

Conférence présentée au cours du VIème Colloque de l'ASTEO
(14-15-16 février 1974)

Table ronde sur : "*ACTION DES ELEMENTS SUR LES NAVIRES ET LES
STRUCTURES MARINES AU LARGE*"

Exposé de M. Alain CAVANIE (+) CNEOX
Chercheur Océanographe au
Centre Océanologique de Bretagne

LA HOULE DEFERLANTE ET SON ACTION

Introduction

- Le déferlement est certainement le phénomène le plus spectaculaire lié à la houle pour le promeneur côtier, n'ait-il aucune connaissance des mécanismes en jeu. Pour l'océanographe, c'est un phénomène hydrodynamique non-linéaire, non-stationnaire, qui dépend de la pente du fond et de la nature de la houle au large. Pour l'ingénieur constructeur d'ouvrages, c'est une source de forces destructrices (évaluées en dizaines et parfois en centaines de tonnes par mètre carré d'ouvrage) qu'il faut prévoir et contrôler.-

L'objet de notre communication est de faire le point sur les connaissances actuelles concernant la houle déferlante, telles qu'elles se dégagent d'une étude exhaustive des différents travaux publiés sur ce sujet dans les cent dernières années. Ce travail effectué en CNEOX pour l'Association *Action des Eléments* est basé sur une recherche bibliographique de plus de cent ouvrages dont 75 ont été retenus directement pertinents à cette étude.

Notre exposé, nécessairement bref, se divise en trois parties :

- résumé des connaissances théoriques concernant la houle à la limite du déferlement, comparaison avec l'expérience,
- synthèse des résultats expérimentaux utilisés concernant les effets liés au déferlement,
- résumé et critique de différents modèles utilisés pour calculer les efforts dus au déferlement.

Pour alléger la présentation, seuls les résultats importants seront présentés, les développements mathématiques étant détaillés dans les ouvrages en référence. Le rappel des hypothèses fondamentales aux différents modèles théoriques nous a par contre semblé important pour en délimiter les domaines d'application qui d'ailleurs s'avèrent souvent assez étendus dans la pratique.

I. THEORIES DES ONDES A LA LIMITE DU DEFERLEMENT ET COMPARAISON AVEC, L'EXPERIENCE

L'étude des ondes se propageant à la surface d'un fluide a attiré un grand nombre d'études théoriques depuis les travaux de Stokes du 19ème siècle. Nous nous bornerons dans cet exposé à l'étude de quelques résultats obtenus concernant la houle périodique, sous les hypothèses générales suivantes :

- A. Tensions superficielles négligeables
- B. Fluides incompressibles, homogènes, non visqueux
- C. Pression constante à la surface libre
- D. Ecoulements stationnaires pour un observateur se déplaçant à la vitesse des crêtes dans le cas d'ondes progressives
- E. Ecoulements plans
- F. Fond horizontal.

Même compte tenu de ces hypothèses, l'étude des ondes d'amplitude finie reste très difficile en raison des conditions non-linéaires à satisfaire à la surface libre. La condition cinématique impose qu'une particule fluide à la surface libre à un instant donné y reste au cours du mouvement. Cette condition s'écrit :

$$(1) \quad \frac{\partial n}{\partial t} + u \frac{\partial n}{\partial x} = v$$

n , u et v sont respectivement : l'élévation de la surface libre la vitesse horizontale et la vitesse verticale. La condition dynamique qui traduit le fait que la pression est constante à la surface libre s'écrit, dans le cas d'un écoulement stationnaire :

$$(2) \quad \frac{1}{2} (u^2 + v^2) + gn = \text{cte}$$

et dans le cas d'un écoulement non stationnaire, mais irrotationnel :

$$(2) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right)^2 \right] + gn = \text{cte}$$

La difficulté vient évidemment du fait qu'il faut satisfaire les conditions cinématiques et dynamiques sur une surface n inconnue a priori.

L'observation d'un objet flottant librement à la surface indique que les particules fluides se déplacent dans le sens de la propagation de l'onde à la crête et dans le sens opposé au creux. Aucune onde de surface satisfaisant cette condition générale ne peut avoir des vitesses particulières à la crête plus grandes que la vitesse de propagation de l'onde et satisfaire l'hypothèse D. Sinon il y aurait nécessairement un point sur le profil de l'onde en-dessous de la crête où la vitesse dans un repère lié à l'onde, serait nulle, ce qui est contraire à l'équation de BERNOULLI sous sa forme (2) ; ce résultat s'applique donc que l'écoulement soit irrotationnel ou non. Le critère suivant lequel la vitesse des particules à la crête ne peut pas dépasser la vitesse de propagation de l'onde fournit une définition commode d'une houle à la limite du déferlement comme étant celle dont la vitesse particulière à la crête est nulle pour un observateur lié à l'onde. Il faut insister sur le fait que ce résultat ne s'applique qu'aux ondes progressives satisfaisant l'hypothèse D ; lorsque la pente du fond est importante, ou que deux vagues ayant des vitesses très différentes viennent se superposer, l'hypothèse d'écoulement stationnaire n'est pas satisfaite et le déferlement *plongeant* n'est pas exclu. Toujours sous l'hypothèse D, STOKES a montré,

en faisant l'hypothèse que le profil à la crête forme un angle, que cet angle doit être de 120° pour toute houle irrotationnelle à la limite du déferlement (voir KINSMAN, page 271). Les observations en mer comme en laboratoire vérifient ce résultat à quelques degrés près lorsque le déferlement est à déversement. Cette propriété particulière aux écoulements irrotationnels a été utilisée dans différents travaux, présentés ici pour déterminer les caractéristiques des ondes à la limite du déferlement.

I.A - Ondes en eau profonde

Lorsque la profondeur est égale ou supérieure à une demi-longueur d'onde, l'influence du fond devient négligeable et l'hypothèse d'une profondeur infinie qui simplifie le problème peut être retenue.

MICHELL en 1873 a recherché un potentiel complexe satisfaisant la condition que la vitesse soit uniforme et horizontale pour $y = -\infty$, tel que la surface libre soit représentée par la ligne de courant $\psi = 0$ et dont les crêtes, formant un angle de 120° , assurant que les ondes considérées sont à la limite du déferlement. En enlevant les trois premiers termes du développement en série auquel le conduit ses calculs, MICHELL obtient une cambrure et une vitesse de propagation V données par les formules :

$$H/L = 0,142$$

$$V = 1,1 \sqrt{gL/2\pi}$$

Ainsi, les ondes à la limite du déferlement ont une vitesse égale à 1,1 fois la vitesse des ondes de petite amplitude. Cette formule fournit par la même occasion les vitesses des particules à la crête par rapport au fond.

YAMADA en 1957 a repris les calculs de MICHELL. Il trouve de même un potentiel complexe qui contient une série infinie dont les coefficients ne peuvent être déterminés que numériquement, en tronquant la série. Profitant de moyens de calcul modernes, il a pu en calculer les 12 premiers termes. La cambrure et la vitesse de la houle limite ainsi trouvée sont données par les équations :

$$H/L = 0,1412$$

$$V = 1,0923 \sqrt{gL/2\pi}$$

valeurs très proches de celles trouvées par MICHELL soixante ans plus tôt. L'intérêt de ces nouveaux calculs est de montrer, par une méthode assez différente, que les calculs de MICHELL ne sont pas erronés et que la poursuite du développement à des termes d'ordre supérieur n'apporte pas de modification sensible des résultats.

I.B - Ondes en eau peu profonde

MAC COWAN en 1894 a trouvé, en satisfaisant approximativement les conditions à la surface libre, séparément à la crête et loin de celle-ci, une expression décrivant l'écoulement d'une onde solitaire, à la limite du déferlement suivant le critère de STOKES. Il obtient alors la hauteur de la crête H au-dessus du niveau de la surface libre à l'infini h , en imposant que le flux soit le même à l'infini et en $x = 0$, ce qui donne :

$$H = 0,78 h.$$

La vitesse de propagation de l'onde solitaire U lorsque le fluide est au repos à l'infini est, d'après ce travail :

$$U = 1,25 \sqrt{gh}.$$

LENAU en 1965 a repris l'étude détaillée de l'onde solitaire à la limite du déferlement. De même que YAMADA, LENAU aboutit à un système infini d'équations non-linéaires qui servent à déterminer une solution en séries. En tronquant la série, il obtient les résultats suivants :

$$H = 0,83 h$$

$$U = 1,29 \sqrt{gh}$$

A 6 % ce sont les résultats de MAC COWAN.

I.C - Comparaison des résultats théoriques et expérimentaux

Suivant la configuration du fond et les caractéristiques de la houle incidente, le déferlement peut prendre plusieurs aspects. On passe de façon continue d'un mode de déferlement à l'autre, mais on convient, par souci de simplification, d'en distinguer trois :

- le déferlement à déversement s'observe sur les plages plates, pour des houles incidentes de forte cambrure. L'instabilité apparaît dès que la houle aborde les eaux peu profondes. Elle prend la forme d'un écoulement turbulent continu sur le front de la vague, mais l'onde reste approximativement symétrique par rapport à son sommet. PROVIS (1971) a trouvé expérimentalement que les ondes solitaires à la limite du déferlement par déversement satisfaisait la condition :

$$H/R = 0,84 \pm 0,04$$

ce qui est remarquablement proche de la théorie de LENAU. MUNK en 1949 avait trouvé pour ce rapport une valeur de 0,75 à partir de 746 observations en laboratoire et sur différentes plages. Ainsi pour ce type de déferlement, la théorie et l'expérience s'accordent de façon satisfaisante.

- quant la houle incidente est moins cambrée et la pente de la plage plus élevée, le déferlement se produit plus près de la côte et de façon plus brutale. Le profil de la houle devient fortement dissymétrique, la pente du front étant plus raide que celle du versant arrière.

A un moment donné, apparaît un point à tangente verticale et le haut de la vague s'écroule alors sous la forme d'une volute sur le front, en emprisonnant un certain volume d'air. C'est le déferlement plongeant. Après l'éboulement de son sommet, l'onde se transforme en un ressaut qui se propage vers la plage. Les résultats expérimentaux de PROVIS donnent dans le cas de déferlement plongeant une valeur du rapport H/h de $0,99 + 0,04$. Ceci dépasse les valeurs théoriques de 18 %, ce qui n'est pas surprenant puisque les hypothèses D et F ne sont plus satisfaites dans ce cas.

- en abordant un fond très incliné, la houle *gonfle* soudainement et atteint sa cambrure limite en peu de temps. L'instabilité apparaît sur la totalité du front de la vague qui s'écroule dans les quelques mètres précédant le rivage. C'est le déferlement à gonflements qui est généralement suivi d'un *jet de rive* (run-up) et d'un *flot de retour* (back-wah) importants. Ici aucune comparaison avec la théorie n'est possible, les hypothèses D et F étaient incompatibles avec ce type d'écoulement.

Ainsi la courbure de la houle au large H_0/h_0 et la pente du fond déterminent les paramètres caractéristiques au moment du déferlement et son mode. On trouvera dans IVERSEN les courbes expérimentales décrivant la déformation de la houle jusqu'au déferlement, en fonction de α . La dissymétrie de la houle au moment du déferlement y est également déterminée en fonction de la cambrure au large.

II. LES FORCES D'IMPACT DE LA HOULE DEFERLANTE

On a mesuré sur des obstacles plans verticaux placés dans la zone de déferlement des efforts équivalents à cent fois la variation de pression hydrostatique qui serait engendrée par la réflexion totale des lames sur l'obstacle. Ces forces intenses ont des amplitudes variables, mais des durées toujours très petites devant la période de la houle. LUNDGREN propose d'appeler *force d'impact* une force de grande intensité, qui serait atteinte en un temps inférieur ou égal à

$$t_{imp} = 0,2 Hb/c,$$

où Hb et c sont respectivement le creux et la célérité de la vague déferlante.

Les premiers résultats concrets sur les forces d'impact ont été fournis par les mesures *in situ* des Ponts et Chaussées (1928-1938) et par les expériences en laboratoire de BAGNOLD (1939). Les différents essais effectués depuis 15 ans dans le cadre de projets particuliers (jetées verticales, portes d'écluses) ont précisé ces résultats et la manière dont ils peuvent être utilisés. Les modèles mathématiques simples du *coup de bélier* et du *coussin d'air* ont par ailleurs jeté quelques lumières sur la physique du phénomène.

II.A - Résultats de la campagne de mesures *in situ* des Ponts et Chaussées

Les conclusions de ces travaux sont présentées dans un rapport de Messieurs M.A. de ROUVILLE, P. BESSON et P. PETRY (1938). Les variations très rapides de pression dans les chocs des lames déferlantes étaient mesurées à l'aide de trois manographes à quartz (fréquence propre supérieure

à 1 000 Hz) encastrés à différentes hauteurs à l'extrémité de la jetée de DIEPPE. De ces enregistrements effectués pour des états de mer particulièrement sévères, il ressort que très peu de vagues (2 pour cent) produisent des forces d'impact ; de plus, les valeurs de ces forces et leurs durées sont très variables d'un impact à l'autre. En comparant les résultats des trois capteurs, il apparaît que le choc principal s'exerce à des côtes variables. Enfin, les plus grosses lames ne produisent pas toujours les chocs les plus violents. La pression d'impact la plus importante mesurée au cours de ces enregistrements est de 69 tonnes/m². Elle fut atteinte en 0,005 s et provoquée par une lame de 1,80 m de creux et 40 m de longueur d'onde.

Après le choc et sous l'effet de la brusque détente de l'air emprisonné entre la vague et la jetée, des embruns sont violemment projetés vers le haut. La vitesse verticale de ces embruns fut mesurée à l'aide d'enregistrements cinématographiques. Elle a atteint 77 m/s pour une houle de 1,50 m de creux et 40 m de longueur d'onde.

II.B - Expériences en laboratoire

Les principales mesures effectuées en laboratoire concernent les forces d'impact sur un mur vertical. BAGNOLD (1939) a le premier déterminé les conditions dans lesquelles se produit un choc : la vague doit déferler rigoureusement à l'aplomb du mur, en enfermant entre elle et le mur un coussin d'air de petite épaisseur. Il est donc nécessaire que le déferlement soit du type *plongeant*. Si la vague déferle avant d'atteindre le mur, le volume d'air enfermé est plus important et réduit considérablement l'intensité de la pointe de pression mesurée sur le mur.

Les résultats suivants et les ordres de grandeur fournis par BAGNOLD furent par la suite vérifiés et précisés par DENNY (1951), ROSS (1953), AARTSEN et VENIS (1959) et MITSUYASU (1966).

a) Des vagues identiques, déferlant au pied de l'obstacle vertical, produisent des maxima de pression variables. Ce caractère aléatoire des forces d'impact s'explique par les petites variations de la forme et du volume du coussin d'air enfermé.

La pression maximale enregistrée par BAGNOLD au cours de ses essais est égale à 56 tonnes/m². Elle fut produite par une vague de 25 cm de creux.

b) Tous les enregistrements de la pression en fonction du temps obtenus lors de ces expériences possèdent un caractère commun : la mise en charge est plus brutale que la détente. Pour les essais en laboratoire elle est de l'ordre de quelques millièmes de seconde pour les maxima les plus élevés.

Sur certains enregistrements, la détente se fait suivant un mode oscillatoire.

L'intensité du pic de pression étant aléatoire pour une vague déferlante déterminée, BAGNOLD a cherché quelle autre grandeur, mesurable sur les courbes de pression, était caractéristique de la vague produisant le choc. Ayant calculé sur ses enregistrements l'aire comprise entre la partie montante de la courbe $p = p(t)$ et l'axe des temps, il a constaté que cette aire restait inférieure à la quantité de mouvement par unité de surface de la vague incidente. Ceci est conforme au théorème de la résultante cinétique :

$$Q_1 - Q_2 = \int_0^{t_{\max}} p \, dt$$

où Q_1 et Q_2 sont les composantes horizontales de la quantité de mouvement par unité de surface des ondes incidente et réfléchié ; t_{\max} correspond à la durée de l'impact.

Si les résultats précédents obtenus en laboratoire sont précieux lorsqu'il s'agit d'expliquer le mécanisme du phénomène, ils doivent être utilisés avec prudence pour la prévision des forces d'impact sur les sites naturels. ROSS (1953) propose comme rapport de similitude de l'impulsion le rapport de similitude des longueurs élevé à la puissance 3/2 :

$$P \times T \, H^{\frac{3}{2}}$$

Ce résultat est obtenu en utilisant la valeur de la pression déduite du modèle du coup de bélier (voir paragraphe suivant) : $p = \rho u c$, où u est la vitesse des particules heurtant le mur, égale au déferlement à la célérité de l'onde, soit (gh) et c la vitesse du son dans l'eau ; c dépend du pourcentage d'air dans l'eau et la solution de ROSS n'est exacte que dans la mesure où ce pourcentage est le même en modèle réduit et en grandeur nature, ce qui n'a pas été vérifié.

III. DIFFERENTS MODELES THEORIQUES POUR CALCULER LES EFFORTS DUS AU DEFERLEMENT

Trois modèles théoriques ont été élaborés : le choc par coup de bélier, le choc ventilé et le choc par compression, qui représentent approximativement le phénomène dans les cas schématisés sur la figure 1.

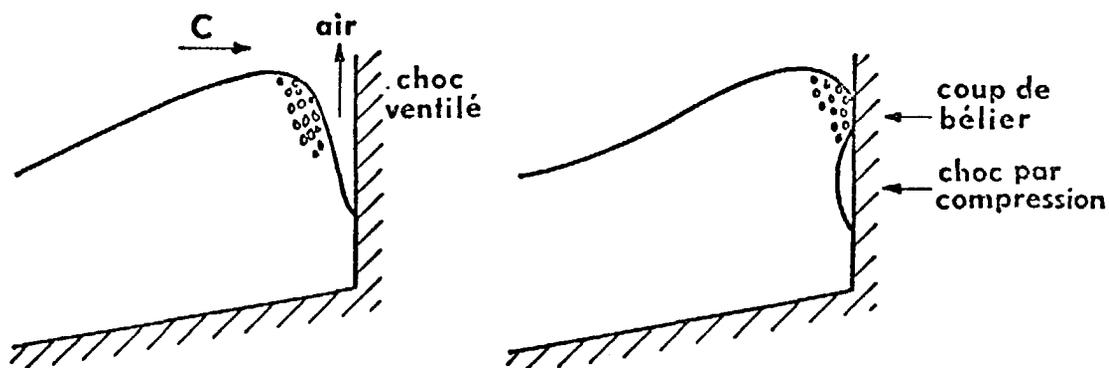


Fig.1

III.A - Le coup de bélier

La pression maximale dans le coup du bélier est :

$$P_{\max} = \rho u c$$

u est la vitesse des particules heurtant la paroi et c la vitesse du son dans l'eau.

Dans la zone de déferlement et près de la surface libre, l'eau contient toujours des bulles d'air. La vitesse du son dans ce mélange élastique eau-air dépend très sensiblement de la fraction d'air dans l'eau.

Si l'eau contient 1 % d'air réparti uniformément sous forme de petites bulles, la vitesse du son dans ce mélange est de 100 m/s au lieu de 1500 m/s dans l'eau pure. Pour une vitesse des particules de 3 m/s la pression atteinte est :

$$P_{\max} = 30 \text{ tonnes/m}^2$$

(cette pression serait de 450 t/m² si l'eau ne contenait pas d'air). La durée de la compression est approximativement celle nécessaire à l'onde de choc pour parcourir la distance séparant le point de mesure de la surface libre la plus proche. Cette distance est généralement de l'ordre du décimètre ; si la vitesse du son vaut 100 m/s, la durée de la mise en charge est donc de l'ordre de 0,001 s.

FUHRBOTER (1969) a trouvé ces mêmes ordres de grandeur au cours d'une série d'expériences effectuées à l'aide d'un *générateur d'impact* propulsant un jet d'eau de 20 cm de diamètre sur une paroi plane équipée de 8 manomètres électroniques.

III.B - Choc ventilé

La vague rencontre le mur au moment où elle va déferler. Le front de la vague étant alors voisin de la verticale, la montée en pression est très rapide et on peut parler de force d'impact.

Si H_d est le creux de la vague et A le volume d'air compris entre la vague et la paroi par unité de longueur de celle-ci au début du choc, la durée de la compression est :

$$t_c = \frac{A}{H_d c}$$

P_{\max} étant la moyenne des pressions maximales sur la paroi, il est commode d'admettre que la pression p suit la loi :

$$p = \frac{1}{2} P_{\max} \left(1 - \cos \pi - \frac{t}{t_c} \right) \text{ de } t = 0 \text{ à } t = 2 t_c$$

L'impulsion totale fournie au mur est donc :

$$I = H_d \int p dt = H_d p_{\max} t_c$$

En supposant que toute l'eau derrière le front de la vague se déplace à la vitesse c , I peut arrêter une masse d'eau égale à :

$$M_{hy} = \frac{I}{c}$$

M_{hy} a été calculée par WESTERGAARD pour la vibration d'un barrage: $M_{hy} \approx 0,5 \rho h^2$

h étant la hauteur du barrage. En utilisant ces formules pour la houle déferlante et en supposant $A = 0,2 H_d^2$, on obtient :

$$P_{\max} = \frac{I}{H_d t_c} = 2,5 \rho c^2 \quad \text{et} \quad t_c \approx 0,1 H_d / c$$

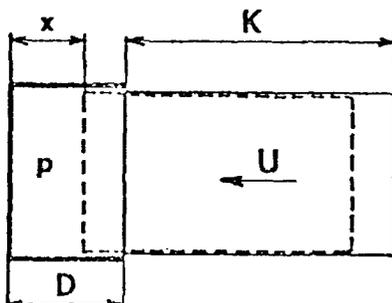
Pour une onde se propageant à 10 m/s, il vient :

$$P_{\max} = 25 \text{ t/m}^2 \quad \text{et} \quad t_c = 0,1 \text{ s.}$$

Malgré les nombreuses simplifications qui ont permis la formulation explicite de P_{\max} , on voit que les chiffres obtenus ont l'ordre de grandeur des résultats de mesures in situ.

III.C - Choc avec compression

La force d'impact mesurée sur la paroi est due ici à la brusque compression du coussin d'air enfermé entre la paroi et le front concave de la vague déferlante. Une représentation schématique du phénomène est donnée par la figure 2. Un piston de masse volumique ρ égale à celle de



l'eau, et de la longueur K , possédant une vitesse initiale U , pénètre dans un cylindre de profondeur D et va comprimer l'air qui s'y trouve. En supposant la compression adiabatique, on a, à l'instant t :

$$p = A x^y \quad \text{avec} \quad A = P_0 D^y$$

Fig.2

La relation fondamentale de la dynamique, appliquée au piston, s'écrit :

$$p = \rho k \frac{d^2 x}{dt^2} + p_0$$

L'équation du mouvement est donc :

$$\rho k \frac{d^2 x}{dt^2} - A x^{-\gamma} + p_0 = 0$$

soit après une première intégration :

$$(3) \quad u^2 = \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = U^2 - \frac{2A}{(\gamma-1)\rho k} \left(\frac{1}{x} \right)^{\gamma-1} - \left(\frac{1}{D} \right)^{\gamma-1} + \frac{2p_D}{\rho k} (D-x)$$

BAGNOLD a effectué numériquement la deuxième intégration pour des valeurs particulières de U, K et D. Les courbes de pression ainsi établies sont semblables à celles obtenues par les Ponts et Chaussées à Dieppe en 1938. Le maximum de pression, mesuré sur ces courbes est calculé avec une précision de 10 % par la formule :

$$p_{\max} - p_0 = 2,7 \frac{\rho U^2 K}{D}$$

U peut être assimilé à la célérité de l'onde. La longueur maximale du piston, égale à $K = \frac{1}{\rho U} \int_0^t p dt$, a été évaluée, d'après les enregistrements manographiques de BAGNOLD, à : $K = 0,2 Hd$. Il vient alors :

$$p_{\max} - p_0 = 0,54 \rho U \frac{2Hd}{D}$$

En prenant $D = 0,2 Hd$, on trouve $p_{\max} - p_0 = 2,7 \rho U^2$ ce qui est très voisin du résultat obtenu pour le modèle du choc ventilé.

CONCLUSIONS

Malgré les nombreux travaux publiés dans ce domaine, l'état des connaissances concernant le déferlement et les forces qui en découlent n'est pas entièrement satisfaisant. A cause des difficultés théoriques rencontrées, il n'existe pas de théories statistiques de la houle à la limite du déferlement analogue aux théories statistiques de la houle au large. Les vitesses des particules fluides dans les déferlements plongeants et avec gonflements sont actuellement très mal connues et ne seront déterminées qu'à l'aide d'expériences très fines ainsi que des modèles numériques non stationnaires assez délicats à mettre en œuvre. De même les modèles théoriques utilisés pour calculer les efforts liés au déferlement dépendent de paramètres encore mal connus (épaisseur du coussin d'air, quantité d'air dans l'émulsion air-eau).

Les résultats acquis, aussi fragmentaires soient-ils, doivent inciter les constructeurs à éviter la zone de déferlement plongeant. Lorsque cela est impossible, il faut dessiner les structures avec des parois inclinées ce qui réduit beaucoup la force des chocs et, le cas échéant créer une émulsion air-eau au voisinage de la structure, en lisant de l'air sous pression ou le ruissellement de l'eau élevée par vagues elles-mêmes.

BIBLIOGRAPHIE

BAGNOLD R.A. *Interim Report on wave - pressure research* J. Inst. Civil Engineers VI 1939 pp 202-226.

ROUVILLE A. DE, BESSON P., PETRY P. *Etat Actuel des Etudes Internationales sur les Efforts dus aux Lames*. Ann. des Ponts et Chaussées, V. 108, N° 21938 pp 5-113.

IVERSEN H. *Waves and Breakers in Shoaling Waters* Proc. 11th, Conf. Coast. Eng. Berkeley 1953.

KINSMAN B. *Wind Waves* Prentice Hall, N.J. 1965.

LEBRETON J. *Quelques aspects sur les problèmes d'Interaction entre les écoulements et les structures. Cas des structures de mer*, E.D.F., Bull. Direct., Ets. Rechs. Série A, N° 1, 1970 pp 97-134.

LE NAU C. *The Solitary Wave of Maximum Amplitude*, J. Flid. Mech. Vo. 26 N° 2-1966 pp 309-320.

MAC COWAN *On the Highest Wave of Permanent Type*. Phil. Mag. Vo 36, N° 5, 1893 pp 351-358.

MICHELL J., *The Highest Wave in Water* Phil. Mag. Vo 36, N° 5, 1893 pp. 430-437.

MUNK W., *The Solitary Wave Theory and its Applications to Surf Problems*, Ann. New-York AC. of Sciences, Vo 51, 1949, pp 376-423.

PROVIS D., *Solitary Waves and Breakers*, ed. Flinders U. of South Australia.

YAMADAH, *Highest Waves of Permanent Type on Surface of Deep Water*, Rept. of Res. Inst. of Applied Mechs., Vo.5, N° 18, 1957. pp 37-52.