Archimer, archive institutionnelle de l'Ifremer

ELEMENTS POUR LA CONSTRUCTION D'UN MODELE ANALYTIQUE D'AIDE A LA DECISION EN AQUACULTURE

John GATES

Bernard GILLY

Document de travail DRV/SDA 87.2

Janvier 1987

UN MODELE ANALYTIQUE D'AIDE A LA DECISION EN AQUACULTURE

I - INTRODUCTION

L'étude fine de la structure des entreprises aquacoles (conchyliculture traditionnelle ou aquaculture nouvelle) sort du propos de cette étude. Les travaux de MERCKELBAGH et ESNOUF (1978), DUMONT (1984 ; 1985) sur le secteur de la conchyliculture et BARBAZANGE (1982), GILLY et WEBER (1985) sur l'aquaculture nouvelle ont montré que les structures de production et de mise en marché en aquaculture étaient voisines, sur le fond, des structures de petite production agricole. Plusieurs facteurs militent en ce sens :

. la production française est essentiellement le fait de petites entreprises à caractère artisanal et/ou familial, surtout en conchyliculture.

. le travail est majoritairement apporté par une main-d'oeuvre familiale, complétée éventuellement par un petit nombre de salariés permanents et un nombre élevé de travailleurs saisonniers. Cela n'est pas uniquement lié à l'exploitation d'une ressource naturelle mais aussi à la taille des entreprises, laquelle dérive de la conjonction de nombreux facteurs économiques, sociologues et ethnologiques : investissements, risques, modes de transmission de la propriété, etc...

. les activités aquacoles, tout comme les activités agricoles, nécessitent l'attribution permanente d'un espace et le niveau de production dépend en partie de la surface exploitée.

L'existence d'entreprises en activité (conchyliculture et aquaculture nouvelle) dégageant des valeurs ajoutées nettes non négligeables d'une part, et d'autre part les problèmes rencontrés soit par les investisseurs extérieurs soit par les jeunes exploitants pour racheter une entreprise nécessitaient l'élaboration d'un modèle explicatif représentatif de l'entreprise aquacole. Les limites de cette approche, réductrice parce qu'elle n'intègre les spécifités du caractère naturel des ressources que de façon marginale sont explicitées dans le paragraphe IV.

La méthodologie explicitée dans le chapitre II a été utilisée pour l'élaboration du modèle théorique. Les variables d'état retenues sont le nombre et le poids des individus présents par unité d'espace et le nombre d'unités d'espace disponibles et exploitées. Les variables de contrôle sont multiples et peuvent être choisies en fonction des types d'aquaculture modélisés : quantité et coût de différents inputs (nourriture, foncier, etc...) et quantités, prix et coûts des animaux récoltés et vendus. Les fondements théoriques de la programmation linéaire sont rappelés dans le paragraphe II.

Le mode de prise en compte des facteurs d'incertitude et de risque est présentés dans le corps du modèle ; le paragraphe III dresse un rapide aperçu des différentes méthodes le plus fréquemment utilisées pour la prise en compte du risque. Le choix de l'utilisation d'un modèle de programmation mathématique linéaire résulte à la fois de la méthode d'intégration du risque et de considérations sur la compréhension du modèle par des personnes n'ayant pas de connaissances pointues en matière d'optimisation. (l'application de ce modèle doit être menée en collaboration avec des biologistes et/ou des techniciens aquacoles). Les méthodes de programmation quadratique (du type du modèle de gestion de portefeuille développé par MARKOWITZ) nécessitent à la fois un jeu de données beaucoup plus complet et des temps de calcul plus importants. Par ailleurs, SHACKLE (1949, 1961) a montré que les formulations utilisant la programmation quadratique présentent des inconvénients théoriques, en particulier liés à l'irrationnalité de la maximisation de l'utilité attendue, si un niveau de perte donné peut entraîner la disparition pure et simple de l'entreprise.

L'utilisation de la programmation linéaire comporte pourtant quelques inconvénients techniques, en particulier liés à la nécessaire linéarité des contraintes. Lorsqu'une contrainte n'est pas ou est difficilement linéarisable, la programmation linéaire oblige soit à contourner en subdivisant cette contrainte en plusieurs autres (ce qui accroît la taille, des tableaux matriciels) soit à la supprimer et à l'intégrer par des simulations externes au modèle lui-même (ce qui accroit le nombre d'itérations et donc le temps de calcul).

En matière d'aquaculture (conchyliculture ou aquaculture nouvelle), les variables biologiques telles que le croît, la mortalité, certains coefficients techniques comme le taux de conversion, ou techniques tels que la température de l'eau en système ouvert, ne sont pas véritablement contrôlées par les producteurs. Le modèle élaboré dans ce document considére que ces coefficients sont déterminés de façon exogène et restent constants sur l'ensemble de la période considérée (c'est-à-dire pour une itération). Il est parfaitement envisageable de bâtir un programme de simulation qui fournisse des coefficients variables (fonction ou non d'un aléa issu d'une loi arbitrairement choisie) à chaque itération de l'optimisation ou au début de chaque période.

Le modèle théorique présenté a été construit pour être traîté par le logiciel IBM Mathematical Programming System Extended/370 (MPSX). Sa cohérence et sa robustesse ont commencé à être testées dans le cadre d'un autre travail, appliqués à une entreprise ostréicole. Le lecteur trouvera en annexe le programme de génération de la matrice lié à ce programme. Des problèmes techniques de connexion avec le Centre National Universitaire Sud de Calcul ont rendu impossible la publication des résultats complets dans le cadre de ce document, mais ont permis de vérifier la faisabilité de la solution et de confirmer certaines hypothèses sur les conditions de la production (GATES et GILLY, à paraître).

II - PRINCIPES GENERAUX DE L'UTILISATION DE LA PROGRAMMATION LINEAIRE POUR LA MODELISATION D'UNE ENTREPRISE

Les principes de base de la programmation linéaire en économie ont été exposé par DANTZIG (1951). L'application de la programmation linéaire aux problèmes généraux d'économie et de gestion a été abordé par DORFMAN, SAMUELSON et SOLOW (1958) puis par GALE (1960). De nombreuses applications ont ensuite permis de détailler, pour de nombreux secteurs économiques, la manière dont la programmation linéaire pouvait représenter le fonctionnement des entreprises. En particulier, en agriculture on peut citer par exemple les travaux de HILDRETH et TINTNER pour les Etats-Unis et de BOUSSARD en France. Ce chapitre rappelle les fondements de la programmation linéaire en économie. Il emprunte largement aux ouvrages de FERGUSON et GOULD (1976) et SILBERBERG (1978).

Le principe de base du modèle est une représentation linéaire du fonctionnement de l'entreprise. On distingue ainsi:

1 - Un vecteur $X = (x_i)$, $i = 1...n$ des activités élémentaires x_i de l'entreprise. Ces activités peuvent être de nature très diverses mais concernent chacune des tâches distinctes du processus de production, de transformation, de transport, de commercialisation, etc... Dans le cas des entreprises agricoles ou aquacoles, qui comportent la plupart du temps un établissement unique, ces activités se limitent aux processus de fabrication aboutissant à la vente du produit. Ces activités relèvent le plus souvent de l'approvisionnement en un facteur de production, achat de matériel, de biens intermédiaires ou recrutement de main-d'oeuvre permanente ou temporaire. L'auto-approvisionnement de l'exploitation en un bien intermédiaire utilisé ultérieurement peut également constituer une activité ; cela sera en particulier le cas lors de l'étude de productions pluriannuelles lorsque l'activité de l'année t est utilisée comme approvisionnement de l'année t+1 (ce passage d'une période à une autre constitue une équation de transfert).

2 - Un vecteur B = (bj), j=1...m représentant les niveaux b_j de ressources nécessaires aux activités élémentaires x_i de l'entreprise. Une ressource constituera un facteur fixe si

aucune des activités de l'entreprise n'en produit. Dans le cas contraire, on parlera de facteur variable : l'une au moins des activités élémentaires de l'entreprise permet l'approvisionnement en cette ressource.

3 - Une matrice A = (a_{ij}) des coefficients techniques des activités élémentaires de l'entreprise. Les coefficients techniques a_{ij} représentent la quantité de ressource j consommée ou produite pour une unité d'activité élémentaire x_i. Si l'activité x_i produit de la ressource b_j, le coefficient aij associé sera positif. Dans le cas contraire, il sera négatif.

La disponibilité en ressources (produites ou consommées) et les coefficients techniques permettent d'écrire les contraintes imposées à la production :

(1) $A.x \leq B,\ x \geq 0$

4 - Une fonction d'objectif F que l'on peut représenter sous la forme d'un vecteur $F^*.(f_i), i=1...n$ ou chaque f_i est la contribution de l'activité i à la fonction d'objectif F choisie, c'est-à-dire l'utilité marginale de l'activité i. Dans le cas le plus fréquent où F est une fonction de maximisation du profit, le coefficient f_i représente la marge nette d'une unité d'activité i. L'entreprise aura donc pour objectif de maximiser

(2) $F = \sum_{i=1}^{n} f_i x_i = F^*.X$, sous la contrainte (1)

BOUSSARD (1970) indique les trois hypothèses de linéarité que doivent respecter les différentes variables intervenant :

* "hypothèse de proportionnalité entre le niveau des activités d'une part et la consommation en facteurs de

production et les quantités d'outputs produites d'autre part". Cette hypothèse suppose, ce qui est le cas le plus général, que l'augmentation du niveau d'une activité entraîne nécessairement un accroissement de la consommation des facteurs requis et de la production d'outputs.

* "hypothèse d'additivité des consommations des facteurs et productions d'outputs de l'ensemble des activités élémentaires au niveau de chacune des lignes du second membre". Cette hypothèse exprime qu'une ligne ne correspond qu'à un seul type de contrainte.

* "hypothèse de divisibilité des activités dont le niveau, représenté par un nombre réel, peut ne pas être un entier". Cette dernière hypothèse permet d'assurer la continuité des fonctions sur lesquelles est basé le modèle.

Considérons par exemple un modèle basé sur la production de deux biens à partir de deux facteurs, A et B, notés A_j et B_j selon qu'ils sont utilisés pour la production j. Soit P_1 et P_2 les prix de chaque bien. Le modèle s'écrit :

$$(1) \quad \begin{array}{ll} \max & P_1 f^1(A_1,B_1) + P_2 f^2(A_2,B_2) \\ \text{sous contrainte} & A_1+A_2 \leq A \quad B_1+B_2 \leq B \quad A_1,B_1,A_2,B_2 \geq 0 \end{array}$$

Si l'on considère cette hypothèse des rendements d'échelle constant, on peut alors écrire :

$$f^j(tA_j,tB_j) = tf^j(A_j,B_j) = ty_j \quad j = 1,2$$

Cette relation étant valable quelque soit t, elle l'est en particulier pour $t = 1/y_j$:

$$f_j\left(\frac{A_j}{y_j}, \frac{B_j}{y_j}\right) = 1$$

où $A_j = a_{Aj}$ et $B_j = a_{Bj}$ représente la quantité de ressource A ou B utilisée pour produire une unité d'output j. Ce sont les coefficients techniques de production. Le système (1) peut alors s'écrire :

$$\begin{array}{lll} & \max & z = p_1y_1+p_2y_2 \\ (4) & \text{sous contrainte} & a_{A1}y_1 + a_{A2}y_2 \leq A \\ & & a_{B1}y_1 + a_{B2}y_2 \leq B \\ & & f^1(a_{A1},a_{B1}) \quad 1 \\ & & f^2(a_{A2},a_{B2}) \quad 1 \end{array}$$

Si les coefficients techniques a_{ij} sont constants, le modèle devient un modèle de programmation linéaire puisque P_1,P_2, A et B sont constants. Le problème revient à maximiser une fonction sous contraintes et s'écrit plus simplement :

$$\begin{array}{lll} & \max & z = P_1y_1 + P_2y_2 \\ (5) & \text{sous contrainte} & a_{A1}y_1 + a_{A2}y_2 \leq A \\ & & a_{B1}y_1 + a_{B2}y_2 \leq B \qquad y_1,y_2 \geq 0 \end{array}$$

La région de production économique d'une fonction de production se limite à des isoquantes en forme de L (figure 1). La production d'une unité d'output nécessite une quantité donnée de chaque facteur. Ce sont des fonctions de la classe

$$y_j = \min\left(\frac{A}{a_A}, \frac{B}{a_B}\right)$$

Le produit marginal des facteurs A et B n'est jamais simultanément nul. Ainsi, dans la figure 1, à la droite du point 0_1, la productivité marginale du facteur A est nulle puisque toute augmentation du facteur A n'a aucun impact sur la production. Un accroissement du facteur B aura un effet sur la production, sa productivité marginale est positive. Au point 0_1, tout mouvement même limité, sur la droite de 0_1 traduit une productivité marginale du facteur B positive ; tout mouvement vers la gauche se traduit de façon inverse, la productivité marginale de A est positive : il y a discontinuité au point 0_1, lieu auquel le rapport des productivités marginales des deux facteurs n'est pas défini.

Le choix de coefficients techniques constants est très restrictif. On peut généraliser les résultats en considérant que l'entreprise a le choix entre un nombre fini de possibilités de production. La figure 2 représente le cas d'une entreprise ayant 3 activités (R_1,R_2,R_3) et toujours 2 inputs A et B. Avec différentes combinaisons, la firme peut produire les différents outputs : les points 0_1 et 0_2 correspondent aux mêmes résultats que précédemment en utilisant les procédés R_1 et R_2. En 0_3, la firme produit, à partir des facteurs A et B, en utilisant le procédé R_3. Mais en plus, elle peut produire toute combinaison de ces procédés. En particulier n'importe quel point de la droite liant deux points possibles est possible. La fonction de production est du type

$$y_j = \min\left(\frac{A}{a_{Aj}}, \frac{B}{a_{Bj}}\right)$$ où j est le nombre d'activités

Plus généralement, si on abandonne l'hypothèse de coefficients constants, on obtient une représentation de la région de production économique du type de celle représentée sur la figure 3.

Lorsque l'on augmente légèrement le niveau de l'une des ressources contraignantes, c'est-à-dire une ressource pour laquelle $\sum_i a_{ij}x_i = b_j$ est atteinte à l'optimum, d'une quantité Δb_j, la valeur de la fonction économique s'accroît de Δf.

C'est le rapport $\Delta f / \Delta b_j$ qui permet de calculer la productivité ou valeur marginale de la ressource j pour l'entreprise. Lorsqu'une ressource n'est pas contraignante, sa valeur marginale est nulle et l'on a l'inégalité

$$\sum_i a_{ij}x_i < b_j$$

Ces conditions sont plus connues sous le nom de conditions de KUHN et TUCKER.

Si l'on nomme P_j la valeur marginale de la ressource j et $P=(p_1 \ldots p_j \ldots p_m)$ le vecteur des valeurs marginales des m ressources de l'entreprise, alors la solution du problème d'optimisation identifiée par les équations (1) et (2) (problème primal) :

$$\max F = \sum_{i=1} f_i x_i = F^{*}.X$$

(6) $$\text{sous contrainte } A.X \leq B$$

$$X \geq 0$$

est équivalente au problème dual qui s'écrit

$$\min P = \sum_j b_j p_j = B^{*}.P$$

(7) $$\text{sous contrainte } A'.p \geq F$$

$$P \geq 0$$

Le passage du problème primal au problème dual est rendu possible par le respect des conditions de KUHN et TUCKER (SILBERBERG, 1978). Les multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes lors de la maximisation de la fonction objectif peuvent être interprêtés comme les valeurs marginales des ressources. Résoudre le problème dual est équivalent à chercher une matrice des valeurs marginales qui minimisent la valeur totale des ressources sous contraintes. Tout agent économique est supposé prêt à payer pour l'acquisition d'un facteur de production nécessaire un prix égal à sa valeur marginale. Les valeurs duales doivent normalement s'établir à un niveau voisin des prix de marché, si les ressources font l'objet d'un marché libre. Ces valeurs duales s'interprétent comme le prix accordé par l'entreprise pour desserrer d'un facteur unitaire la contrainte pesant sur la ressource. Les conditions de KUHN et TUCKER indiquent que, si une ressource est sous utilisée, il doit théoriquement s'agir d'un bien gratuit.

A partir de ce schéma de base, il est possible d'affiner l'application de la programmation linéaire à la représentation d'une entreprise en intégrant le facteur temps. La formulation de modèles dynamiques en programmation linéaire ne pose pas de réels problèmes techniques. Le temps introduit des contraintes supplémentaires puisque la répartition dans le temps des consommations en facteurs de production n'est pas semblable à la répétition dans le temps de la production. Cela est particulièrement vrai en agriculture et en aquaculture. Cela conduit à devoir distinguer les consommations en facteur et les productions inclus dans une période de temps de celles qui interviennent sur plusieurs unités de temps.

Dans leur conception, les modèles multipériodiques sont sensibles à la définition des périodes initiale et finale. En période initiale, il est nécessaire de fournir une base de départ qui est constituée soit d'une base optimale obtenue dans un cycle précédent, soit une base empirique correspondant à une mise en route d'une entreprise. Le modèle dynamique trace alors une trajectoire optimale (équilibre dynamique). La période finale doit être accompagnée d'un certain nombre de contraintes supplémentaires sauf si l'on désire modéliser la façon dont une entreprise doit arrêter son activité. Dans le cas contraire, la période finale doit être assortie d'hypothèses permettant d'attribuer une valeur aux produits résiduels et aux coûts engagés et pesant sur la période post-terminale.

III. LES APPROCHES TRADITIONNELLES ET NON TRADITIONNELLES DE LA PRISE EN COMPTE DU RISQUE.

La littérature économique est largement pourvue en discussions sur les relations entre le risque, l'incertitude, les imperfections du marché et la croissance des entreprises. Souvent, ces discussions séparent artificiellement chacune de ces considérations. Nous ne contribuerons pas beaucoup à ces discussions dans ce chapitre; nous mentionnerons seulement la contribution initiale de F. KNIGHT à l'analyse de ces problèmes, qui trace une séparation claire entre la notion de risque et celle d'incertitude. Cette dichotomie entre une valeur de nature probabiliste et une grandeur en principe mesurable a depuis été largement remise en cause, en particulier par l'introduction des probabilités "subjectives" et du cocept de maximum d'utilité. Nous nous bornerons à rappeler les principales méthodes utilisées par l'économie rurale.

Un grand nombre de travaux relatifs à la prise de décision en univers incertain en agriculture partent de l'hypothèse, implicite ou explicite, que le décideur est caractérisé par une constante, son coefficient d'aversion vis à vis du risque. Cette constante est supposée traduire son comportement face à des évènements dont la réalisation est aléatoire mais dont la loi de réalisation (c'est à dire les probabilités d'occurences) n'est pas directement quantifiable.

Dans la réalité, on peut supposer que l'hypothèse de l'invariance du coefficient vis à vis du risque n'est pas exacte, dans la mesure où l'attitude vis-à-vis du risque dépend dans une large mesure de la situation financière de chaque entrepreneur et aussi de sa "réserve de crédit" (épargne propre, immobilisations, patrimoine mobilisable, capacités d'emprunts de différentes natures).

L'aquaculture (traditionnelle ou moderne) obéit à des contraintes de même nature que celles observées en agriculture. Cette hypothèse est confortée par plusieurs éléments :

- la nature des phénomènes mis en jeu est identique : incertitudes liées aux conditions de la production et à la maîtrise du milieu ;

- les structures de production sont relativement voisines, tant en élevage extensif que pour les formes plus intensives (type élevage hors sol) ;

- les paramètres de financement des activités sont comparables.

La perception du risque y est probablement plus proche de celle des producteurs agricoles que de celle des entrepreneurs industriels, telle qu'elle est présentée dans le paradigme néo-classique.

Les premières tentatives d'étude du risque en agriculture partaient du principe que l'apport néo-classique pouvait quand même être utilisé, au prix de quelques modifications mineures. En particulier JOHNSON et al. (1961), SCHULZ (1964) ou WHARTON (1969) sont partis du principe que le rejet des innovations "risquées" était parfaitement rationnel du point de vue néo-classique puisque le décideur néo-classique est parfaitement réfractaire au risque. Des modèles de prise de décision avec et sans prise en compte du risque ont été développés par exemple par BOUSSARD et PETIT (1966), HAZELL (1971), Mc INNERNEY (1969) et ils ont montré que la valeur explicative des modèles intégrant le risque était très largement supérieure (BOUSSARD, 1967). La principale conséquence pratique de ce résultat a été de recommander la mise en place de processus de stabilisation des prix ou de systèmes d'assurances sur les récoltes comme activateurs du développement agricole, à la fois dans les pays développés et sous développés. L'apparition et la pertinence de

Il y a plusieurs justifications à cette approche. La première, c'est qu'il est facile et simple de mesurer le risque par l'amplitude de la variabilité du revenu, et que la fonction d'utilité la plus logique est celle construite comme combinaison linéaire du risque et de l'espérance du revenu.

Une interprétation plus complexe est que F résulte du développement de Taylor de degré z de la fonction d'utilité du décideur, aux environs de la valeur totale actuelle de ses avoirs (PRATT, 1984). Cela nécessite, pour justifier l'utilisation du théorème de Taylor, soit que ${}^{2}z$ est un infiniment petit (ce qui n'est certainement pas le cas) soit que la fonction d'utilité du décideur appartient à la classe des fonctions telles que l'utilité liée à un avoir x quelconque s'écrit :

$$U(x) = ax^b \quad \text{ou} \quad U(x) = \text{Log}\ (n(x))$$

Cela implique d'autre part de ne plus raisonner en termes de revenus mais d'avoirs totaux ; de plus, le coefficient A ne peut être considéré comme constant pour toute une gamme d'avoir, sauf si la fonction d'utilité appartient à la classe définie (SILBERBERG,1978).

Malgré ces quelques problèmes de justification, la plupart des tentatives pour mesurer le paramètre d'attitude vis-à-vis du risque a été basé sur cette fonction d'utilité : le processus de mesure part du principe que la fonction d'utilité est une combinaison linéaire du risque (mesuré ou non par la variance du revenu, KENNEDY (1979)) et du revenu moyen. Ces deux quantités n'étant pas parfaitement indépendantes, il n'est pas surprenant que les mesures faites n'aient pas toujours donné des résultats satisfaisants.

Une autre méthode permettant d'introduire la notion de risque dans les modèles de comportements des décideurs est liée non plus à l'espérance de revenu ou de profit mais au contraire à l'idée de perte admissible. Si z est l'espérance de revenu et Z_0 le niveau de revenu minimum que le décideur entend préserver dans tous les cas, la perte admissible est définie par :

$$L = Z - Z_0$$

A partir de là, plusieurs techniques ont été utilisées pour introduire L dans des modèles :

- ROY (1952) tente de maximiser la probabilité d'obtenir un revenu supérieur à Z_0 ("Safety First Criterium")

- TELSER (1955) fixe ce niveau de probabilité a priori et cherche ensuite à maximiser l'espérance de revenu sous contrainte que la probabilité d'obtenir un revenu inférieur à Z_0 soit inférieure au niveau choisi :

$$\max Z$$

$$\text{s.c.} \quad = \text{Prob}\ (Z<Z0) \leq \ 0$$

Le modèle "MOTAD" (Maximum of Total Absolute Deviation) de HAZELL (1971) est présenté comme une approximation linéaire du modèle de TELSER.

- ENCARNACION (1964) développe l'approche "lexicographique" en faisant l'hypothèse que le décideur cherchera d'abord à minimiser α tant que α reste inférieur à α_0 et que, si possible, il maximisera Z sous la contrainte $\alpha \leq \alpha_0$

- BOUSSARD et PETIT (1967) tentent d'éviter le raisonnement probabiliste en introduisant un niveau de perte maximale supportable pour chaque technique culturale ; leur modèle, on le verra plus loin, peut être également considérer comme une approximation linéaire du modèle de TELSER.

Tous ces modèles ont en commun le paramètre Z_0 de revenu minimum qui joue le rôle de paramètre de comportement vis-à-vis du risque (BOUSSARD, 1982 présente une discussion sur la pertinence du paramètre Z_0). Plus généralement, dès qu'un minimum de revenu contraignant est introduit dans les modèles, avec ou sans prise en compte du risque, la dispersion du revenu optimal Z est largement réduite, d'autant plus fortement que l'on accroît Z_0. Corrélativement, le choix de Z_0 influence le choix des techniques employées, puisque la proportion de techniques " risquées " diminuera avec l'accroissement de Z_0. PYLE et TURNOVSKY (1970) montrent que les approches de TELSER et de MARKOWITZ sont parfaitement convergentes: si X_1 est la solution optimale d'un problème obtenue en utilisant une valeur particulière du coefficient A de MARKOWITZ, alors il est en général possible de trouver une valeur de Z_0 et de pour lesquelles la formulation de TELSER donne X_1 comme solution optimale. Le seul cas d'incompatibilité est relevé par BOUSSARD (1982): il concerne l'introduction dans le modèle d'une activité exempte de risque. Pour interessante que soit cette hypothèse d'un point de vue mathématique, elle paraît sans fondement en matière de production agricole ou aquacole, où toute activité comporte une part de risque (ne serait ce que le risque lié à l'évolution de l'inflation).

Beaucoup d'autres modèles intégrant le risque ont été décrit. La plupart sont largement plus complexes et complets que ceux exposés dans ce chapitre. Mais en raison de la qualité des données ou de difficultés de programmation, ils n'ont que très rarement été appliqués en agriculture (et encore moins en aquaculture).

D'un point de vue pratique, est il important de choisir une approche de programmation quadratique, un modèle du type MOTAD ou la méthode des foyers de perte? De façon assez surprenante, BOUSSARD (1969,1982) suggère que ce choix est probablement sans importance parce que pour chacune des approches il est nécessaire d'introduire des coefficients d'aversion vis à vis du risque qui sont choisis arbitrairement. Compte tenu de ce degré de liberté, il est toujours possible d'obtenir des résultats convergents à partir de différentes méthodes (GATES et GILLY, 1986).

Etant donnée la rareté des informations actuellement disponibles en matière d'aquaculture, il nous fallait rejeter a priori toute approche nécessitant la connaissance, même approximative, d'une distribution de probabilités (l'approche de MARKOWITZ implique par exemple la connaissance des informations brutes et de leur variance, ce qui n'est malheureusement pas disponible au niveau des exploitations). C'est la raison pour laquelle nous avons préferrer reprendre l'approche de SHACKLE (1961) et de BOUSSARD et PETIT (1967) où les exploitants sont supposés " maximiser leur profit compte tenu d'une possibilité négligeable d'être ruinés " (BOUSSARD, 1972). La technique utilisée est présentée dans le chapitre relatif à la construction du modèle

IV. STRUCTURE DU MODELE

Dans l'ensemble des spécifications du modèle, les indices suivants seront employés avec la même signification :

. t représente la période de temps unitaire (selon les cas: mois, trimestre,année). Le cycle d'exploitation démarre à t = 1, soit à partir d'une base optimale déjà calculée, soit à partir des conditions initiales d'activité spécifiées alors de façon exogène. A chaque départ, il sera possible de modifier les conditions initiales liées à l'entreprise (échelle maximum d'activité, coût des facteurs, bornes des contraintes) et les paramètres liés aux caractéristiques biologiques des animaux. t varie de 1 à T. Lorsque t = T, le cycle d'activité se termine; T est dénommé pèriode terminale.

. s désigne la classe d'âge des animaux. Dans sa spécification actuelle, le modèle ne considère un changement de classe d'âge qu'avec un changement de période. Cela est justifié par les types d'élevage considérés mais il serait possible, assez facilement, de prévoir plusieurs classes d'âge par unité de temps. La hiérarchie de croissance considère: s = 1 (naissain ou juvéniles) à s = S (classe d'âge la plus élevée pour la vente ; au-delà, on considérera que le prix ne varie plus).

. k représente la technologie employée. Selon les objectifs, k représentera soit une technique culturale (culture en eau profonde, suspension, bouchots, cages, bassins,...), soit une méthode d'élevage (tri des animaux, aménagement des parcs ou des bassins) soit encore un croisement technique-méthode. Il n'existe pas a priori de limite au nombre k des technologies possibles mais la taille des tableaux requis risque, au delà de 3 ou 4 technologies de rendre très longs les traitements en programmation linéaire.

Il est parfaitement possible de considérer que le coefficient k indice chaque espèce élevée dans le cas d'opération de polyculture, tant que la périodisation est équivalente pour chaque élevage. Le cas des polycultures alternées n'est pas envisagé dans ce modèle pour plusieurs raisons :

* le recours à la polycultures en matière aquacole est encore extrêmement limité, essentiellement parce que d'une

part l'élevage intensif en aquaculture nouvelle n'a été envisagé le plus souvent par les organismes de recherche et de développement que sous forme de monoculture et d'autre part parce que les élevages de coquillages ont atteint un niveau de spécialisation très supérieur et comparable à l'élevage d'animaux terrestres.

* l'utilisation d'élevages alternés est contraignante en termes d'espace et de temps : la dépendance à l'égard des phénomènes naturels (conditions climatiques et hydrologiques) est très importante et mal maîtrisée : toute tentative d'optimisation devrait donc se faire sur la base de conditions d'environnement moyennes, sans qu'on en connaisse véritablement ni la variabilité ni ses conséquences.

IV. 1. La fonction objectif

Le choix d'une fonction objectif pour l'entreprise dépend de considérations sur la rationalité des comportements économiques des exploitants, ce qui dépasse le cadre de ce document. Une discussion a été ébauchée à ce sujet par BOUSSARD (1982) au sujet des entreprises agricoles. Les modèles de programmation linéaire s'insèrent dans la théorie néo-classique de la production dans la mesure où les entrepreneurs sont supposés poursuivre un objectif de maximisation d'une fonction d'utilité, en respectant les contraintes imposées par les structures, l'environnement technique, économique et institutionnel. La notion de fonction d'objectif est donc en la matière tout à fait confondue avec la notion de fonction d'utilité, concept fondamental de la théorie de la production.

Dans les modèles statiques, la fonction objectif est souvent réduite à une maximisation du revenu, en prenant éventuellement en compte les problèmes liés au risque ; si x_i est une production, c_i le coût unitaire de production et p_i le prix de vente, la fonction objectif est généralement du type :

$$\text{MAX } [f(x_i) = \sum_i p_i x_i - \sum_i c_i x_i]$$

La plupart des modèles dynamiques cherchent à optimiser des fonctions d'utilité de deux principaux types (BOUSSARD, 1979), à savoir soit la somme des flux des consommations actualisées, soit la maximisation de la croissance de l'entreprise.

La construction de la fonction objectif répond à plusieurs contraintes. Le but de la modélisation étant de figurer sur longue période le fonctionnement d'une entreprise aquacole, il fallait tout à la fois intégrer les paramètres de revenus et de profit en permettant au profit d'être temporairement nul ou négatif. La démarche retenue vise à maximiser la valeur terminale des biens et avoirs de l'entreprise à la fin d'un cycle d'exploitation plus ou moins long. La durée retenue pour ce cycle d'exploitation peut varier en fonction du type d'élevage et de la nature de l'entreprise. Cette limite dans la durée du cycle est naturellement arbitraire, dans la mesure où une condition nécessaire pour qu'un investisseur réalise un projet est qu'il soit assuré de mener à bien un nombre de cycles d'élevage suffisamment élevé (voir le plus grand possible). Chaque résultat peut servir de base de départ pour un nouveau cycle de production.

La fonction objectif choisie est la suivante (où T est la dernière période d'activité) :

$$(1)\ \text{WEALTH}\quad CES(T)-CED(T)+$$
$$\sum_{s}^{S}\sum_{k}^{K} Y_1(s,k)*N(s,k,T) + Y_{11}CES(T) + Y_{10}CED(T) + VT$$

$$(1)\qquad (1+Y_{11})\ CES(T) + (-1+Y_{10})\ CED(T) +$$
$$\sum_{s}^{S}\sum_{k}^{K} Y_1(s,k) * N(s,k,t) + VT$$

avec :

. WEALTH : valeur terminale nette des biens de l'entreprise mesurée par les fonds accumulés (trésorerie courante et différentes épargnes) et actualisés sur l'ensemble des périodes augmentée de la valeur des stocks d'animaux sur parcs à la période T (évaluée à leur valeur réelle in situ) et diminuée de la charge d'endettement résiduelle (actualisée pour les périodes post terminales restant à couvrir).

. VT : valeur terminale des stocks d'animaux en élevage lors de la $T^{ième}$ période. Les stocks sont évalués à leur valeur in situ.

. CES(T) : épargne (sous toutes ses formes) cumulée à la période T pendant les périodes précédentes. Y_{11} est la valeur estimée de la productivité marginale des différentes formes d'épargne (valeur duale). Ce coefficient est décrit dans la contrainte n° 11 (paragraphe IV.3.).

. CED(T) : dette extérieure résiduelle cumulée à la période T pour toutes les périodes précédentes. Y_{10} est la valeur estimée de la productivité marginale de la dette (valeur duale) estimée dans la contrainte n° 10 (paragraphe IV.3.).

. $Y_1(s,k)$ est la variable duale associée au stock d'animaux de classe d'âge s, élevée suivant la technique k (contrainte n° 1, paragraphe IV.3.).

L'introduction des trois variables duales ($Y_1(s,k)$, Y_{10} et Y_{11}) dans la fonction objectif vise à contourner le problème de la valeur finale de la fonction objectif. Il s'agit d'un problème classique dans la construction des modèles dynamiques: lorsque la valeur finale du stock n'est pas prise en compte dans la fonction objectif, l'algorithme considérera que, lors de la dernière période d'activité, le stock résiduel n'a aucune valeur. Le processus d'optimisation tendra alors naturellement à disposer d'un stock final d'animaux le plus faible possible. En d'autres termes, le système commencera, un certain nombre de périodes avant la période finale, à réduire le niveau des stocks pour minimiser ceux-ci lors de la dernière période. La résolution de ce type de problème peut se faire de deux manières, non nécessairement exclusives :

1. la première tactique consiste à établir une fonction de la valeur terminale, c'est-à-dire à attribuer une valeur aux sotcks résiduels;

2. la seconde consiste à augmenter le nombre de périodes de temps, "suffisamment" pour que le vecteur des solutions pour les premières périodes (au oins) ne soit pas affecté par le comportement final qui tend à la disparition de la production à la période T. En d'autres termes, cela consiste à s'intéresser aux vecteurs de solutions des périodes intermédiaires suffisamment éloignées de la période finale.

Les deux tactiques peuvent être utilisées simultanément en utilisant une fonction de la valeur terminale, réduisant peut être au minimum l'horizon de temps T. Les difficultés liées à cette fonction de la valeur terminale sont doubles :

. la première est liée à la difficulté d'obtenir des estimations fiables a priori des variables $Y_1(s,k)$, Y_{10} et Y_{11}. Lorsque T est suffisamment grand la trajectoire du vecteur solution tend vers une position d'équilibre dynamique, qu'elle quitte à l'approche de la période finale. Les valeurs duales peuvent être estimées de façon itérative tant que dure l'équilibre dynamique et, correctement actualisées ou escomptées, être utilisées comme estimateurs de $Y_1(s,k)$, Y_{10} et Y_{11}.

. La deuxième difficulté concerne les possibilités de substitutions techniques sur la frontière des productions possibles (simplex). Ce problème n'est pas aisé à résoudre mais peut être ramené à la sélection d'un type de technique k. Dans un modèle dynamique "non fini", c'est-à-dire lorsque les périodes de temps utilisées sont très importantes (par exemple 2T, 4T, 6T), le prix apparent $Y_1(s,k)$ à la période T sera égal au prix apparent sur l'ensemble de la période $Y_1(s,k,T)$. Ces variables duales vont refléter une contrainte liée à la période T+1 (contrainte n^o 1) parce que les animaux continuent leur croissance. En arrêtant à la période t=T, les effets de ces futures contraintes sont éliminés et l'algorithme de programmation linéaire ne prend pas en compte ces contraintes en choisissant parmi les N(s,k,T). Une solution consiste à utiliser des valeurs de N(s,k,T) obtenues à partir de résultats provenant de simulations ou d'une précédente solution mais la fiabilité des valeurs obtenues risque d'être potentiellement faible.

IV. 2. Les variables primales de décision

P_1 . S(k,t) ; t = 1,T : nombre d'espaces unitaires (volume, surface, linéaire) ensemencés pendant la période t par filière technique k ;

P_2 . N(s,k,t) ; s = 1,S : nombre d'espaces unitaires cultivés en classe d'âge s, utilisant la technologie k, pendant la période t ;

P_3 . H(s,k,t) : nombre d'unité d'espace d'animaux d'âge s récoltés pendant la période t et élevés en utilisant la technologie k ;

P_4 . SL(s,k,t) : vente d'animaux de classe d'âge s, élevés par la technique k, à la période t ;

P_5 . SALES(t) : ventes cumulées pour la période t (SALES(t) = $_{s,k}$ SL(s,k,t)) ;

P_6 . AREA(t) : espace total cultivable disponible

P_7 . CL (l,k,t); l = 1,L : quantité de l'input l acheté pour la technique k pendant la période t ;

P_8 . COST(t) : coûts cumulés pour la période t, (COST(t) = $_{l,k}$ CL(l,k,t)) ;

P_9 . PNET(t) : revenu net positif pour la période t (profit) ;

P_{10} . MNET (t) : revenu net négatif pour la période t (pertes) ;

P_{11} . STBO(r,t) ; r = 1,4 : emprunts à court ou long terme pour la période t .
Pour r = 1,2, il s'agit de financement interne (à partir de l'épargne au coût d'opportunité i(1) ou du patrimoine (au coût d'opportunité i(2)).
Pour r =3,4, il s'agit d'emprunts extérieurs classiques garantis (i(3)) ou participatifs (i(4)) ;

P_{12} . SAV(r,t) ; r = 1,2 : épargne de la période t, soit pour financement interne, soit pour prêt extérieur ;

P_{13} . CED(t) : dette extérieure courante pour la période t ;

P_{14} . CES(t) : épargne courante disponible au coût d'opportunité : i(1) ;

P_{15} . LOSS(t) : pertes maximum cumulées ;

P_{16} . BCAP(t) : capacité d'emprunt ;

IV. 3. Contraintes et variables duales associées

IV. 3. 1 Définition des variables duales

Variable duale	Contrainte associée	Description
D_1 - Y_1 (s,k,t)	RFS (s,k,t)	stocks d'animaux ;
D_2 - Y_2 (s,k,t)	RFI (s,k,t)	stocks inputs ;
D_3 - Y_3 (t)	RCAP(t)	niveau d'activité de l'entreprise ;
D_4 - Y_4 (l,t)	RCULT (l,k,t)	achats d'inputs ;

$D_5 - Y_5$ (t)	RWKAP (t)	capital opérationnel (fond de roulement);
$D_6 - Y_6$ (t)	RCOST (t)	coûts ;
$D_7 - Y_7$ (t)	RREV (t)	revenus ;
$D_8 - Y_8$ (t)	RNI (t)	revenu net ;
$D_9 - Y_9$ (t)	RSAV (t)	épargne dégagée ;
$D'_9 - Y'_9$ (t)	RSTBO (t)	emprunts courants ;
$D_{10} - Y_{10}$ (t)	RCED (t)	dette extérieure ;
$D_{11} - Y_{11}$ (t)	RCID (t)	épargne disponible ;
$D_{12} - Y_{12}$ (t)	RELRP (t)	échéancier de remboursement des emprunts ;
$D_{13} - Y_{13}$ (t)	RMIN (t)	revenu minimum ;
$D_{14} - Y_{14}$ (t)	RSECURE (t)	contrainte de risque ;
$D_{15} - Y_{15}$ (t)	RLOSS (t)	pertes admissibles ;
$D_{16} - Y_{16}$ (t)	RBCAP (t)	capacité d'emprunt ;

D_{17} - Y_{17} (t)	RERAT (t)	capital disponible ;
D_{18} - YBC (t)	BCOL	bornes des colonnes ;
D_{19} - YRW	RWEALTH	fonction objectif ;
D_{20} - YIN	IWEALTH	valeur initiale ;
D_{21} - YAW	AWEALTH	valeur ajoutée .

La maximisation de la fonction d'objectif est faite par rapport aux variables primales et duales de décision et sujette aux contraintes C.1 à C.17 exposées au paragraphe suivant.

IV. 3. 2. Contraintes.

1 - Equations de transferts du stock d'animaux (RFS (s,k,t))

Ces équations doivent permettre de rendre compte de la croissance du stock d'animaux d'une part entre les périodes et d'autre part d'une classe d'âge à une autre. Les densités par unité d'espace pour chaque classe d'âge sont supposées données, et le raisonnement est conduit en termes d'unités d'espaces par classe d'âge et technologie.

Cette première série de contraintes exprime que le nombre d'unités d'espaces d'animaux d'âge s pendant l'année t ne peut pas être supérieur au nombre d'unités d'espace d'animaux d'âge s-1 pendant l'année t-1, diminué du nombre d'unités d'espaces d'animaux d'âge s récolté pendant l'année t. Bien qu'il soit en principe inutile de vendre des animaux d'âge s=1 après les avoir achetés et semés, le modèle prévoit la possibilité de les récolter.

$$* \ RFS(1,k,t) = N(s-1,k,t-1) - N(s,k,t) - H(s,k,t) \geq 0$$

pour t = 2,T ; s = 1,S ; k = 1,K .

Aux limites inférieures des indices, la contrainte prend les formes suivantes:

* s = 1

$$RFS(1,k,t) = S(1,k,t) - N(1,k,t) - H(1,k,t) \geq 0$$

pour t = 1,T ; k = 1,K .

Si les animaux de la classe d'âge 1 ne sont pas récoltés, le terme H(1,k,t) s'annule.

* t = 1

$$RFS(s,k,1) = -N(s,k,1) - H(s,k,1) + BN(s,k,1) \geq 0$$

pour s = 1,S ; k = 1,K .

Dans des conditions de création d'entreprise, H(s,k,1) sera nul. Cette dernière contrainte exprime les conditions initiales de l'activité, à travers les coefficients de BN(s,k), vecteur des conditions initiales.

S'il s'agit d'une création d'entreprise, le vecteur BN(s,k) est un vecteur nul. En revanche, lorsque l'entreprise est déjà en activité, BN(s,k) reflète la situation de départ. En particulier, si on a déjà fait fonctionner le modèle, BN(s,k) est la résultante des valeurs de décisions optimales pour toutes les périodes $n \leq T$, $_{k}^{K}$ N(s-1,k,n). Dans un modèle discontinu, comme celui qui est réalisé, on obtient des valeurs pour t= to+1, to+2,... to+T, lorsque le modèle commence à to. On peut soumettre à nouveau le modèle à to+1, en utilisant alors N(s-1,k,1) comme conditions initiales de stocks d'animaux. Ceci permet d'obtenir une trajectoire optimale pour t= to+2, to+3,... to+T+1. Par récurrence, on peut adapter la trajectoire optimale à partir des décisions antérieures et des dernières informations connues sur les coûts et prix (au lieu d'obtenir une trajectoire purement "ballistique", qui ne varie pas après les premières périodes).

Une des limites de cette méthode est de considérer d'une part que le gain de poids est connu pour chaque classe d'âge d'une période sur l'autre et d'autre part que la mortalité naturelle est constante pour une classe d'âge donnée quelque soit la période considérée. Un raisonnement en terme de biomasse aurait été également possible et les équations de transfert s'écrivent dans ce cas :

$$* \; RFS(s,k,t) = N(s-1,k,t-1)*P(s-1,k,t-1) - N(s,k,t)*(1-m(s-1,k,t-1))*P(s,k,t) - H(s,k,t)*P(s,k,t) \geq 0$$

où N(s,k,t) est le nombre d'animaux élevés par hectare
P(s,k,t) est le poids moyen des animaux de la classe d'âge s
m(s,k,t) est la mortalité moyenne des animaux de la classe d'âge s pendant l'année t

2 - <u>Contraintes de production (RFI(s,k,t))</u>

Cette contrainte exprime le niveau relatif du revenu par unité d'espace récoltée. Pour chaque classe d'âge, le revenu brut des ventes par unité d'espace ne peut pas excéder la quantité récoltée sur une unité d'espace multipliée par la valeur d'une unité de volume d'animaux de classe d'âge s.

- $RFS(s,k,t) = - SL(s,k,t) + yield(s,k,t) * H(s,k,t) \geq 0$

  pour $s = 1,S$; $t = 1,T$; $k = 1,K$.

où yield(s,k,t) est le revenu monétaire brut par unité d'espace des animaux de classe d'âge s qui ont été récoltés. Dans la mesure où l'on trouve, au sein d'une même classe d'âge, différentes catégories commerciales, commercialisées à des prix différents, le revenu par unité d'espace [yield(s,k,t)] est pondéré par la distribution des catégories commerciales et de leur prix au sein de chaque classe d'âge. Le coefficient yield(s,k,t) représente donc à la fois le rendement pondéral par recrue (lié à la loi de croissance et de mortalité des individus) et le prix en fonction du poids moyen des animaux. L'introduction dans le modèle d'une fonction de croissance continue et d'une loi de formation des prix est rendue difficile en programmation linéaire en raison de la nécessaire linéarité des contraintes. Si l'on veut contraindre l'entreprise à ne commercialiser sa production qu'au delà d'une certaine taille des animaux, il est possible d'annuler le vecteur y(s,k,t) pour les valeurs de s que l'on cherche à conserver en stock (en particulier pour s = 1).

3 - Activité de l'entreprise (RCAP(t)

Cette contrainte détermine le taux d'utilisation des capacités de l'entreprise. La contrainte exprime que l'entreprise ne peut utiliser un espace supérieur à l'espace dont elle dispose au travers par exemple de la concession sur le Domaine Public Maritime. Dans le cas d'élevage plus intensif, en bassins ou en cages, il s'agira de contraindre l'entreprise à utiliser au plus sa surface de bassin ou le volume de cage maximum disponibles.

$$- RCAP(t) = - \sum_s \sum_k N(s,k,t) + AREA(t) \geq 0 \qquad \text{pour } t = 1,T$$

AREA est un vecteur colonne admettant une limite supérieure (BAREA). La valeur de BAREA correspond à la capacité maximale de production et AREA détermine le taux d'activité de l'entreprise, celle-ci n'étant pas obligée d'utiliser toute la surface exploitable. En fixant la limite supérieure à 100 unités (BAREA = 100), on facilite les interprétations en termes de pourcentage. Il convient de souligner l'importance du choix du niveau de cette contrainte puisque, dans l'hypothèse où il est possible de maximiser continuellement la fonction objectif jusqu'à la limite supérieure, celle-ci devient fortement contraignante. En d'autres termes, le modèle ne prévoit pas la possibilité de faire varier BAREA au cours du temps. Il s'agit d'un paramètre de choix initial. Cela peut paraître relativement arbitraire mais cela correspond, d'une certaine manière à la réalité. En effet, les sites aquacoles, quels qu'ils soient, sont généralement limités géographiquement (cas des bassins à terre ou des zones d'estran) ou institutionnellement (par le système des concessions sur le Domaine Public Maritime). La demande de concession ou l'achat du terrain, lors de la création d'une entreprise aquacole, tendra ainsi naturellement à estimer le besoin en espace à partir de deux éléments :

1 - le développement potentiel de l'activité, prévu ou souhaité par l'investisseur (en tenant compte des espaces nécessaires mais improductifs) ;

2 - la réservation d'une surface supérieure à la surface initialement envisagée afin de limiter la concurrence des nouveaux entrants. Ainsi, dans différents bassins ostréïcoles, un certain nombre de concessions sont "gelées" par les concessionnaires, qui les mettent ou non en exploitation selon les périodes (DUMONT, 1986). Les mêmes phénomènes existent avec les concessions pour les cages d'élevage en estuaires ou en baies abritées.

4 - Contraintes d'achat des facteurs [RCULT(l,t)]

Ces équations vont permettre de représenter explicitement l'offre et la demande pour un certain nombre de facteurs. Par exemple, on peut désirer s'intéresser à la prise en compte explicite de l'offre-demande de main-d'oeuvre saisonnière ou de naissain. En pratique, chacun peut choisir subjectivement lesquels des facteurs seront intégrés de cette manière au modèle, les autres étant agréggés dans un vecteur de coûts unitaires "résiduels". L'avantage d'une représentation explicite est de pouvoir faire varier ces paramètres dans des analyses de sensibilité. L'inconvénient majeur est d'accroître la taille de la matrice de façon souvent plus que proportionnelle.

Cet accroissement de la taille de la matière ne crée pas de problèmes techniques particulier (les logiciels de Programmation Linéaire installés dans les centres de calcul ne limitent pas la taille des tableaux) mais entraîne des coûts de calcul qui deviennent rapidement prohibitifs. C'est la raison pour laquelle il est important de limiter ces entrées et en particulier de traîter ailleurs les facteurs internes à l'entreprise. Le modèle a été dimensionné pour recevoir 7 facteurs externes différents. Dans le cas de ressources internes, comme la main-d'oeuvre familiale ou le patrimoine mobilisable, le coût d'opportunité apparaîtra comme un coût dans les équations de coûts (RCOST(t)) et comme un revenu dans les équations de revenu minimum (RMIN(t)). Ils seront alors considérés comme invariants au cours d'un cycle, ce qui reste une hypothèse vraisemblable.

$$-RCULT(l,t) = -\ a_1(l)*S(t)\ -\ \sum_s \sum_k [a_2(l,s,k)*N(s,k,t)$$
$$-\ a_3(l,s,k)*SL(s,k,t)\ -\ a_8(l,s,k)*H(s,k,t)]$$
$$-\ a_9(l)*FCC\ -\ a_{10}(l)*AREA(t)\ +\ CL(l,t)\ \geq 0$$

pour l = 1,L ; t = 1,T ; k = 1,K ; s = 1,S .

Les coefficients $a_1(l)$, $a_2(l,s,k)$, $a_3(l,s,k)$, $a_8(l,sk)$, $a_9(l)$ et $a_{10}(l)$ représentent une unité de demande du $l^{ième}$ facteur (consommation intermédiaire ou ressource) associée à chaque variable. Ils sont donc nécessairement positifs ou nuls. Ces demandes doivent être satisfaites par une unité des vecteurs d'offre (ou d'achat) CL(l,t), dont le coût unitaire est $a_7(l,t)$ [voir contrainte RCOST(t)]. Si le $l^{ième}$ input est utilisé à partir d'une source interne (épargne familiale, main-d'oeuvre familiale), le coût $a_7(l,t)$ apparaît également dans la contrainte de revenu minimum RMIN(t).

Certains facteurs peuvent être partiellement ou totalement indivisibles et ainsi difficilement attribuable à une unité d'espace d'une certaine classe d'âge. Ainsi, le travail permanent (en opposition à la main-d'oeuvre saisonnière) est rémunéré sous forme de salaire fixe incrémenté ou non d'une commission sur les ventes. La partie fixe de cette rémunération peut être inclue dans le coefficient $a_9(l)$ qui relie le vecteur des coût "fixes" (indivisibles) (FCC) avec l'input l. La partie variable, dépendant des ventes peut, elle, être inclue dans le coefficient $a_3(l,s,k)$. Une autre façon d'intégrer le travail permanent est de le relier au niveau d'activité de l'entreprise, par l'intermédiaire des coefficients $a_{10}(l)$: dans ce cas, le besoin en travail permanent va dépendre du nombre d'unités d'espace exploitées mais pas du nombre d'unités d'espace de chaque classe d'âge s: l'hypothèse d'une quantité de travail par unité d'espace invariante quelle que soit la classe d'âge considérée ne paraît pas tout à fait convaincante.

Le nombre d'unités d'espace disponibles ne varie pas avec les périodes de temps, mais le nombre d'unités exploitées peut fluctuer. Le vecteur des coûts fixes FCC est fixé à une unité de telle manière que les coefficients $a_9(l)$ représentent les coûts indivisibles totaux de l'input l. La variable CL(l,t) - quantité d'input l acheté l'année t - doit être bornée. Par exemple, la main-d'oeuvre familiale disponible admet une limite supérieure précise, quasi invariante. Lorsque ces limites supérieures sont finies, leurs valeurs seront appelées BCL(l,t).

Les coûts qui ne sont pas directement liés à l'utilisation de certains facteurs sont pris en compte dans les coefficients de coûts s(t), n(s,k,t), h(s,k,t), a_6 et $a_7(l,t)$ utilisés dans la contrainte suivante. Cette différence de traitement entre les différents inputs est faite car seuls les inputs présentant un intérêt intrinsèque ou pour des analyses de sensibilité doivent être explicités dans la contrainte RCULT(l,k,t) et les vecteurs CL(l,k,t). Les autres coûts unitaires, qui peuvent être associés aux différentes activités mais pour lesquels il n'y a aucun intérêt à déterminer la composition, peuvent être spécifiés séparément.

5 - Coûts de production [RCOST(t)]

Il s'agit d'une contrainte nécessaire à l'aggrégation des coûts de production dans la variable (colonne) COST(t) pour chaque période de temps t. On utilise donc comme coût unitaire les coefficients suivants :

. s(s,k,t) pour le coût unitaire d'ensemencement (y compris les coûts d'achats du naissain ou des juvéniles) ;

. n(s,k,t) pour le coût unitaire de culture, autre que ceux mentionnés dans la contrainte précédente ;

. h(s,k,t) pour le coût unitaire de récolte. S'agissant d'un coût ad valorem, h(s,k,t) est à la fois fonction de la classe d'âge et de la technologie employée ;

. $a_6(t)$ pour le coût unitaire annuel d'accès au foncier aquacole de la concession (coût officiel des concessions payé à l' l'Administration des Affaires Maritimes ou coût réel de location des terrains) ;

. $a_7(l)$ pour le coût unitaire des facteurs l, spécifiés pour chaque application;

. $a_{11}(t)$ pour le coût unitaire lié à la vente des animaux, arbitrairement considéré comme indépendant de la technique d'élevage et de la taille des animaux commercialisés

. i(n) représente les taux d'intérêt réels ou d'opportunité appliqués à l'épargne propre ou aux emprunts extérieurs. i(1) et i(2) sont les taux d'opportunité appliqués respectivement à l'épargne familiale classique et à la mobilisation du patrimoine. Le comportement vis-à-vis du patrimoine est extrèmement variable: les travaux de KNEZ et al (1982) ont montré que le patrimoine constitue la part de l'épargne familiale la plus difficilement mobilisable et ils proposent de considérer son coût d'opportunité à un niveau plus élevé que celui de l'épargne classique. Traditionnellement, les modèles limitent le choix de la source de capitaux à l'épargne interne et aux emprunts bancaires garantis. Dans la réalité, il existe une autre source de capital qui est la prise de participation sous la forme d'apports de fonds propres. Si l'on considère que le coût d'opportunité du capital participatif est i(4), alors une condition (contrainte) nécessaire pour attirer ce type de financement est que la valeur actualisée du capital participatif initial soit inférieure à la valeur actualisée de la part du participant dans la valeur finale nette de l'entreprise. Il devient donc alors possible de considérer que la part du capital participatif dans les sources externes de financement est une variable de décision (étant entendu que dans ces conditions, chacun, de l'entrepreneur et des actionnaires, cherche à maximiser sa part respective de la valeur finale nette).

Si i(4)>i(3)>i(1), on peut raisonnablement faire l'hypothèse que le recours au financement participatif ne se fera que lorsque les autres sources de financement (moins onéreuses) seront épuisées. L'avantage du financement participatif tient à l'absence d'échéancier de remboursement. Si le taux de retour est suffisamment élevé (supérieur en l'occurence à i(4)) alors il peut être intéressant de rechercher immédiatement des capitaux participatifs pour éviter, les premières années, les contraintes de remboursement. Par la suite, lorsque le cash flow net devient positif, l'entreprise pourra se tourner vers des sources de financement moins coûteuses comme les prêts garantis, car alors le cash flow permettra le paiement de la charge d'emprunt conformément aux contraintes imposées par l'échéancier de remboursement.

Ce recours à des financements participatifs modifie sensiblement la structure des risques et le comportement des entrepreneurs à cet égard. En effet, la participation financière de l'entrepreneur au risque se limitera dans un premier temps à sa propre part dans le capital investi. D'autre part, le concept de "ruine" (KEYNES, 1932 ; MANDERSCHEID, 1965) est un concept parfaitement binaire au niveau de l'entreprise : l'entrepreneur et ses bailleurs de participation survivent ensemble ou ne survivent pas au sein de l'entreprise ; mais l'appréciation du risque sera différente selon le partenaire, pour lequel la participation à l'entreprise peut n'être qu'une partie de l'activité. Le processus de croissance de l'entreprise sera sans doute en partie modifié par l'utilisation de capitaux en participation mais l'impact sera lié au niveau et à la nature de ces participations.

Ainsi, la croissance "optimale" de l'entreprise (au sens de son sentier d'expansion ou trajectoire optimale) dépend entre autres de sa structure financière, de sa politique d'emprunt et enfin de ses capacités et propensions à épargner et consommer. Une application banale de cette hypothèse peut être trouvée dans l'influence des coûts fixes par exemple. Dans un modèle dynamique, ces coûts, bien que n'intervenant pas directement dans les conditions marginales de production, influent indirectement parce qu'ils créent des besoins en cash flow et donc modifient les conditions d'accumulation.

$$
\begin{aligned}
-RCOST(t) = & \sum s(s,k,t)*S(s,k,t) - \sum_s \sum_k n(s,k,t)*N(s,k,t) \\
& - \sum_{s,k} h(s,k,t)*H(s,k,t) \\
& - a_6(t)*AREA - a_7(l)*CL(l,t) - fc*FCC - a_{11}*SALES(t) \\
& - \sum_n i(n)*CES(t) \\
& - \sum_n i(n)CED(T) + COST(t) \geq 0
\end{aligned}
$$

pour t = 1,T ; s = 1,S ; k = 1,K ; l = 1,L .

Le coefficient s(s,k,t) permet un ensemencement avec des classes d'âges différentes, en provenance par exemple d'autres zones de production. Dans la pratique, cette possibilité est surtout utilisée en ostréïculture pour les opérations de grossissement terminales dans des zones spécialisées (claires du bassin de Marennes-Oléron par exemple). En matière d'élevage de poissons en mer, on peut imaginer que certaines zones conviennent mieux aux opérations d'écloserie et d'autres aux activités de grossissement.

6 - Besoin en fond de roulement [RWKAP(t)]

Les besoins en fond de roulement (capital opérationnel, défini comme la part de l'actif non confondue avec les immobilisations, sur une base annuelle) doivent être couverts par des crédits à court terme (moins de 5 ans, par exemple du type crédits de campagne). Ces emprunts peuvent être issus soit de sources internes (épargne) soit de sources externes (système bancaire). Les deux sources diffèrent par les taux d'intérêt réel ou d'opportunité, les échéanciers de remboursement (les ponctions sur l'épargne n'appellent aucune contrainte de remboursement à date fixe) et leurs effets externes entraînent une augmentation des besoins futurs (contrainte 13) liée aux nécessités de remboursement.

Le taux d'intérêt sur les emprunts à réaliser sur des ressources internes apparaît comme un coût (d'opportunité) lorsque l'on mobilise l'épargne (contrainte 5) et comme un revenu lorsque l'on considère le revenu minimum "vital" de l'entreprise (contrainte 13). BOUSSARD (1979) a discuté de l'impact de cette distinction sur la prise en compte du risque en zone de petite agriculture irriguée.

$$-RWKAP(t) = - COST(t) + \sum_{r=1}^{2} STBO(r,t) \geq 0$$

pour $t = 1,T$; $r = 1,2$.

7 - <u>Equations de revenu brut [RREV(t)]</u>

Cette contrainte simple peut être considérée comme une contrainte de comptabilité. Elle est destinée à permettre le transfert des cumuls des ventes par classes d'âge et technologie dans la variable de revenu brut global, chaque année. Il s'agit essentiellement d'une contrainte technique. Le revenu à la période t est constitué des ventes à la période t-1.

$$- RREV(t) = \sum_s \sum_k SL(s,k,t-1) - SALES(t) \geq 0$$

pour $t = 2,T$.

En effet, les recettes brutes d'une période sont supposées provenir de la vente des animaux selon leurs caractéristiques moyennes en fin de période. Il est donc difficile de considérer que ce revenu, en théorie obtenu en fin de période, puisse servir à financer des opérations concernant la même période. Cela conduit à faire l'hypothèse qu'il n'y a pas de vente pendant la toute première période ($t = 1$).

8 - <u>Contrainte de revenu net [RNI(t)]</u>

Il est nécessaire de contraindre le système à dégager annuellement soit un profit, soit une perte (à l'exclusion l'un de l'autre) afin d'utiliser le profit pour accroître les capacités de financement à l'extérieur et/ou l'épargne, ou bien de couvrir la perte par un financement nouveau, prélevé sur l'épargne existante ou obtenu auprès de sources extérieures.

$$-RNI(t) = -\ COST(t) + SALES(t-1) - PNET(t) + MNET(t) = 0$$

$$\text{pour } t = 1,T \ .$$

Il s'agit de la première contrainte qui prend la forme d'une égalité stricte. Dans la plupart des contraintes utilisées, l'hypothèse logique et normale serait de les considérer comme des égalités. Pourquoi utiliser des inégalités au sens large ? Dans la pratique, chaque contrainte sera une égalité non pas pour des raisons de définition ou de technique mais en raison de l'optimalité de la solution. L'optimum résulte, dans le cas du modèle, de l'algorithme du simplex ; celui-ci va résoudre simultanément deux problèmes de nature différente : trouver la valeur maximale de la fonction objectif et satisfaire les contraintes. Si l'une ou plusieurs des contraintes reste une inégalité stricte, l'analyse peut permettre de comprendre les mécanismes mis en jeu. Si l'on utilise des égalités, on risque de passer à côté de ces phénomènes et de se priver d'un certain nombre d'indications.

Toutefois, il peut se faire, comme dans le cas de la contrainte de revenu net, qu'une relation soit considérée par définition ou par nécessité physique, comme une égalité. L'équation de contrainte ci-dessus indique qu'un excédent de revenu net doit être intégralement transferré dans la variable

PNET alors qu'un excédent de coût le sera dans la variable MNET.

Techniquement se pose le problème de l'exclusion de l'une ou l'autre de ces deux variables. Plusieurs solutions sont possibles :

* la première consiste à imposer une contrainte supplémentaire du type (1) :

$$(1) \qquad PNET(t) * MNET(t) = 0$$

Cette solution, si elle a le mérite de la simplicité, présente l'inconvénient majeur de ne pas être linéaire et donc d'être inutilisable dans un algorithme de Programmation Linéaire .

* la deuxième solution consiste à essayer de linéariser l'équation (1). Pour cela, on peut créer deux variables entières, $Ip(t)$ et $I_M(t)$, associées respectivement à $PNET(t)$ et $MNET(t)$. Etant donné un nombre M, arbitrairement élevé, on ajoute à la contrainte 8 trois nouvelles contraintes :

$$(2) \qquad - M * Ip(t) + PNET(t) \leq 0$$

$$(3) \qquad - M * I_M(t) + MNET(t) \leq 0$$

$$(4) \qquad Ip(t) + I_M(t) = 1$$

Si PNET(t) est positif, la seule façon de satisfaire la contrainte (2) est d'avoir Ip(t) = 1. Dès lors $I_M(t) = 0$, ce qui conduit nécessairement à avoir MNET(t) = 0 pour satisfaire l'inégalité (3). Le même raisonnement peut être conduit avec MNET(t) $\geq$ 0.

* la troisième solution consiste à s'assurer, au travers des contraintes suivantes que la solution optimale se chargera elle-même d'exclure l'une ou l'autre des variables. Par exemple, la simple assurance que le coût d'opportunité des pertes est supérieur à celui des profits, doit permettre de préférer avoir moins de PNET et pas de MNET, lorsque cela est possible. Néanmoins, l'existence simultanée de PNET et de MNET ne doit pas être considéré systématiquement comme une aberration, même s'il s'agit d'un ajustement comptable.

En raison de l'égalité stricte de la contrainte de revenu net, la variable duale associée ($Y_8(t)$) sera soit positive soit négative et indiquera le coût marginal associé à un accroissement de la valeur finale résultant d'un accroissement (baisse) supplémentaire de PNET(t) (MNET(t)), respectivement.

9 - <u>Epargne courante [RSAV(t)]</u>

Cette contrainte vise à préciser le montant maximum qu'il est possible d'épargner pour des remboursements ultérieurs d'emprunts contractés à l'extérieur (ou pour une mobilisation ultérieure de cette épargne). L'épargne réalisée sur une période ne peut excéder le revenu net disponible pendant cette période pondéré par la propension marginale à épargner.

$$- RSAV(t) = mps * [PNET(t) - SAV(2,t)] - SAV(1,t) \geq 0$$

où mps est la propension marginale à épargner à partir du revenu disponible, si celui-ci est positif.

Le revenu disponible est défini par le revenu net disponible (PNET) diminué de la charge de remboursement des emprunts extérieurs garantis (SAV(2,t)) contractés. SAV(1,t) correspond ainsi à l'accumulation interne de capitaux : la variable contribue à augmenter la valeur finale et l'algorithme aura donc tendance à l'augmenter dans la mesure du possible. Cette contrainte ne sera effectuée que lorsque PNET $\geq$ 0.

10 - <u>Emprunts courants [RSTBO(t)]</u>

L'apparition d'un déficit en fin de période (MNET$\geq$0) nécessite de faire appel à des sources de financement, internes ou externes, pour équilibrer les comptes de l'entreprise. Ces fonds vont provenir soit d'un prélèvement sur l'épargne accumulée au cours des périodes précédentes, soit d'emprunts à court terme à l'extérieur.

$$-RSTBO(t) = MNET(t) - \sum_{r=1}^{4} STBO(r,t) \geq 0$$

pour t = 1,T .

Les emprunts vont se faire préférentiellement d'abord vers les sources les moins onéreuses (en termes réels ou etimés). Il faut s'attendre la plupart du temps à ne connaître comme source temporaire de financement que l'épargne accumulée (hors patrimoine), s'il en existe. Lorsque l'épargne est épuisée, l'entreprise fait appel à des emprunts garantis auprès du système bancaire. Le recours au patrimoine n'est probablement envisagé qu'en dernière instance (KNEZ et al, 1985).

11 - Dette extérieure [RCED(t)]

a) pour t = 2,T

$$-RCED(t) \equiv \sum_{n=3}^{4} ([1+i(n)]*CED(t-1)*STBO(2,t)) - SAV(2,t) - CED(t) \leq 0$$

Cette contrainte exprime que le cumul de la dette extérieure de l'année t ne peut excéder la dette actualisée (intérêts et capital) de l'année t-1 augmentée des emprunts à court terme à l'extérieur l'année t et diminuée de l'épargne destinée aux charges de remboursement externes. La dette extérieure est bornée vers le bas pour t = 0. Ceci implique qu'à t = 0, la capacité maximale d'emprunt ne peut excéder cette valeur plafond (il serait illusoire de vouloir démarrer un cycle d'activité si l'endettement initial est trop important).

b) pour t = 1

$$-RCED(1) = CED(1) + SAV(2,1) - STBO\ (2,1) \geq FUND2$$

L'existence d'une valeur initiale plafond implique nécessairement de configurer RCED(1) comme une contrainte d'inégalité positive (en raison de la structure du logiciel MPSX). Il est donc plus facile de générer toutes les contraintes RCED(t) comme des inégalités positives en inversant les signes des coefficients dans le membre de gauche de l'inégalité.

12 - Epargne cumulée [RCED(t)]

Cette contrainte fonctionne de façon symétrique à la contrainte précédente ; elle représente la fonction de cumul de l'épargne, qu'elle soit destinée à entrer dans le patrimoine de l'entreprise ou qu'elle soit mobilisable ultérieurement. Le cumul de l'épargne sur la période t s'obtient ainsi à partir du cumul actualisé de l'épargne de la période précédente, augmenté de l'épargne dégagée au cours de la période (SAV(1,t)) et diminuée des ponctions réalisées sur cette épargne dans la même période (STBO(r,t) avec r = 1,2).

$$-RCED(t) = \sum_{n=1} [(1+i(r)*CES(t-1) - {}_{r=}1\ STBO(r,t) - CES(t) \geq 0$$

Pour la période initiale, l'épargne est supposée supérieure à un plancher, en dessous duquel l'activité ne pourrait démarrer. Cette limite est notée FUND 1.

Pour t=1,

$$-RCED(1) = -CES(1) + SAV\ (1,1) - STBO(1,1) - FUND\ 1 \geq 0$$

Le sens de l'inégalité répond aux mêmes contraintes que précédemment.

13 - Calendrier de remboursement des emprunts garantis [RELRP(t)]

Cette contrainte exprime que le niveau de l'épargne nécessaire au paiement des dettes contractées à l'extérieur [SAV(2,t)] doit être au moins aussi important que les obligations de remboursement résultant des décisions prises dans les périodes précédentes.

$$-RELRP(t) = \sum_{r=3}^{4} \sum_{d=1}^{G} eaf[i(r),D] * STBO(2,t-d) + SAV(2,t) \geq 0$$
$$\text{pour } t = D-1,T$$

où eaf[i(r), D] est le coefficient annuel d'amortissement pour une unité empruntée au taux i(r) pour une durée D (avec $G \leq D$; D est la durée maximale des prêts). Par ailleurs, on admet que STBO(2,t-d) est borné, c'est-à-dire que, à t=0, il existe des obligations de remboursement résultantes de décisions d'emprunt antérieures au démarrage de l'activité (BBO(d) > 0) ;

$$\text{pour } t=1,D \text{ et } d=1,D :$$
$$-RELRP(t) = SAV(2,to-1+d) \geq BBO(d)$$

Si le taux de rendement interne des investissements était supérieur à i(r) et si le marché des capitaux était parfait, il n'y aurait pas lieu à remboursement. Ce n'est évidemment pas le cas dans l'environnement économique réel. En conséquence, le taux de croissance de l'entreprise est limité par le niveau relatif des taux d'intérêt de l'épargne.

14 - Revenu minimum [RMIN(t)]

L'hypothèse de base qui est formulée ici (et déjà explicitée auparavant) est d'une part que l'exploitant aquacole a un comportement homogène ou analogue à celui des petits exploitants agricoles et d'autre part que la notion de "ruine" n'est perçue a priori qu'au travers de la disparition des revenus et de l'épargne disponible. On admet ainsi que l'aquaculteur ne sélectionne pas un programme de production (au sens large du choix de l'espèce, de la technologie et de la filière) au cours duquel il risque de voir le niveau de son revenu annuel descendre en dessous du niveau minimum nécessaire pour payer les charges incompressibles. Celles-ci comprennent à la fois un revenu minimum vital pour l'exploitant et sa famille (qui correspond aussi au coût d'opportunité du travail si celui-ci peut être valablement déterminé) mais aussi l'ensemble des coûts qui ne sont pas liés au niveau de la production (fixes ou non) que l'exploitant doit honorer à la fin de la période de récolte, même et surtout si les premières opérations ont été initialisées à partir d'emprunts.

$$-RMIN(t) = PNET(t) - MNET(t) + \sum_{l=1}^{2} STBO(l,t) - \sum_{l=1}^{2} SAV(l,t)$$

$$+ FCC * \sum_{x \in \Omega} a_7(x) * a_9(x) + \sum_{r=3}^{4} i(R) * CES\ (t-1) + MINI \geq 0$$

pour t=1,T .

Cette contrainte traduit le niveau minimum de revenu nécessaire pour couvrir la consommation de base pour chaque période. MINI symbolise ce niveau.

L'ensemble Ω contient tous les inputs achetés entrant dans la composition du coût fixe, c'est-à-dire représentant des revenus disponibles pour la consommation de ces facteurs. peut être vide mais on suppose qu'il contient au moins le coût d'opportunité du travail familial (revenu minimum "vital" de la famille de l'exploitant).

15 - <u>Contrainte d'appréciation du risque [RSECURE(t)]</u>

L'approche choisie pour la formalisation de cette contrainte dans le modèle est celle du " foyer de perte " ("focus loss constraint"), suivie et discutée par SHACKLE (1961), BOUSSARD et PETIT (1966, 1969) et BOUSSARD (1979) . Cette méthode est intimement liée à l'hypothèse précédente sur le concept de ruine. En règle générale, on considère qu'un risque est tenu pour négligeable (ou plus exactement peu probable) si sa probabilité de réalisation est faible, par exemple inférieure à 5 % ou 1 %. Les conséquences de cette affirmation ont été discutées par KEYNES (1936) et MANDERSCHEID (1965) au plan philosophique et pratique. Pour construire un modèle de ce type, il faut considérer que l'exploitant est dans une situation "risquée" dès l'instant où son revenu réel est inférieur à celui qu'il attendait. Il cherchera ainsi à développer les productions pour lesquelles il admet que la possibilité d'être "ruiné" est faible, ou en tous cas négligeable. Cela suppose donc (i) de connaître la distribution de probabilité des différents niveaux de revenus par unité de surface ou de volume pour différentes productions dans les années passées récentes et (ii) de combiner ses probabilités afin d'en dériver l'agencement optimal des différentes productions. Ces informations font naturellement défaut en aquaculture (et souvent même en agriculture). Le procédé a néanmoins été utilisé en agriculture (CHARNES et COOPER, 1959 ; CHARNES et al, 1965 ; BLISS, 1976 ; KENNEDY, 1979) mais en prenant pour hypothèses que les variables concernées étaient normalement distribuées ou suivaient au moins une loi symétrique. BOUSSARD (1969) estime que "il n'y a que peu de raisons de penser que les rendements et les prix soient jamais distribués selon une loi normale ou symétrique. La normalité de la distribution de ces deux paramètres n'est bien sûr pas une condition nécessaire à la normalité de leur produit, mais il n'y a pas non plus de raison sérieuse pour émettre l'hypothèse d'une distribution normale des revenus". CHARNES et COOPER (1959) et ROUMASSET et BOUSSARD (1979) notent également que cette méthode conduit à des difficultés certaines de programmation et doutent, de plus, que le comportement des agriculteurs (leurs "espérance de gain") résultent d'une quelconque estimation de probabilités.

Les hypothèses de SHACKLE (1949, 1961) reprises par BOUSSARD (1966) puis HAZELL (1971) et tout récemment par JOHNSTON et KELLY (1986) sont plus séduisantes. Ils soulignent que les entrepreneurs, s'ils ne sont pas vraiment familiers avec les distributions de probabilité, sont néanmoins conscient de la possibilité ou de l'impossibilité d'un évènement qui les concerne. Dans ce sens là, il s'agit plus de crédibilité ou d'incrédibilité de l'évènement, c'est-à-dire en pratique de la probabilité "subjective" accordée à un évènement (1). En supposant que l'évènement considéré soit un niveau de revenu et que le domaine des revenus possibles est continu et fini, il devient alors possible de définir le "foyer de perte" comme "le niveau de perte qu'un entrepreneur serait "très surpris" d'atteindre quelque soit l'environnement" (BOUSSARD,1982) . SCHACKLE définit de la même façon un "foyer de gain".

Le modèle repose ainsi sur l'hypothèse que les entrepreneurs aquacole cherchent à maximiser la valeur "normale" de leurs revenus cumulés sur la période (valeur "modale" ou "moyenne") sous contrainte que le foyer de perte lié au profil optimal d'exploitation est au moins égal au niveau de perte acceptable, c'est à dire à la différence entre le revenu moyen et le revenu minimum défini précédemment.

Cette méthode suppose que l'on puisse connaître le foyer de perte associé à chaque profil d'exploitation. BOUSSARD (1970) suggère que l'on peut supposer que le foyer de perte relatif à une surface emblavée ou à un groupe de culture et de leurs rendements et marchés associés est proportionnel au foyer de perte associé aux activités ou groupes d'activités correspondants. Dans l'hypothèse d'une polyculture (soit au sens de l'élevage de plusieurs espèces, soit de l'utilisation de différentes filières techniques), il nous faudra en plus faire l'hypothèse selon laquelle les choix de production sont réalisés par l'aquaculteur de telle manière que :

(i) la probabilité d'obtenir un revenu global inférieur ou égal au minimum de leur consommation est très faible ;

(ii) le foyer de perte associé à une production est une fraction seulement de la perte admissible totale.

La contrainte s'écrit alors :

- RSECURE(s,k,t) = P(s,k)*N(s,k,t) + kappa*LOSS(t) $\geq$ 0
  pour s = 1,S ; k = 1,K ; t = 1,T .

où . P(s,k) est le foyer de perte associé à la classe d'âge s et à la filière technique k. L'intérêt de considérer un foyer de perte variable avec le temps n'est pas certain, dans la mesure où le niveau de perte maximal admissible varie déjà selon les pèriodes (GATES et GILLY,1986) ;

. kappa est la fraction de la perte admissible associée à un type d'activité. kappa apparaît comme un paramètre d'aversion du risque, arbitrairement choisi et justifié par l'inégalité de TCHEBYTCHEFF (SHACKLE,1961) ;

. LOSS(t) est le niveau maximum de perte cumulée pour toutes les activités.

L'inconvénient de cette contrainte dérive de la dimension de la matrice associée. La spécification fait appel à trois dimensions s,k et t. Ainsi pour 5 classes d'âge, 2 filières techniques et 15 périodes, la contrainte RSECURE est consistuée de 150 contraintes. KENNEDY et FRANCISCO (1974) ont comparé cette méthode avec la méthode du Minimum de Déviation Absolue (MOTAD) développée par HAZELL (1974). Leur conclusion est que l'approche du foyer de perte est peut être un peu restrictive et que le modèle MOTAD est plus économe en nombre de contraintes, mais que la première méthode nécessite moins de données et permet une interprétation plus intuitive des différents paramètres d'aversion du risque kappa et P(s,k).

Une façon évidente de réduire le nombre des contraintes peut consister à agréger les différents coefficients P(s,k) pour toutes les classes d'âge s et les technologies k. La contrainte devient alors :

$$-RSECURE(t) = \sum_s^S \sum_k^K -P(s,k)*N(s,k,t) + kappa*LOSS(t) \geq 0$$

Cela ne change en rien la structure du modèle. Le nombre de contraintes ne dépend plus que du nombre de périodes T. Seule l'interprétation des coefficients P(s,k) diffère. Ils correspondent alors plutôt à la valeur absolue du plus grand écart négatif possible par rapport à la moyenne. Cette formulation est à rapprocher de la suggestion de HAZELL (1971) de maximiser le revenu sous contrainte d'une somme des valeurs absolues des écarts négatifs (Sum of Absolute Negative Deviations).

La variable LOSS de perte maximum cumulée a été introduite par BOUSSARD dans un modèle statique (BOUSSARD, 1974). Dans un modèle dynamique, il paraît intéressant d'indicer la variable LOSS par les périodes de temps ; en particulier, on peut intuitivement considérer que la perte admissible totale variera en fonction d'un certain nombre de paramètres qui eux varient selon les périodes : capacité d'emprunt, valeur nette de l'entreprise, niveau de l'épargne, etc...

16 - Perte maximale admissible [RLOSS(t)]

Cette contrainte exprime que la perte maximale admissible ne peut excéder la capacité d'emprunt diminuée d'une réserve financière positive,FUND2. Il s'agit bien d'une contrainte uniquement reliée à l'appréciation du risque par les entrepreneurs : pour un individu insensible au risque (ou au contraire infiniment téméraire) cette contrainte n'a pas de sens.

$$-RLOSS(t) = -LOSS(t) + BCAP(t) - FUND2 \geq 0$$

pour $t=1,T$.

Dans la réalité, le niveau de perte admissible dépend sans doute d'un certain nombre de facteurs autres que ceux mentionnés. En particulier, on peut citer le volume de main-d'oeuvre permanente, le degré d'insertion dans l'environnement économique et social local, le type d'assurances existant...

17 - Capacité d'emprunt [RBCAP(t)]

La capacité d'emprunt est naturellement variable selon les périodes. Elle ne peut excéder la somme de la masse cumulée de l'épargne disponible CES(t) et de la valeur des immobilisations négociables de l'entreprise, BCØ, pondéré par un coefficient (er) reflètant en quelque sorte l'attiutde des bailleurs de fond à l'égard de l'entreprise aquacole.

$$-RBCAP(t) = - BCAP(t) + er*[CES(t) + BC\emptyset] \geq 0$$

pour $t = 1,T$.

En principe, le coefficient er est inférieur ou égal à 1, mais cela n'est pas une condition nécessaire, en particulier dans le cas des pluriactivités. L'existence de BCØ résulte de plusieurs considérations :

(i) cela permet de s'assurer que la capacité d'emprunt ne dépend pas exclusivement des liquidités de l'entreprise mais que les immobilisations peuvent être utilisées comme cautionnement auprès des bailleurs de fond. L'importance de ce facteur varie selon les types d'aquaculture considérés : les immobilisations d'un élevage de poissons en cage auront comparativement peu de valeur par rapport à celles d'une ferme disposant en propre de terrains littoraux par exemple. La difficulté réside alors d'une part dans l'estimation de BCØ (en liaison en particulier avec les modes d'estimations des sites) et d'autre part dans l'estimation du coefficient er.

(ii) KNEZ et al (1985) notent, à propos des différents modes de maximisation de l'utilité, que les individus établissent une hiérarchie dans leurs immobilisations lorsqu'ils les utilisent pour prendre une décision en univers incertain. En particulier, celles qui sont considérées comme faisant partie du patrimoine ont une spécifité plus grande que les autres et sont moins souvent et moins largement mobilisées. Le calcul de BCØ devra alors en tenir compte et il faut s'attendre à trouver des individus dont le comportement d'emprunt correspond à une valeur de BCØ inférieure à la valeur réelle de leurs immobilisations.

(iii) La valeur des immobilisations intervenant dans le calcul de la capacité d'emprunt ne dépend pas de la période de temps. On aurait pu l'envisager sans que cela ne modifie la structure du modèle. Dans la réalité, compte tenu des estimations existantes de la rentabilité des entreprises aquacoles (voir chapitre II) ; il paraît prématuré d'imaginer que le surplus dégagé permet d'investir à un niveau permettant d'accroître de façon notable le cautionnement des emprunts (hors épargne).

18 - <u>Disponibilité du capital extérieur [RERAT(t)]</u>

La contrainte précédente indique que les bailleurs de fond ont tendance à prêter à l'entreprise dans la limite d'un plafond, variable avec le temps, déterminé par le niveau d'épargne et la valeur vénale de l'actif de l'entreprise. Selon la politique suivie, le bailleur de fond applique un facteur de correction plus ou moins important. Ainsi, au niveau de l'entreprise, les emprunts réalisés à l'extérieur ne pourront pas dépasser la capacité d'emprunt définie par la contrainte précédente.

$$-RERAT(t) = - CED(t) + BCAP(t) \geq 0$$
$$\text{pour } t=1,T \text{ .}$$

En régle générale, cette contrainte sera probablement non fonctionnelle, pour la simple raison que les contraintes 14,15 et 16 sont beaucoup plus restrictive. Pourtant, on peut s'attendre à ce que des variations suffisamment importantes du coefficient d'attitude par rapport au risque (kappa) fassent passer d'une solution très prudente quant à la disponibilité de l'épargne à une solution (apparemment) neutre quant à la possibilité d'emprunter à des sources externes à l'entreprise. Il est également possible que la transition inverse s'opère au cours du trajectoire optimale d'exploitation au fur et à mesure de l'augmentation de la capacité d'emprunt résultant de l'accumulation de capital. L'attitude face au risque est donc susceptible de varier aussi bien avec le temps qu'avec les indidivus. AIGNER (1972) montre que les résultats des modèles utilisant les foyers de pertes peuvent être représentés dans un plan sous la forme de l'ellipsoïde de variance-covariance : les possibilités de production conduisent à des résultats qui modifient progressivement l'attitude vis-à-vis du risque dans un sens puis dans l'autre.

19 - Variables bornées

Certaines des variables décrites ci-dessus admettent une limité inférieure ou supérieure. Ces variables bornées peuvent faire l'objet d'une formulation identique aux contraintes (et cela doit être considéré ainsi pour l'interprétation des conditions de Kuhn et Tucker). Néanmoins, l'utilisation du logiciel MPSX permet d'entrer ces limites dans une section spéciale ("BOUND set"). De la même manière les contraintes qui admettent un minimum ou un maximum non nul peuvent être présentées sous la forme générale et leur limite placée dans une colonne particulière ("RANGE section"). Dans la forme générale donnée au modèle , cela n'a pas lieu d'être, mais l'introduction de cette colonne ne pose pas de problème technique particulier.

Les bornes des variables sont les suivantes :

. FCC = 1.0 Bien que le vecteur de coûts fixes soit considéré comme sans intérêt pour l'optimisation statique, il nous a semblé pertinent de l'inclure dans un modèle dynamique puisqu'il influe sur le cashflow et sur l'accumulation de capital.

. BU(l) ; l = 1,L : figurent les bornes de disponibilité en facteurs pour les facteurs choisis dans l'optimisation. Des limites peuvent être ainsi placés sur la disponibilité de main-d'oeuvre, sur l'approvisionnement en juvéniles, etc... Dans le cas (rare) de ressources non limitées, on pourra mettre un nombre arbitrairement élevé.

. $BBO(d) = \sum_{d=1}^{D} [eaf[i(2),D] * STBO(2,to-d)]$ figure la borne inférieure initiale des charges de remboursement, liées à des emprunts contractés avant la période de démarrage to. Dans le cas d'une création d'entreprise, BBO(d) = 0.

20 - Fonction objectif [RWEALTH]

La fonction objectif a été décrite dans la paragraphe IV.4.1 . Il s'agit bien entendu l'une ligne neutre, en ce sens que son activité n'est en principe pas limitée directement. Il est néanmoins possible de mettre une limite à la fonction objectif, exactement comme pour les autres contraintes. L'intérêt d'une telle limitation n'est pas certain dans la mesure où l'on cherche à obtenir un maximum pour RWEALTH et que l'opération résulterait sans doute en plusieurs optimum. Néanmoins, l'hypothèse peut être envisagée, par exemple dans le cas où, par le jeu d'une taxation discontinue des profits, les entreprises aquacoles seraient très strictement limitées dans leur croissance (l'aquaculture norvégienne de salmonidés constitue un exemple de ce type de limitation).

21 - Valeur additionnelle [AWEALTH]

Telle qu'elle est définie, la fonction objectif inclue dans son résultat la valeur initiale de l'entreprise. Il est possible de s'intéresser non plus à la valeur globale de l'entreprise en fin de cycle mais seulement à la valeur additionnelle :

$$AWEALTH = RWEALTH - IWEALTH$$

où IWEALTH est la valeur initiale de l'entreprise. IWEALTH est défini par la valeur initiale des biens de l'entreprise diminuée de la dette contractée avant le cycle étudié dans le modèle

$$IWEALTH = FUND1 - FUND3 + \sum_{s,k} [Y_1(s,k,0) * BN(s,k)]$$

Y1(s,k,0) est la valeur initiale de la productivité marginale des stocks de classe d'âge s pour la filière technique k. Cette valeur doit être estimée soit directement à partir d'un échantillon d'entreprises existantes, soit par réccurence à partir des résultats précédents.

L'addition de ces deux équations ne pose aucun problème pour la procédure d'optimisation, puisque le calcul de AWEALTH résulte d'une combinaison linéaire de deux équations strictes (il est donc possible d'utiliser la procédure du tupe "Dx" du logiciel MPSX) et peut être calculer postèrieurement à l'obtention de la base optimale.

Ce calcul de la valeur additionnelle est très important, en particulier en regard de la problématique de l'investissement en aquaculture nouvelle (voir chapitre III). Supposons qu'un investisseur désire utiliser les résultats du modèle pour juger de la faisabilité de l'investissement. Si le capital initial requis est Ko et que l'horizon de temps considéré est de J*T années (ou périodes), J étant un nombre entier, on définit alors, sur la période totale considérée ; différentes séquences avec j = 1,J sur lesquelles le modèle calcule AWEALTH (j). La décision d'investissement va dépendre de la valeur du calcul de

$$\Delta K = -Ko + \sum_j [\ (j*T)\ *\ AWEALTH(j)]$$

pour j = 1,J .

où AWEALTH(j) est la valeur additionnelle nette obtenue pour la $j^{ième}$ séquence, pour laquelle les conditions finales de la séquence j-1 ont été utilisées comme condition initiale. AWEALTH(j) et AWEALTH(j+1) seront très probablement différents puisque les conditions initiales seront différentes. Il est très probable également, étant donné que chaque séquence inclue T périodes, que les valeurs de AWEALTH(j) seront convergentes après un certain nombre de séquences. Si l'on utilise RWEALTH directement dans l'équation de K, il apparait que la base optimale d'une séquence j inclue la vente de stocks d'animaux déjà comptabilisés dans la valeur finale de la séquence j-1 (RWEALTH(j-1)). De la même manière, l'utilisation de RWEALTH conduit à comptabiliser deux fois certains paramètres financiers : une partie de la valeur finale des paramètres financiers de la $j^{ième}$ séquence ne provient pas de ce qui s'y est ajouté au cours de cette séquence mais de la valeur initiale au début de la période (valeur finale des paramètres à la fin de la séquence j-1).

IV. 4. Le problème dual: Lagrangien associé et conditions de Kuhn et Tucker.

Le lagrangien associé ($\mathcal{L}$ (s,k,t)) au problème considéré est formé à partir de la fonction objectif, des contraintes et des multiplications de Lagrange (variables duales) : le lagrangien est formé par combinaison linéaire de la fonction objectif et de la somme pondérée des contraintes, la pondération étant réalisée par les multiplicateurs de Lagrange (SILBERBERG, 1978). Le lagrangien s'écrit alors, conformément aux définitions des variables données au paragraphe IV.4.3 :

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}(s,k,t) = \; & RWEALTH - (Y_1)*YFS - (Y_2)RFI - (Y_3)RCAP \\
& - (Y_4)RCULT - (Y_5)RWFAP - (Y_6)RCOST \\
& - (Y_7)RREV + (Y_8)RNI - (Y_9)RSAV + (Y_{10})RCED \\
& - (Y_{11})RSTBO + (Y_{12})RCID - (Y_{13})RELRP \\
& - (Y_{14})RMIN - (Y_{15})RSECURE + (Y_{16})RLOSS \\
& - (Y_{17})RBCAP - (Y_{18})RERAT - (YBC)BCOL
\end{aligned}
$$

La maximisation sous contraintes d'une fonction est assurée si les conditions de premier et second ordre sont remplies. Les conditions de premier ordre sont obtenues en annulant les dérivées partielles de la fonction de Lagrange. Les conditions de second ordre exigent que le déterminant formé par les dérivées partielles d'ordre 2 de $\mathcal{L}$ par rapport aux variables et aux multiplicateurs de Lagrange soit négatif (ce déterminant est appelé matrice Hessienne).

Dans le cas d'un problème de maximisation où les contraintes sont des inégalités, une condition nécessaire et suffisante pour avoir un maximum est que la fonction objectif présente, au point considéré, un "point selle" "("saddle point", Kuhn et Tucker, 1951). Le théorème du "point selle" de Kuhn et Tucker exprime qu'au point considéré le lagrangien atteint un maximum au regard des variables primales et un minimum au regard des multiplicateurs (variables duales) (et inversement pour un problème de maximisation). Les deux assertions ne sont pas équivalentes : si la fontion atteint un point selle, alors on est en général assuré d'avoir un extremum contraint de la fonction ; mais l'inverse n'est pas toujours exact, sauf si (i) la fonction et toutes ces contraintes sont concaves et (ii) il existe des valeurs positives des variables telles que toutes les dérivées partielles des contraintes soient positives pour ces valeurs (SILBERBERG, 1978 - voir paragraphe IV.2).

Une des méthodes de résolution du modèle consiste à trouver les valeurs des activités pour lesquelles les conditions de Kuhn-Tucker sont remplies, c'est-à-dire :

. les dérivées partielles du lagrangien par rapport aux variables de décisions primales (duales) sont négatives (positives) ;

. le produit de chaque dérivée par sa variable de décision associée s'annule. Si la dérivée partielle n'est pas nulle, alors nécessairement la variable de décision associée l'est et inversement lorsqu'une variable est non nulle, la dérivée partielle associée est nulle.

Les variables primales P_1 - P_{16} explicitées au chapitre IV.4.3 sont les variables de décision pour la maximisation de la fonction objectif RWEALTH. Les variables duales associées ont été également décrites D_1 - D_{22} au paragraphe IV.3. Ces variables duales peuvent être considérées comme les solutions d'un problème de minimisation associé : maximiser la valeur du vecteur membre de droite sous contrainte que les valeurs duales satisfassent un certain nombre de restrictions. En particulier, lorsque le besoin en une unité de chaque variable primale est estimé à sa valeur duale, la valeur totale imputée à la disponibilité de chaque variable primale doit être au moins égale à son coefficient dans la fonction objectif. Par linéarité, les problèmes dual et primal sont équivalents.

Les conditions de Kuhn-Tucker relatives au modèle sont explicités ci-après (L_1 à L_{18}). Le lagrangien est noté $\mathcal{L}$ (.). G($\mathcal{L}$,I) symbolise la dérivée partielle du lagrangien par rapport à la variable I.

$$(L._1)\ \frac{d\ (\ .\ )}{dS(s,k,t)} = G\ (\mathcal{L}, S(s,k,t)) \leq 0$$

$$G(\mathcal{L}, S(s,k,t)) =$$

$$Y_1(s,k,t) - \sum_s [a_1(1,s,k)*Y_4(s,k,t) - st(s,k,t)*Y_6(t)] \geq 0$$

La condition $L._1$ concerne le nombre d'unités d'espace ensemencées en juvéniles pour chaque filière technique. Elle suggère que le coût marginal associé à l'ensemencement pour une classe d'âge et une filière technologique ne peut excéder la somme pondérée de la valeur duale des facteurs nécessaires aux opérations d'ensemencement ajoutée au prix d'acquisition des stocks. Les coefficients $a_1(l,s,k)$ représentent les besoins en facteurs l par unité de surface. Le premier terme de la somme correspond au coût direct des facteurs utilisés pour ensemencer une unité d'espace, si les facteurs sont parfaitement disponibles. $Y_4(l,t)$ est le prix dual associé au $l^{\text{ième}}$ facteur. Dans le cas contraire, les valeurs réelle et duale sont différentes. Le second terme de la somme représente le prix d'acquisition pondéré du stock de juvéniles. Le facteur de pondération du prix d'achat des juvéniles, $Y_6(t)$, apparaît dans les conditions ultérieures; il correspond à la valeur du produit marginal associée à la contrainte RCOST.

$$(L._2) \quad \frac{d\ (.)}{dN(s,k,t)} = G(\mathcal{L},N(s,k,t)) \leq 0 \equiv \frac{d\mathcal{L}(.)}{dN(s,k,t)} * N(s,k,t) = 0$$

$$G(\mathcal{L},N(s,k,t)) =$$

$$Y_1(s+1,k,t+1) - Y_1(s,k,t) - Y_3(t) - n(s,k,t)*Y_6(t)$$
$$- \sum_{l} [(a_2(l,s,k)*Y_4(l,t)) - P(s,k)*Y_{14}(s,k,t)] \leq 0$$

pour s = 1,S ; k = 1,K ; t = 1,T .

Considérons tout d'abord le cas le plus général, c'est-à-dire les périodes qui précèdent la période terminale (t=1, T-1). Lorsque l'on se trouve en situation d'équilibre dynamique, c'est-à-dire indépendante des conditions initiales et finales,

$$Y_1(s,k) - Y_1(s,k,T) - Y_3(T) - n(s,k,tT)*Y_6(T)$$
$$-\sum_s \sum_k \ [(a_2(l,s,k)*Y_4(l,T)) - P(s,k)*Y_{14}(s,k,T)] \leq 0$$
pour $s = 1,S$; $k = 1,K$; $t = T$.

Enfin, si $t = 0$, les conditions sur les coûts disparaissent puisqu'elles ont été imputées à des périodes précédentes. La condition $(L._2)$ se résume alors à ce que la valeur initiale des stocks est égale à la valeur duale associée à la contrainte des conditions de départ.

$$G(\mathcal{L},N(s,k,0) =$$
$$Y_1(s+1,k,1) - Y_1(s,k,0) \leq 0$$
pour $s = 1,S$; $k = 1,K$; $t = 0$.

$$(L._3)\ \frac{d\mathcal{L}(.)}{dH(s,k,t)} = G(\mathcal{L},H(s,k,t)) \geq 0 \equiv G(\mathcal{L},H(s,k,t))*H(s,k,t)=0$$
$$G(\mathcal{L},\ H(s,k,t)) =$$
$$-Y_1(s,k,t) + yield(s,k,t)*Y_2(s,k,t)$$
$$- \sum_l a_8(l,s)*Y_4(l,t) - h(s,k,t)*Y_6(t) \geq 0$$
pour $s = 1,S$; $k = 1,K$; $t = 1,T$.

Le coefficient $Y_2(s,k,t)$ représente la valeur duale du stock d'animaux élevé pendant la période t. En principe, cette valeur est égale à la valeur des ventes actualisée et donc $Y_2(s,k,t) = (1+i)^{-t}$. Le produit $yield(s,k,t)*Y_2(s,k,t)$ représente alors simplement le revenu brut actualisé obtenu par la récolte d'une unité d'espace d'animaux de la classe (s,k). $Y_4(l,t)$ représente la valeur duale associée au facteur l et $\sum_l^L a_8(l,s)*Y_4(l,t)$ correspond au coût de récolte associé. Si les facteurs sont en quantité illimitée, la valeur duale de chaque facteur sera égale à son prix d'achat CL(l,t). $Y_6(t)$

représente toujours la même variable d'actualisation et $h(s,k,t)*Y_6(t)$ correspond alors aux dépenses directes liées à la récolte. Les conditions $(L._3)$ indiquent donc simplement que le gain (en valeur) sur une unité d'espace récoltée $(yield(s,k,t)*Y_2(s,k,t)-Y_1(s,k,t))$ doit au moins être égal aux coûts directs et indirects liés à la récolte. Ces conditions de Kuhn et Tucker sont particulièrement intéressantes pour l'analyse du risque et les prises de décision qui y sont liées. L'existence d'un coefficient d'aversion par rapport au risque n'a aucun impact sur le premier terme $yield(s,k,t)*Y_2(s,k,t)$, celui-ci étant calculé d'après des données parfaitement "objectives". En revanche, le terme $Y_1(s,k,t)$ va diminuer avec l'accroissement de l'aversion au risque puisque ce terme représente la valeur in situ des stocks qui, toute chose égale par ailleurs, tend à accroître le montant du gain sur la récolte. De plus, comme le coefficient de perte potentielle augmente avec l'âge, la baisse de $Y_1(s+1,k,t)$ sera supérieure à celle de $Y_1(s,k,t)$: le gain "subjectivement" estimé sur les récoltes futures est sous-estimé. Ce sont ces coefficients (valeur duale des facteurs et des produits) qui vont intervenir dans le choix dela décision de récolter ou de laisser croître les animaux d'une classe d'âge donnée. Une formulation plus précise de ce choix fera intervenir les contraintes de risques, ou plus exactement une expression qui traduit leur existence en un effet sur la valeur des stocks in situ.

$$(L._4)\quad \frac{d\mathcal{L}(.)}{dSL(s,k,t)} = G(\mathcal{L}, SL(s,k,t) \geq 0 \equiv G(\mathcal{L}, SL(s,k,t)))*SL(s,k,t)=0$$

$$G(\mathcal{L}, SL(s,k,t)) =$$

$$Y_7(t+1) - Y_2(s,k,t) - {}_{l}\, a_3(l,s)*Y_4(l,s) \geq 0$$

pour $s = 1,S$; $k = 1,K$; $t = 1,T$.

$Y_7(t+1)$ représente la valeur du produit marginal du revenu brut. La condition $(L._4)$ implique que cette valeur marginale du revenu brut doit être au moins égale à la valeur marginale des coûts liés à la vente des produits et au stock d'animaux résiduel (mesuré à sa valeur monétaire). Si $SL(s,k,t)>0$, la condition $(L._4)$ indique non plus une inégalité mais une stricte égalité.

$$(L._5)\quad \frac{d\mathcal{L}(.)}{dSALES(t)} = G(\mathcal{L}, SALES(t)) \leq 0 \equiv G(\mathcal{L}, SALES(t))*SALES(t) = 0$$

$$G(\mathcal{L}, SALES(t)) = -a_{11}(t)*Y_6(t) - Y_7(t) - Y_8(t) \leq 0$$

$Y_6(t)$ est la valeur duale associée aux coûts aggrégés, c'est-à-dire qu'il correspond à la valeur marginale d'une réduction de ces coûts d'une unité. Le coefficient $a_{11}(t)$ représente le coût direct lié à la vente des produits (lorsque ce coût est repérable). $Y_7(t)$ correspond à la valeur du produit marginal d'un accroissement du revenu d'une unité. $Y_8(t)$ représente la valeur duale associée à une unité supplémentaire de revenu, si $0<Y_8(t)<MNET(t)$ ou à une unité en moins de perte si $Y_8(t)<0<PNET(t)$. Les conditions $(L._5)$ indique que si $PNET(t)>0$

alors $Y_8(t) \leq Y_7(t)$, l'égalité étant assurée lorsque SALES(t)>0 : la valeur marginale (dualité) de l'accroissement du revenu net ($Y_8 \geq 0$) est au moins égale à la valeur du produit marginal du revenu brut diminuée des dépenses directes liées à la vente.

$$(L._6) \quad \frac{d\mathcal{L}(.)}{dAREA(t)} = G(\mathcal{L}, AREA(t)) \leq 0 \equiv G(\mathcal{L}, AREA(t)) * AREA(t) = 0$$

$$G(\mathcal{L}, AREA(t)) = Y_3(t) - \sum_1 [a_{10}(1) * Y_4(1,t)] - a_6() * Y_6(t) \leq 0$$

La variable duale $Y_3(t)$ est la valeur du produit marginal d'une unité d'espace supplémentaire. C'est une estimation du prix que l'entrepreneur est prêt à payer pour mettre en culture une unité d'espace supplémentaire pendant T périodes. Il s'agit d'un coût résiduel, net du coût foncier $a_6(t)$ lorsque celui-ci existe; le terme $\sum_1$ [.] est la valeur marginale associée aux dépenses liées au "foncier". Enfin, $Y_6(t) * a_6(t)$ est le coût marginal de l'unité d'espace, ce qui correspond à la rente foncière aquacole (concessions par exemple).

Dans la réalité, si le seul coût du foncier est lié à un prix de location ou de concession, on peut s'attendre à voir diminuer $Y_3(t)$ au fur et à mesure d'une augmentation de $a_6(t)$, jusqu'à dissipation complète de $Y_3(t)$.

Dans la mesure où toute solution non triviale implique que AREA(t)>0, les conditions ($L._6$) peuvent être considérées comme des égalités strictes.

Les effets du comportement vis à vis du risque et de la disponibilité du capital se font sentir également sur la rente résiduelle $Y_3(t)$ par l'intermédiaire de $Y_6(t)$ qui dépend lui-même de $Y_4(t)$ (voir les conditions suivantes) :

$$Y_3(t) \leq Y_6(t)*[a_6 + \;_{l}\ (a_{10}(l)*a_1(l))]$$

$$(L._7)\quad \frac{d\mathcal{L}(.)}{d\ CL(l,t)} = G(\mathcal{L},CL(l,t)) \leq 0 \equiv G(\mathcal{L},CL(l,t))*CL(l,t)=0$$

$$G(\mathcal{L},CL(l,t)) = Y_4(l,t) - a_7(l)*Y_6(t) \leq 0$$

pour $l=1,L$; $t = 1,T$

Cette septième inéquation suggère que la valeur duale du $l^{\text{ième}}$ facteur (coût marginal associé) doit être au plus égale au produit du coût d'acquisition unitaire de ce facteur ($a_7(l)$) multiplié par la valeur marginale de la réduction d'une unité de ce coût ($Y_6(t)$ - coût marginal associé aux coûts de production). Cette condition se transforme en une inégalité si $a_7(l)>0$, c'est-à-dire si le facteur est effectivement acheté (ce qui paraît logique).On retrouve ici la justification de l'hypothèse eslon laquelle la somme des coûts marginaux associés pondérés par la quantité achetée de chaque facteur est égale, s'il n'y a aucune restriction sur les disponibilités, au coût total des facteurs utilisés. Dans la mesure où l'on désire restreindre la disponibilité de certains facteurs, il convient d'ajouter certaines contraintes faisant apparaître la valeur duale de cette restriction, c'est-à-dire le prix que l'entreprise est prête à payer pour se procurer une unité supplémentaire de ce facteur.

$$(L._8)\quad \frac{d\mathcal{L}(.)}{dCOST(t)} = G(\mathcal{L},\ COST(t)) \geq 0 \equiv G(\mathcal{L},\ COST(t))*COST(t)=0$$

$$G(\mathcal{L},COST(t)) = -\ Y_5(t) + Y_6(t) + Y_8(t) \leq 0$$

pour $t = 1,T$.

La variable duale $Y_6(t)$ correspond à la valeur du produit marginal de la réduction d'une unité du coût total de production. Elle doit être plus faible que la différence entre la valeur du produit marginal des capitaux opérationnels ($Y_5(t)$) et la valeur du produit marginal du revenu net ($Y_8(t)$).

Cette dernière variale duale peut être positive ou négative, selon l'existence de PNET(t)>0 ou MNET(t)>0 (la contrainte C.8 est une stricte égalité). $Y_6(t)$ peut être envisagé comme un coefficient d'actualisation dont l'ampleur dépend du signe du bénéfice net et aussi de la source des capitaux utilisés. Un revenu net positif (PNET>0) entraîne des valeurs du produit marginal du revenu strictement positives au regard en particulier des achats futurs et/ou de l'épargne ; à un revenu net négatif (MNET>0) correspond une valeur duale positive au regard des capitaux opérationnels et des emprunts.

La structure même du modèle, par le fait qu'elle suppose a priori des coûts indivisibles, assure que COST(t)>0 et donc que les conditions ($L._8$) sont des égalités. Si MNET>0, alors la valeur du produit marginal du coût total de production sera infèrieure à celle des capitaux opérationnels $Y6(t) < Y5(t)$ et inversement si PNET>0 (voir les contraintes L_9-L_{10}).

($L._9$)-($L._{10}$)

a. $(L._9)\ \dfrac{d\,\mathcal{L}(.)}{dMNET(t)} = G(\mathcal{L}, MNET(t)) \leq 0 \equiv G(\mathcal{L}, MNET(t))*MNET(t)=0$

$G(\mathcal{L}, MNET(t)) = Y_8(t) + mps*Y_9(t) + Y_{13}(t) \leq 0$

pour $t = 1,T$.

b. $(L._{10})$ $\frac{d\mathcal{L}(.)}{dPNET(t)} = G(\mathcal{L},PNET(t)) \leq 0 \equiv G(\mathcal{L},PNET(t))*PNET(t))=0$

$G(\mathcal{L},PNET(t)) = -Y_8(t) + Y'_9(t) \leq 0$

pour $t = 1,T$.

Les contraintes $(L._9)$ et $(L._{10})$ sont très semblables dans leurs structures. Elles ne diffèrent que parce que la première ne concerne que les situations pour lesquelles PNET>0 et la seconde les situations pour lesquelles MNET>0. Ces deux conditions s'excluent mutuellement, sauf dans le cas (dont on suppose arbitrairement la probabilité quasi-nulle) où le revenu net est strictement nul. A l'exception de ce cas rare, nous aurons soit PNET(t)>0, soit MNET(t)>0 et donc les contraintes $(L._9)$ et $(L._{10})$ seront des égalités : les variables duales $Y_8(t)$ et $-Y_8(t)$ sont toutes les deux positives dans leurs conditions respectives. La variable $Y_{13}(t)$ représente la valeur du produit marginal d'une unité supplémentaire d'épargne, ce qui tend à relaxer les contraintes de disponibilité minimum future (achats futurs). Ainsi, si le revenu net est positif (si l'entreprise dégage des profits), le coût marginal qui lui est associé, $Y_8(t)$, le sera également. Les conditions $(L._9)$ entraînent alors l'égalité de $Y_8(t)$ à la somme des valeurs duales (i) de la part d'épargne supplémentaire par unité supplémentaire de revenu net et (ii) de la part de cette épargne affectée aux contraintes ultérieures de revenu minimal. Inversement, lorsque MNET(t) est positif (situation qui correspond pour l'entreprise à une perte sur la période t considérée) alors $-Y_8(t)>0$: les conditions $(L._{10})$ indiquent alors que le coût marginal associé à la réduction d'une unité des pertes de l'entreprise est égale à (i) la valeur marginale d'une unité de réduction de la part que MNET prend dans la contrainte de revenu minimum dans les périodes ultérieures plus (ii) la valeur du produit marginal d'une réduction d'une unité de l'emprunt nécessaire pour couvrir MNET(t).

Dans la mesure où les variables $Y_9(t)$, $Y'_9(t)$ et $Y_{13}(t)$ sont toutes trois positives, cela entraîne une gamme importante de possibilités pour $Y_8(t)$. En effet, la formulation classique qui ne tient pas compte des phénomènes d'épargne, d'emprunt ou de niveau minimum de revenu estiment simplement $Y_8(t)=b(t)=(1+i(r)^{-t})$. En particulier, il doit être possible de pratiquer en aquaculture une stratégie "cyclique" analogue au mode d'exploitation des forêts de conifères (stratégie de la "place nette") (1). En aquaculture, une telle stratégie implique, pour des animaux ayant des cycles de croissance d'une durée supérieure à la période de base, de faire appel au maximum à l'épargne interne et à la capacité d'emprunt auprès des sources extérieures pour assurer la couverture des besoins minimum pendant les périodes sans récolte (en admettant qu'il n'existe pas de revenus annexes liés à une autre activité). Cette tactique n'est naturellement pas interdite par la structure du modèle mais elle risque d'être très largement handicapée par les contraintes financières (accès aux financements extérieurs et coûts de ces financements), les contraintes de risque et leurs interactions.

BOUSSARD (1982) note que les modèles de Programmation Linéaire multipériodiques présentent un taux de croissance interne qui est maximum et stable aux alentours de la frontière d'optimalité, que le modèle est supposé atteindre "rapidement".

Ceci se vérifie dans les modèles où le comportement vis-à-vis du risque est neutre et où les contraintes financières ne sont pas pris en compte. BOUSSARD estime que la convergence vers la frontière d'optimalité n'est pas supprimée mais assez largement repoussée (en termes de nombre de périodes) par l'intégration d'un facteur de risque. Les contraintes financières ont probablement un résultat analogue.

($L._{11}$) Les conditions ($L._{11}$) sont doubles. Les premières ($L._{11}$.a) sont associées aux mobilisations de fonds internes (épargne, accumulation interne) et les secondes ($L._{11}$.b) aux sources externes de financement.

$$(L._{11}.a)\quad \frac{d(.)}{dSTBO(R_1,t)} = G(\mathcal{L},STBO(R_1,t)) \leq 0 \equiv G(\mathcal{L},STBO(R_1,t))*STBO(R_1,t)=0$$

pour $R_1 = 1,2$; $t = 1,T$.

$$G(\mathcal{L},STBO(R2,t)) = Y_5(t) - Y_{11}(t) + Y_{13}(t) \leq 0$$

$$(L._{11}.b)\quad \frac{d(.)}{dSTBO(R_2,t)} = G(\mathcal{L},STBO(R_2,t)) \leq 0 \equiv G(\mathcal{L},STBO(R_2,t))*STBO(R_2,t)=0$$

pour $R_2 = 3,4$; $t = 1,T$.

$$G(\mathcal{L},STBO(R_2,t)) = Y_5(t) + Y_{10}(t) + Y_{13}(t) - \sum_d [eaf(i(R_2),D)*Y_{12}(t+d)] \leq 0$$

La variable $Y_5(t)$ représente la variable duale associée au capital opérationnel (fond de roulement) selon ses différentes sources. $Y_{10}(t)$ représente la valeur du produit marginal associé à la réduction de la dette extérieure alors que $Y_{11}(t)$ constitue la valeur du produit marginal associée à une unité supplémentaire de fond propre mobilisable. $Y_{12}(t)$ correspond au coût implicite associé à la contrainte d'échéancier de remboursement (C.13). Enfin la variable duale $Y_{13}(t)$ est associée à la contrainte de besoin minimum en revenu pour couvrir les frais incompressibles de la production sur la période T considérée. Les conditions ($L._{11}$.a) deviennent des égalités dès l'instant où l'entreprise fait appel à ses réservés financières. De façon équivalente, les conditions ($L._{11}$.b) sont des égalités s'il y a recours à des sources externes. Il faut noter que les contraintes ($L._{11}$) a et b peuvent exister simultanément dans le modèle, le choix de l'entreprise ne se faisant pas exclusivement vers l'une ou l'autre des deux sources de financement :

(A) ($L._{11}$.a) $\quad Y_5(t) \geq Y_{11}(t) - Y_{13}(t)$

(B) ($L._{11}$.b) $\quad Y_5(t) \geq \sum_d [eaf(i(R_2),D)*Y_{12}(t+d) - Y_{10}(t) - Y_{13}(t)$

Par substitution, si pour une période donnée, l'entreprise fait appel à des capitaux internes et externes, (A) et (B) conduisent à :

$$Y_{11}(t)= \sum_d [eaf(i(R_2),D)*Y_{12}(t)(t+d)] - Y_{10}(t)$$

La valeur du produit marginal d'une unité supplémentaire de fond propre mobilisable équilibre le coût marginal associé aux contraintes de remboursement des emprunts garantis diminué de la valeur du produit marginal d'une unité supplémentaire d'emprunt mobilisable. En d'autres termes, les conditions ($L._{11}$) forcent l'entreprise à équilibrer sa stratégie entre ce qu'elle est prête à payer soit pour prélever sur l'épargne disponible soit pour augmenter ses emprunts et ce que lui coûte l'accès aux emprunts garantis. Nous verrons que cette contrainte a également un impact au niveau des conditions d'optimalité entre la part d'épargne conservée et la part d'emprunt supplémentaire.

$(L._{12})$ De la même façon que précédemment, les conditions relatives à l'épargne sont doubles : $(L._{12}.b)$ concerne la part d'épargne consacrée à l'accumulation interne et $(L._{12}.a)$ la part d'épargne consacrée aux remboursements des dettes extérieures:

$$(L._{12}.a) \quad \frac{d\mathcal{L}(.)}{dSAV(1,t)} = G(\mathcal{L},SAV(1,t) \leq 0 \equiv G(\mathcal{L},SAV(1,t))*SAV(1,t)=0$$

$$G(\mathcal{L},SAV(1,t)) = - Y_9(t) + Y_{11}(t) - Y_{13}(t) \leq 0$$

pour $t = 1,T$.

$$(L._{12}.b) \quad \frac{d\mathcal{L}(.)}{dSAV(2,t)} = G(\mathcal{L},SAV(2,t)) \leq 0 \equiv G(\mathcal{L},SAV(2,t))*SAV(2,t)=0$$

$$G(\mathcal{L},SAV(2,t)) = - mps*Y_9(t)*Y_{10}(t) - Y_{13}(t) \leq 0$$

pour $t = 1,T$.

Ces conditions sont symétriques des précédentes et leur interprétation est analogue. Les conditions $(L._{12}.a)$ montrent notemment que le coût marginal lié à la notion de revenu minimum $(Y_{13}(t))$ est au moins égal à la différence entre la valeur du produit marginal du capital accumulé $(Y_{11}(t))$ et celle de l'épargne $(Y_9(t))$, l'égalité étant assurée si l'épargne vient accroître le capital accumulé. De façon identique (au coefficient de propension marginale à épargner près) les contraintes $(L._{12}.b)$ indiquent que $Y_{13}(t)$ doit être au moins égal au coût marginal associé à la dette extérieure $(Y_{10}(t))$ diminué de la valeur du produit marginal des revenus nets destinés au remboursement des emprunts, pondérés par le facteur mps de propension marginale à épargner. L'égalité n'est assurée que lorsque des remboursements sont réalisés.

L'analyse plus fine des conditions ($L._{11}$) et ($L._{12}$) montre les limites imposées par les contraintes. Les conditions ($L._{11}$.a) conduisent à l'inégalité :

(A) $Y_5(t) \geq Y_{11}(t) - Y_{13}(t)$

l'égalité étant assurée pour STBO(r,t) > 0 .

Par ailleurs, les conditions ($L._{12}$.a) impliquent :

(C) $Y_9(t) \leq Y_{11}(t) - Y_{13}(t)$

l'égalité étant assurée pour SAV(1,t) > 0 .

Par construction, il paraît impossible d'avoir simultanément des conditions optimales pour STBO(r,t) et SAV(1,t) et l'on sera alors assuré d'avoir :

STBO(r,t)*SAV(1,t) = 0

Les inégalités (A) et (C) formalisent donc l'exclusion mutuelle de ces conditions optimales et résultent en deux alternatives :

(i) $Y_5(t) = Y_{11}(t) - Y_{13}(t) > Y_9(t)$

si STBO(R_1,t) > 0 et SAV(1,t) = 0

ou

(ii) $Y_5(t) < Y_{11}(t) - Y_{13}(t) = Y_9(t)$

si SAV(1,t) > 0 et STBO(R_1,t) = 0

Ainsi, le modèle assure que lorsqu'il est fait appel à des réserves endogènes de capitaux, la valeur du produit marginal du fond de roulement est supérieure à la valeur du produit marginal de l'épargne. Inversement, lorsque l'entreprise accumule des capitaux, la valeur du produit marginal de l'épargne est supérieure à celle du capital opérationnel. Dans les deux cas, la frontière est constituée de la différence $Y_{11}(t) - Y_{13}(t)$. La formalisation mathématique de cette contrainte masque un comportement relativement trivial. L'expression $Y_{11}(t) - Y_{13}(t)$ représente la différence entre la valeur du produit marginal du capital accumulé et la valeur du produit marginal du besoin en revenu minimum (qui entrave l'accumulation). Imaginons qu'initialement la situation soit la suivante : $STBO(R_1,t) = 0$ et $SAV(1,t)>0$. Un accroissement de la part du revenu destiné à la consommation directe (par diminution du coefficient de propension marginale à épargner ou par accroissement du niveau minimum de besoin en revenu) aura tendance à faire croître $Y_{13}(t)$ et donc à diminuer $Y_{11}(t) - Y_{13}(t)$. Cette réduction va conduire à un glissement de l'inégalité $Y_{11}(t)-Y_{13}(t) \geq Y_5(t)$ vers l'égalité. A l'instant où $Y_{11}(t)-Y_{13}(t) = Y_5(t)$, l'entreprise commencera à faire appel à des emprunts et $STBO(R_1,t)$ va entrer dans la base alors que $SAV(1,t)$ va la quitter.

Il n'est pas possible de faire la même analyse avec $STBO(R_2,t)$ et $SAV(2,t)$, essentiellement parce que des emprunts peuvent se recouvrir et être utilisés pour le remboursement d'autres emprunts, et il est parfaitement possible de se trouver dans une situation où $STBO(R_2,t)*SAV(2,t)>0$.

$$(L._{13})\ \frac{d\mathcal{L}(.)}{dCED(t)} = G(\mathcal{L},CED(t)) \leq 0 \qquad G(\mathcal{L},CED(t))*CED(t)=0$$

$$(D)\ G(\mathcal{L},CED(t)) = -i(2)*Y_6(t) - (1+i(2))*Y_{10}(t+1) + Y_{10}(t) - Y_{17}(t) \leq 0$$

pour $t = 1,T-1$.

$$(E)\ G(\mathcal{L},CED(t)) = -Y_6(T)*i(2) + Y_{10}(T) - Y_{17}(T) + \bar{Y}_{10} \leq 0$$

pour $t = T$.

En effet, pour $t > T$, $Y_{10}(t) = 0$, avec $\bar{Y}_{10}$ représentant la valeur du produit marginal (constante) de la dette extérieure résiduelle après la période terminale T.

$(L._{14})$ Ces conditions sont les symétriques des conditions $(L._{13})$ pour les capitaux accumulés et s'analysent simultanément.

$$\frac{d\mathcal{L}(.)}{dCES(t)} = G(\mathcal{L},CES(t)) \leq 0 \qquad G(\mathcal{L},CES(t))*CES(t)=0$$

$$(F)\quad G(\mathcal{L},CES(t)) = -i(1)*Y_6(t) + (1+i(1))Y_{11}(t+1) + Y_{11}(t) + i(1)*Y_{13}(t+1) - er*Y_{16}(t) \leq 0$$

pour $t = 1,T-1$.

$$(G)\quad G(\mathcal{L},CES(T)) = (1-\bar{Y}_{11}+\bar{Y}_{13}) - i(1)*Y_6(T) + Y_{11}(T) - er*Y_{16}(T) \leq 0$$

pour $t = T$.

En effet, pour $t>T$, $Y_{11}(t)$ et $Y_{13}(t)$ sont nulles; $\bar{Y}_{11}$ et $\bar{Y}_{13}$ représentent la valeur du produit marginal associé à la période terminale T.

Les contraintes $(L._{13})$ et $(L._{14})$ déterminent la proportion de capitaux internes et externes. Cette proportion doit prendre en compte les contraintes futures de besoins en revenu minimum (besoins incompressibles à venir) et celles liées à la productivité marginale des capitaux impliqués dans le processus de production. Les quatre inégalités précédentes peuvent être écrites en fonction de la variable duale $Y_6(t)$ (étant entendu qu'elles comptent comme des égalités pour CED(t)>0 et CES(t)>0 respectivement) :

(D) $\quad i(2)*Y_6(t) \leq (1+i(2))*Y_{10}(t+1) - Y_{10}(t) - Y_{17}(t)$

pour $t = 1,T-1$;

(E) $\quad i(2)*Y_6(t) \leq -1 + \bar{Y}_{10} - Y_{10}(t) - Y_{17}(t)$

pour $t = T$.

(F) $\quad i(1)*Y_6(t) \leq (1+i(1))*Y_{11}(t+1) - Y_{11}(t)$

$+ i(1)*Y_{13}(t+1) + er*Y_{16}(t) \leq 0$

pour $t = 1,T-1$;

(G) $\quad i(1)*Y_6(t) \leq -1 + \bar{Y}_{11} + \bar{Y}_{13} - \bar{Y}_{11}(t) + er*Y_{16}(t) \leq 0$

pour $t = T$.

Ces quatre conditions font apparaître la valeur du produit marginal des coûts de production, pondérée par un taux d'intérêt qui peut être le coût d'opportunité interne (i(1)) ou externe (i(2)) selon que la variable de décision est CES(t) ou CED(t). Dans les deux cas, $i(r)*Y_6(t)$ représente le montant de l'actualisation sur le coût marginal de production.

Dans le cas de la dette extérieure, cette valeur ne peut excéder la différence entre d'une part la valeur du produit marginal composé de la dette extérieure à la période (t+1) ($(1+i(2))*Y_{10}(t+1)$) et d'autre part la somme de la valeur du produit marginal de la dette extérieure ($Y_{17}(t)$). Pour t=T, $Y_{10}(t+1)$ s'annule et est remplacé par $\bar{Y}_{10}$, estimé à partir d'itérations précédentes.

Dans le cas de l'épargne, l'intérêt sur les coûts marginaux de production s'exprime de façon analogue par la différence entre d'une part la somme de (i) la valeur du produit marginal composée de l'épargne future

$((1+i(1)+Y_{11}(t+1))$ et (ii) du taux d'intérêt sur le coût marginal lié aux besoins en revenu minimum des futures périodes $(i(1)*Y_{13}(t+1))$ et (iii) du coût marginal lié à la contrainte de capacité de financement et d'autre part la valeur du produit marginal de l'épargne courante $(Y_{11}(t))$. A leur tour, à t>T, les variables $Y_{11}(t)$ et $Y_{13}(t)$ s'annulent et sont remplacées par $\overline{Y}_{11}$ et $\overline{Y}_{13}$.

Y_{10} et Y_{11} constituent les valeurs du produit marginal des actifs ou passifs financiers pour la période termimale T. Cette procédure permet de pondérer la valeur du produit marginal associé aux coûts d'opération $(Y_6(t))$ plus fortement pour la dernière période afin de tenir compte de la productivité marginale de la dette extérieure jusqu'à la dernière période. Si ces variables financières n'avaient pas de valeur marginale pour les périodes t>T, leurs seuls coefficients dans la fonction objectif seraient +1 ou -1 selon que l'on considère l'actif ou le passif. Dans ces conditions, l'équilibre dynamique généré comme solution par le modèle entrerait en phase de rupture à l'approche de la période finale : l'entreprise chercherait (i) à réduire ses stocks de produits finis (animaux en élevage), (ii) à éviter toute décision entraînant l'appel à des fonds extérieurs ou prélevés sur 1 l'épargne et (iii) à utiliser ses revenus pour réduire au maximum la dette extérieure. Dans le cadre de la recherche d'une base optimale de production pratique (et réalisable, c'est-à-dire pour T suffisamment grand), cette liquidation des actifs productifs n'a strictement aucun sens tant que le taux de rentabilité interne de la production est supérieur au taux d'intérêt (ou au taux de dépréciation du capital). En d'autres termes, l'algorithme de résolution constatera, si les estimations de Y_{10}, Y_{11} et Y_{13} sont mauvaises (en particulier si Y_{10}, Y_{11}, $Y_{13} = 0$), par exemple que les capitaux accumulés n'auront aucune productivité (au regard des besoins futurs et en particulier pour t>T) et il réagira en bâtissant une trajectoire optimale qui non seulement arrête complètement l'activité à T, mais aussi qui minimise l'épargne résiduelle.

La variable duale $Y_{13}(t+1)$ associée à la contrainte de revenu minimum apparaît dans les conditions $(L._{14})$ mais pas dans $(L._{13})$. Le coût d'opportunité associé au capital interne constitue un revenu au regard de la contrainte de revenu minimum ; ainsi, même si les taux d'intérêt appliqués à l'épargne et à la dette extérieure étaient identiques, il pourrait exister une différence entre $Y_{11}(t)$ et $Y_{10}(t)$ parce que le coût marginal associé au capital interne ($Y_{11}(t)$) sera affaibli par sa valeur marginale induite par son effet sur le desserrement des contraintes futures de besoin en revenu minimum.

De façon analogue, $Y_{16}(t)$ et $Y_{17}(t)$ n'apparaissent pas simultanément dans les contraintes : CED(t) peut être fortement contraint par les conditions de disponibilités de capitaux (contrainte C.18) mais CES(t) aura pour effet de desserrer à terme cette contrainte en augmentant la capacité d'emprunt, toutes choses égales par ailleurs.

$$(L._{15}) \quad \frac{d\mathcal{L}(.)}{dLOSS(t)} = G(\mathcal{L}, LOSS(t)) \leq 0 \equiv G(\mathcal{L}, LOSS(t)) * LOSS(t) = 0$$

$$G(\mathcal{L}, LOSS(t)) = - kappa * Y_{14}(t) + Y_{15}(t) \leq 0$$

pour $t = 1,T$.

Sauf si l'on se place dans un univers où le risque est inexistant, on peut généralement admettre que les coefficients P(s,k) sont strictement positifs. Il est alors nécessaire d'avoir LOSS(t)>0 pour avoir une solution non triviale. La valeur du produit marginal associé à la notion de perte maximale (c'est-à-dire la valeur que l'entreprise est prête à payer pour desserrer cette contrainte d'une unité -pour augmenter la perte maximale admissible) est inférieure ou égale à la valeur duale associé à la contrainte de sécurité (coût marginal associé au foyer de perte) $Y_{14}(t)$ pondérée par le coefficient d'attitude vis-à-vis du risque, kappa. L'effet d'un comportement neutre vis-à-vis du risque peut être testé en prenant kappa=0. BOUSSARD (1969, 1982) considère que kappa = 1/3 convient à peu près pour tous les types de petite agriculture.

$$(L._{16})\quad \frac{d\mathcal{L}(.)}{dBCAP(t)} = G(\mathcal{L},BCAP(t)) \leq 0 \equiv G(\mathcal{L},BCAP(t))*BCAP(t) = 0$$

$$G(\mathcal{L},BCAP(t)) = - Y_{15}(t) + Y_{16}(t) - Y_{17}(t) \leq 0$$

L'effet de ces conditions a été discuté dans les conditions $(L._{14})$. En considérant les implications de $(L._{14}.a)$ et $(L._{15})$, on peut raisonnablement estimer que BCAP(t)>LOSS(t)>0. Les conditions $(L._{16})$ peuvent ainsi être considérés comme une stricte égalité.

$$(L._{15})-(L._{16})\qquad Y_{15}(t) = kappa*\ Y_{14}(t) = Y_{17}(t) - Y_{16}(t) > 0$$

Cette dernière égalité indique que le coût marginal associé au niveau de la perte maximale admissible $(Y_{15}(t))$ doit être égal a la valeur du produit marginal associé à la disponibilité de capital extérieur pondérée par le paramètre d'aversion du risque. Par ailleurs, $Y_{15}(t)$ doit aussi être égal (ce qui parait logique) à la différence entre le coût marginal associé à la capacité d'emprunt et la valeur du produit marginal associé à la disponibilité du capital.

$$\text{(L.17)} \quad \frac{d\mathcal{L}(.)}{dFCC} = G(\mathcal{L},FCC) \leq 0 \equiv G(\mathcal{L},FCC) * FCC = 0$$

$$G(\mathcal{L},FCC) = YFC - \sum_1 \sum_t [a_9(1)*Y_4(1,t)] - fc* Y_6(t) + a_7(1)*Y_{13} = 0$$

Cette dernière condition peut paraître secondaire; elle constitue dans la réalité une des pierres de base du modèle puisque, au travers des coûts incompressibles, elle contraint la taille de l'entreprise. Cette condition exprime que la valeur du produit marginal de la limite supèrieure imposée aux coûts incompressibles est égale à la somme du coût marginal associé à chaque facteur et des valeurs duales des coûts de production sur l'ensemble des périodes diminué de la valeur du produit marginal associé à la contribution des coûts incompressibles à la réduction des besoins futurs en revenu minimum. La structure de l'entreprise est ainsi conditionnée par ces facteurs qui sont eux mêmes reliés, par les conditions précédentes, aux coefficients de risque. En d'autres termes, ces conditions confirment que plus le comportement de l'entrepreneur sera risqué, plus il cherchera à accroitre la taille de son entreprise, toutes choses égales par ailleurs.

V. CONCLUSION

Le modèle théorique présenté dans le cadre de ce chapitre présente un double intérêt, théorique et pratique:

* l'intérêt théorique tient à la fois à la représentation du comportement général d'une firme aquacole, indépendemment de sa (ou ses) production(s), et à l'introduction du risque et de l'incertitude dans cette représentation. L'élaboration d'une fonction d'offre de produits aquacoles nécessite avant tout la mise en oeuvre d'un modèle compréhensif de l'entreprise, avant de procéder, par agrégation, à une tentative de représentation globale (voir annexes). Si l'on dispose d'une typologie fine des entreprises au niveau par exemple d'un bassin ostréïcole, il sera possible d'aggréger les modèles unitaires pour établir les déterminants de l'offre à ce niveau. L'intégration des paramètres de risque et/ou d'incertitudes est également importante dans ce but. BOUSSARD et PETIT (1967) ont montré que, lorsqu'ils tentaient de modèliser la production d'entreprises agricoles en zones irriguées, seuls les modèles associant les facteurs de risque conduisaient à une représentation correcte de la réalité. Lorsque les externalités biologiques de production seront mieux connues, il sera possible de tester ce modèle à l'échelle d'un bassin afin de comprendre la façon dont sont réparties et les surfaces ensemencées et les productions de différentes classes d'âge. Eventuellement il sera également possible d'interprêter la façon dont les ostréïculteurs répartissent leurs productions (donc leurs risques) entre les différentes zones d'un même bassin ou entre les bassins. Le schéma de travail sera analogue

pour les élevages aquacoles d'autres espèces et utilisant d'autres technologies.

* l'intérêt pratique est de fournir un outil à fonctions multiples, à l'usage des investisseurs, des organismes chargés de l'aménagement et des chercheurs. Aux investisseurs, le modèle est susceptible de montrer la faisabilité économique de leur projet, en associant à chaque activité son importance dans les résultats potentiels et son impact sur la réussite du projet au regard des objectifs et des réactions de l'investisseurs.