

SUR L'HYDRODYNAMIQUE DE LA BAIE DE SEINE. RESULTATS D'OBSERVATIONS ET DE  
MODELISATIONS.

LE PROVOST C. \*, FORNERINO M. \*\*, VILLARET C. \*.

L'hydrodynamique de la baie de la Seine ne peut être étudiée de façon isolée par rapport au reste de la Manche, et même de la totalité du plateau continental européen. Les oscillations de marées résultent d'un forçage venant de l'Atlantique, et leurs caractéristiques locales sont en fait étroitement liées aux déformations non linéaires que subissent ces ondes au cours de leur propagation depuis l'océan. Les circulations induites par les perturbations météorologiques intègrent elles aussi les réponses locales et globales.

Nos travaux de modélisation ont visé essentiellement l'étude de cette échelle globale, et l'insertion de zones côtières comme la baie de la Seine dans ce contexte d'ensemble. Compte tenu de leur emprise spatiale, nos modèles sont bidimensionnels et ne concernent que les transports moyens intégrés sur chaque verticale. Deux modèles ont été exploités. L'un couvre uniquement la Manche, avec une discrétisation élémentaire de 5 km., et donc une cellule de calcul de 10 x 10 km<sup>2</sup>. L'autre s'étend du Pas-de-Calais au rebord du plateau continental et comprend la mer Celtique, la Manche et le sud de la mer du Nord ; en raison de son extension spatiale, ce deuxième modèle est en coordonnées sphériques, avec une cellule de calcul de 1/12° de degré en latitude et 1/18° de degré en longitude. Une simulation de longue durée (1 mois) a été réalisée avec le premier modèle, permettant de reproduire les cycles semi mensuels et mensuels de la marée ; les conditions aux limites nécessaires à ces simulations ont été relevées dans l'"Atlas des composantes harmoniques de marées pour la Manche", publié par Chabert d'Hières et Le Provost (1979). Différentes simulations de courte durée, avec des situations de vent typiques, ont été effectuées sur le modèle de grande emprise, et analysées en termes de surcotes-décotes et de courants résiduels.

Des observations de niveaux et de courants de longue durée ont été réalisées depuis 1979 (Le Hir et l'Yavanc, 1985) et analysées en termes de composantes harmoniques de marée, d'une part, et de composantes résiduelles eulériennes d'autre part (Bertherat, Carcel et Le Provost, 1981). Un ensemble assez dense d'informations a ainsi été obtenu, apportant un certain éclairage sur l'inhomogénéité spatiale et la variabilité temporelle de ces grandeurs, et permettant une confrontation des résultats de modélisation avec la réalité.

Une analyse exhaustive de ces simulations numériques et une confrontation des résultats avec les observations ont permis d'apprécier le niveau de précision qui peut être atteint par ces approches :

\* Il a été prouvé qu'une telle modélisation, même avec une maille relativement grande, permet de traiter un spectre de marée fort complexe, et de reproduire fidèlement les processus de déformations non linéaires des ondes composan-

\* Institut de Mécanique de Grenoble - BP 68 - 38402 Saint Martin d'Hères.

\*\* Université de Zulia - Maracaibo - Vénézuéla.

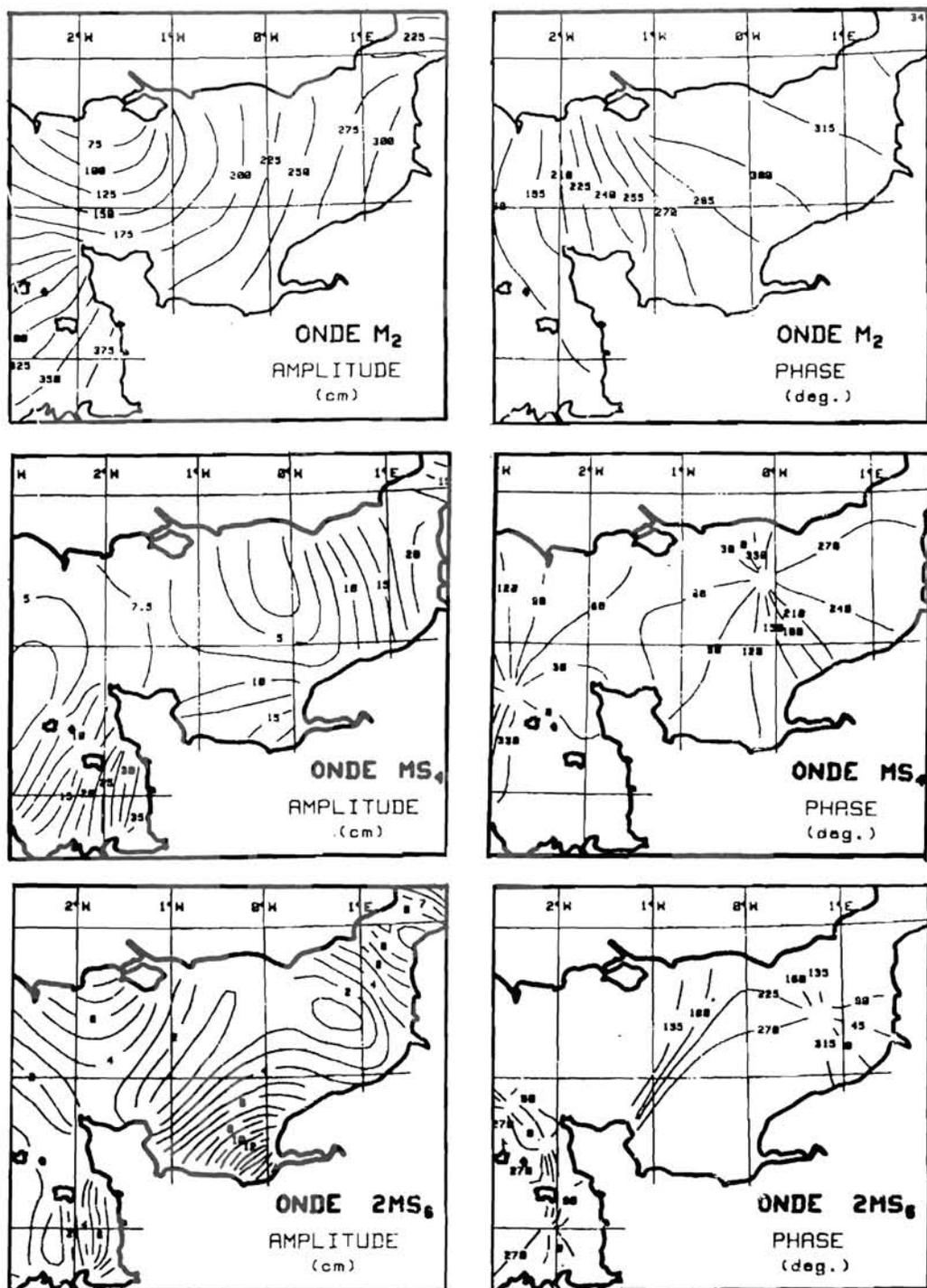


Figure 1 : Caractéristiques semi-diurnes (exemple  $M_2$ ), quart-diurnes (exemple  $MS_4$ ) et sixième-diurnes (exemple  $2MS_6$ ) des variations de la surface libre dues à la marée.

tes. (Le Provost et Fornerino, 1985).

\* L'utilisation des constantes harmoniques ainsi obtenues permet de reproduire ou prédire, à très faible coût, les variations des niveaux et des transports avec une précision meilleure que 10%, en tout point du domaine, et sur n'importe quelle période de temps. (Fornerino et Le Provost, 1985).

\* Ces simulations conduisent à des champs de courants résiduels cohérents qui semblent en accord avec les résultats des analyses des observations *in situ* (Le Provost et Fornerino, 1984).

Afin d'illustrer les traits essentiels de l'hydrodynamique de la baie de la Seine, quelques extraits des solutions ainsi établies sont présentés dans la suite de cet exposé.

#### Les variations du niveau de la surface libre.

La forme très particulière de la marée au Havre est bien connue, avec sa tenue du plein de 2 heures. Cette particularité résulte de la déformation de l'onde venant de l'Atlantique : sa propagation par faibles fonds à partir du rebord du plateau continental, plus de 600 km en amont, et la présence des caps de la Hague, de Barfleur, de la presqu'île de Portland et de l'île de Wight dans une zone de forts courants (plus de 10 noeuds en vives-eaux au cap de La Hague), entraînent un enrichissement exceptionnel du spectre du signal océanique dans cette zone. En termes harmoniques, ces déformations se traduisent par une amplification des composantes quart-diurnes et sixième-diurnes qui atteignent au fond de la baie des amplitudes de l'ordre de :

$M_4$  (25cm),  $MS_4$  (16cm),  $MN_4$  (8cm)  
 $M_6$  (15cm),  $2MS_6$  (15cm),  $2MN_6$  (11cm)

pour des ondes fondamentales d'amplitudes :

$M_2$  (261cm),  $S_2$  (88cm),  $N_2$  (48cm)

Cette déformation de la marée n'est pas localisée à l'estuaire de la Seine, elle se retrouve très loin au large, et affecte en fait toute la baie de la Seine. Nous présentons à titre d'illustration les réseaux d'égaux amplitudes et d'égaux phases des ondes suivantes :

- $M_2$  : Onde dominante, typique des composantes semi-diurnes d'origine astronomique, avec un point amphidromique virtuel à la longitude de  $2^\circ W$ .
- $MS_4$  : Onde d'interaction entre  $M_2$  et  $S_2$ , montrant l'allure des ondes quart-diurnes, avec deux points amphidromiques, en Manche Ouest et Est et la faible amplification de ces ondes en Baie de Seine.
- $2MS_6$  : Onde non linéaire, aussi d'interaction entre  $M_2$  et  $S_2$ , typique des composantes sixième-diurnes, avec leur résonance exceptionnelle dans la Baie de Seine, résultant d'une oscillation transversale entre l'estuaire de la Seine et les côtes anglaises de Portland à Southampton.

#### Les courants instantanés.

Pour caractériser un champ de courant, il est nécessaire d'utiliser quatre paramètres : l'amplitude, la direction et la phase du maximum de courant, ainsi que l'ellipticité de la rose de courant (rapport de l'intensité du petit axe au grand axe). A titre d'illustration, les réseaux relatifs aux ondes  $M_2$ ,  $M_4$  et  $M_6$  sont présentés sur la figure 2. On peut noter :

- Pour les ondes semi-diurnes 1) une augmentation de l'intensité du courant du fond de la baie vers la pointe de Barfleur, 2) une rotation de la direction principale de ce courant de  $330^\circ$  (c'est à dire  $-30^\circ$  par rapport au Nord) le long du Cotentin, à  $240^\circ$  (c'est à dire  $-60^\circ$ /Nord) au large d'Antifer, 3) un accroissement très important de l'ellipticité de la rose de courant dans la partie est de la baie.

- Pour les ondes quart-diurnes, 1) une augmentation de l'amplitude dans la partie est de la baie, 2) un accroissement très important de l'ellipticité dans la partie centrale de la baie, entre Barfleur et Antifer.

- Pour les ondes sixième-diurnes 1) une augmentation de l'amplitude vers Barfleur, 2) une direction presque constante (environ  $-30^\circ/N$ ); 3) une faible ellipticité.

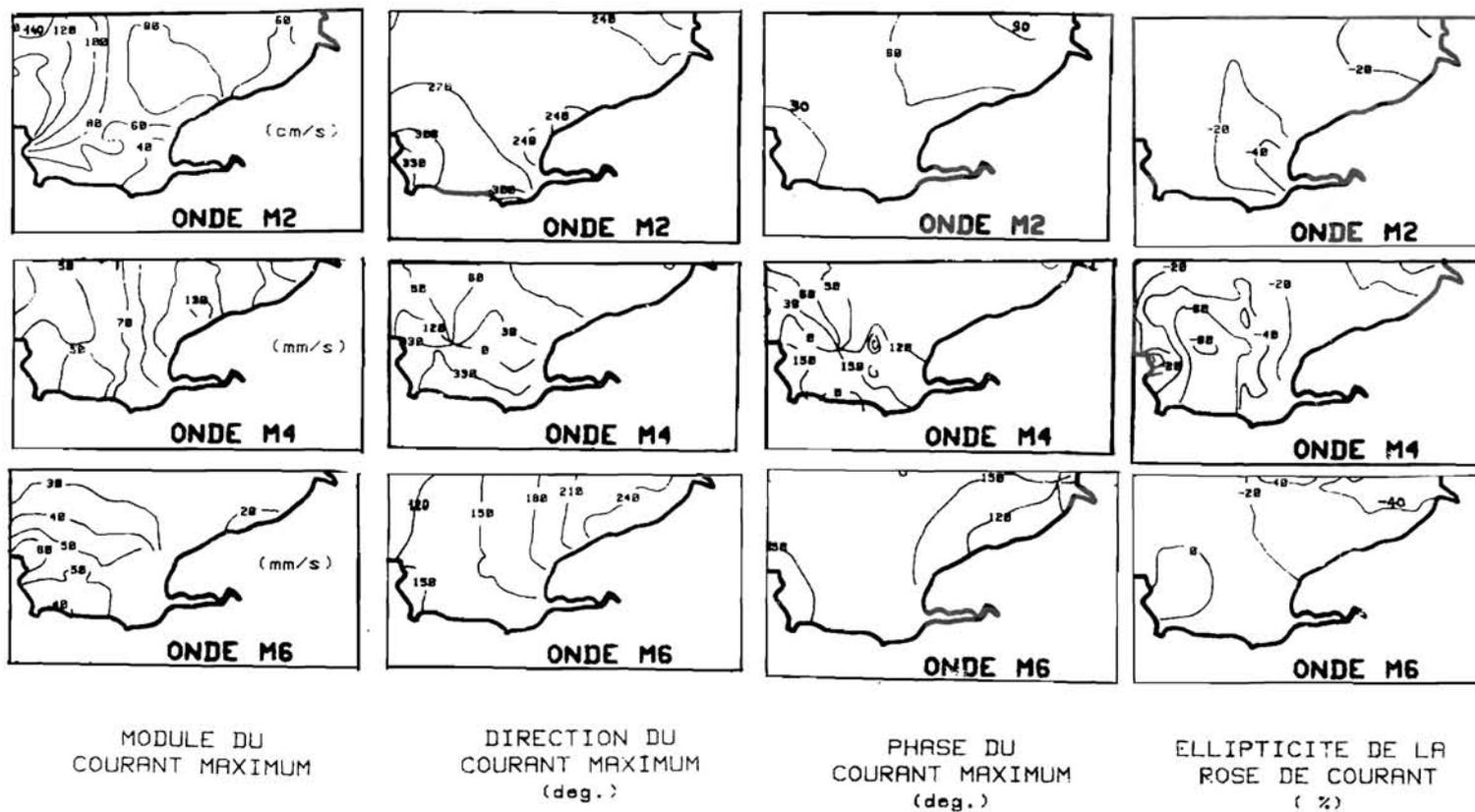


Figure 2 : Caractéristiques semi-diurnes (exemple  $M_2$ ), quart-diurnes (exemple  $M_4$ ) et sixième-diurnes (exemple  $M_6$ ) des courants de marée.

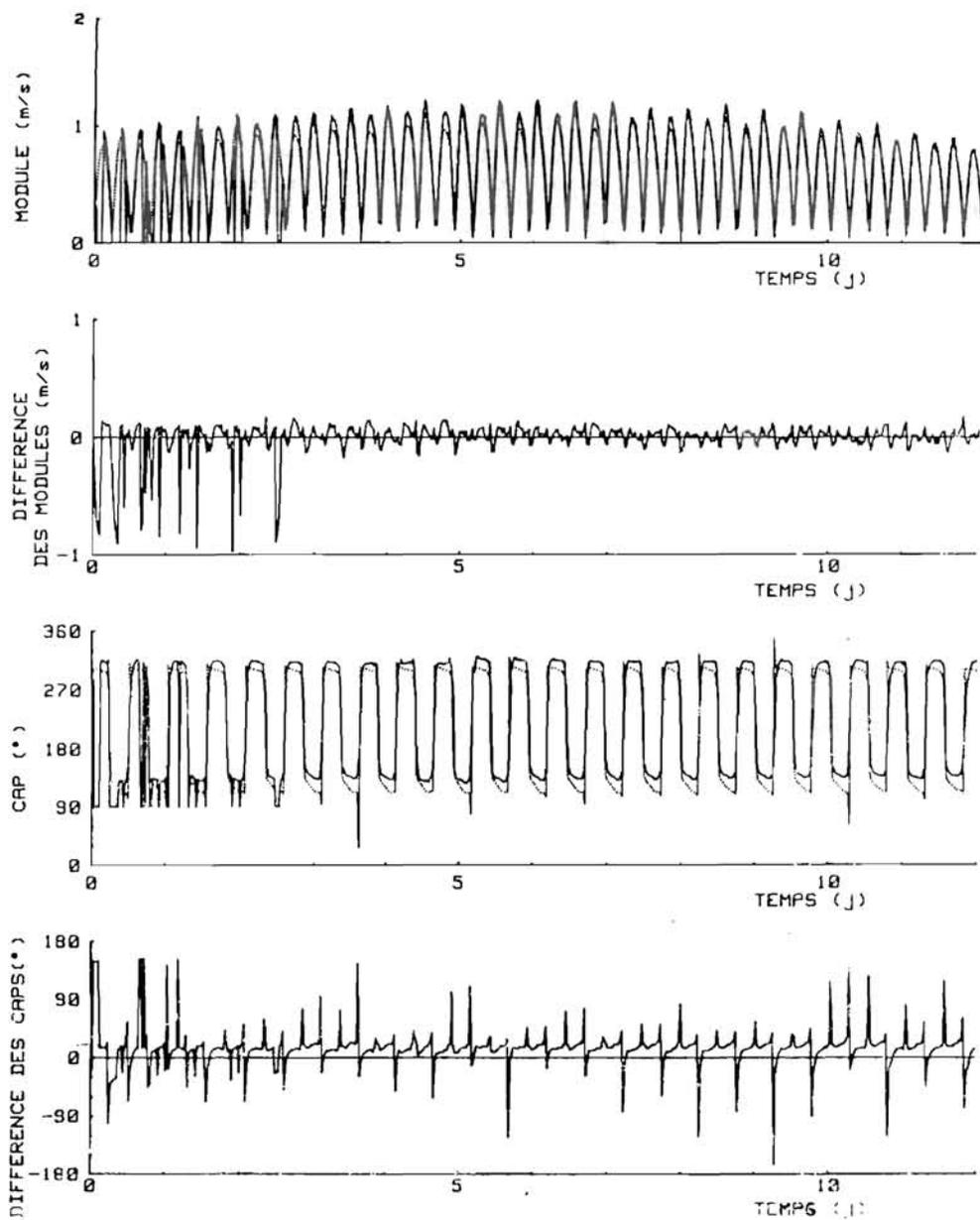


Figure 3 : exemple de comparaison entre prédiction (trait pointillé) et observation (trait plein) au point de coordonnées (49° 41' N , 0° 50' W).

Tous ces traits sont en accord avec les résultats des analyses des observations faites dans cette zone au cours des années 79, 81 et 82. La composition de ces différentes ondes conduit à des hodographes de courants fort complexes (Salomon, 1985). La connaissance de ces différentes composantes permet désormais d'effectuer des prédictions du courant instantané, à moindre coût, sur toute la Baie de Seine (et toute la Manche), à n'importe quel instant. Un exemple est présenté sur la figure 3: une observation du courant a été réalisée à mi-profondeur en ce point situé au large de Barfleur. Cette figure illustre la qualité de la prédiction réalisée à partir des informations données par le modèle numérique :

- Les écarts entre l'amplitude du courant prédit et celui observé sont très faibles (6,6 cm/s en valeur quadratique - Les écarts importants observables au début de l'enregistrement proviennent d'un mauvais fonctionnement de l'appareil de mesure). On peut noter que les courants prédits sont parfaitement en phase avec les courants réels.

- Un écart systématique affecte le cap prédit (35° d'écart type). Le modèle numérique comporte probablement un biais dans cette zone, dû à la taille de la maille de calcul. Mais il faut aussi mentionner que les courantomètres ont une imprécision de  $\pm 7^\circ$  sur les caps.

#### Les courants résiduels.

Une communication est consacrée à ce problème. Il n'y a donc pas lieu de développer ce point ici. Soulignons simplement que notre simulation réalisée sur un mois a conduit à l'identification des modulations semi-mensuelles et mensuelles du courant résiduel eulérien. (Le Provost et Fornerino, 1984). Ces modulations ont été clairement observées sur les observations *in situ*.

#### CONCLUSION

Avec ces modèles nous disposons maintenant d'outils donnant des informations relativement sûres sur l'hydrodynamique des courants dans la Manche et la Mer Celtique. Ces modèles globaux apportent en particulier les conditions aux limites nécessaires pour les modèles locaux de haute résolution. (Salomon, 1985, Thouvenin et Salomon, 1985). Comme nous l'avons déjà noté précédemment, la qualité des solutions obtenues est étonnante, compte tenu des maillages utilisés, mais elles demandent à être encore améliorées, pour pouvoir atteindre la composante résiduelle du courant. Des efforts de recherche sont donc à faire dans ce sens, au niveau des techniques de calcul (raffinement du maillage en certaines zones), des paramétrisations (frottement de fond, dissipations latérales), et de la prise en compte de la dimension verticale.

- 
- Bertherat C., Carcel R. & Le Provost C. (1981).- Analyse de courants et de niveaux en Baie de Seine. Rapport interne IMG-N° 79/6041.
- Chabert d'Hières G. & Le Provost C. (1979).- Atlas des composantes harmoniques de la marée dans la Manche. Annales Hydrog., Vol. 6, Fasc. 3, pp. 5-36.
- Fornerino M. & Le Provost C. (1985).- Un modèle de prédiction des courants de marée dans la Manche. International Hydrographic Review. Monaco. LXII (2) pp. 143-166
- Le Hir P. & L'Yavanc J. (1985).- Observations de courant en Baie de Seine. Ce volume, N° 1.
- Le Provost C. & Fornerino M. (1984).- Les courants résiduels dans un modèle bidimensionnel de marées littorales. L'Hydraulique et la maîtrise du littoral, question IV, rapport n° 5.
- Le Provost C. & Fornerino M. (1985).- Tidal spectroscopy of the English Channel with a numerical model. Journal of Physical Oceanography. 15 pp. 1009-1031.
- Salomon J.C. (1985).- Courantologie calculée en Baie de Seine. Ce volume, N° 2.
- Thouvenin B. & Salomon J.C. (1985).- Modèle tridimensionnel de circulation et de dispersion. Ce volume, N° 4.

4  
 MODELE TRIDIMENSIONNEL DE CIRCULATION ET DE DISPERSION.

THOUVENIN B. \*, SALOMON J.C. \*.

1. Introduction

Le régime des courants marins en Baie de Seine est influencé par la forme du fond, des côtes et par les différences de densité que provoquent les apports fluviaux dans la partie est. Ceci leur confère un caractère tridimensionnel que l'on passe souvent sous silence parce que difficile à observer et à étudier.

Pourtant, les moyens de calcul modernes permettent d'étudier cette question sous l'angle de la modélisation numérique :

. Leendertse et Liu (1975, 1978) ont abordé ce problème par des modèles à couches multiples.

. Forristall (1974), Heaps (1971, 1980), Nihoul (1977), Davis et Owen (1979) et Le Hir (1980) ont découplé le calcul de la structure verticale de celui du champ moyen horizontal.

. On peut aussi séparer les modes barotropes et baroclines, ce qu'ont fait Sheng *et al.* (1978) ou Blumberg et Mellor (1980).

Nous avons choisi de résoudre directement les équations de l'hydrodynamique en utilisant la technique présentée par Hamilton (1975-1976) pour traiter les conditions aux limites supérieures et inférieures. Un modèle bidimensionnel en plan vertical (x,z) de ce type avait déjà été appliqué avec succès sur plusieurs sites littoraux (Hamilton, 1975, sur le canal de Rotterdam ; de Borne de Grandpré, 1979, sur l'estuaire de la Gironde ; Salomon, 1981, sur l'estuaire de la Seine ; de Borne de Grandpré *et al.*, 1981, sur l'estuaire du Saint Laurent).

Nous avons repris cette méthode générale, et développé le modèle sur la coordonnée transversale y.

2. Formulation mathématique

Le modèle résoud les équations de Navier-Stokes, qui s'écrivent de la manière suivante, dans le repère orthonormé direct (0,x,y,z) :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - fv + ag (\zeta - z) \frac{\partial \bar{S}}{\partial x} + g \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x}$$

$$= \frac{1}{\rho} \left[ N'_{xx} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + N'_{yy} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left( N'_{xz} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \quad (1)$$

\* Laboratoire d'Océanographie Physique, Université de Bretagne occidentale, 29283 Brest Cedex.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + fu + ag(\zeta - z) \frac{\partial \bar{S}}{\partial y} + g \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial y}$$

$$= \frac{1}{\rho} \left[ N'_{yx} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + N'_{yy} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left( N'_{yz} \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial S}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial S}{\partial y} \right)$$

$$- \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial S}{\partial z} \right) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \quad (5)$$

$$\rho = \rho_0 (1 + aS) \quad a = 0,78 \cdot 10^{-3} \quad (6)$$

Dans ces équations, on a fait les hypothèses suivantes :

- approximation hydrostatique ;
- approximation de Boussinesq ;
- incompressibilité de l'eau ;
- forces astrales négligeables ;
- paramètre de Coriolis constant.

(u,v,w) sont les composantes de la vitesse selon les 3 axes (l'axe vertical étant dirigé vers le haut), f est le paramètre de Coriolis, S est la salinité,  $\zeta$  l'élévation de la surface et  $\rho_0$  la masse volumique de l'eau douce. Les coefficients  $N'/\rho = N$  et K sont les coefficients de viscosité et de diffusion turbulente qui paramètrent les échanges turbulents selon les trois axes. On considère les coefficients horizontaux constants dans l'espace et dans le temps.

Les gradients horizontaux de pression dans les équations (1) et (2) sont exprimés à partir de l'équation hydrostatique (5) et de l'équation d'état (6) en fonction de la pente de la surface et du gradient horizontal de la salinité moyenne S sur la verticale.

L'équation de la continuité (3) est transformée par le biais de deux intégrations différentes pour obtenir les variations de la surface de l'eau et la valeur de la vitesse verticale à chaque profondeur.

Par intégration entre le fond (-h) et la surface ( $\zeta$ ), il vient :

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

avec :

$$\bar{U} = \int_{-h}^{\zeta} u dz \quad \bar{V} = \int_{-h}^{\zeta} v dz$$

De la même manière, il vient :

$$w(x,y,z) = - \int_{-h}^z \frac{\partial u}{\partial x} dz - \int_{-h}^z \frac{\partial v}{\partial y} dz \quad (8)$$

On obtient ainsi 5 équations 1, 2, 4, 7, 8 que l'on résout directement en conservant les termes non linéaires. Une approximation supplémentaire a été introduite à ce stade pour simplifier les calculs : les salinités moyennes  $\bar{S}(x,y)$  sont approximées en salinités ponctuelles  $S(x,y,z)$ , ce qui restreint les applications du modèle à des estuaires peu stratifiés ou dont les profils verticaux de salinité sont peu différents sur l'horizontale. Cette restriction pourrait aisément être levée en incorporant au modèle le calcul de l'intégrale des salinités sur la verticale.

Les intégrales de chaque composante  $u$  et  $v$  et les débits d'eau  $U$  et  $V$  sont calculés en considérant chaque variable comme une fonction continue de la profondeur. Les intégrales peuvent alors être évaluées de façon précise à l'aide de fonctions splines à une dimension rejoignant les points de calcul et satisfaisant les conditions aux limites à la surface et au fond. Cette procédure permet également d'extrapoler leurs valeurs en des points virtuels extérieurs au domaine d'intégration qui sont utilisés dans les expressions en différences finies lorsque deux colonnes d'eau voisines n'ont pas le même nombre de points sur la verticale. Cette technique, qui fait l'originalité de ce modèle tridimensionnel, permet de résoudre les équations en tenant compte de la forme réelle du domaine et de ses variations temporelles.

La méthode d'intégration numérique a été décrite en détail par Thouvenin (1983) et Thouvenin *et al.* (1984).

### 3. Tests de validation

Pour vérifier le fonctionnement correct du modèle, on a réalisé plusieurs essais de validation dans des cas schématiques pour lesquels on disposait soit de solutions analytiques, soit de résultats d'autres modèles. On a envisagé successivement : l'effet du vent sur un océan infini, les mouvements d'inertie, les courants de densité dans un bassin rectangulaire, la propagation et la réflexion d'une onde de type Kelvin, et l'effet d'un sillon oblique dans un canal. Ces essais sont détaillés dans les publications citées plus haut.

Le modèle a, ensuite, été appliqué à la Baie de Seine pour reproduire les champs de courant tridimensionnels et l'advection/dispersion du sel.

### 4. Application à la Baie de Seine

Certaines caractéristiques de la marée dans la Baie rendent sa modélisation particulièrement délicate :

- le rapport marnage/profondeur est important ;
- la courbe des niveaux est fortement déformée, elle présente à la fois un front raide et une "tenue de plein" ;
- les profondeurs varient beaucoup entre l'ancienne vallée de la Seine (45 m) et les petits fonds de l'estuaire et du Sud de la Baie ;
- la frontière ouverte est très longue.

La limite de la zone a été choisie sur le parallèle joignant Antifer à Barfleur.

Les pas d'espace sont de 4 km dans le plan horizontal et de 4 m dans le plan vertical (Fig. 1).

Les conditions aux limites et les conditions initiales, pour les courants et les niveaux, sont fournies par le modèle bidimensionnel horizontal de la Baie (Salomon, 1985 dans ce même recueil), dont le pas d'espace est de 2 km.

Les conditions initiales de salinité sont issues de mesures sur le site.

La situation que nous avons choisie correspond à la journée du 3 octobre 1978 dans une période de vives eaux, le débit fluvial de la Seine étant égal à 450 m<sup>3</sup>/s.

- DE BORNE DE GRANDPRE C., EL SABH M.I. et SALOMON J.C. (1981).- A two-dimensional numerical model of the vertical circulation of tides in the Saint-Lawrence estuary. Estuarine, Coastal Shelf Sci., 12 : 375-387.
- FORRISTALL G.Z. (1974).- Three dimensional structure of storm generated currents. J. Geophys. Res., 79 : 2721-2729.
- HAMILTON P. (1975).- A numerical model of the vertical circulation of tidal estuaries and its application of the Rotterdam Waterway. Geophys. J.R. Astron. Soc., 40 : 1-21.
- HAMILTON P. (1976).- On the numerical formulation of a time dependent multi-level model of an estuary, with particular reference to boundary conditions. Estuarine Processes, 2, Martin Wiley ed.
- HEAPS N.S. (1971).- On the numerical solution of the three dimensional hydrodynamical equations for tides and storm surges. Mem. Soc. R. Sci., Liège, 6, 2 : 143-180.
- HEAPS N.S. (1980).- Spectral method for the numerical solution of the three dimensional hydrodynamic equations for tides and surges. In : Notes on coastal and estuarine studies, mathematical modelling of estuarine physics, edited by J. Sundermann et al., Springer-Verlag, Berlin, 75-89.
- LEENDERTSE J.J. et LIU S.K. (1975).- Three dimensional flow simulation in estuaries. The Rand Paper Series, 5452.
- LEENDERTSE J.J. et LIU S.K. (1978).- A three dimensional turbulent energy model for non homogeneous estuaries and coastal sea systems. In : Hydrodynamics of estuaries and fjords, edited by J.C.J. Nihoul, Elsevier, Amsterdam, 387-405.
- LE HIR P. (1980).- Calcul par modélisation numérique de la structure verticale des courants et application à la baie de Seine. Thèse de 3ème Cycle, Université de Bretagne Occidentale, 122 p.
- NIHOUL J.C.J. (1977).- Three dimensional model of tides and storm surges in a shallow well mixed continental sea. In : Dynamics in atmosphere and oceans, 2, edited by J.C.J. Nihoul, Elsevier, Amsterdam, 29-47.
- SALOMON J.C. (1981).- Modelling the turbidity maximum in the Seine estuary. In : Ecohydrodynamics, edited by J.C.J. Nihoul, Elsevier, Amsterdam.
- SALOMON J.C. et LE HIR P. (1981).- Etude de l'estuaire de la Seine. Modélisation numérique des phénomènes physiques. Université de Bretagne Occidentale, 286 p.
- SHENG Y.P., LICK W., GEDNEY R.T. et MOLLS F.B. (1978).- Numerical computation of three dimensional circulation in lake Erie. A comparison of a free-surface model and a rigid-lid model. J. Geophys. Oceanogr., 8 : 713-727.
- THOUVENIN B. (1983).- Modèle tridimensionnel de circulation et de dispersion pour des régions côtières à marée. Thèse de 3ème Cycle, Université de Bretagne Occidentale, 269 p.
- THOUVENIN B. et SALOMON J.C. (1984).- Modèle tridimensionnel de circulation et de dispersion en zone côtière à marée. Oceanologica Acta, Vol. 7, N° 4 : 417-429.