^{-1}$). | 50 |

- 6 Nonlinear propagation of an isolated baroclinic eddy of large amplitude ($\delta = 0.25$) over a meridional ridge of 1000 m height in the experiment with no mean flow. p^+/ρ_0 (left) and p^-/ρ_0 (right) are the barotropic and baroclinic parts of the numerical solutions, IC is by $5 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$; The constant depth at rest has been subtracted from the perturbed layer thickness. (a) Warm and (b) cold. Positive (negative) values are painted in red (blue) with the white fixed at zero. 51
- 7 Same as Fig. 6 for the double gyre wind-forced experiment. 52
- 8 (a) Eddy center trajectory after 9 model years (left) in the experiment with no mean flow and (right) in the wind-driven experiment. The black cross marks the initial position of the eddy. Overlaid dashed curves (solid lines) are layer-2 (layer-1) ambient potential vorticity contours. The eddy center is defined as the maximum of the interface displacement: blue (red) for high amplitude ($\delta = 0.25$), cold (warm) eddy and magenta for small amplitude eddy ($\delta = 0.01$) with thick (thinner) lines indicating the topographic (flat-bottom) experiments. Note the large extent of the eddy meridional excursion in the presence of a background mean flow with respect to the experiment with no mean flow. (b) Zonal Hovmoller diagram of the eddy center with the same color code as above. The superimposed black line is the phase speed of long Rossby waves as predicted from the linear standard theory. (c) Meridional Hovmoller diagram. 53

- 9 a) Area-integrated eddy kinetic energy evolution b) Maps for the barotropic and baroclinic EKE relative to the warm and cold eddies in the absence of a mean flow. Once moving off the ridge, the cold eddy experiences a delay of one year compared to the warm one. 54
- 10 Mean and error bar of the barotropic streamfunction as function of the forcing type (wind w_E , heat flux w_I) and magnitude (m yr^{-1}), in the presence (solid) or not (dashed) of the mid-ocean ridge. In the climatological range, the Ekman layer remains lower than the upper layer thickness, inhibiting the Ekman pumping to penetrate the lower layer and to put it into motion. Hence, the Sverdrup circulation does not “feel” the presence of the bottom topography. It is however, more than twice the barotropic circulation generated through the interaction of the baroclinic thermal forcing with the ridge, suggesting the leading role of the climatological wind forcing on the barotropic ocean circulation on interdecadal timescales. 55
- 11 Eigenvalue spectrum under increasing strength of the wind forcing in the case of a 1000 m height MOR experiment. Apart from the presence of the classical basin modes, note the emergence of a new class of lower frequency modes, the oscillatory pool modes, trapped within closed geostrophic contours and missing with low forcing magnitude. 56

- 12 Least damped basin mode amplitude $\sqrt{X_r^2 + X_i^2}$ expressed in terms of the upper layer thickness anomaly: (left) for the wind-driven experiment, (right) the thermally-forced experiment under a climatological forcing amplitude of $\approx 30 \text{ m yr}^{-1}$. Top (bottom) panels correspond to the flat bottom (1000 m MOR) experiments. 57
- 13 Zonally-averaged mean flow with (blue) and without (cyan) topography, and meridional pattern of the least damped basin mode with (red) and without (magenta) topography, in case of a climatological wind-forced (a), thermally-forced (b) background circulation. The meridional signature of the reference mode is added in grey for comparison. (c) Zoom on the zonally-averaged long planetary Rossby wave speed in the northern part of the subpolar gyre for the different scenarios of forcing and topography. 58
- 14 Sensitivity diagram in the $\omega_i - \omega_r$ plane for the least damped basin mode under different prescribed topography shapes (flat bottom, mid-ocean ridge, continental rises) and heights (from 0 to 1500 m) as well as various forcing natures (wind, heat flux) and magnitudes (from 0 to about 31 m yr^{-1}). 59

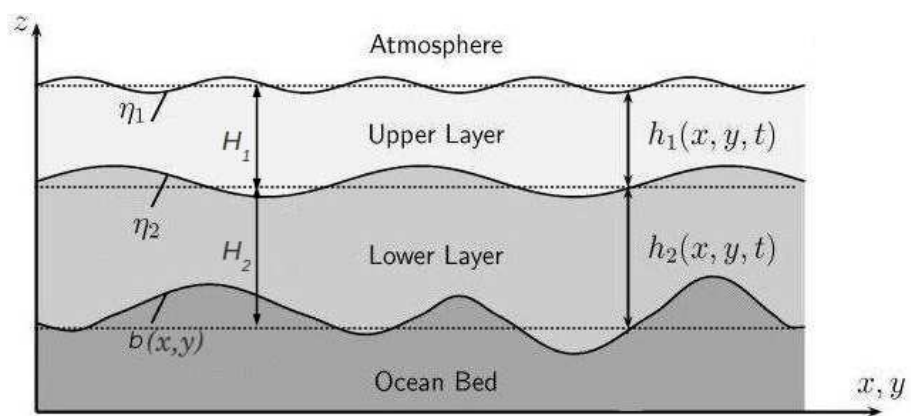


Figure 1: Schematic structure of the two-layer ocean model and notations.

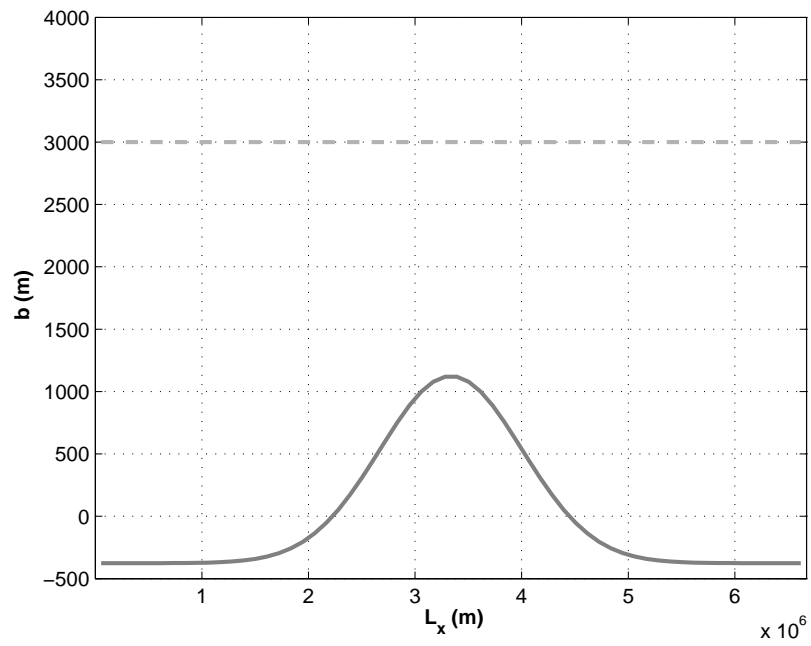


Figure 2: Analytical bottom topography profiles corresponding to 1500-m amplitude height (MOR solid, CR dash-dotted). The dashed line denotes the interface level at rest measured from the bottom mean depth H_2 .

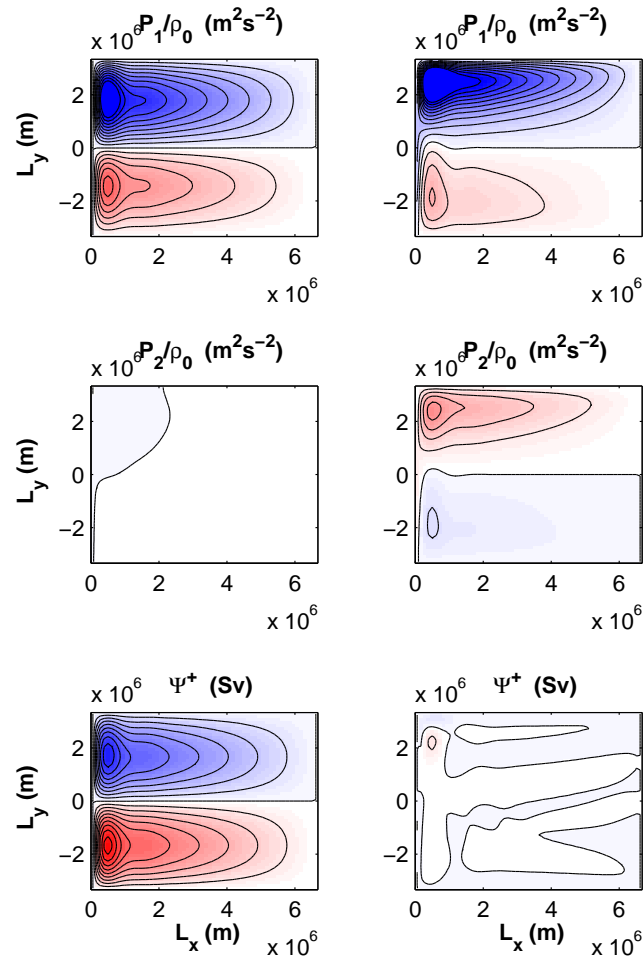


Figure 3: (left) Wind-forced and (right) thermally-driven steady circulation under a climatological forcing magnitude ($\sim 30 \text{ m yr}^{-1}$) in the flat bottom experiment: (top, center) pressure in each layer divided by ρ_0 (contour interval $0.5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$), (bottom) barotropic streamfunction (CI 5 Sv).

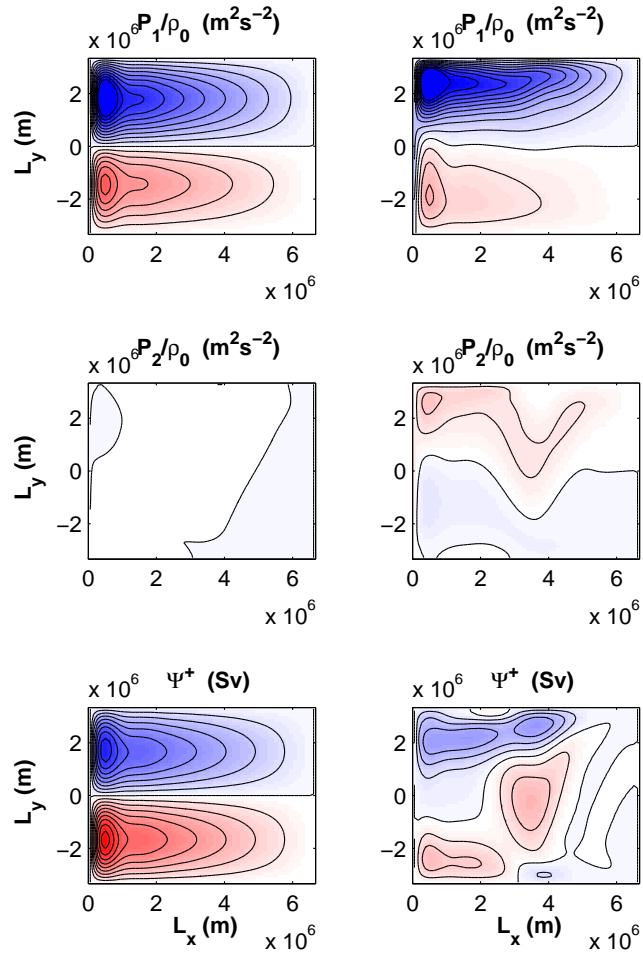


Figure 4: Same as in Fig. 3 for the experiment with a 1000 m amplitude mid-ocean ridge topography.

MODES FORCÉS

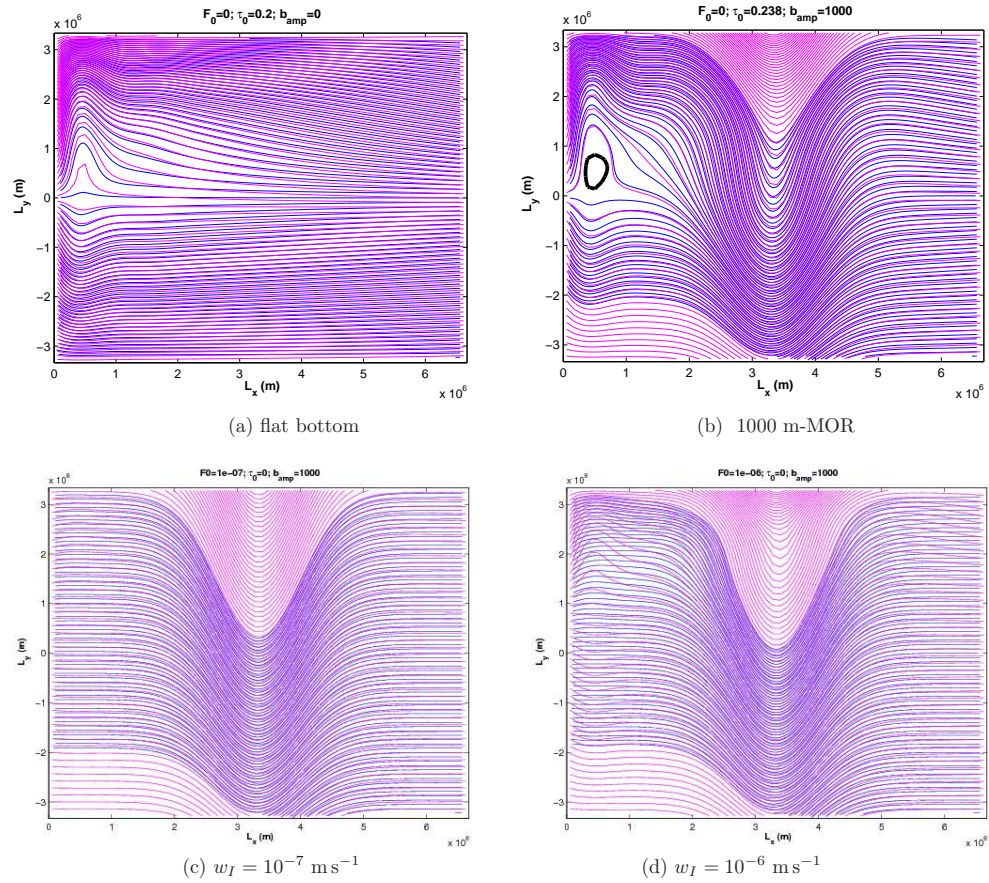
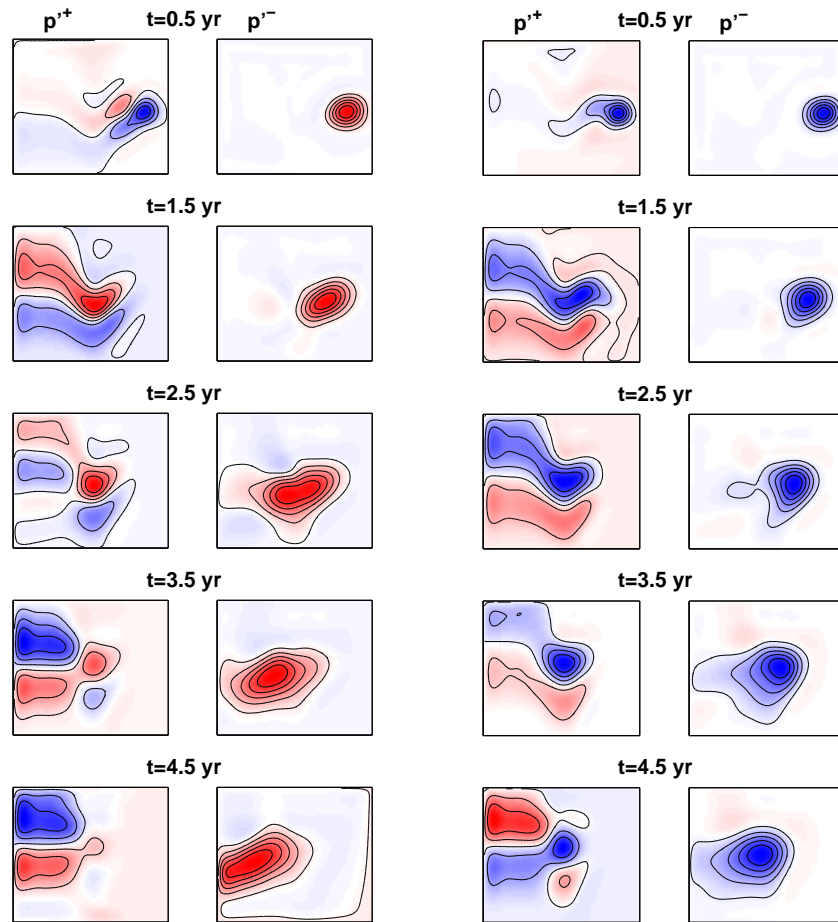


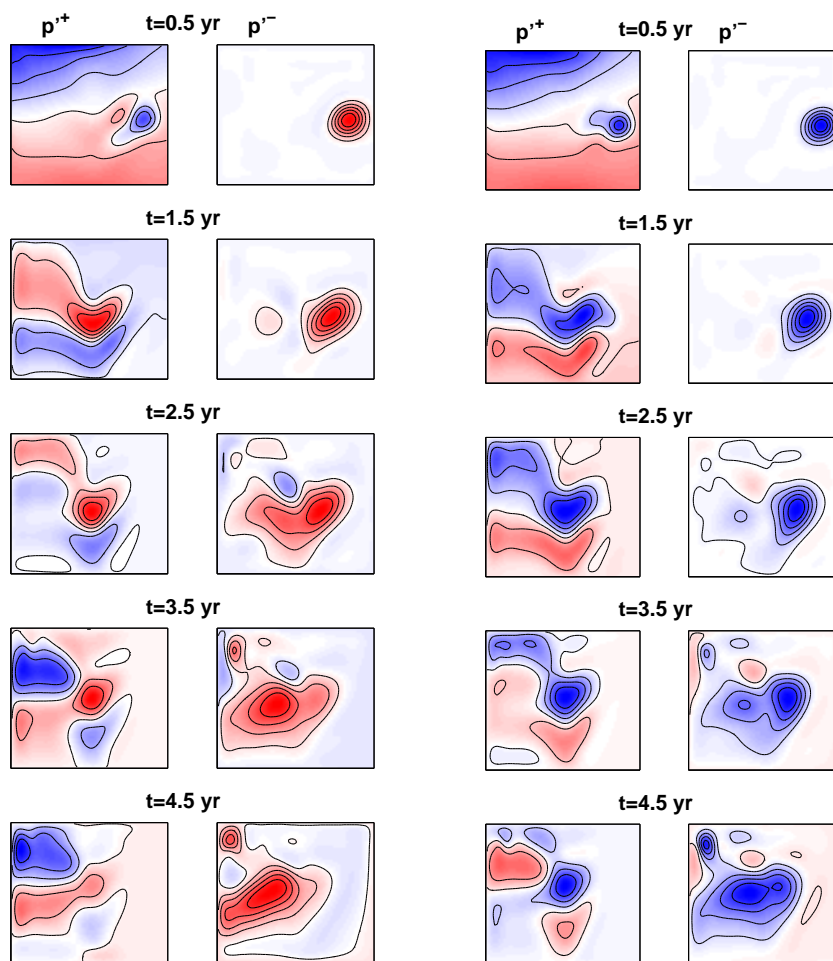
Figure 5: Characteristics for the steady state solution (blue) driven by (top) a double gyre wind stress pattern (bottom) a thermal flux forcing. Overlaid are layer-2 potential vorticity (magenta) contours. The bold black curve in the western part of the basin corresponds to the zone where Rossby waves are arrested by the Sverdrup flow. Note the strong agreement between the curves in the wind forcing case and the significant discrepancies for a climatological thermal forcing amplitude ($w_I = 10^{-6} \text{ m s}^{-1}$).



(a) Warm eddy

(b) Cold eddy

Figure 6: Nonlinear propagation of an isolated baroclinic eddy of large amplitude ($\delta = 0.25$) over a meridional ridge of 1000 m height in the experiment with no mean flow. p'^+/ρ_0 (left) and p'^-/ρ_0 (right) are the barotropic and baroclinic parts of the numerical solutions, IC is by $5 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$; The constant depth at t_{rest} has been subtracted from the perturbed layer thickness. (a) Warm and (b) cold. Positive (negative) values are painted in red (blue) with the white fixed at zero.



(a) Warm eddy

(b) Cold eddy

Figure 7: Same as Fig. 6 for the double gyre wind-forced experiment.

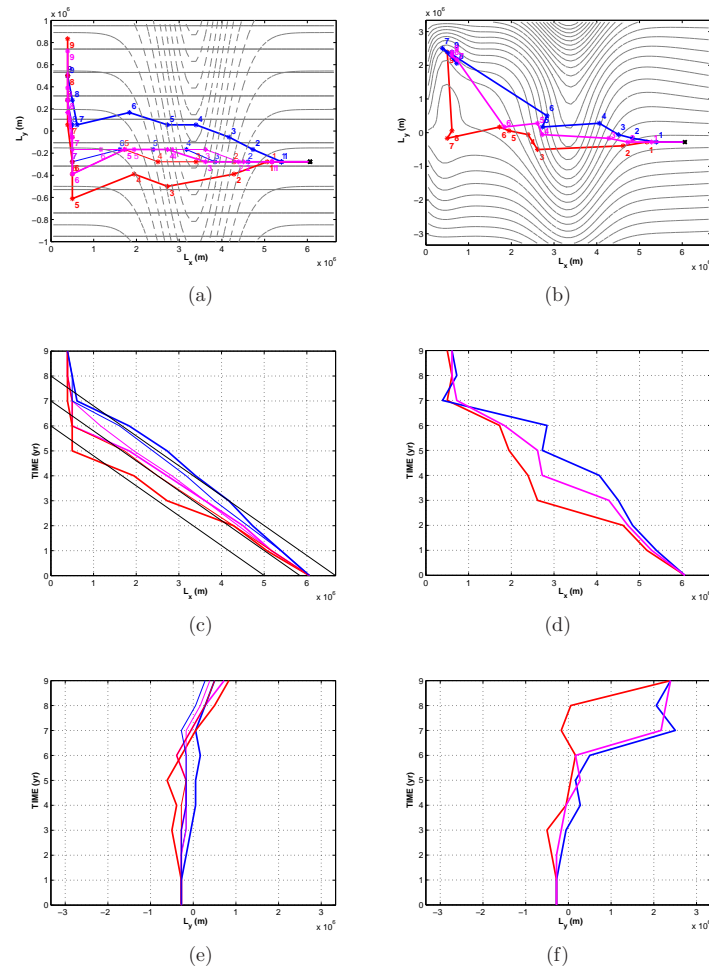


Figure 8: (a) Eddy center trajectory after 9 model years (left) in the experiment with no mean flow and (right) in the wind-driven experiment. The black cross marks the initial position of the eddy. Overlaid dashed curves (solid lines) are layer-2 (layer-1) ambient potential vorticity contours. The eddy center is defined as the maximum of the interface displacement: blue (red) for high amplitude ($\delta = 0.25$), cold (warm) eddy and magenta for small amplitude eddy ($\delta = 0.01$) with thick (thinner) lines indicating the topographic (flat-bottom) experiments. Note the large extent of the eddy meridional excursion in the presence of a background mean flow with respect to the experiment with no mean flow. (b) Zonal Hovmöller diagram of the eddy center with the same color code as above. The superimposed black line is the phase speed of long Rossby waves as predicted from the linear standard theory. (c) Meridional Hovmöller diagram.

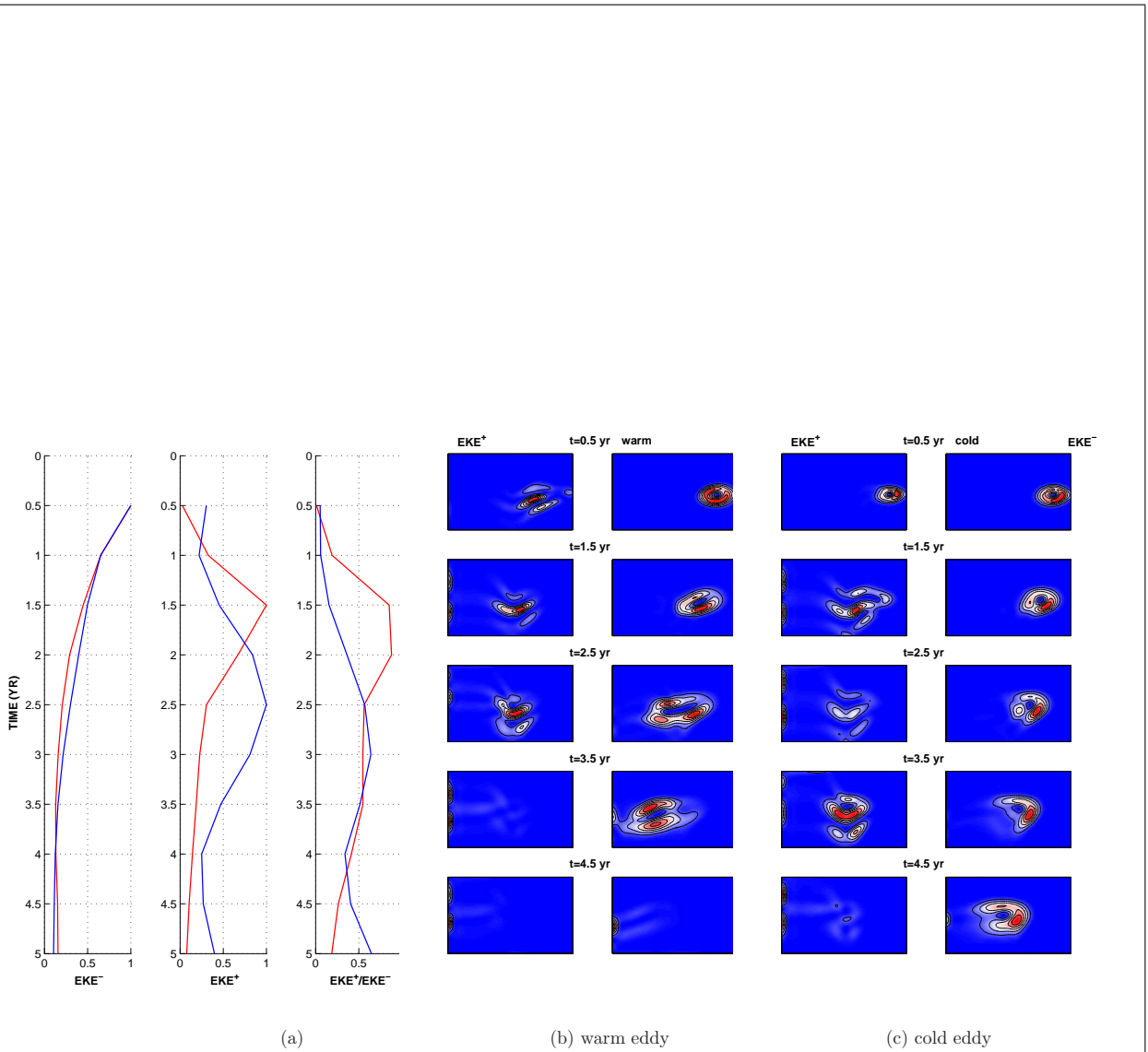


Figure 9: a) Area-integrated eddy kinetic energy evolution b) Maps for the barotropic and baroclinic EKE relative to the warm and cold eddies in the absence of a mean flow. Once moving off the ridge, the cold eddy experiences a delay of one year compared to the warm one.

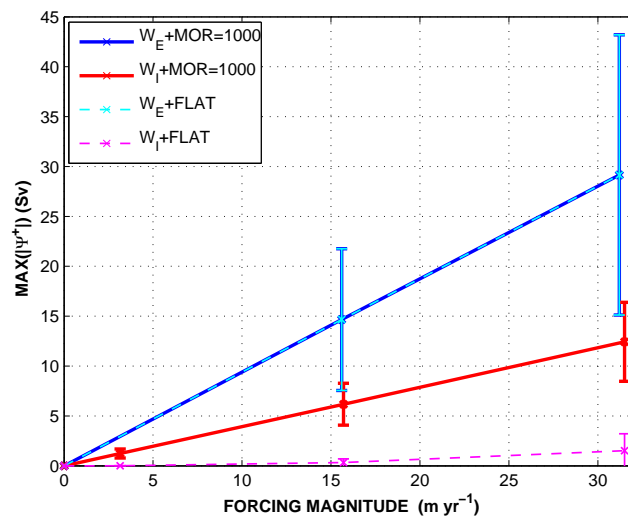


Figure 10: Mean and error bar of the barotropic streamfunction as function of the forcing type (wind w_E , heat flux w_I) and magnitude (m yr^{-1}), in the presence (solid) or not (dashed) of the mid-ocean ridge. In the climatological range, the Ekman layer remains lower than the upper layer thickness, inhibiting the Ekman pumping to penetrate the lower layer and to put it into motion. Hence, the Sverdrup circulation does not “feel” the presence of the bottom topography. It is however, more than twice the barotropic circulation generated through the interaction of the baroclinic thermal forcing with the ridge, suggesting the leading role of the climatological wind forcing on the barotropic ocean circulation on interdecadal timescales.

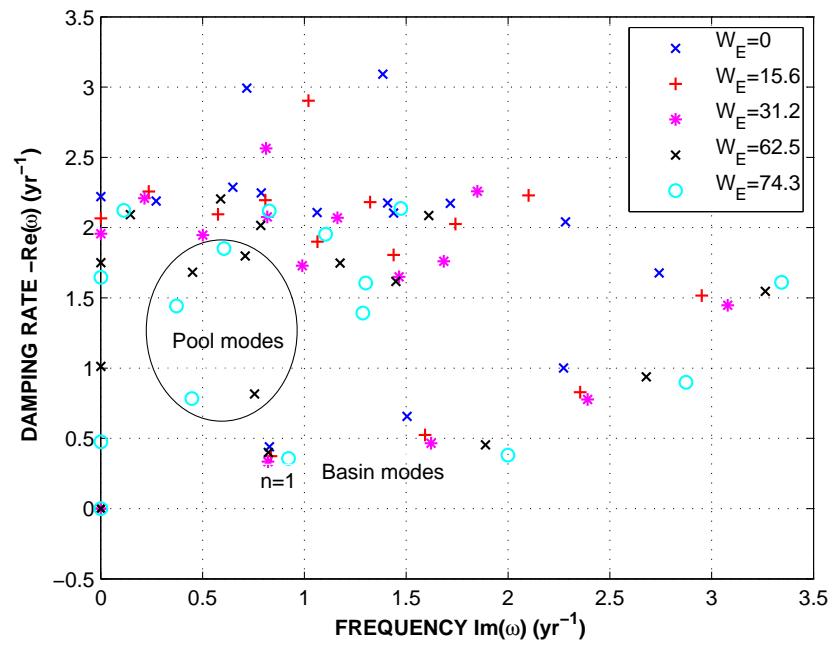


Figure 11: Eigenvalue spectrum under increasing strength of the wind forcing in the case of a 1000 m height MOR experiment. Apart from the presence of the classical basin modes, note the emergence of a new class of lower frequency modes, the oscillatory pool modes, trapped within closed geostrophic contours and missing with low forcing magnitude.

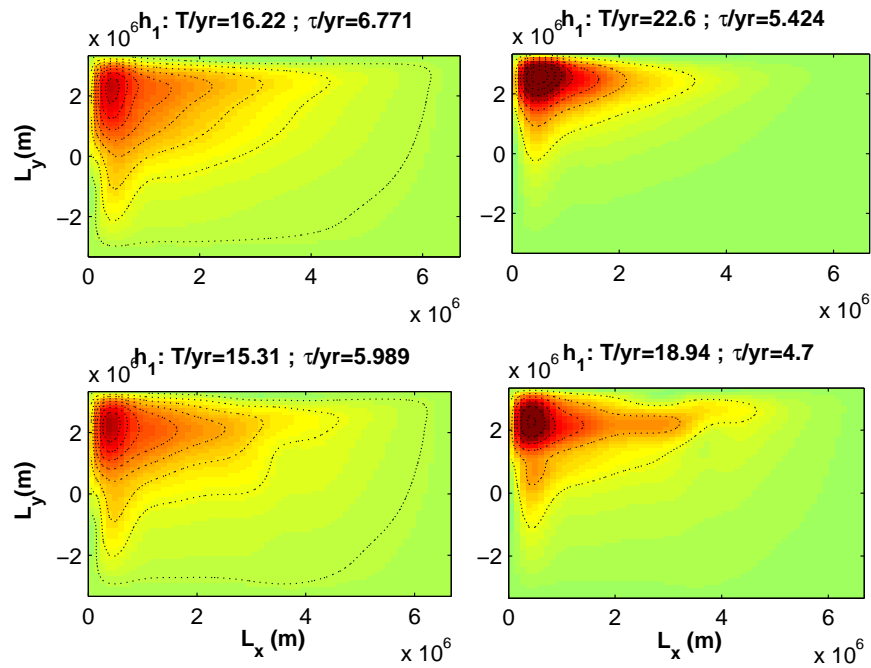
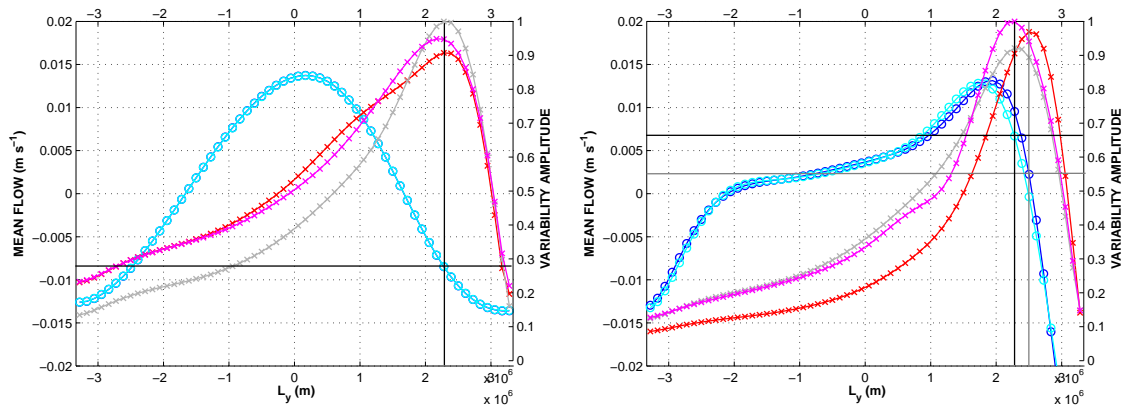


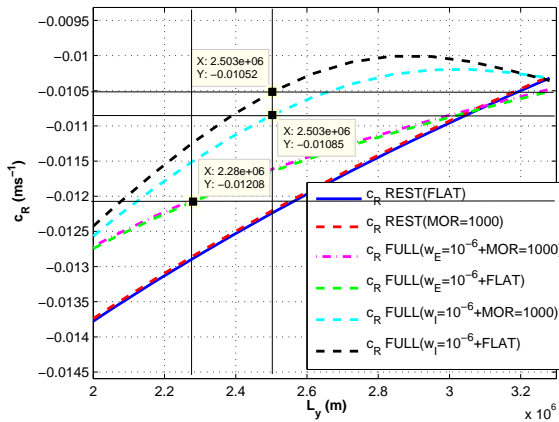
Figure 12: Least damped basin mode amplitude $\sqrt{X_r^2 + X_i^2}$ expressed in terms of the upper layer thickness anomaly: (left) for the wind-driven experiment, (right) the thermally-forced experiment under a climatological forcing amplitude of $\approx 30 \text{ m yr}^{-1}$. Top (bottom) panels correspond to the flat bottom (1000 m MOR) experiments.

MODES FORCÉS



(a) Wind-forced experiment

(b) Thermally-forced experiment



(c) c_R (ms^{-1})

Figure 13: Zonally-averaged mean flow with (blue) and without (cyan) topography, and meridional pattern of the least damped basin mode with (red) and without (magenta) topography, in case of a climatological wind-forced (a), thermally-forced (b) background circulation. The meridional signature of the reference mode is added in grey for comparison. (c) Zoom on the zonally-averaged long planetary Rossby wave speed in the northern part of the subpolar gyre for the different scenarios of forcing and topography.

4.3 Complément de la deuxième partie

4.3.1 Tourbillon barocline dans un cadre planétaire géostrophique

Un modèle plus simplifié de la dynamique du tourbillon barocline en présence d'une topographie type dorsale médio-océanique est développé dans le cadre planétaire géostrophique en l'absence de toute dissipation explicite afin de détecter les éventuelles modifications du comportement du tourbillon que peut apporter l'approximation du toit rigide appliquée à un bassin non frictionnel. Les équations qui gouvernent la dynamique du tourbillons sont :

$$f\mathbf{k} \times \mathbf{u}_i = -\nabla\phi_i, \quad (4.4a)$$

$$\partial_t h_i + \nabla \cdot (h_i \mathbf{u}_i) = 0. \quad (4.4b)$$

où $\phi_1 = g\eta_1$ et $\phi_2 = \phi_1 + g'\eta_2$. L'approximation du toit rigide implique un transport barotrope non divergent, $\nabla \cdot (h\mathbf{u}^+) = 0$ qui peut se mettre sous la forme d'une fonction de transport barotrope :

$$hv^+ = \partial_x \Psi^+, \quad (4.5a)$$

$$hu^+ = -\partial_y \Psi^+. \quad (4.5b)$$

L'équilibre de Sverdrup généralisé grâce à la prise en compte de la vitesse verticale qui résulte de l'écoulement horizontal à travers la topographie apparait en calculant le rotationnel de l'équation de la quantité de mouvement barotrope :

$$\beta hv^+ = -f\mathbf{u}_2 \cdot \nabla b, \quad (4.6)$$

En décomposant la vitesse de l'écoulement du fond verticalement $\mathbf{u}_2 = \mathbf{u}^+ - \frac{h_1}{h}\mathbf{u}^-$, l'équation (4.6) devient :

$$\left(\beta + \frac{f\partial_y b}{h}\right)\partial_x \Psi^+ - \frac{f\partial_x b}{h}\partial_y \Psi^+ = f\frac{h_1}{h}\mathbf{u}^- \cdot \nabla b, \quad (4.7)$$

et peut s'écrire plus simplement :

$$J(\Psi^+, q) = -g'\frac{h_1}{h}J(\eta_2, b), \quad (4.8)$$

Force est de constater l'instantanéité de l'ajustement barotrope du modèle par le biais de l'équation diagnostic (4.8). Le terme JEBAR force un écoulement barotrope à travers les contours de

MODES FORCÉS

vorticité planétaire rectifiée par la topographie. Le processus barocline, en revanche, est décrit par l'équation pronostic suivante :

$$\partial_t \eta_2 + \mathbf{u}^+ \cdot \nabla \eta_2 + c_R \partial_x \eta_2 = -\frac{\beta h_1 v^+}{f}. \quad (4.9)$$

Le problème de valeur initiale constitué par le système d'équations (4.8) et (4.9) montre bien le couplage exercé par la topographie par le biais du terme JEBAR sur les modes verticaux barotrope et barocline.

L'état de repos initial du bassin est perturbé par un tourbillon barocline gaussien qui vient forcer un mode barotrope en présence d'une dorsale médio-océanique de 1000 m d'amplitude. Ce forçage est interpolé linéairement le long des contours de vorticité potentielle ambiante q dont le gradient est : $\partial_x q = \frac{f}{h} \partial_x b$, $\partial_y q = \beta + \frac{f}{h} \partial_y b$.

Ψ^+ est ainsi intégrée le long des caractéristiques q en partant du bord est avec une résolution spatiale de 120 points en longitude \times 120 points en latitude. Muni d'une condition de radiation au bord ouest qui empêche l'onde sortante de réintégrer le domaine, un schéma leapfrog est utilisé pour projeter η_2 dans le temps via (4.9) avec un pas d'intégration $\delta t = 2.25 \times 10^5$ s.

La figure 4.3 montre la distribution spatiale du champ barotrope et barocline à différents instants pour le cas d'un tourbillon cyclonique et anticyclonique. La forme du tourbillon subit des distorsions notamment un étirement méridional du signal le long des flancs de la dorsale et une élongation zonale due à la différence latitudinale de la vitesse de phase des ondes longues de Rossby, plus rapide à basse latitude et qui diminue lorsque la latitude augmente.

L'évolution temporelle du tourbillon est très similaire à celle obtenue avec un modèle à surface libre (Fig. 4.4) en présence de friction horizontale turbulente avec :

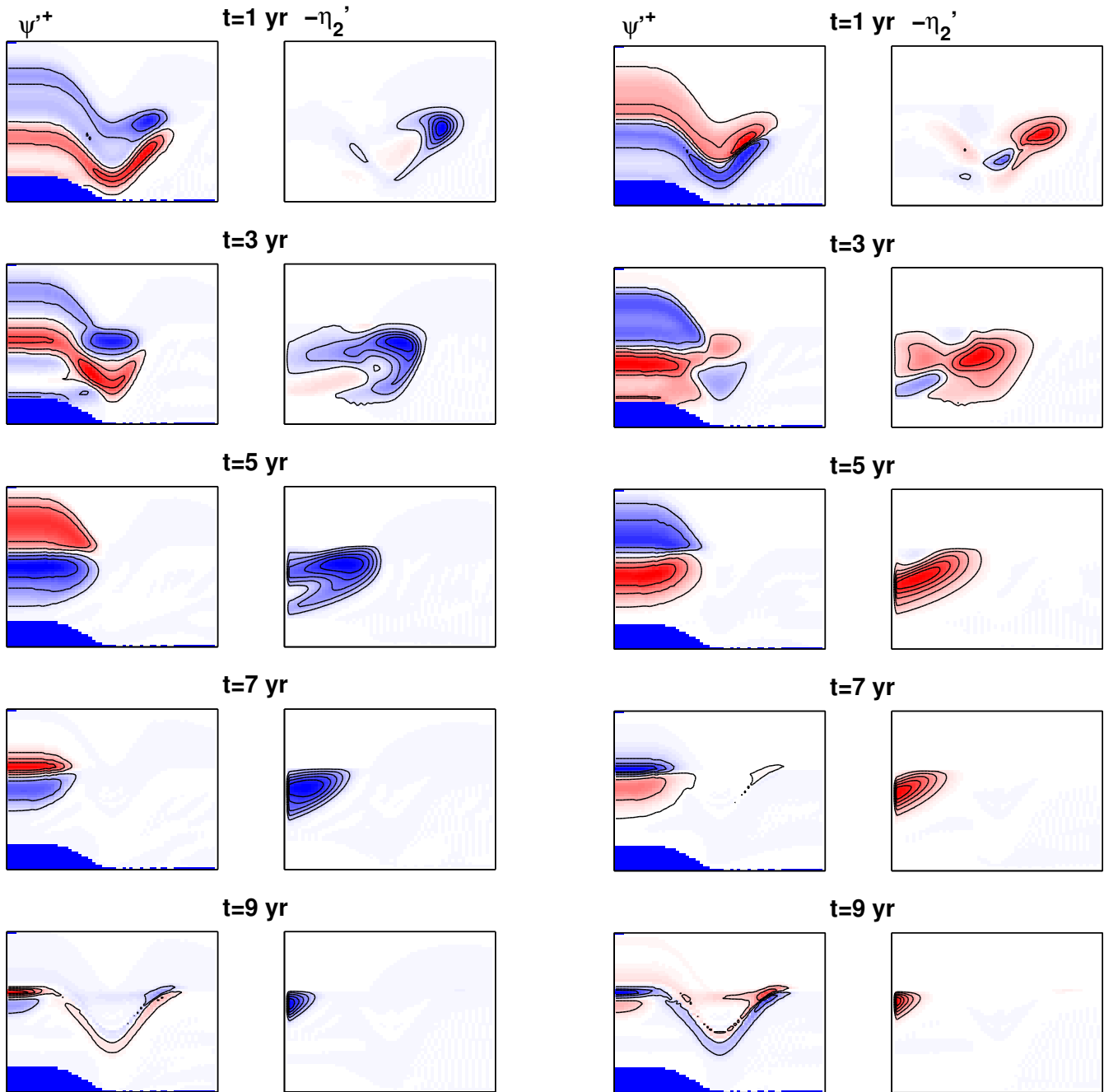
- une migration méridienne qui dépend du signe de la perturbation : le tourbillon cyclonique (anticyclonique) a tendance à se déplacer vers le nord (sud).
- un déclin de l'énergie barocline suite à sa conversion en énergie barotrope à travers l'interaction avec la dorsale.
- un déphasage dans sa vitesse de propagation vers l'ouest : le tourbillon cyclonique (anticyclonique) a tendance à décélérer (accélérer) au cours de sa course vers l'ouest, suggérant le rôle répulsif (attracteur) de la dorsale sur le cyclone (anticyclone), qui peut s'expliquer par le vortex stretching exercé par le tourbillon sur la verticale : quand le cyclone remonte la dorsale, la couche de la thermocline se comprime ce qui résulte en une diminution de sa vorticité positive. Celle-ci est alors compensée par l'interaction barotrope-barocline au niveau de l'équation

(4.9) qui établit un écoulement barotrope suite au passage du cyclone à travers la dorsale. Ce courant qui s'écoule vers l'est vient alors freiner la progression du tourbillon vers l'ouest ce qui a pour effet de maintenir le vortex stretching, et par conséquent de réduire la vitesse de propagation du cyclone vers l'ouest. Le raisonnement inverse est applicable à l'anticyclone ainsi qu'au cyclone en présence d'une topographie en forme de tranchée. Le déphasage entre les perturbations de signe opposés peut alors atteindre un an pour une traversée du bassin.

L'interaction du tourbillon avec la topographie est plus forte dans un bassin complètement inviscide (Fig. 4.5) en l'absence de diffusion qu'on introduit dans le modèle afin de stabiliser les lignes de fronts du tourbillon. Pour cela, l'amplitude de la dorsale a été divisée par deux pour empêcher le tourbillon de se désagréger au bout de la première année d'intégration. L'anticyclone se désintègre au bout de 3 ans suivi par le cyclone, 2 ans plus tard, confirmant le déphasage dans l'interaction du tourbillon avec la topographie, fortement dépendant du signe de la perturbation.

Ainsi, les similitudes entre les différentes expériences confirment bien la forte interaction entre les tourbillons et les variations du fond. L'effet de l'approximation du toit rigide, et de la dissipation explicite (viscosité turbulente, diffusion) semble mineur par rapport au couplage topographique qui, combiné à la stratification du bassin, assigne une propulsion propre au tourbillon.

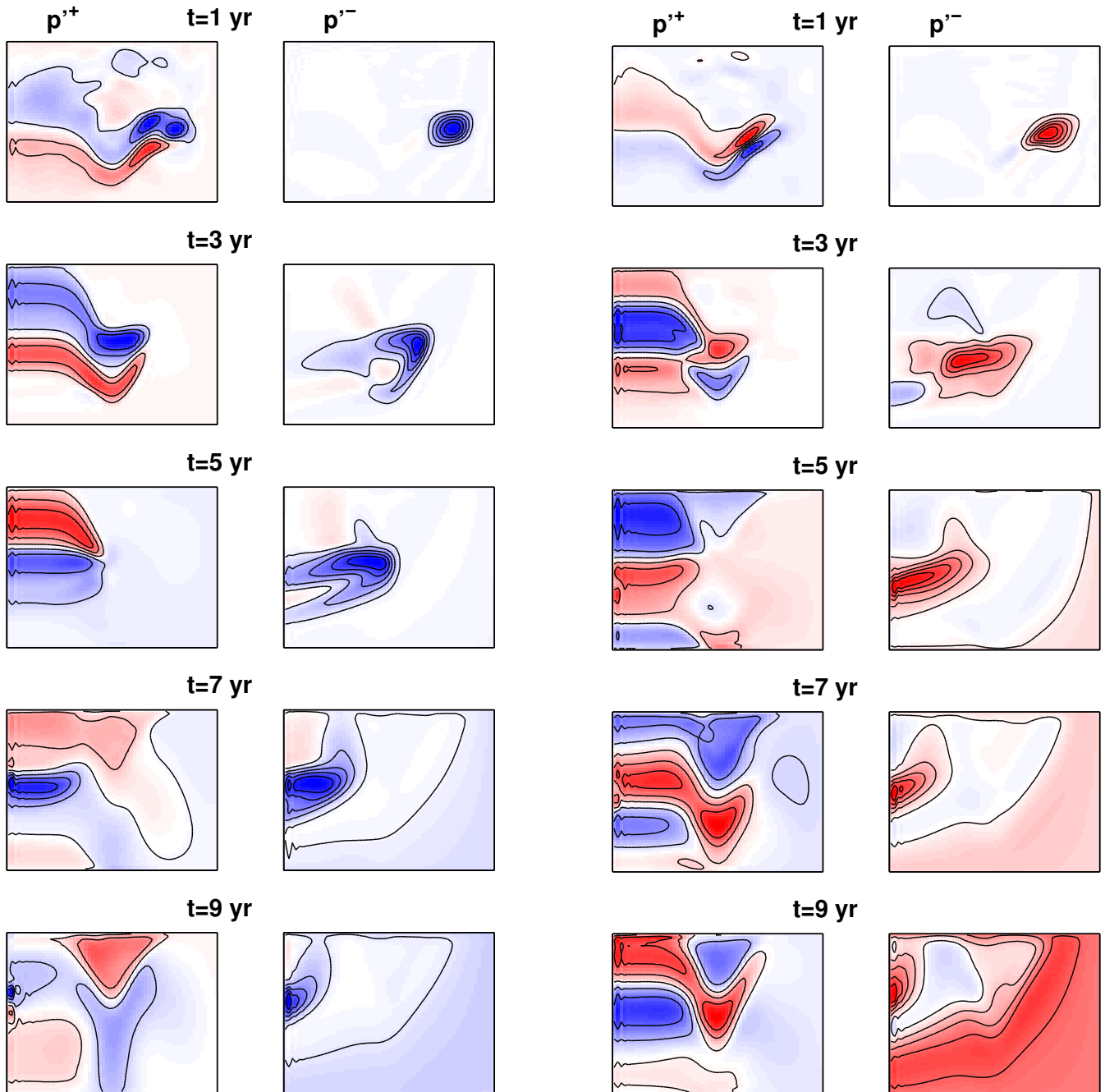
MODES FORCÉS



(a) tourbillon cyclonique

(b) tourbillon anticyclonique

FIGURE 4.3 – Évolution temporelle des signatures instantanées barotrope et barocline du tourbillon selon la formulation à toit rigide (a) cyclonique (b) anticyclonique en présence de faible diffusion $400 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ et une dorsale de 1000 m d'amplitude.

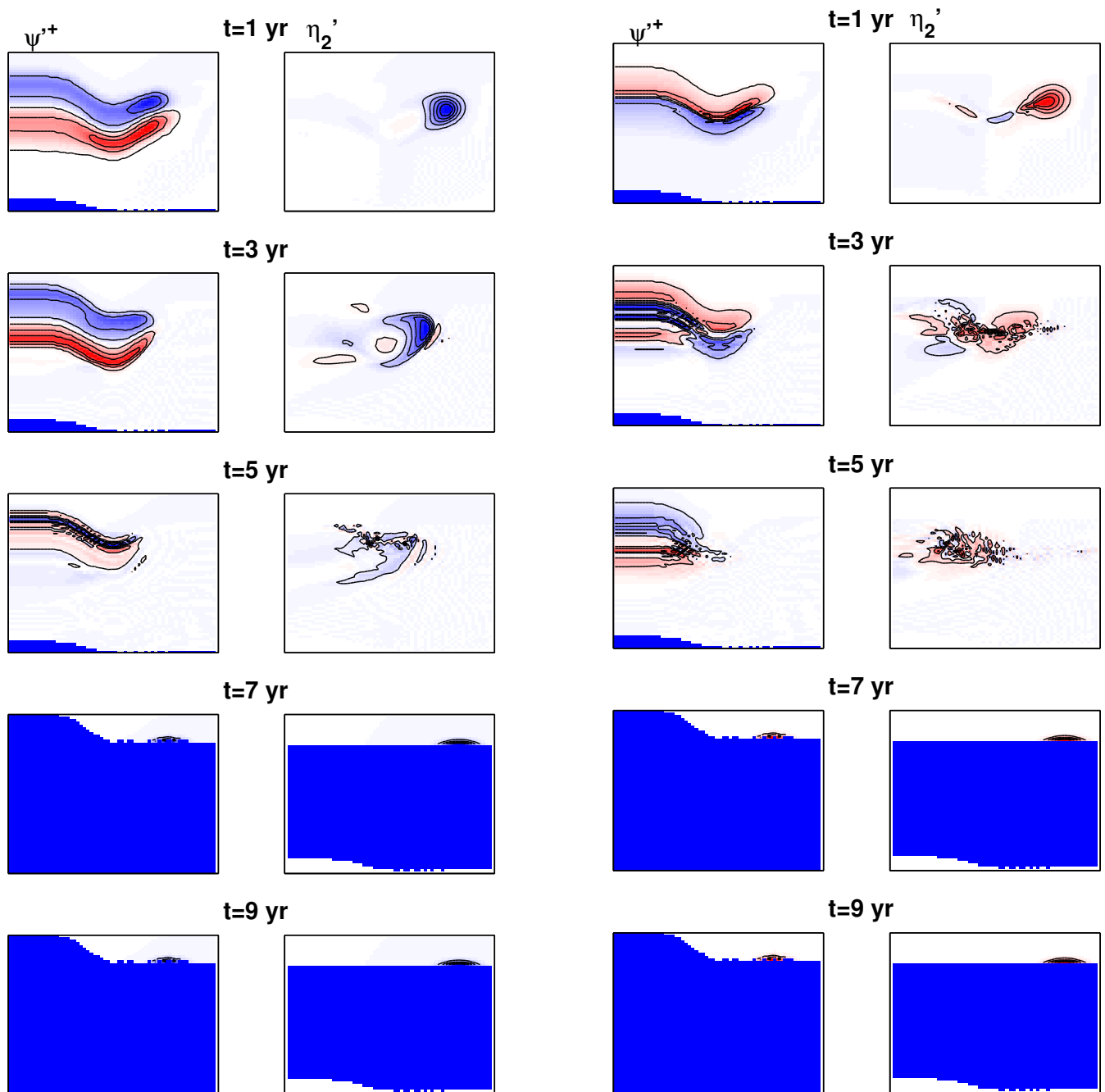


(a) tourbillon cyclonique

(b) tourbillon anticyclonique

FIGURE 4.4 – Évolution temporelle des signatures instantanées barotrope et barocline du tourbillon selon la formulation à surface libre (a) cyclonique (b) anticyclonique en présence d'une faible diffusion $400 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ et une dorsale de 1000 m d'amplitude.

MODES FORCÉS



(a) tourbillon cyclonique

(b) tourbillon anticyclonique

FIGURE 4.5 – Évolution temporelle des signatures instantanées barotrope et barocline du tourbillon selon la formulation à toit rigide (a) cyclonique (b) anticyclonique en présence d'une dorsale de 500 m d'amplitude et sans diffusion.

4.3.2 Renforcement de la vitesse de phase par l'état moyen

Plusieurs travaux se sont accordés à constater que la propagation des ondes longues de Rossby baroclines dans les observations altimétriques de Chelton and Schlax (1996) était systématiquement plus rapide que celle prédite par la théorie linéaire classique. Cet écart illustré dans la figure 4.8 s'accroît vers les hautes latitudes où il atteint le facteur 2. Dans le but d'expliquer ces différences, plusieurs mécanismes qui manquaient à la théorie standard ont alors été mis en avant à l'instar de l'effet d'un cisaillement vertical (Killworth et al., 1997; Colin de Verdière and Tailleux, 2005), de la topographie (Killworth and Blundell, 1999; Tailleux and McWilliams, 2000, 2002), de l'intensification en surface de la vitesse de phase des ondes de Rossby due à un découplage de la dynamique de surface par rapport à celle du fond (Tailleux and McWilliams, 2001), de l'effet combiné de l'état moyen et de la topographie (Killworth and Blundell, 2003a,b, 2007) ainsi que des nonlinéarités (Chelton et al., 2007).

On se propose ici de quantifier le renforcement de l'advection zonale dans la thermocline apporté par chaque type de forçage en présence ou pas de topographie. Pour se faire, on réalise une séparation perturbation-courant moyen de la dynamique de la thermocline :

$$\partial_t h_1 + \nabla \cdot (h_1 \mathbf{u}^+) + \nabla \cdot (H^* \mathbf{u}^+) = 0, \quad (4.10)$$

en linéarisant l'équation autour de l'état moyen : $\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}'$ où \mathbf{x}' est la perturbation, ce qui donne :

$$\partial_t h'_1 + \nabla \cdot (\bar{h}_1 \mathbf{u}'^+) + \nabla \cdot (h'_1 \bar{\mathbf{U}}^+) + \nabla \cdot (\bar{H}^* \mathbf{u}'^-) + \nabla \cdot (H'^* \bar{\mathbf{U}}^-) = 0. \quad (4.11)$$

La linéarisation de $H^* = \frac{h_1 h_2}{h}$ donne $\bar{H}^* + H'^* \approx \frac{\bar{h}_1 \bar{h}_2}{h} + \frac{\bar{h}_2 - \bar{h}_1}{h} h'_1$. Après de simples manipulations algébriques de l'équation (4.11) relatives à une dynamique planétaire géostrophique inviscide, on obtient :

$$\partial_t h'_1 + \tilde{\mathbf{U}} \nabla h'_1 + h'_1 \nabla \cdot \tilde{\mathbf{U}} - J \left(\frac{g' \bar{H}^*}{f}, h'_1 \right) = J \left(\frac{\bar{h}_1}{h}, \psi'^+ \right), \quad (4.12)$$

où $\bar{h} \mathbf{u}'^+ = \mathbf{k} \times \nabla \psi'^+$, $\tilde{\mathbf{U}} = \bar{\mathbf{U}}^+ + \frac{\bar{h}_2 - \bar{h}_1}{h} \bar{\mathbf{U}}^-$ et $-J \left(\frac{g' \bar{H}^*}{f}, h'_1 \right) = \mathcal{C}_{\mathcal{R}} \nabla h'_1$ mais comme $\nabla \cdot \mathcal{C}_{\mathcal{R}} = 0$, (4.12) peut s'écrire :

$$\partial_t h'_1 + \nabla \cdot [(\tilde{\mathbf{U}} + \mathcal{C}_{\mathcal{R}}) h'_1] = J \left(\frac{\bar{h}_1}{h}, \psi'^+ \right), \quad (4.13)$$

L'advection zonale par l'état moyen de la perturbation dans la thermocline s'exprime alors par $\tilde{\mathbf{U}} + \mathcal{C}_{\mathcal{R}}$ où le terme général d'ondes de Rossby $\mathcal{C}_{\mathcal{R}} = -\frac{\beta g' \bar{H}^*}{f^2} \partial_x h'_1 - \frac{g'}{f} \partial_y \bar{H}^*$ englobe la vitesse

MODES FORCÉS

de phase des ondes longues de Rossby majorée par le gradient méridien de la stratification moyenne établie par l'écoulement stationnaire. On se propose donc de déterminer leurs profils méridionaux dans les différentes expériences.

La figure 4.9a illustre la moyenne zonale de la vitesse de phase des ondes de Rossby planétaires dont le profil latitudinal paraît très peu variable pour les différents cas étudiés à savoir les configurations non forcées et forcées, avec et sans topographie. Ceci suggère que les ondes de Rossby classiques ne suffisent pas à elles seules pour expliquer les différentes périodes du mode le moins amorti obtenues dans les différents cas d'étude présentés sur les figures 4.6 et 4.7. Il apparaît donc les ondes de vorticité potentielle qui se propagent sur les contours de stratification et de circulation moyenne jouent un rôle déterminant pour fixer l'échelle de temps caractéristique et la structure de la variabilité. La figure 4.9b montre l'advection totale $\tilde{U} - \frac{q'}{f} \partial_y \overline{H^*}$ dans la thermocline. Cette quantité restitue bien les traits caractéristiques d'une configuration forcée par le vent avec un gyre subtropical légèrement décalé vers le nord par rapport à la ligne de pompage d'Ekman nul et deux zero-crossings qui correspondent à la condition d'arrêt des vitesses de phase par l'écoulement moyen,   $y = \pm 1613$ km. Le pic du jet barotrope zonal étant de 1.3 cm s^{-1}   $y = 166$ km. La dissymétrie de la configuration forcée par les flux de chaleur est nettement plus accusée avec un premier zero-crossing dans le gyre subtropical à $y = -2503$ km et un deuxième dans le gyre subpolaire à $y = 1947$ km. Le jet zonal barocline atteint le même pic à $y = 1947$ km.

Force est de constater que la topographie n'a que très peu d'effet sur l'écoulement barocline voire aucun effet sur l'écoulement de Sverdrup. En effet, exercé à la surface de la couche de surface avec des intensités réalistes, le pompage d'Ekman n'arrive pas à coupler la dynamique de surface à celle du fond, élément fondamental pour l'expression de la topographie. Le flux diapycnal est, quant à lui, à l'origine de l'établissement d'un gradient isopycnal méridien dans la bande de latitudes subpolaire venant alimenter un courant de retour collé à la frontière nord.

Le ratio obtenu de l'advection totale rapportée à la vitesse de phase prédite par la théorie linéaire classique concorde avec les conclusions de Colin de Verdière and Tailleux (2005)) relatives à la forte dépendance latitudinale de l'écoulement moyen qui se renforce dans la bande de latitudes polaires. Ce résultat vient conforter celui de Killworth and Blundell (2007) qui estiment que l'effet de l'écoulement barotrope est faible pour venir combler l'écart avec les observations. En revanche, la prise en compte d'un écoulement barocline climatologique se rapproche le plus des valeurs observées avec un pic de ce ratio de 2 à $y = 3000$ km (fig. 4.9c).

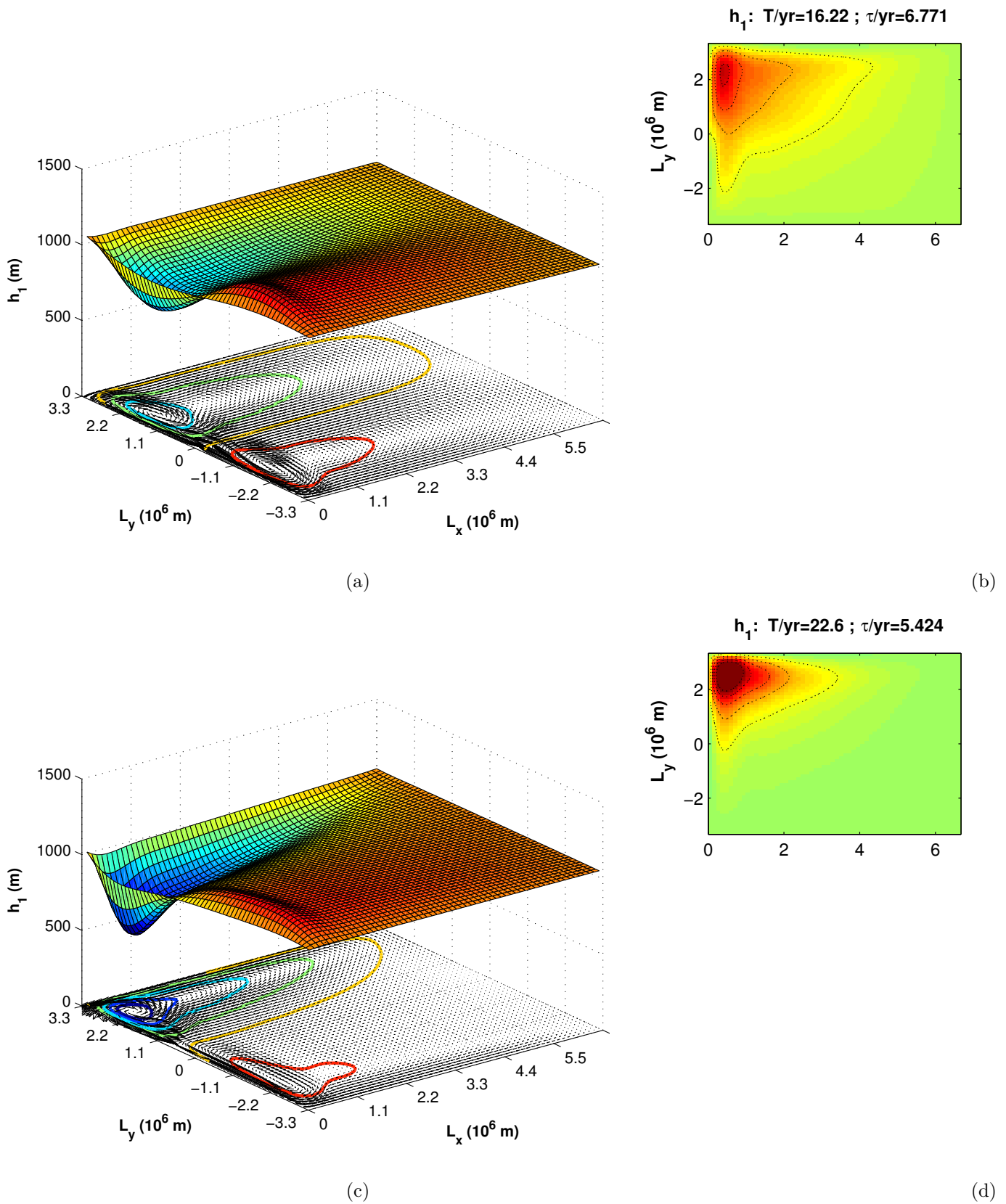


FIGURE 4.6 – (gauche) Champ de vitesse de la circulation climatologique stationnaire forcée par (haut) le vent (bas) les flux de chaleur, superposé à celui de l'épaisseur de la couche de surface pour le cas à fond plat. L'intervalle des contours est de 100 m. (droite) Amplitude du mode le moins amorti exprimée en terme de l'anomalie de la couche de surface.

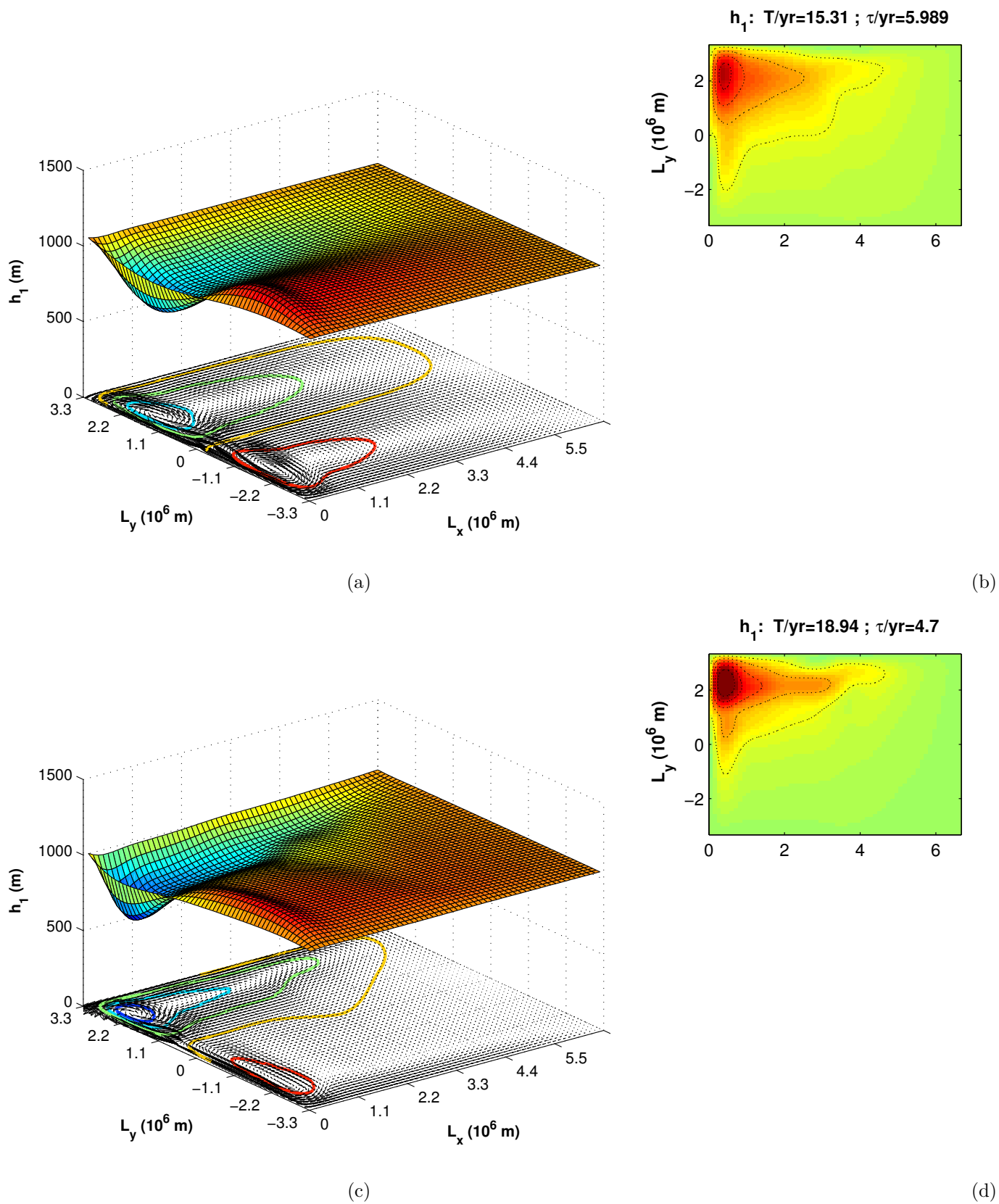


FIGURE 4.7 – Mêmes figures que 4.6 pour le cas avec dorsale médio-océanique.

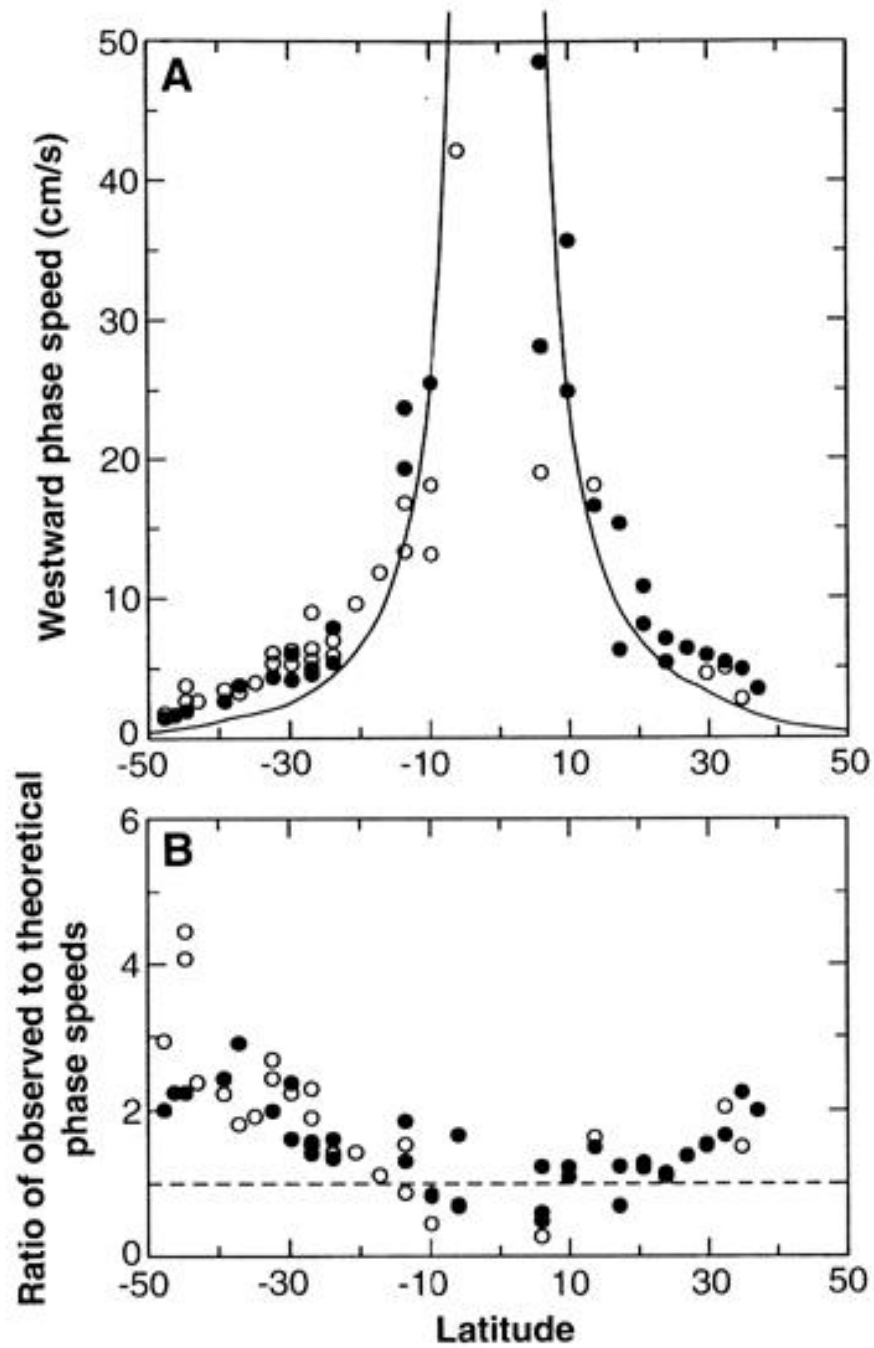
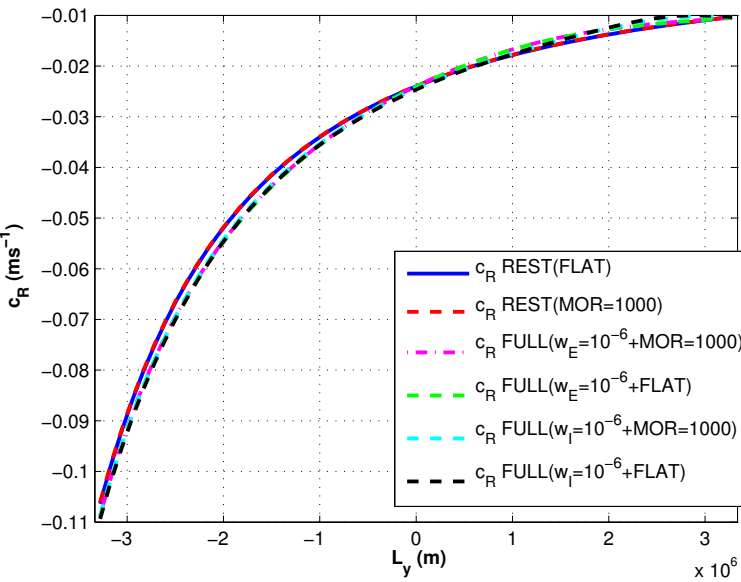
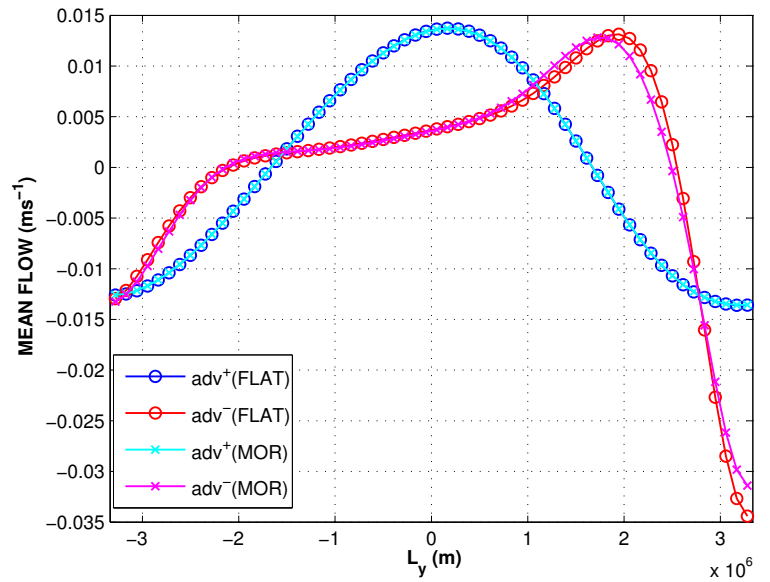


FIGURE 4.8 – (a) Estimations des vitesses de phase des ondes longues de Rossby baroclines observées (c_{Robs}) dans le signal global du niveau de la mer à partir de 3 années de données altimétriques TOPEX/POSEIDON. Les cercles pleins (vides) correspondent aux valeurs dans le Pacifique (l'Atlantique et l'Indien), la ligne continue indique la variation latitudinale de leur valeurs prédites par la théorie linéaire standard c_{RLST} . (b) Ratio c_{Robs}/c_{RLST} . Source : (Chelton and Schlax, 1996)

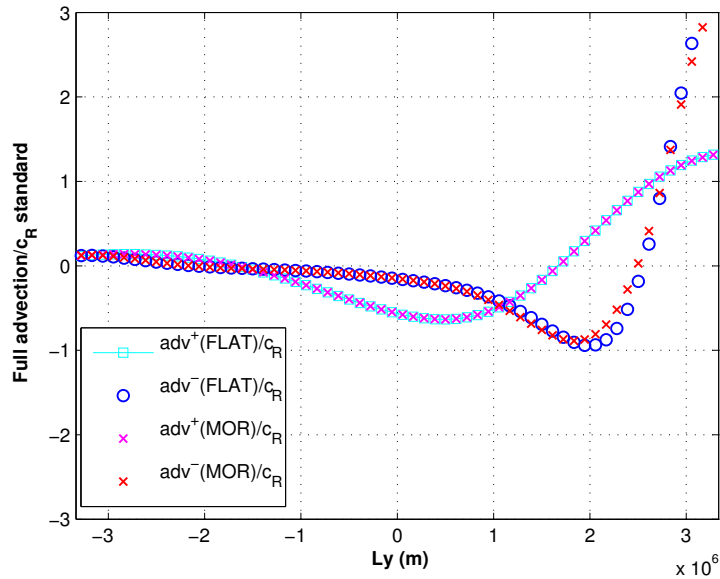
MODES FORCÉS



(a) c_R



(b) advection



(c) Ratios $adv/c_{R\text{std}}$

FIGURE 4.9 – Ratios des advections zonales rapportées à la vitesse de phase prédites par la théorie classique. L'advection en présence d'un état moyen barotrope à fond plat (avec une dorsale) est en cyan (magenta) alors que l'advection en présence d'un état moyen barocline à fond plat (avec une dorsale) est en bleu (rouge). Le ratio de l'advection barocline avec une topographie apparaît la meilleure combinaison pour reproduire l'écart entre les observations et la prédiction classique, illustré dans la figure 4.8.

4.3.3 Typologie des modes baroclines basse fréquence en présence d'un forçage supercritique

Le spectre des modes de bassin baroclines est étudié en présence d'un forçage d'amplitude croissante par un vent stationnaire. Le résultat fondamental consiste en la transition progressive qu'admet le spectre des valeurs propres en fonction de l'intensité du forçage. Pour des valeurs de forçage modérées à fortes, on voit apparaître une nouvelle branche de modes de plus basse fréquence, faiblement amortis (figure 4.10). Ces expériences ont été limitées à des intensités ne dépassant pas $\tau = O(0.24) \text{ N m}^{-2}$ en raison de l'affleurement de la couche du fond qui n'est pas géré par notre modèle.

Pour examiner le comportement des modes dans un régime supercritique (à larges contours géostrophiques fermés) et afin d'éviter la disparition de la couche de surface et l'affleurement de la couche du fond dans le gyre subpolaire sous l'effet d'un upwelling de 156 m an^{-1} (5 fois supérieur à la moyenne climatologique), on rajoute de la diffusion de l'épaisseur des couches. Cette expérience non pertinente dans le contexte océanographique vient étendre les résultats obtenus avec un modèle quasigéostrophique à fond plat par Spydell and Cessi (2003) et Ben Jelloul and Huck (2005), au cas shallow water, grande échelle en présence de topographie de type dorsale médio-océanique. A cette intensité du forçage, la déformation des modes est tellement brutale qu'il est difficile de distinguer la branche des modes classiques (figure 4.11), celle associée à la nouvelle famille de modes est par contre bien marquée. Ceci peut s'expliquer par l'extension spatiale du contour géostrophique fermé qui occupe près de la moitié du bassin et qui entrave la propagation vers l'ouest des modes planétaires.

La structure spatiale des modes de Rossby classiques à fond plat, sévèrement déformée par l'écoulement moyen barotrope en raison de l'imposant îlot du contour géostrophique fermé qui occupe le centre du bassin, se trouve confinée dans la partie sud du gyre subtropical et accélérée par le courant de retour vers l'ouest : cela a pour impact de raccourcir sa période d'oscillation à 3.5 ans. Le signal du mode en présence de topographie subit en plus l'effet du "scattering" topographique qui le fractionne en de plus petites structures et accélère davantage sa propagation vers l'ouest : sa période d'oscillation passe alors à 2.21 ans.

Les structures spatiales des nouveaux modes de recirculation piégés à l'intérieur du contour géostrophique fermé sont présentées dans la figure 4.13. Ces structures n'émergent qu'à fortes intensités du forçage. Le signal de ces modes déborde pourtant largement de la surface du

MODES FORCÉS

contour en raison de la forte valeur de diffusion appliquée dans la simulation pour éviter la disparition de la couche de surface. Ainsi pour avoir un signal du mode strictement restreint à la zone du contour, une résolution horizontale plus fine est nécessaire afin de réduire la valeur imposée du coefficient de diffusion. La figure 4.14 montre l'évolution temporelle de ces modes sur une période d'oscillation pour le cas d'un grand nombre d'onde azimutal. Ces modes de plus petite échelle présentent une période d'oscillation établie sur le temps de recirculation le long du contour et leur influence dans l'intérieur du bassin est très limitée. En contrepartie, les modes de Rossby de bassin déformés par l'écoulement moyen ont très peu d'influence sur l'intérieur du contour.

A côté de ces modes de recirculation oscillants existent des modes de recirculation stationnaires qui réalisent un équilibre parfait entre l'advection vers l'est par l'écoulement de Sverdrup, la propagation vers l'ouest des ondes de Rossby et la diffusion. La figure 4.15 illustre le signal spatial de ces modes.

Ainsi, l'augmentation progressive de l'advection barotrope contraint le spectre des modes à subir continuellement des modifications. Avec le changement de la topologie des contours géostrophiques, les modes de Rossby qui se propagent vers l'ouest en adoptant une signature caractéristique intensifiée au coin nord-ouest se transforment en modes de recirculation oscillants, piégés à l'intérieur des contours géostrophiques et advectés vers l'est. En revanche, leur propagation le long du contour ne nécessite pas une réinitialisation des ondes baroclines à travers le processus d'ajustement géostrophique à partir du bord est. En plus de ces modes, une nouvelle classe de modes de recirculation stationnaires émerge ce qui suggère que l'évolution continue du spectre des modes s'opère à ses bords, soit à fréquence nulle.

Conclusion :

Dans un modèle à deux couches, la vitesse de phase des ondes longues de Rossby classique seule ne suffit pas à expliquer la vitesse de propagation des anomalies dans les observations (Chelton and Schlax, 1996). Comparé au rôle advectif de l'écoulement moyen barotrope, l'effet de l'écoulement moyen barocline permet de corriger cet écart aux très hautes latitudes autour de 65-70°N, ce qui ne colle pas forcément bien avec les observations qui montrent l'absence de tout signal cohérent de grande échelle au delà de 50°N. Dewar (1998) parmi d'autres, a souligné l'importance de la composante de cisaillement vertical de l'écoulement moyen sur la vitesse de phase des ondes longues baroclines. Cet aspect de la dynamique peut être inclu

en considérant l'effet d'un deuxième mode barocline dans le cadre d'une formulation à trois couches verticales. Avec une telle configuration, on s'attend à ce que l'instabilité barocline qui se développe à travers un transfert de l'énergie potentielle à partir de l'écoulement moyen puisse exciter les modes amortis (Colin de Verdière and Huck, 1999). Reste à savoir si le processus va leur permettre de croître à l'instar des modes instables de variabilité multidécennale de Buckley et al. (2012) ou bien de les déstabiliser en des structures de plus petites échelles abondantes dans les observations dans la bande de latitudes subpolaires reste une question ouverte.

MODES FORCÉS

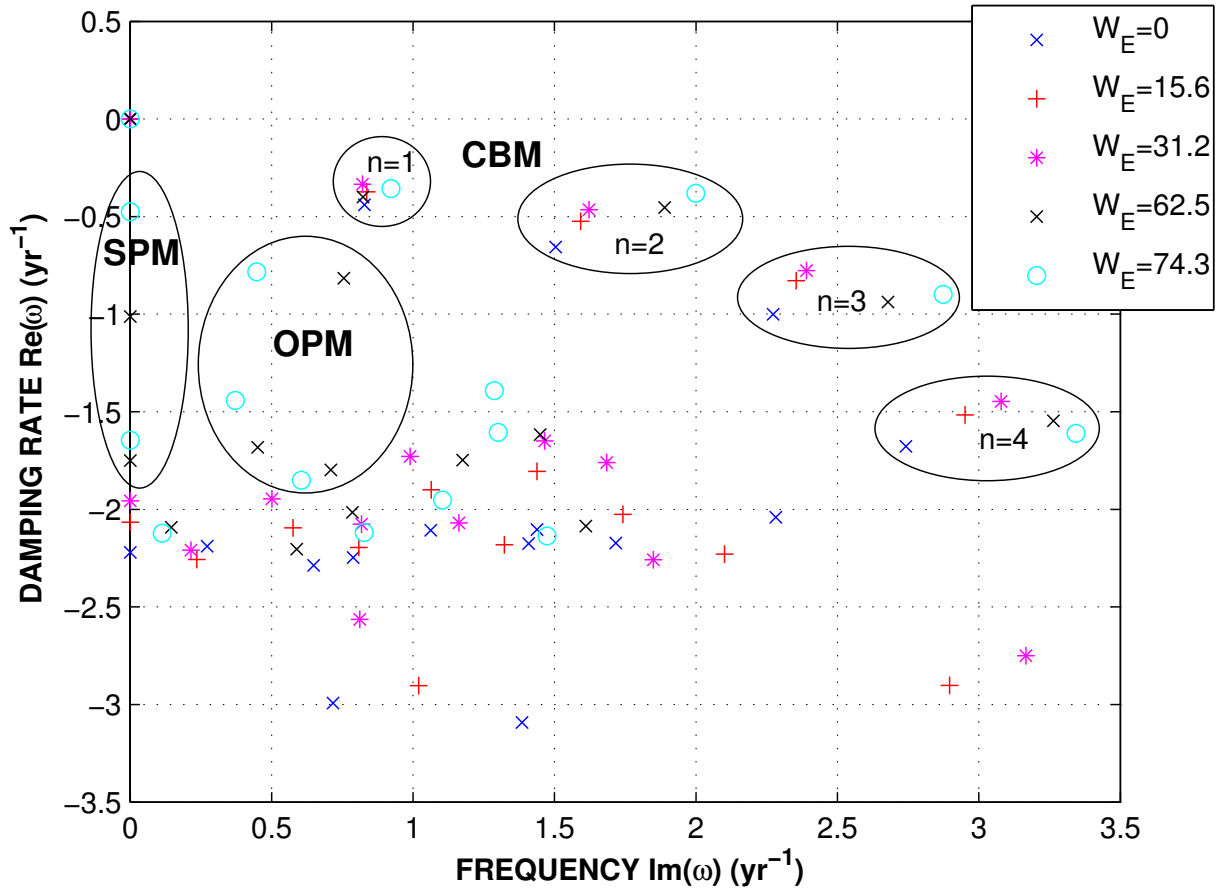


FIGURE 4.10 – Spectre des valeurs propres sous des intensités croissantes de forçage par le vent w_E ($m\ an^{-1}$). On distingue bien la branche des modes baroclines planétaires de grande échelle (CBM) pour de faibles valeurs de pompage d’Ekman. Pour de fortes intensités, une nouvelle famille de modes (OPM et SPM) piégés à l’intérieur des contours géostrophiques fermés, émerge avec un taux d’amortissement et une fréquence nettement plus faibles que celles des modes de bassin classiques.

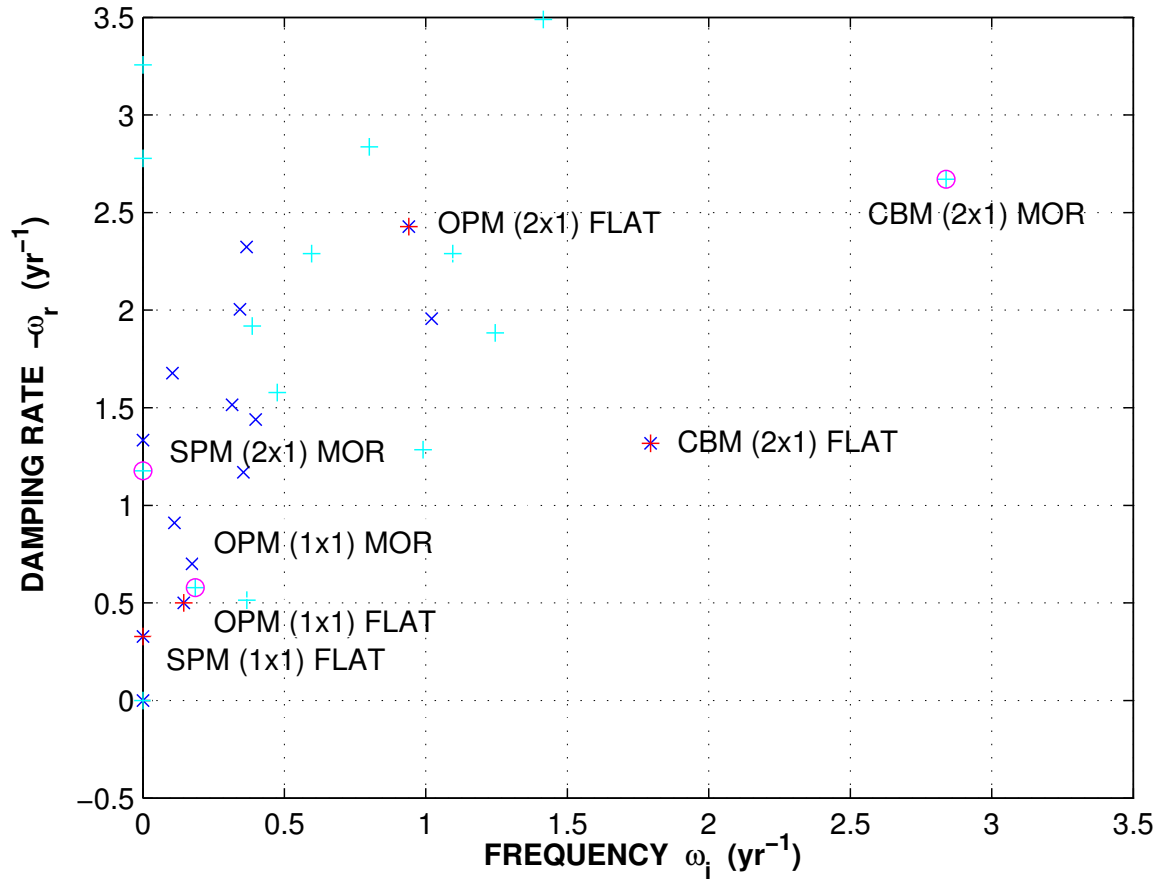
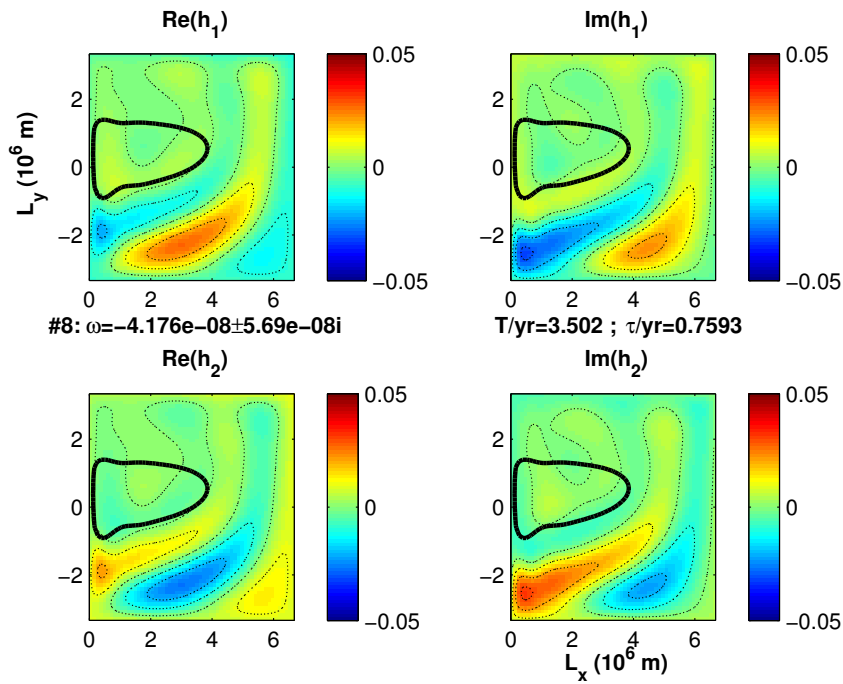
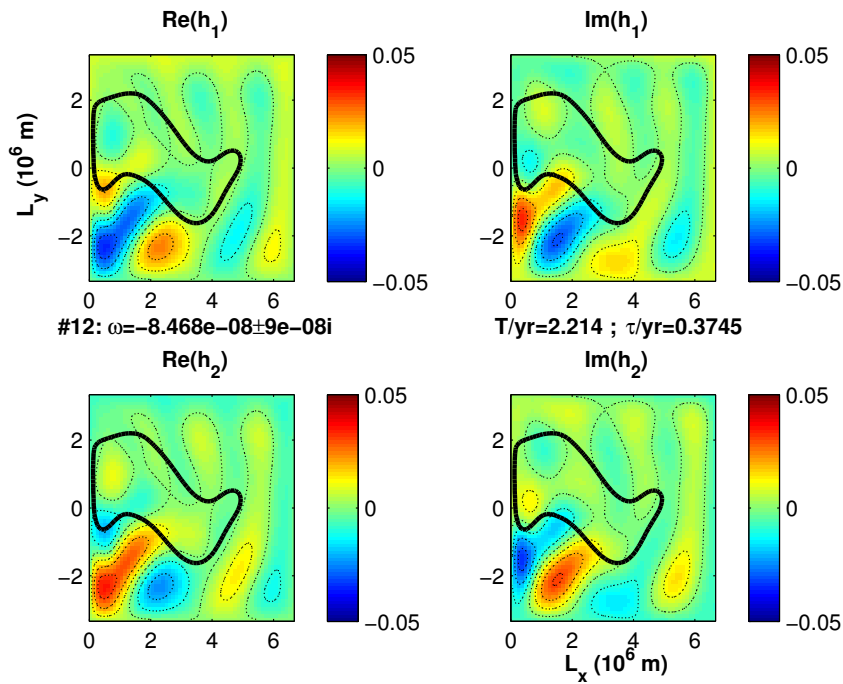


FIGURE 4.11 – Spectre des valeurs propres sous un forçage par le vent ($w_E=156 \text{ m an}^{-1}$) : (bleu) à fond plat, (cyan) en présence d'une dorsale médio-océanique de 1000 m d'amplitude.

MODES FORCÉS

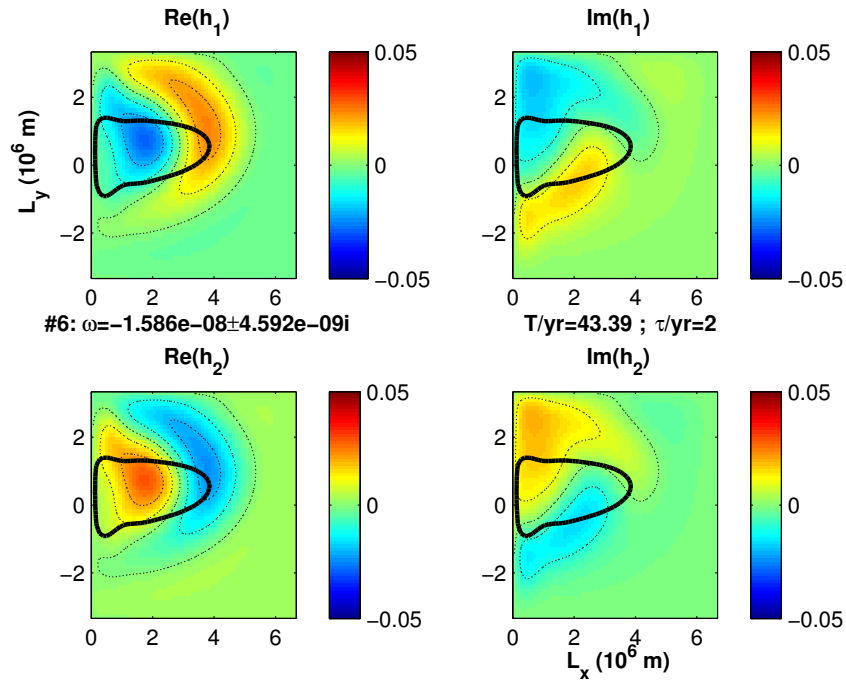


(a) FLAT

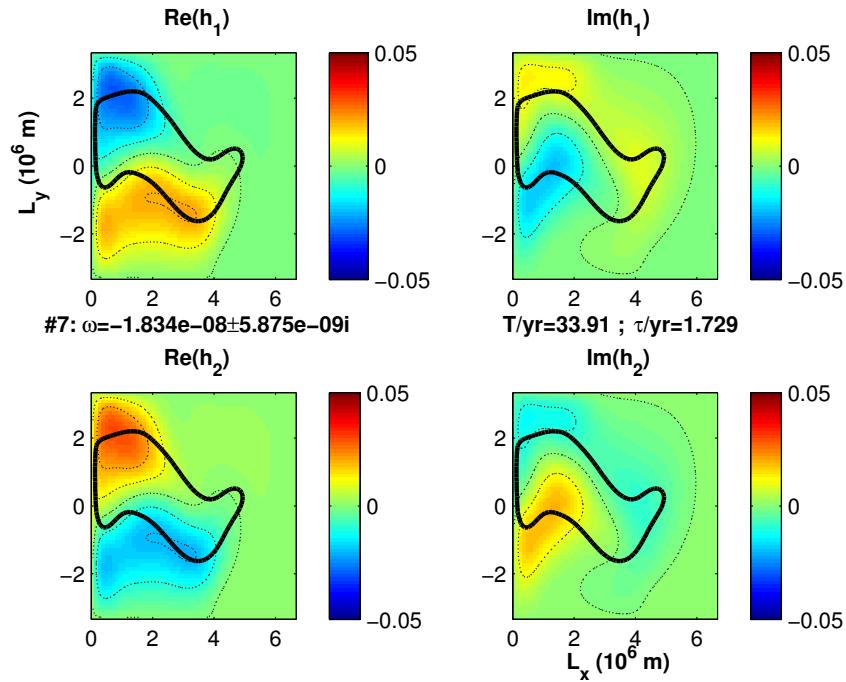


(b) MOR=1000 m

FIGURE 4.12 – Structure spatiale du mode planétaire classique (CBM 2×1) exprimée en terme de sa partie réelle (gauche) et imaginaire (droite) dans la couche de surface (haut) et la couche de fond (bas) déformé par un écoulement barotrope de Sverdrup ($w_E = 156 \text{ m an}^{-1}$). La ligne noire des contours géostrophiques fermés indique la région du bassin où la propagation des ondes de Rossby baroclines est arrêtée par l'écoulement zonal de Sverdrup.



(a) FLAT



(b) MOR=1000 m

FIGURE 4.13 – Structure spatiale du mode de recirculation oscillant (OPM 1×1), piégé dans le contour géostrophique fermé exprimée en terme de sa partie réelle (gauche) et imaginaire (droite) dans la couche de surface (haut) et la couche de fond (bas). La ligne noire des contours géostrophiques fermés indique la région du bassin où la propagation des ondes de Rossby baroclines est arrêtée par l'écoulement zonal de Sverdrup.

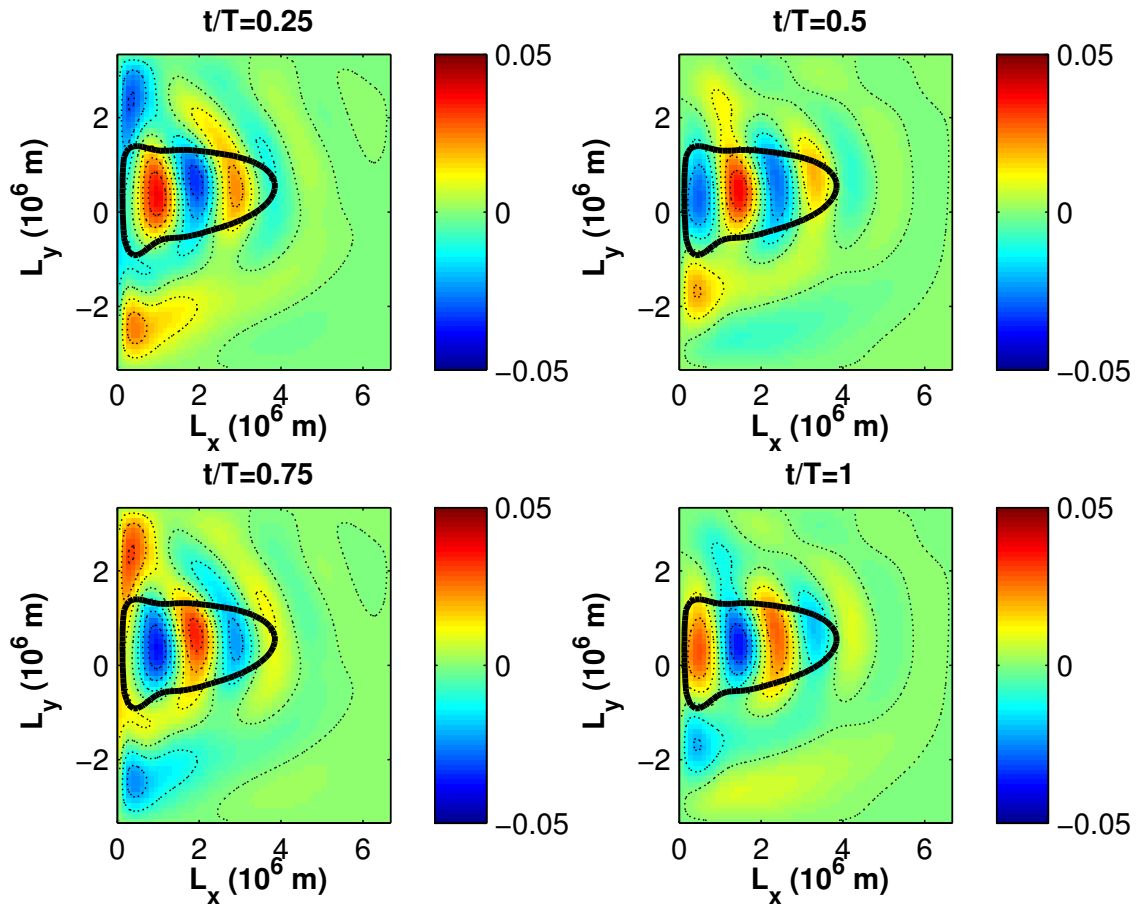


FIGURE 4.14 – Évolution temporelle du mode de recirculation ($OPM 2 \times 1$) sur sa période de propagation pour le cas d'un nombre d'onde azimutal=2. Le mode est forcé par un écoulement barotrope de Sverdrup ($w_E = 156 \text{ m an}^{-1}$).

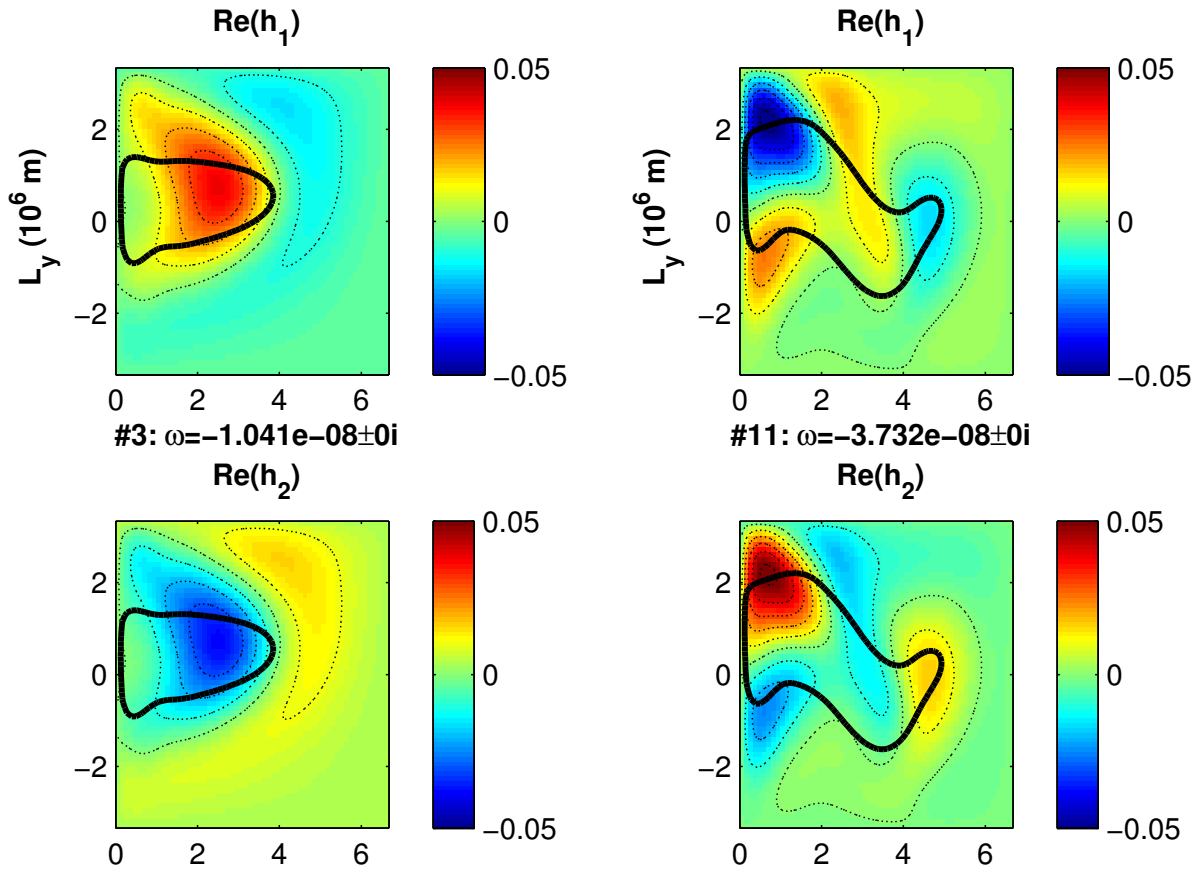


FIGURE 4.15 – Structure spatiale du mode de recirculation stationnaire (SPM), piégé dans le contour géostrophique fermé exprimée en terme de sa partie réelle uniquement (sa partie imaginaire étant nulle) dans la couche de surface (haut) et la couche de fond (bas). (gauche) Mode (1×1) pour le cas à fond plat. (droite) Mode (2×1) pour le cas topographique avec une dorsale zonale de 1000 m d’amplitude.

Conclusion

Les modes de bassin stables étudiés dans cette thèse sont soupçonnés d'être à l'origine des modes de bassin instables obtenus dans le cadre planétaire géostrophique ou avec les équations primitives en présence d'une circulation moyenne thermohaline (Huck and Vallis, 2001). Dans la littérature, plusieurs études suggèrent un amortissement de ces modes PG par la topographie (Winton, 1997; Greatbatch et al., 1997). Ici, on a étudié l'effet de la topographie sur les modes amortis, d'abord sans, puis avec une circulation moyenne. Les modes de bassin basse-fréquence apparaissent à travers une étude de stabilité autour d'un état au repos dans un bassin fermé extra-tropical sur un plan β . Les effets de la méso-échelle sont paramétrisés sous forme de friction turbulente latérale qui permet d'identifier le mode le moins amorti comme le mode principal de variabilité. A basse fréquence, pour des échelles larges par rapport au rayon interne de déformation, l'échelle temporelle de l'amortissement du mode est indépendante de la dissipation alors que son énergie principalement potentielle ($\sim 75\%$ dans le cas des pentes continentales et $\sim 90\%$ pour le cas de la dorsale) est dissipée par le travail du terme de viscosité horizontale turbulente. Le temps d'amortissement apparaît peu sensible à l'amplitude de la topographie alors que sa période de propagation se trouve raccourcie, révélant une accélération de la vitesse de propagation du mode de variabilité. La quantification précise de l'amortissement est ensuite obtenue grâce aux budgets de vorticité et d'énergie, établis pour les composantes barotropes et baroclines de l'écoulement. La topographie se révèle un puit (source) d'énergie barocline (barotrope) qui, pour des topographies de faibles amplitudes, construit une circulation barotrope suite à l'interaction entre l'écoulement barocline à fond plat et l'élévation du fond. Cette interaction est d'autant plus forte que les contours de vorticité potentielle sont fermés (jusqu'à 35% pour les pentes continentales contre $\sim 10\%$ pour la dorsale). La conversion d'énergie barocline/barotrope demeure donc faible par rapport à la dissipation introduite par les processus frictionnels.

Il semble donc que la topographie n'a pas de rôle amortisseur significatif par rapport à la friction turbulente. Les résultats de Winton (1997) doivent donc être interprétés autrement, peut-être par le rôle de la topographie sur la circulation moyenne, qui deviendrait moins instable. Toutefois, avant de passer à l'étude de son influence, on a cherché à tester la robustesse du mode le moins amorti face à diverses paramétrisations des processus sous-maille. Ainsi, une série d'expériences a été menée où la forme de la dissipation ainsi que son intensité sont variées. Il en ressort que la diffusion n'altère que très peu l'amplitude et la période du mode. L'effet de la résolution du rayon interne de déformation a également été abordé dans le cadre de deux séries d'expériences, la première conduite avec un petit nombre de Burger ($Bu \approx 10^{-5}$) correspondant à une stratification réaliste et la deuxième avec un grand nombre de Burger ($Bu \approx 10^{-3}$) obtenu à forte stratification ce qui permet de couvrir le rayon interne de déformation sans affiner la maille du modèle. Certes, ce régime de paramètres est loin de représenter le contexte océanographique, néanmoins il présente l'avantage de contourner le problème de manipuler des matrices de dimensions $250^2 \times 6$ éléments nécessaires à l'exploration de la dynamique à l'échelle synoptique. Les résultats suggèrent la capacité du modèle à s'affranchir de la dissipation frictionnelle sans perte du signal physique par le bruit numérique quand le rayon de déformation est résolu. En effet, à faible viscosité voire en l'absence totale de friction, les modes basse fréquence gardent la même structure spatiale qui s'apparente à celles des modes quasigéostrophiques de Cessi and Primeau (2001). Il n'est donc pas exclu que la signature shallow water du mode survive à la diminution de la viscosité si on avait gardé la taille réelle du rayon de déformation et augmenté le nombre de points sur l'horizontale pour mieux résoudre cette échelle spatiale.

Dans un deuxième temps, on a étudié l'effet de la circulation moyenne sur les propriétés des modes intrinsèques de variabilité décennale. Parallèlement, des simulations numériques basées sur des intégrations temporelles du modèle non linéaire et appuyées par des développements analytiques ont été menées afin d'identifier les termes advectifs des perturbations grande échelle, qui vont servir à rationaliser la période d'oscillation du mode majeur de variabilité. Pour un état stationnaire forcé par le vent, les caractéristiques se révèlent être les contours de vorticité potentielle ambiantes de la couche du fond, ce qui n'est pas le cas d'une circulation moyenne barocline établie par les flux de chaleur. L'advection vers l'ouest est alors assurée par la vitesse de phase des ondes longues de Rossby baroclines rectifiée par l'écoulement moyen barotrope et la topographie.

En présence d'un état transitoire, les caractéristiques se déforment par la baroclinicité introduite à travers le couplage topographique, qui affecte la capacité de la dynamique planétaire géostrophique à communiquer l'information dans l'intérieur. Pour en apprendre davantage sur ce processus, on affecte une forme analytique cohérente à la perturbation barocline, type tourbillon gaussien et on observe son évolution temporelle dans le modèle non linéaire à travers le bassin. Les résultats montrent que le tourbillon interagit fortement avec la topographie pour générer un déphasage dans sa vitesse de propagation vers l'ouest. La propagation est ainsi retardée (accélérée) dans le cas d'une anomalie négative (positive), comparée au résultat classique à fond plat. Le tourbillon anticyclonique apparaît plus réactif au contrôle topographique exercé par le terme JEBAR, cédant jusqu'à 80% de son énergie cinétique turbulente pour construire un écoulement barotrope vers l'est, contre seulement 60% pour le tourbillon cyclonique. De plus, le tourbillon développe une dissymétrie lors de sa propagation vers l'ouest qui consiste en un déplacement méridional propre dépendant du signe de la perturbation, et ce malgré l'absence du terme d'advection non linéaire dans les équations gouvernant sa dynamique où l'anomalie négative se déplace vers le nord et inversement. Ce déplacement, négligeable à fond plat, apparaît dès que le tourbillon ressent la pente du fond et pointe l'effet conjoint de la stratification et de la topographie dans la propulsion propre de la perturbation.

Munis de ces résultats, nous abordons la dernière partie consacrée à l'étude de la variabilité en présence d'une circulation stationnaire. L'obtention des vecteurs propres du modèle linéarisé pour chaque intensité et type de forçage a permis de mieux apprécier le rôle de la circulation moyenne sur les modes de variabilité décennale. Le mode majeur de variabilité barocline, fortement amorti par la topographie et la dissipation dans la configuration non forcée paraît renforcé par l'écoulement stationnaire qui diminue son taux d'amortissement. En revanche, de part le confinement du signal de variabilité dans la partie nord du gyre subpolaire, la période du mode, fortement tributaire de la position latitudinale du jet moyen zonal, elle-même fonction de l'ajustement des gyres aux changements du vent et des flux de chaleur, réagit différemment selon le type de forçage. Pour un écoulement moyen de Sverdrup, le jet barotrope qui s'écoule à la frontière entre les deux gyres est identique en présence ou non de topographie du fond pour des intensités climatologiques du forçage. Ces dernières ne sont pas assez fortes pour fermer les contours géostrophiques, condition sine qua non à la mise en mouvement de la couche du fond, ce qui permet de transmettre l'effet de la topographie à toute la colonne d'eau. Le jet occupe une position quasi-médiane dans le bassin, avec un faible courant de retour vers l'ouest dans le

gyre subpolaire. Le faible écoulement moyen obtenu au point de maximum d'amplitude de la variabilité est vers l'ouest ce qui renforce la vitesse de phase des ondes de Rossby et induit un raccourcissement de la période d'oscillation du mode majeur de variabilité (≈ 16 ans). Pour un écoulement moyen barocline, la dissymétrie entre les deux gyres s'accroît avec la migration bien marquée du courant frontalier entre les gyres au nord de la ligne de pompage d'Ekman nul, due au rétrécissement du gyre subpolaire. Cet écoulement zonal estimé à l'endroit où l'amplitude de la perturbation est maximale affiche une valeur positive. Il vient alors affaiblir la vitesse de phase des ondes de Rossby baroclines ce qui se traduit par un rallongement de la période d'oscillation (≈ 22 ans).

Ainsi, les modes de bassin baroclines basse fréquence sont des structures cohérentes robustes à la dissipation et à la topographie et renforcées par la circulation moyenne grande échelle, ce qui fait d'eux un mécanisme plausible à l'origine de la variabilité multidécennale de la circulation thermohaline. Toutefois, plusieurs questions restent ouvertes quant à leur incapacité à croître en présence de forte intensité du forçage stationnaire. Ceci pointe du doigt l'inaptitude du modèle utilisé à développer de l'instabilité barocline grande échelle malgré la prise en compte de deux couches actives forcées par le vent et les flux de chaleur. Il est possible que la raison serait en rapport avec l'absence d'une troisième couche qui permettrait l'interaction entre deux modes baroclines. Dans tous les cas, cette étape est nécessaire pour relier les modes de bassin obtenus en dynamique simplifiée à ceux instables, obtenus en dynamique planétaire-géostrophique (Huck and Vallis, 2001) afin d'établir une relation continue depuis les modes de bassins idéalisés (Cessi and Louazel, 2001) jusqu'aux modes instables obtenus pour la circulation thermohaline (e.g. (Buckley et al., 2012)).

De multiples perspectives semblent par ailleurs importantes à envisager dans la poursuite de notre travail. Dans l'optique de l'excitation des modes amortis, l'introduction d'un forçage stochastique pourrait être évaluée, tout comme la prise en compte des termes non linéaires dans l'équation de quantité de mouvement, quoique les modes instables de Huck and Vallis (2001) ont été obtenus dans un modèle planétaire-géostrophique à stratification continue. Ces derniers s'avèrent néanmoins, importants pour l'étude de l'effet de la méso-échelle sur les modes de variabilité en s'affranchissant de la paramétrisation de la friction turbulente. Pour cela, il faudrait aussi augmenter la résolution horizontale : Penduff et al. (2010) suggèrent un pas de grille de 20-30 km de côté pour simuler explicitement les tourbillons océaniques méso-échelle.

Pour gagner en réalisme, outre l'étude d'une configuration plus réaliste avec trait de côte

représentant plus précisément l'Atlantique, il conviendrait de résoudre la contrainte de l'affleurement de la couche du fond qui survient au delà d'une certaine intensité du forçage (Sirven et al., 2013). Une solution possible serait un rajout d'un critère d'équilibration de la masse dans l'équation de continuité qui ferait passer l'excédent de masse vers la couche inférieure une fois une profondeur critique préalablement fixée est atteinte. Ceci permettrait l'exploration d'une gamme de forçage plus large sans modifier le reste des paramètres de la configuration. L'identification des mécanismes étudiés dans cette thèse dans des simulations réalistes voire dans les observations peut également apporter davantage de compréhension de la dynamique océanique grande échelle.

Bibliographie

- Arakawa, A. and V. R. Lamb, 1977 : computational design of the basic dynamical processes of the ucla general circulation model. *Methods comput. phys.*, **17**, 173–265.
- Arzel, O., T. Huck, and A. Colin de Verdière, 2006 : The different nature of the interdecadal variability of the thermohaline circulation under mixed and flux boundary conditions. *J. Phys. Oceanogr.*, **36**, 1703–1718.
- Barnier, B., 1988 : A numerical study on the influence of the mid-atlantic ridge on nonlinear first-mode baroclinic rossby waves generated by seasonal winds. *J. Phys. Oceanogr.*, **18**, 417–433.
- Ben Jelloul, M. and T. Huck, 2005 : Low-frequency basin modes in a two-layer quasigeostrophic model in the presence of a mean gyre flow. *J. Phys. Oceanogr.*, **35**, 2167–2186.
- Boccaletti, G., R. Ferrari, A. Adcroft, F. D., and J. Marshall, 2005 : The vertical structure of ocean heat transport. *Geophys. Res. Lett.*, **32**, DOI : 10.1029/2005GL022474.
- Broecker, W. S., 1982 : Direct estimates and mechanisms of ocean heat transport. *Deep-Sea Res.*, **29(3A)**, 339–359.
- Broecker, W. S., 1991 : The great ocean conveyor. *Oceanography*, **4**, 79–89.
- Bryan, F., 1987 : Parameter sensitivity of primitive equation ocean general circulation models. *J. Phys. Oceanogr.*, **17**, 970–985.
- Buckley, M. W., D. Ferreira, J. Campin, J. Marshall, and R. Tulloch, 2012 : On the relationship between decadal buoyancy anomalies and variability of the atlantic meridional overturning circulation. *J. Climate*, **25**, 8009–8030.

- Cabanes, C., T. Lee, and L. Fu, 2008 : Mechanisms of interannual variations of the meridional overturning circulation of the north atlantic ocean. *J. Phys. Oceanogr.*, **38(2)**, 467–480.
- Cessi, P. and S. Louazel, 2001 : Decadal oceanic response to stochastic wind forcing. *J. Phys. Oceanogr.*, **31**, 3020–3029.
- Cessi, P. and F. Primeau, 2001 : Dissipative selection of low frequency modes in a reduced-gravity basin. *J. Phys. Oceanogr.*, **31**, 127–137.
- Chelton, D. B. and M. G. Schlax, 1996 : Global observations of oceanic rossby waves. *Science*, **272**, 234–238.
- Chelton, D. B., M. G. Schlax, R. M. Samelson, and R. A. de Szoeke, 2007 : Global observations of large oceanic eddies. *Geophys. Res. Lett.*, **34**, L15 606, doi :10.1029/2007GL030 812.
- Church, J., H. Freeland, and R. Smith, 1986 : Coastal trapped waves in the australian coastal experiment. part 1 : Propagation mode. *J. Phys. Oceanogr.*, **16**, 1230–1249.
- Colin de Verdière, A., 1988 : Buoyancy driven planetary flows. *J. Mar. Res.*, **46**, 215–265.
- Colin de Verdière, A., 2009 : Keeping the freedom to build idealized climate models. *Eos Trans.*, **90(26)**, 224.
- Colin de Verdière, A. and T. Huck, 1999 : Baroclinic instability : an ocean wavemaker for interdecadal variability. *J. Phys. Oceanogr.*, **29**, 893–910.
- Colin de Verdière, A. and R. Tailleux, 2005 : The interaction of a baroclinic mean flow with long rossby waves. *J. Phys. Oceanogr.*, **35**, 865–879.
- Cunningham, S., 2010 : The present and future system for measuring the atlantic meridional overturning circulation and heat transport. URL [http://www.aoml.noaa.gov/phod/cunningham-the presentand Future.pdf](http://www.aoml.noaa.gov/phod/cunningham-the-presentand-Future.pdf).
- Delworth, T. and R. J. Greatbatch, 2000 : Multidecadal thermohaline circulation variability driven by atmospheric surface flux forcing. *J. Climate*, **13**, 1481–1495.
- Delworth, T., S. Manabe, and R. J. Stouffer, 1997 : Multidecadal climate variability in the greenland sea and surrounding regions : a coupled model simulation. *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 257–260.

- Delworth, T. L., S. Manabe, and R. J. Stouffer, 1993 : Interdecadal variations of the thermohaline circulation in a coupled ocean-atmosphere model. *J. Climate*, **6**, 1993–2011.
- Delworth, T. L. and M. E. Mann, 2000 : Observed and simulated multidecadal variability in the northern hemisphere. *Clim. Dyn.*, **16**, 661 – 676.
- Dewar, W. K., 1998 : On “too fast” baroclinic planetary waves in the general circulation. *J. Phys. Oceanogr.*, **29**, 500–511.
- Dong, B. W. and R. T. Sutton, 2003 : Variability of atlantic ocean heat transport and its effects on the atmosphere. *Annales Geophysicae*, **46**, 87–97.
- Edwards, N. R., A. J. Willmott, and P. D. Killworth, 1998 : On the role of topography and wind stress on the stability of the thermohaline circulation. *J. Phys. Oceanogr.*, **28**, 756–778.
- Ferrari, R. and D. Ferreira, 2011 : What processes drive the ocean heat transport? *Ocean Model.*, **38**, 171–186.
- Frankignoul, C., C. Müller, and Z. E., 1997 : A simple model of the decadal response of the ocean to stochastic wind forcing. *J. Phys. Oceanogr.*, **27**, 1533–1546.
- Ganachaud, A. and C. Wunsch, 2003 : Large-scale ocean heat and freshwater transports during the world ocean circulation experiment. *J. Climate*, **16**, 696–705.
- Gill, A. E., 1982 : Atmosphere-ocean dynamics. *International geophysics series*, Academic press.
- Gnanadesikan, A., 1999 : A simple predictive model for the structure of the oceanic pycnocline. *Science*, **283**, 2077–2079.
- Greatbatch, R. J. and K. A. Peterson, 1996 : Interdecadal variability and oceanic thermohaline adjustment. *J. Geophys. Res.*, **101(C9)**, 20 467–20 482, doi :10.1029/96JC01 531.
- Greatbatch, R. J., K. A. Peterson, and H. Roth, 1997 : Interdecadal variability in a coarse resolution model with north atlantic bottom topography. *Technical Report, Department of Oceanography, Dalhousie University, Halifax, Nova Scotia, Canada.*
- Greatbatch, R. J. and S. Zhang, 1995 : An interdecadal oscillation in an idealised ocean basin forced by constant heat flux. *J. Climate*, **8**, 81–91.

- Griffies, S. and E. Tziperman, 1995 : A linear thermohaline oscillator driven by stochastic atmospheric forcing. *J. Climate*, **8**, 2440–2453.
- Hallberg, R., 1997 : Localized coupling between surface and bottom-intensified flow over topography. *J. Phys. Oceanogr.*, **27**, 977–998.
- Hallberg, R., 2001 : Reply. *J. Phys. Oceanogr.*, **31**, 1926–1930.
- Held, I. M., 2005 : The gap between simulation and understanding in climate modeling. *Bull. Am. Meteor. Soc.*, **86**, 1609–1614.
- Hirschi, J., P. D. Killworth, and J. R. Blundell, 2007 : Subannual, seasonal and interannual variability of the north atlantic meridional overturning circulation. *J. Phys. Oceanogr.*, **37**, 1246–1265.
- Hirschi, J. and J. Marotzke, 2007 : Reconstructing the meridional overturning circulation from boundary densities and the zonal wind stress. *J. Phys. Oceanogr.*, **37**, 743–763.
- Holland, W. R., 1978 : The role of mesoscale eddies in the general circulation of the ocean—numerical experiments using a wind-driven quasigeostrophic model. *J. Phys. Oceanogr.*, **8**, 363–392.
- Huck, T., A. Colin de Verdiere, and A. J. Weaver, 1999a : Interdecadal variability of the thermohaline circulation in box-ocean models forced by fixed surface fluxes. *J. Phys. Oceanogr.*, **29**, 865–892.
- Huck, T. and G. K. Vallis, 2001 : Linear stability analysis of the three-dimensional thermally-driven ocean circulation : application to interdecadal oscillations. *Tellus*, **53A**, 526–545.
- Huck, T., G. K. Vallis, and A. Colin de Verdière, 2001 : On the robustness of the interdecadal modes of the thermohaline circulation. *J. Climate*, **14**, 940–963.
- Huck, T., A. J. Weaver, and A. Colin de Verdiere, 1999b : On the influence of the parameterization of lateral boundary layers on the thermohaline circulation in coarse-resolution ocean models. *J. Mar. Res.*, **57**, 387–426.
- Huthnance, J., 1978 : On coastal trapped waves : analysis and numerical calculations by inverse iteration. *J. Phys. Oceanogr.*, **8**, 74–92.

- Jin, F., 2001 : Low frequency modes of tropical ocean dynamics. *J. Climate*, **14**, 3874–3881.
- Johns, W. et al., 2011 : Continuous, array-based estimates of atlantic ocean heat transport at 26.5° N. *J. Climate*, **24**, 2429–2449.
- Jungclauss, J. H., H. Haak, M. Latif, and U. Mikolajewicz, 2005 : Arctic–north atlantic interactions and multidecadal variability of the meridional overturning circulation. *J. Climate*, **18**, 4013–4031.
- Karsten, R. H. and J. Marshall, 2002 : Constructing the residual circulation of the acc from observations. *J. Phys. Oceanogr.*, **32**, 3315–3327.
- Killworth, P. and J. Blundell, 2001 : Large-scale propagating disturbances : approximation by vertical normal modes. *J. Phys. Oceanogr.*, **31**, 2852–2870.
- Killworth, P. and J. Blundell, 2007 : Planetary wave response to surface forcing and to instability in the presence of mean flow and topography. *J. Phys. Oceanogr.*, **37**, 1297–1320.
- Killworth, P. and J. R. Blundell, 2003a : Long extratropical planetary wave propagation in the presence of slowly varying mean flow and bottom topography. part i : The local problem. *J. Phys. Oceanogr.*, **33**, 784–801.
- Killworth, P. and J. R. Blundell, 2003b : Long extratropical planetary wave propagation in the presence of slowly varying mean flow and bottom topography. part ii : Ray propagation and comparison with observations. *J. Phys. Oceanogr.*, **33**, 802–821.
- Killworth, P. D. and J. R. Blundell, 1999 : The effect of bottom topography on the speed of long extratropical planetary waves. *J. Phys. Oceanogr.*, **29**, 2689–2710.
- Killworth, P. D., D. B. Chelton, and R. A. de Szoeke, 1997 : The speed of observed and theoretical long extra-tropical planetary waves. *J. Phys. Oceanogr.*, **27**, 1946–1966.
- Knight, J. R., R. J. Allan, C. K. Folland, M. Vellinga, and M. E. Mann, 2005 : A signature of persistent natural thermohaline circulation cycles in observed climate. *Geophys. Res. Lett.*, **32**, L20 708, doi :10.1029/2005GL024 233.
- Kushnir, Y., 1994 : Interdecadal variations in north-atlantic sea-surface temperature and associated atmospheric conditions. *J. Climate*, **7**, 141 –157.

- LaCasce, J. H., 2000 : Baroclinic rossby waves in a square basin. *J. Phys. Oceanogr.*, **30**, 3161–3178.
- LaCasce, J. H. and J. Pedlosky, 2002 : Baroclinic rossby waves in irregular basins. *J. Phys. Oceanogr.*, **32**, 2828–2847.
- Lehoucq, R. B., D. C. Sorensen, and C. Yang, 1996 : Arpack user’s guide. solutions of large scale eigenvalue problems with implicitly restarted arnoldi methods. *SIAM*, 160p, URL <http://caam.rice.edu/software/ARPACK/>.
- Liu, Z., 2003 : Tropical ocean decadal variability and resonance of planetary wave basin modes. part i : Theory. *J. Climate*, **16**, 1539–1550.
- Marshall, J. and R. A. Plumb, 2008 : *Atmosphere, ocean and climate dynamics : an introductory text*, Vol. 93. 319 pp.
- Munk, W., 1966 : Abyssal recipes. *Deep-Sea Res.*, **13**, 707–730.
- Munk, W. H., 1950 : On the wind-driven ocean circulation. *J. Meteorology*, **7**, 79–93.
- Nof, D., 2008 : Simple versus complex climate modeling. *Eos Trans.*, **89(52)**, 544–545.
- Penduff, T., M. Juza, L. Brodeau, G. C. Smith, B. Barnier, J.-M. Molines, A.-M. Treguier, and G. Madec, 2010 : Impact of global ocean model resolution on sea-level variability with emphasis on interannual time scales. *Ocean Science*, **6**, 269–284.
- Qiu, B., 2003 : Kuroshio extension variability and forcing of the pacific decadal oscillations : Responses and potential feed- back. *J. Phys. Oceanogr.*, **33**, 2465–2482.
- Ripa, P., 1983 : General stability conditions for zonal flows in a one-layer model on the β -plane or the sphere. *J. Fluid. Mech.*, **126**, 463–489.
- Roemmich, D. and D. Wunsch, 1985 : two transatlantic sections : meridional circulation and heat flux in the subtropical north atlantic ocean. *Deep-Sea Res.*, **32**, 619–664.
- Sakamoto, T. and T. Yamagata, 1996 : Sesonal transport variations of the wind-driven ocean circulation in a two-layer planetary geostrophic model with a continental slope. *J. Mar. Res.*, **54**, 261–284.

- Sakamoto, T. and T. Yamagata, 1997 : Evolution of a baroclinic planetary eddies over a localized bottom topography in terms of jebar. *Geophys. and Astrophys. Fluid dynamics*, **84**, 1–27.
- Salmon, R., 1992 : a two-layer gulf stream over a continental slope. *J. Mar. Res.*, **50**, 341–365.
- Sarkisyan, A. S. and V. F. Ivanov, 1971 : Joint effect of baroclinicity and bottom relief as an important factor in the dynamics of sea currents. *Izv. Acad. Sci. USSR Atmos. Oceanic Phys. (Engl. Transl.)*, **7**, 173–178.
- Sime, L. C., D. Stevens, K. Heywood, and K. Oliver, 2006 : A decomposition of the atlantic meridional overturning. *J. Phys. Oceanogr.*, **36 (12)**, 2253–2270.
- Sirven, J., S. Février, and C. Herbaut, 2013 : Low frequency variability of the separated western boundary current in response to a seasonal wind stress in a 2.5 layer model with outcropping. *J. Mar. Res.*, *in revision*.
- Spydell, M. and P. Cessi, 2003 : Baroclinic modes in a two-layer basin. *J. Phys. Oceanogr.*, **33**, 610–622.
- Stommel, H., 1948 : The westward intensification of wind-driven ocean currents. *Trans. Amer. geophys. Union*, **29**, 202–206.
- Sévellec, F., T. Huck, and M. Ben Jelloul, 2006 : On the mechanism of centennial thermohaline oscillations. *J. Mar. Res.*, **64**, 355–392.
- Tailleux, R. and J. McWilliams, 2000 : Acceleration, creation, and depletion of wind-driven baroclinic rossby waves over an ocean ridge. *J. Phys. Oceanogr.*, **30**, 2186–2213.
- Tailleux, R. and J. C. McWilliams, 2001 : The effect of bottom pressure decoupling on the speed of extratropical, baroclinic rossby waves. *J. Phys. Oceanogr.*, **31**, 1461–1476.
- Tailleux, R. and J. C. McWilliams, 2002 : Energy propagation of long extratropical rossby waves over slowly varying zonal topography. *J. Fluid Mech.*, **473**, 295–319.
- Talley, L. D., J. L. Reid, and P. E. Robbins, 2003 : Data-based meridional overturning stream-functions for the global ocean. *J. Climate*, **16**, 3213–3226.

- Te Raa, L. A. and H. A. Dijkstra, 2002 : Instability of the thermo- haline ocean circulation on interdecadal time scales. *J. Phys. Oceanogr.*, **32**, 138–160.
- Te Raa, L. A., J. Gerrits, and H. A. Dijkstra, 2004 : Identification of the mechanism of interdecadal variability in the north atlantic ocean. *J. Phys. Oceanogr.*, **34**, 2792–2807.
- Timmermann, A., M. Latif, R. Voss, and A. Grtznner, 1998 : Northern hemispheric interdecadal variability : A coupled air-sea mode. *J. Climate*, **11**, 1906–1931.
- Ting, M., Y. Kushnir, R. Seager, and C. Li, 2009 : Forced and internal twentieth-century sst trends in the north atlantic. *J. Climate*, 1469–1481.
- Toggweiler, J. R. and B. Samuels, 1995 : Effect of drake passage on the global thermohaline circulation. *Deep-Sea Res.*, **42**, 477–500.
- Toggweiler, J. R. and B. Samuels, 1999 : On the ocean’s large-scale circulation near the limit of no vertical mixing. *J. Phys. Oceanogr.*, **28**, 1832–1852.
- Trenberth, K. E. and J. M. Caron, 2001 : Estimates of meridional atmosphere and ocean heat transports. *J. Climate*, **14**, 3433–3443.
- Vanneste, J., 2001 : Mode conversion for rossby waves over topography : Comments on localized coupling between surface and bottom-intensified flow over topography. *J. Phys. Oceanogr.*, **31**, 1922–1925.
- Vellinga, M. and P. Wu, 2004 : Low-latitude fresh water influence on centennial variability of the thermohaline circulation. *J. Climate*, **17**, 4498 – 4511.
- Warren, B. A., 1981 : Deep circulation of the world ocean. *Evol. Phys. Oceanog., Scientific surveys in honor of Henry Stommel*, **6**, MIT Press, 41.
- Welander, P., 1967 : On the oscillatory instability of a differentially heated fluid loop. *J. Fluid Mech*, **29**, 17–30.
- Welander, P., 1986 : Thermohaline effects in the ocean circulation and related simple models. *Large-Scale Transport Processes in Oceans and Atmosphere*, ed. J Willebrand, DLTAnderson, 163–200.

- Winton, M., 1997 : The damping effect of bottom topography on internal decadal-scale oscillations of the thermohaline circulation. *J. Phys. Oceanogr.*, **27**, 203–208.
- Yang, H. and Z. Liu, 2003 : Basin modes in tropical–extratropical basin. *J. Phys. Oceanogr.*, **33**, 2751–2763.
- Yang, H., Z. Liu, and Q. Zhang, 2004 : Tropical ocean decadal variability and resonance of planetary wave basin modes. part ii : Numerical study. *J. Climate*, **17**, 1711–1720.
- Zanna, L., P. Heimbach, A. M. Moore, and E. Tziperman, 2011 : Optimal excitation of interannual atlantic meridional overturning circulation variability. *J. Climate*, **24**, 413–427.
- Zhang, R., T. L. Delworth, and I. M. Held, 2007 : Can the atlantic ocean drive the observed multidecadal variability in northern hemisphere mean temperature? *Geophys. Res. Lett.*, **34**, L02709, doi :10.1029/2006GL028683.

**Thèse de Doctorat
de l'Université Européenne de Bretagne**

Titre

VARIABILITE DECENNALE DE LA CIRCULATION
OCEANIQUE ET MODES DE BASSIN

Auteur

Dhouha Ferjani

Etablissement

Université de Bretagne Occidentale - Brest

RESUME

Un des mécanismes proposés pour expliquer l'origine de la variabilité climatique sur des périodes décennales à multidécennales est une oscillation propre de la circulation océanique thermohaline. Son mécanisme s'apparente aux modes de bassin basse fréquence et grande échelle qui résultent de l'interaction entre les ondes lentes planétaires et les ondes rapides de bord au cours du processus d'ajustement du bassin. Toutefois, la plupart des études de ce prototype oscillation décennale ont été menées dans des contextes simplifiés quasi-géostrophiques, à gravité réduite ou à fond plat.

On se propose dans ce travail de thèse d'étudier l'effet de la topographie du fond et de la circulation moyenne sur les caractéristiques des modes de bassin baroclines. On utilise un modèle shallow water à deux couches verticales avec surface libre. Différentes bathymétries analytiques type fond plat, dorsale médio-océanique et pentes continentales sont étudiées.

L'obtention des vecteurs propres du modèle linéarisé par analyse de stabilité linéaire autour d'un état au repos révèle que (1) la sélection de ces modes à basse résolution s'établit par la dissipation explicite introduite dans le modèle, (2) la période décennale et l'amortissement du mode le moins amorti sont faiblement sensibles à la topographie. Les budgets d'énergie et de vorticités de ces modes sont calculés dans le but de rationaliser le rôle amortisseur de la topographie via la conversion d'énergie qui a lieu entre les modes barotrope et barocline. En effet, une circulation barotrope, absente à fond plat, émerge à travers l'interaction entre le mode barocline à fond plat et la topographie. Toutefois, cette conversion d'énergie sous l'effet JEBAR demeure faible comparée aux processus visqueux.

En présence d'une circulation stationnaire forcée par le vent et les flux de chaleur, les intégrations temporelles du modèle non linéaire perturbé par des structures baroclines cohérentes type tourbillons gaussiens montrent la forte interaction entre le vortex et la topographie. Cette interaction se manifeste par : (1) une accélération de la vitesse de phase vers l'ouest par rapport au résultat à fond plat, (2) une circulation barotrope construite par la conversion de l'énergie barocline en barotrope, et (3) un déplacement méridien de l'anomalie dépendant de son signe même en l'absence d'advection non linéaire.

Par ailleurs, le mode majeur de variabilité barocline, fortement amorti par la topographie et la dissipation dans la configuration non forcée paraît renforcé par l'écoulement stationnaire qui diminue son taux d'amortissement. Sa période d'oscillation développe une dépendance à la migration méridienne de l'advection zonale par l'écoulement moyen: elle est raccourcie ($T \sim 16$ ans) pour le forçage par le vent et rallongée ($T \sim 22$ ans) pour le forçage par les flux de chaleur.

Mots-clés : Modèle Shallow-water, analyse de stabilité linéaire, topographie, circulation moyenne, modes de bassin baroclines.

**Ph. D. Thesis
de l'Université Européenne de Bretagne**

Titre

DECADAL OCEAN CIRCULATION VARIABILITY
AND BASIN MODES

Author

Dhouha Ferjani

University

Université de Bretagne Occidentale - Brest

ABSTRACT

One of the potential mechanisms at the origin of climatic variability on decadal to multidecadal timescales is the thermohaline oscillation corresponding to large-scale and low frequency basin modes that result from the interaction between long planetary waves and fast inertia-gravity waves during the adjustment process. However, most of the studies dealing with this decadal oscillation were carried out in a simplified flat bottom or reduced-gravity quasigeostrophic context.

This dissertation aims to study the effect of bottom topography and mean flow on the characteristics of the gravest baroclinic basin modes in a mid-latitude idealized ocean basin. To that end, we make use of a two-layer shallow water (SW) model. Different bathymetries such as a flat bottom, a mid-ocean ridge and continental slopes are studied. Getting the eigenvectors from the linearized model through linear stability analysis around a state of rest reveals that (1) the selection of these modes is set by the explicit dissipation introduced in the model, (2) the oscillation period and decay rate are weakly sensitive to the form and height of the topography. Vorticity and energy budgets are computed in order to give a rationale for the decaying role of the topography via energy conversion from the baroclinic to the barotropic mode. Indeed, the barotropic flow absent in a flat bottom, results accurately from the interaction of the flat-bottomed baroclinic motion with the topographic height. However, the energy conversion under the JEBAR effect remains weaker with respect to the frictional processes.

A stationary circulation is now included through wind or thermal forcing. Temporal integrations of the nonlinear model perturbed by coherent baroclinic structures with a gaussian eddy form show the strong interaction between the vortex and the topography. This interaction implies: (1) a westward acceleration of the zonal phase speed (with respect to the classic flat-bottom result), (2) a barotropic circulation built up by the conversion of the baroclinic energy into a barotropic one, and (3) an eddy sign-dependent meridional migration, even in the absence of nonlinear advection.

Moreover, the decadal basin mode strongly damped by the topography and the dissipation shows a decrease of its decay rate by the large scale stationary forcing. Its oscillation period is found to be a strong function of the meridional migration of the eastward advection by the mean flow: it is shortened ($T \sim 16$ yrs) in the wind-forced experiment and lengthened ($T \sim 22$ yrs) with a thermal forcing.

Key words : Shallow-water model, linear stability analysis, topography, mean circulation, baroclinic basin modes.