

TETHYS 6 (1-2) 1974 pp. 439-452

## APPLICATION DE L'ANALYSE SPECTRALE A LA DESCRIPTION SÉQUENTIELLE DES PARAMÈTRES THERMO-HALINS DANS UNE RÉGION D'UPWELLING

Alain LAUREC \* et François BLANC \*\*

\* Centre Océanologique de Bretagne, Brest, FRANCE.

\*\* Laboratoire d'Hydrobiologie marine, Centre Universitaire de Luminy, Marseille, FRANCE.

**Summary :** Continuous sampling is now widely used in oceanography and requires new tools for data processing. The theory of stochastic processes and especially spectral analysis offers powerful ones. We are dealing in this paper with bivariate time series : temperature and salinity were continuously measured during the CINECA-CHARCOT II cruise, in the upwelling area of North-West Africa. The record has been splitted into three parts corresponding to straight lines. Those time series have been prewhitened using the first finite difference filter, spectra and cross-spectra were smoothed using the Parzen window. Power spectra reveals obvious peaks. Coherencies are higher in low frequencies. The basic phenomena, mixing due to the upwelling (transfer functions can be related to the slopes of T-S diagrams), is disturbed by a noise stronger in high frequencies.

**Résumé :** La multiplication des prélèvements en continu en océanographie pose le problème de la description et de l'interprétation des séries ainsi obtenues. Les "processus stochastiques" et "l'analyse spectrale" en particulier constituent un moyen efficace et puissant de dépouillement. Les données traitées sont celles relatives aux variations spatio-temporelles de deux paramètres physico-chimiques, la salinité et la température. Les prélèvements ont été effectués lors de la campagne CINECA-CHARCOT II dont l'objectif était l'étude des régions "d'upwelling" le long des côtes nord-ouest africaines. Les séries étudiées ont été filtrées avant l'analyse, le filtre utilisé est celui des différences finies. Les spectres ont été lissés, la fenêtre choisie est celle de Parzen. Les spectres ont fait apparaître des pics nets, comparables en ce qui concerne les séries, correspondant aux deux parallèles à la côte et s'étendant très approximativement du Nord du Cap Barbas au Sud du Cap Timiris. L'allure générale des spectres est assez différente en ce qui concerne une troisième section perpendiculaire à la côte au niveau de l'upwelling situé au Sud du Cap Timiris. On montre d'une manière générale que les cohérences sont meilleures dans les basses fréquences avec une phase voisine de zéro. Dans les hautes fréquences les cohérences plus faibles sont accompagnées de phénomènes de déphasage difficilement interprétables. Le phénomène hydrologique de base, mélange d'eaux associé à l'upwelling, est perturbé. Il apparaît enfin qu'une cadence de prélèvement plus élevée est souhaitable en ce qui concerne l'étude des parallèles, tout au moins si l'on veut aller au-delà d'une appréciation globale des phénomènes. La décimation apparaît, par contre, convenable dans le cas de la perpendiculaire à la côte. Les zones du large sont probablement plus homogènes dans la radiale que celles proches de la côte.

### INTRODUCTION

La multiplication des prélèvements en continu, en océanographie pose le problème de la description et de l'interprétation des séries ainsi obtenues. Les "processus stochastiques" et "l'analyse spectrale" en particulier constituent un moyen efficace et puissant de dépouillement.

Les fondements de la théorie mathématique, relative à ces techniques furent simultanément et conjointement élaborés par Bartlett (1953) et Blackman et Tukey (1958). Depuis, cette théorie a été améliorée et généralisée par des auteurs comme Parzen (1961), Jenkins (1961) et Hannan (1970).

Les techniques spectrales ont été utilisées dans de nombreuses disciplines, physique, physiologie; en médecine leur emploi s'est révélé particulièrement fructueux en électro-encéphalographie. En océanographie leur utilisation est très récente, on peut citer les travaux de Platt *et al.* (1970) et Ibanez (1972). On ne saurait oublier les travaux de Cruzado (1972), Kelley (1972), Margalef et Estrada (1972) qui à des degrés divers ont utilisé des techniques liées à l'étude des processus aléatoires.

## LIEUX DE PRELEVEMENT ET PARAMETRES ETUDIES

Les données traitées (qui ont été recueillies par l'équipe MEDIPROD – responsable scientifique H.J. Minas) sont celles relatives aux variations spatio-temporelles de deux paramètres hydrologiques : la salinité et la température. Les prélèvements ont été effectués lors de la campagne "CINECA-CHARCOT II" (CINECA : Cooperative Investigations of the Northern Part of the Eastern Central Atlantic) qui avait pour but l'étude des régions de remontée des eaux le long des côtes nord-ouest africaines. Trois séries ont été étudiées. Elles correspondent à trois fractions relativement rectilignes du réseau de stations effectué les 4 et 5 Avril 1971. Ce découpage a été conditionné par les impératifs de l'analyse mathématique. Ces trois sections (fig. 1) correspondent à une parallèle à la côte centrée sur une région principale d'upwelling (parallèle 1), une seconde (parallèle 2) située au Nord de la précédente et s'étendant très grossièrement du Cap Barbas au Cap Timiris, et enfin une section perpendiculaire à la côte (radiale) et qui débute approximativement au centre de l'upwelling situé au Sud du Cap Timiris. La cadence de prélèvement était de 15 minutes.

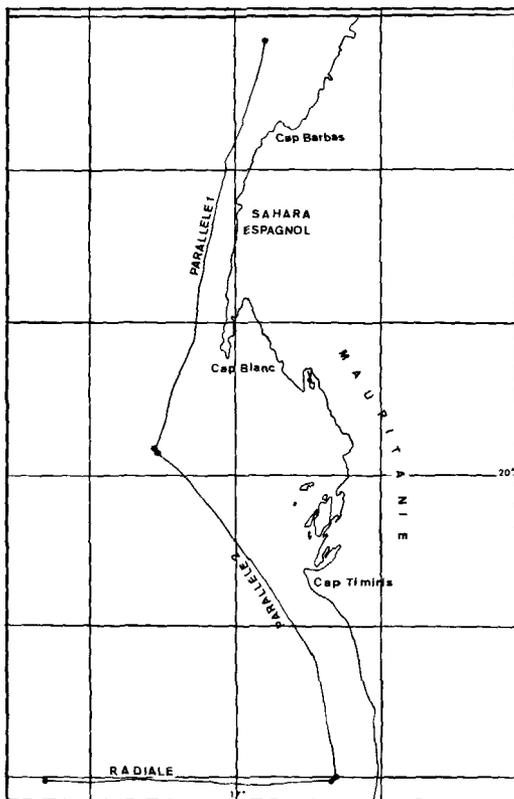


Figure 1 – Trajet correspondant aux séries analysées (4 et 5 Avril 1971).

## TECHNIQUES MATHÉMATIQUES

Le lecteur intéressé trouvera une excellente description des techniques les plus récentes dans Jenkins et Watts (1968). Nous allons donner tout de même un exposé des plus simplifié et des plus sommaire des méthodes d'analyse spectrale.

La description des variations spatiales d'un paramètre  $X$  peut être obtenue par l'étude de la corrélation entre une mesure  $X(t)$  en un point  $t$  et une mesure  $X(t + \delta)$  en un point  $(t + \delta)$ ,  $\delta$  étant la distance entre les deux points (1). On définit ainsi la *fonction d'autocorrélation* (2) d'une série. De même

(1) On supposera nos séries "stationnaires" à l'ordre 1 c'est-à-dire sans tendance. Les processus étudiés sont discrets (digitalisation exigée par le traitement sur ordinateur).

(2) On supposera dans cet exposé que les données ont été réduites et on parlera toujours ainsi, de corrélation et non de covariance (il s'agit d'une simple transformation, division par l'écart type pour éliminer les problèmes d'échelle).

allant au-delà de l'étude des relations entre un paramètre Y au même endroit, on peut étudier les relations entre ce paramètre en un point t et le second paramètre en un point (t + δ). On définit ainsi la fonction de "corrélacion croisée" (3). On disposera ainsi d'une technique d'étude beaucoup plus fine que la méthode usuelle des corrélacions. Cette dernière ne conserve en fait, des fonctions de corrélacion croisée que leur valeur à l'origine. Dans le déroulement d'une série, plusieurs phénomènes élémentaires de fréquence différente (pratiquement d'échelle différente) peuvent se superposer. L'analyse spectrale permet de séparer ces différentes composantes ; l'importance de ces phénomènes élémentaires pour un paramètre donné sera fournie par son "spectre de puissance". De façon classique, le spectre de puissance est donné par la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélacion. On peut aussi étudier l'intensité des liens entre phénomènes élémentaires de deux paramètres donnés à une même fréquence. Le lien sera mesuré par la "cohérence" qui est un indice de même nature que la corrélacion. Les cohérences seront fournies par le "spectre croisé" qui est la transformée de Fourier (4) de la fonction de corrélacion croisée.

Il convient de signaler que l'on ne possède que les fonctions d'autocorrélacion et de corrélacion croisée empiriques.

Ainsi pour deux paramètres X et Y :

$$XX^{(δ)} = \frac{1}{T} \sum_0^{T-δ} X(t) X(t + δ), \quad -(T - 1) \leq δ < (T - 1)$$

$$YY^{(δ)} = \frac{1}{T} \sum_0^{T-δ} Y(t) Y(t + δ), \quad -$$

$$XY^{(δ)} = \frac{1}{T} \sum_0^{T-δ} X(t) Y(t + δ), \quad -$$

La transformée de Fourier discrète de ces fonctions, appelée "périodogrammes" est une mauvaise estimation de spectres et spectres croisés réels, en ce sens que lorsque T devient très grand, les périodogrammes ne tendent pas vers ces spectres réels. Pour pallier à cet inconvénient on lisse les périodogrammes par la technique des moyennes mobiles pondérées. Le choix des pondérations correspond à ce que l'on appelle "le choix de la fenêtre spectrale". Le lissage donne des estimateurs plus stables (variance diminuée) mais peu détaillés. Un lissage excessif peut faire disparaître des détails intéressants. On doit donc adopter de façon plus ou moins empirique des solutions de compromis qui sont liées au doigté de l'utilisateur. Le lissage le plus rudimentaire, que l'on va citer à titre d'exemple est le "Hanning".

Si le périodogramme est noté (f),  $f = \frac{1}{T}, \frac{2}{T}, \dots, \frac{1}{2}$  le périodogramme lissé par Hanning sera :

$$S(f) = \frac{1}{4} S(f - 1) + \frac{1}{2} S(f) + \frac{1}{4} S(f + 1).$$

Il existe d'autre part trois types classiques de fenêtres (5) celles de Bartlett, Tukey et Parzen. S'il n'existe pas de fenêtre optimale comme le soulignent Jenkins et Watts (1968) la moins bonne semble être celle de Bartlett. Nous avons utilisé pour notre part celle de Parzen.

(3) Si la corrélacion entre X(t) et X(t + δ), Y(t) et Y(t + δ), X(t) et Y(t + δ) ne dépend que de δ (distance) et non de t (emplacement) le processus sera stationnaire à l'ordre 2.

(4) La transformée de Fourier discrète de la série X<sub>t</sub>, t = 0, ... T est

$$(f) = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T X(t) e^{2i\pi \frac{tf}{T}}$$

$$f = \frac{1}{T}, \frac{2}{T}, \dots, \frac{1}{2}$$

(5) L'allure générale des fenêtres est :  en prenant la fenêtre  au lieu de  on opère un lissage plus intense, on dit qu'on a ouvert la fenêtre spectrale.

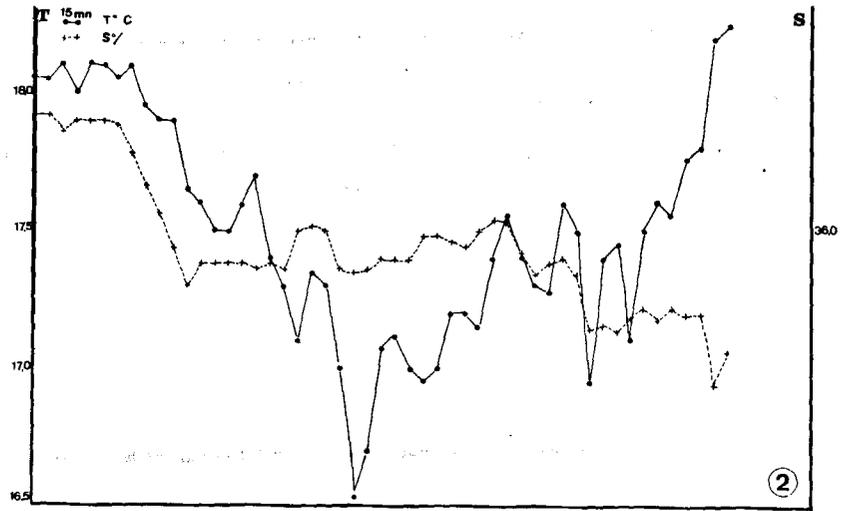


Figure 2 - Processus T et S (non filtrés) - Parallèle I.

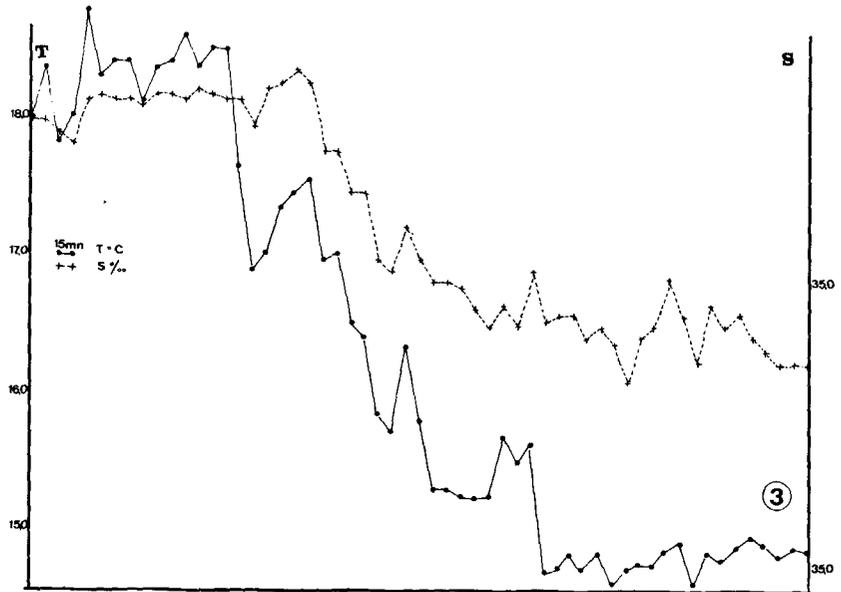


Figure 3 - Processus T et S (non filtrés) - Parallèle II.

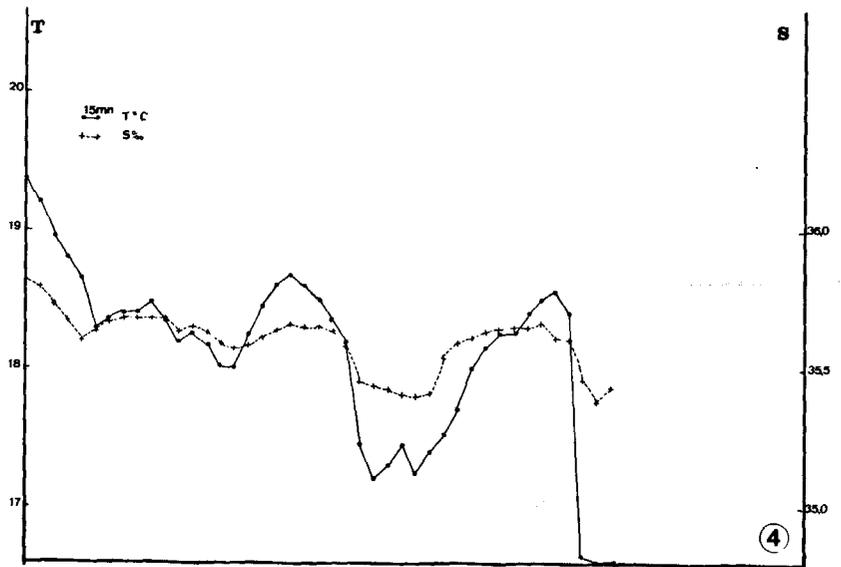


Figure 4 - Processus T et S (non filtrés) - Radiale.

## RESULTATS

## Préparation et description des séries.

Les séries chronologiques non filtrées sont illustrées par les figures 2, 3 et 4.

L'expérience nous a montré qu'il était nécessaire de filtrer de telles séries avant d'entreprendre toute étude spectrale. En effet, l'analyse spectrale présente de graves inconvénients lorsque les séries présentent des contrastes trop violents entre basses et hautes fréquences.

Le filtre utilisé est le plus simple, c'est celui des "différences finies".

La série  $X(t)$ ,  $t = 0, \dots, T$  est remplacée par la série  $X_1(t) = X(t+1) - X(t)$ ,  $t = 0, \dots, (T-1)$ .

L'utilité de ce filtre a déjà été signalée par Margalef et Estrada (1972). Du fait du filtrage le problème de la tendance ne se pose plus (figs. 8 et 9).

Nos séries ne sont probablement pas stationnaires d'ordre 2, en fait, nous estimons des spectres et spectres croisés moyens.

## Commentaires des différents graphes obtenus d'après analyse.

*Première parallèle*

On examinera pour ce dernier exemple les fonctions obtenues sur séries filtrées et non filtrées. On considérera presque toujours pas la suite, les résultats obtenus sur séries filtrées, l'étude de la tendance n'étant pas notre but.

*a. Séries non filtrées*

– Fonctions d'auto-et d'intercorrélations.

En ce qui concerne la fonction d'autocorrélation du premier processus (température), on constate (fig. 5) que son graphe ne s'écrase pas, ce qui correspond à la nette tendance générale telle qu'elle apparaît sur le graphe (fig. 2) représentatif de la série. Cette tendance est en relation avec la traversée d'une zone dans la partie la plus froide de la section. Pour le second processus (salinité) le graphe de la fonction d'autocorrélation (fig. 6) présente le même phénomène que celui de la première série, son allure générale est tout de même différente ce qui laisse présager une certaine indépendance entre la température et la salinité.

L'examen de la fonction d'intercorrélations (fig. 7) confirme ce que nous venons de dire. En effet, cette fonction n'atteint jamais de très hautes valeurs. On notera cependant qu'elle est maximale à l'origine. A première vue il n'y a pas de phénomène évident de décalage T-S.

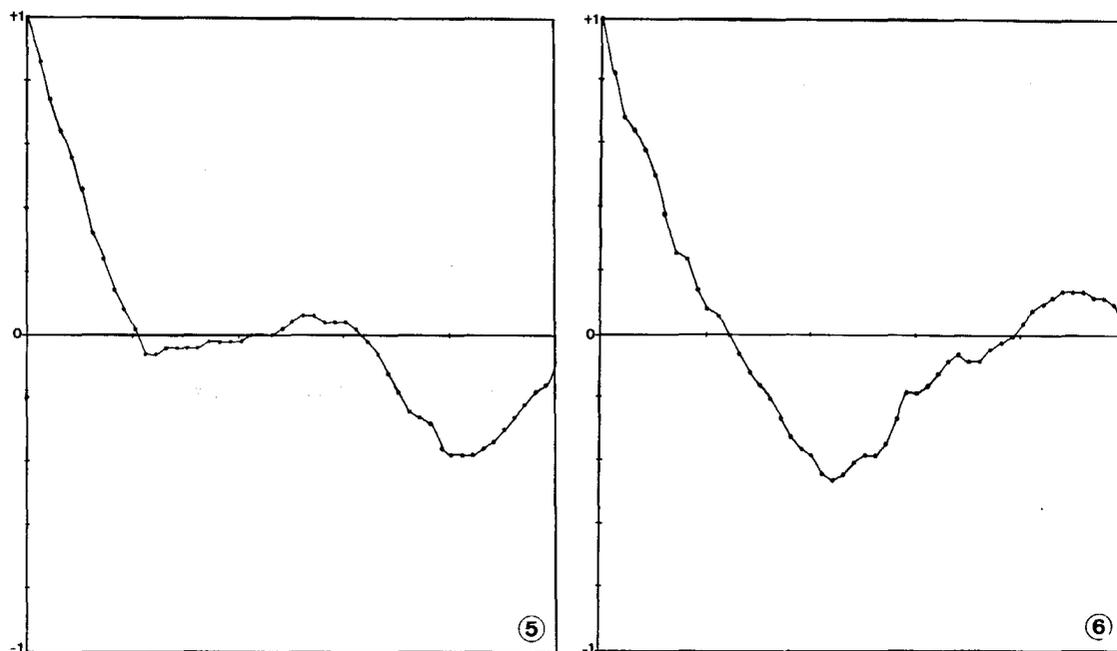
*b. Séries filtrées (figs. 8 et 9)*

Fonctions d'auto- et d'intercorrélations.

La tendance résiduelle qui apparaît sur la série filtrée du premier processus n'apporte que peu d'énergie (énergie peut être pris ici grossièrement dans le sens d'information) et peut dans une certaine mesure être considérée comme négligeable.

La fonction d'autocorrélation s'écrase cette fois très vite (fig. 10). Le degré d'indépendance entre deux valeurs voisines de la série filtrée est donc beaucoup plus grand que pour la série non filtrée. Le traitement classique par les variables aléatoires requiert le plus souvent l'indépendance des différents échantillons. Cette hypothèse sera donc beaucoup moins éloignée d'être remplie avec des séries filtrées. L'intérêt de l'emploi d'un filtre avant tout traitement de données séquentielles est donc mis particulièrement en évidence.

Les valeurs négatives de la fonction d'autocorrélation pour des décalages de 1 ou 2 peuvent être attribuées à l'existence de petites taches (une tache est bien caractérisée par une croissance ou une décroissance – ou l'inverse – du paramètre, donc une inversion du signe du paramètre filtré). Celles-ci, de petite taille, indiquent que la cadence de prélèvement est insuffisante ; on vérifiera sur le spectre que l'on est fort loin de satisfaire le théorème de Nyquist. Ces petites taches mettent aussi en évidence une forte



Figures 5 et 6 - Fonctions d'autocorrélation T et S - Parallèle I (séries non filtrées).

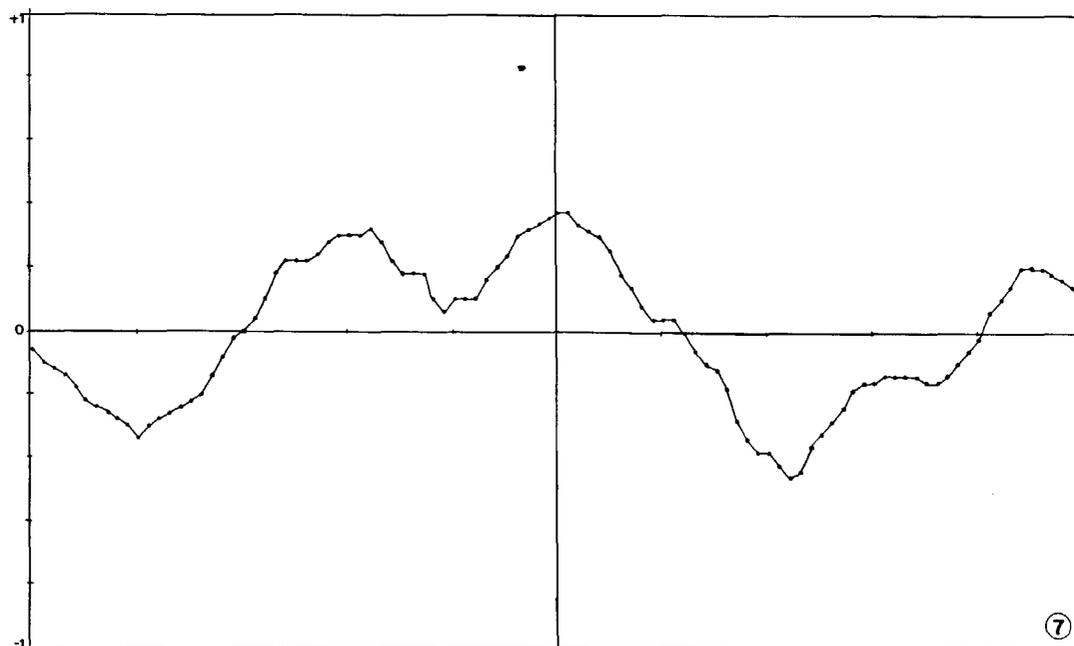
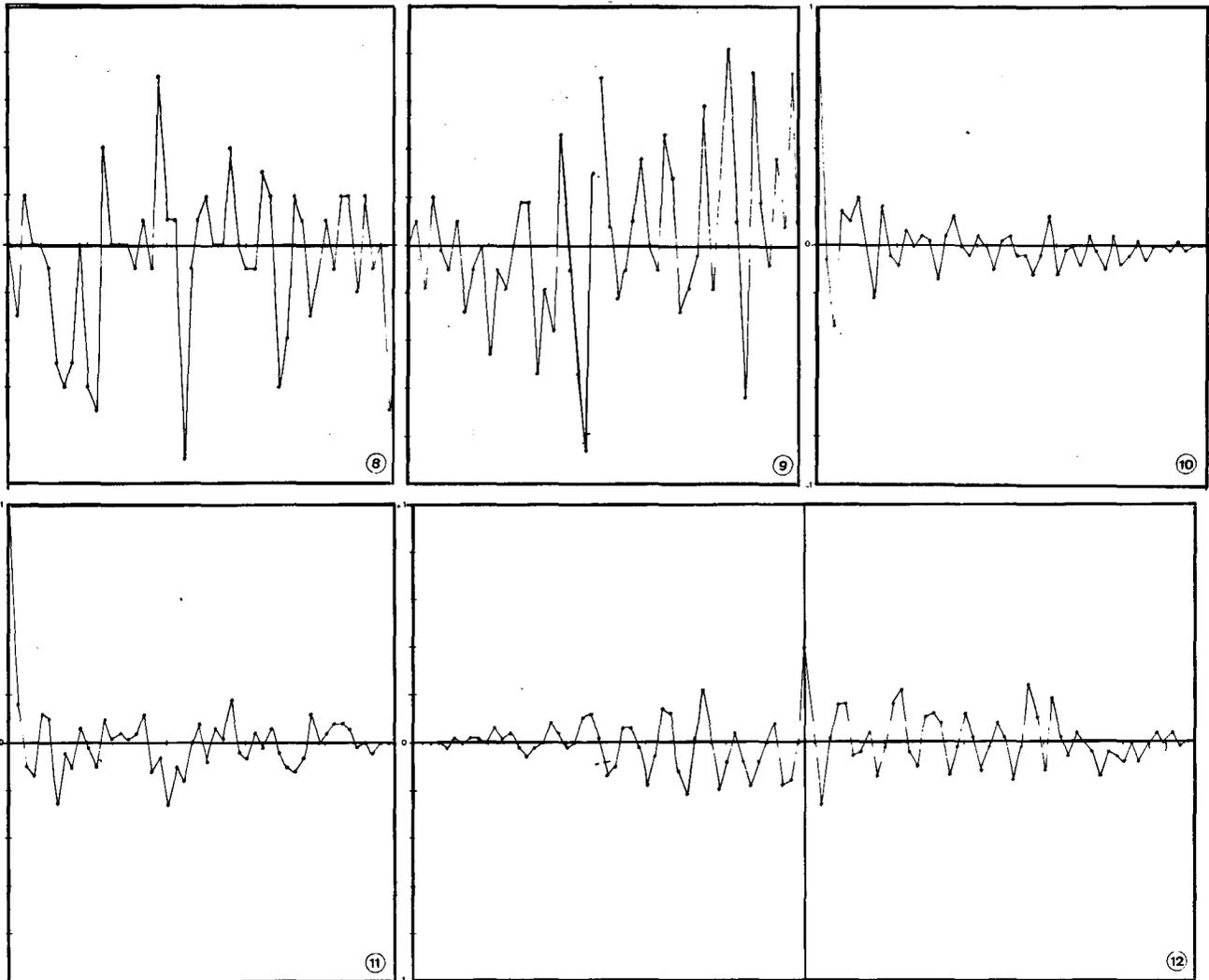


Figure 7 - Fonction de corrélation croisée T et S - Parallèle I (séries non filtrées).

hétérogénéité locale de la température. En ce qui concerne la salinité, l'allure du graphe de la fonction d'autocorrélation (fig. 11) est très semblable à celle du paramètre précédent. On ne semble cependant pas être en présence du même système de taches, qui sont d'une part, plus grandes et d'autre part, beaucoup plus marquées. L'évolution de la salinité serait donc moins heurtée que celle de la température. N'étant pas des physiciens nous avançons avec prudence l'explication suivante :



Figures 8 et 9 – Séries filtrées T et S – Parallèle I.

Figures 10 et 11 – Fonction d'autocorrélation T et S – Parallèle I.

Figure 12 – Fonction de corrélation croisée T et S – Parallèle I.

Des causes de perturbations locales de la température interviendraient, ce qui expliquerait que de petites variations de température ne soient pas accompagnées par des variations semblables de la salinité.

– La fonction de corrélation croisée (fig. 12) : la valeur à l'origine laisse supposer, comme l'on peut s'y attendre qu'il n'y a pas indépendance entre température et salinité. Un décalage ne semble, toutefois, toujours pas apparent.

Spectre de puissance :

– Le spectre brut (6)

La transformée de Fourier, discrète, brute, fait apparaître un pic au voisinage d'une période ( $T = 12$  h) pouvant correspondre grossièrement à celle de la marée. Cette hypothèse explicative doit être avancée avec beaucoup de prudence.

(6) Les impératifs de calculs rapides (Fast Fourier Transform) ; algorithme très performant et rapide, donnant la transformée de Fourier, discrète d'une série de  $2^M$  points ( $M$  entier positif) nous amène à compléter nos séries par des zéros pour obtenir des séries de longueur  $2^M$ . Le périodogramme n'est pas alors calculé aux fréquences habituelles, ce qui constitue un inconvénient mineur.

— Le spectre lissé

La fenêtre choisie, comme nous l'avons déjà signalé est celle de Parzen. Le calcul est effectué pour diverses ouvertures. Nous avons retenu l'ouverture qui nous a semblé donner les résultats les plus parlants. Si nous reprenons la notation de Jenkins et Watts elle se caractérise par les spécifications suivantes (7) :  $T = 50$ ,  $M = 15$ ,  $NDL = 12$ . Le spectre lissé (fig. 13) pour le premier processus ne permet plus de voir la raie au voisinage de la période  $T = 12$  h, et que nous avons assimilé à une influence de la marée. Une certaine énergie reste tout de même dans les basses fréquences.

Le premier pic se situe au voisinage d'une période légèrement supérieure à une heure, un deuxième pic se situe au voisinage d'une période de  $3/4$  d'heure. Cette structure est particulièrement difficile à interpréter. En effet, l'allure détaillée du spectre de puissance dépend à la fois des structures hydrologiques et de la manière dont la radiale a coupé celles-ci. Dans le cas général, il est illusoire de vouloir décrire la structure hydrologique de surface (phénomène à deux dimensions) par une section (dimension 1). Dans ces conditions, on peut dire que la discrimination entre haute et basse fréquence est bonne, mais on ne pourra aller jusqu'à interpréter la position exacte des pics. On peut constater d'autre part que le spectre ne tend pas vers zéro au voisinage de la fréquence de Nyquist (fréquence de Nyquist située à l'extrémité du spectre), un spectre moins lissé, dont nous ne fournissons pas le graphe montre même une nette tendance à redonner un pic. Cette observation confirme ce que nous avons dit précédemment à propos de la fonction d'autocorrélation, c'est-à-dire que la cadence de prélèvement est insuffisante pour étudier les phénomènes à faible échelle. On peut toutefois espérer que le spectre réel ne place pas trop d'énergie au-delà de la fréquence de Nyquist.

Contrairement à celui de la température, le spectre de la salinité (fig. 14) présente un pic dans les basses fréquences ( $T \approx 3$  heures), on retrouve le pic de période proche de 1 heure, en revanche celui situé dans les hautes fréquences est déplacé vers une période proche de la  $1/2$  heure, alors que l'homologue pour la température se situait près de  $T = 3/4$  heure. Pour la fréquence de Nyquist le spectre, décroît contrairement à celui de la salinité. Ces remarques sont à rapprocher de celles que nous avons faites à propos des fonctions d'autocorrélation.

Cospectre : cohérence et phase. Les cohérences (fig. 15) sont médiocres dans les basses fréquences (pour  $T = 2$  heures) ce qui laissait supposer l'allure très différente des deux spectres dans ces fréquences. Le pic commun aux deux processus ( $T \approx 1$  heure) se traduit par une bonne cohérence (0.6). La phase (fig. 16) proche de zéro semble confirmer que l'on se trouve en présence d'un phénomène de mélange comme on peut l'attendre dans une région proche d'un upwelling où l'on a d'une part, des eaux froides et peu salées et d'autre part, des eaux chaudes et plus salées. Dans les hautes fréquences la cohérence, bien qu'encore élevée, décroît. La phase qui est proche de  $90^\circ$  révèle qu'il s'agit d'un phénomène plus complexe de décalage T-S. lorsqu'on parcourt la première parallèle vers le sud en direction de l'épicentre du phénomène de remontée d'eau, le plus important, situé au sud du Cap Timiris.

*Deuxième parallèle.*

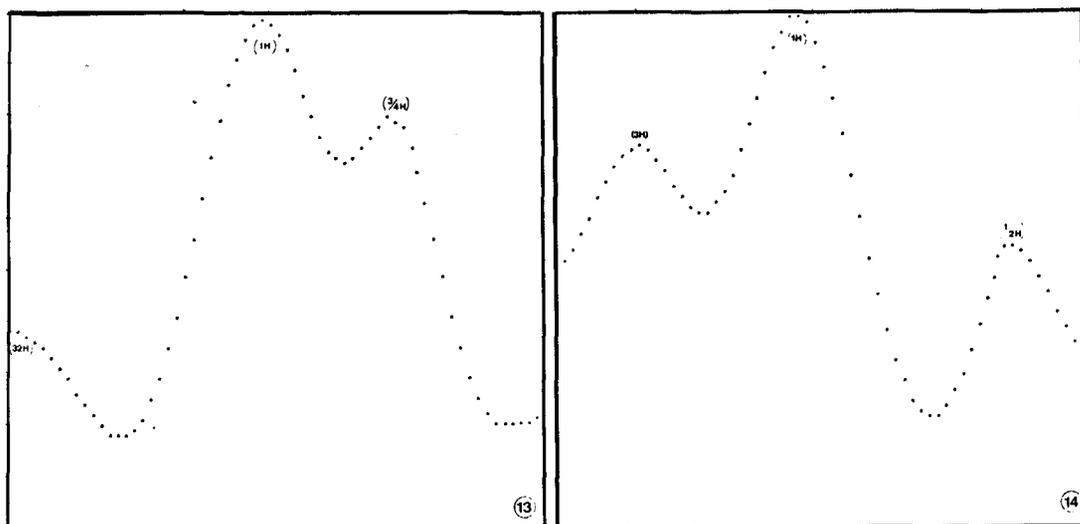
Cette deuxième parallèle est centrée comme, nous l'avons dit, sur l'upwelling le plus important. La variance des deux processus est beaucoup plus importante pour cette seconde section que pour la première ce qui est logique si l'on considère que cette région est beaucoup plus perturbée que la première.

Tableau 1 : Variances des deux processus pour les deux parallèles à la côte.

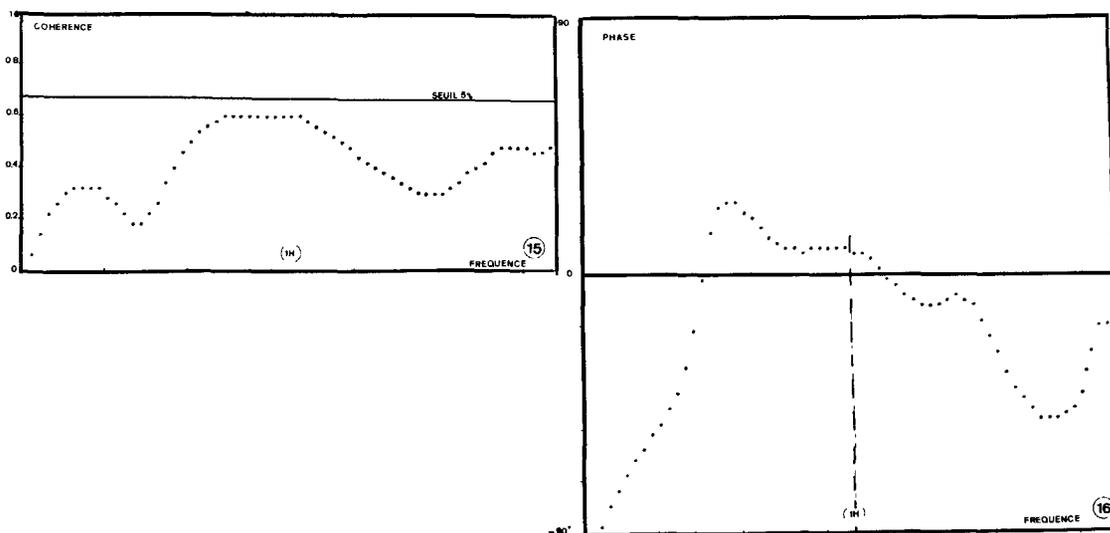
Parallèle	T°C	S°/‰
N° 1	0,167	0,014
N° 2	0,274	0,036

Outre le phénomène de remontée d'eaux profondes, on peut citer le courant des Canaries qui bifurque au Sud du Cap Blanc et la dérive des eaux sub-tropicales du sud vers le nord dont la couche superficielle couvre parfois l'upwelling. Il semble toutefois que les données étudiées correspondent à des prélèvements effectués pendant une période où cette troisième influence ne pouvait se manifester.

(7) T = Longueur de la série filtrée.  
M = Ouverture de la fenêtre de temps (Lag window)  
NDL = Nombre de degrés de liberté =  $3.71 T/M$



Figures 13 et 14 – Spectres lissés T et S – Parallèle I (séries filtrées).



Figures 15 et 16 – Cospectre : cohérence et phase – Parallèle I (séries filtrées).

*a. Fonctions d'auto- et d'intercorrélation.*

Si l'on examine les fonctions d'autocorrélation des deux processus (figs. 17 et 18), on constate que les courbes s'écrasent rapidement. Les valeurs négatives montrent encore l'existence de taches. Cette situation confirme encore ce que nous avons dit précédemment sur la cadence de prélèvement.

La fonction de corrélation croisée (fig. 19) est très dissymétrique, la valeur à l'origine est bien plus importante que dans la première parallèle. Cette situation est en relation avec la situation de cette seconde parallèle près de l'épicentre de l'upwelling.

*b. Spectres.*

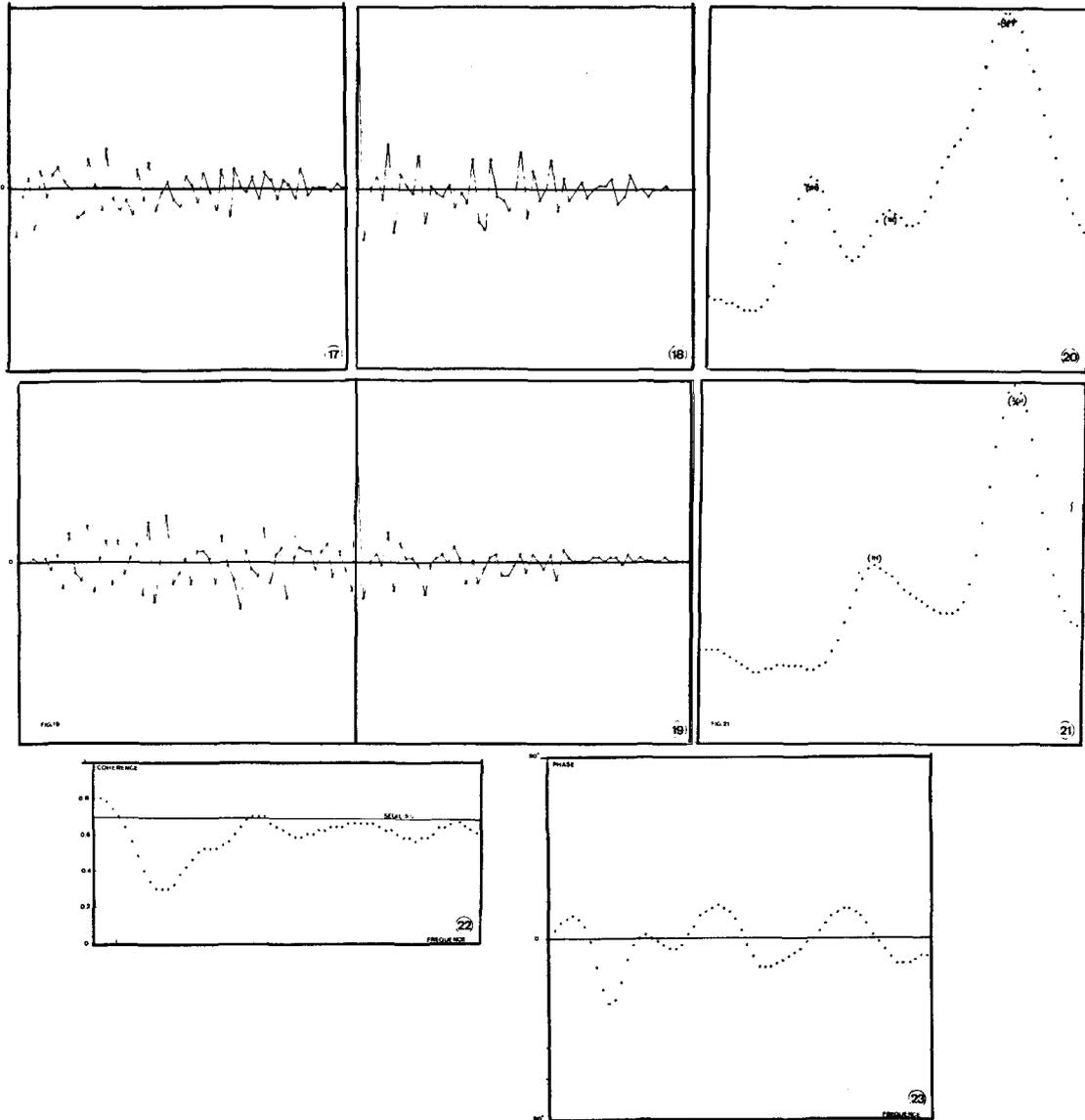
- Spectres bruts. On retrouve le même pic au voisinage de  $T = 12$  h.
- Spectres lissés (figs. 20 et 21) (fenêtre  $T = 57$ ,  $M = 20$ ,  $NDL = 11$ ).

Les spectres sont très différents de ceux rencontrés dans la première parallèle ; l'essentiel de l'énergie est en effet placé dans les hautes fréquences avec un pic ( $T = 3/4$  h). Ce déplacement de l'énergie vers les

hautes fréquences doit être attribué à la plus grande hétérogénéité des eaux proches du coeur de l'upwelling et aux gradients intenses qui caractérisent cette région. En dehors de ce pic on retrouve celui de période proche d'une heure, déjà rencontré dans la première parallèle. Il faut signaler que pour la température s'ajoute encore une raie au voisinage de  $T = 2$  heures, sans équivalent pour la salinité.

*c. Cospectres.*

La cohérence (fig. 2) est dans l'ensemble beaucoup plus importante que ce qu'elle était dans la première parallèle. Le phénomène de remontée d'eau se manifeste, en effet d'une manière plus intense dans cette seconde section. La cohérence est cependant faible pour  $T \approx 3$  h. Ceci est à rapprocher de ce que nous avons dit à propos des spectres. La phase (fig. 23) reste voisine de zéro, ce qui est logique.



Figures 17 et 18 – Fonctions d'autocorrélation T et S – Parallèle II.  
 Figure 19 – Fonction de corrélation croisée T et S – Parallèle II.  
 Figures 20 et 21 – Spectres lissés T et S – Parallèle II.  
 Figures 22 et 23 – Cospectre : cohérence phase – Parallèle II.

*Radiale*

La variance du premier processus est importante (= 0,555), elle est de 0,0105 pour le second.

*a. Fonctions d'auto- et d'intercorrélation.*

Si l'on considère les données non filtrées on constate que les fonctions d'autocorrélations (figs. 24 et 25) s'écrasent beaucoup plus vite que pour les parallèles. Cette propriété peut s'expliquer en raison de l'évolution générale plus rapide des phénomènes, perpendiculairement à la côte. En ce qui concerne les séries filtrées, les fonctions d'autocorrélation montrent la disparition du système de petites taches. Cette disparition n'est peut-être pas aussi totale qu'elle semble paraître. On peut en effet supposer que le système existe près de la côte alors qu'au large il n'y a pas d'hétérogénéité locale. Sur l'ensemble le second phénomène pouvant masquer le premier.

La valeur maximale de la fonction de corrélation croisée (fig. 26) est encore supérieure à celles que l'on trouvait pour les deux parallèles. Ce qui indique que la part d'explication prise par le phénomène de remontée d'eau, dans les variations T-S, est encore plus nette. En outre, le fait que la corrélation croisée ne tombe pas à zéro pour des décalages de 1 ou 2, indique une plus grande homogénéité locale.

*b. Spectres*

Les spectres bruts montrent toujours le pic  $T = 12$  h. Pour les spectres lissés (figs. 27 et 28). ( $T = 42$ ,  $M + 15$ ,  $NDL = 11$ ), l'allure générale est encore plus simple que dans les parallèles: on a un pic au voisinage de 3 h, le spectre va ensuite en s'écrasant, la décimation (= cadence de prélèvement) apparaît donc ici beaucoup plus légitime que pour les parallèles.

*c. Cospectres.*

La cohérence (fig. 29) va régulièrement en décroissant. Elle est cependant dans l'ensemble très forte, plus encore que pour la première parallèle. Ceci confirme encore la forte valeur maximale de la fonction de corrélation croisée et signifie que les phénomènes à grande échelle sont très liés pour la température et la salinité alors que pour les phénomènes à courte échelle cette relation est perturbée.

La phase (fig. 30) reste voisine de 0 dans les basses fréquences, et il est difficile d'interpréter le déphasage dans les hautes fréquences.

**Les mélanges d'eau.**

L'étude des cohérences et phases a révélé que les hautes cohérences étaient toujours obtenues lorsque les phases étaient voisines de zéro. Ceci nous a suggéré une procédure de mélange. L'outil habituel de l'hydrologue pour étudier un tel phénomène est le diagramme T-S. Nous avons tracé les graphes T-S pour les trois sections envisagées (figs. 31, 32, 33). Le plus lisible semble être celui relatif à la seconde parallèle (fig. 31). Le diagramme de la première parallèle semble complètement ininterprétable. Si l'on considère maintenant les spectres et spectres croisés on peut montrer (8) que la fonction

$$T(f) = \frac{\text{spectre de la salinité en } f}{\text{spectre de la température en } f}$$

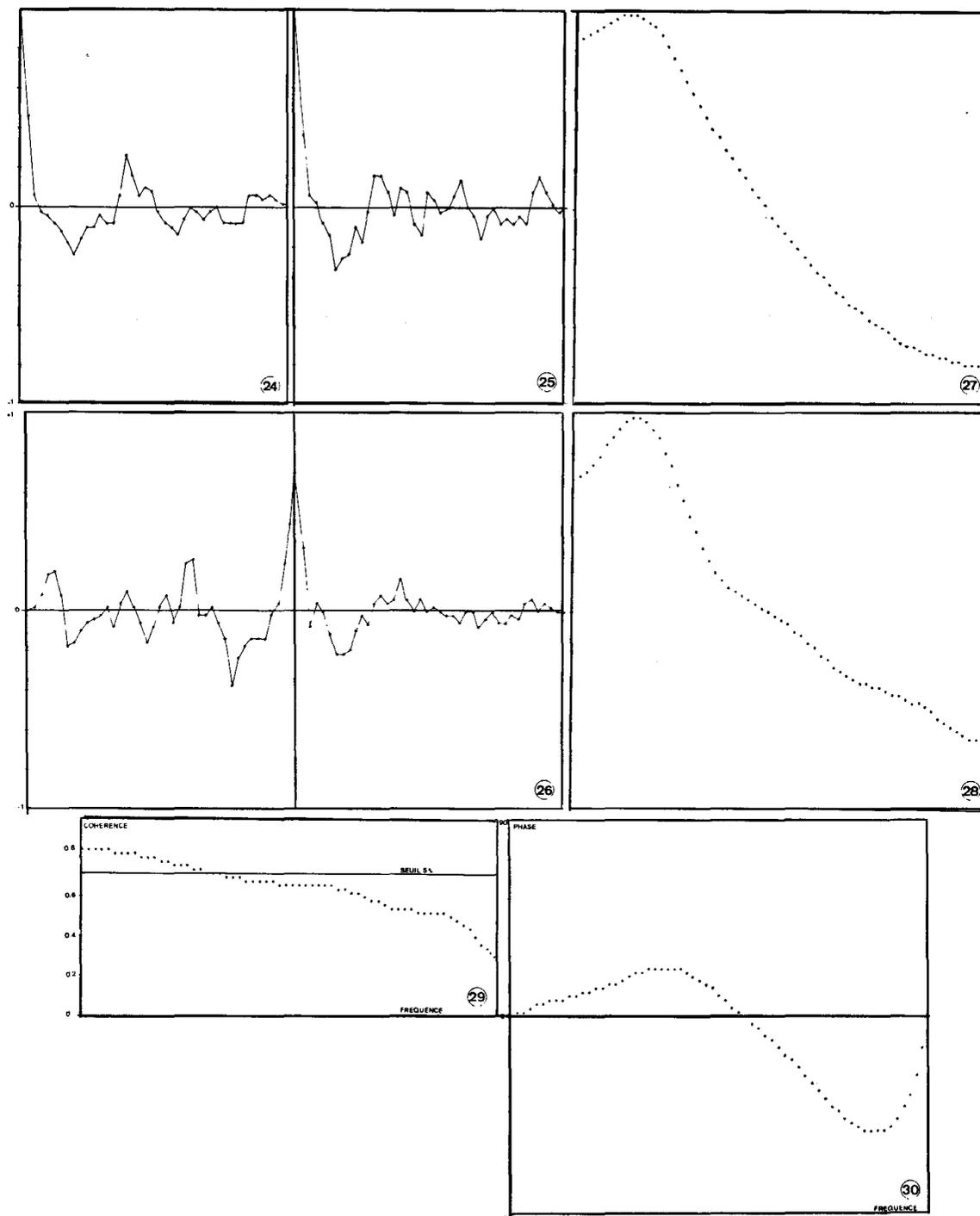
est une généralisation de la pente du diagramme T-S cette pente pour la parallèle 2 peut être estimée à 0,15. Etudions  $T(f)$  pour nos trois sections.

*Parallèle 2*

La cohérence (fig. 15) est maximale dans les basses fréquences.  $T(f)$  est alors voisin de 0,15. Dans les plus hautes fréquences, lorsque la cohérence est forte  $T(f)$  est légèrement inférieur à 0,15 ceci est à rapprocher de la décroissance générale de la cohérence. On peut penser que la température subit des

(8) La pente d'un diagramme T.S. peut être assimilée à la première composante d'un nuage de points. Pour obtenir cette composante on recherche la combinaison linéaire  $\lambda T + \mu S$ , ( $\lambda^2 + \mu^2 = 1$ ), de variance maximale. Si l'on considère maintenant les spectres et spectres croisés, lorsque la phase est voisine de zéro, les spectres croisés sont pratiquement réels. Soient  $S_T(f)$ ,  $S_S(f)$  les spectres respectifs de la température et de la salinité et  $S_{TS}(f)$ ,  $S_{ST}(f)$  le spectre croisé. On peut chercher la combinaison linéaire  $\lambda T + \mu S$  ( $\lambda^2 + \mu^2 = 1$ ) telle que  $S_p(\lambda T + \mu S)(f)$  spectre de  $\lambda T$  et  $\mu S$  à la fréquence  $f$  soit maximal.

Le calcul se transpose aisément et donne  $\frac{\mu}{\lambda} = \frac{S_S(f)}{S_T(f)}$



Figures 24 et 25 – Fonctions d'autocorrélation T et S – Radiale (séries filtrées).

Figure 26 – Fonction de corrélation croisée T et S – Radiale (séries filtrées).

Figures 27 et 28 – Spectres lissés T et S – Radiale (séries filtrées).

Figures 29 et 30 – Cospectre : cohérence et phase – Radiale (séries filtrées).

variations indépendantes de la procédure de mélange. Ces perturbations plus fortes dans les hautes fréquences accroissent le spectre et diminuent donc  $T(f)$ .

#### Radiale

Si nous considérons les cohérences nous constatons qu'elles sont, au début, relativement bonnes pour des valeurs de la phase voisines de zéro (figs. 29 et 30). Nous pouvons donc espérer être en présence d'un phénomène de mélange avec  $T(f)$  voisin de 0,15. On observe en fait une valeur légèrement inférieure, sans que nous l'expliquions. Lorsque  $f$  croît,  $T(f)$  cette fois croît, la cohérence décroissant on peut donc penser que c'est la salinité qui subit une perturbation, plus marquée dans les hautes fréquences. Cette différence avec la parallèle deux doit être notée.

#### Parallèle 1.

La cohérence n'est jamais significative même au seuil de 10%. On notera cependant qu'au voisinage d'une période de 1 heure la cohérence est maximale avec des phases proches de zéro (figs. 15 et 16),  $T(f)$  est alors voisin de 0,15. Il semble donc, que nous ayons mis en évidence sur cette section la même procédure de mélange que pour les deux autres sections mais elle serait davantage perturbée.

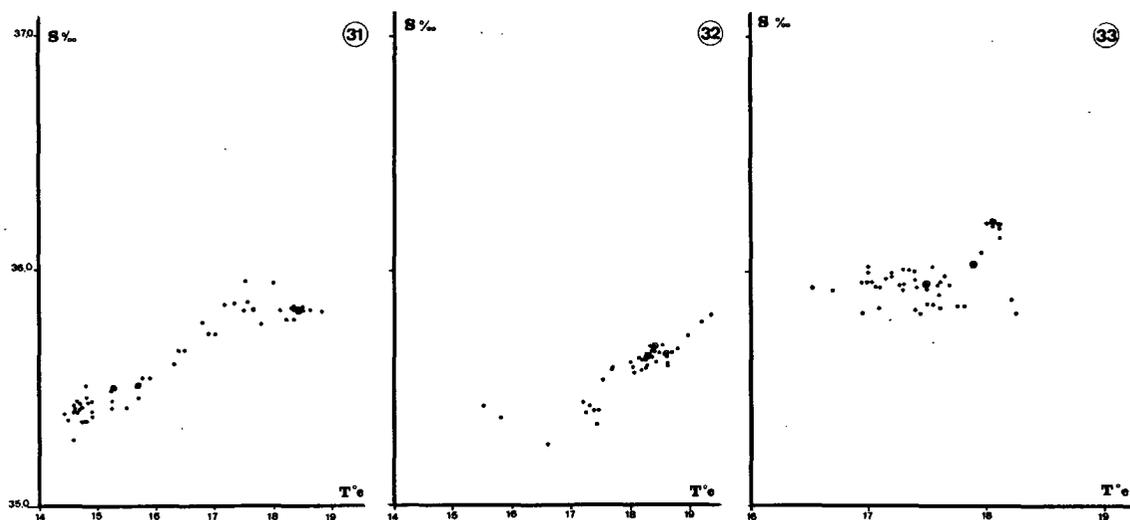


Figure 31 – Diagrammes T et S – Parallèle II. Figure 32 – Diagrammes T et S – Radiale. Figure 33 – Diagrammes T et S – Parallèle I.

## CONCLUSIONS

L'analyse spectrale apparaît comme un outil très puissant, mais délicat à manipuler appliqué au dépouillement des données océanographiques.

Cette appréciation ne pourra, d'ailleurs, être entièrement justifiée qu'après une plus ample utilisation de ce type d'analyse. Nous pouvons néanmoins, tirer quelques conclusions à l'issue de ce travail.

Tout d'abord en ce qui concerne la méthodologie mathématique, l'intérêt du filtre a été prouvé. On a noté que les cohérences étaient meilleures lorsque la phase était voisine de zéro. Nous avons interprété ceci comme un phénomène de mélange lié à l'upwelling. Ce phénomène est présent même dans la première parallèle (Cap Barbas – Cap Blanc) avec les mêmes caractéristiques (même pente T-S) que plus au sud. Ce phénomène est perturbé de façon différente selon les régions.

Il apparaît enfin qu'une cadence de prélèvement plus élevée est souhaitable en ce qui concerne l'étude des parallèles, tout au moins si l'on veut aller au-delà de l'allure générale. Cette cadence apparaît, par contre, suffisante en ce qui concerne la perpendiculaire à la côte. Les zones du large sont probablement plus homogènes dans la radiale que celles proches de la côte.

## REFERENCES

- Bartlett M.S., 1953. An introduction to stochastic processes with special reference to methods and applications. Cambridge, Cambridge University Press: 1-361.
- Blackman R.B., Tukey J.W., 1958. The measurements of power spectra from the point of view of communication engineering. New York, Dover Publ. Inc. : 1-190.
- Cruzado A., 1972. Sequential statistical analysis of continuous underway oceanographical data. *Inv. pesq.*, 35 (1) : 261-267.
- Hannan E.J., 1970. Multiple time series. New-York, John Wiley & Sons, Wiley Series in probability and statistics : 1-532.
- Ibanez F., 1972. Un essai d'interprétation écologique par l'analyse spectrale conjuguée avec l'analyse des composantes principales. *Bull. Union Océanogr. France*, 9 : 46-53.
- Jenkins G.M., 1961. General considerations in the analysis of spectra. *Technometrics*, 3 : 133-139.
- Jenkins G.M., Watts D.G., 1968. Spectral analysis and its applications. Holden-day series in time-series analysis. San Francisco : 1-525.
- Kelley J.C., 1972. Sampling considerations in upwelling studies. *Inv. pesq.*, 35 (1) : 251-260.
- Margalef R., Estrada M., 1972. Simple approaches to a pattern analysis of phytoplankton *Ibid.* 35 (1) : 269-297.
- Parzen E., 1961. Mathematical considerations in the estimation of spectra. *Technometrics*, 3:167-173.
- Platt T., Dickie L.M., Tites R.W., 1970. Spatial heterogeneity of phytoplankton in a near-shore environment. *J. Fish. Res. Bd Canada*, 27 (8) : 1453-1473.

## REMERCIEMENTS

Nous ne saurions terminer cet article sans remercier le département d'Océanographie de l'Université de Washington (Seattle), et plus particulièrement, Messieurs les Professeurs Dugdale et Kelley qui ont grandement favorisé notre prise de contact avec les méthodes de l'analyse spectrale.

Ce manuscrit est inscrit sous le n° de contribution 180 au Département Scientifique du Centre Océanologique de Bretagne.