

METHODOLOGIE D'ANALYSE ECONOMIQUE DE L'AQUACULTURE

*****DOCUMENT DE TRAVAIL EN VUE D'UNE TENTATIVE*****
*****DE MODELISATION*****

Bernard GILLY

DRV / SDA (*)

Septembre 1985

(*) Département Stratégie de
Développement et d'Aménagement
IFREMER, Nantes

Avertissement:

Ce document a été écrit dans l'hypothèse où un modèle était réalisable pour le bar ; or dans mon idée, cette dernière espèce s'élevait en bassin à terre comme à Finia (voir le document F.A. 1981) avec pompage de l'eau de mer et éventuellement chauffage. Quoiqu'il en soit, il sera toujours possible de préciser ou de supprimer certaines relations fonctionnelles du modèle.

Il s'agit d'un document de travail provisoire qui tente de montrer dans quelles conditions et avec quels outils il est possible pour les économistes d'aborder l'aquaculture. En tant que tel nous espérons que chaque lecteur pourra nous faire part de ses critiques et avis (de préférence par écrit).

Dans ce document, on tente délibérément de se placer en rupture avec les démarches habituelles suivies en matière d'évaluation de l'aquaculture, à la fois sur le plan biologique et sur le plan économique. Il semble (à la suite d'entretiens avec certains biologistes et d'après les documents existants) qu'en matière de connaissances biologiques (au sens le plus large), on a accumulé en France des données parfois dans des domaines très pointus - par exemple en matière de physiologie de la reproduction - mais le plus souvent dans un domaine relevant à la fois de la "tuyauterie" et de la connaissance empirique, c'est à dire beaucoup plus "technique" que "scientifique". Ainsi, dans un très grand nombre de cas, les résultats obtenus permettent de franchir conjoncturellement un obstacle mais ne garantissent en rien la reproductibilité de leurs effets. Par ailleurs ces résultats ne sont souvent pas reliés entre eux. Cette "qualité" des résultats peut être masquée par le nombre relativement élevé des publications de chercheurs français au cours des quinze dernières années (GILLY et WEBER, 1985). En matière économique, le nombre de travaux français est très insuffisant pour juger de leur qualité, mais l'approche la plus fréquente est celle, tout à fait insuffisante et réductrice, de la rentabilité par la marge brute d'exploitation. Il ne s'agit pas ici de faire la critique in extenso de ce type d'analyse (GILLY et WEBER, 1985) mais, à part le mérite d'exister et d'être simple, il est très limité par:

* le fait que cela ne permet pas de comparaison - et donc pas de choix - entre des types d'aquaculture ou des modes d'aquaculture différents utilisant par exemple des consommations intermédiaires différentes. Par exemple, on ne peut choisir, par comparaison des marges brutes dégagées, entre une activité intégrant la production d'alevins et une autre, identique en tous points, mais achetant ses alevins. A cela il faut ajouter que le plus souvent l'approche se fait sur des comptes prévisionnels, par définition équilibrés;

* le fait que cela permet encore moins de se livrer à une approche en termes d'aménagement, c'est à dire d'organisation d'un espace ou d'un ensemble de facteurs finis. Par exemple à partir de ces analyses on ne pourra pas répartir - ou plus exactement proposer une répartition cohérente - un espace littoral donné entre plusieurs types d'activités différents ou antagonistes.

Il existe d'autres approches, non exclusives de la précédente, mais permettant, au prix d'un minimum de schématisation et à partir d'hypothèses simples, de quantifier l'activité aquacole et donc d'établir une éventuelle hiérarchie, contingente aux hypothèses de base. Cette dernière réduction, de taille il est vrai, nous obligera à formuler des hypothèses réalistes mais introduira sans conteste une cible de critiques à ces travaux.

1. La première alternative consiste à travailler non plus en termes de marges brutes mais en termes de Valeur Ajoutée par l'aquaculture, c'est à dire de richesses créées. A la notion encore trop imparfaite de valeur ajoutée brute, on préférera celle de valeur ajoutée nette qui permet de prendre en compte les coûts en capital. Cette approche est certes possible dans quelques cas, mais la plupart du temps on ne dispose pas d'un recul suffisant pour travailler sur des données de terrain, et des critiques de même nature que les précédentes peuvent être formulées. Par ailleurs cette approche "comptable" va donner un certain nombre d'indications supplémentaires mais elle ne permet toujours qu'une analyse rudimentaire. En particulier, elle ne donne aucune indication sur les niveaux de coûts acceptables ou sur la sensibilité des résultats aux variations des coûts intermédiaires ou des prix de marché. Phénomène sans doute encore plus grave, cette approche ne reflète que très mal voire pas du tout le coût d'opportunité réel des facteurs, ce qui hypothèque toujours une approche en terme par exemple de coûts-bénéfices.

2. Une autre alternative consiste à se débarrasser de toute approche comptable et à travailler directement, à partir des quelques données existantes, en termes de simulation et/ou d'optimisation. De nombreux travaux ont été réalisés dans ce domaine aux USA (HUGUENIN et ANSUINI, 1978; RAUCH, BÖTSFORD et SHLESER, 1975; ANDERSON, 1984; ADAMS, GRIFFIN et NICHOLS, 1980; GATES, MACDONALD et POLLARD, 1980; LIPSCHULTZ et KRANTZ, 1980.), toujours en termes de maximisation du profit. Ce dernier objectif, qui est l'hypothèse de base des modèles développés par les auteurs américains est certes discutable, mais correspond, d'une certaine manière, au comportement normal des entrepreneurs. Toutefois, en l'absence de certitude sur le comportement des aquaculteurs, il est toujours possible de prendre comme objectif la minimisation de la fonction de coût de production. Cette fonction permettra également de déterminer la sensibilité du coût de production vis à vis de variations exogènes des variables d'état (voir plus loin).

Les variables qui décrivent les conditions du système sont les variables d'état (poids moyen, nombre de survivants, température). Les variables de contrôle sont celles qui sont susceptibles d'induire des changements dans les conditions du système (quantité de nourriture, chauffage). Enfin, la façon dont les variables de contrôle affectent les variables d'état sera un paramètre (taux de croissance spécifique, pouvoir calorifique).

La méthodologie proposée pour la construction de la fonction de coût repose sur une approche systémique. Le développement de l'aquaculture relève de la recherche d'un triple équilibre entre trois systèmes:

* un système biologique qui décrit la réponse des animaux aux modifications des variables d'état et de contrôle du système: relation entre la croissance pondérale et la température et/ou la salinité, sensibilité de la courbe de croissance à la présence de substances issues du métabolisme (mortalité), influence de la quantité et de la

qualité des aliments distribués sur la croissance des animaux, etc.. À l'inverse ce système doit également décrire le feed back que les animaux exercent sur leur milieu. Il paraît évident que toutes les variables d'état ne peuvent être incluses dans la description du modèle biologique:

- . en particulier, ne seront pas incluses dans le modèle celles qui sont invariantes ou sans effets sur les animaux;

- . celles dont les effets sont inconnus ne pourront pas non plus être prises en compte. En revanche, il sera possible, dans un certain nombre de cas d'intégrer certaines variables du milieu sous forme de contrainte fixe: valeur minimale ou maximale;

- . en définitive, seules seront complètement incluses les variables dont les effets sont parfaitement connus et quantifiés et significatifs (FRY,1947).

Le choix de la variable cible chez l'animal dépend de l'objectif poursuivi. L'objectif biologique "normal" de l'aquaculture est d'établir une méthode de reproduction (fécondation et développement larvaire) et d'élever des animaux jusqu'à leur maturité avec une mortalité limitée. A priori la variable de poids ne présente pas un grand intérêt d'un point de vue biologique (c'est plutôt un indicateur d'état). En revanche, cette variable est celle qui a la plus grande signification en terme économique en général, et en aquaculture en particulier puisqu'il existe une relation entre la quantité de nourriture ingérée (qui se traduit directement en un coût) et le poids de l'animal (qui se traduit directement par un prix). Parfois la longueur de l'animal apparaît comme un déterminant du prix (au moins subjectivement - exemple: la langoustine -) et il est alors utile d'avoir une relation taille-poids $L = f(P)$. La quasi totalité des sous-modèles biologiques existants traitent de trois paramètres essentiels:

- . la loi de croissance de l'animal considéré
- . le taux de mortalité
- . les caractéristiques du milieu

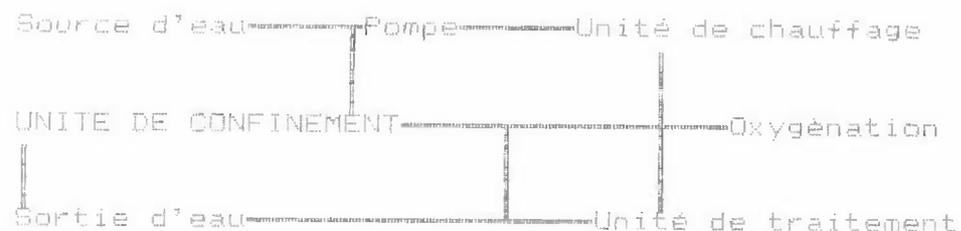
Les deux premiers sont liés directement à des caractères intrinsèques de l'espèce d'une part (donc difficilement modifiables sauf par sélection génétique) et d'autre part au troisième qui conditionne leur réalisation. C'est ce troisième paramètre qui se trouve à son tour déterminé par les caractéristiques techniques du système.

* un système technique, très variable selon les cas considéré mais qui est supposé répondre à deux types de fonction:

- . le confinement d'un stock d'animaux (en général à une densité supérieure à la densité naturelle) dans un espace clos accessible. Cette fonction peut être assurée de diverses manières, en fonction des contraintes propres à l'éleveur mais aussi en fonction des caractères éthologiques connus ou supposés de l'espèce. Ainsi, certains animaux à comportement territorial ou cannibale ne pourront être élevés dans des enceintes utilisées pour l'élevage d'espèces grégaires.

- . le maintien des paramètres du milieu à leur valeur "optimale". Le taux de croissance de chaque individu dépend du taux de nourriture, de la qualité de celle-ci, de la température de l'eau, de la présence ou de l'absence de métabolites, etc.. Le système technique régule ces interactions de manière à assurer la survie et le développement des animaux.

En règle générale, il faudra décrire le système technique dont on dispose avant de tenter une modélisation. La plupart des modèles existants décrivent, en sus de la fonction de contention, la fonction d'acheminement de l'eau dans le système puis hors du système, la fonction de recirculation de tout ou partie de cette eau, le maintien à une température donnée de l'eau, l'extraction des produits toxiques d'excrétion ou de surplus alimentaire, et l'oxygénation.



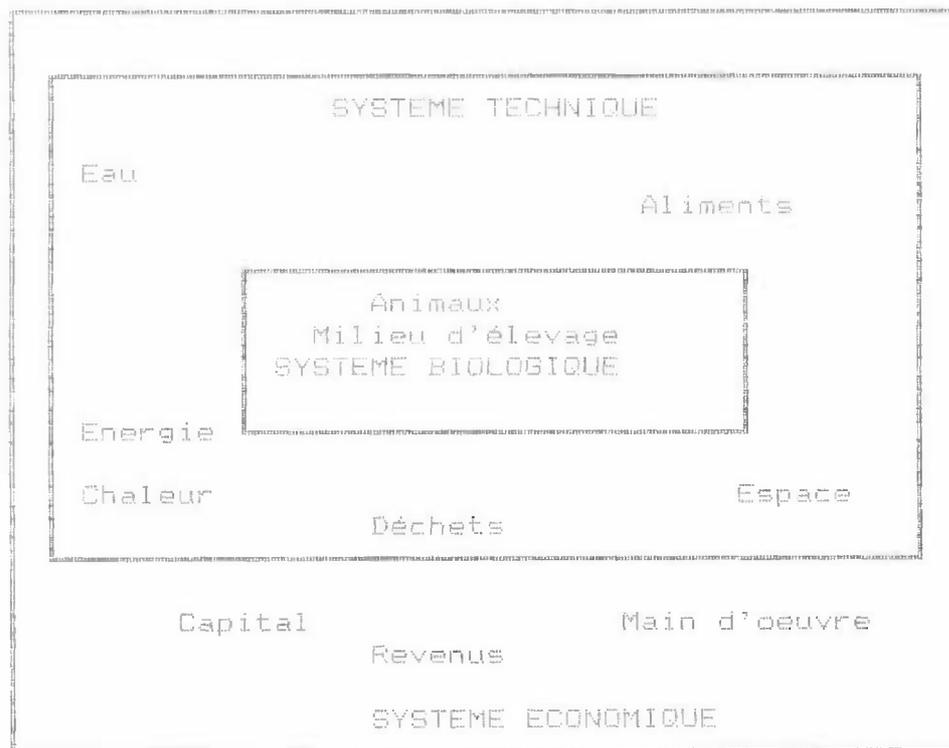
La mise en oeuvre de ce système technique génère un certain nombre de coûts (investissements, fonctionnement) qui sont décrits par le sous-modèle économique.

* un système économique qui décrit la pérennité des entreprises aquacoles, dont les déterminants sont de deux types:

1. déterminants endogènes. Ils sont liés directement aux deux précédents systèmes et sont principalement liés aux coûts de leur mise en oeuvre. Il est en effet probable que tous les éléments de chacun des systèmes ne seront pas présents dans tous les systèmes d'élevage. Seuls seront retenus par les opérateurs ceux dont le coût est inférieur aux revenus produits. Ainsi par exemple, le système d'élevage des salmonidés en cage en mer ouverte ne requiert aucun système de filtration ou de pompage ou d'oxygénation de l'eau, mais les coûts de confinement risquent d'y être déterminants.

2. déterminants exogènes. Ils sont liés à des contraintes que l'entreprise ne maîtrise pas, et ils ne sont pas toujours appréciables. Dans cette catégorie, on trouvera les contraintes de consommation: saisonnalité, élasticités, substitutions, etc.. mais aussi des contraintes plus difficilement quantifiables comme par exemple l'existence d'activités concurrentes ou complémentaires. Certaines contraintes de coût peuvent aussi être exogènes: coût de l'énergie par exemple.

La façon dont les variables biologiques, techniques et économiques sont reliées entre elles peut être schématisée ainsi:



Ainsi, le système global (regroupement des trois sous-modèles) répond bien à la finalité de l'exploitation aquacole qui est, toutes choses égales par ailleurs, d'aboutir à un certain niveau de rémunération du capital et de la main d'oeuvre. La partition d'un système d'élevage aquacole en plusieurs sous-systèmes ne correspond pas à une simplification arbitraire. Chacun d'entre eux représente une entité homogène et entre eux existent des interactions nombreuses et complexes. L'analyse économique nécessite la caractérisation de chaque élément de chaque sous-système et la description des interactions. On peut alors les réunir dans un modèle mathématique. Il est rare qu'un changement d'un facteur technique ou biologique ne se traduise pas par des modifications des variables d'état, résultant en un changement dans les coûts de production. Mais certaines variations peuvent, en l'état actuel des connaissances, ne pas être détectables, au moins à court terme: tant qu'on ne dispose pas d'un moyen pour mesurer et quantifier un changement des résultats consécutif à un changement dans les facteurs de production on ne peut réaliser un modèle intelligible. En corollaire à cette recherche de sensibilité, un tel modèle permet de définir les domaines dans lesquels la recherche pourrait avoir les impacts les plus importants, c'est à dire entraînerait la mise au point des techniques les plus susceptibles de réduire les coûts et/ou les risques.

Sur la base de ce qui se fait en France métropolitaine en matière d'aquaculture, ce sont les informations disponibles sur certaines espèces qui vont déterminer le mode de travail. Seuls le bar (loup) et la truite de mer semblent suffisamment connus pour faire l'objet d'une modélisation. Parmi les espèces tropicales, les crevettes pénaeïdes ou les chevrettes, sous réserve du choix d'une espèce précise, peuvent sans doute faire l'objet d'une

modélisation. Dans l'approche dynamique qui est présentée plus loin, on ne retiendra alors que les variables d'état significatives pour lesquelles on dispose des informations nécessaire.

Il est possible, une fois le système correctement spécifié, de mener l'analyse économique de deux façons:

1. la solution la plus classique - mais aussi la plus immédiatement utilisable - consiste à comparer la faisabilité économique de projets construits à partir de système contrôlés (voir 2.) et à déterminer parmi dans le champ des faisables celui qui paraît souhaitable.

2. l'autre solution consiste à déterminer le niveau d'utilisation de chacun des facteurs qui conduit au résultat considéré comme optimal: c'est l'analyse dynamique, qui recouvre les techniques de programmation linéaire, la programmation dynamique et la théorie du contrôle optimal.

Evaluation des projets. Il existe plusieurs méthodes d'évaluation des projets. Cela revient à évaluer, parmi les investissements possibles, lequel sera le plus rémunérateur, le plus souvent en termes monétaires. Il est bien sûr possible de discuter l'opportunité d'une approche en terme de profit, mais en règle générale on ne dispose guère de moyens simples de quantification d'autres objectifs; il reste que dans cette approche, il est toujours possible d'introduire d'autres contraintes - comme par exemple la maximisation du nombre d'emplois créés - par l'intermédiaire de la variable de coût.

Dans ces évaluations, le critère déterminant est le taux d'intérêt utilisé. Il existe deux taux possibles dont la signification est assez largement différente et qui ne sont pas utilisés dans les mêmes circonstances. Les investissements publics sont généralement évalués au taux d'intérêt réel plutôt qu'au taux nominal (c'est à dire le taux monétaire). Le taux d'intérêt réel est égal au taux nominal diminué du taux d'inflation. Le taux nominal est donc beaucoup plus instable que le taux réel, mais l'utilisation de ce dernier n'est pertinente que pour des investissements à très long terme (foncier, immobilier) dont l'appréciation (ou la dépréciation) peut être différente en terme réel ou en terme nominal. La plupart du temps les investissements productifs privés sont évalués au taux d'intérêt nominal, plus élevé mais plus facile à estimer que le taux réel. L'évaluation des projets et la décision d'investissement dépendent également de l'appréciation de l'incertitude liée au projet. D'une manière générale, l'évaluation du risque se traduit par une "prime de risque" sous la forme d'un taux d'intérêt supplémentaire à ajouter au taux nominal. Plus l'incertitude est grande, plus la "prime" est importante.

Analyse coût-bénéfices.

Cette méthode compare les bénéfices annuels successifs aux coûts annuels successifs en utilisant un facteur de conversion qui permet d'exprimer les valeurs présentes et futures en des termes comparables. Ce facteur est le taux d'actualisation, i. Les bénéfices disponibles dans l'avenir sont considéré comme moins "attrayants" que des bénéfices immédiats et donc ont une moindre "valeur".

De la même façon, les coûts futurs paraissent "moins chers" que les coûts présents. Si la valeur du taux d'actualisation est proche de zéro, les valeurs actuelles et futures sont considérées comme peu différentes et donc la décision d'investir est peu liée au facteur temps. Au fur et à mesure que i augmente, les valeurs futures se dévalorisent et le revenu immédiat prend de l'importance.

L'analyse coûts-bénéfices permet la comparaison des résultats de plusieurs projets, actualisés avec le même taux et sur la même durée de vie. Le bénéfice net actualisé est obtenu par différence entre les revenus actualisés (R) et les coûts actualisés (C), pour chaque année (n) de la durée (t) de chaque projet (j) :

$$B_j = \sum (R_{jn} - C_{jn}) / (1+i)^n, \text{ pour } 0 \leq n \leq t.$$

Taux de rendement interne.

Cette approche dérive de la première et s'intéresse au coût d'opportunité du capital, que l'on détermine à partir d'un indicateur appelé le taux de rendement interne (TRI). Le TRI est le taux d'intérêt maximum utilisable pour que le bénéfice net actualisé d'un projet soit nul, c'est à dire pour que les coûts et les revenus s'équilibrent. Le problème revient à chercher i tel que :

$$B_j = 0 \equiv \sum (R_{jn} - C_{jn}) / (1+i)^n = 0, \text{ pour } 0 \leq n \leq t.$$

Le TRI correspond au taux d'intérêt du projet, c'est à dire qu'il permet de calculer la rémunération de l'investissement initial. Il est alors possible de comparer ce taux avec le taux nominal moyen dans le pays considéré. Une limite de cette approche est que cela ne permet pas de choisir a priori entre des projets dont le TRI est supérieur au taux nominal moyen; elle ne permet que d'éliminer ceux dont le TRI est inférieur à ce taux.

Décision en univers incertain.

Dans la théorie microéconomique néo-classique il est supposé que les décideurs disposent de toute l'information nécessaire, en particulier sur les prix, les coûts et les quantités produites. Il s'agit là bien évidemment d'une simplification et la décision d'investir dépendra finalement de l'attitude du décideur par rapport au risque. En particulier en matière d'aquaculture, un certain nombre d'inconnues subsistent (par exemple, il paraît difficile d'estimer la durée de vie d'une technique, car si l'on peut estimer la durée du matériel utilisé, il semble difficile de préjuger de son obsolescence). Deux critères opposés peuvent être utilisés pour la prise de décision:

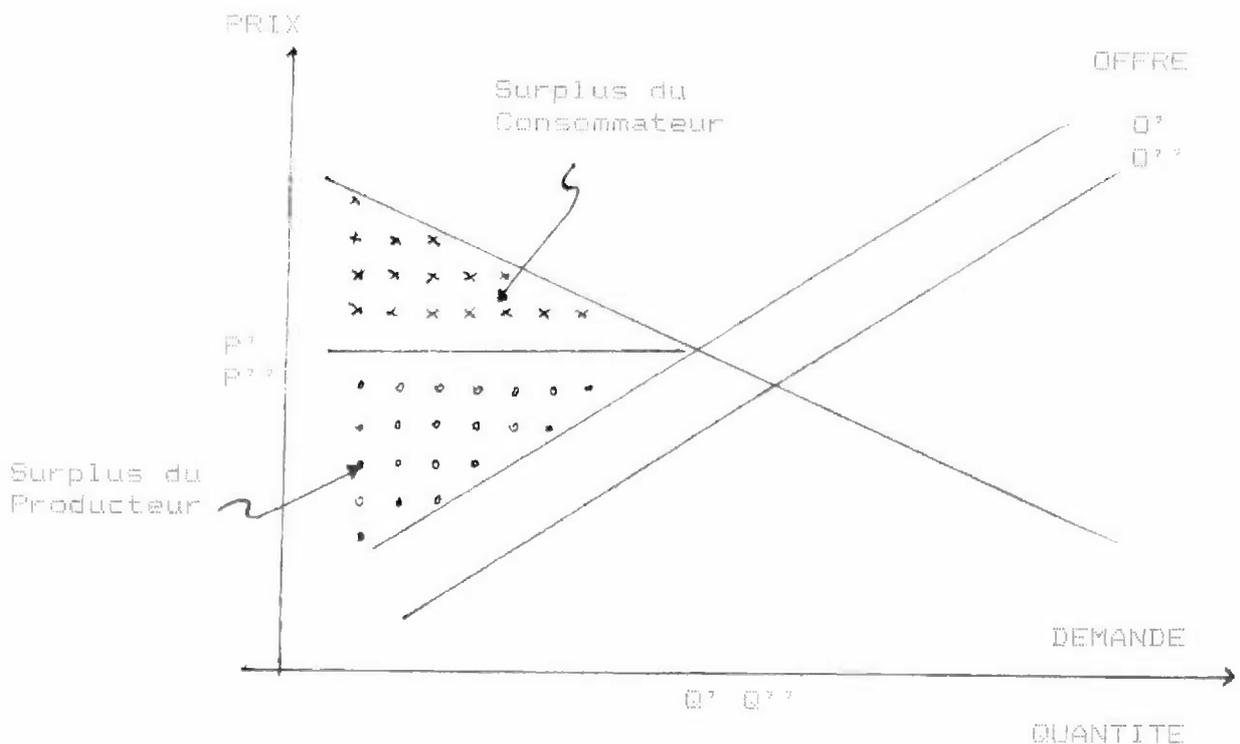
- (a) maximisation des bénéfices attendus.
- (b) sélection de la solution la meilleure dans les pires conditions.

Un certain nombre de configurations sont décrites et des probabilités d'occurrence sont calculées pour chacune d'elles (on leur assigne des probabilités égales s'il n'existe pas d'informations). Les solutions possibles sont ainsi énoncées et la matrice des résultats pour chaque solution dans chaque configuration est construite. Le décideur peut alors suivre la solution qui maximise son propre critère. Dans le cas (a), la solution choisie correspond à la somme des produits de chaque résultat par sa probabilité qui est la plus élevée. Dans le cas (b), le décideur se place dans le pire des cas et calcule le résultat obtenu. S'il existe un seul cas pour lequel le résultat est négatif (pertes), il ne pourra pas y avoir d'investissement puisqu'il paraîtra toujours préférable de ne rien gagner plutôt que de perdre. Dans la pratique, chaque investisseur recherche le meilleur compromis entre les critères (a) et (b) selon sa propre perception de l'investissement réalisable: il est probable qu'un investisseur extérieur au milieu de l'aquaculture affectera par exemple l'aléa biologique d'un coefficient de risque supérieur à ce que fera un investisseur déjà impliqué dans des opérations aquacoles.

Répartition des bénéfices.

Tout ceci suppose que le critère retenu pour l'évaluation des projets est la rentabilité économique. Néanmoins, ainsi qu'il a déjà été signalé, les investissements, en particulier publics, peuvent avoir d'autres finalités : distribution de revenus, protection des sites, minimisation de la consommation d'énergie, etc.. Il n'y a pas en théorie de difficultés à intégrer ce type de contraintes aux modèles de maximisation du profit puisque tous ces objectifs peuvent se traduire en termes de coût.

Il est plus délicat par contre de connaître l'impact d'un projet sur les différents groupes et entre autres la répartition des avantages entre les consommateurs et les producteurs. L'évaluation classique de l'avantage des consommateurs (surplus du consommateur) est définie par l'aire située sous la courbe de demande au dessus du prix de marché. Il s'agit bien d'un "gain" dans la mesure où les consommateurs achètent au prix P' inférieur au prix qu'ils étaient prêts à payer.



De la même façon, il est possible de définir le surplus du producteur (rente économique) comme l'aire située au dessus de la courbe d'offre et en dessous du prix de marché P^1 . L'adoption d'un changement technologique par exemple peut se représenter comme un glissement de la courbe d'offre O^1 vers la courbe d'offre $O^{1'}$, accroissant le gain social net (surplus du consommateur + surplus du producteur) mais la répartition entre les consommateurs et les producteurs dépend de la forme des courbes d'offre et de demande.

Réalisation du modèle.

La validation des modèles a été très largement discutée au cours des dernières décennies par différents auteurs (POPPER, 1959; TOULMIN, 1961; CASWELL, 1972). En reprenant la classification de TOULMIN, il est possible de retenir l'existence d'une dichotomie scientifique :

- * les modèles théoriques permettent de mieux comprendre le fonctionnement d'un système;
- * les modèles prédictifs qui permettent de développer la capacité à prédire les comportements d'un système, sans en avoir nécessairement une connaissance exhaustive.

En matière d'aquaculture, les modèles nécessaires relèvent a priori des deux approches, compte tenu du nombre des paramètres incertains.

Les données existantes en France sont très réduites pour les différentes espèces susceptibles d'élevage : le système biologique est connu mais imparfaitement interprété, le système technique est souvent bien maîtrisé mais très variable, les coûts relatifs aux différentes opérations sont mal connus et très variables.

Dans un premier temps, il est possible de réaliser un modèle partiel (comme font en général les écologistes - voir SINKO et STREIFER, 1969; MACFAYDEN, 1973), intégrant les relations fonctionnelles connues entre les paramètres et assignant aux paramètres inconnus des valeurs arbitraires :

si au cours des essais successifs les résultats sont sensibles aux valeurs données, cela permet d'orienter les priorités. Par ailleurs il paraît utile d'éluder les intervalles limites des modèles biologiques dans la mesure où ceux ci sont fortement improbables dans les conditions de production. Par exemple le spectre des températures devra être limité à celles pour lesquelles le taux de croissance est positif car il ne sera jamais "rentable" d'élever des animaux qui ne grossissent pas.

Une fois réunies les informations nécessaires, on peut entrer dans plus de détails quant à la construction et l'analyse du modèle. Celui ci peut être "utilisé" de trois manières:

calcul des coûts : les valeurs données aux paramètres sont celles qui correspondent aux "meilleures" expérimentations réalisées. C'est un procédé largement utilisé par les firmes d'ingénierie aquacoles notamment (France Aquaculture, 1981; HAGOOD et WILLIS, 1976), pour déterminer la faisabilité d'un projet au regard des contraintes commerciales.

l'étude de sensibilité peut être utilisée soit pour estimer la robustesse des calculs de coûts soit pour anticiper l'impact sur ceux ci d'un changement probable ou possible de technologie. Dans le premier cas cela concerne surtout des variations des valeurs des paramètres biologiques du modèle. Les nouvelles valeurs peuvent être choisie par l'introduction d'une distribution aléatoire - méthode de Monte-Carlo - observée ou estimée. La distribution des résultats constitue une mesure de l'incertitude sur les coûts due à l'incertitude sur un des paramètres. Il est alors possible de comparer ces résultats avec les coûts probables de recherche nécessaire pour réduire l'incertitude sur le paramètre considéré. Dans le deuxième cas, les méthodes sont identiques, mais on introduit des intervalles de coûts pour chaque variable, surtout technique, incertaine (coûts futurs estimés par exemple).

l'optimisation utilise des valeurs des variables différentes en fonction de systèmes ou de méthodes différents. Il peut s'agir soit d'utilisation différentes d'un même système (variables continues), soit d'utilisation de différents systèmes pour une même production (variables discrètes). Par exemple dans le premier cas on utilise différents débits ou températures d'eau (RAUCH et al., 1975) et dans le deuxième on compare l'opportunité d'utiliser soit des cages soit des bassins (SCHOUR et al., 1974), de réaliser l'élevage jusqu'à une taille ou jusqu'à une autre (GATES et al., 1981).

Le choix de la technique d'analyse se fait parallèlement au choix du modèle. Il existe un assez grand nombre de techniques d'optimisation regroupées en deux groupes : les techniques analytiques d'une part et les techniques numériques d'autre part, chacune étant mieux adaptée pour répondre à un type de problème donné. Les méthodes analytiques, en organisant les relations fonctionnelles décrivant les contraintes, les variables de contrôle et les objectifs, donnent un vecteur solution qui satisfait le problème. Les méthodes numériques procèdent par itérations jusqu'à trouver la valeur de chaque variable de contrôle qui optimise le système et satisfait les

contraintes.

Les techniques d'optimisation sont nombreuses et seuls les principes seront rappelés ici. En règle générale, on cherche les valeurs des variables de contrôle V_i ($i=1,2,\dots,n$) qui maximisent ou minimisent une fonction de ces variables ou fonction objectif (qui sera dans notre travail la fonction de coût) :

$$C = f(V_1, V_2, \dots, V_n)$$

Lorsque les variables V_i ne peuvent prendre toutes les valeurs possibles, elles sont contraintes et l'on est alors amené à résoudre un système de $p+1$ équations contenant p fonctions de contrainte:

$$\begin{aligned} C &= f(V_1, V_2, \dots, V_n) \\ g_1(V_1, V_2, \dots, V_n) &= 0 \\ g_2(V_1, V_2, \dots, V_n) &= 0 \\ S &= \dots \\ &= \dots \\ g_p(V_1, V_2, \dots, V_n) &= 0 \end{aligned}$$

En aquaculture, ces contraintes peuvent être d'ordre biologique (par exemple la quantité de nourriture apportée est nécessairement positive ou nulle, le taux de certains métabolites dans le milieu doit absolument rester inférieur au taux létal - NH_3 , ...) ou d'ordre technique (un bassin donné ne peut contenir plus d'eau que son propre volume, une pompe ne peut fournir plus que son débit maximum, ...).

La méthode usuelle de résolution de ces systèmes passe par l'utilisation de la fonction Lagrangienne associée, \mathcal{L} :

$$\mathcal{L} = f(V_1, V_2, \dots, V_n) + \mu_1 g_1(V_1, \dots, V_n) + \dots + \mu_p g_p(V_1, \dots, V_n)$$

$$d\mathcal{L}/dV_i = 0, \quad d\mathcal{L}/d\mu_j = 0, \quad d\mathcal{L}/dV_i + \mu_j * dg_j/dV_i = 0, \quad \forall i, j$$

où les μ_j sont des constantes à déterminer (les multiplicateurs de Lagrange). Sur le fond, la procédure est identique à celle utilisée pour les problèmes de maximisation sans contrainte (conditions de 1er et 2nd ordre) et l'on résout S pour les valeurs des V_i et μ_j qui annulent les dérivées.

Le multiplicateur de Lagrange peut être interprété comme la "sensibilité" de la fonction objectif aux variations de la contrainte j . De même la dernière égalité implique que les rapports entre les variations de la fonction objectif par rapport à chaque variable V_i et les variations de chaque contraintes g_j par rapport à chaque variable V_i sont égaux.

La programmation linéaire est une méthode d'optimisation utilisée en particulier lorsque la fonction objectif et les contraintes sont des fonctions linéaires des mêmes variables. Largement utilisées en nutrition (pour déterminer les formules alimentaires optimales sous contraintes - BARBIERI et CUZON, 1980) cette méthode

présente l'inconvénient de travailler avec des valeurs particulières des variables de contrôle. Par exemple, pour déterminer le coût minimal de chauffage de l'eau, la programmation linéaire produira une température optimale pour toute la période d'élevage, conduisant à ignorer les éventuelles économies réalisées en modulant la température en fonction du stade d'élevage par exemple. Ce problème précis peut être contourné de deux manières:

* il est possible de partitionner le temps d'élevage en périodes plus courtes et de déterminer, par programmation linéaire, l'optimum thermique sur l'intervalle de temps considéré. C'est un procédé long et sans doute coûteux en termes de temps de calcul. Pour autant il ne faut peut être pas le rejeter à priori.

* Il existe des procédés plus élégants, dits techniques dynamiques, qui permettent justement de choisir une fonction de variables indépendantes (le plus souvent la variable temps). Ces techniques, programmation dynamique ou contrôle optimal, sont toujours basées sur le Principe du Maximum (PONTYAGIN et al., 1962; STOLERU, 1980). Le problème revient à déterminer les extremums de l'intégrale d'une fonction de fonctions, ces dernières étant toutes dépendantes du temps (la fonction des fonctions est établie sur un intervalle de temps discret et intégrée à l'ensemble de la période):

$$C = \int_0^T f[y(t), u(t), t, g] dt \dots (A)$$

t = variable indépendante (temps).
y(t) est le vecteur des variables d'état qui sont fonction du temps.
u(t) est le vecteur des variables de contrôle qui sont fonction du temps.
g est le vecteur des paramètres.

Ces variables sont reliées par des contraintes qui prennent la forme d'équations différentielles décrivant la dynamique de chaque variable d'état:

$$dV/dt = g[y(t), u(t), g] \dots (B)$$

La solution est donc le vecteur des variables de contrôle $u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)$ qui satisfait (A) et (B).

Il est possible de se livrer à un essai sur la manière de procéder avec ce genre de technique, afin de mieux comprendre le type de données nécessaires. Supposons un élevage de bars en bassin et soit W la biomasse présente dans le bassin. Cette biomasse est fonction d'un certain nombre de paramètres comme le taux de croissance spécifique du bar, la taille du bassin, la ration alimentaire quotidienne, etc.. Supposons que cette biomasse ne soit fonction que de la ration alimentaire R. On peut écrire:

$$dW/dt = f(W,R)$$

Considérons que l'objectif est de maximiser le profit au terme de l'élevage. Dans le cas du bar, le cycle est suffisamment long pour intégrer à la fonction objectif un taux d'actualisation. La fonction à maximiser est donc:

$$P = \int_0^T (R[W,R,t] - C[W,R,t]) \exp(-it) dt$$

où i est le taux d'actualisation.

La solution sera la fonction $R(t)$ qui maximise P sous la contrainte $dW/dt = f(W,R)$. La fonction de contrôle doit être efficace sur toute la durée de la période considérée. La fonction Hamiltonienne associée (le Hamiltonien) s'écrit:

$$H(t) = (R[W,R,t] - C[W,R,t]) \exp(-it) + \mu(t) f(W,R)$$

Le Principe du Maximum énonce que la fonction $R(t)$ recherchée est celle qui maximise le Hamiltonien. Le problème est donc à présent un simple problème de maximisation ou l'on cherche $R(t)$ telle que:

$$dH/dW = 0$$

Le terme $\mu(t)$ à ici une signification identique au multiplicateur de Lagrange, mais il est fonction de la variable indépendante. On peut l'écrire:

$$\mu(t) = \delta / \delta W * \int_0^T H dt$$

(δ est le symbole de la dérivée partielle)

$\mu(t)$ décrit l'importance de la modification des profits futurs résultant d'un changement de biomasse : c'est donc une valeur marginale de la biomasse. L'intérêt de cette technique est, en l'occurrence de prendre en compte non seulement les effets immédiats sur le profit d'une augmentation de la ration, mais aussi les effets de cet accroissement dans l'avenir sur la ou les futures production.

L'exemple donné ici utilise la ration alimentaire quotidienne. Dans le corps du travail, les variables d'état retenues pourraient être d'une part le poids moyen des individus, d'autre part leur nombre, et éventuellement dans le cas d'élevage en bassin, la température de l'eau. Concernant les variables de contrôle, il y aurait la ration alimentaire quotidienne, une variable relative à la qualité

de l'aliment donné, une variable de volume des cages ou bassins, une variable de taux de renouvellement de l'eau, et peut être une variable de main d'oeuvre. Pour le moment je n'ai guère d'idée quant à la formulation mathématique des fonctions des variables de contrôle n°2 et n°3 ! A notre connaissance, les seuls travaux existants à propos de l'influence du volume ont été réalisés par BOTSFORD et RAUCH en 1975 surle homard canadien. Ils sont difficilement extrapolable car le homard étant fortement cannibale, il est élevé en bac individuel.