

DIRECTION DE L'ENVIRONNEMENT ET DES RECHERCHES OCEANIQUES

IMPACT DU REGIME DU BARRAGE D'ARZAL
SUR LA STRATIFICATION A L'EMBOUCHURE DE LA VILAINE

ETUDE PAR MODELISATION NUMERIQUE

P. LE HIR
C. DUCHENE
A. MEREL
G. De NADAILLAC
M. MERCERON
M. BRETON



IFREMER
 Centre de BREST
 S.D.P.
 B.P. 337
 29273 BREST CEDEX
 Tél. : 98.45.80.55
 Télex 940 627

DIRECTION ENVIRONNEMENT
 ET RECHERCHES OCEANIQUES

DEPARTEMENT ENVIRONNEMENT LITTORAL

AUTEUR(S) : P. LE HIR C. DUCHENE A. MEREL G. de NADAILLAC		M. MERCERON M. BRETON	CODE : N° <u>DERO-86.36-EL</u>
TITRE IMPACT DU REGIME DU BARRAGE D'ARZAL SUR LA STRATIFICATION A L'EMBOUCHURE DE LA VILAINE - ETUDE PAR MODELISATION NUMERIQUE		Date : Décembre 1986 Tirage nb : 100 Nb pages : 44 Nb figures : 16 Nb photos : 0	
CONTRAT (intitulé) N° _____			DIFFUSION Libre <input checked="" type="checkbox"/> Restreinte <input type="checkbox"/> Confidentielle <input type="checkbox"/>
<p>RESUME : Le régime des lâchers d'eau douce au barrage d'Arzal sur la Vilaine est susceptible d'influencer la structure haline de la baie de Vilaine. Afin de déterminer le régime induisant une stratification minimum en aval, une modélisation numérique bidimensionnelle verticale de l'estuaire de la Vilaine a été entreprise. Pour divers scénarios de lâchers d'eau douce et malgré des dessalures et des courants assez différents, on obtient des flux de stratification très analogues.</p> <p>ABSTRACT : The releasing rate of a weir on the river Vilaine (Britany-France) is likely to influence the salinity profile in the bay off the river mouth. In order to determine the best running of the flood-gates (i.e. that induces less stratification downstream), a two dimensional numerical laterally-averaged model of the estuary has been built. In spite of various currents and salinity depressions according to the gate running, stratification fluxes are very similar near the mouth.</p>			
Mots-clés : Vilaine, modèle numérique, estuaire, stratification, rejet de barrage.			
Key words : Vilaine, numerical model, estuary, stratification, water release, weir.			



Ifremer Institut français de recherche pour l'exploitation de la mer

SOMMAIRE

	<u>Pages</u>
1 - Introduction - Formulation du problème posé	3
2 - Méthode d'étude	4
2.1. Analyse des phénomènes physiques	4
2.2. Modélisation numérique verticale	5
2.3. Une étude qualitative	6
3 - Construction du modèle et réglages	9
3.1. Construction du modèle	9
3.2. Réglage du modèle en courant	12
3.3. Réglage du modèle en salinité	15
3.4. Rappel des caractéristiques du modèle	15
4 - Résultats du modèle : la circulation	16
4.1. Champs de vitesse	16
4.2. Trajectoires des masses d'eau	16
4.3. Effet d'un rejet d'eau douce	18
5 - Résultats du modèle : structure haline	21
5.1. Scénarios envisagés	21
5.2. Description d'un cycle de marée	23
5.3. Recherche d'un critère pour la définition de l'optimum de rejet	24
5.4. Présentation et discussion des résultats	25
6 - Conclusion	33
Bibliographie	35
Annexe 1 : Equations du modèle	36
Annexe 2 : Modèle de l'estuaire de la Vilaine Evolution du champ de courant en vive eau.	
Annexe 3 (non éditée) : Structure haline de l'estuaire de la Vilaine pour diverses conditions de marée et de débit.	

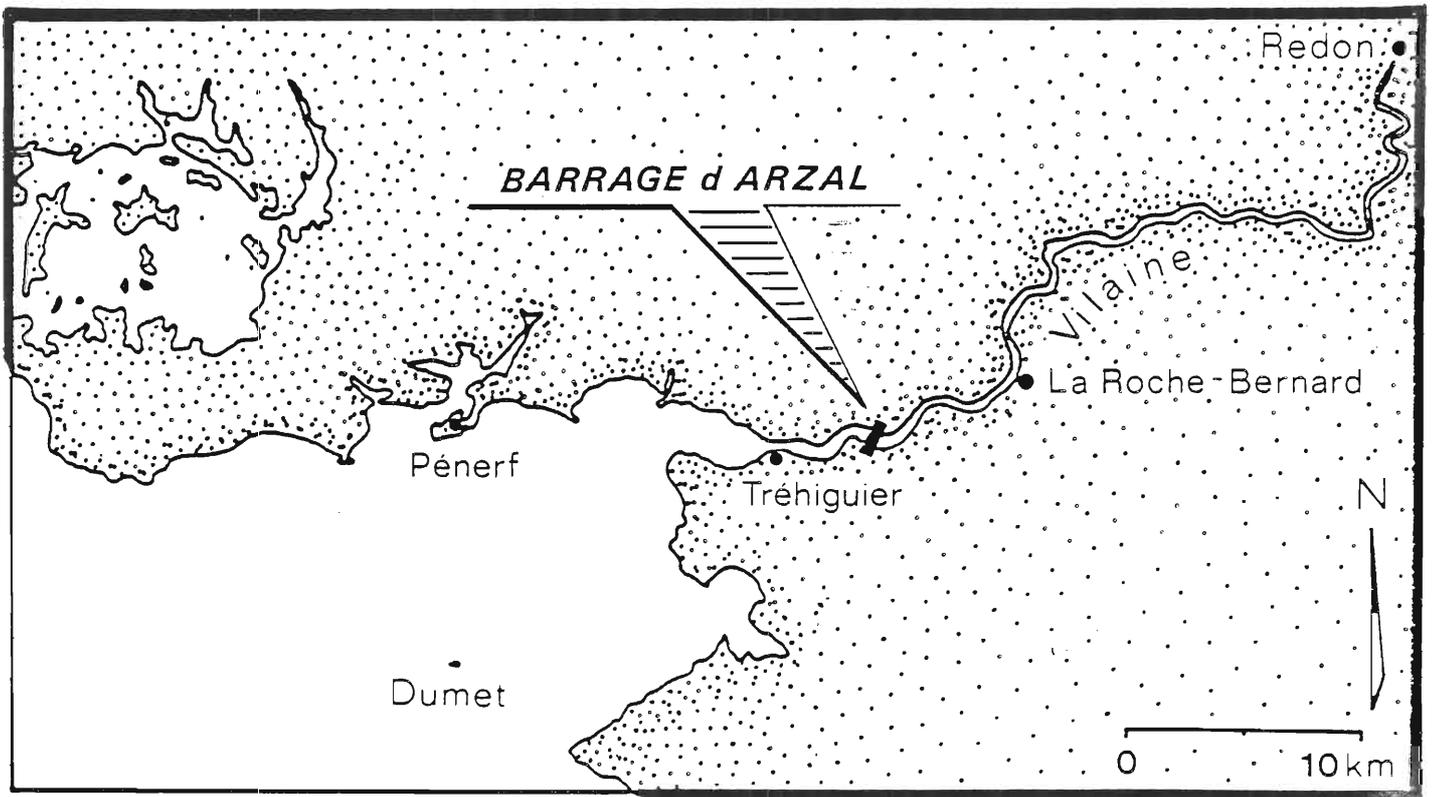
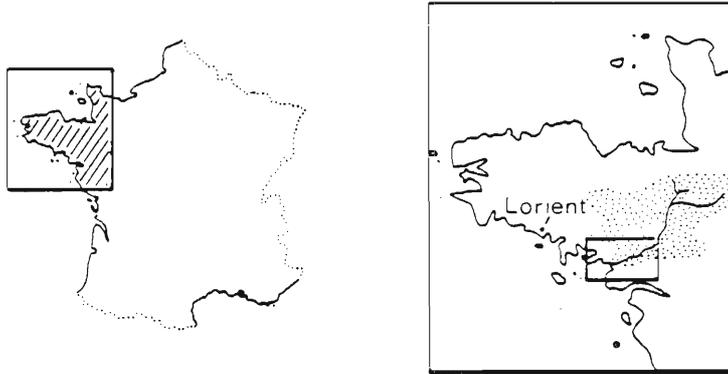


figure 1 : SITUATION DE LA VILAINE

1 - INTRODUCTION - FORMULATION DU PROBLEME POSE

La Vilaine et le barrage d'Arzal

Avec un débit moyen de $68 \text{ m}^3/\text{s}$, la Vilaine constitue le principal fleuve breton. Son bassin versant occupe une superficie de $10\,800 \text{ km}^2$ soit le tiers de la Bretagne (figure 1).

Son cours traverse les marais de Redon qui s'étendent sur plus de 1.000 hectares avant d'entrer dans une ria encaissée en aval de la Roche Bernard (cf. figure 1). Lorsque vent et marée bloquaient l'écoulement des crues de la rivière vers l'aval, les marais étaient largement inondés en hiver. Il arrivait même que les bas quartiers de Redon soient inondés.

Pour arrêter le plus bas possible dans l'estuaire la propagation de la marée, un barrage fut construit au niveau d'Arzal en 1970.

Les objectifs initiaux furent atteints : protection de Redon contre les inondations, réduction de la durée et de l'étendue des inondations dans le marais. En outre, la retenue du barrage constitue une réserve d'eau douce de 35 millions de m^3 en amont, bien utile pour couvrir les besoins en eau potable de la région côtière alentour, en période estivale. Enfin le plan d'eau formé a permis l'implantation de deux ports de plaisance très fréquentés ainsi que le développement de sports nautiques.

Observation de perturbations dans l'écosystème côtier

En juillet 82 une forte mortalité de poissons est intervenue en baie de Vilaine. Pour rechercher les causes de cet accident écologique, une commission composée d'élus, de professionnels, de scientifiques et de représentants des ministères, fut créée et des études scientifiques ont été lancées.

Les premiers résultats de ces études indiquent que la mortalité de poissons a été provoquée par une anoxie du milieu marin probablement favorisée par une stratification des eaux. Dès lors, on peut se poser la question d'une éventuelle relation entre la présence d'une couche superficielle d'eau douce faiblement mélangée en baie de Vilaine et le débit d'eau douce au niveau du barrage.

Principaux effets du barrage

Construit à 10 km en amont de l'embouchure de la Vilaine, le barrage a modifié l'hydrodynamisme de l'estuaire dont la longueur antérieure atteignait 50 km. Ainsi le volume oscillant au cours de la marée fut réduit de plus de 40 %, la vitesse des courants a fortement diminué. Les conséquences immédiates sont une diminution du mélange des masses d'eau dans l'estuaire ainsi qu'une accélération de l'envasement du chenal et des aires de bouchots.

Mais le raccourcissement de l'estuaire n'est pas le seul facteur d'accroissement de la stratification : les lâchers d'eau douce ont lieu par intermittence au cours de la marée et il est probable que le régime de vannage influence les conditions de mélange en aval : c'est ce qu'on se propose de déterminer par la présente étude. Cette recherche est d'autant plus justifiée qu'un système d'automatisation du fonctionnement du barrage est en cours d'installation.

Le problème posé est donc le suivant : **comment programmer la durée et le moment optimum du rejet d'eau douce par le barrage pour favoriser le mélange des eaux en baie de Vilaine ?**

Mais avant de tenter d'y répondre, il paraît nécessaire de rappeler les contraintes de fonctionnement du barrage.

Contraintes de fonctionnement du barrage

- Compte tenu des dimensions de la retenue et des contraintes sur le niveau d'eau à y maintenir (pour la navigation et l'usage des ports) le barrage ne permet pas de stocker l'eau douce en amont pendant plus d'une marée, en particulier en période de crues. Il faut donc rejeter à chaque marée un volume d'eau égal à l'intégration sur 12 h du débit de la rivière.

- L'évacuation des eaux se fait par des volets près de la surface, et près du fond par des vannes. Les vannes assurent un débit plus important et sont donc principalement utilisées, notamment en période de crue. Bien entendu, volets et vannes doivent être fermés au moment de la pleine mer pour éviter la pénétration des eaux salées dans la retenue.

- Enfin, actuellement, la faible puissance des moteurs actionnant les vannes n'autorise pas leur ouverture lorsque la dénivellation amont/aval dépasse 2,5 m. Par conséquent, si l'optimum du régime du lâcher correspondait à une brusque ouverture à basse mer, les installations mécaniques seraient à revoir.

2 - METHODE D'ETUDE

2.1 - Analyse des phénomènes physiques

On peut chercher à connaître l'heure optimale de lâcher d'eau au barrage en examinant les facteurs de mélange intervenant lors de l'écoulement de cette eau le long de l'estuaire.

- Si l'on considère que le rejet est effectué principalement par vannage, les eaux douces, évacuées par le fond, remontent par densité vers la surface et, ce faisant, se mélangent à l'eau estuarienne : le mélange est d'autant meilleur que la hauteur d'eau est plus importante.

- Un rejet à faible débit se mélange plus rapidement qu'un rejet massif : d'où préférence pour un rejet continu.

- le courant de marée augmente la turbulence du milieu et favorise donc le mélange. D'où l'intérêt de profiter du maximum de courant, peut-être par exemple en rejetant au début du jusant.

- la stratification est d'autant moins stable que les hauteurs d'eau sont faibles : un rejet à basse mer semble alors indiqué.

- plus le temps de séjour des masses d'eau dans l'estuaire est élevé, plus les eaux douces évacuées dans la baie auront eu le temps de se mélanger à la mer.

On est donc en présence de multiples facteurs agissant souvent en sens contraire et dont l'effet d'ensemble est difficile à intégrer. C'est pourquoi il a été décidé d'utiliser une modélisation numérique capable de prendre en compte l'ensemble de ces phénomènes.

2.2. Modélisation numérique verticale

Compte tenu du problème de structure verticale sous-jacent à la question posée, on s'est orienté vers l'application à l'estuaire de la Vilaine d'un modèle numérique qui résout la propagation des ondes longues (marée) en estuaire. Ce modèle permet de calculer la distribution des hauteurs d'eau et les répartitions longitudinales et verticales des vitesses et salinités, à tout instant, à partir des données topographiques de l'estuaire, de la hauteur d'eau et de la salinité à l'embouchure, et du débit fluvial à l'amont.

L'outil : S'inspirant des travaux de HAMILTON (1974) concernant le canal de Rotterdam, DE BORNE DE GRANDPRE et DU PENHOAT (1978) ont développé un modèle de l'estuaire de la Gironde. Par la suite, l'outil a été réécrit par SALOMON (1981) et appliqué à l'estuaire de la Seine.

C'est une version remaniée de ce dernier modèle que nous utilisons sur la Vilaine pour obtenir la répartition verticale de la salinité à l'embouchure en fonctions des conditions de lâcher (débit, heure de lâcher) et du coefficient de marée.

Formulation mathématique

C'est un modèle bidimensionnel selon l'axe de l'estuaire et la verticale

L'abandon de la dimension latérale, pratiquement imposée par la difficulté actuelle de réaliser des modèles mathématiques tridimensionnels, est justifié puisque l'on ne recherche pas les variations transversales des écoulements mais seulement la structure verticale des masses d'eau.

Les équations résolues par le modèle se déduisent des équations fondamentales de la mécanique des fluides (équation de Navier-Stokes) par une intégration latérale : les variables (vitesses, concentrations) sont alors remplacées par leurs valeurs moyennes sur la largeur de l'estuaire.

Ainsi en tout point du domaine, on peut écrire, moyennant certaines hypothèses simplificatrices telles que la quasi-hydrostaticité :

- l'équation de conservation de la masse d'eau (équation de continuité),

- l'équation de conservation de la quantité de mouvement selon l'axe de l'estuaire, c'est à dire l'équilibre :

$$\boxed{\text{accélération}} + \boxed{\text{gradient horizontal de pression}} + \boxed{\text{frottement}} = 0$$

- l'équation de continuité en sel, c'est à dire :

$$\boxed{\text{accroissement de sel}} + \boxed{\text{advection par les courants}} + \boxed{\text{dispersion}} = 0.$$

L'obtention de ces équations et leurs expressions détaillées sont présentées en annexe 1 (voir aussi DUCHENE et MEREL, 1985).

Ces équations n'ayant pas de solution analytique, on les remplace par des équations approchées où les dérivées partielles sont remplacées par des différences finies.

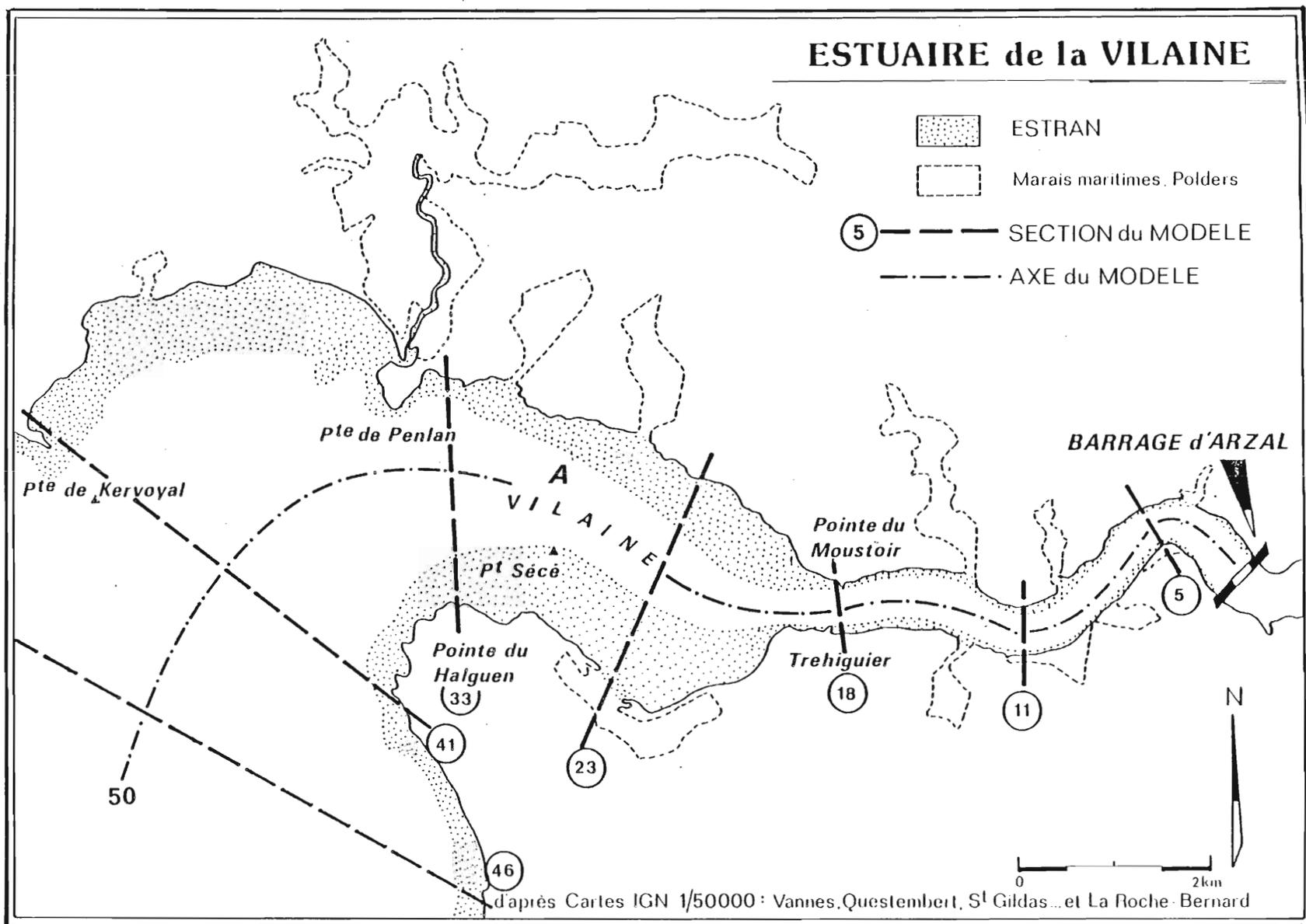
Les équations en différences finies sont résolues à divers moments en un nombre fini de points, répartis uniformément dans le "plan vertical" suivi par l'estuaire, qui constituent la grille de calcul (ou maillage). Les instants de calcul se succèdent selon un petit intervalle fixe : le pas de temps.

2.3. Une étude qualitative

La formulation des équations du modèle dans son état actuel (conçu pour une application à l'estuaire de la Seine) ne permet pas de variations au cours du temps de la largeur de l'estuaire. Ce dernier est donc assimilé à un canal de largeur variable d'amont en aval, mais aux parois verticales. Cette schématisation n'est pas réaliste pour la moitié aval de l'estuaire, caractérisée par de larges estrans immergés ou non selon l'heure de la marée. C'est pourquoi on ne peut prétendre reproduire la situation réelle à l'aide de ce modèle.

Néanmoins la schématisation ne doit pas trop affecter qualitativement la structure verticale de l'estuaire, et c'est ce qui importe puisqu'on cherche à comparer des situations pour des conditions de rejet différentes : l'interprétation des résultats portera sur des écarts de salinités et non sur les dessalures effectives.

Fig. 2 IMPLANTATION DU MODELE



3 - CONSTRUCTION DU MODELE ET REGLAGES

3.1. Construction du modèle

Choix du maillage : le choix des pas d'espaces résulte d'un compromis entre le temps de calcul qui croît avec le nombre de points et la résolution nécessaire pour la reproduction des phénomènes. Ainsi le pas d'espace horizontal (Dx) retenu est 300 m. Le pas d'espace vertical (Dz) est tel qu'à tout moment de la marée, il y ait au moins 2 points de calcul en chaque colonne d'eau. On a pris $Dz = 0,5$ m.

Enfin, le pas de temps DT résulte des conditions de stabilité du modèle. Afin de les respecter, on a choisi $DT = 20$ secondes.

Emprise du modèle

La limite amont est naturellement le barrage.

La limite aval a été choisie en baie de Vilaine à 5 km de l'embouchure de façon à repousser les conditions de vitesses et de salinités loin de l'embouchure. En effet, c'est en ce point qu'on cherche à réduire la stratification : il faut donc que le résultat n'y soit pas trop dépendant des conditions (mal connues) qu'on impose à la limite aval.

Ainsi étendu, le maillage comprend 50 points de calcul pour la dimension longitudinale et jusqu'à 26 points selon la verticale.

La figure 2 présente l'implantation du modèle et localise quelques sections.

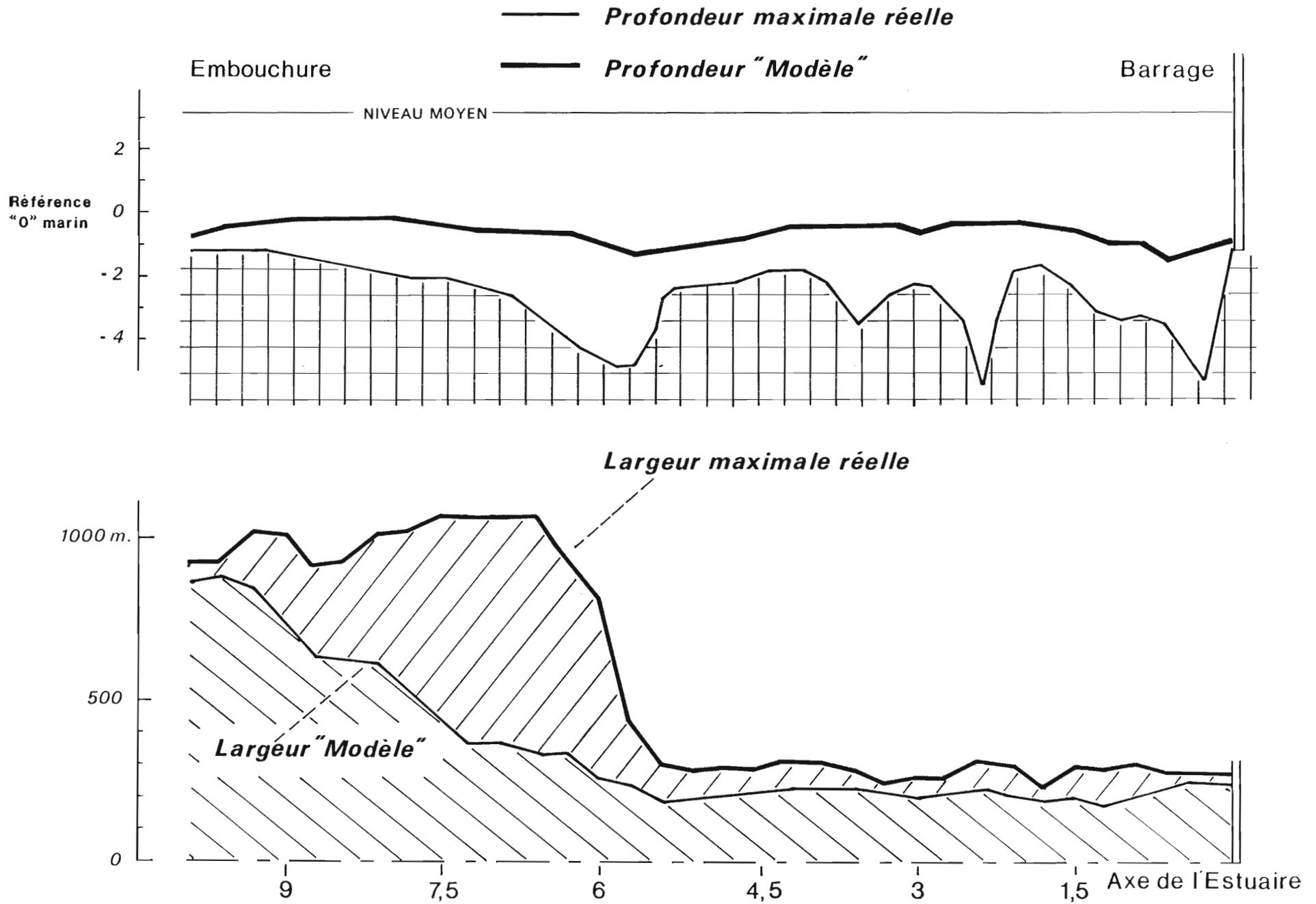
Remarque : en aval de l'embouchure, l'emprise transversale du modèle est telle que la schématisation bidimensionnelle verticale ne convient plus : la baie de Vilaine est le siège de courants non parallèles à l'axe de la Vilaine qui ne peuvent être simulés par le modèle (De NADAILLAC et BRETON, 1985). Ainsi cette portion du modèle ne sert qu'à repousser la limite aval du modèle et les courants obtenus n'y seront pas pris en compte.

Topographie

A partir de l'étude bathymétrique de 1983 l'estuaire a été schématisé par un canal de section rectangulaire.

Déterminer l'axe de l'estuaire ne pose pas de problème particulier dans le cas de la Vilaine car les plus grands fonds se trouvent sensiblement à égale distance des 2 rives. Ainsi, les mesures de vitesse au point A (cf. Fig. 2) ont une direction bien en accord avec l'axe choisi.

Fig.4 TOPOGRAPHIE DE L'ESTUAIRE DE LA VILAINE



Pour chaque section, il est nécessaire de choisir une profondeur et une largeur. La difficulté consiste à rechercher une largeur constante qui convienne à tout moment de la marée alors que l'estran peut être très large. Le principe de construction est le suivant :

A l'aide d'une coupe transversale de l'estuaire, on construit le graphe "section mouillée = $f(\text{niveau de la surface libre})$ ". La droite de régression qui approche le mieux cette courbe établit une relation linéaire entre section et hauteur d'eau : sa pente est donc la largeur "moyenne" de l'estuaire tandis que l'abscisse correspondant à une section nulle est la cote du fond (cf. fig. 3).

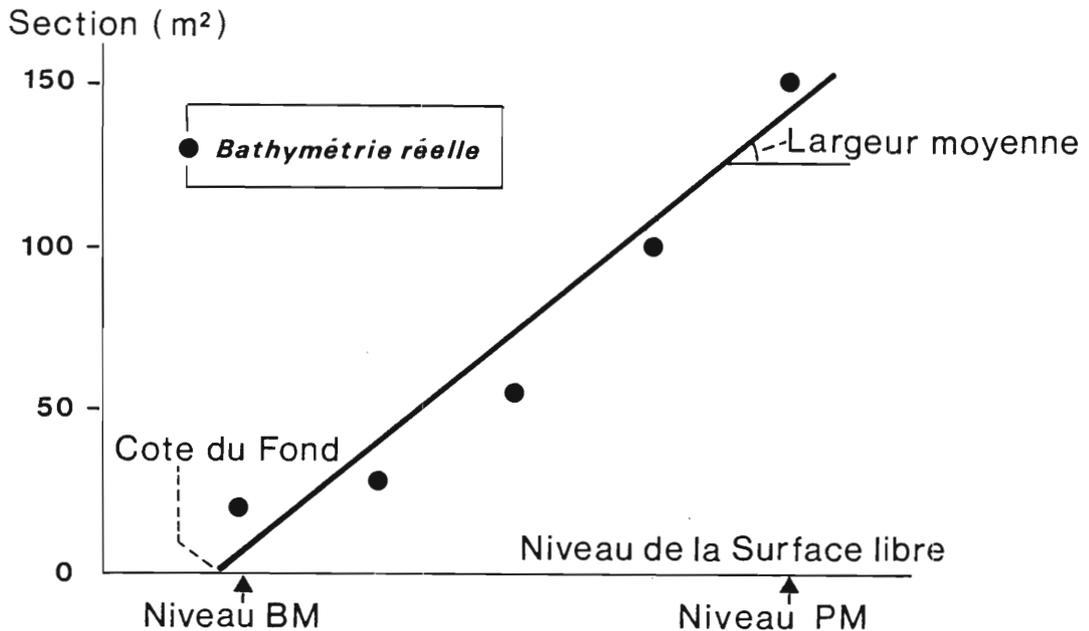


Fig. 3 : Construction de la topographie du modèle pour une section donnée.

La topographie ainsi construite est rappelée en figure 4.

Conditions aux limites

Les équations mentionnées au chapitre 2 sont établies pour des points de calculs en "pleine eau" : si ces points sont situés au bord du domaine, il faut écrire des conditions particulières, qui "ferment" le problème du point de vue mathématique. Ainsi :

- limite amont : on impose un débit d'eau douce,
- limite aval : on impose le niveau d'eau (condition de marée qui nous est fournie par une mesure marégraphique réalisée en 1984) et la salinité en période de flot,

Il faut en outre se donner un profil des vitesses verticales à ces deux limites.

- en surface :
 - . contrainte de surface imposée s'il y a du vent.
 - . flux de sel nul.

- au fond :

. la contrainte près du fond est représentée par un frottement proportionnel au carré de la vitesse au voisinage du fond. La rugosité du fond intervient dans le coefficient de proportionnalité (coefficient de frottement).

- . vitesse nulle
- . flux de sel nul.

L'une des originalités du modèle réside dans la possibilité d'exprimer les conditions de surface et de fond aux positions exactes de ces limites et non aux noeuds de la grille de calcul.

Conditions initiales

Les différents essais effectués portent sur des simulations de marée. Par simplicité les vitesses initiales sont choisies nulles, ce qui n'est réaliste qu'au moment d'une renverse de courant ; les rejets d'eau douce ne pouvant être effectués à pleine mer, on a choisi de commencer les simulations à cet instant. De plus le niveau d'eau initial est supposé horizontal.

Les conditions initiales en sel sont issues d'une campagne de mesures effectuée le 20 mars 1984 (cf. MERCERON, 1985).

Néanmoins, il est probable qu'il faudra répéter chaque simulation pendant deux marées pour s'affranchir d'éventuels artéfacts introduits par les conditions initiales (cf. chapitre 5).

3.2. Réglage du modèle en courant

Le réglage du modèle vis à vis de l'écoulement dans l'estuaire de la Vilaine se fait à l'aide de 2 paramètres à définir en tout point :

- le coefficient de frottement sur le fond (cf. § 3.1.). Il agit sur la propagation de la marée (déphasage et différence de marnage amont/aval) et sur la dissymétrie entre le flot et le jusant.

- le coefficient de viscosité verticale, qui représente l'intensité des échanges verticaux. Il agit donc sur le profil vertical des vitesses plus que sur la valeur moyenne. Il varie en fonction des quantités telles que la stratification, la vitesse, la profondeur et le frottement. La formulation de ce coefficient a fait l'objet d'une discussion (DUCHENE et MEREL, 1985).

Parmi les mesures disponibles en Vilaine, on a retenu les suivantes pour le réglage :

- lâchers de flotteurs du 18 avril 1980 réalisés par le Service Maritime de Lorient (MAILLOCHEAU, 1980).

- mesures courantométriques "surface" et "fond" effectuées au point "Vilaine" (i.e. maille horizontale 25 du modèle) par le SHOM et l'IFREMER lors de la campagne de l'été 1984 (De NADAILLAC et BRETON, 1985).

De nombreux essais ont été effectués et la comparaison entre les mesures et les résultats obtenus pour la simulation la meilleure sont présentés en figure 5.

ESTUAIRE de la VILAINE

Fig.5 COMPARAISON ENTRE MODELE ET MESURES

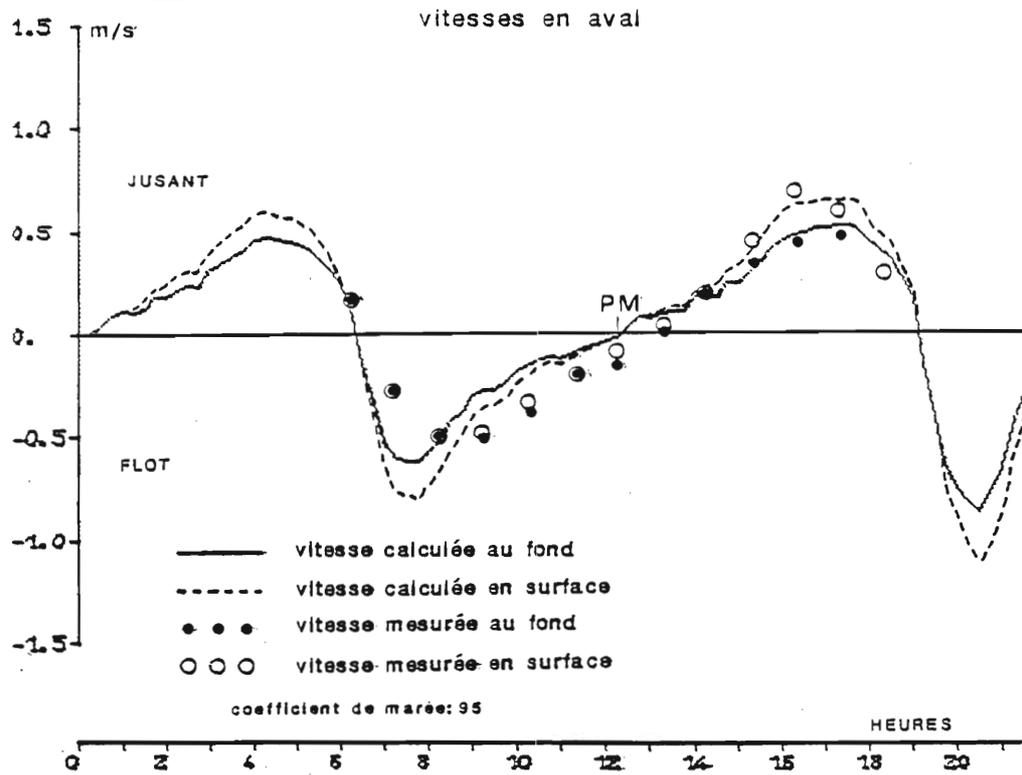
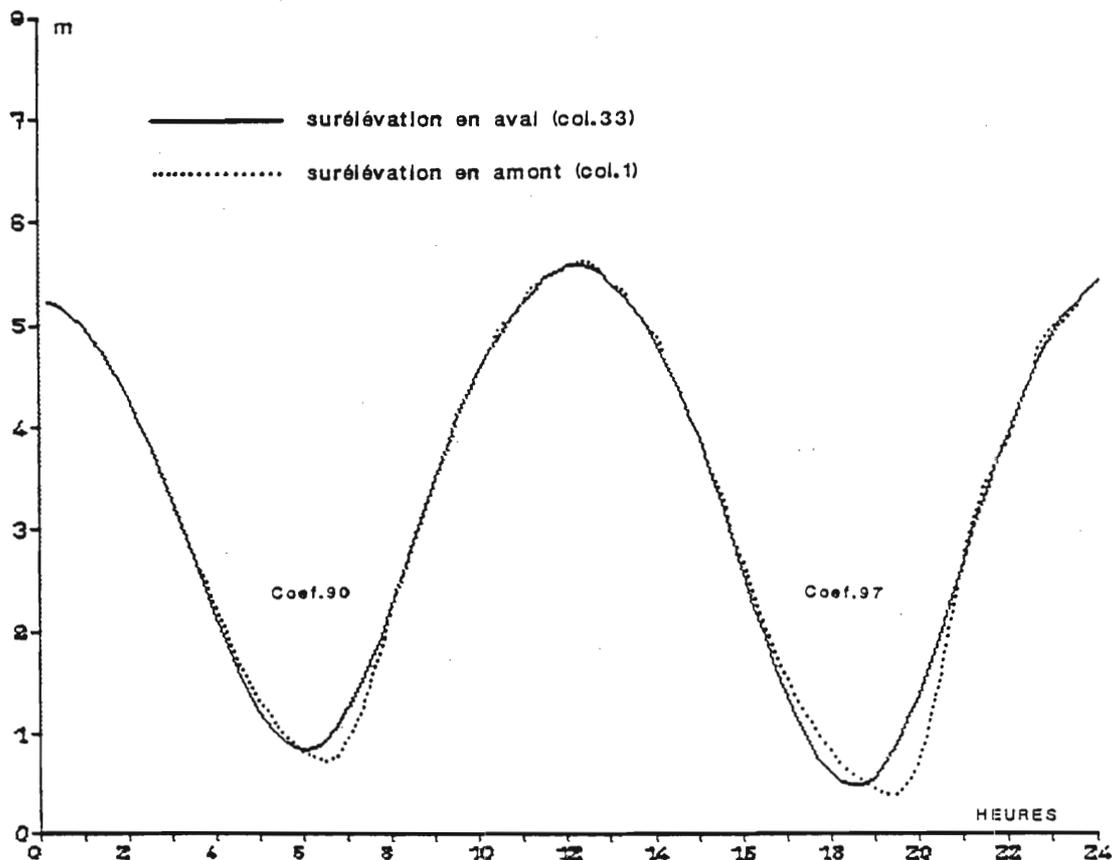


Fig.6 PROPAGATION DE LA MAREE: RESULTATS DU MODELE



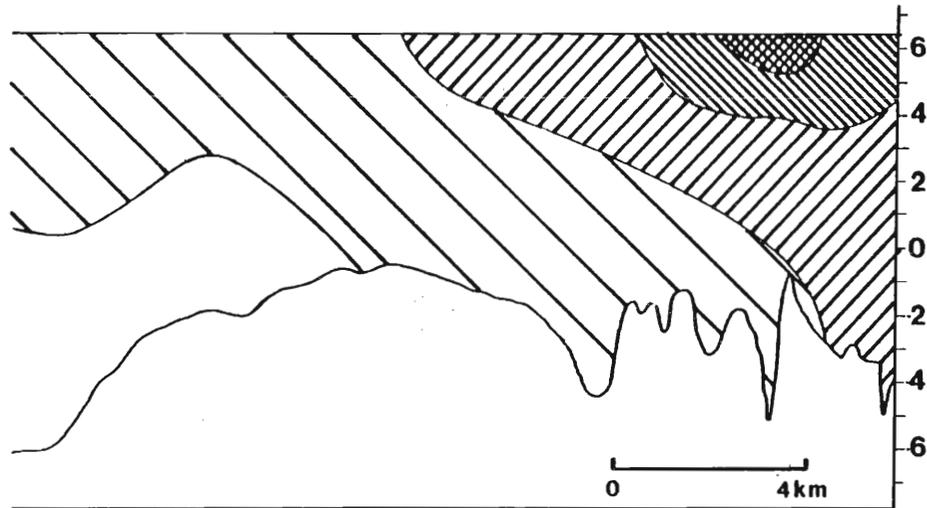
ESTUAIRE DE LA VILAINE : COMPARAISON ENTRE SALINITES MESUREES ET SALINITES CALCULEES (Vive Eau)

Fig.7

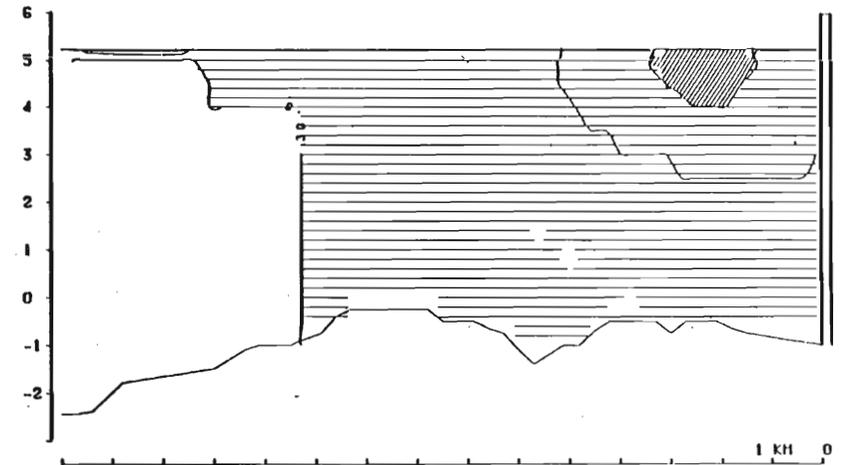
20 Mars 1984

MESURES

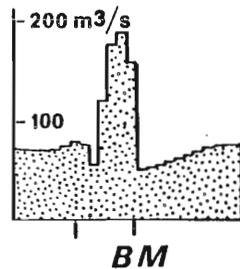
MODELE



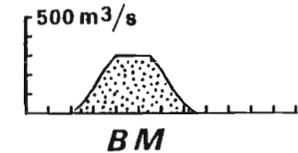
PLEINE
MER



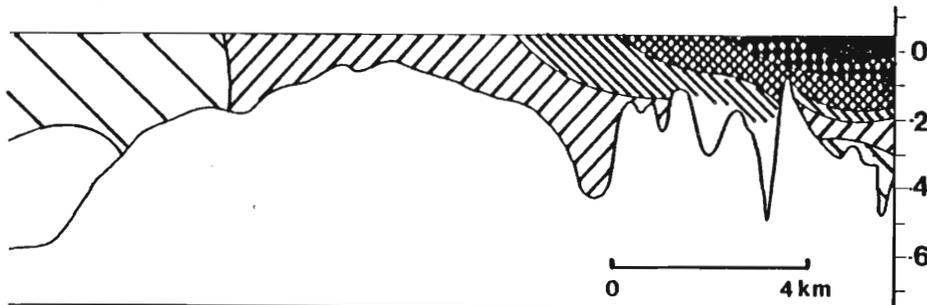
- > 32 ‰
- 30-32
- 25-30
- 20-25
- 15-20
- 10-15
- 5-10



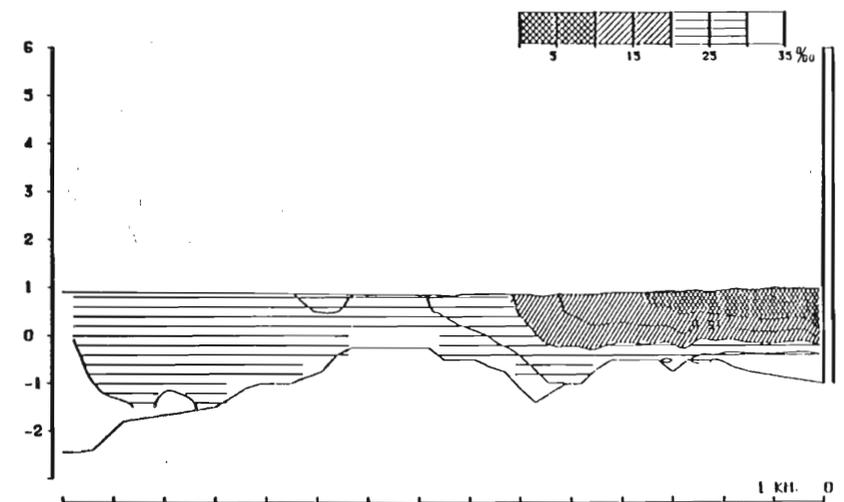
← Débit d'Eau douce au Barrage →



BM



BASSE
MER



On observe que l'évolution des vitesses est bien reproduite, sauf au moment de la pointe de flot : c'est peut-être à ce moment qu'intervient le ralentissement induit par l'immersion subite des estrans, phénomène non pris en compte par le modèle.

Les trajectoires de flotteurs ont pu, quant à elles, être simulées correctement.

La figure 6 met en évidence la légère déformation de l'onde marée dans l'estuaire et plus particulièrement le retard de propagation à basse mer.

3.3. Réglage du modèle en salinités

Le paramètre qui gouverne la dispersion du sel dans l'estuaire est le coefficient de diffusion verticale. Il représente l'intensité des échanges salins verticaux. Son rôle pour le sel est analogue à celui du coefficient de viscosité verticale pour la vitesse ; son expression est donc semblable (voir § 3-4).

La constante de proportionnalité est fixée en ajustant les résultats du modèle à basse mer sur les salinités mesurées à la même heure marée, les conditions initiales étant les salinités mesurées à pleine mer. Bien entendu la simulation doit être faite pour un régime de rejet semblable à celui effectué lors des mesures in situ (pour la présentation des mesures, voir MERCERON, 1985). On constate (fig. 7) que la structure haline de basse mer est qualitativement très correcte.

Le modèle peut alors être considéré comme étant opérationnel.

3.4. Rappel des caractéristiques du modèle

Modèle bidimensionnel vertical

Grille de calcul 50 x 26

Pas : $\Delta x = 300$ m
 $\Delta z = 0,5$ m
 $\Delta T = 30$ s

Frottement sur le fond : $\vec{F} = -0,0015 \cdot \vec{U}_1 |U_1|$

où U_1 est la vitesse à 1 m du fond

Viscosité verticale : $0,4 \frac{H}{3} u^* \sqrt{z} (1-z^3) (1+7 Ri)^{-0,25}$

avec H : hauteur d'eau

z : " réduite (= 0 au fond,
1 en surface)

u^* : vitesse de frottement

Ri : Nombre de Richardson (lié à la stratification)

Diffusion verticale : $K(z) = 0,4 \frac{H}{3} u^* \sqrt{z} (1-z^3) (10+Ri)^{-1,75}$

4 - RESULTATS DU MODELE : LA CIRCULATION

4.1 - Champs de vitesse

Une visualisation verticale du champ de courant en vive-eau et par débit amont nul, a été produite pour chaque heure de la marée et est fournie en annexe. La stationnarité de l'onde marée dans l'estuaire est évidente, avec des étales de courant simultanées aux pleine mer (PM) et basse mer (BM). On y observe aussi le mouvement vertical des masses d'eau (ne pas oublier cependant la distorsion des échelles de représentation des composantes verticale et horizontale du courant).

Des évolutions simultanées pendant 24 h du courant en différents points de l'estuaire sont présentées en figure 8 : les vitesses sont maximales devant Tréhiguier et atteignent 0,7 m/s en jusant (à PM + 4) et 1 m/s en flot (à PM - 5) pour un coefficient de marée 90. La pointe de vitesse à Tréhiguier est liée à la faible section de l'estuaire à cet endroit alors que le débit de flot ou de jusant s'accroît régulièrement depuis l'amont. La dissymétrie entre flot et jusant est classique en milieu estuarien : la célérité de l'onde marée croissant avec la profondeur, la basse mer se propage moins vite que la pleine mer, la période de flot est alors raccourcie. A débit égal, le courant de flot est donc plus élevé que le courant de jusant. Le frottement sur le fond accroît le phénomène puisqu'il est plus sensible par faible hauteur d'eau.

4.2 - Trajectoires des masses d'eau

Le modèle fournissant le champ vertical des vitesses à tout moment de la marée, il est possible de simuler des trajectoires parcourues par des particules d'eau. Sur la figure 9, les trajectoires sont calculées pour une marée de vive eau et en l'absence de rejet au barrage. Les heures de départ sont pleine mer ou basse mer. On remarque les points suivants :

- les déplacements résiduels après une marée sont faibles. C'est normal, compte tenu du débit amont nul

- les déplacements d'une même particule au cours de la marée couvrent une majeure partie de l'estuaire, sauf dans le secteur amont, ainsi

- . une particule * "lâchée" en surface à 3 km en aval du barrage à pleine mer (PM) atteint l'embouchure à basse mer (BM) tandis qu'une particule partant à PM à 1 km du barrage atteint Tréhiguier au cours de la marée.

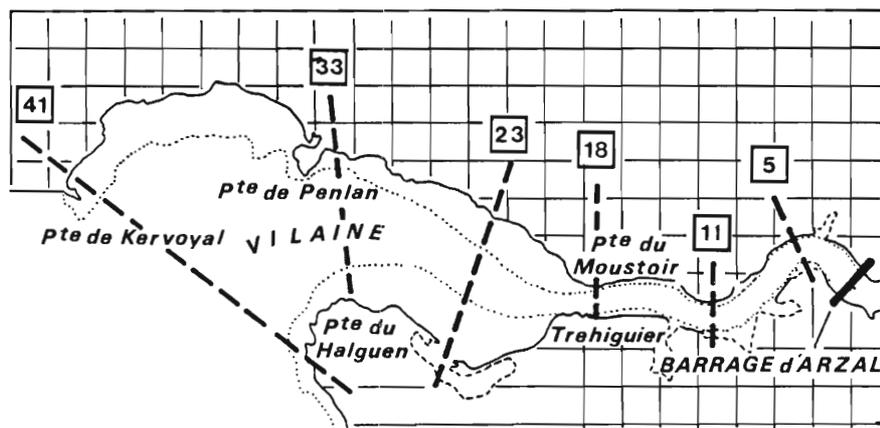
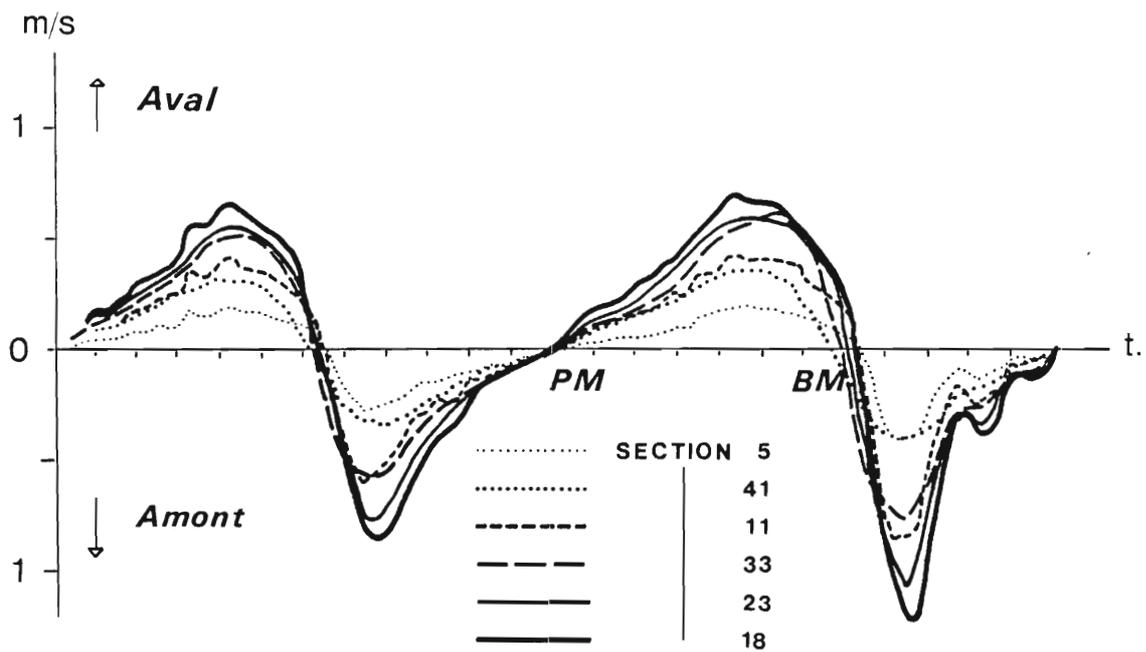
- . une particule lâchée en surface à 3 km du barrage à BM remonte pratiquement jusqu'au barrage pour revenir à son point de départ à la BM suivante.

- Les particules situées "près du fond" (par exemple au 1/4 de la hauteur d'eau) ont des trajectoires plus courtes (d'un facteur 0,8 environ) que celles de surface : c'est l'effet du frottement sur le fond.

* Il s'agit de particules d'eau.

Fig. 8 MODELE DE L'ESTUAIRE DE LA VILAINE

Evolution du Courant moyen en diverses Sections



Position des Sections

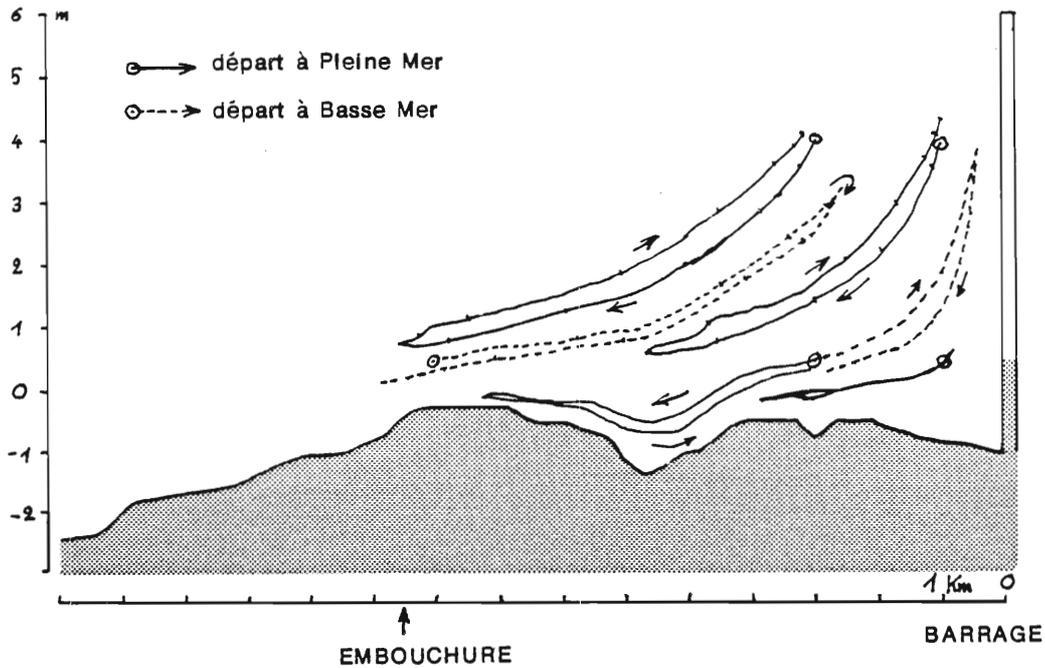


Fig.9 Modèle de l'estuaire de la Vilaine
Exemples de trajectoires calculées (vive eau)

N.B : Compte tenu des hypothèses simplificatrices faites sur le courant en baie de Vilaine, les trajectoires qui dépassent l'embouchure au cours de la marée n'ont pas été prises en considération.

4.3. - Effet d'un rejet d'eau douce

La perturbation de l'écoulement par un rejet d'eau douce dépend naturellement du débit évacué et du régime de lâcher. Typiquement, le débit à évacuer atteint 1.200 m³/s en période de crue (voir § 5-1). Si l'on considère que la section moyenne de l'estuaire est de l'ordre de 1.400 m² en amont de Tréhiguier, on obtient un courant de vidange de 0,85 m/s (= 1200/1400), ce qui est très important. En conséquence, les rejets d'eau douce ont une influence considérable sur les trajectoires présentées au § 4-2 ainsi que sur les temps de séjour des masses d'eau dans l'estuaire.

La figure 10 illustre les variations de vitesses induites en vive eau par un rejet instantané de 700 m³/s correspondant à une crue de la Vilaine : à mi-marée descendante, (fig. 10a), le jusant est deux fois plus fort entre le barrage et Tréhiguier lorsqu'il y a rejet, tandis qu'à mi marée montante (fig. 10.b), dès le milieu de l'estuaire, le flot venant de l'aval est compensé par le courant d'évacuation.

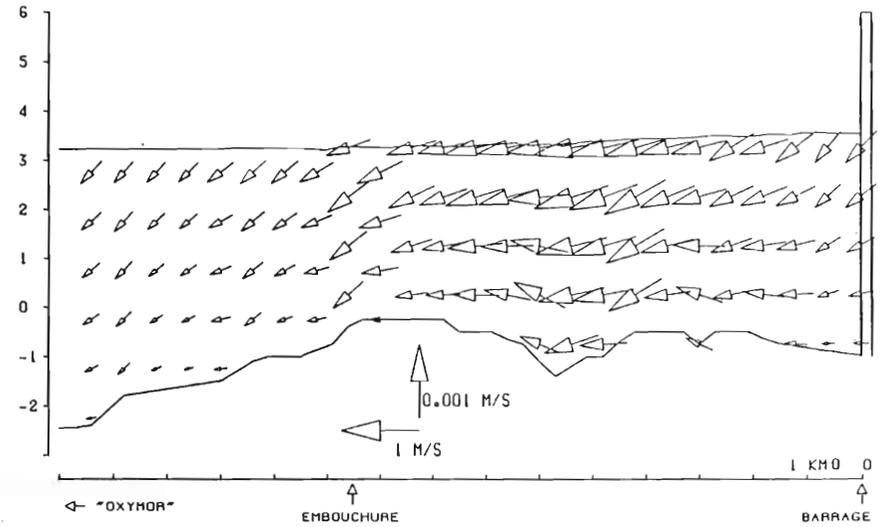
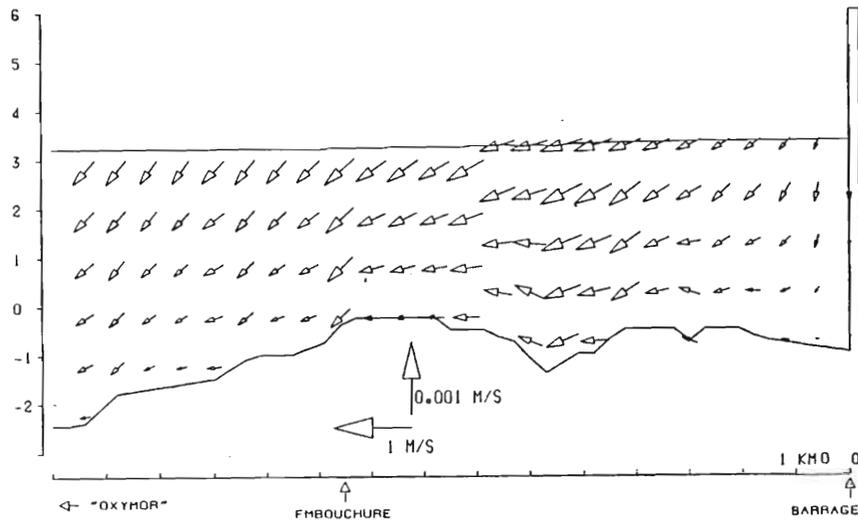
L'effet du lâcher de barrage sur les trajectoires est clairement mis en évidence par la figure 11.

Fig.10 MODELE DE L'ESTUAIRE DE LA VILAINE : EFFET D'UN REJET D'EAU DOUCE SUR LE COURANT

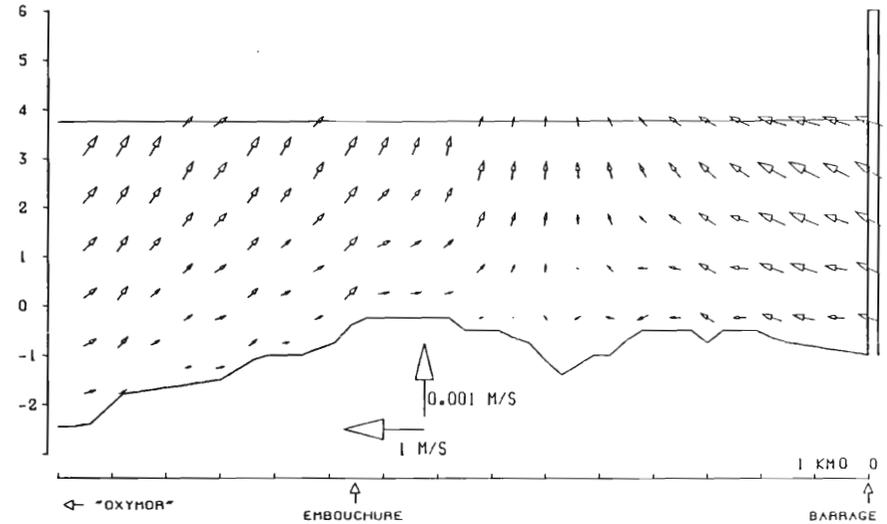
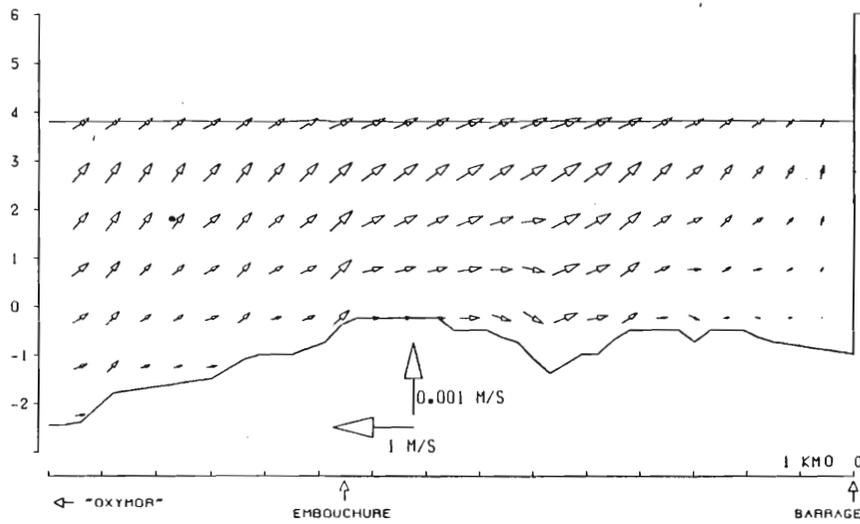
Débit nul

JUSANT

Débit au Barrage : 700 m³/s



FLOT



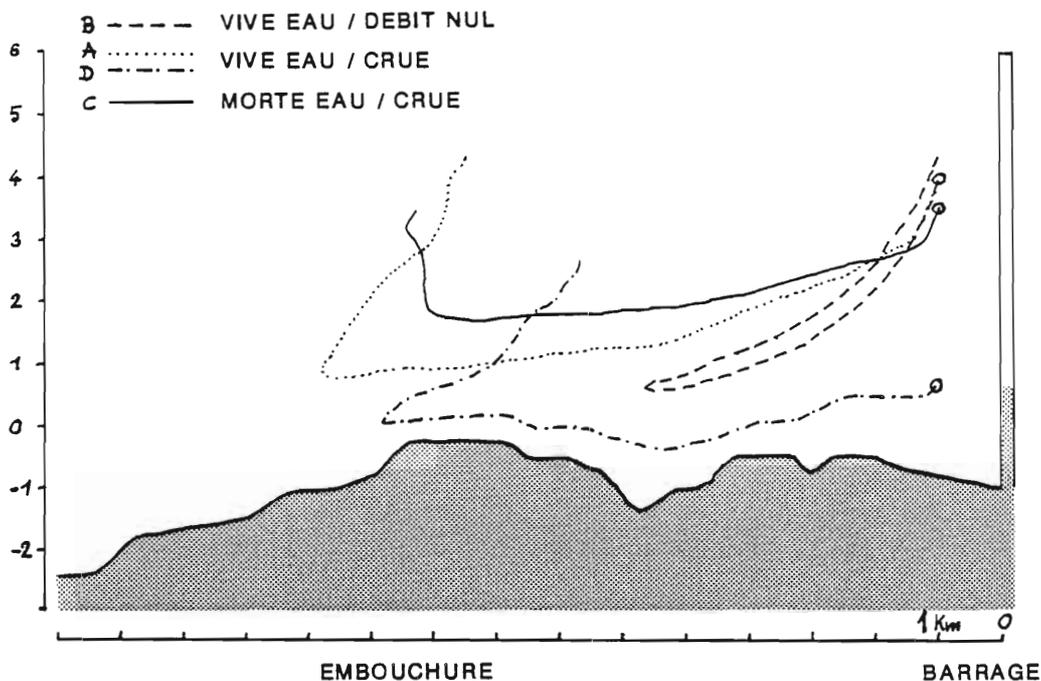


Fig.11 Modèle de l'estuaire de la Vilaine

Effet d'un rejet d'eau douce sur les trajectoires des masses d'eau

Les courbes A, B et C sont les trajectoires d'une masse d'eau partant à PM en un point situé en surface à 1 km en aval du barrage. Ces trajectoires correspondent à 3 conditions de marée/rejet différentes. Le régime de lâcher est un débit de 700 m³/s pendant 8 h (voir § 5-1).

On observe que :

- en vive eau, le déplacement des masses d'eau vers l'aval est deux fois plus important lorsque le barrage débite, de telle sorte qu'une eau quittant le barrage en début de jusant atteint l'embouchure avant la basse mer : dans ce cas le temps de résidence de la masse d'eau dans l'estuaire est très faible (de l'ordre de 6 heures). Cependant la trajectoire D obtenue dans les mêmes conditions pour un départ près du fond montre qu'alors la particule revient dans l'estuaire au cours de la marée, ce qui porte le temps de séjour à une marée et demi environ.

- en morte eau, alors qu'une trajectoire issue de l'amont aurait une dimension de l'ordre de 2 km par débit nul, en période de crue elle atteint l'embouchure à basse mer (trajectoire C). Ensuite, à marée montante, la compétition entre le flot et le débit amont est telle que les particules se stabilisent à l'embouchure (avec une légère montée verticale liée à la surélévation de la surface libre).

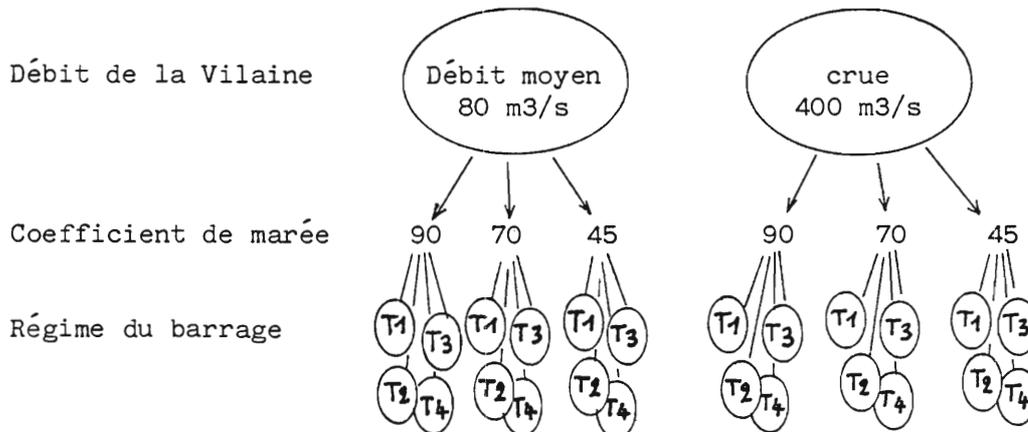
Le temps de séjour dans l'estuaire est donc très fortement réduit en période de crue : de l'ordre d'une marée, alors que par débit amont nul le déplacement résiduel évalué par le modèle est très faible, ce qui porte le temps de résidence à l'infini. Ceci est bénéfique pour le modèle : notre cas d'étude étant principalement lié à la période de crue, la courte durée du temps de résidence permet d'atteindre un régime permanent avec des simulations relativement courtes (2 à 3 marées).

N.B. : Les trajectoires présentées en crue n'indiquent pas de circulation résiduelle inversée en surface et au fond liée au gradient de salinité comme c'est souvent le cas en estuaire. En fait cette configuration liée au gradient de salinité est atténuée lorsque les hauteurs d'eau sont faibles, et surtout les déplacements résiduels sont ici induits par la nécessité d'évacuer une grande quantité d'eau douce.

5 - RESULTATS DU MODELE : Structure haline

5.1. - Scénarios envisagés

Pour caractériser l'optimum de fonctionnement du barrage, 24 simulations ont été effectuées correspondant à diverses combinaisons de marée, de débit et de régime de lâcher. La figure ci-dessous résume les scénarios ainsi envisagés.



les différents types de régime de barrage correspondent aux répartitions suivantes des lâchers au cours de la marée.

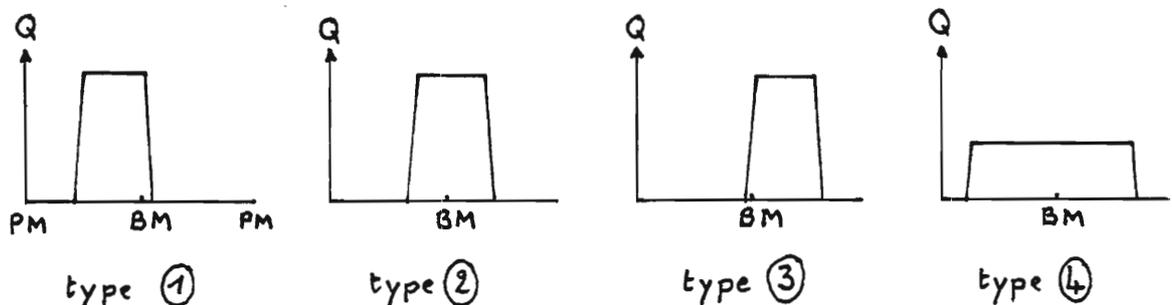
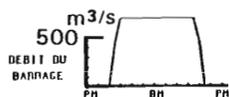
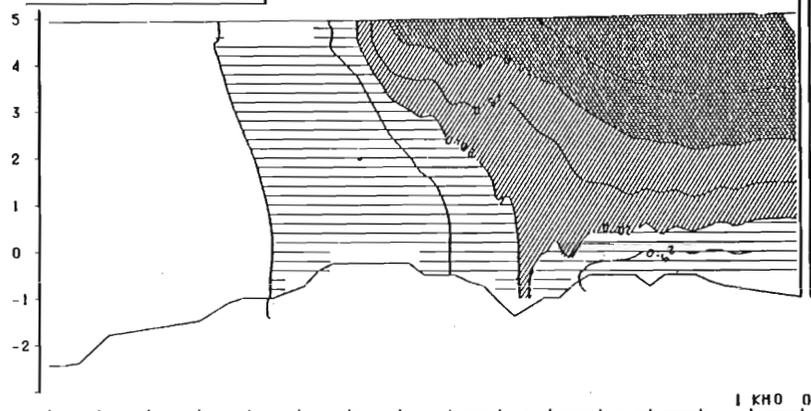


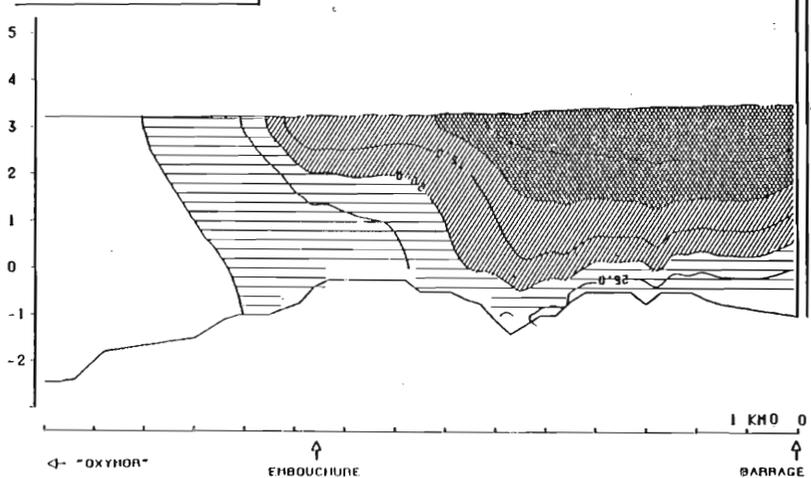
Fig. 12 ESTUAIRE de la VILAINE
 SIMULATION DE LA STRUCTURE HALINE
 Marée moyenne - Débit de Crue



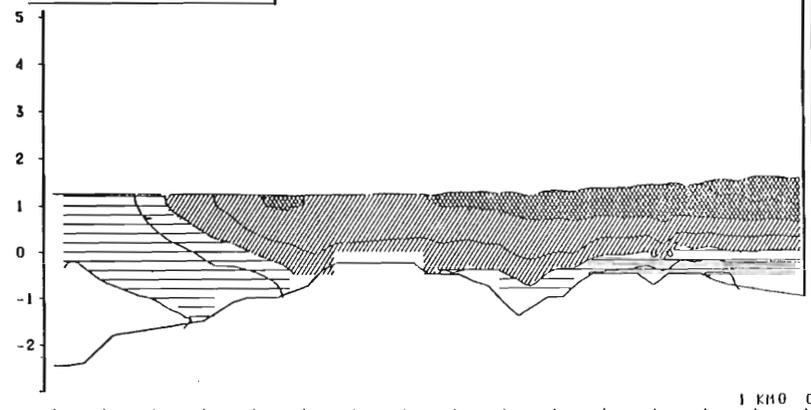
a) PLEINE MER



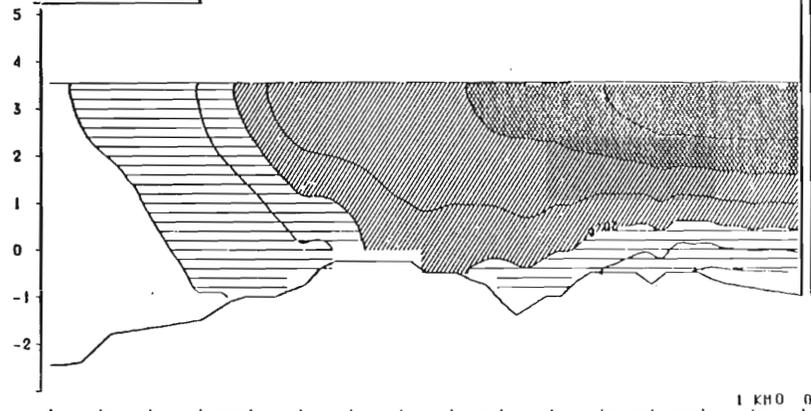
b) MI-JUSANT



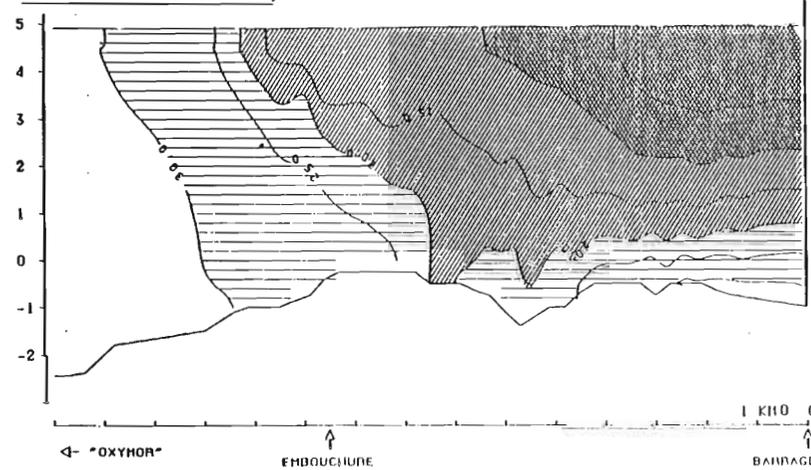
c) BASSE-MER



d) MI-FLOT



e) PLEINE MER



Les rejets de type 1, 2 et 3 comportent des lâchers massifs répartis sur 5 heures (avec un palier maximum à 1400 m³/s en crue, et à 300 m³/s en débit moyen) tandis que le rejet de type 4 est "étalé" sur 8 h 30'.

L'ensemble des résultats est disponible en annexe séparée, sous forme de coupes longitudinales de la structure haline de l'estuaire, à différents moments de la marée.

Le risque de stratification étant bien entendu plus important en situation de crue, nous discuterons plus particulièrement les résultats des simulations de crue : le débit affecté à la Vilaine est alors 400 m³/s ce qui représente une crue moyenne (la crue annuelle est 700 m³/s). Les simulations correspondantes sont menées sur 2 marées consécutives, afin que les résultats ne dépendent pas trop des conditions initiales qui ne correspondent pas à un tel débit de crue. Les conditions de rejet sont supposées identiques d'une marée à l'autre.

5.2 - Description d'un cycle de marée

La figure 12 présente à titre d'exemple une succession de coupes longitudinales de l'estuaire simulées au cours d'une marée de coefficient moyen, pour un débit de crue réparti en 8 h de rejet autour de la basse mer (BM).

Fig. 12 a : Situation à Pleine Mer (PM), après simulation d'une marée complète.

L'estuaire est stratifié dans sa partie amont, ce qui est conforme aux observations, mais partiellement forcé par la condition limite amont (En effet lorsqu'il y a rejet d'eau douce, on impose un profil parabolique de la salinité à l'amont, avec une salinité de fond non affectée par le rejet).

L'eau vraiment déssalée ($< 10 \text{ ‰}$) atteint à peine l'embouchure et intéresse une couche d'épaisseur 1 m.

Fig. 12 b : Situation à mi-jusant (PM + 3)

Alors que le début du rejet se fait sentir à l'amont (cf. pente de la surface libre), de l'eau déssalée est évacuée en baie de Vilaine.

Fig. 12 c : Situation à basse mer.

L'importance du débit rejeté est visualisée par la pente de la surface. Par ailleurs, tout l'estuaire est occupé par l'eau déssalée qui se disperse dans la baie, sauf dans les fosses où de l'eau de mer est piégée.

On remarque que la quantité d'eau fortement déssalée ($< 10 \text{ ‰}$) est bien plus faible qu'à PM : en fait l'eau douce est rapidement mélangée à l'eau de mer grâce à la violence du courant et aux faibles profondeurs.

Bien sûr, la répartition des salinités dans la baie n'est que théorique puisque le modèle ne tient pas compte des circulations transversales dans cette zone.

Fig. 12 d et 12 e : Pendant le flot la configuration des salinités tend à se rapprocher de celle de P.M. A noter que le gradient horizontal de salinité en surface est maximal à PM et se situe au droit de l'embouchure.

5.3. - Recherche d'un critère pour la définition de l'optimum de rejet

Le problème que nous cherchons à résoudre est le minimum de stratification en aval de l'estuaire, dans la baie de Vilaine. Les simulations étant très inexactes dans ce secteur, nous considérons seulement les structures obtenues au droit de l'embouchure.

Les hauteurs d'eau dans la baie étant peu supérieures à celles de l'estuaire aval, une masse d'eau, déssalée uniformément sur la verticale à l'embouchure de la Vilaine, a peu de chance d'induire une stratification dans la baie. C'est donc un gradient vertical de salinité à l'embouchure qu'il faut minimiser.

* Circonstances les plus critiques.

Les risques de stratification à l'aval sont d'autant plus grands que le débit d'eau douce est élevé et que les courants sont faibles : la situation critique est donc a priori la crue en morte eau. Est-ce que les temps de séjour des masses d'eau dans l'estuaire seraient alors assez longs pour assurer le mélange des eaux avant leur sortie dans la baie ? D'après les trajectoires présentées en 4.3., il semble que non. La conjonction crue/morte eau reste donc le cas défavorable. Toutefois, les résultats en vive eau moyenne seront examinés.

* Par ailleurs, compte tenu de l'impossibilité de stocker l'eau en amont, nous considérons une crue de durée assez longue caractérisée par un débit élevé à évacuer à chaque marée. Par conséquent, nous raisonnons sur des conditions de régime permanent [à l'échelle "résiduelle", i.e. périodique à l'échelle de la marée].

* En fait, c'est la période de jusant qui nous intéresse puisqu'alors la baie de Vilaine est concernée par la situation à l'embouchure.

Compte tenu d'une relative alternance des courants de marée, la fin de jusant paraît moins critique puisque les masses d'eau issues de l'estuaire à ce moment sont susceptibles d'y revenir au cours du flot suivant (ce qui allonge leur temps de séjour), tandis qu'une eau quittant l'estuaire en début de jusant sera plus facilement entraînée par la circulation propre à la baie (voir à ce sujet DE NADAILLAC et BRETON, 1985).

* Le flux d'eau douce n'est pas un critère puisqu'à l'équilibre (i.e. régime permanent) il dépend seulement de la condition limite à l'amont. Par contre les variations de la dessalure au cours du jusant sont importantes, les pointes étant à éviter, surtout lorsque le débit est élevé.

* Des paramètres globaux.

Pour aider à hiérarchiser les scénarios envisagés, il est utile de disposer d'un paramètre global : dans cet esprit, le "flux sortant de stratification", c'est-à-dire l'intégrale :

$$\int_{\text{marée}} \Delta S \cdot Q+ dt \quad \text{avec} \quad \left[\begin{array}{l} \Delta S : \text{différence de salinité entre fond} \\ \text{et surface, à l'embouchure} \\ Q+ = 0 \text{ si les vitesses à l'embouchure sont} \\ \text{dirigées vers l'amont.} \\ = \text{débit à l'embouchure, sinon.} \end{array} \right.$$

constitue un paramètre dont la minimisation peut être considérée comme le critère d'optimisation du rejet.

On peut aussi s'appuyer sur des critères énergétiques :

A son arrivée dans la baie, l'eau a une énergie potentielle

$$\int_{\text{fond}}^{\text{Surface}} \rho \cdot g \cdot H dz$$

dépendant de la densité donc de la salinité. Au bout d'un temps de mélange inconnu, cette eau de plus en plus salée va acquérir de l'énergie potentielle pompée à l'énergie cinétique du milieu (liée aux courants, justement facteurs de mélange). La stratification est d'autant moins stable que l'énergie nécessaire pour la détruire est faible, c'est-à-dire que l'énergie potentielle sortant de l'estuaire est élevée. Par conséquent l'optimum recherché correspond à un maximum du flux net d'énergie potentielle à l'embouchure. Ce flux s'exprime :

$$\int_{\text{fond}}^{\text{Surface}} \rho(z) \cdot g \cdot z \cdot u(z) dz, \quad \text{avec } z = 0 : \text{cote de référence}$$

Remarque : pour le flux de stratification, on pourrait considérer le gradient $\Delta S/H$ (H : hauteur d'eau) à la place de S : un test a montré que les résultats ne changent pas.

Récapitulation

Les critères choisis pour la détermination du rejet optimum des eaux douces au barrage d'Arzal sont :

- Eviter le rejet d'eau dans la baie en début de Jusant
- minimiser le "flux sortant de stratification"
- maximiser le flux net d'énergie potentielle quittant l'estuaire.

5.4. - Résultats

Vive eau

La figure 13 montre l'évolution au cours du temps des vitesses et salinités en surface et au fond modélisées à l'embouchure. Seule la deuxième marée, plus proche du régime permanent, est à prendre en compte.

Fig.13- ESTUAIRE DE LA VILAINE

MODELISATION DES COURANTS ET SALINITES A L'EMBOUCHURE

Vive Eau + Crue

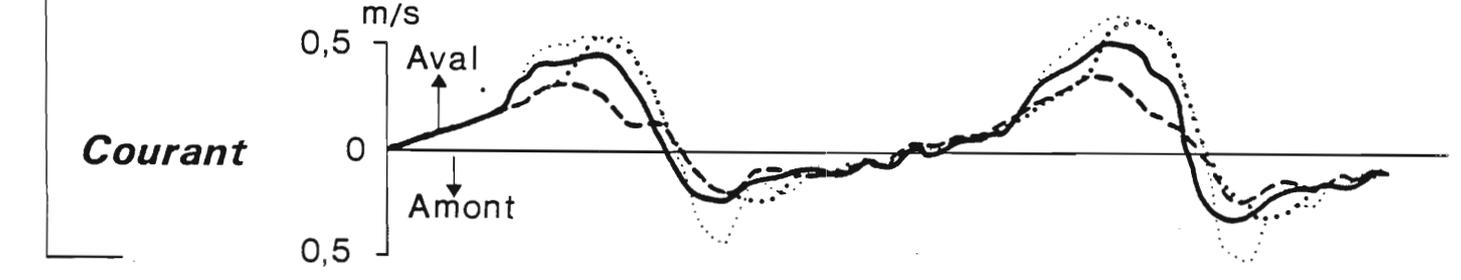
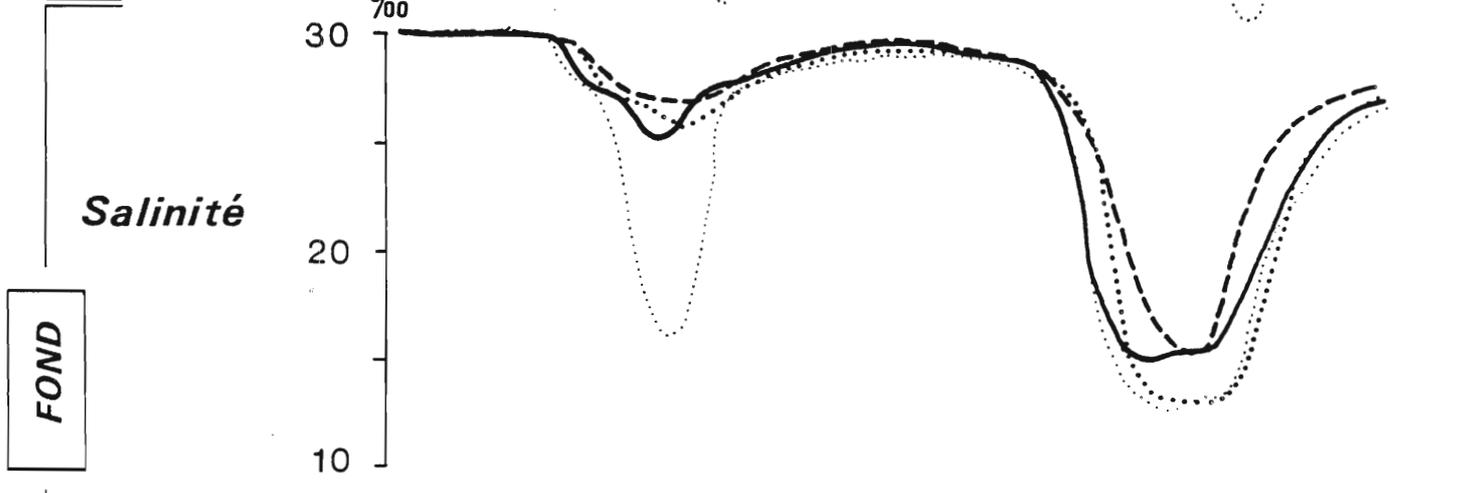
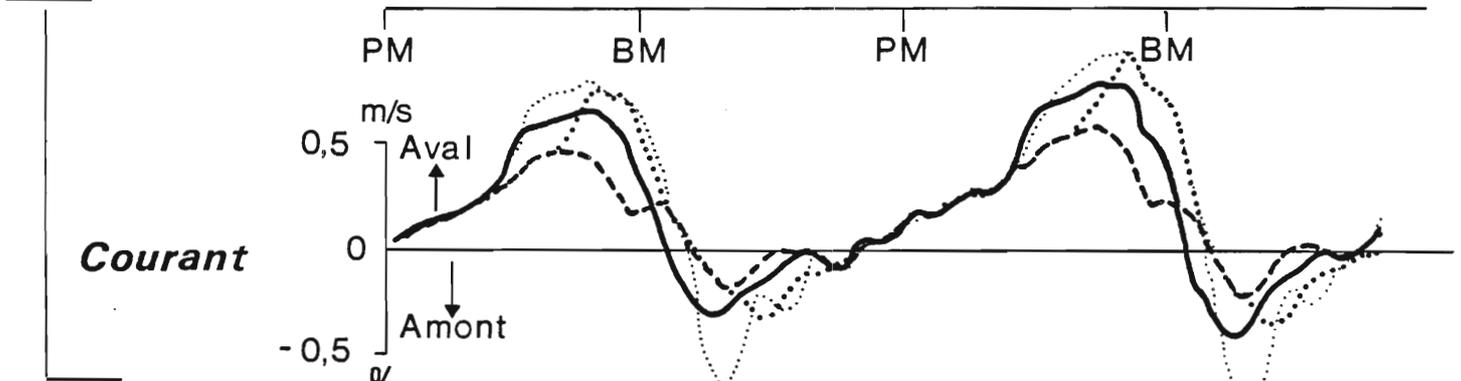
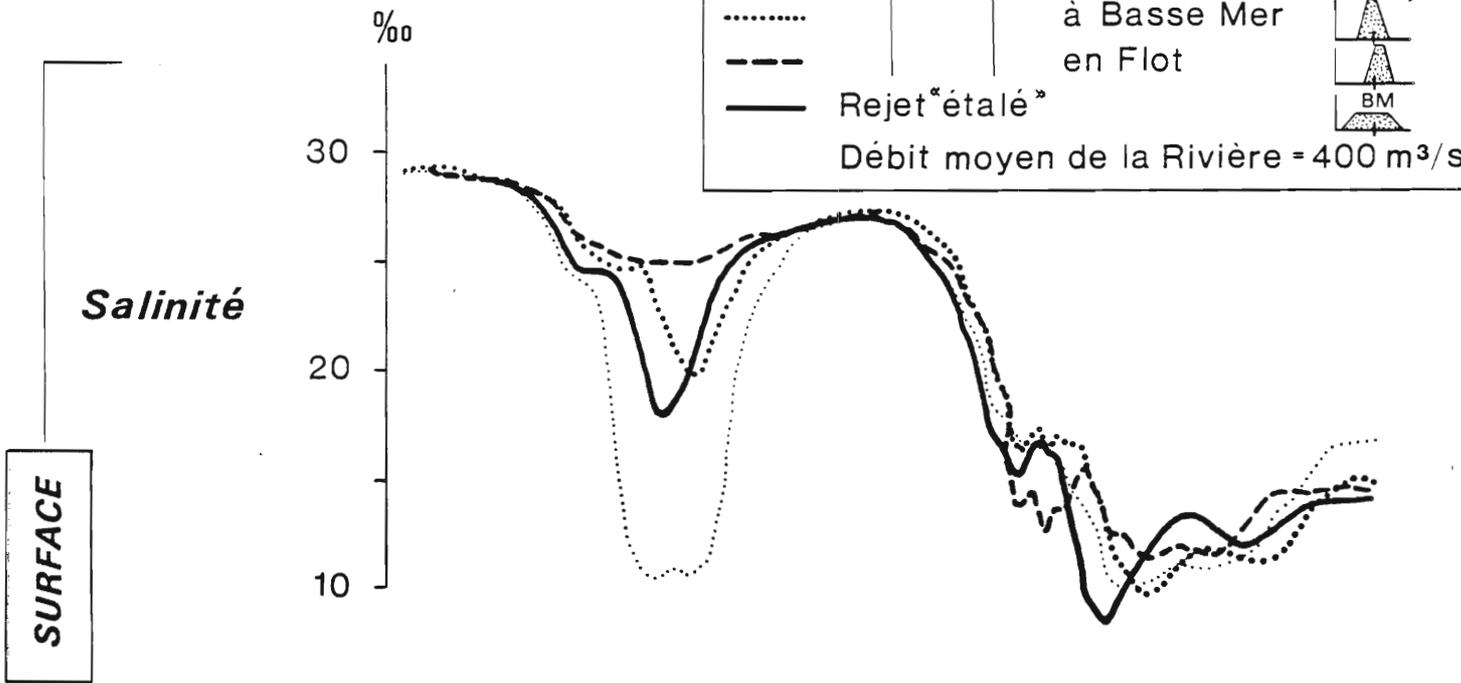
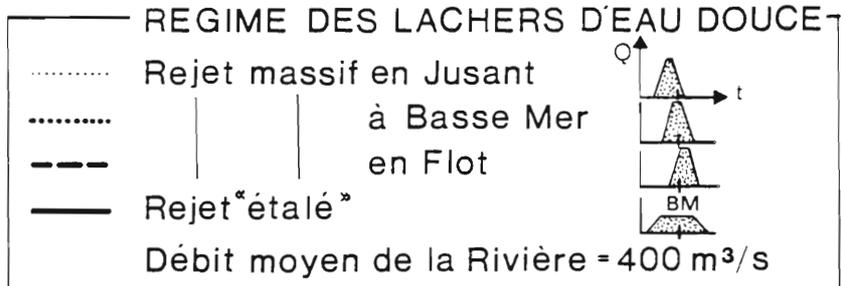
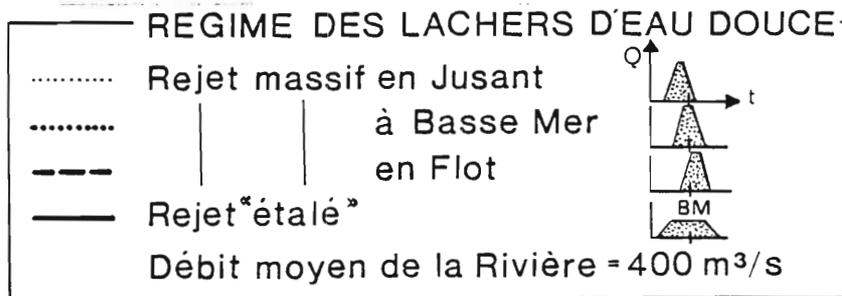
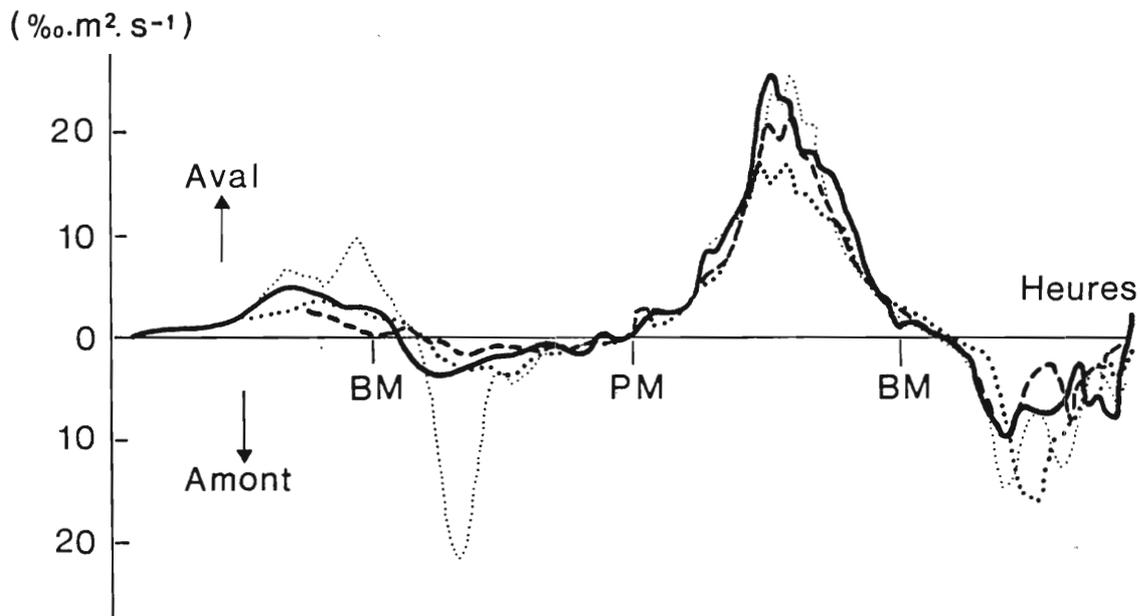


Fig. 14 - ESTUAIRE DE LA VILAINE
MODELISATION DES SALINITES A L'EMBOUCHURE
EVOLUTION DU "FLUX DE STRATIFICATION"
Vive Eau * Crue



On observe que :

- Les dessalures en surface ne varient pas selon le type de lâcher au barrage,

- au fond, les dessalures sont un peu plus faibles pour un rejet "étalé" ou en flot ; surtout, ces dessalures sont fortes autour de la basse mer.

- les stratifications sont faibles à basse mer (moins de $5^\circ/ \text{‰}$) mais dépassent $10^\circ/ \text{‰}$ à la deuxième pleine mer,

- le courant évolue différemment selon le type de lâcher : ainsi lorsque le rejet est effectué en flot, les vitesses de jusant sont plus faibles donc l'évacuation des dessalures moins importante. Il semble que cette situation corresponde à l'optimum de rejet en vive eau, l'estuaire fonctionnant comme un bassin régulateur relâchant l'eau douce de manière plus continue pendant la marée.

- Le rejet "étalé" pendant la marée entraîne l'évacuation d'une dessalure importante au maximum de jusant ; ce phénomène est retardé lorsque le lâcher d'eau est massif autour de la basse mer : cette dernière hypothèse est donc la plus favorable des deux.

Il est essentiel de noter que l'optimum est ici déterminé à la fois par la structure du courant et par l'évolution des salinités, car des différences de phase entre jusant et dessalure apparaissent d'une simulation à l'autre.

En ce qui concerne les "flux de stratification", la figure 14 indique un optimum pour les rejets massifs à basse mer ou en flot caractérisés par des maxima de stratification plus faibles. Le flux sortant de stratification est minimum et mieux réparti pendant le jusant.

Finalement, compte tenu des risques qu'un rejet tardif pendant la marée (autour du flot) est susceptible d'entraîner vis à vis de la gestion du plan d'eau, il paraît préférable de procéder à un rejet massif à basse mer.

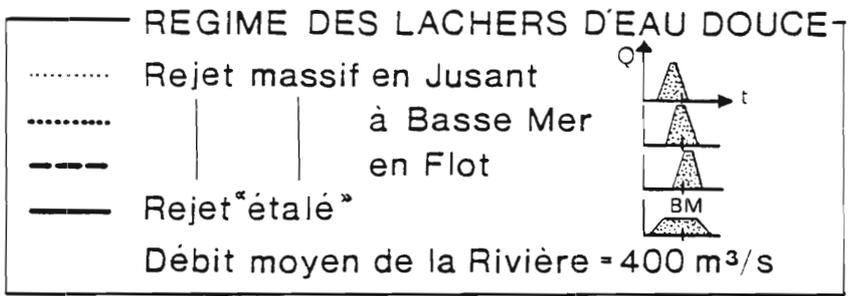
Impact du rejet sur le courant : On peut remarquer les écarts de maximum de vitesse liés au type de rejet. Les lâchers "étalé" ou "massif en flot" réduisent le maximum de jusant. Si l'on cherche un effet de chasse, par exemple pour évacuer des sédiments superficiels, le rejet massif à basse mer présente à nouveau un grand intérêt (pointe de vitesse de 1 m/s à l'embouchure).

Remarque : On note que les salinités calculées pour la 2ème pleine mer sont différentes de celles obtenues lors de la 1ère pleine mer : le régime permanent n'est donc pas atteint. Compte tenu du coût des simulations et de la moindre importance des situations de vive eau, les calculs n'ont pas été prolongés. De même les calculs "énergétiques" n'ont pas été réalisés en vive eau.

Fig. 15 - ESTUAIRE DE LA VILAINE

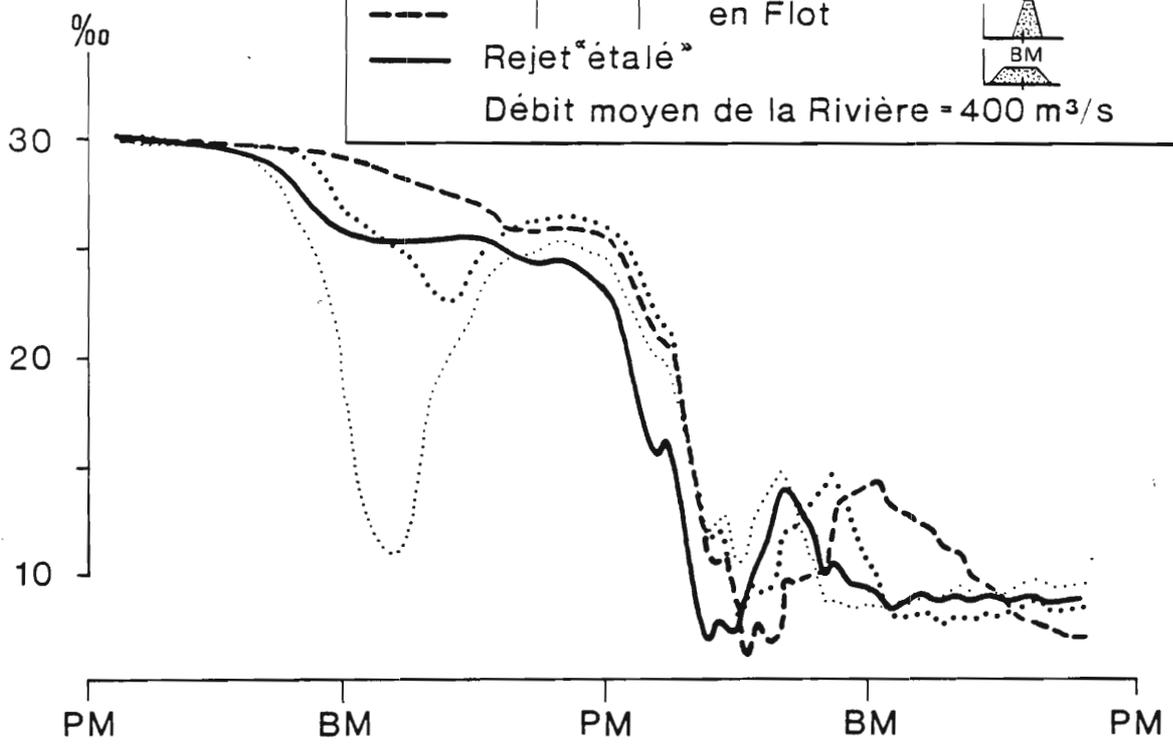
MODELISATION DES COURANTS ET SALINITES A L'EMBOUCHURE

Morte Eau * Crue

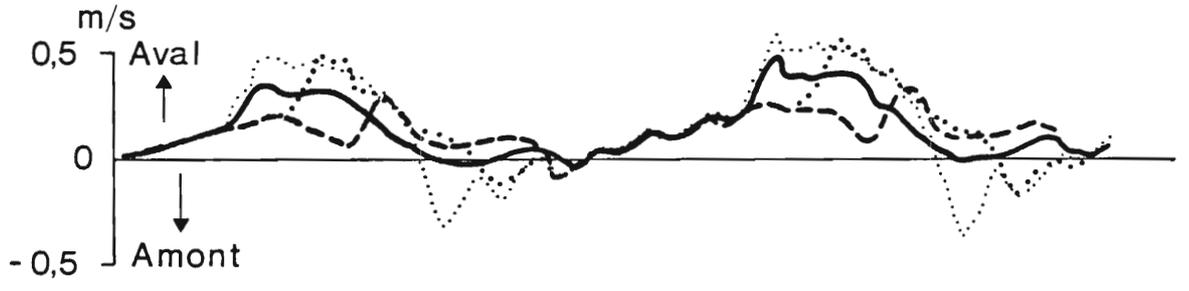


SURFACE

Salinité

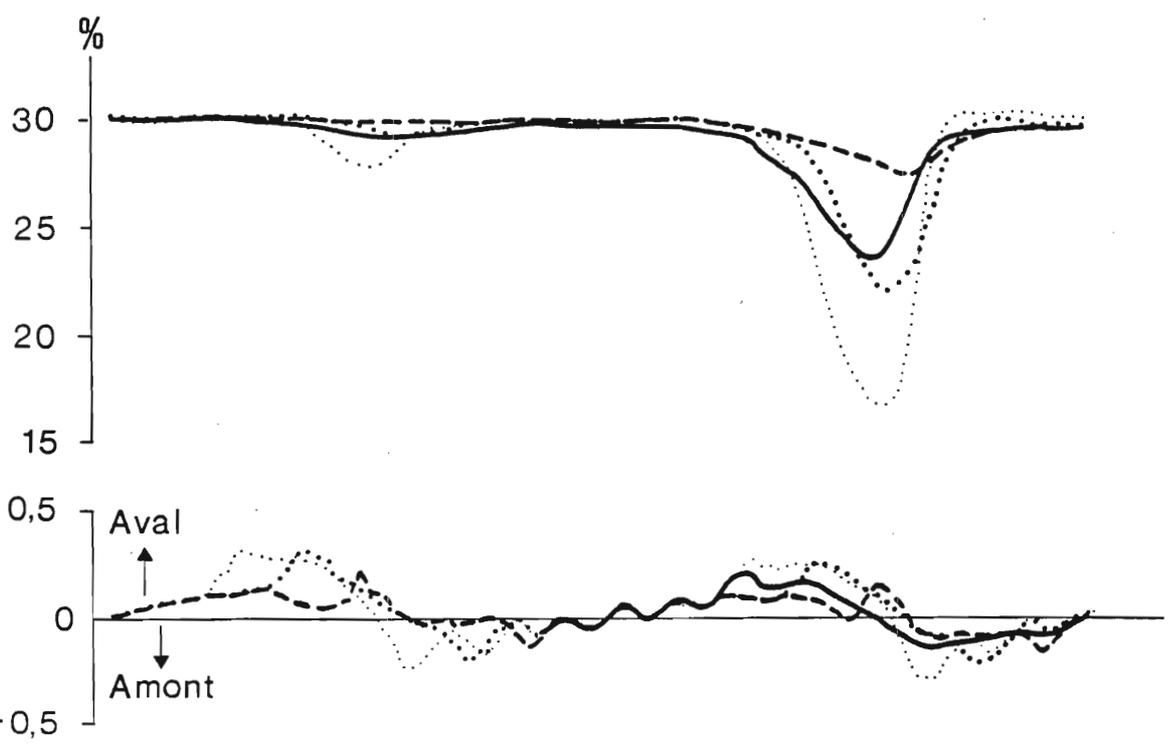


Courant



FOND

Salinité



Courant

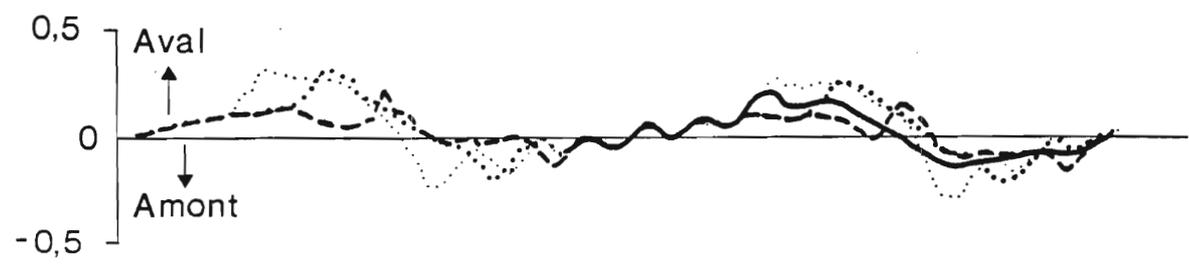
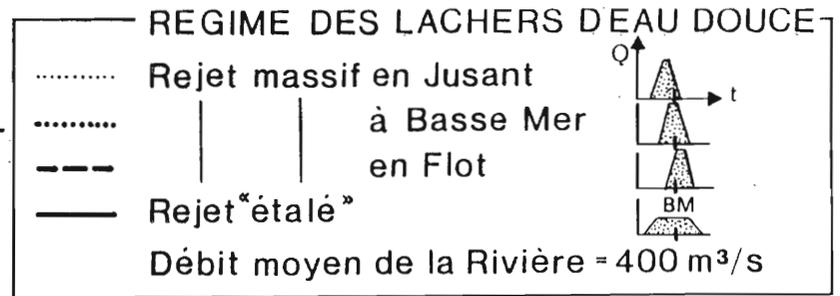


Fig. 16 - ESTUAIRE DE LA VILAINE

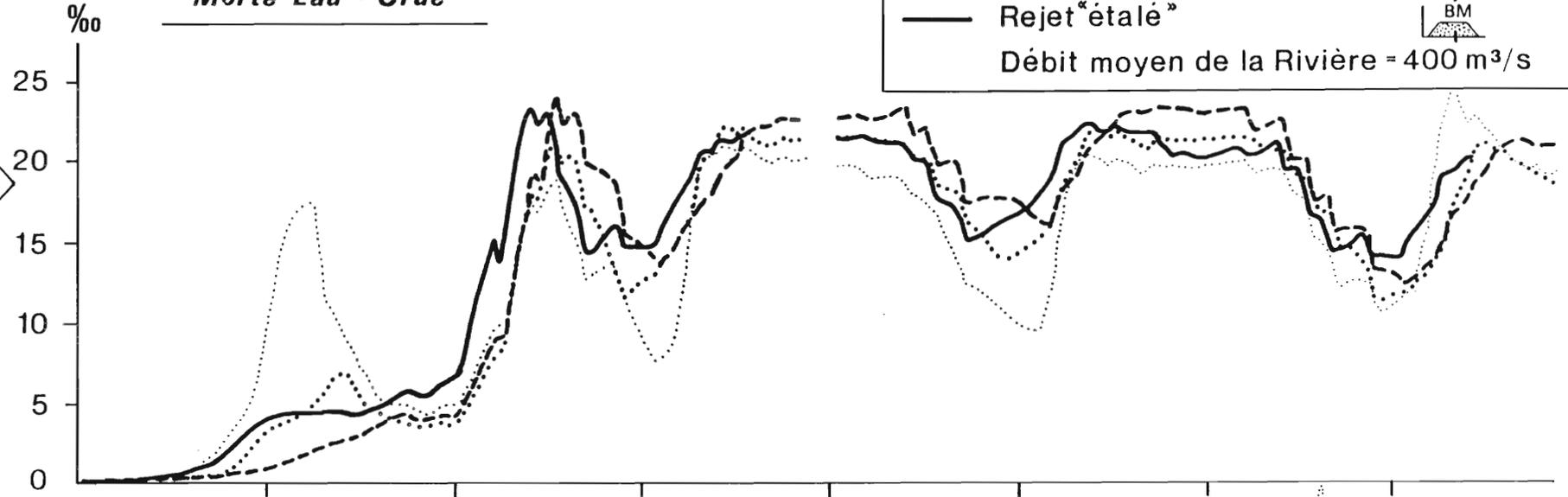
MODELISATION DES SALINITES A L'EMBOUCHURE

EVOLUTION DE LA STRATIFICATION ET DU DEBIT

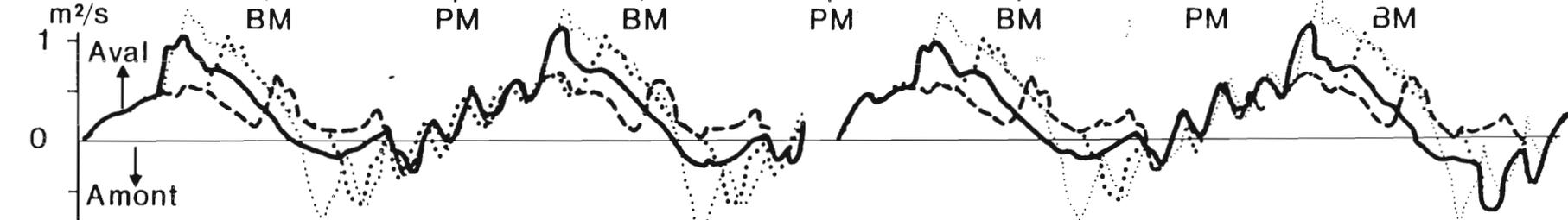
Morte Eau * Crue



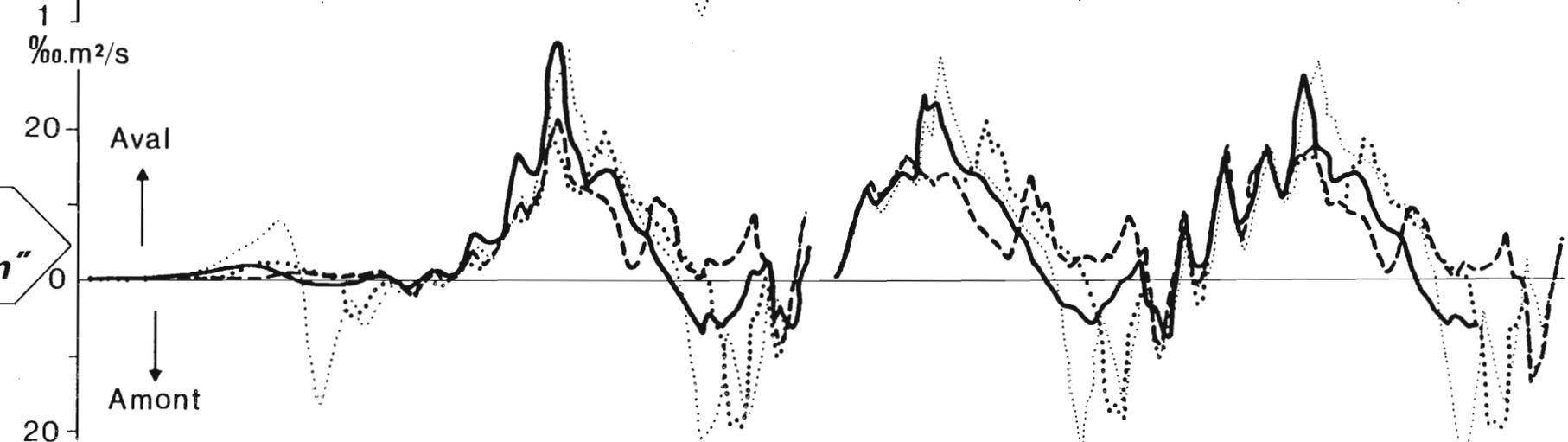
△ Salinité
(Fond)-(Surf.)



Débit



"Flux de Stratification"



Morte eau

Sur la figure 15, on observe des stratifications importantes quelque soit le régime de rejet et toujours plus fortes qu'en vive eau (les écarts de salinité entre surface et fond sont de l'ordre de 20°/ ‰).

L'impact du type de lâcher résulte encore du déphasage entre les dessalures et le courant qui varie beaucoup selon les simulations.

Ainsi, le rejet étalé au cours de la marée et le rejet en jusant semblent à proscrire car susceptibles d'évacuer massivement les dessalures peu avant la basse mer. Au contraire, les rejets à basse mer ou en flot sont caractérisés par des périodes de jusant très longues qui répartissent mieux l'évacuation de l'eau douce dans la baie.

Cependant, plus encore que pour la vive eau, la figure 15 met clairement en évidence que le régime d'équilibre n'est pas établi. Les simulations ont donc été prolongées pendant 2 marées.

La figure 16 montre que l'équilibre est atteint dès la 3ème marée. Mais on observe un lissage des écarts entre les simulations : en particulier les stratifications restent stables et voisines d'une simulation à l'autre, sauf pour le rejet en flot où elles sont plus élevées : c'est sans doute le résultat d'un mélange moins important dû aux vitesses plus faibles (voir figure 15) et qui, hélas vient compenser l'avantage observé précédemment pour les vitesses. Surtout, on observe des variations des moments privilégiés d'évacuation des eaux douces : celle-ci intervient plus tôt au cours du jusant et avec une pointe marquée pour un rejet réparti dans la marée. Le rejet massif à basse mer qui entraîne un "flux sortant de stratification" juste avant un flux "entrant" serait donc légèrement préférable.

En ce qui concerne les paramètres globaux définis en § 5-3, les résultats sont présentés dans le tableau ci-après. Compte tenu des imprécisions liées à la modélisation, on peut considérer les scénarios équivalents en termes de "flux sortant de stratification" sauf pour le rejet massif en jusant qui semble plus critique.

Il en est de même pour les flux nets d'énergie potentielle, mais ici un optimum est obtenu lors du rejet "étalé" pendant la marée.

Effet sur les vitesses : on a vu qu'en morte eau les courants étaient considérablement modifiés par un rejet d'eau douce (fig. 15 et § 4-3). Cependant ils demeurent plus faibles qu'en vive eau : l'impact sédimentologique du type de lâcher en morte eau doit donc être mineur.

ESTUAIRE DE LA VILAINE

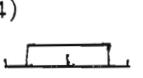
CALCUL DU FLUX D'ENERGIE POTENTIELLE A L'EMBOUCHURE

SITUATION DE CRUE - MORTE EAU

E+ : flux d'énergie potentielle "vers l'aval"

E- : " " " " "vers l'amont"

E = E+ + E- : flux net d'énergie potentielle.

Type de rejet	(1)  BM	(2) 	(3) 	(4) 
2ème marée E+	2 421	2 192	1 881	2 013
E-	- 1 105	- 859	- 533	- 689
E	1 316	1 333	1 348	1 324
3ème marée E+	1 837	1 603	1 321	1 570
E-	- 1 034	- 815	- 526	- 619
E	803	788	795	951
4ème marée E+	1 879	1 770	1 459	1 667
E-	- 882	- 697	- 383	- 600 à 650*
E	997	1 073	1 076	1000 à 1100?
3ème + 4ème marée E+	3 708	3 359	2 764	3 232
E-	- 1 895	- 1 503	- 892	-1220 à 1270
E	1 813	1 856	1 872	1950 à 2000
3e + 4e marée E	4 609	4 844	4 748	-
[pour une cote de référence - 15 m au lieu de - 5 m]				

Flux sortant (F+) de stratification à l'embouchure.

3ème + 4ème marée F+	554	529	521	520
----------------------	-----	-----	-----	-----

* Estimation après extrapolation, résultant d'une simulation incomplète.

6 - CONCLUSION

Pour la recherche de l'optimum du régime de lâcher d'eau douce au barrage d'Arzal, le modèle numérique de l'estuaire de la Vilaine a apporté les éléments suivants :

- la stratification à l'aval et son flux associé entrant dans la baie de Vilaine varient très peu selon le régime de lâcher.

- Pour autant, cela ne signifie pas que le modèle fournit des résultats identiques ou se révèle incapable de discriminer les scénarios. En effet, la répartition dans le temps du flux d'eau douce et des stratifications varie selon la phase du moment de lâcher par rapport à la marée : schématiquement un lâcher de barrage massif à basse mer entraîne un rejet dans la baie mieux réparti au cours de la marée qu'un lâcher continu.

- L'évolution des vitesses dans l'estuaire est très dépendante du régime de lâcher : un rejet massif à basse mer entraîne une augmentation du jusant peu avant la basse mer tandis qu'un rejet continu a pour effet de lisser les vitesses.

En conséquence, tout en rappelant que la marge de manoeuvre est faible et que le choix d'un régime de lâcher n'a pas d'effet important, nous pensons pouvoir préconiser les stratégies suivantes :

- en morte eau conjuguée à une crue (circonstance la plus défavorable) : rejeter massivement autour de la basse mer,

- en vive eau conjuguée à une crue :

- * si un effet de chasse est recherché (par exemple pour désenvaser l'estuaire) : rejeter massivement autour de la basse mer,

- * si cet effet de chasse n'est pas souhaité, répartir le plus possible le rejet entre deux pleines mers successives.

Toutefois, ces conclusions issues d'un calcul schématique doivent être vérifiées par des essais in situ comportant un enregistrement en continu de salinité à l'embouchure et en un point central de la baie de Vilaine.

D'autre part il convient de rappeler que :

- la relation entre la stratification à l'embouchure et la stratification dans la baie n'est pas véritablement établie : seule une modélisation tridimensionnelle de la baie permettrait de la définir et finalement de relier la situation en baie au type de lâcher : mais la similitude des résultats obtenus à l'embouchure ne justifie peut être pas une telle démarche.

- la recherche d'une réduction de stratification à l'embouchure ne conduit pas nécessairement à un optimum au milieu de l'estuaire (en particulier dans le secteur conchylicole de Tréhiguier). Les données correspondantes trop nombreuses pour être éditées dans ce rapport sont disponibles.

- l'intérêt d'une chasse en vive eau doit être justifié : efficacité pour le désenvasement de l'estuaire, risque de contamination de la baie par les suspensions venant de l'amont etc... Ces considérations ne sont pas discutées dans la présente étude.

BIBLIOGRAPHIE

DE BORNE DE GRANDPRE C. (1978)

"Modèle bidimensionnel en temps réel de la circulation verticale estuarienne. Application à la Gironde". Océanologica acta 1979. Vol. 2, N° 1, 61-68.

DE BORNE DE GRANDPRE C., DU PENHOAT Y. (1978)

Contribution à l'étude dynamique de la marée dans l'estuaire de la Gironde". Thèse de 3ème cycle, Univ. Bretagne Occidentale, Brest, 202 p.

DE NADAILLAC G., BRETON M. (1985)

Les courants en baie de Vilaine. Présentation et interprétation des données. Rapport IFREMER-DERO n° 85.08-EL - Centre de Brest.

DUCHENE C., MEREL A. (1985)

"Application d'un modèle de circulation à l'estuaire de la Vilaine. Projet de fin d'études à l'ENSTA n° 122/1985.

HAMILTON P. (1975)

"A numerical model of the vertical circulation of tidal estuaries and its application to the Rotterdam waterway". Geophysical journal of the royal astronomical society, 40 : 1-21.

MAILLOCHEAU F. (1980)

"L'envasement de l'estuaire de la Vilaine en aval du barrage d'Arzal". DEA, Nantes, 64 p.

MERCERON M., (1985)

"Impact du barrage d'Arzal sur la qualité des eaux de l'estuaire et de la baie de la Vilaine". Rapport IFREMER DERO-85.06-EL.

SALOMON J.C. (1981)

"Modelling turbidity maximum in the Seine estuary" in Ecohydrodynamics. J.C.J. Nihoul, Elsevier Oceanography Series, Vol. 32. 285-317.

MODELE DE L'ESTUAIRE DE LA VILAINE

ETABLISSEMENT DES EQUATIONS

Les équations de Navier-Stokes forment le système :

+ Loi de conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (1)$$

+ Loi de conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \rho \vec{\nabla} \wedge \vec{V} + \nabla \cdot \rho \vec{V} \vec{V} = -\nabla P + \rho F + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (3)$$

+ Loi de conservation de la quantité de sel

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\nabla \cdot (S \vec{V}) + \mathcal{D} S \quad (4)$$

auquel on ajoute l'équation d'état pour un estuaire modérément stratifié

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha S)$$

. On moyenne ces équations sur une période de l'ordre de la minute pour ne pas traiter les phénomènes aléatoires. Le système s'écrit alors :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho \vec{\nabla} \wedge \vec{V} + \nabla \cdot \vec{V} \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + F + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot ([N] \nabla \vec{V}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \nabla \cdot (S \vec{V}) = \nabla \cdot (K \nabla S) \quad (4)$$

où [N] est le tenseur de viscosité turbulente et K le coefficient de diffusion turbulente

. On fait l'approximation de Boussinesq : les variations de ρ sont négligeables excepté lorsqu'elles sont multipliées par g.

L'équation (1) prend la forme : $\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$

. On fait l'hypothèse de l'équilibre hydrostatique : la projection sur la verticale de l'équation (3) s'écrit :

$$g = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}$$

. On intègre ensuite le système d'équations sur la largeur : on décrit les phénomènes par la valeur moyenne des variables d'une rive à l'autre

$$U = \frac{1}{B} \int U dy \quad W = \frac{1}{B} \int W dy$$

On utilise la règle de Leibnitz et on traduit les conditions d'imperméabilité des rives, du fond et de la surface. On obtient alors le système :

$$\frac{\partial(BU)}{\partial x} + \frac{\partial(BW)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(BU)}{\partial t} + \frac{\partial(BU^2)}{\partial x} + \frac{\partial(BUW)}{\partial z} + B a g (z + \zeta) \frac{\partial \bar{S}}{\partial x} - \frac{\partial(BN_z \frac{\partial U}{\partial x})}{\partial x} - \frac{\partial(BN_z \frac{\partial U}{\partial z})}{\partial z} - N_{xx} \frac{\partial U}{\partial x} + \tau_{lat} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial BS}{\partial t} + \frac{\partial(BUS)}{\partial x} + \frac{\partial(BWS)}{\partial z} - \frac{\partial(BK_x \frac{\partial S}{\partial x})}{\partial x} - \frac{\partial(BK_z \frac{\partial S}{\partial z})}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

On intègre de plus l'équation (1) sur la verticale soit

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{-\zeta}^H U dz \right) = 0 \quad (2)$$

. Dernières hypothèses

- Les rives sont verticales $\frac{\partial B}{\partial z} = 0$ et B varie faiblement avec x
- La dispersion de la quantité de mvt et du sel dans le plan horizontal est négligeable par rapport au terme de dispersion verticale.

On obtient ainsi le système d'équations à résoudre

(S) {

- Equation de continuité
- (1) $\frac{\partial(BU)}{\partial x} + B \frac{\partial W}{\partial z} = 0$
- Equation de continuité intégrée sur la verticale
- (2) $\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x} \left(B \int_{-\zeta}^H U dz \right) = 0$
- Equation de conservation de la quantité de mouvement selon Ox
- (3) $\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + W \frac{\partial U}{\partial z} + a g (z + \zeta) \frac{\partial \bar{S}}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \left(N_z \frac{\partial U}{\partial z} \right) = 0$
- Equation de continuité en sel
- (4) $\frac{\partial S}{\partial t} + U \frac{\partial S}{\partial x} + W \frac{\partial S}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial S}{\partial z} \right) = 0$

avec $\bar{S} = \frac{1}{z + \zeta} \int_{-\zeta}^z S dz$

Notations : $\vec{\Omega}$: vecteur de rotation terrestre
 F : résultante des forces extérieures
 μ : viscosité moléculaire
 D : coefficient de diffusion moléculaire
 Kx : coefficient de dispersion pour le sel

t temps
 B Largeur de la section rectangulaire équivalente
 H Cote du fond de la section rectangulaire équivalente par rapport au zéro des cartes marines.
 ζ Cote de la surface libre
 $\vec{V}(U, W)$ Vecteur vitesse

ρ Densité de l'eau
 ρ_0 Densité de l'eau douce
 P Pression de l'eau
 g Accélération de la pesanteur
 S Salinité (en ‰)
 Kz Coefficient de dispersion pour le sel
 Nz Coefficient vertical de viscosité turbulente

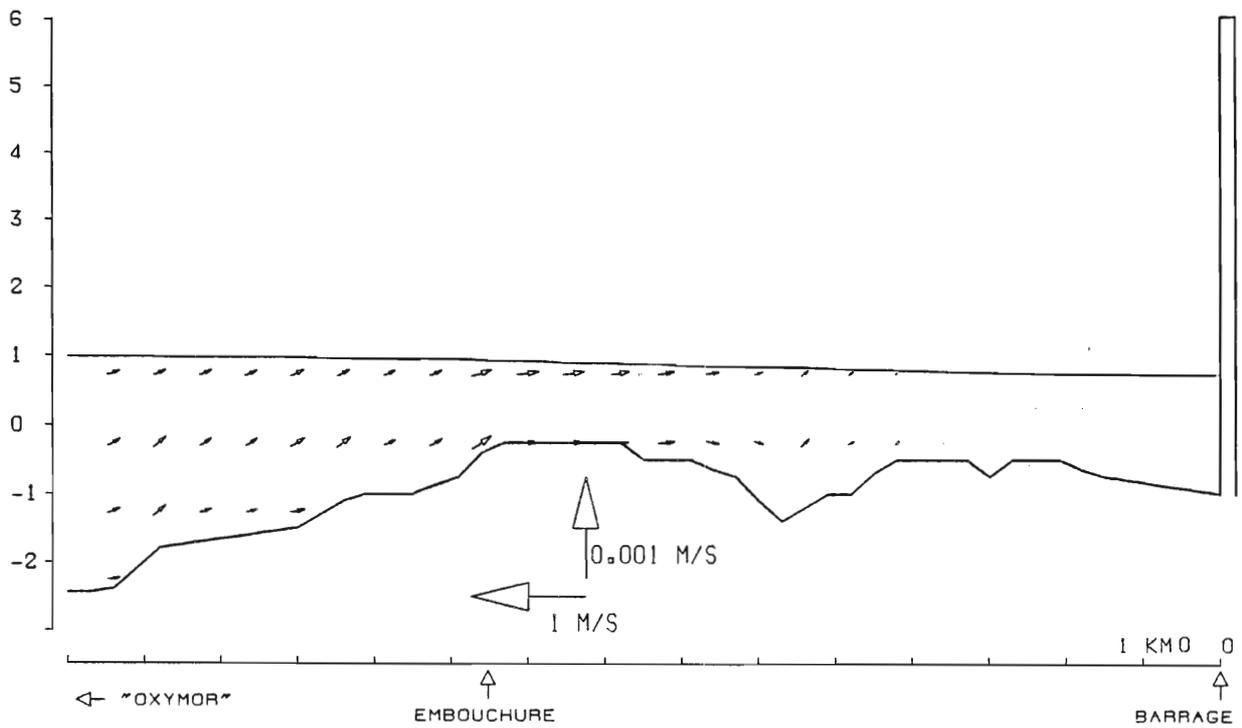
Annexe 2

Estuaire de la Vilaine

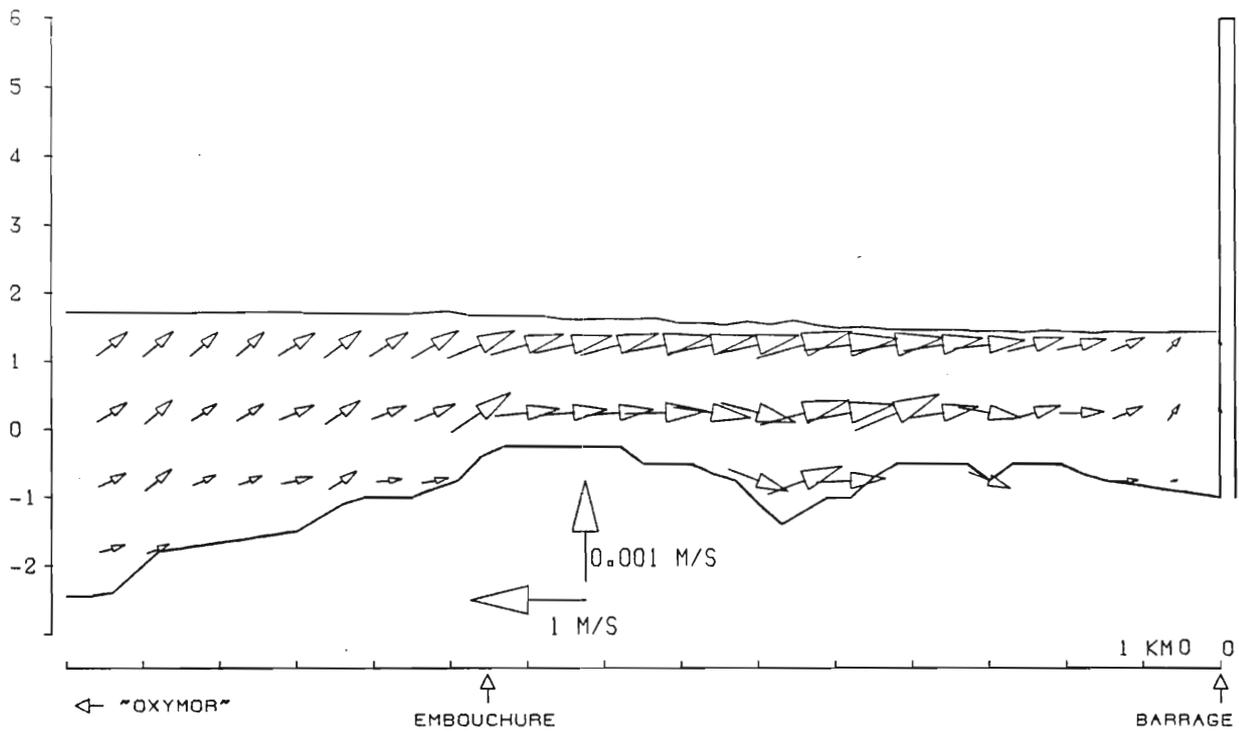
**SIMULATION D'UNE MAREE DE VIVE EAU (Coef. 90)
EVOLUTION DU CHAMP DE COURANT**

DEBIT DE LA RIVIERE = $0 \text{ m}^3/\text{s}$

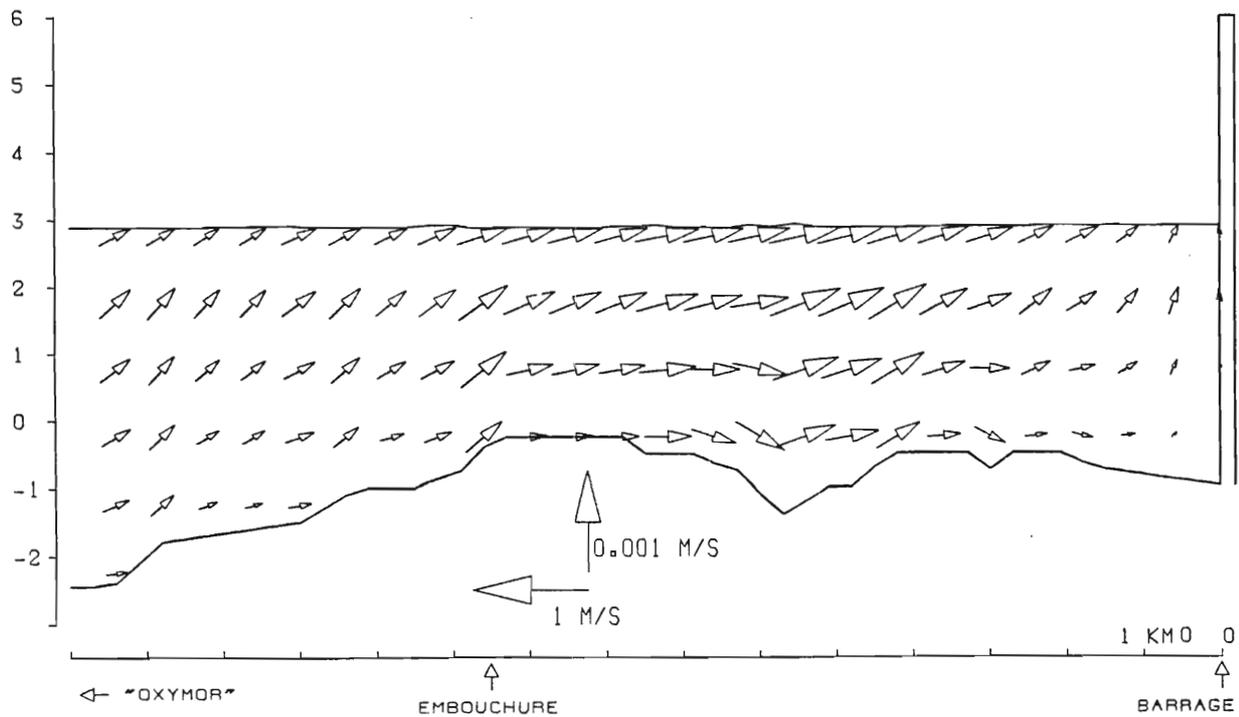
PM-6



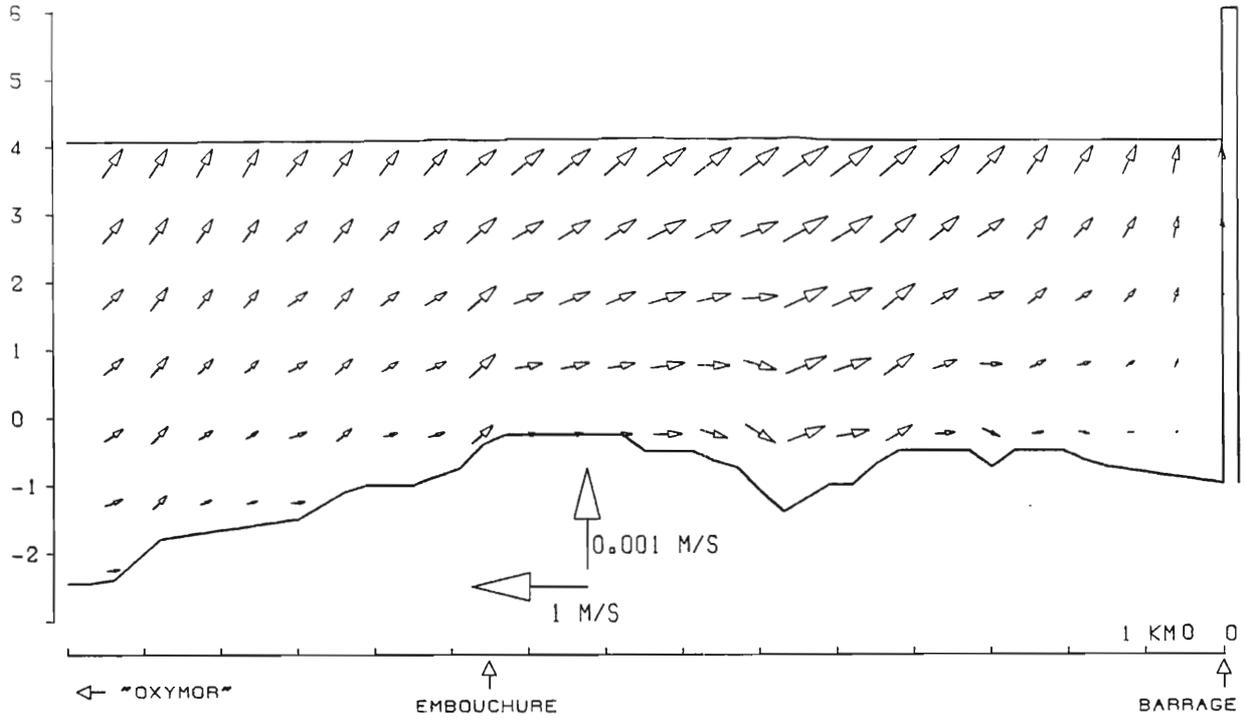
PM-5



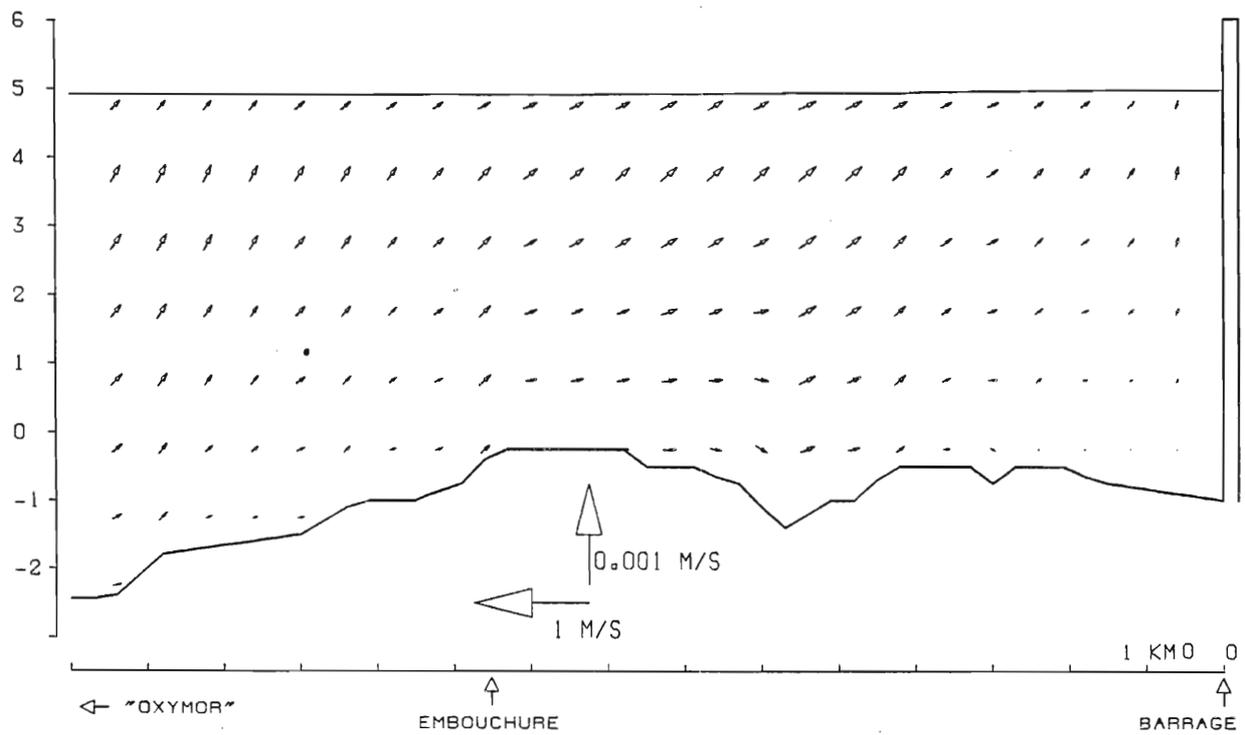
PM-4



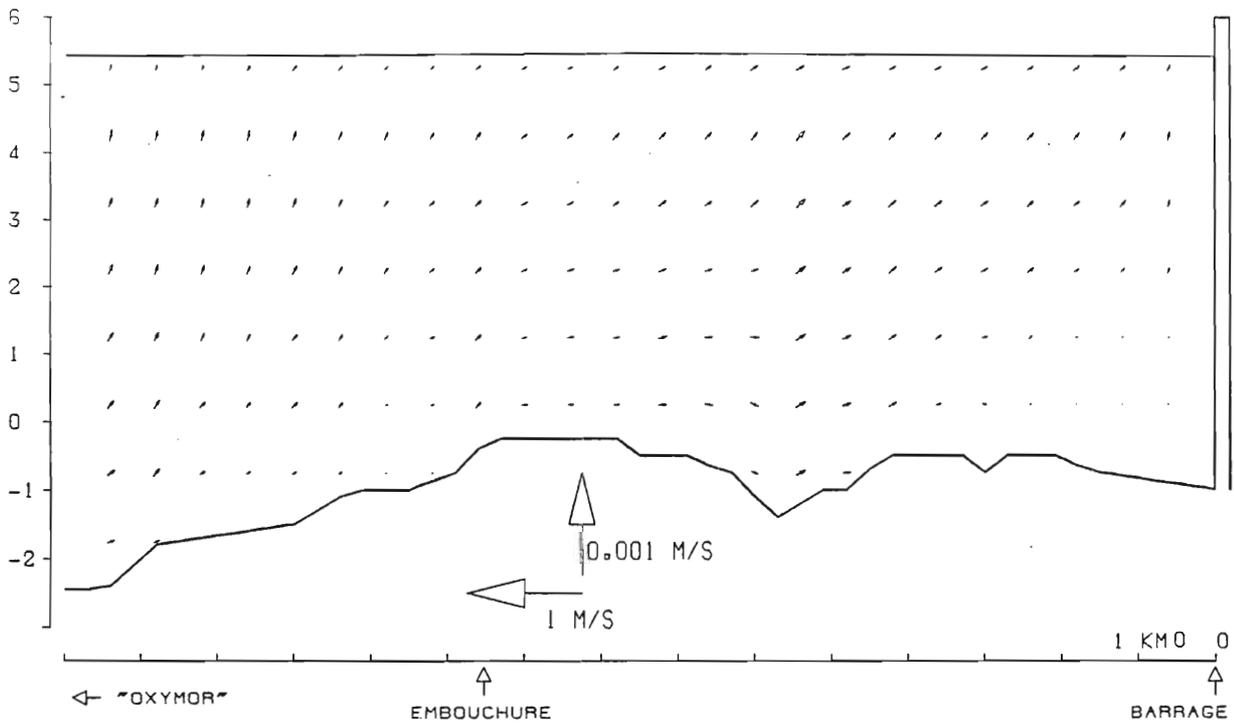
PM - 3



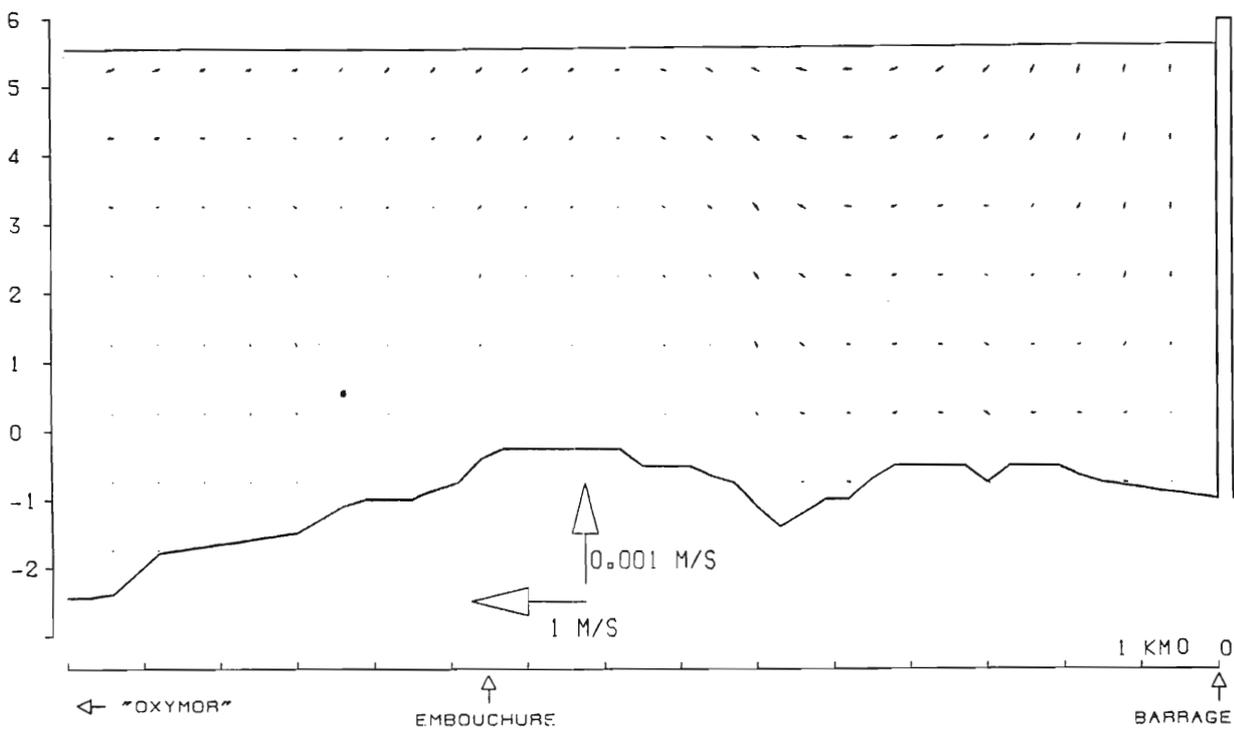
PM - 2



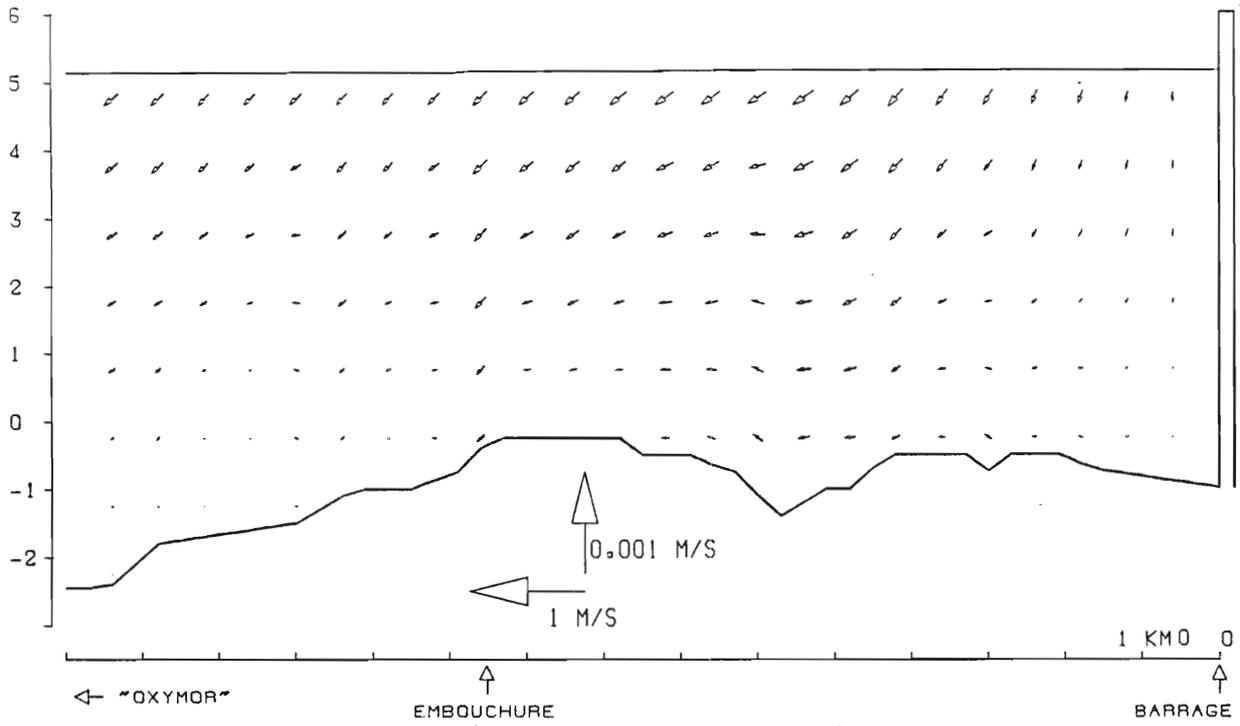
PM - 1



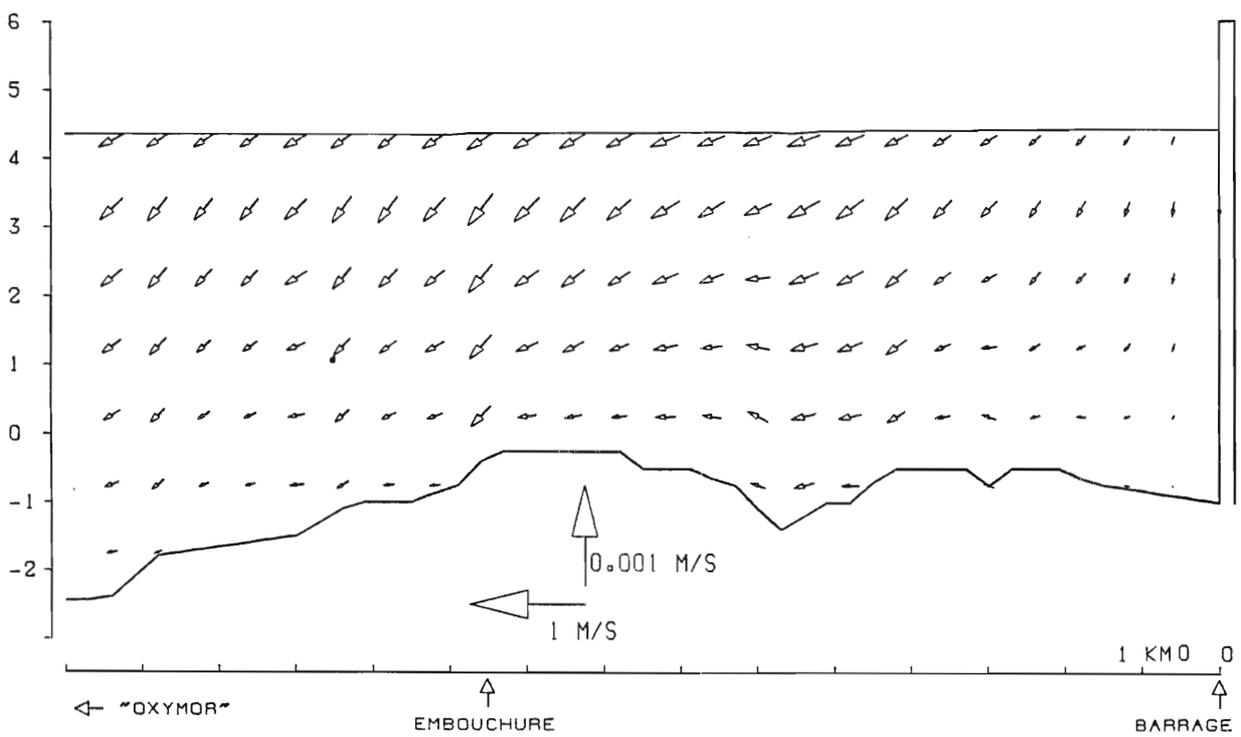
PM



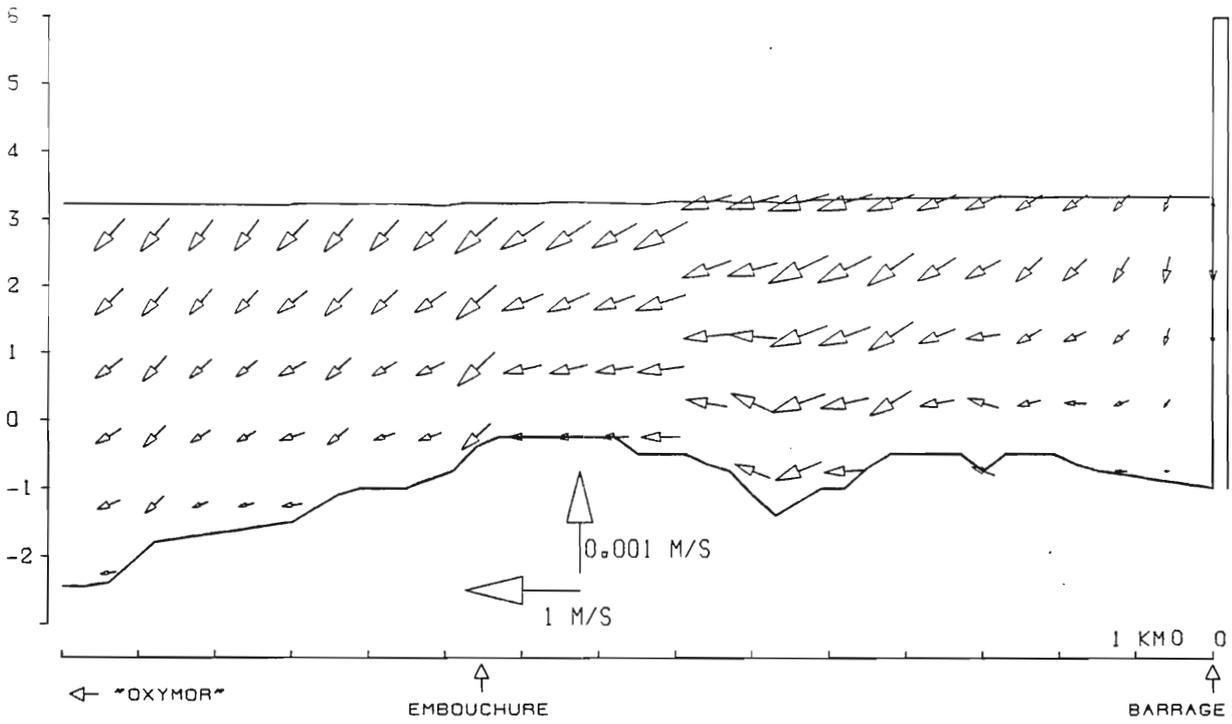
PM + 1



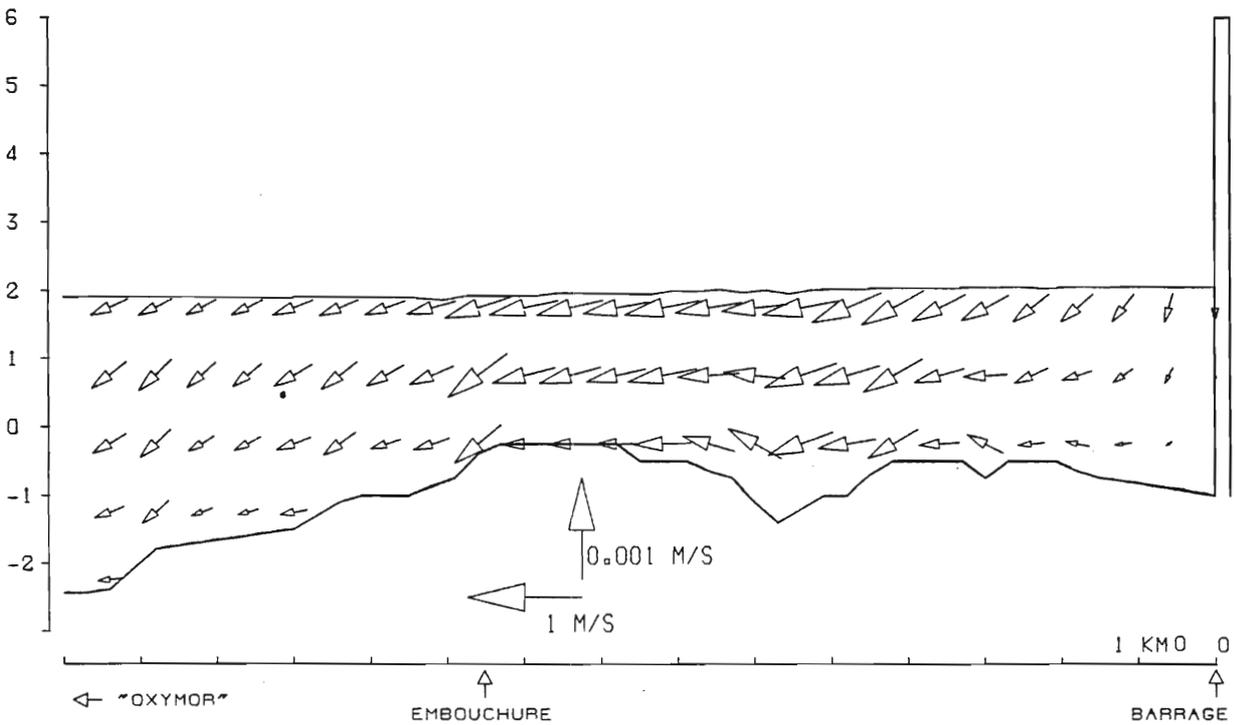
PM + 2



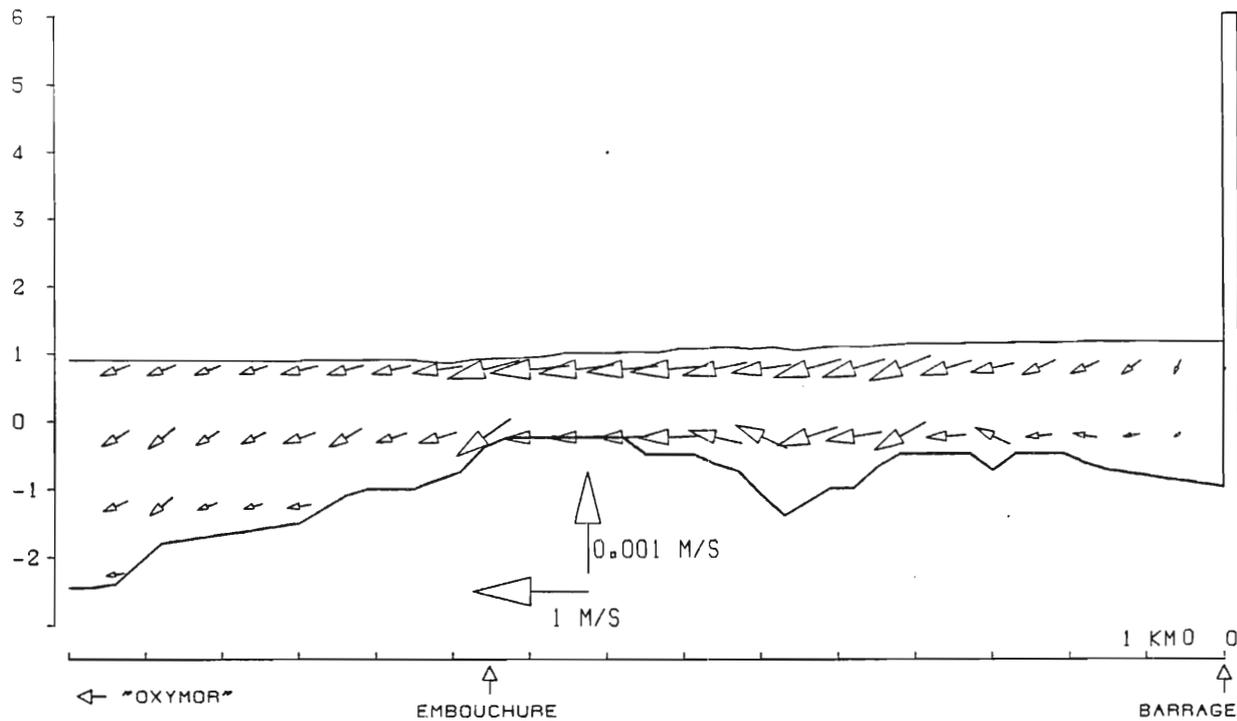
PM + 3



PM + 4



PM+5



PM+6

