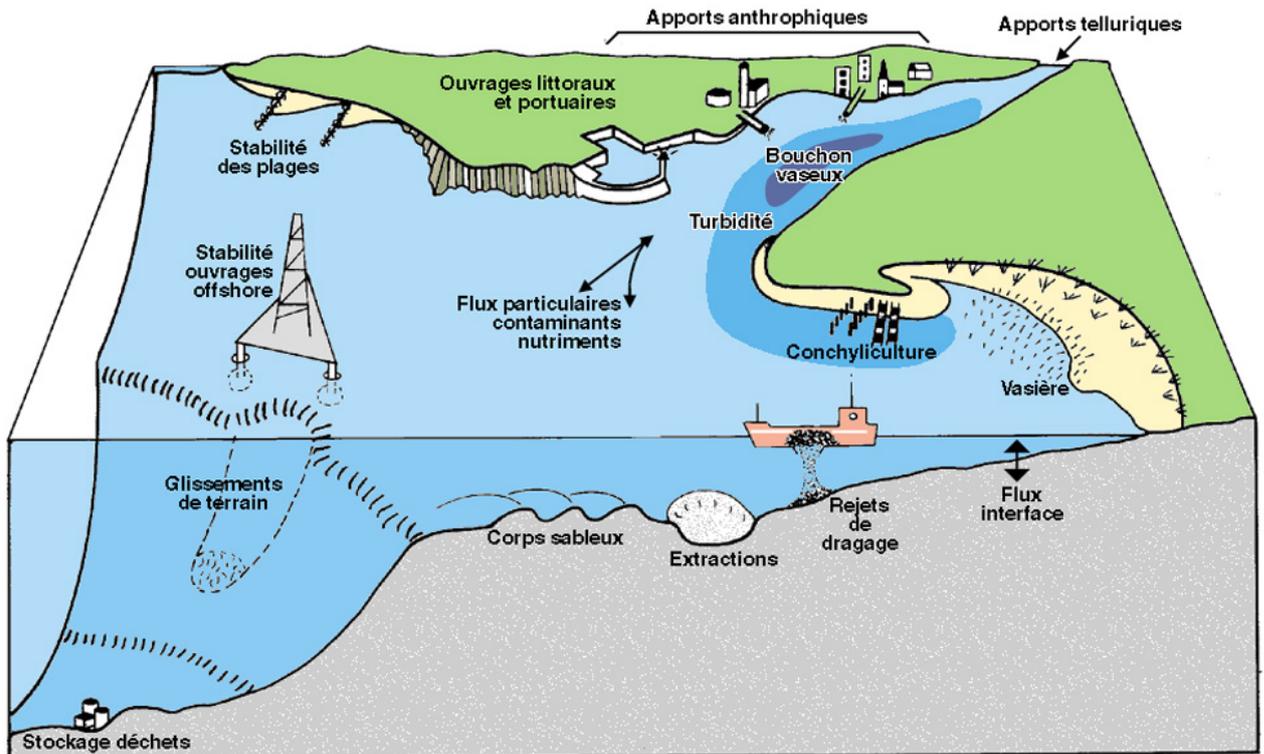


Département Dynamiques de l'Environnement Côtier (DYNECO)

# AIDE MEMOIRE DE DYNAMIQUE SEDIMENTAIRE

Pierre Le Hir



7<sup>ème</sup> édition

Laboratoire  
PHYSED  
Centre IFREMER de BREST  
BP 70, 29280 Plouzané  
France



**IFREMER**  
**Centre de BREST**  
 B.P. 70  
 29280 PLOUZANÉ

**Département DYNECO**  
**Laboratoire PHYSED**

<b>AUTEUR(S) :</b>  <b>Pierre LE HIR</b>	<b>CODE :</b>  N° :
<b>TITRE</b> <b>Aide mémoire de dynamique sédimentaire</b>	<b>Date : Novembre 2008</b>  <b>1<sup>er</sup> tirage : 20 ex.</b>
<b>CONTRAT</b> (intitulé) N°	<b>DIFFUSION</b>  Libre : X Restreinte : Confidentielle :

#### **RESUME**

Aide mémoire et formulaire de dynamique sédimentaire en milieu côtier : lois de frottement, comportement des sédiments cohésifs et non cohésifs, flux d'érosion/dépôt, calcul du transport solide... Introduction à la modélisation mathématique.

1<sup>ère</sup> édition : février 1991  
 2<sup>ème</sup> édition : mars 1994  
 3<sup>ème</sup> édition : janvier 1996  
 4<sup>ème</sup> édition : janvier 1999  
 5<sup>ème</sup> édition : janvier 2003  
 6<sup>ème</sup> édition : janvier 2006  
 7<sup>ème</sup> édition : novembre 2008

#### **ABSTRACT**

Coastal sediment dynamics memorandum (friction laws, transport rate and mathematical modelling for cohesive and non cohesive sediments).

**Mots-clés** : Dynamique sédimentaire - sédiments non cohésifs, sédiments cohésifs, fonctions de transport, modélisation mathématique, couche limite, contrainte de cisaillement au fond.

**Key words** : Sediment dynamics, non cohesive sediments, cohesive sediments, transport rate, mathematical modelling, boundary layer, bottom shear stress.

## Avertissement

Le présent aide mémoire n'est pas un cours de dynamique sédimentaire mais plutôt un formulaire. Son utilisation suppose une connaissance préalable des processus concernés<sup>1</sup>.

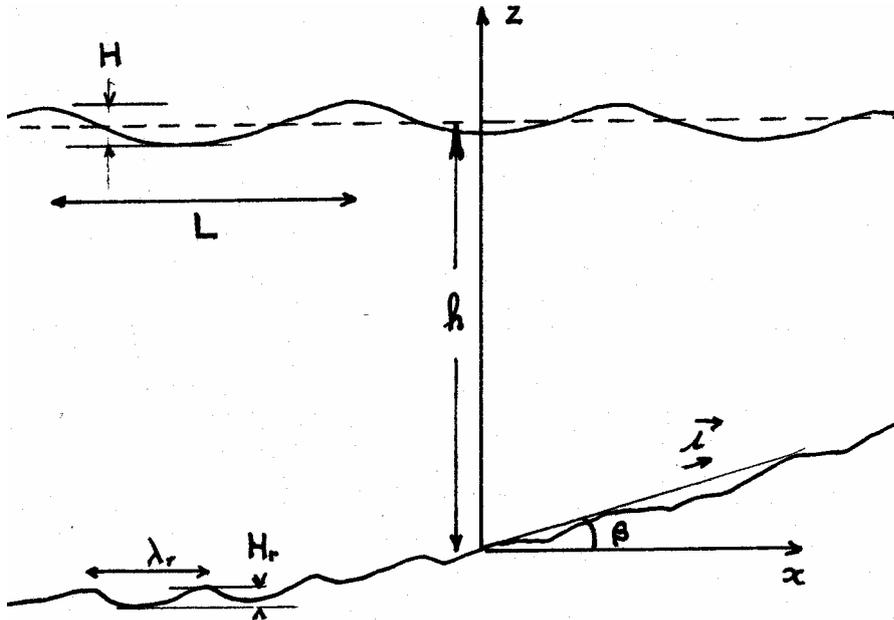
Dans ce rapport sont présentées successivement les formulations de base utilisées pour le calcul des forçages hydrodynamiques ainsi que les principales lois de comportement des sédiments, en vue de permettre au lecteur de mener à terme un calcul élémentaire de transport de sédiments.

1 Ce document constitue en particulier un soutien au cours oral de dynamique sédimentaire donné dans le cadre du MASTER recherche 2<sup>ème</sup> année de physique à l'Université de Bretagne Occidentale, et en 3<sup>ème</sup> année de l'ENSIETA.

5  
**SOMMAIRE**

<b>PRINCIPALES NOTATIONS</b> .....	4
<b>Introduction</b>	
Forçages, mécanismes et conséquences sur le milieu côtier .....	7
« Dualité des processus » .....	8
Typologie granulométrique des sédiments .....	9
<b>1. Forçage hydrodynamique</b> .....	11
1.1. Frottement lié à un courant	
1.1.1. Expression de la contrainte de cisaillement .....	12
1.1.2. Structure verticale des vitesses .....	14
1.1.3. Expression de la longueur de rugosité .....	15
1.1.4. Autres formules de frottement.....	18
1.1.5. Amortissement de la turbulence .....	19
1.2. Frottement lié aux vagues (houle, clapot)	
1.2.1. Rappel : modèle de houle linéaire.....	20
1.2.2. Cisaillement exercé sur le fond .....	22
1.3. Frottement induit par la superposition houle + courant.....	25
<b>2. Comportement des sédiments</b>	
2.1. Sédiment non cohésif	
2.1.1. Vitesse de chute.....	30
2.1.2. Mise en mouvement .....	32
2.1.3. Modes de transport .....	34
2.1.5. Caractéristiques des ondulations du fond .....	38
2.1.6. Tri granulométrique/pavage .....	42
2.2. Sédiment cohésif .....	43
2.2.1. Vitesse de chute/floculation/dépôt .....	44
2.2.2. Erosion .....	51
2.2.3. Tassement.....	54
2.3. Sédiments mixtes .....	57
<b>3. Modélisation mathématique</b>	
Stratégies de modélisation.....	60
3.1 Calcul paramétrique du transport solide, capacité de transport.....	61
3.2 Modélisation hors équilibre .....	68
3.3 Modélisation par advection/dispersion de matière .....	70
3.4 Modèles morphologiques .....	71
<b>BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE</b> .....	72

## PRINCIPALES NOTATIONS



- A : excursion des particules fluides au fond, pendant une demi période de houle  
 C : concentration (massique, en  $\text{kg.m}^{-3}$ )  
 $C_v$  : concentration volumique (adimensionnelle,  $< 1$ )  
 D : diamètre (moyen) des particules  
 $D^*$  : diamètre adimensionnel  
 e : indice des vides = volume des vides/volume des solides  
 g : accélération de la pesanteur  
 h : hauteur d'eau  
 H : hauteur (crête à creux) de la houle  
 $H_r$  : hauteur (crête à creux) des rides  
 k : énergie cinétique (aussi : coeff. frottement de Strickler ; perméabilité)  
 $k_s$  : coefficient de rugosité de Nikuradse  
 $K_z$  : diffusivité verticale turbulente  
 l : longueur de mélange  
 L : longueur d'onde  
 $N_z$  : viscosité turbulente (= diffusivité verticale turbulente de la quantité de mouvement)
- p : porosité  
 P : pression  
 q ( $q_s, q_c$ ) : débit solide (par suspension, par charriage, sous forme volumique ou massique)  
 $q^*$  : débit solide adimensionnel  
 Ri : nombre de Richardson  
 s : ( $= \rho_s/\rho$ ) densité relative des particules dans l'eau  
 T : période de houle  
 u : courant horizontal  
 $\bar{u}$  : courant horizontal moyen sur la verticale  
 $u_*$  : vitesse de frottement  
 $U_b$  : valeur maximum de la vitesse orbitale de houle, près du fond

$w$ :	vitesse verticale
$W_s$ :	vitesse de chute
$z_0$ :	longueur de rugosité
$\beta$ :	pente du fond
$\theta$ :	paramètre de mobilité de Shields
$\kappa$ :	constante de Karman
$\lambda_r$ :	longueur d'onde des rides
$\nu$ :	viscosité cinématique de l'eau $\nu [\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}] = 10^{-6} \cdot (1,14 - 0,013 (T_e - 15) + 0,00068 (T_e - 15)^2)$ où $T_e$ : température ( $^{\circ}\text{C}$ )
$\rho_w$ :	densité de l'eau $\rho [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}] = 1000 + 1,455 (Cl) - 0,0065 (T_e - 4 + 0,4 Cl)^2$ où $Cl$ : chloronité ( $\text{‰}$ ) et $S$ : [salinité, $\text{‰}$ ] = $0,03 + 1,805 Cl$
$\rho_s$ :	densité des grains (densité sèche du sédiment) [quartz, argile... $2650 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]
$\sigma (\sigma')$ :	contrainte (contrainte effective)
$\tau$ :	contrainte de cisaillement
$\tau_b$ :	contrainte de cisaillement au fond (b = bottom)
$\tau_c, \tau_{w\max}$ :	cisaillement généré par le courant, la houle
$\tau_{ce}, \tau_{cd}$ :	cisaillement critique pour l'érosion, le dépôt
$\phi$ :	angle entre le courant et la direction de propagation des vagues (aussi : angle de frottement interne d'un sédiment pulvérulent).

### Equivalences densités $\leftrightarrow$ concentrations (milieu bi-phasique, saturé)

$p$ :	porosité ( $= V_w/V_t$ )
$e$ :	$p/(1 - p)$
$p$ :	$e/(1 + e) = 1 - C/\rho_s$
$w$ :	teneur en eau = $\rho_w V_w/(\rho_s V_s)$
$w$ :	$\frac{\rho_w}{c} - \frac{\rho_w}{\rho_s}$
$C_v$ :	$1/(1 + e) = V_s/V_t = 1 - p$
$C$ :	$\rho_s/(1 + e) = \rho_s \cdot (1 - p)$
$\rho$ :	$(\rho_s + \rho_w \cdot e)/(1 + e)$
$\rho$ :	$\rho_w + C \cdot (\rho_s - \rho_w)/\rho_s$

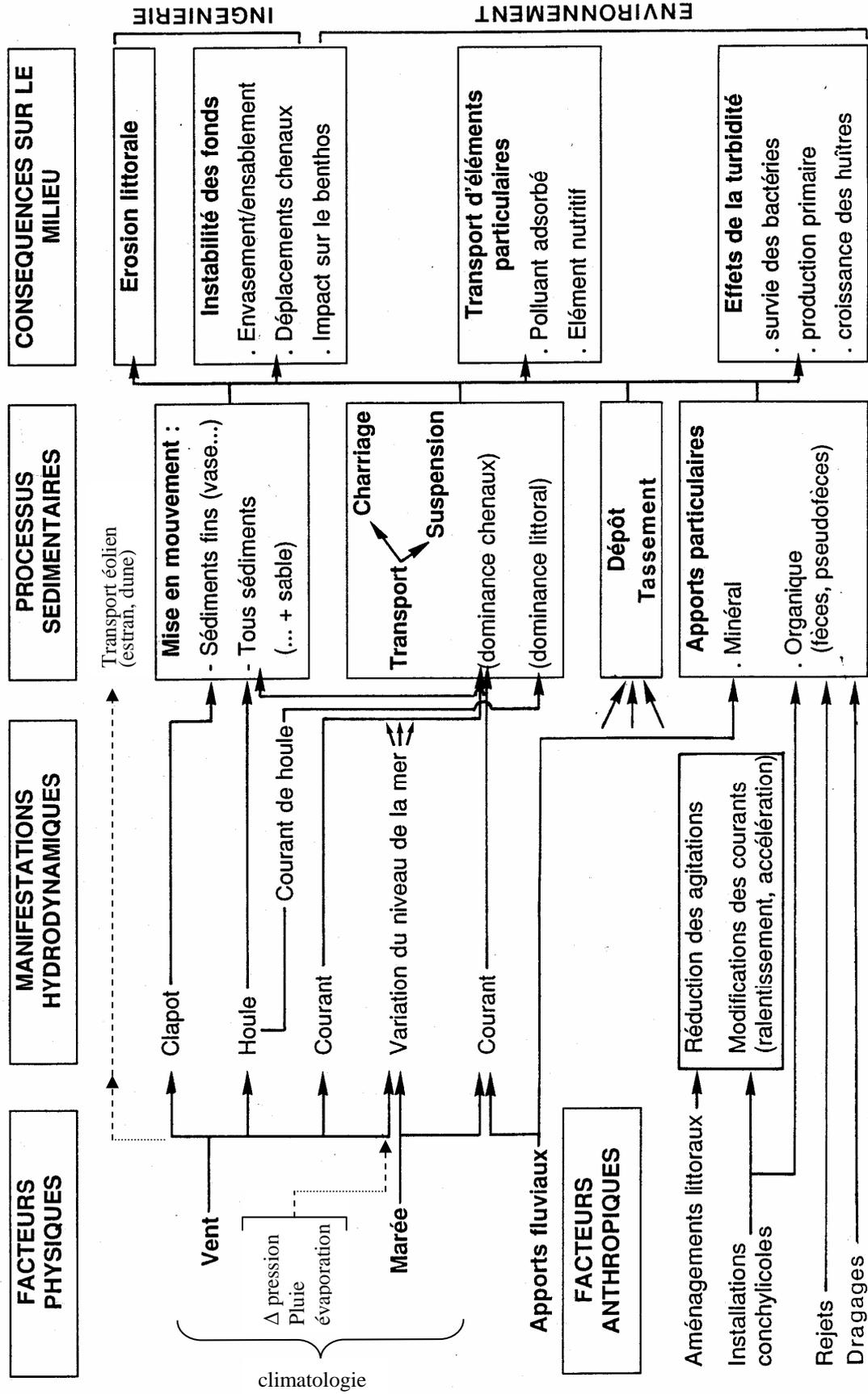
$$V_t \left\{ \begin{array}{l} V_s, \rho_s \\ V_w, \rho_w \end{array} \right\} \rho$$

NB :  $1 \text{ dyne} = 10^{-5} \text{ N}$   
 $1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^{-2} = 0.1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2} = 0.1 \text{ Pa}$

**RAPPELS**

**INTRODUCTIFS**

# DYNAMIQUE SEDIMENTAIRE EN MILIEU LITTORAL



## DUALITE DES PROCESSUS

2 types de transport :

<p>transport près du fond</p> <p><i>charriage / saltation</i></p> <p><i>vitesses horizontales ≠</i></p>	<p>transport dans colonne d'eau</p> <p><i>suspension</i></p> <p><i>vitesses horizontales ident.</i></p>
<p>2 types de matériaux :</p> <p>sédiments non cohésifs</p> <p><i>galets → sables</i></p>	<p>sédiments cohésifs</p> <p><i>sables fins → vases</i></p>

2 types de forçage :

*avec interaction non-linéaire*

### COURANT

marée, vent, gradients de densité

cisaillement au fond / transport

→ *modèles hydrodynamiques 3D, 2D, 1D*

### HOULE

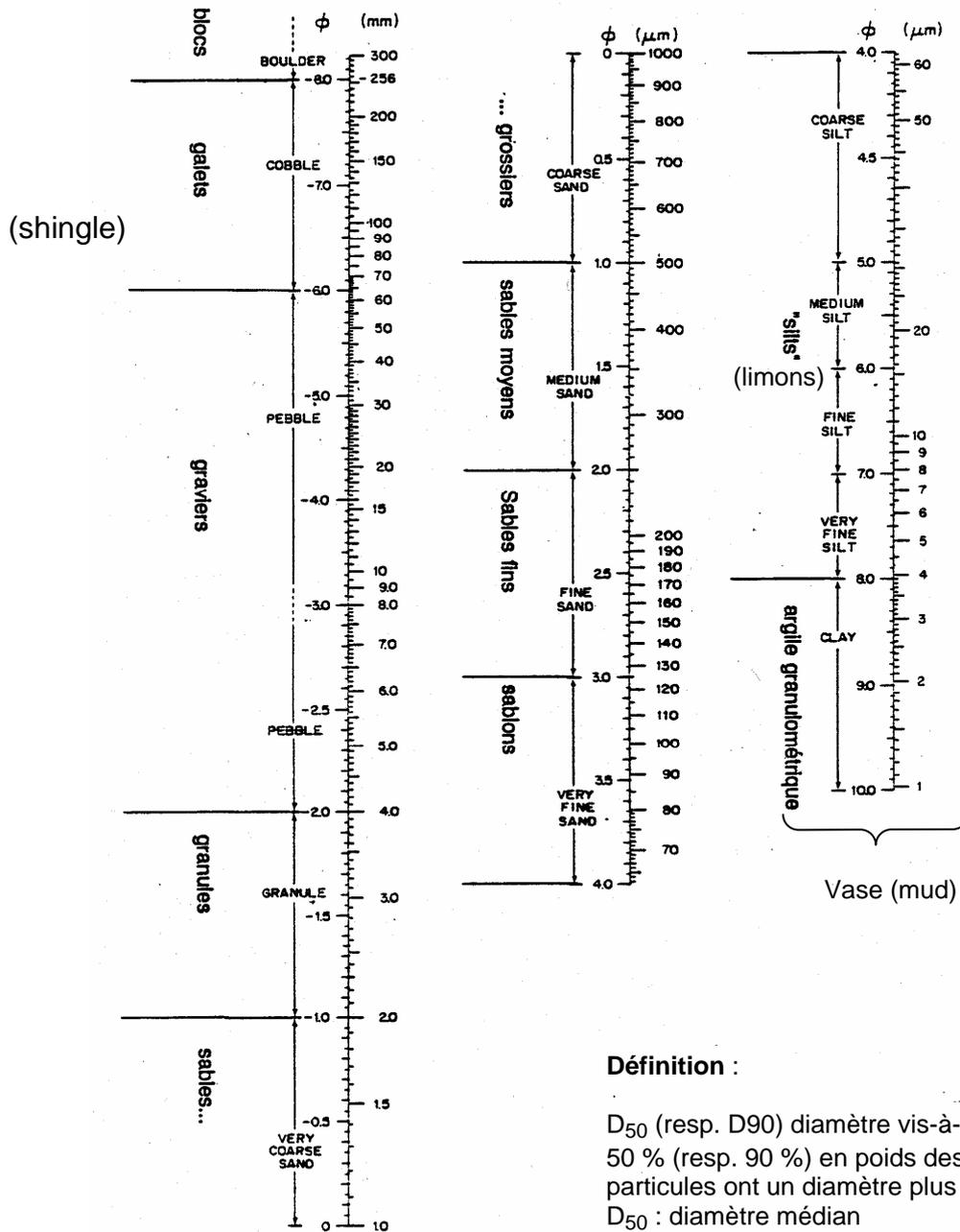
cisaillement au fond /  $\Delta$  pression

+ courant de houle + « undertow »

→ *modèles de propagation*

*(génération, réfraction, diffraction, réflexion, dissipation, déferlement)*

Table 1 : Typologie granulométrique des sédiments. (D'après DYER, 1985)



**Définition :**

$D_{50}$  (resp.  $D_{90}$ ) diamètre vis-à-vis duquel 50 % (resp. 90 %) en poids des particules ont un diamètre plus fin.

$D_{50}$  : diamètre médian

moyenne géométrique  $D = \sqrt{D_{84}D_{16}}$

échelle  $\phi$ :

logarithme (base 2) de l'inverse du diamètre en mm

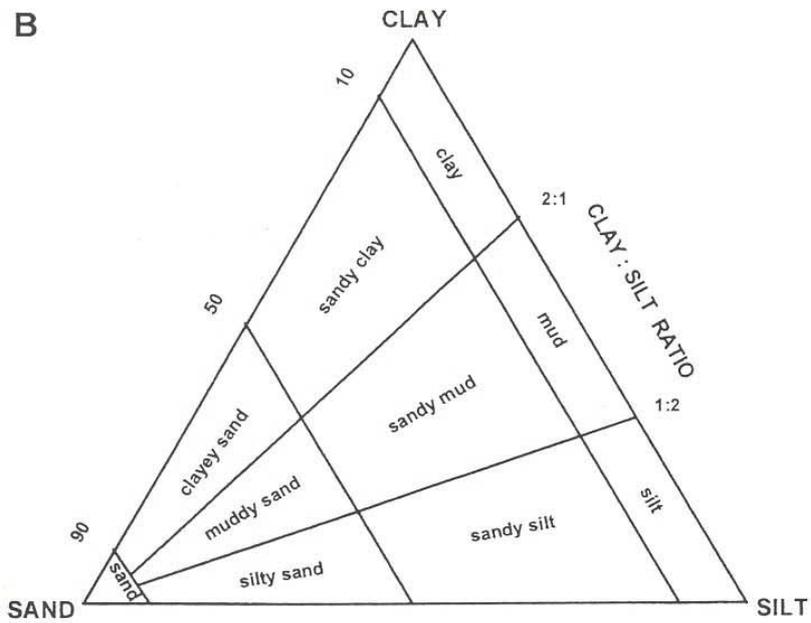
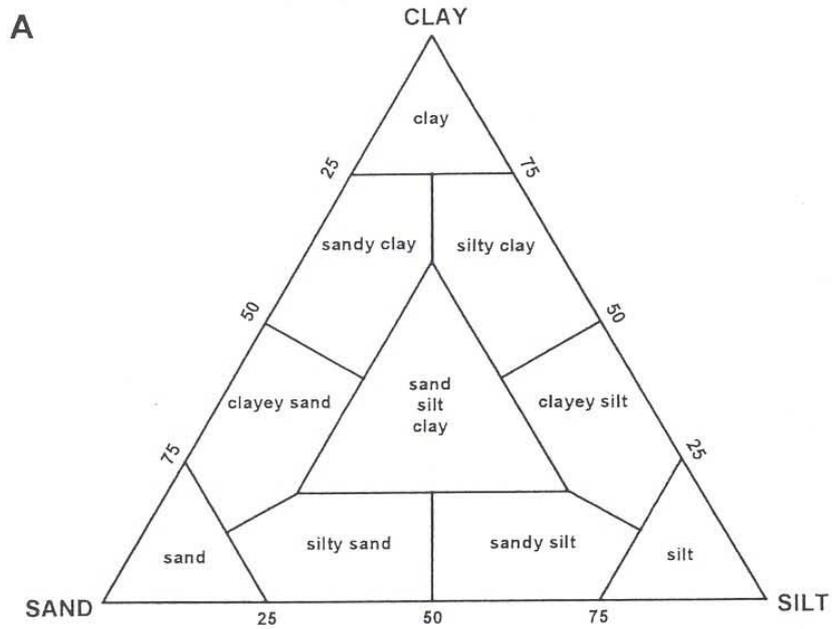


Diagramme triangulaire de classification texturale des sédiments, sur la base des proportions de sable, silt et argile. A) d'après Shepard (1954); B) d'après Folk (1968, 1970)

**FORÇAGE  
HYDRODYNAMIQUE**

# I - FORÇAGE HYDRODYNAMIQUE :

## calcul de la CONTRAINTE DE CISAILLEMENT AU FOND

### 1.1. Frottement au voisinage du fond lié à un courant

#### 1.1.1. Expression de la contrainte de cisaillement

##### . Conservation de la quantité de mouvement

Dans un écoulement plan (u, w), en présence d'une paroi (à z = 0), l'équation de conservation de la quantité de mouvement peut s'écrire, sous hypothèse de densité constante (et accélération de Coriolis négligée) :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u \partial u}{\partial x} + \frac{w \partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{xz} / \rho) \quad (1)$$

ou encore (en ajoutant  $u(\partial u / \partial x + \partial w / \partial z) = 0$  par continuité):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{xz} / \rho)$$

$$\tau_{xz} : \text{ (tension de cisaillement visqueuse) } = \rho \nu \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\nu : \text{ viscosité cinématique de l'eau (10}^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \text{)}$$

Selon hypothèse d'uniformité horizontale ( $\partial / \partial x = 0$ ), et si on "filtre" les fluctuations turbulentes  $u'$ ,  $w'$ , (1) devient :

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u w)}{\partial z} + \frac{\partial(\overline{\rho u' w'})}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho \nu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2)$$

w négligeable

$$\text{soit } \frac{\partial \rho u}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \rho \left( \nu \frac{\partial u}{\partial z} - \overline{u' w'} \right) \quad (2')$$

↑  
contrainte de Reynolds

**. contrainte de cisaillement (ou "tension de frottement")**

soit  $\tau = \rho \nu \frac{\partial u}{\partial z} - \overline{\rho u' w'}$

frottement laminaire (par viscosité moléculaire)      frottement turbulent (en général dominant)

Hypothèse de Boussinesq :  $\tau = \rho N_z \frac{\partial u}{\partial z}$  (3)

$N_z$  : coefficient de diffusion turbulente de la quantité de mouvement ou viscosité turbulente.

justification - les gradients de vitesse créent la turbulence  
 - le frottement turbulent est un processus diffusif

**. Vitesse de frottement :**

soit :  $u^* = \sqrt{\tau / \rho}$

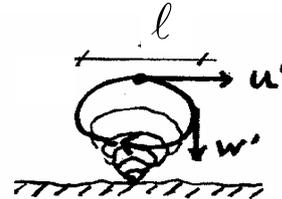
beaucoup utilisée au voisinage du fond, où  $\tau(z) \approx C^{te} = \rho u_*^2$

Au-dessus d'une sous-couche visqueuse, on peut écrire  $u^* = \sqrt{\tau / \rho} \approx \sqrt{-u' w'}$

Physiquement,  $u^*$  représente donc l'intensité des mouvements turbulents.

Statistiquement,  $u' w'$  est  $< 0$  : si  $w' < 0$  (vers paroi),  $u' > 0$  car élément fluide vient d'une couche où  $u$  est plus intense, et inversement.

**. Concept de longueur de mélange (théorie de Prandtl)  $\ell$**



Analyse dimensionnelle :  $u' = \ell \frac{\partial u}{\partial z}$  et  $|w'| \sim |u'|$

*L'ampleur des tourbillons croit en fonction de la distance à la paroi : soit  $\ell = Kz$*

ou bien, selon hypothèse de Bousinesq :  $\tau = \rho N_z \frac{\partial u}{\partial z}$

(analyse dimensionnelle)  $N_z = \ell \cdot v$   
 ↙ ↘  
 Echelle de longueur des tourbillons      Echelle de vitesse turbulente

(analyse dimensionnelle)  $v = \ell \frac{\partial u}{\partial z}$

les vitesses turbulentes sont fonction du taux de cisaillement et de l'échelle des tourbillons.

On obtient :  $\tau / \rho = \ell^2 \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \dots$

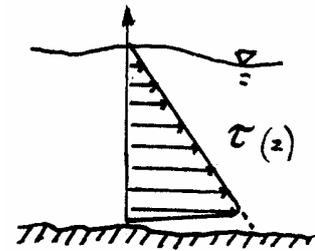
### 1.1.2. Structure verticale des vitesses dans la couche limite

#### Profil de $\tau$

En régime permanent, avec un forçage barotrope, (2') devient :

$$\frac{\partial}{\partial z}(\tau) = C^{te} \Rightarrow \tau(z) \text{ linéaire}$$

Si pas de vent (frottement sur le fond seulement), alors  $\rightarrow$



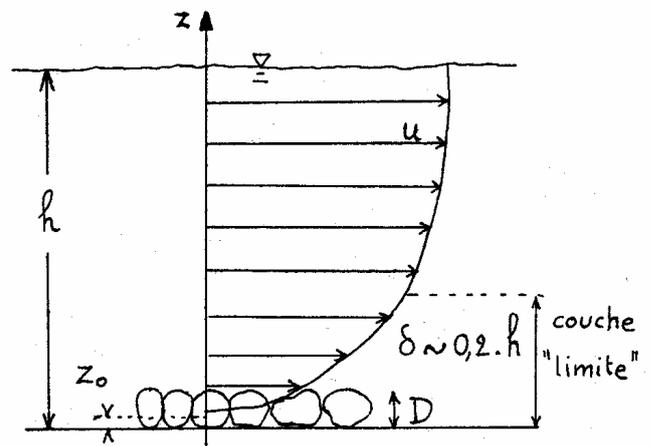
#### Calcul pour la couche limite turbulente, près du fond

$$\tau_{xz} \approx C^{te}(z) = \rho u_*^2$$

$$\text{d'où } \kappa^2 z^2 \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 = u_*^2$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa} \frac{1}{z}$$

$$\Rightarrow \boxed{u(z) = \frac{u_*}{\kappa} L_n \left( \frac{z}{z_0} \right)} \quad (4)$$



#### Calcul pour toute la colonne d'eau

$$\tau(z) = \tau_b (1 - z/h) \quad (5)$$

$\ell$  doit s'annuler en surface (les tourbillons ne peuvent s'y développer)

si on suppose  $\ell(z) = \kappa z \sqrt{1 - z/h}$ , (raisonnable, car faible sensibilité du profil de vitesse à la valeur de  $\ell$  en dehors de la couche limite; correspond à un profil parabolique de  $Nz$ )

$$\begin{aligned}
 (3) + (5) &\Rightarrow \kappa^2 z^2 (1 - z/h) \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 = u_*^2 (1 - z/h) \\
 &\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa} \frac{1}{z} \Rightarrow (4), \text{ correct pour toute la colonne d'eau}
 \end{aligned}$$

(4) peut s'intégrer :

$$\boxed{\bar{u} = \frac{u_*}{\kappa} L_n \left( \frac{h}{ez_0} \right)} \quad (6)$$

$\bar{u}$  : vitesse moyenne sur la verticale  $\bar{u} = \frac{1}{h} \int_z u$

pratique, lorsque l'on connaît  $\bar{u}$ , par exemple issu d'un modèle numérique 2DH

$\kappa$  : constante de Karman 0,4 (valeur expérimentale).

$z_0$  (*constante d'intégration*) : *longueur de rugosité*.

NB: (4) ou (6)  $\Rightarrow$  le frottement est "quadratique" ( $\tau \sim \bar{u}^2$ )

### 1.1.3. Expression de la longueur de rugosité

$z_0$  dépend de la nature du fond. Si le fond est lisse, les mouvements turbulents sont très faibles tout près de la paroi, et le frottement visqueux est dominant. On a alors:

$\tau = u_*^2 = \nu \frac{\partial u}{\partial z}$ , soit  $u/u_* = zu^*/\nu$  qui est une distance adimensionnelle. Le profil de vitesse est linéaire en  $z$  dans une couche d'épaisseur  $\sim 5\nu/u_*$

En présence de rugosités sur le fond, à une distance du fond à partir de laquelle un écoulement peut être considéré, l'écoulement est turbulent, et le profil de vitesse logarithmique. La valeur du nombre de Reynolds de grain,  $k_s u^*/\nu$ , qui est la rugosité équivalente adimensionnelle, permet de caractériser l'écoulement : turbulent lisse ou turbulent rugueux. Pratiquement, on ajuste un profil logarithmique de vitesse qui, dans le cas du fond lisse, se raccorde au profil de vitesse linéaire près de la paroi (dans la "sous-couche visqueuse"). Il en découle un  $z_0$  qui expérimentalement est corrélé à l'épaisseur de cette sous-couche visqueuse. Ainsi on a :

. si  $k_s u^*/\nu < 5$ , fond lisse (sous-couche laminaire, où le frottement est lié à la viscosité du fluide  $\nu$ )

$$z_0 = 0,11 \frac{\nu}{u_*} \quad \text{épaisseur de la sous-couche laminaire } \sim 5\nu/u_* \quad (7-1)$$

. si  $k_s u^*/\nu > 70$ , fond rugueux (pas de sous-couche laminaire, parce que les grains, ou les rides, sont trop grands)

$$z_0 = 0,033 k_s = k_s/30 \quad (\text{résultat expérimental obtenu par Nikuradse}) \quad (7-2)$$

Pour un lit constitué de grains sphériques serrés,  $k_s$  est le diamètre  $D$  de ces grains. Plus généralement, Nikuradse évalue une "rugosité équivalente" adaptée à la configuration du lit.

$k_s$  (rugosité équivalente ou coefficient de Nikuradse) est lié à la taille des grains ou des rides éventuelles.

→ fond sans ride :  $k_s \approx 3D$  sables fins  
 $\approx 1D$  sables grossiers } (in Van Rijn)

→ en présence de rides :  $k_s \approx (8 \text{ à } 30) H_r (H_r/\lambda)$   
 ( $8H_r^2/\lambda$  pour Nielsen, 1992,  $27.7 H_r^2/\lambda$  pour Grant & Madsen, 1986)  
 (autres constantes dans Van Rijn, Raudkivi)



si  $H_r$  et  $\lambda$  grands (dunes),  $k_s = 1,1 H_r \left( 1 - e^{-\frac{25H_r}{\lambda}} \right)$

On retient :  $z_0 = k_s / 30$  et  $k_s \sim \max (1D \text{ à } 3 D, 8 \text{ à } 30 H_r^2/\lambda)$  (8)

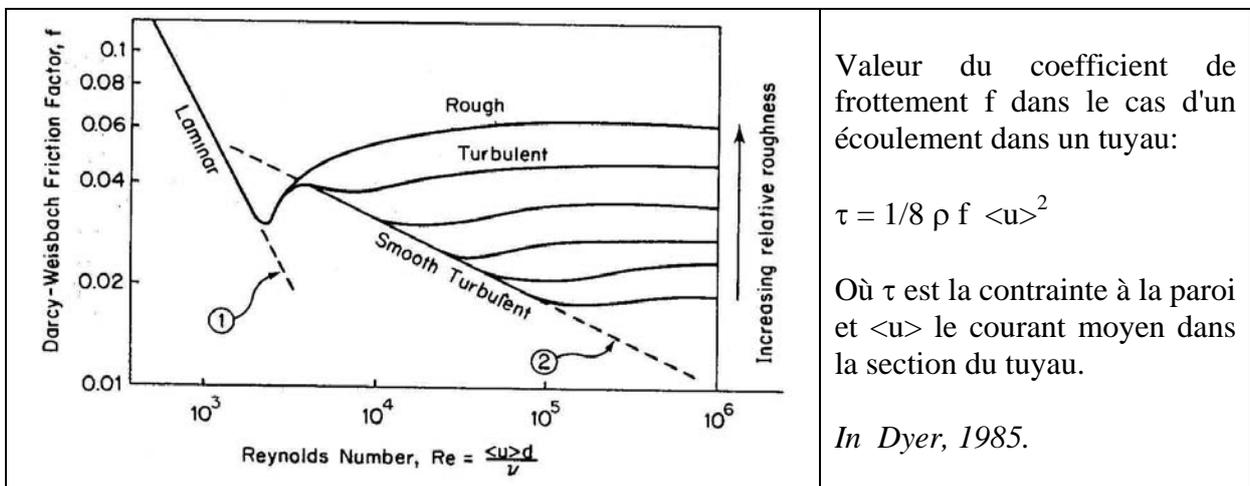
→ en présence de macro-rugosités (par ex. d'origine biologique) de hauteur  $H$ , de largeur d'exposition au courant  $S$  et caractérisées par un espacement  $\lambda$  :

$z_0 = 2.3 H^2/\lambda (H/S)^{0.3}$  (Wooding, Bradley & Marshall, 1973)

. Pour un régime de transition, soit  $5 < k_s u^*/\nu < 70$ , Soulsby (1997) recommande la formulation de Christoffersen & Jonsson (1985):

$$z_0 = \frac{\nu}{9u_*} + \frac{k_s}{30} \left[ 1 - \exp\left(\frac{-u_* k_s}{27\nu}\right) \right] \quad (9)$$

Le régime d'écoulement varie donc en fonction du nombre de Reynolds et de la rugosité du fond. C'est ce que représente qualitativement le diagramme ci-dessous, qui exprime directement le coefficient de frottement quadratique ( $f$ ):



Valeur du coefficient de frottement  $f$  dans le cas d'un écoulement dans un tuyau:

$\tau = 1/8 \rho f \langle u \rangle^2$

Où  $\tau$  est la contrainte à la paroi et  $\langle u \rangle$  le courant moyen dans la section du tuyau.

In Dyer, 1985.

En présence de rides ou plus généralement de macrorugosités sur le fond, il convient de distinguer la contrainte de "peau" (skin friction) et la contrainte de forme (form friction). C'est la première, relative aux grains, qui doit être prise en compte pour la mise en mouvement des particules, tandis que la deuxième rend compte de l'effet d'obstacle [des rides] à l'écoulement. C'est également la contrainte totale qui permettra d'évaluer la diffusion verticale dans l'ensemble de la colonne d'eau, et sera donc pertinente pour le transport en suspension.

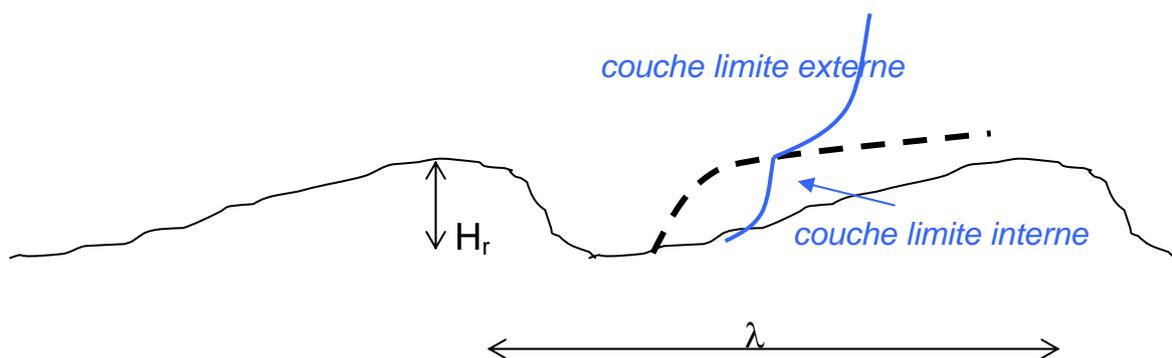
Il faut relever que si la contrainte de peau et la traînée des rides participent toutes deux au frottement exercé par le lit sédimentaire sur la colonne d'eau, lorsque les sédiments sont en mouvement près du fond (charriage de sables et surtout saltation), le travail nécessaire à leur décollement du lit génère un frottement supplémentaire, qui s'intègre dans le frottement de peau (Owen, 1964; Smith & McLean, 1977). Ainsi, la rugosité de peau décrite ci-dessus pour un sédiment immobile est accrue lorsque les particules sont en mouvement dans la couche de charriage. Des formulations ont été proposées pour cette contrainte de charriage, telles que celle de Dietrich (1982) modifiée par Wiberg & Rubin (1989), et finalement on peut écrire :

$$z_{0s} = \max [z_{0sN}, \alpha D_{50} a_1 T / (1+a_2 T)] \quad , \text{ avec } \alpha = 0.056, a_1 = 0.68 \text{ et } a_2 \sim 0.2 \quad (10)$$

où  $z_{0sN}$  est la rugosité de peau lorsque le sédiment est immobile ( $N$  pour rugosité équivalente de Nikuradse), et  $T = \tau_s/\tau_c$  est le rapport entre contrainte de peau et contrainte critique de mise en mouvement (voir chapitre "comportement des sédiments non cohésifs").

### *Calcul de la contrainte de peau en présence de rides*

En présence de rides (bedforms), la contrainte de peau, qui détermine le forçage sur le sédiment, n'est a priori pas celle que l'on aurait sans ride. Smith & McLean (1977) proposent un modèle conceptuel de la structure des vitesses près du fond, basé sur une superposition de couches limites, l'une relative au cisaillement sur le sédiment (couche limite interne), l'autre "au-dessus" de la ride, qui détermine le cisaillement dans la colonne d'eau.



Soit  $\tau$  et  $\tau_s$  respectivement les contraintes de frottement "globale" et "de peau". En raccordant les profils de vitesse dans les deux couches limites, en modélisant l'épaisseur de la couche limite interne, et en estimant la contrainte de forme à partir de la moyenne sur la longueur d'onde d'une force de traînée de la ride exprimée comme  $0.5 \rho C_d u_{ref}^2 H_r/\lambda$ , Smith & McLean (1977) obtiennent:

$$\frac{\tau_s}{\tau} = \left[ 1 + \frac{C_d}{2\kappa^2} \frac{H_r}{\lambda} \left\langle \ln a \left( \frac{\lambda}{z_{0s}} \right)^{0.8} \right\rangle^2 \right]^{-1} \quad (11)$$

avec  $C_d = 0.21$  s'il y a séparation d'écoulement en aval de la crête de la ride,  $C_d = 0.84$  s'il n'y a pas séparation.  $a$  est un paramètre réajusté par Li (1994) à 0.3. Ce dernier propose une expression simplifiée de  $u^*_s/u^*$ , calibrée expérimentalement pour des rides de sable fin, et donc un régime hydraulique turbulent lisse (pas d'influence de  $z_{0s}$ ) :

$$\begin{aligned} u^*_s/u^* &= 0.125 u^*/H_r + 0.373 && \text{si } u^*/H_r < 2.3 \text{ (il y a séparation)} \\ u^*_s/u^* &= 0.107 u^*/H_r + 0.266 && \text{si } u^*/H_r > 2.3 \text{ (la séparation disparaît)} \end{aligned} \quad (12)$$

La transition autour du rapport critique  $u^*/H_r = 2.3$  est interprétée comme la disparition d'une séparation de l'écoulement en aval de la crête au-delà de cette valeur critique.

Si la contrainte globale  $\tau = \tau_s + \tau_b$  est connue, par exemple en utilisant l'expression (8) ou (9) pour la rugosité, alors on peut déduire  $\tau_s$  de (11) ou (12).

Enfin la contrainte moyenne de peau en présence de ride n'est pas distribuée uniformément le long de la ride. Elle est maximale sur les crêtes. Harris & Wiberg (2001) utilisent la relation:

$$\tau_{s \max} = \tau_s (1 + 8 H_r/\lambda) \quad (13)$$

#### ***1.1.4. Autres formules de frottement***

On peut établir une correspondance avec d'autres formulations quadratiques du frottement :

- **selon Chézy**  $\tau = \rho \frac{g\bar{u}^2}{C^2}$  Si (6) valide, alors  $C = \frac{\sqrt{g}}{k} \text{Log}(h / ez_0)$   
**C** : coefficient de Chézy

- **selon Strickler**  $\tau = \rho \frac{g\bar{u}^2}{k^2 h^{1/3}}$  Si (6) valide  $k = \frac{\sqrt{g}}{\kappa h^{1/3}} \text{Log}(h / ez_0)$   
**k** : coefficient de Strickler

#### ***Remarque***

Le frottement sur le fond à prendre en compte pour la dynamique sédimentaire est souvent différent de celui considéré dans un modèle d'écoulement, car ce dernier intègre les pertes de charge que le modèle ne "voit" pas lorsque la discrétisation est sommaire (cas typique d'un modèle unidimensionnel).

### 1.1.5. Amortissement de la turbulence par les remises en suspensions

Suspensions  $\Rightarrow$  effet de stratification  $\Rightarrow$  réduction des tourbillons  
 (et de la longueur de mélange)  
 $\Rightarrow$  réduction de l'énergie cinétique  
 $\Rightarrow$  réduction du cisaillement sur le fond

$\rightarrow$  un calcul discrétisé sur la verticale est souhaitable avec  
 $N_z$  ou  $\ell^2$  corrigé d'un facteur  $(1 + \alpha Ri)^\beta$  (*idem* pour  $K_z$ )

où  $Ri$  (nombre de Richardson) =  $\frac{\text{énergie potentielle}}{\text{énergie turbulente}} \approx \frac{g \partial \rho / \partial z}{\rho (\partial u / \partial z)^2}$  (nombre de Richardson "de gradient")

ex : (Munk et Anderson)  $\alpha = 10$  et  $\beta = -0,5$

$\rightarrow$  formulation plus ancienne, pratique pour l'ingénierie:  
 on maintient  $u(z)$  logarithmique et on modifie la "constante" de Karman  $\kappa$

ex : (Ippen)  $\kappa' = \kappa \frac{1 + \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho}\right) C_v}{1 + 2,5 C_v \text{ au fond}}$ ,  $C_v$  : concentration volumique

$\rightarrow$  **Application de modèles de turbulence plus élaborés. Par exemple :**

- concept de viscosité (et diffusivité) turbulente :  $N_z = c' \sqrt{k} \Lambda$  ou  $N_z = c'' \frac{k^2}{\varepsilon}$

$k$  : énergie cinétique turbulente

$\Lambda$  : macro échelle de turbulence

$\varepsilon$  : taux de dissipation de  $k$

et

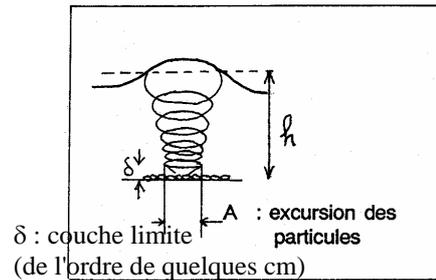
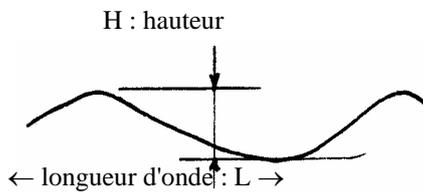
- équation de transport, production et dissipation de  $k$ , avec terme lié à la destruction de  $k$  par les stratifications,

- (éventuellement) équation de transport et génération/destruction de  $\varepsilon$ , en particulier liée aux stratifications.

## 1.2. Frottement lié aux vagues (houle, clapot)

### 1.2.1. Rappel : modèle de houle linéaire simple

[houle irrotationnelle de Stokes, infinitésimale :  $H \ll h$ ]



$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \operatorname{th}\left(2\pi \frac{h}{L}\right) \quad (\text{voir figure 1 et table 2})$$

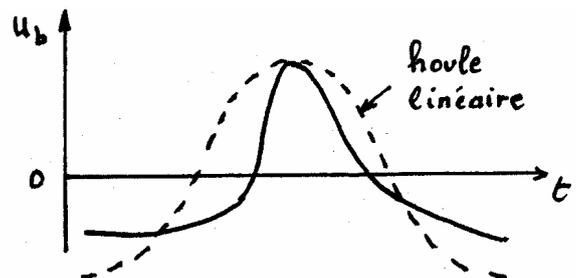
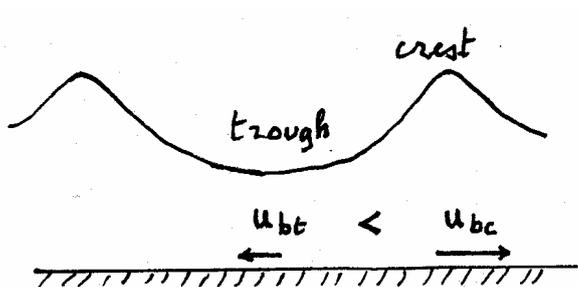
. profondeur infinie :  $L = \frac{gT^2}{2\pi}$

. profondeur faible :  $L = T\sqrt{gh}$

$U_b$  : maximum de vitesse orbitale de houle, au fond (au-dessus couche limite  $\delta$ )

$$(14) \quad U_b = \frac{\pi H}{T \operatorname{sh}\left(2\pi h/L\right)} \quad \begin{aligned} & \cdot \text{ si } h < L, U_b = \frac{H}{2} \sqrt{g/h} \left(1 - \frac{4\pi^2 h}{3gT^2}\right) \\ & \cdot \text{ si } h \ll L, U_b = \frac{H}{2} \sqrt{g/h} \quad \text{ si } h \ll \frac{3g}{4\pi^2} T^2 \end{aligned}$$

Si houle non linéaire (en faible profondeur) :



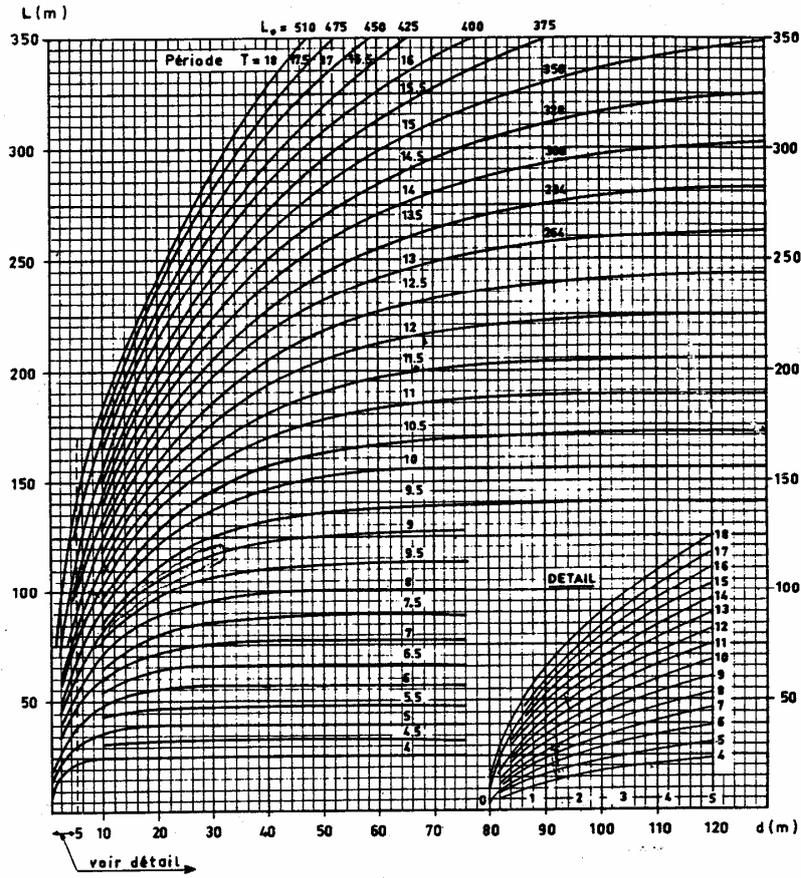


FIG. 1 – Longueur d’onde  $L$  de la houle en fonction de la profondeur  $d$  et de la période  $T$

(in Bonnefille, 1980)

Tableau II – TABLE NUMERIQUE

$d$	$\frac{d}{\text{sh } 2\pi}$	$\frac{d}{\text{ch } 2\pi}$	$d$	$\frac{d}{\text{sh } 2\pi}$	$\frac{d}{\text{ch } 2\pi}$
$L$	$L$	$L$	$L$	$L$	$L$
0,01	0,063	1,002	0,21	1,737	2,004
0,02	0,126	1,008	0,22	1,867	2,118
0,03	0,190	1,018	0,23	2,003	2,239
0,04	0,254	1,032	0,24	2,148	2,370
0,05	0,319	1,050	0,25	2,301	2,509
0,06	0,386	1,072	0,26	2,464	2,659
0,07	0,454	1,098	0,27	2,636	2,819
0,08	0,524	1,129	0,28	2,818	2,990
0,09	0,596	1,164	0,29	3,018	3,170
0,10	0,671	1,204	0,30	3,217	3,370
0,11	0,748	1,249	0,31	3,44	3,58
0,12	0,827	1,298	0,32	3,67	3,80
0,13	0,911	1,353	0,33	3,91	4,04
0,14	0,998	1,412	0,34	3,97	4,18
0,15	1,088	1,478	0,35	4,45	4,56
0,16	1,183	1,549	0,36	4,74	4,84
0,17	1,283	1,637	0,37	5,06	5,16
0,18	1,388	1,711	0,38	5,41	5,50
0,19	1,498	1,801	0,39	5,74	5,83
0,20	1,614	1,899	0,40	6,14	6,22

NB : ici  $d \equiv h$

$$A : \text{demi-excursion des particules fluides au fond} : A = \frac{H}{2 \operatorname{sh}(2\pi h/L)} = \frac{T U_b}{2\pi} \quad (15)$$

Si houle spectrale composée de  $N$  fréquences angulaires  $\omega_n$  d'amplitudes  $a_n$ , et nombres d'onde  $k_n$ ,

$$U_{b \text{ "rms" }} = \left( \sum_1^N \frac{\omega_n^2 a_n^2}{(\operatorname{sh}(k_n h))^2} \right)^{0.5} \quad \text{et} \quad T_b = \frac{2\pi U_b}{\sum_1^N \omega_n u_{bn}} \quad (16)$$

A rapprocher de l'expression de  $U_b$  « signific » (égale à  $2^{1/2} U_{b \text{ rms}}$ ) proposée par Harris & Wiberg (2001). Mais la connaissance des spectres d'énergie des vagues en tout point du domaine d'étude est rare, et il faut souvent faire appel à des paramètres « représentatifs » pour exprimer le frottement sur le fond dans le cas d'une houle multifréquence. Selon Whitehouse (2000), et confirmé par des tests de Dufois (2008), la vitesse orbitale au fond dans ce cas peut-être calculée selon (14) en fonction de  $H_{\text{rms}}$  et  $T_p$ , où  $T_p$  est la période du pic d'énergie.

### 1.2.2. Cisaillement exercé sur le fond

#### → Cas d'un écoulement laminaire sur fond plat (rare)

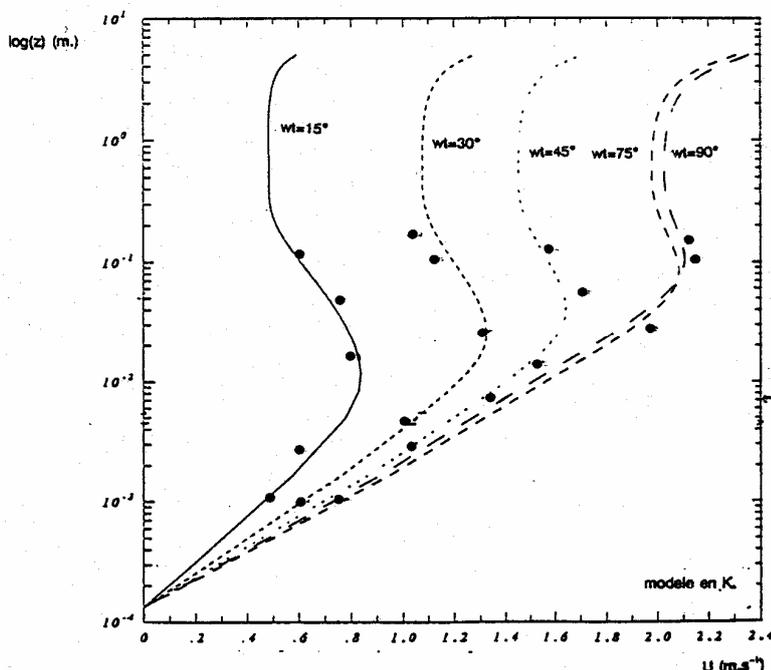
Un calcul analytique (Eagleson, 1959) donne : la valeur maximum de  $\tau_w$  pendant la

période de houle  $\tau_{w \text{ max}} : \rho \left( \frac{2\pi v}{T} \right)^{0.5} U_b$  ( si  $Re_w = U_b A / \nu < 10^4$  )

ou encore:  $\tau_{w \text{ max}} = \frac{1}{2} \rho f_w U_b^2$  avec  $f_w = 2 Re_w^{-0.5}$  (17)

#### → Cas général : écoulement turbulent "lisse" ou "rugueux"

Le profil logarithmique des vitesses n'a pas le temps de s'établir pendant la période de houle : dans la couche limite  $\delta$ , les poids respectifs des termes d'inertie, de gradients de pression et de frottement évoluent pendant  $T$ . Un modèle de couche limite permet d'en rendre compte (1DV sur fond plat ; 2DV sur fond ridé) (e.g. Huynh-Thanh & Temperville, 1991).



Données expérimentales  
de Sumer et al. (1986)

Figure 2 : Simulation par modèle 1DV de profils de vitesse orbitale de houle pour 6 phases différentes (période : 8,1 s ; longueur de rugosité : 0,13 mm ; hauteur de houle théorique : 3,3 m).

On peut adopter la formulation de  $\tau_{\max}$  introduite par Jonsson (1966).

$$\tau_{w \max} = \frac{1}{2} f_w \rho U_b^2 \quad (18)$$

$f_w$  : facteur de frottement de houle :  $f_w = f(A/z_0, \text{l'excursion relative près du fond})$

En régime turbulent rugueux, Soulsby *et al.* (1993) proposent

$$f_w = 1,39 \left( \frac{A}{z_0} \right)^{-0,52} \quad (19)$$

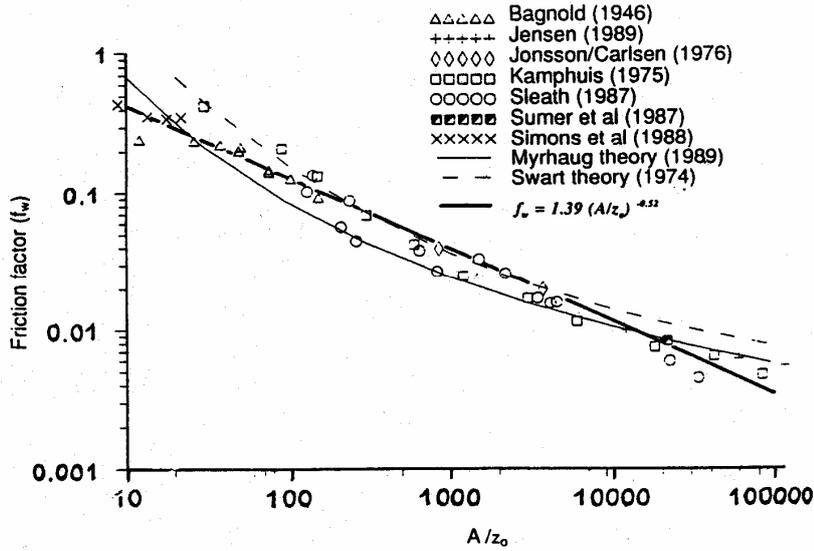


Figure 3 : Variation de  $f_w$  avec  $A/z_0$  (d'après Soulsby *et al.*, 1993)

Autre formulation également utilisée en régime turbulent rugueux (ex. Guizien & Temperville, 1999, Myrhaug et al., 2001), celle de Swart (1974) :

$$f_w = 0.3 \text{ si } A/k_s < 1.57, \text{ et au-delà: } f_w = 0.00251 \exp(5.21 (A/k_s)^{-0.19}) \quad (20)$$

En régime turbulent lisse, Myrhaug (1995) propose  $f_w = 0.045 \text{Re}_w^{-0.175}$  (21)

Alternative: formulation implicite de Myrhaug (1989), in Soulsby (1997), valide en régime turbulent lisse ou rugueux:

$$\frac{0.32}{f_w} = \left\{ \ln\left(6.36 \frac{A}{k_s} f_w^{0.5}\right) - \ln\left[1 - \exp\left(-0.0262 \frac{\text{Re}_w f_w^{0.5}}{A/k_s}\right)\right] + \frac{4.71A/k_s}{\text{Re}_w f_w^{0.5}} \right\}^2 + 1.64 \quad (22)$$

Ne pas oublier que si les vagues sont faibles, on peut être en régime laminaire. Se reporter au diagramme suivant ( $f_w$  fonction de  $A/k_s$  ou  $A/z_0$  et du nombre de Reynolds de vagues). Appliquer (18) avec (17 ou 20) et (21 ou 19), et retenir le  $f_w$  maximum.

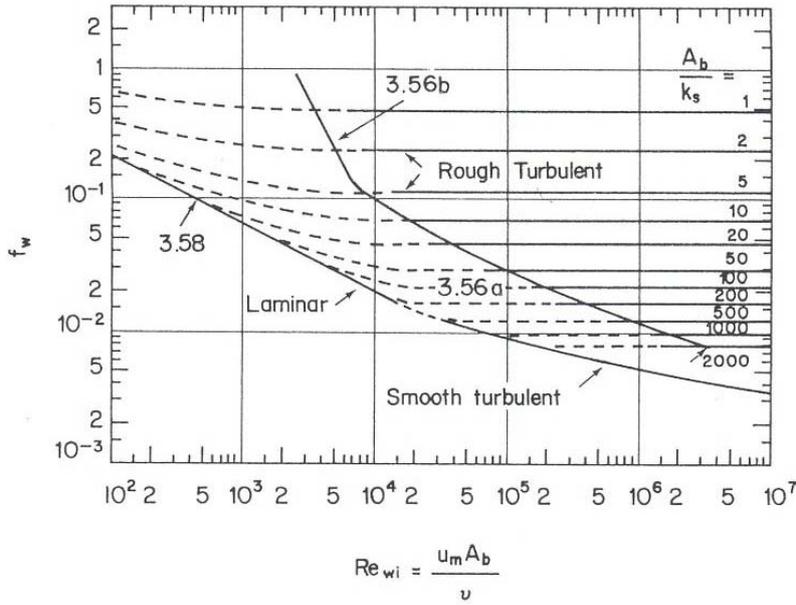
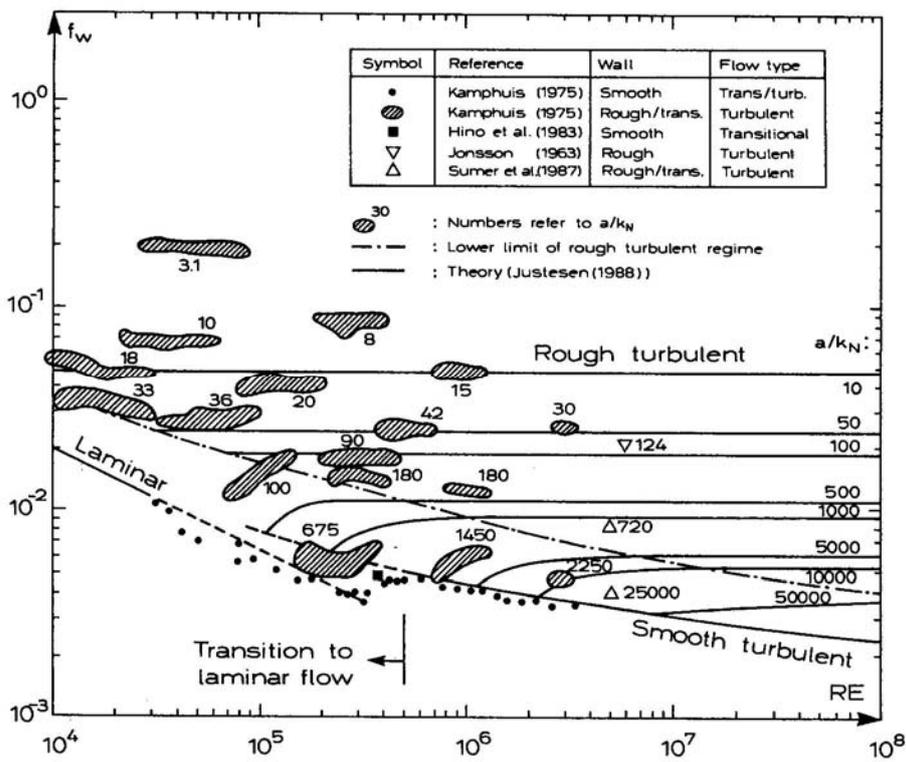


Figure 3.37 Wave friction factor variation with Reynolds number and relative roughness. After Jonsson, 1966

(in Dyer, 1986)



Valeurs expérimentales du facteur de frottement des vagues  $f_w$  (d'après Justensen, 1988)

Dans certains cas, il peut être utile de considérer le déphasage entre vitesse orbitale et contrainte de cisaillement, par exemple si l'on veut prendre en compte l'asymétrie des vagues. Selon Guizien et Temperville (1999):

$$\tau_w(t) = 0.5 \rho f_w(t+\theta) U_b^2(t+\theta) \quad \text{avec } \theta = 0.0443 T (20 k_s)^{0.143} (A/k_s)^{0.0176} \quad (23)$$

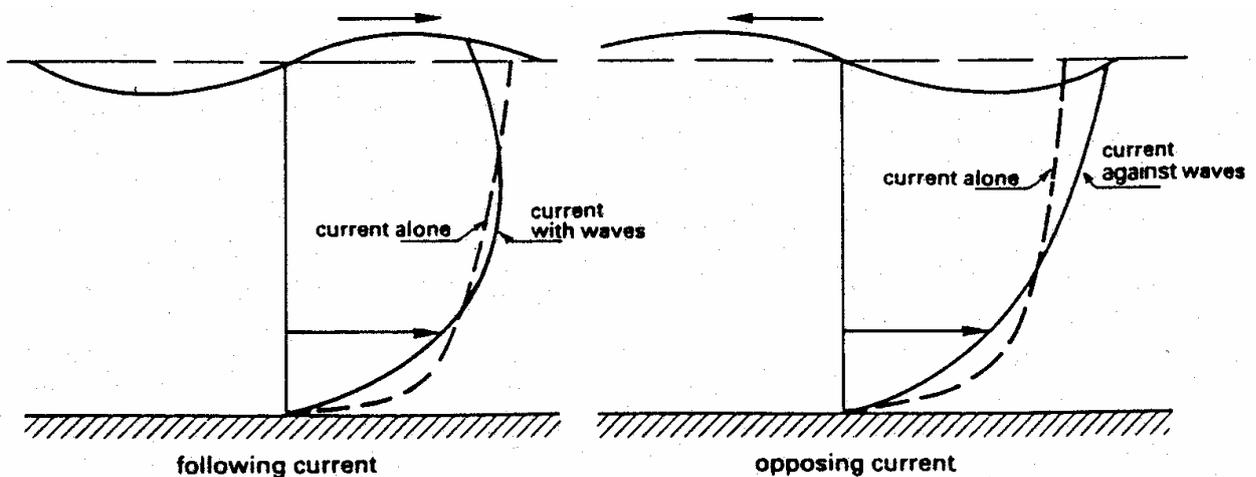
(dans le cas d'une houle irrégulière, ils prennent pour T la période de pic).

En ce qui concerne la contribution du transport de grains près du fond à la rugosité de peau dans un mouvement oscillant, Nielsen (1992) évalue un coefficient de rugosité:

$$k_{sT} = 170 D (\theta - 0.05)^{0.5}, \quad \text{avec } \theta \text{ le paramètre de Shields sur fond plat} \quad (24)$$

qui constitue une alternative à l'équation (10) pour les vagues.

### 1.3. Frottement induit par la superposition : houle + courant



(Van Rijn) influence des vagues sur le profil d'un courant

Augmentation de la contrainte moyenne et de la contrainte max (pendant 1 période de vague).

∃ formulations simplifiées :

ex. *in* Van Rijn : apparent bed roughness  $k = k_s \cdot \exp(\gamma U_b/U_c)$ , avec  $\gamma = 0.75$  à  $1.1$

Soulsby *et al.* (1993) ont comparé les résultats de plusieurs modèles numériques et des données expérimentales. Ils proposent la procédure suivante :

**Calcul de la contrainte de cisaillement (maximale :  $\tau_{\max}$  ou moyenne  $\tau_m$ ) sous l'effet combiné d'un courant  $\bar{U}$  (valeur moyenne sur la verticale) et d'une houle de hauteur  $H$ , et de période  $T$  se propageant selon un angle  $\phi$  par rapport au courant.**

*a) Calcul de la contrainte de cisaillement liée au courant seul :*

$$\tau_c = \rho C_D \bar{U}^2 \text{ avec } C_D = \left[ \frac{0,4}{\text{Ln}(h / ez_o)} \right]^2$$

*b) Calcul de la contrainte de cisaillement maximale générée par la houle :*

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho fw U_b^2 \text{ où } fw \text{ et } U_b \text{ sont calculés comme au § 1-2}$$

*c) Soit :*

$$x = \tau_c / (\tau_c + \tau_w)$$

$$a = (a_1 + a_2 |\cos \phi|^i) + (a_3 + a_4 |\cos \phi|^i) \log_{10}(fw / C_D)$$

$$m = (m_1 + m_2 |\cos \phi|^i) + (m_3 + m_4 |\cos \phi|^i) \log_{10}(fw / C_D)$$

$$n = (n_1 + n_2 |\cos \phi|^i) + (n_3 + n_4 |\cos \phi|^i) \log_{10}(fw / C_D)$$

$$b = (b_1 + b_2 |\cos \phi|^j) + (b_3 + b_4 |\cos \phi|^j) \log_{10}(fw / C_D)$$

$$p = (p_1 + p_2 |\cos \phi|^j) + (p_3 + p_4 |\cos \phi|^j) \log_{10}(fw / C_D)$$

$$q = (q_1 + q_2 |\cos \phi|^j) + (q_3 + q_4 |\cos \phi|^j) \log_{10}(fw / C_D)$$

où les coefficients ( $a_k, m_k, n_k, b_k, p_k, q_k, k = 1,4$ ),  $i$  et  $j$  résultent de l'ajustement des modèles numériques à cette formulation, et sont donnés en table 3.

$$d) \text{ Calcul de } \tau_{\max} = \left[ 1 + ax^m(1-x)^n \right] (\tau_c + \tau_w) \quad (25a)$$

$$\tau_m = x \left[ 1 + bx^p(1-x)^q \right] (\tau_c + \tau_w) \quad (25b)$$

Les paramètres intervenant dans le calcul sont l'angle  $\phi$ , la rugosité relative  $z_o/h$  et l'excursion de houle relative  $A/z_o$ . Des exemples de résultats montrant les interactions non linéaires (région des valeurs intermédiaires de  $x$ ) sont donnés en figure 4 (résultats du modèle de Fredsøe) et en figure 5 (intercomparaison de modèles pour  $\phi = 0$ ).

Des recherches sont en cours pour valider cette même formulation en présence de rides et pour tenir compte des non linéarités de la houle en surface.

TABLE 3

Fitting coefficients for models of Fredsøe (1984) = F84 ; Myrhaug and Slaattelid (1990) = MS90 ; Huynh-Thanh and Temperville (1991) = HT91

	F84	MS90	HT91		F84	MS90	HT91
a <sub>1</sub>	-0.06	-0.01	-0.07	b <sub>1</sub>	0.29	0.65	0.27
a <sub>2</sub>	1.70	1.84	1.87	b <sub>2</sub>	0.55	0.29	0.51
a <sub>3</sub>	-0.29	-0.58	-0.34	b <sub>3</sub>	-0.10	-0.30	-0.10
a <sub>4</sub>	0.29	-0.22	-0.12	b <sub>4</sub>	-0.14	-0.21	-0.24
m <sub>1</sub>	0.67	0.63	0.72	p <sub>1</sub>	-0.77	-0.60	-0.75
m <sub>2</sub>	-0.29	-0.09	-0.33	p <sub>2</sub>	0.10	0.10	0.13
m <sub>3</sub>	0.09	0.23	0.08	p <sub>3</sub>	0.27	0.27	0.12
m <sub>4</sub>	0.42	-0.02	0.34	p <sub>4</sub>	0.14	-0.06	0.02
n <sub>1</sub>	0.75	0.82	0.78	q <sub>1</sub>	0.91	1.19	0.89
n <sub>2</sub>	-0.27	-0.30	-0.23	q <sub>2</sub>	0.25	-0.68	0.40
n <sub>3</sub>	0.11	0.19	0.12	q <sub>3</sub>	0.50	0.22	0.50
n <sub>4</sub>	-0.02	-0.21	-0.12	q <sub>4</sub>	0.45	-0.21	-0.28
I	0.80	0.67	0.82	J	3.0	0.50	2.7

Depuis, Soulsby (1997) a simplifié ce type de formulation paramétrique, et l'a ajusté à 131 données expérimentales:

$$\tau_m = \tau_c \left[ 1 + 1.2 \left( \frac{\tau_w}{\tau_c + \tau_w} \right)^{3.2} \right] \quad \text{et} \quad \tau_{\max} = \left[ (\tau_m + \tau_w \cos \varphi)^2 + (\tau_w \sin \varphi)^2 \right]^{0.5} \quad (26)$$

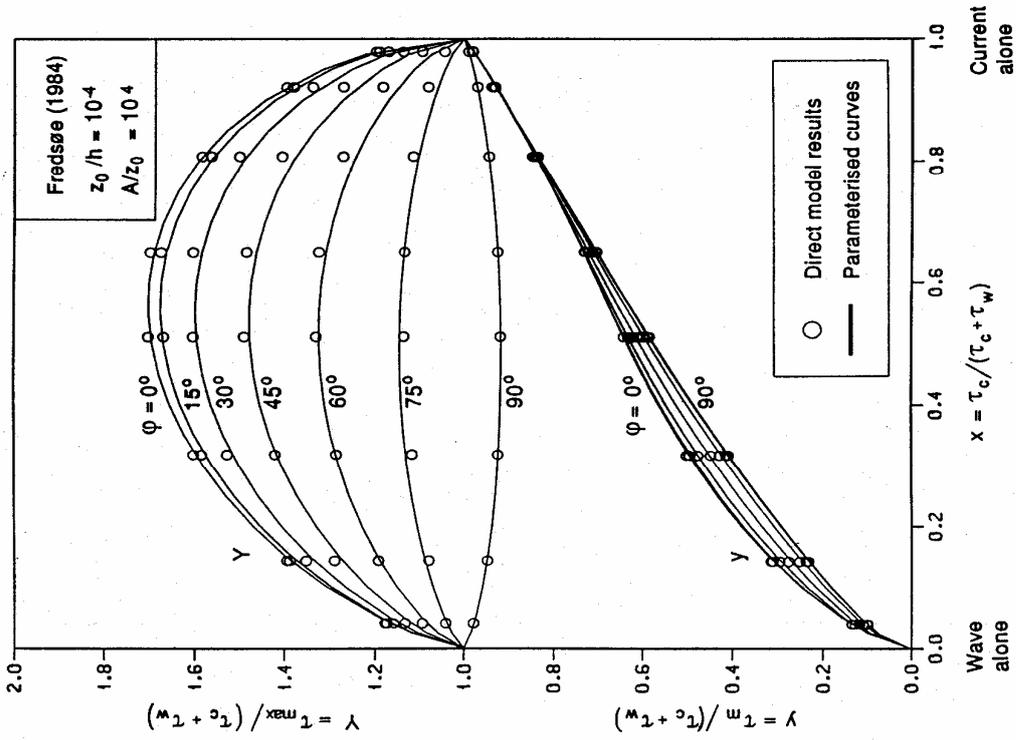


Fig. 4. Comparison of fitted curves with directly computed results from model of Fredsøe (1984), for a range of angles in 15° increments.

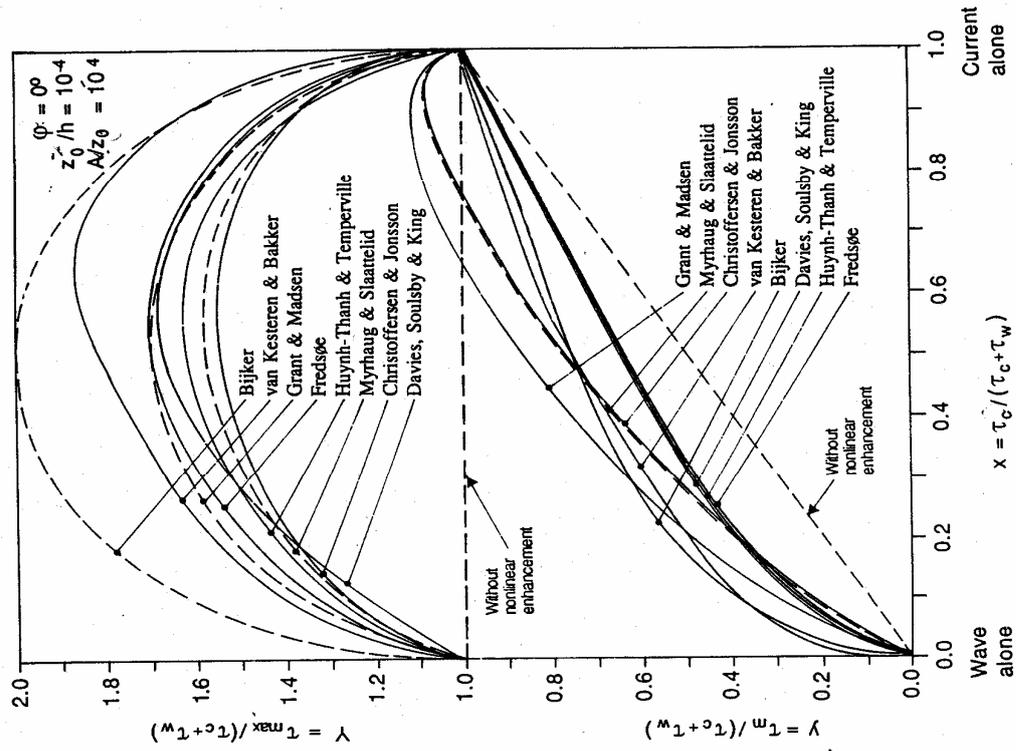


Fig. 5. Intercomparison of WCI models of Bijker (1967), Christoffersen and Jonsson (1985), Davies et al. (1988), Fredsøe (1984), Grant and Madsen (1979), Huynh-Thanh and Temperville (1991), Myrhaug and Slaattelid (1990), and Van Kesteren and Bakker (1984).

# **COMPORTEMENT DES PARTICULES**

## **2.1. Sédiments non cohésifs**

## 2. COMPORTEMENT DES PARTICULES

### 2.1. Sédiments non cohésifs

Pas de force de liaison entre grains ; sédiments "pulvérulents" ; types de grains : galets, graviers, sables, sablons ; en général nature minérale ...

#### 2.1.1. Vitesse de chute : $W_s$

- Résulte d'un équilibre entre force de traînée et poids immergé
- De façon générale, poids  $\sim D^3$  et traînée  $\sim D^n$ ,  $n < 3 \Rightarrow W_s$  croît avec  $D$ .  
Force de traînée différente selon le type d'écoulement autour de la particule (laminaire ou turbulent).

$$D \leq 100 \mu \text{ (écoulement laminaire) } W_s = \frac{(s-1) g D^2}{18 \nu} \text{ (loi de Stokes)} \quad (27)$$

$$100 \mu < D < 1000 \mu \quad W_s = \frac{10 \nu}{D} \left\{ \left[ 1 + \frac{0,01(s-1)gD^3}{\nu^2} \right]^{0,5} - 1 \right\} \text{ (Zanke)}$$

$$D \geq 1000 \mu \text{ (écoulement turbulent) } W_s = 1,1 [(s-1) g D]^{0,5} \text{ (Van Rijn)} \quad (28)$$

où  $s = \rho_s / \rho$  densité relative des grains par rapport à l'eau

pour des éléments minéraux on considère  $\rho_s \approx 2600 \text{ kg.m}^{-3}$

$D$  : diamètre représentatif des suspensions

$w_s$  dépend aussi du facteur de forme.

Soulsby (1997) propose la formulation empirique suivante, ajustée pour des sables naturels et pour une large gamme de variation de  $D$  :

$$W_s = \frac{\nu}{D} \left[ (10,36^2 + 1,049 D_*^3)^{0,5} - 10,36 \right] \quad \text{avec } D_* = D \left[ \frac{g(s-1)}{\nu^2} \right]^{1/3} \quad (29)$$

- Les figures 6a et 6 b illustrent la variation de la vitesse de chute en fonction de  $D$ .
- Possibilité d'entravement lorsque les concentrations sont élevées : les grains voisins gênent l'écoulement...

$$W_s \rightarrow W_s \cdot (1 - C_v)^{4,7} \quad \text{(voir aussi § 2.2.1.)} \quad (30)$$

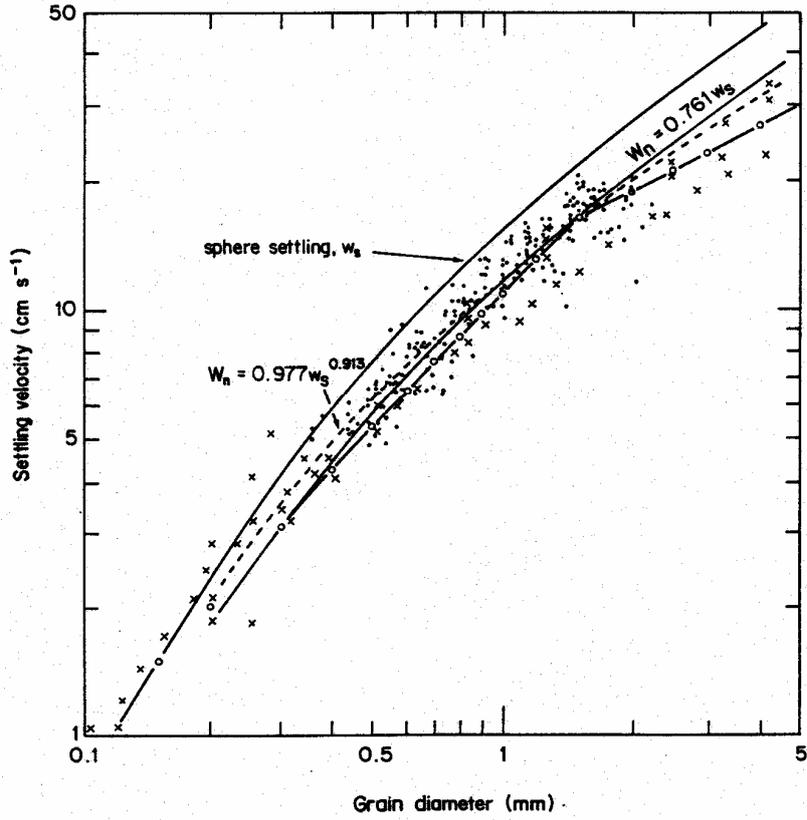


Figure 6a : Settling velocities of natural grains of intermediate diameter Db – After Baba and Komar, 1981, J. Sediment.Petrol., 51, 631-640

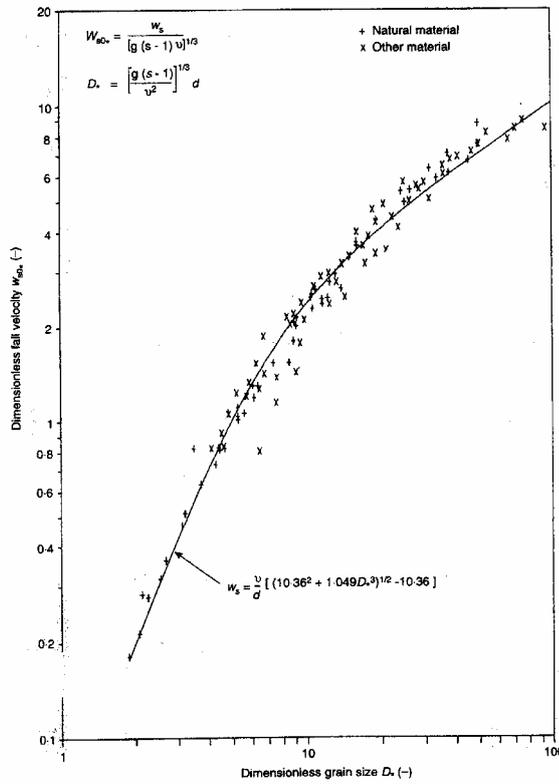


Figure 6b : Vitesse de chute de grains de sables (d'après Soulsby, 1997)

### 2.1.2. Mise en mouvement

. Principe : au-delà d'une vitesse de frottement critique, les particules d'une granulométrie donnée perdent leur équilibre, car les forces qu'elles subissent ne s'annulent pas ou génèrent des moments non nuls [force de traînée + force de portance (générée par la dépression associée à l'accélération du fluide contournant la particule) + poids immergé  $\neq 0$ ].

. Shields (1936) introduit les paramètres adimensionnels :

$$D_* \text{ relatif au grain : } D_* = D \left[ \frac{(s-1)g}{\nu^2} \right]^{1/3} \quad (31a)$$

[  $D_*$  se construit à partir d'un nombre de Reynolds de la particule ( $W_s D/\nu$ ) ]

$\theta$  paramètre de mobilité, relatif à l'écoulement, qui exprime le rapport entre la force résultant de la contrainte de cisaillement sur le grain et le poids immergé de ce dernier :

$$\theta = \frac{u_*^2}{(s-1)g D} \quad (31b)$$

En présence de vagues, remplacer  $u_*^2$  par  $\frac{\tau_w^{\max}}{\rho}$  ou  $\frac{\tau_{w+c}^{\max}}{\rho}$

. Le seuil de mise en mouvement est donné sous forme d'une valeur critique de  $\theta$  fonction de  $D_*$  (diagramme de Shields) et résulte d'expérimentations (figure 7).

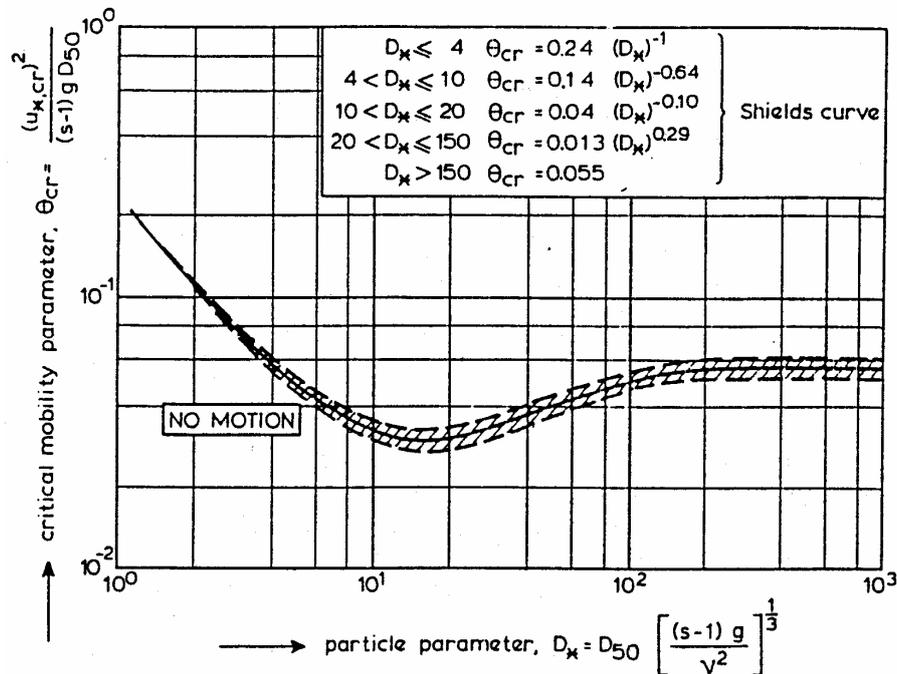
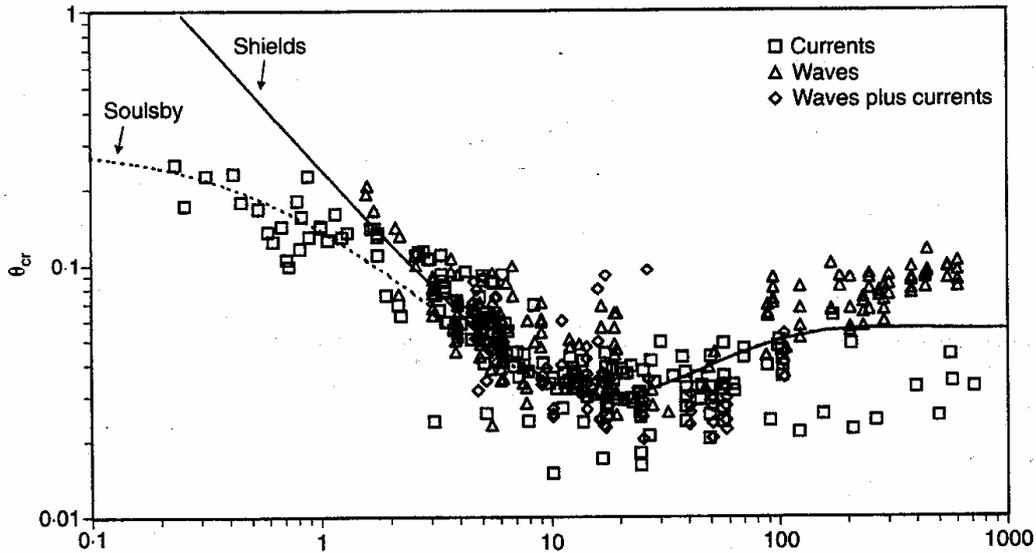


Figure 7 : Initiation du mouvement (diagramme de Shields) (in Van Rijn, 1985).

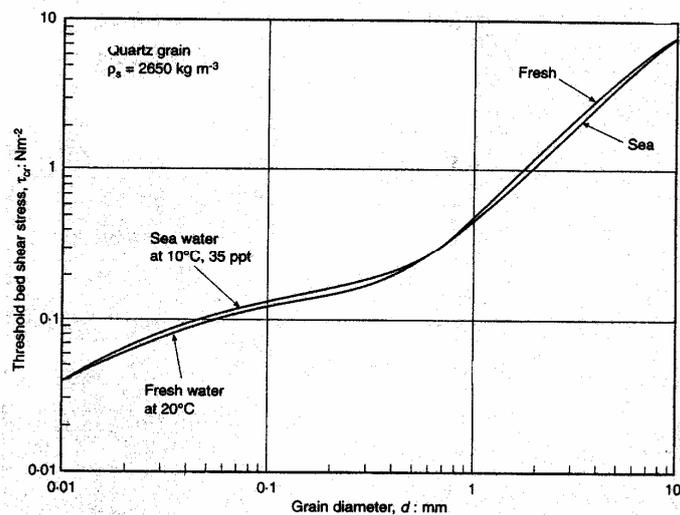
Soulsby (1997) a proposé la relation simplifiée suivante :

$$\theta_{cr} = \frac{0.3}{1+1.2D_*} + 0.055 \left[ 1 - \exp(-0.02 D_*) \right] \quad (32)$$

qui corrige le diagramme de Shields pour les petits diamètres (sédiments vraiment non cohésifs ?) (fig. 7bis, in Soulsby, 1997) :



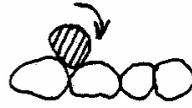
pour des grains de quartz dans l'eau, le seuil de mise en mouvement s'exprime en fonction du diamètre selon la figure 7 ter :



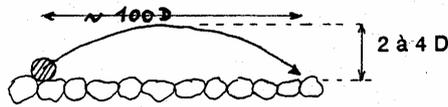
### 2.1.3. Modes de transport

3 types, selon la valeur de  $u^* / u_c^*$  (ou  $\theta / \theta_c$ ) :

.  $u^*$  proche de  $u_c^*$ : **charriage** par roulement



. puis : **saltation**



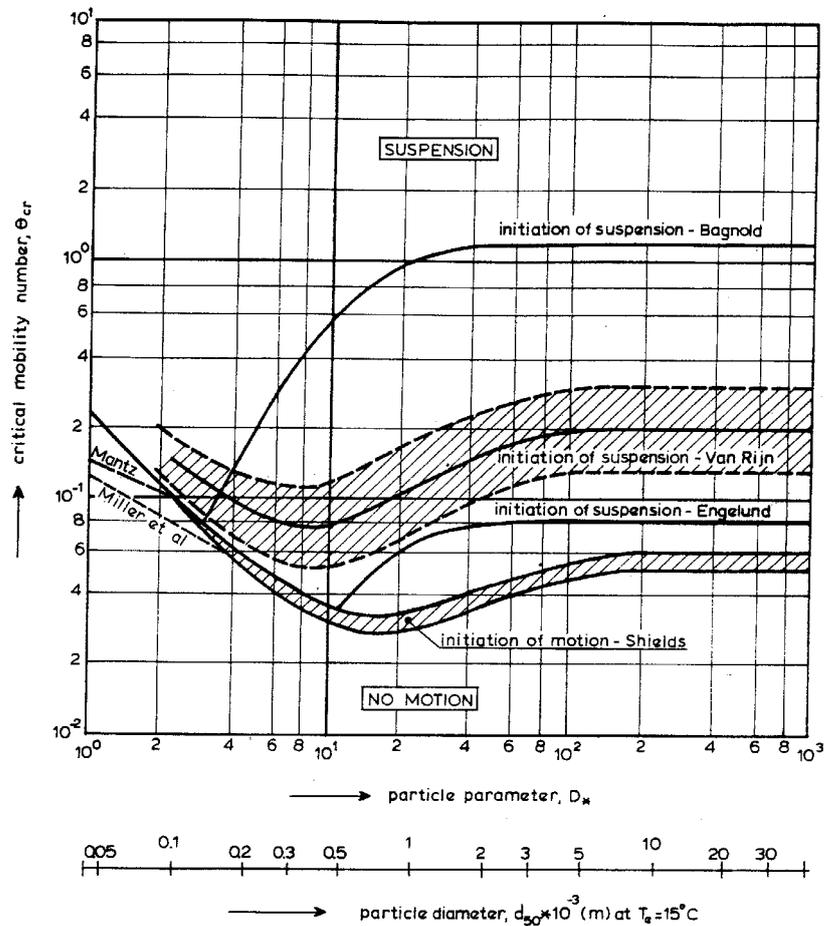
l'équilibre est constamment rompu en raison des fluctuations de la force de soulèvement.

. si vitesse turbulente ascendante  $> W_s$  : mise en **suspension**

critère de Bagnold :  $u^* \geq W_s/1,25$

ou, dans le diagramme de Shields :  $\theta_{cs} = 0,4 \frac{W_s^2}{gD}$

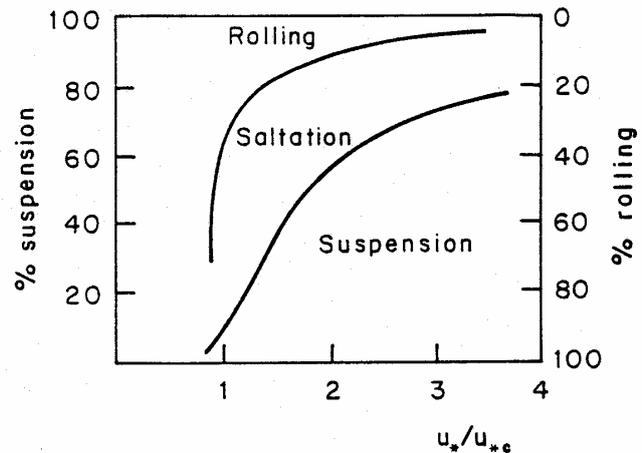
A noter, différence d'appréciation du critère de mise en suspension, selon expérimentateurs:



(d'après Van Rijn, 1989)

. en fait, les 3 types de mouvement se produisent simultanément, dans des proportions variables :

(d'après Abbott et Francis, 1977)



### Formation des rides

Les rides de sable apparaissent dès que le seuil de mise en mouvement ( $u^*_c$ ) est dépassé. Elles commencent à s'écrêter lorsque la vitesse de frottement dépasse un nouveau seuil ( $u^*_{\text{break off}}$ ) et disparaissent complètement pour une vitesse de frottement encore plus grande ( $u^*_{\text{sheet flow}}$ ): on est alors en régime de "sheet flow" (écoulement du sable dans une couche mince immédiatement au-dessus du fond).

Suivant Li & Amos (2001), on distingue donc:

$u^*_c$  vitesse de frottement critique pour mise en mouvement

$u^*_{\text{susp}}$  vitesse de frottement critique pour suspension

$u^*_{\text{break off}}$  vitesse de frottement critique pour réduction des rides  

$$u^*_{\text{break off}} = 1.34 u^*_c \left\{ \frac{D}{4\nu} \left[ \frac{(\rho_s - \rho)}{\rho} g D \right]^{0.5} \right\}^{0.3} \quad (33)$$

$u^*_{\text{sheet flow}}$  vitesse de frottement critique pour « sheet flow »  

$$u^*_{\text{sheet flow}} = \left[ \frac{(\rho_s - \rho)}{\rho} g D 0.17 D^{-0.376} \right]^{0.5} \quad (34)$$

pour savoir quel type de fond est susceptible de se mettre en place, on considère :

$u^*_{s\ w+c}$  vitesse de frottement de peau [avec effet charriage, (10)] sous vagues + courant

$u^*_{s\ w+c\ \text{max}}$  vitesse de frottement de peau sous vagues + courant sur crêtes

$u^*_{s\ c}$  vitesse de frottement de peau sous courant seul

$u^*_{s\ w}$  vitesse de frottement de peau sous vagues seules

si  $u^*_{s\ w+c\ \text{max}} < u^*_c$

pas de rides (sauf si celles-ci préexistaient...)

si  $u^*_{s\ w+c} < u^*_c$  et  $u^*_{s\ w+c\ \text{max}} > u^*_c$

rides à faible taux de transport

si  $u^*_{s\ w+c} > u^*_c$  et  $u^*_{s\ w+c\ \text{max}} < u^*_{\text{break off}}$

rides en équilibre:

- si  $u^*_{s\ w} / u^*_{s\ c} < 0.75$

rides de courant

- si  $u^*_{s\ w} / u^*_{s\ c} > 1.25$

rides de vagues

- si  $0.75 < u^*_{s\ w} / u^*_{s\ c} < 1.25$

rides mixtes

si  $u^*_{\text{break off}} < u^*_{s\ w+c\ \text{max}} < u^*_{\text{sheet flow}}$

rides réduites

si  $u^*_{s\ w+c\ \text{max}} > u^*_{\text{sheet flow}}$

"sheet flow"

## Effet de la pente du fond sur le transport par charriage

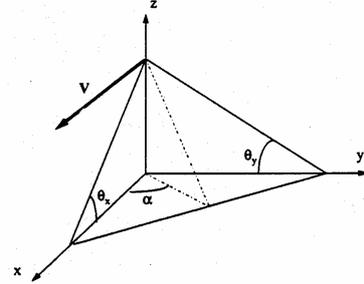
La pente du fond peut engendrer une modification de la tension de cisaillement critique de mise en mouvement, et une déviation du débit solide si le courant n'est pas aligné avec la ligne de plus grande pente.

**Formulation « petite échelle »** (Hamm et al., 1994)

Résulte d'un équilibre des forces sur le grain. Le transport se fait selon un angle  $\alpha$  avec le courant, tel que

$$\sin \alpha = -\frac{g \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\operatorname{tg} \varphi (g \cos \theta_2 \cos \theta_1 - A_p \tau_{cr})}$$

$$\theta_1 = -\arctan \frac{\partial z}{\partial x} \quad \text{et} \quad \theta_2 = -\arctan \left( \frac{\partial z}{\partial y} \cos \theta_1 \right)$$



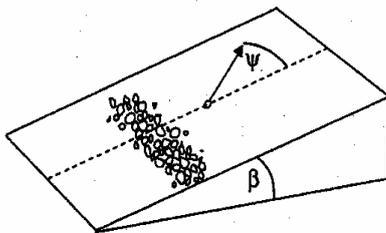
Conventions et notations utilisées dans la méthode de Hamm et al. (1994) avec  $\tan \theta_x = -\frac{\partial z}{\partial x}$  et  $\tan \theta_y = -\frac{\partial z}{\partial y}$

où  $\varphi$  est l'angle de frottement interne,  $\tau_{cr}$  la contrainte critique de cisaillement au fond et  $A_p$  un coefficient déterminé empiriquement. La contrainte limite de mise en mouvement se déduit de celle sur fond plat  $\tau_{cr0}$  par la formule :

$$\tau_{cr} = \tau_{cr0} \left( \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sqrt{1 - \frac{\tan^2 \theta_2}{\tan^2 \varphi}} + \frac{\sin \theta_1}{\tan \varphi} \right)$$

Cette expression n'est définie que si  $\theta < \varphi$  (la pente du fond doit être inférieure à l'angle de frottement interne du sédiment).

**Formulation de Soulsby, 1997:**



$$\frac{\tau_{bcr}}{\tau_{cr}} = \frac{\cos \psi \sin \beta + \gamma \cos^2 \beta \tan^2 \phi_1 - \sin^2 \psi \sin^2 \beta}{\tan \phi_1}$$

**Formulation « globale »** (De Vriend, 1993)

Correction du débit solide en fonction de ce dernier et de la pente...

$$\bar{q} = \bar{q}_0 - \varepsilon_s \|\bar{q}_0\| \bar{\nabla} z \quad \text{avec} \quad \varepsilon_s = \frac{1}{\tan \varphi_m} \quad (35) \quad \text{ou encore} \quad q = q_0 \tan \varphi_m / [\cos \beta (\tan \varphi_m - \tan \beta)]$$

selon Lesser et al. (2004)

où  $\varphi_m$  est la pente maximale atteinte par le sédiment sous l'eau (dépend du sédiment ; serait inférieur à l'angle de frottement interne, proche de  $33^\circ$  ; soit  $\varphi_m$  de  $14$  à  $32^\circ$ , ou encore  $\varepsilon_s = 4$ , selon Struiksma et al., 1985 ;  $\varepsilon_s = 1.6$  selon Soulsby/Van Rijn).

Voir aussi formule de Bailard, chapitre 3.

**Profil en suspension dans un courant permanent**

On écrit en général :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{u} \cdot \text{grad } C + W_s \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial C}{\partial z} \right)$$

- $u(z)$  dépend du choix du profil de diffusivité turbulente.
- $c(z)$  dépend du profil de diffusivité de sédiment  $K_z (= \beta N_z)$

Si  $N_z$  parabolique,  $u_z$  logarithmique, on obtient (Rouse, 1936) :

$$C(z) = C_a \left( \frac{h-z}{z} \frac{a}{h-a} \right)^{W_s / \beta k u_*^3} \tag{36}$$

avec  $\beta = K_z / N_z \approx 1$

Soit  $Z = W_s / (\beta k u_*^3)$ , [nombre de Rouse]

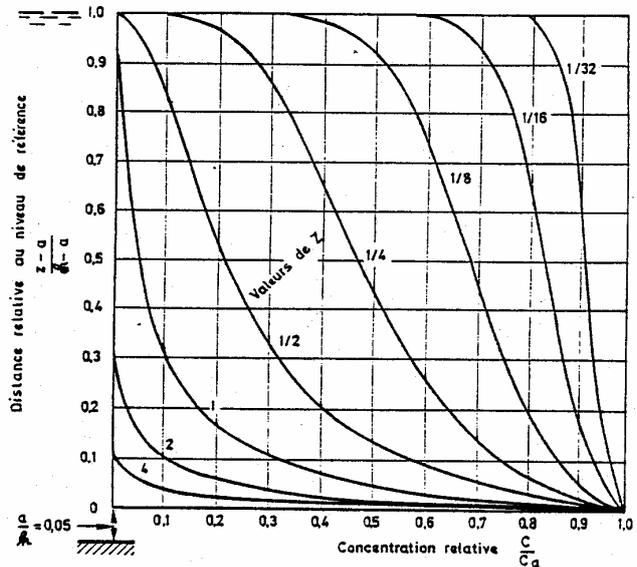
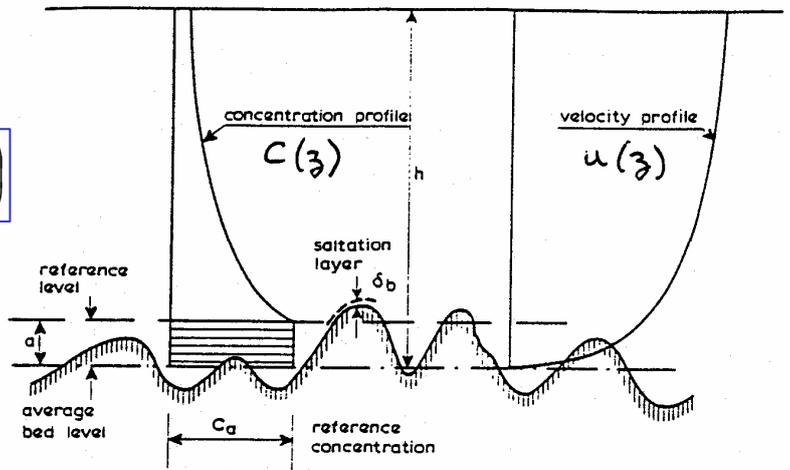
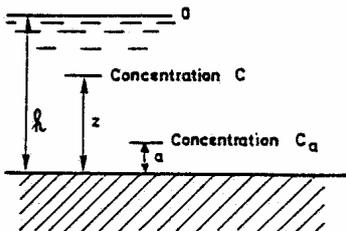


Figure 9 : répartition de la concentration en suspension dans un écoulement permanent (profils de "Rouse-Vanoni") (in Latteux et al., 1985)

La détermination de  $a$  et surtout de  $C_a$  pose problème : certains auteurs relient  $C_a$  à la densité du lit, d'autres au débit charrié (voir formulation de Van Rijn, ci-après).

## Flux d'érosion ("pick up functions")

Lorsque le transport de sable est principalement constitué de suspensions, on peut remplacer la donnée de la concentration de référence par une condition de flux à l'interface eau/sédiment, qui ne nécessite pas une situation d'équilibre. Lorsque ce dernier est atteint, on a alors érosion = dépôt, avec un dépôt exprimé comme  $W_s C_a$  (attention: dépend de la hauteur de référence  $a$ ) et les deux formulations se rejoignent. Hors équilibre, ce qui s'observe tout particulièrement dans le cas des vagues, la donnée d'un flux d'érosion est plus pertinente.

Nielsen (1992) propose:  $E = E_0 (\tau/\tau_c - 1)^n$  (37)

avec  $n$  de l'ordre de 1 (Beach et Sternberg, 1988); Van Rijn (1984) ajuste  $n = 1.5$ . L'expression est souvent appelée excès normalisé de contrainte de cisaillement ( $T$ )

Smith & McLean (1977) proposent  $E = W_s C_{bed} \gamma T / (1 + \gamma T)$  (38)

$\gamma$  est un paramètre empirique (de l'ordre de 0.002), et le dénominateur  $(1 + \gamma T)$  permet de faire converger  $E$  vers  $W_s C_{bed}$  (le maximum possible) lorsque  $T$  est infiniment grand.

Une loi d'érosion de type  $E = E_1 (\tau - \tau_c)^n$  a été récemment calibrée à partir de tests d'érosion en canal de laboratoire (Roberts et al., 1998):  $n$  varie de 2.2 pour des particules de 200  $\mu\text{m}$ , à 1.6 pour des particules de 1300  $\mu\text{m}$ . Pour les grosses particules,  $E_1$  est indépendant de la densité du lit, tandis que pour les petits diamètres, l'érosion est moins sensible à  $\tau_c$  et décroît lorsque la densité augmente.

### 2.1.4 Caractéristiques des ondulations du fond

Lorsque les grains sont en mouvement, des ondulations du fond ("bedforms") se créent facilement. Leur nomenclature est confuse. On distingue généralement :

- les rides générées par les houles : symétriques, formées par les roulements des grains ou par des vortex.
- les rides, dunes et antidunes générées par un courant : asymétriques, elles se déplacent dans le sens du courant, sauf les antidunes qui se forment par courant fort (pour un écoulement supercritique). Les dunes peuvent être hautes au point de perturber l'écoulement sur toute la colonne d'eau, tandis que les rides ne concernent que les couches de fond.

Les ondulations sont caractérisées par leur longueur d'onde  $\lambda$  et leur hauteur  $H_T$ .

## Rides de courant (*ripples*)

Yalin (1964) propose  $\lambda = 1000D$ , avec une cambrure  $H_r/\lambda$  de l'ordre de 0.1 (figure 10) (39)

Les rides sont balayées pour les fortes valeurs de  $\tau$ , soit  $\theta$  (paramètre de Shields) de l'ordre de 0.8 : le transport se fait alors sous forme de « sheet flow ».

## Dunes (*sandwaves*)

Selon Yalin (1964), leur longueur d'onde peut être liée à la hauteur d'eau :  $\lambda \sim 2\pi h$ . Leur cambrure serait plus faible (figure 10).

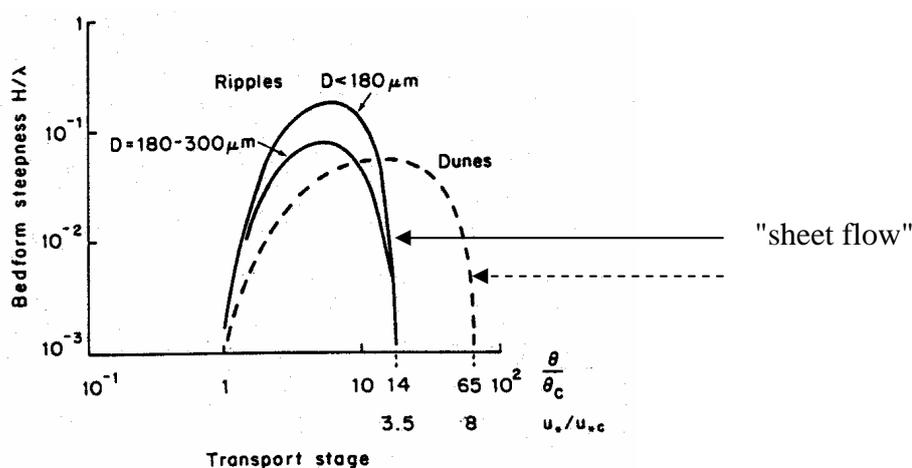


Figure 10 : Steepness of ripples and dunes as a function of transport stage – *After Yalin, 1977, Mechanics of Sediment Transport*

## Rides de houle

Hauteurs et longueurs d'onde sont principalement fonction de l'excursion de houle près du fond  $A$  et du paramètre de mobilité comme l'illustre la figure 11. On peut aussi retenir  $\lambda = 0.65$  à  $0.8 A$ .

Enfin, la figure 12 présente de manière synthétique les plages d'occurrence des ondulations de fond générées par un courant et/ou une houle, en fonction des paramètres de mobilité qui leur correspondent.

Nielsen (1992, in Soulsby, 1997) propose :

$$H_r = (0.275 - 0.022 \psi^{0.5})A \quad \text{si } \psi = \frac{u_b^2}{g(s-1)d} < 156, H_r = 0 \text{ au-delà} \quad (40a)$$

$$\lambda = H_r / (0.182 - 0.24 \theta_w^{1.5}) \quad \text{si } \theta_w \text{ (paramètre de Shields)} < 0,83 \quad (40b)$$

Wiberg & Harris, 1994:

$$\lambda = 535 D_{50} \quad (41a)$$

$$H_r / \lambda = \exp[-0.095(\ln(2A/H_r))^2 + 0.442 \ln(2A/H_r) - 2.28] \quad (41b)$$

Autres caractéristiques de rides dans Li et Amos, 2001.



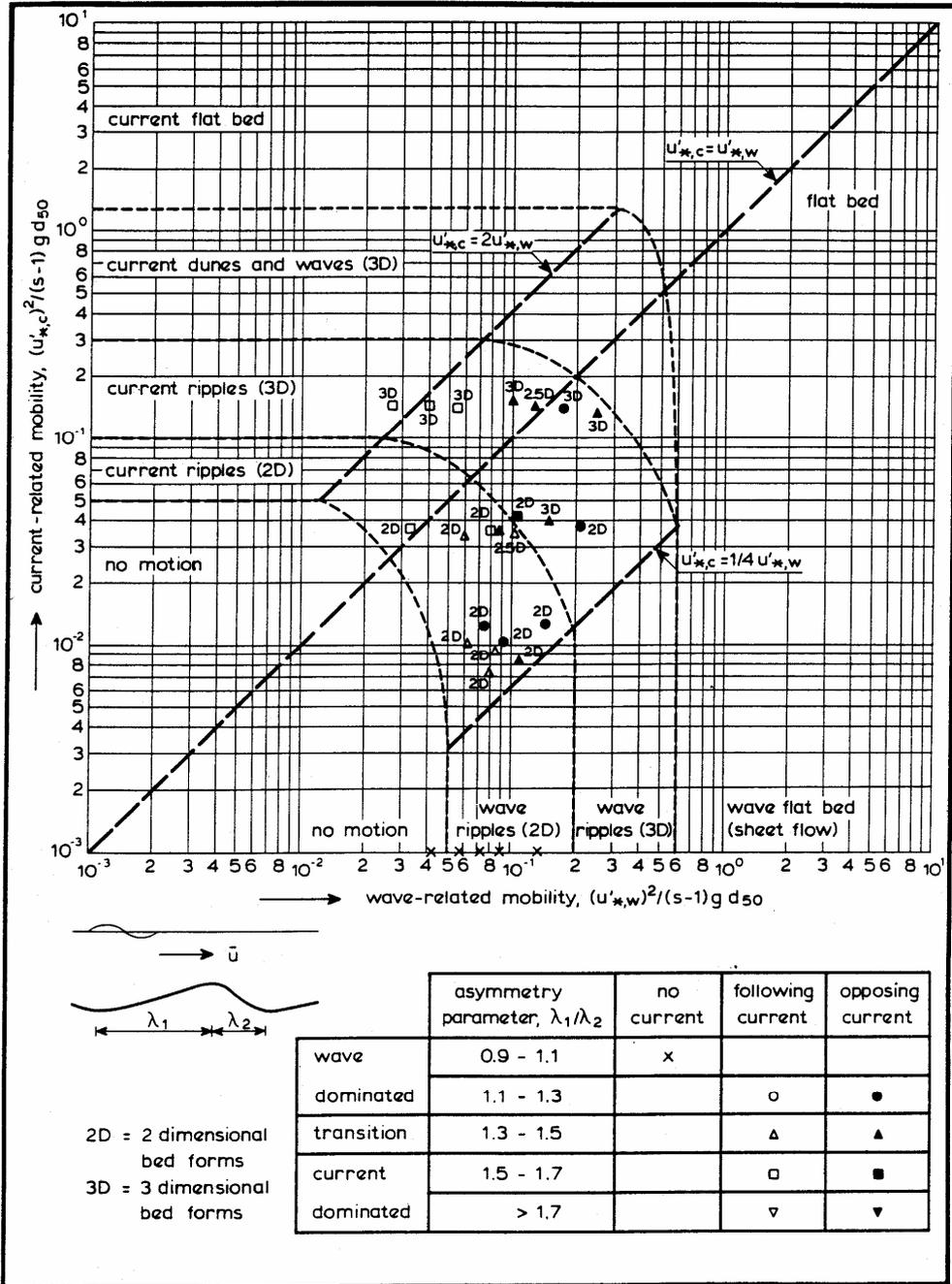


Figure 12 : Classification des ondulations du fond sous l'action combinée d'une houle et d'un courant (d'après Van Rijn, 1989).

### 2.1.5. Tri granulométrique – pavage - transport multiclasse

En présence de plusieurs classes de particules, un tri granulométrique peut se réaliser. En phase de transport ou de dépôt, les comportements différentiels des particules sont paramétrés directement par leurs diamètres  $D$ , mais peuvent l'être aussi par les vitesses de chute  $W_s$ .

En ce qui concerne la mise en mouvement, le comportement individuel des particules superficielles peut être influencé par les caractéristiques (taille ...) des particules voisines : en particulier les grosses particules sont susceptibles de protéger de l'érosion des particules plus fines: c'est le **pavage** ("**bed armouring**"). De même la présence de petites particules peut aider à la mise en mouvement des grosses qui sont moins coincées les unes entre les autres. Ces phénomènes restent difficiles à quantifier.

En ce qui concerne les flux d'érosion, on peut reprendre la formulation de Smith & McLean (1977) en corrigeant la contrainte critique de mise en mouvement:

$$E_i = W_{si} f_i C_{bed} \gamma T_i / (1 + \gamma T_i) \quad (42)$$

$$\text{avec } T_i = \tau / \xi_i \tau_c - 1 \quad \text{et } \xi_i = f(D_i / D_{moy})$$

Par exemple, expression empirique de Komar :

$$\tau_{ci} = 0.00515 (\rho_s - \rho) g D_i^{0.568} \text{tg} [e (D_i / D_{moy})^{-f}], \quad e \text{ un indice de forme}$$

L'expression entre crochets représente l'angle de pivot du type de grains.

Une "**couche active**" est souvent invoquée: c'est la couche de sédiment superficiel sur laquelle une érosion sélective de fines peut se manifester. A priori, l'érosion éventuelle des petites particules s'arrête quand il n'y en a plus dans cette couche active. Son épaisseur fait l'objet de débat, ainsi que naturellement les conditions de sa réactualisation.

Par exemple, Reed et al. (1999) :  $ep_{act} = 0.3 \text{ cm}$ ; Cugier et al. (2000):  $ep_{act} = D_{grosses \text{ part.}}$

Simplification: pour Pohlman & Puls (1994), les fines incluses dans un sédiment sableux sont instantanément remises en suspension (lessivage) jusqu'à la profondeur  $d_{sed} = 0.0014 (\tau / \tau_c - 1)$

# **COMPORTEMENT DES PARTICULES**

## **2.2. Sédiments cohésifs**

## 2.2. Sédiments cohésifs

- .  $\exists$  forces de liaison entre grains ( $\rightarrow$  comportement d'un fluide, mais souvent non "Newtonien").
- . Important en ingénierie : envasement des chenaux d'accès aux ports d'estuaires.
- . Important pour l'environnement : matériau de prédilection pour l'adsorption des contaminants (polluants, nutriments...).
- . Un seul mode de transport : suspensions.
- . Pas de "formule de transport" : les vitesses horizontales des particules sont assimilées à celles du fluide. Les quantités en suspension résultent d'un bilan entre ce qui se dépose et ce qui est érodé. Les MES (matières en suspension) suivent donc une relation d'advection dispersion avec comme termes sources ou puits : les échanges avec le fond.

Les particules fines dans les sédiments cohésifs, et tout particulièrement les argiles (silicates plus ou moins feuilletés, de taille inférieure à quelques  $\mu\text{m}$ ), sont soumises à des forces attractives moléculaires ("de Van der Waals"), et à des forces électriques répulsives induites par les charges négatives à la surface des particules. Ces forces diminuent très rapidement en fonction de la distance entre particules, mais à des taux divers. L'effet des forces attractives peut être renforcé par la présence de polymères organiques (liés à la matière organique), tandis que l'intensité des forces répulsives dépend de la concentration en cations dans le milieu (ex.  $\text{Na}^+$  dans l'eau de mer). Ces cations forment une double couche diffuse autour des particules qui tendent à neutraliser les charges négatives à leurs périphéries : les forces d'attraction entre particules peuvent alors l'emporter, et l'agrégation des particules, ou la cohésion en résultent.

### 2.2.1. Vitesse de chute/floculation/dépôt

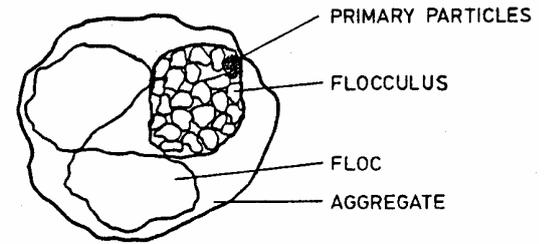
L'expression (27) de la **vitesse de chute** (relation de Stokes) est admise pour les sédiments cohésifs lorsque les particules sont isolées (sans oublier cependant que cette relation suppose une forme sphérique des particules, ce qui n'est pas très réaliste).

### Floculation

- . En présence d'autres particules, les éléments cohésifs tendent à s'agglomérer en flocons qui peuvent eux-mêmes s'agréger en flocs puis en agrégats de taille croissante : c'est la floculation.

. La floculation, mal connue, est favorisée par :

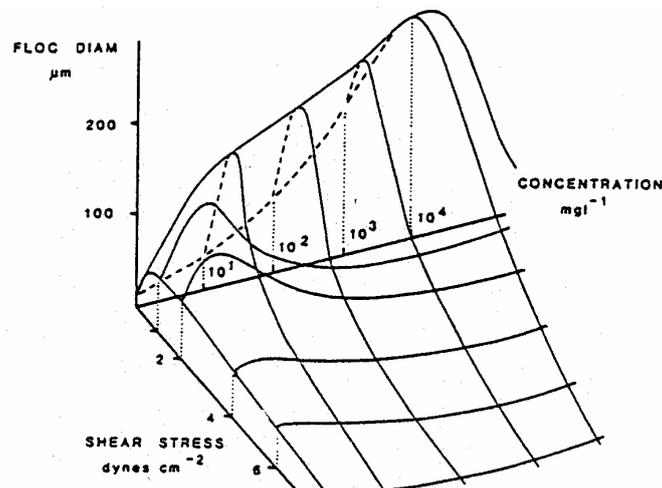
- la salinité (qui modifie les forces électrochimiques) (entre 0 et 5 ‰),
- la composition organique des matières (en suspension),
- la turbulence, que l'on peut paramétrer par  $\tau_b$  ou  $u_*$  [mais un excès de turbulence peut aussi casser les gros agrégats fragiles],
- la concentration C.



SCHEMATIC PICTURE OF FLOC STRUCTURE

(d'après Van Leussen, 1988)

Dyer (1989) propose la relation conceptuelle ci-dessous  $D = f(C, \tau_b)$  :



. Pendant la floculation, les tailles des floccs augmentent mais leur densité diminue (accroissement de l'eau de constitution des floccs)  $\Rightarrow$  effet contradictoire sur la vitesse de chute. Néanmoins,  $W_s$  croît avec la floculation.

Dans les fortes charges ( $>1 \text{ g.l}^{-1}$ ) les particules sont gênées dans leur descente : c'est la chute entravée, liée à l'espace disponible, donc à la concentration volumique (d'où un effet supplémentaire de la densité des floccs).

La quantification de la floculation, et des vitesses de chute qui en résultent, fait l'objet de recherches actuelles. On peut distinguer les démarches empiriques, basées sur l'expérimentation en labo, ou depuis peu in situ, et les tentatives de modélisation qui reprennent les processus.

### Approche empirique de la vitesse de chute

- (Migniot, 1968, 1989, à partir d'expérimentations en labo) caractérise un "facteur" de floculation :  $\frac{W_{floc}}{W_s} = 250 D^{-1,8}$  (D en  $\mu$ )

- (Owen, Krone)  $W_{floc} \sim C^n$

- (Thorn et Parsons)  $\left| \begin{array}{l} W_f = 0,513 C^{1,29} \text{ pour } W_f < 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-1} \\ W_f = 2,6 \cdot 10^{-3} (1 - 0,008 C)^{4,65} \text{ sinon.} \end{array} \right.$   
 (cf. figure 13)

On retrouve la relation classique de vitesse de chute entravée [en  $(1 - C_v)^{4,65}$ ] de Richardson et Zaki.

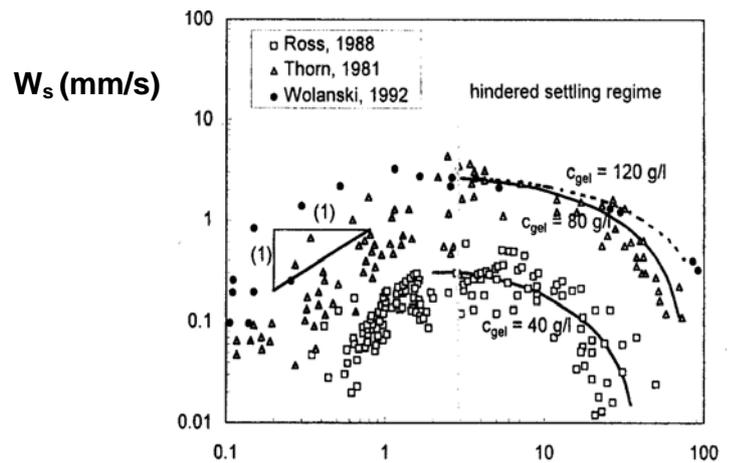
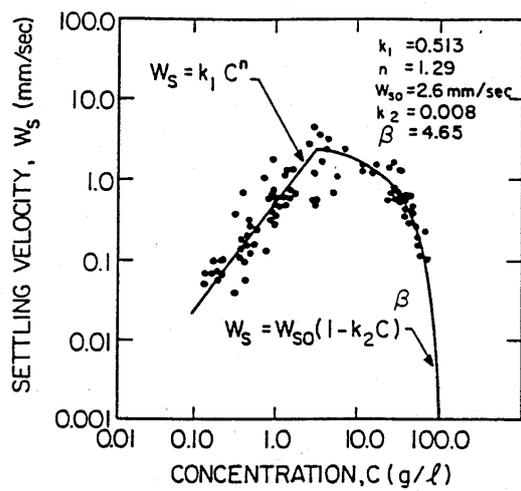
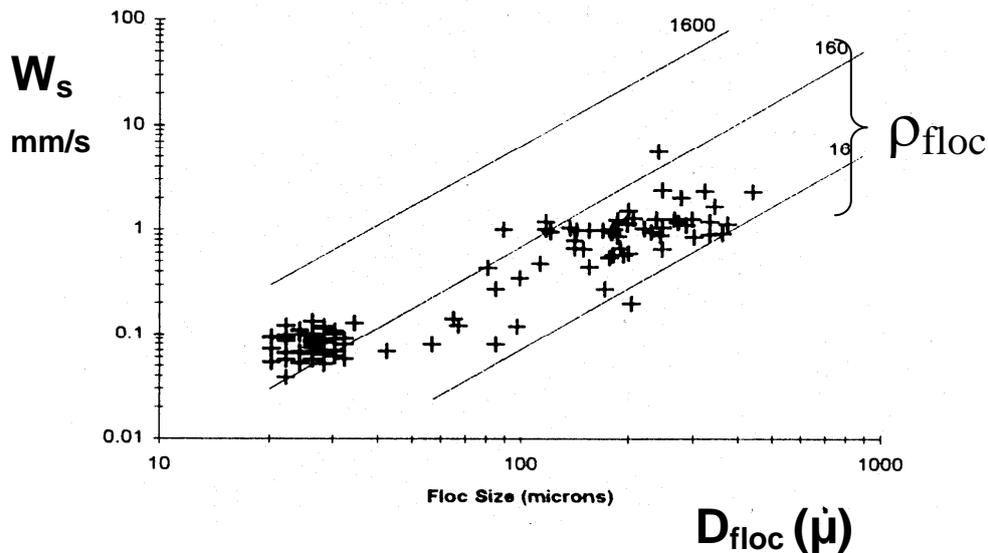


Fig. 13 : relation entre vitesse de chute et concentration de sédiment en suspension, d'après les tests effectués sur différentes vases (à gauche: vase du Severn estuary (d'après Thorn, 1981, et Winterwerp, 1999)



Exemple caractéristique d'observation in situ de floes, montrant deux populations de floes (d'après Dyer & Manning, 1999):

- microflocs de 20-30  $\mu\text{m}$  (vitesse de chute de l'ordre de  $0.1 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ ),
- macroflocs de 200-300  $\mu\text{m}$  (vitesse de chute de l'ordre de  $1 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ )

Sternberg et al. (1999) proposent  $W_s \text{ (mm/s)} = 0.0002 D_{\text{floc}}^{1.54}$  (D en  $\mu\text{m}$ )

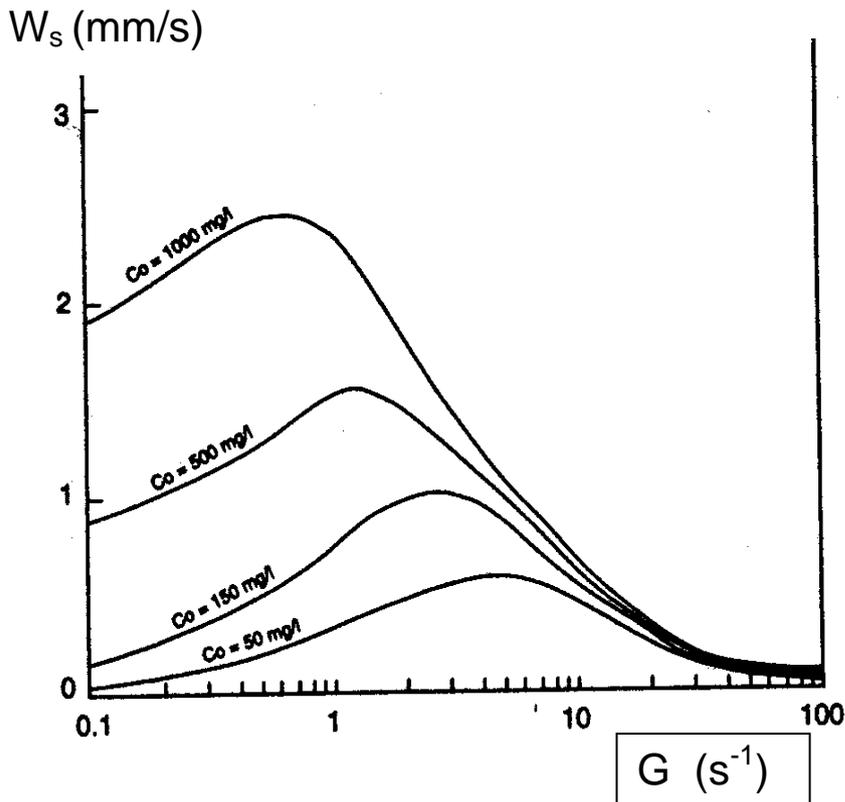
Van Leussen (1994) prend en compte à la fois la concentration et la turbulence, paramétrée par G

$$W_f = kC^m \frac{1 + aG}{1 + bG^2} \quad (43)$$

où  $G$  : gradient de vitesse absolu =  $\sqrt{\varepsilon / \nu}$   
 $k, m, a, b$  : constantes empiriques

In Winterwerp (1999) :  $k=3.5$   $m=1$   $a=0.3$   $b=0.09$

et, selon Nezu & Nakagawa (1993) :  $\varepsilon = \frac{u_*^3}{\kappa h} \frac{1-z/h}{z/h}$



### Approche par modélisation (exemple, selon Winterwerp, 1999)

théorie fractale :  $N_{part} \sim (D_{floc}/D_{part})^{nf}$  (Kranenburg, 1994)

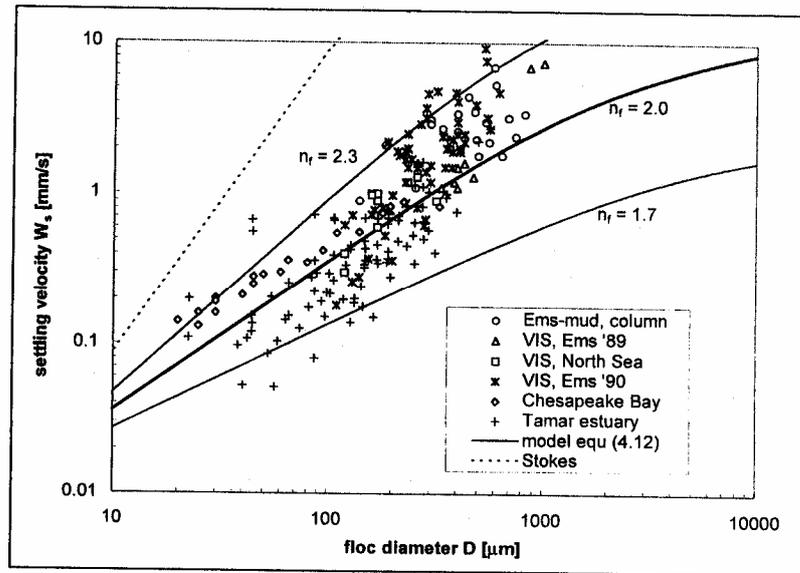
$N_{part}$  : nombre de particules dans un floc

$$W_s = \frac{\alpha}{18\nu} \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w} g D_p^{3-nf} \frac{D_{floc}^{nf-1}}{1 + 0.15 Re_{floc}^{0.687}} \underbrace{\frac{(1 - \varphi_*)^m (1 - \varphi_p)}{1 + 2.5\varphi}}_{\text{Chute entravée}}$$

$$\varphi_* = \min(1, \varphi)$$

$$\varphi = c / c_{gel}$$

Chute entravée



Modèle de floculation

$$N = \frac{1}{f_s} \frac{c}{\rho_s} D_p^{n_f - 3} D^{-n_f}$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = - \frac{\partial N u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial N w_s}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial N}{\partial z} \right) - \underbrace{k_a (1 - \phi_*) G D^3 N^2}_{\text{agrégation}} + \underbrace{k_b G^{q+1} (D - D_p)^p D^{2q} N}_{\text{défloculation}}$$

Dépôt

La probabilité qu'une particule (ou un flocon) de rester au fond après sa chute est fonction opposée de l'intensité de la turbulence.

$$\Rightarrow (\text{Krone}) \quad \boxed{\text{Dép (en kg / m}^2 \text{ / s)} = W_f C \left( 1 - \frac{u_*^2}{u_{*d}^2} \right) \text{ pour } u_* < u_{*d}} \quad (44)$$

Dép est nul si  $u_* > u_{*d}$

↑  
probabilité de dépôt

$u_{*d}$  vitesse de frottement critique pour le dépôt,  
de l'ordre de  $1 \text{ cm.s}^{-1}$

La probabilité de dépôt n'a d'utilité que si l'érosion des dépôts frais n'est pas prise en compte, par exemple lorsque ces dépôts acquièrent immédiatement une rigidité qui empêche de les éroder à la suite.

A noter, en cas de chute entravée, que la réduction du flux de dépôt intervient pour des concentrations supérieures (figure 13b) :

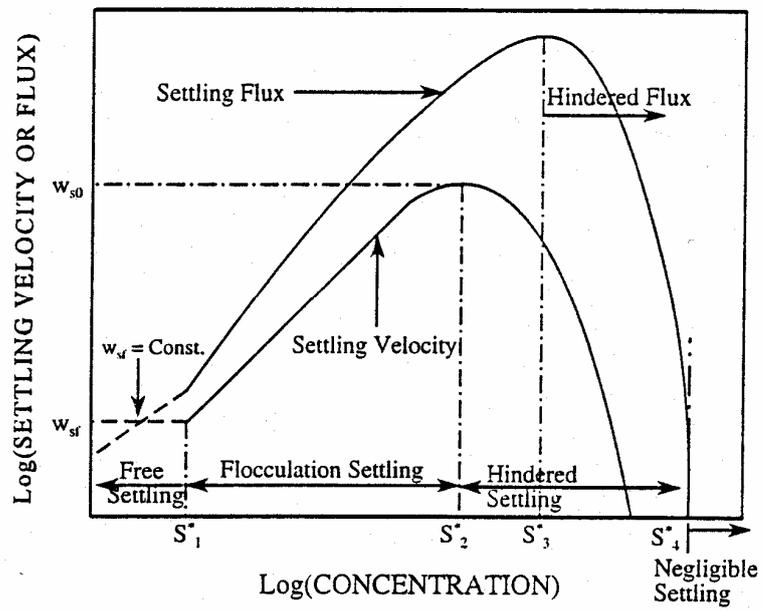
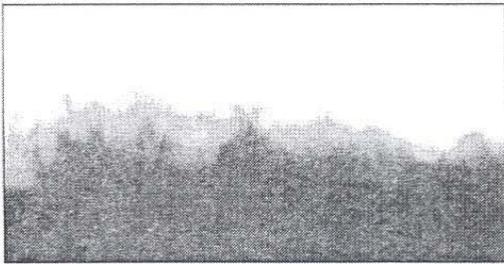


Figure 13b : A schematic description of settling velocity and flux variation with suspension concentration (after Hwang, 1989).

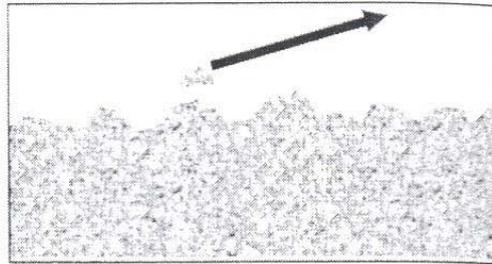
### 2.2.2. Erosion

Selon Winterwerp et Kesteren (2004), 4 modes d'érosion peuvent être distingués:

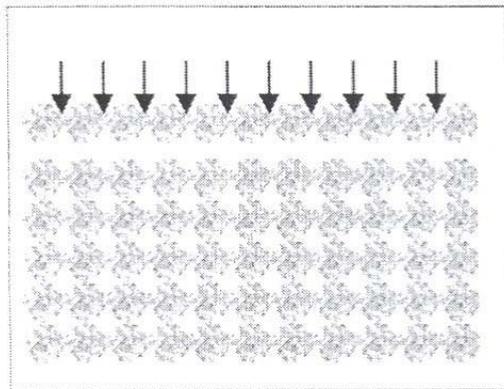
- l'entraînement d'une couche de vase fluide ou molle, par l'écoulement turbulent
- l'érosion par floccs, correspondant à l'arrachement de particules ou agrégats isolés
- l'érosion de surface, qui est une généralisation du mode précédent, avec processus de drainage par l'eau de la couche de surface
- l'érosion en masse, qui se manifeste par des ruptures au sein du sédiment, et des arrachements de copeaux de grande taille (millimétriques à centimétriques)



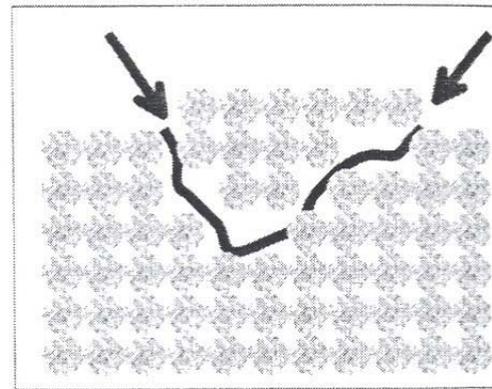
*Fig. 9.1a: Entrainment of a dense mud layer by turbulent water flow (entrainment = "one-way" mixing).*



*Fig. 9.1b: Floc erosion = disruption and break-up of individual flocs or part of flocs from the bed surface.*



*Fig. 9.1c: Surface erosion = drained process: eroding sediment particles are replaced by water.*



*Fig. 9.1d: Mass erosion = undrained process: local failure within the bed (crack formation).*

Ces modes d'érosion ne se produisent pas systématiquement, leur manifestation dépend de la rigidité du lit, par exemple paramétré par la résistance au cisaillement du sédiment remanié, observée à l'aide d'un scissomètre après le pic initial. Des exemples sont donnés sur la figure ci-après

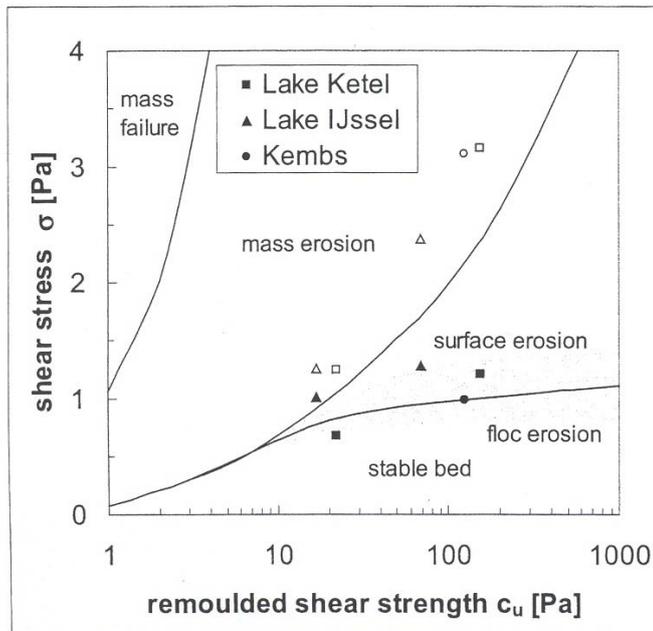


Fig. 9.11: Classification of erosion modes for cohesive sediment; solid symbols refer to surface erosion and open symbols refer to mass erosion.

- Très généralement, le flux d'érosion dépend de l'intensité du cisaillement au fond.
- Pour une vase fluide, érosion par "entraînement" à l'interface "instable" eau/vase

$$E = Ve \cdot C_{vase}, \quad C_{vase} : \text{concentration massique de la vase} \quad (45)$$

la vitesse d'entraînement dépend du nombre de Richardson :

$$\text{soit } Ri = g \cdot (\rho_{vase} - \rho_{eau}) / \rho_{eau} \cdot ep / \Delta u^2$$

avec  $ep$  : épaisseur de vase fluide

$\Delta u$  : écart de vitesse entre eau et vase

ex. (Odd et Cooper, 1989) :

$$\text{si } Ri < 10, \quad Ve : \text{vitesse d'entraînement} = 0.1 \Delta u / (1+63Ri^2)^{0.75}$$

- pour une vase en cours de consolidation, Mehta, Partheniades, Parchure :

$$E = E_0 \exp[\alpha(\tau - \tau_{ce})^\beta] \quad \text{avec } \tau_{ce} \text{ de l'ordre de } 0.1 \text{ à } 1 \text{ Pa} \quad (46)$$

par exemple, - Kuijper et al (1989) meilleur ajustement pour  $\alpha = 27 \text{ Pa}^{-0.5}$ ,  $\beta = 0.5$  et  $E_0 = 0.2 \text{ à } 1.10^{-6} \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$

- Andersen et al. (2002) meilleur ajustement pour  $\alpha = 2.4 \text{ Pa}^{-1}$ ,  $\beta = 1$  et  $E_0 = 0.14 \text{ g.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$

$\tau_{ce}$  : contrainte de cisaillement critique pour l'érosion, dépend de l'érodabilité du fond

- pour les vases consolidées, la relation dite "de Partheniades" est très utilisée:

$$\boxed{E(\text{en kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}) = E_o \left( \frac{\tau}{\tau_{ce}} - 1 \right)} \quad E = 0 \text{ si } \tau \leq \tau_{ce} \quad (47)$$

$E_o$  : valeur expérimentale =  $10^{-3}$  à  $10^{-5}$

$\tau_{ce}$  de l'ordre de 0.1 à 1 Pa

Selon Ariathurai et Arulanandan (1978) :  $E_o$  varie de 0.005 à 0.015 et augmente avec la température

## Erodabilité du sol

- . Mal connue
- . Difficile à mesurer
- . Empiriquement, on relie  $u_{*e}$  à la densité sèche superficielle du lit de vase ( $\rho_{sol}$ )

$$u_{*e} = a \rho_{sol}^b \quad (\rho_{sol}, \text{ en kg.m}^{-3}) \quad (48)$$

*exemple : (Owen)  $b = 1,22$  et  $a = 8,28.10^{-5}$*

*Mitchener & Torfs (1996):  $\tau_{ce} = a (\rho_{sol} - 1000)^b$ , avec  $a = 0,015$  et  $b = 0,73$*

*Mehta, 1994 :  $\tau_e = a (C_v - C_{vc})^b$ , avec  $C_{vc} = 0,01$*

### 2.2.3. Tassement

La concentration superficielle du sol (et donc son érodabilité) dépend de l'état de consolidation du sol, donc de l'histoire des événements dépôt/érosion/émersion qui se sont éventuellement succédés.

⇒ un modèle de transport de sédiment cohésif est généralement couplé à un modèle de consolidation du sol :  $\rho_{\text{sol}}(z, t)$

On peut distinguer différents types de modèles :

- **Modèles empiriques** : lois-type pour  $\begin{cases} \rho(z) \text{ (ex : } \rho = \alpha z \beta \text{)} & \text{(Hayter, 1986)} \\ \bar{\rho}^z(t) \text{ (ex : } \rho = \rho_{\infty} \alpha (1 - \gamma e^{\delta t}) \text{)} \end{cases}$

loi différentielle  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = (\alpha + \beta \sigma') \cdot (\rho_{\infty}(z) - \rho)$  (Le Hir, 1989)

↑  
(poids du sol "déjaugé")

#### - Modèles "mécanistiques"

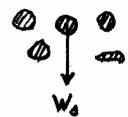
2 approches ont été développées, l'une relevant du domaine hydrodynamique, l'autre de celui de la mécanique des sols.

##### a) Modèles de sédimentation

Quantification du déplacement des grains (concentration C) vers le bas :

$$\text{Equation de continuité } \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C \cdot W_s}{\partial z} = 0$$

Relation "constitutive" du sol :  $W_s(C)$  "super-entravement"



On résout (Kynch, 1952) 
$$\boxed{\frac{\partial C}{\partial t} + W(C) \frac{\partial C}{\partial z} = 0} \quad (49)$$

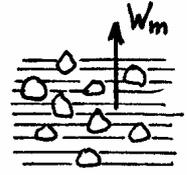
### b) Modèles de consolidation

Quantification du déplacement de l'eau interstitielle (paramétré par l'indice des vides  $e$  et la vitesse verticale moyenne  $W_m$  du fluide)

$$\text{Equation de continuité : } \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial W_m}{\partial \xi} = 0$$

$$\xi : \text{coordonnée matérielle : } d\xi = \frac{dz}{1+e}$$

représente l'"épaisseur de sédiment sec".



$$\text{Equation dynamique : } W_m = -ki = -\frac{1}{\rho g} \frac{k}{1+e} \frac{\partial v}{\partial \xi} \quad (\text{loi de Darcy})$$

$k$  : perméabilité

$v$  : excès de pression interstitielle (forçage)

$v = \sigma - \sigma' - \rho g (\zeta - z)$  (postulat des contraintes effectives  $\sigma'$ )

Relations "constitutives" du sol :  $k(e)$  et  $\sigma'(e)$

On obtient l'équation (Gibson, 1967)

$$\frac{\partial e}{\partial t} - \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \frac{d}{de} \left( \frac{k}{1+e} \right) \frac{\partial e}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho g} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{k}{1+e} \frac{d\sigma'}{de} \frac{\partial e}{\partial \xi} \right] = 0 \quad (50)$$

Dans tous les cas, les modèles reposent sur des lois de comportement du sol (relations constitutives) très mal connues : des expérimentations en laboratoire sont nécessaires pour les identifier.

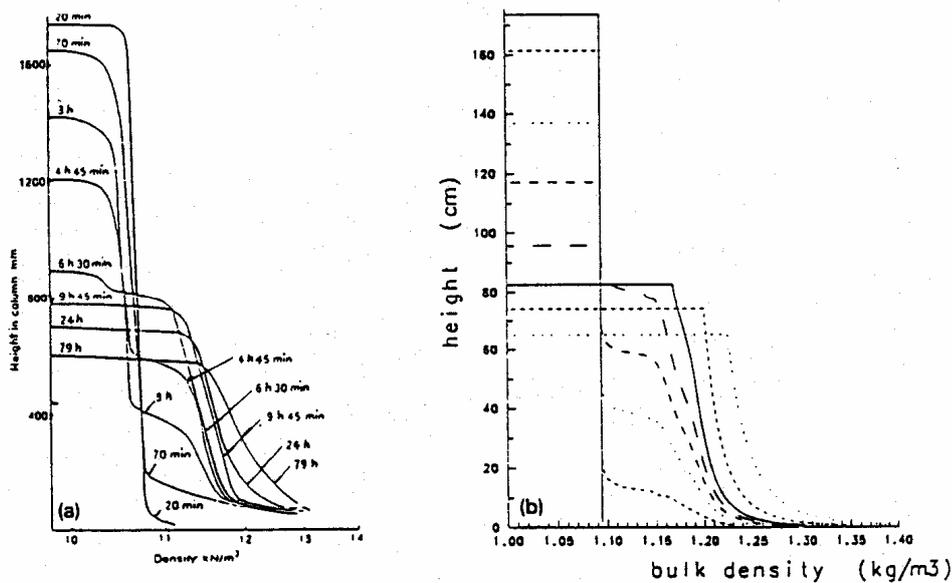


Figure 14 : Evolution des profils de densité de vase dans une colonne à sédimentation. Comparaison entre mesures en laboratoire (a) (Been et Sills, 1981) et résultats de modèle (b) (In Teisson *et al.*, 1993).

**Remarque : effet des vagues**

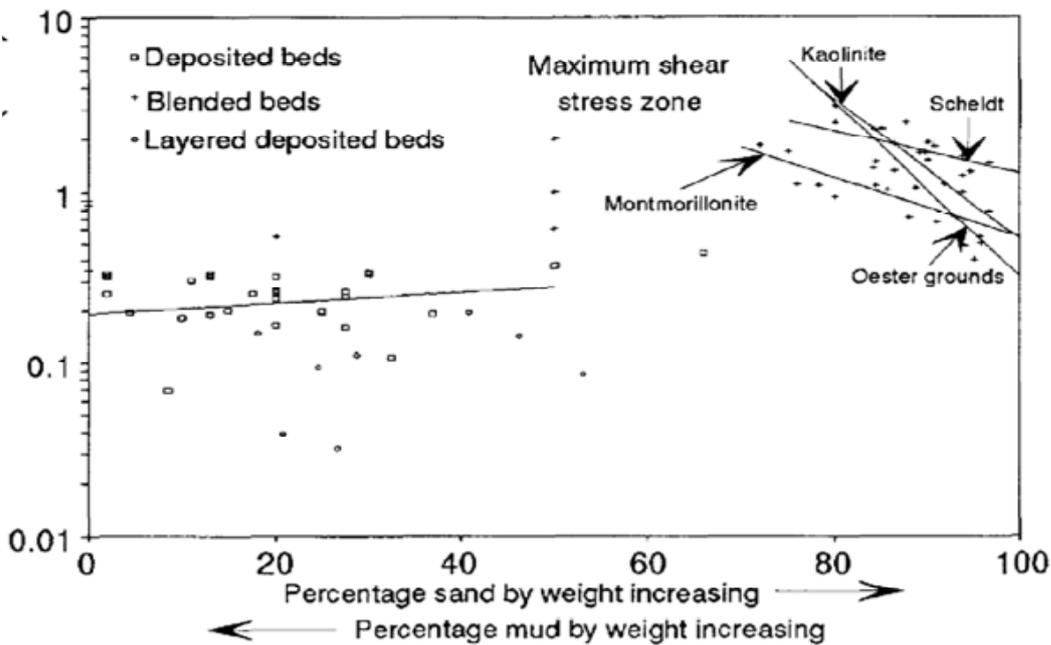
- . En général, les fonds vaseux sont à l'abri des houles du large.
  - . Souvent un clapot généré par un vent local peut remettre en suspension les vases par très faible profondeur.
  - . Les vagues peuvent se fluidifier (ou liquéfier) les sédiments superficiels et favoriser leur érosion. Cette liquéfaction est en fait générée par les gradients de pression dus aux vagues, plus que par les cisaillements.

Ainsi des expériences en canal ( $h = 0,25$  m,  $\rho_{\text{sol}} = 640$  kg.m<sup>-3</sup>,  $T = 1,5$  s) ont montré que des vagues de hauteur 7 cm engendraient la formation d'une couche de vase fluide (crème de vase d'épaisseur 2,5 cm et concentration 100 kg.m<sup>-3</sup>) surmontée d'une suspension de concentration élevée (Van Rijn et Louisse). La crème de vase elle-même a pour effet de stabiliser la remise en suspension par amortissement de la turbulence.

## 2.3. Sédiments mixtes

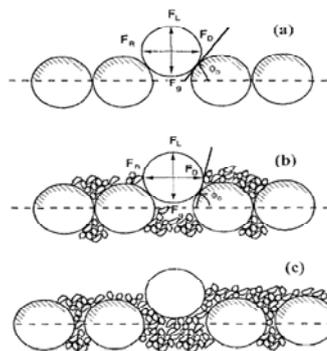
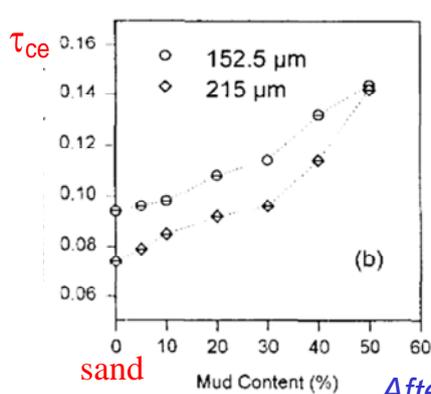
Ce sont surtout les conditions de remaniement et les flux d'érosion qui sont dépendants de la nature plus ou moins cohésive des mélanges de sable et de vase. De façon générale:

- le flux transporté décroît lorsque la fraction fine augmente
- l'ajout de vase à un sédiment sableux augmente significativement le seuil d'érosion
- l'addition de sable à un sédiment vaseux augmente aussi la résistance au cisaillement.
- en même temps que le seuil d'érosion augmente, le flux d'érosion pour un forçage donné diminue



(D'après Mitchener & Torfs, 1996)

Panagiotopoulos et al. (1997) ont montré que le seuil d'érosion augmentait brutalement lorsque la fraction de vase dépasse 30-40 %. Van Ledden et al. (2004) préconisent de retenir un dépassement de la teneur en argile de 3-5% comme critère de passage à un sédiment cohésif.



$$F_v = \frac{m_{vase}}{m_{vase} + m_{sable}}$$

After Panagiotopoulos et al.

A noter qu'un petit ajout de vase à un lit sableux augment son érodabilité, en raison d'un effet de lubrification, commenté entre autres dans Torfs et al. (2001) (voir fig. ci-dessous)

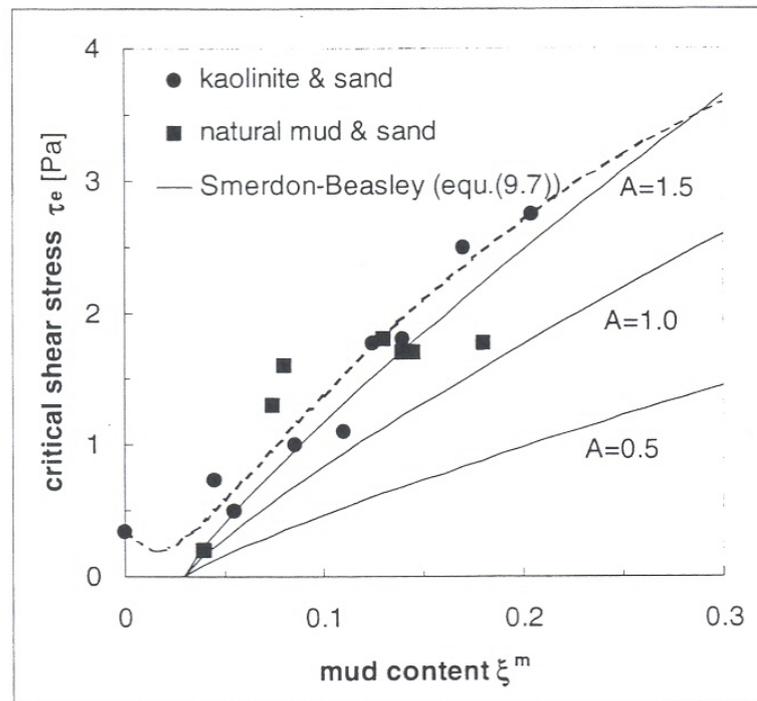


Fig. 9.4: Critical shear strength for erosion as a function of mud content  $\xi^m$  (after Torfs et al., 2001) and compared with Smerdon and Beasley (9.7).

(d'après Winterwerp & van Kesteren, 2004)

L'érodabilité d'un sédiment mixte dépend de l'état de consolidation de la fraction vaseuse du mélange. La concentration relative de la vase (masse de vase dans l'espace entre les grains de sable) pourrait être le paramètre pertinent (Migniot, 1989; Waeles, 2005)

Torfs et al. (2001) ont calibré la loi d'érosion suivante sur les sédiments mixtes:

$$E \text{ (kg.m}^{-2}\text{.s}^{-1}\text{)} = E_1 \exp(-\kappa\tau_c^\chi) (\tau - \tau_c), \text{ with } E_1 = 0.25, \kappa = 8 \text{ and } \chi = 0.5 \quad (51)$$

Enfin, lorsque le fond sédimentaire est mélangé, la présence de sable en mouvement est susceptible d'accroître l'érosion, en raison de l'impact des grains en saltation. Selon Kamphuis (1990), l'érosion commence plus tôt, mais à un faible taux, tandis que Thomson & Amos (2004) mesurent une augmentation du taux d'érosion lorsqu'il y a transport de sable, d'autant plus si ce dernier est fin (effet maximal de la saltation).

### **3 MODELISATION DU TRANSPORT DE SEDIMENTS**

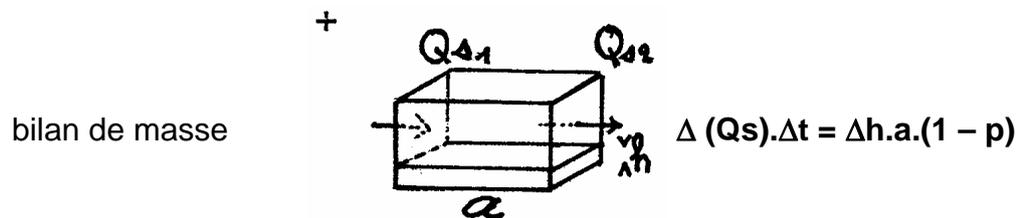
## Stratégies de modélisation

2 écoles :

### 1 – TRANSPORT A L'EQUILIBRE

*fonction de transport empirique* [Capacité de transport]

↓  
forçage (houle, courant) → débit solide à l'équilibre

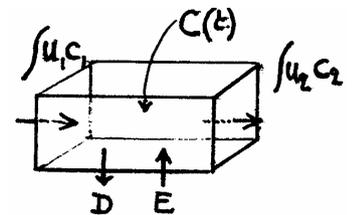


→ adapté au charriage

### 2 – ADVECTION / DISPERSION DE MATIERES

+

**ECHANGES AVEC LE FOND (empiriques)**



→ adapté au transport en suspension

### GESTION DU FOND :

disponibilité de sédiments

pavage (granulométrie étendue)

consolidation (vases)

→ mécanique des sols

### MODELES MORPHODYNAMIQUES

### 3.1. Transport "à l'équilibre": capacité de transport

. Le calcul du "taux de transport solide" (flux de matière par unité de largeur) prend en compte différentes catégories de mouvements, du charriage à la suspension. En général, on suppose qu'un régime d'équilibre est établi localement, et que le flux effectivement transporté est égal à la "capacité" de transport de l'écoulement, indépendamment de la disponibilité des matériaux.

. Le transport solide dépend de la forme du fond, du frottement, de la quantité de sédiments en suspension, de leurs vitesses, qui sont autant de facteurs liés à l'écoulement : le transport solide est donc une fonction complexe (et d'ordre élevé) des vitesses du fluide.

. De nombreuses formules ont été proposées, souvent divergentes. Dyer (1986) distingue 3 groupes de formules :

- formules expérimentales (ex : Meyer-Peter & Müller, 1948),
- approches théoriques : - mécanique des grains (ex : Einstein, 1950),  
- approche énergétique (ex : Bagnold, 1956),
- formules résultant d'une analyse dimensionnelle (ex : Ackers & White, 1973 ; Yalin, 1963)

. Toutes les formules contiennent des paramètres à calibrer. Certaines distinguent le mode de transport.

. Formulation générale : on cherche à exprimer  $q^* = f(\theta)$

$$\text{où } q^* = \frac{q(\text{en m}^2 \cdot \text{s}^{-1})}{[(s-1)gD^3]^{0,5}} \quad (\text{débit solide adimensionnel}) \quad (52)$$

q : volume solide transporté par unité de largeur et par unité de temps

Exemples : • *charriage seul* :

- **Meyer-Peter et Müller** :  $q^* = 8 (\theta - 0,047)^{3/2}$  (53)  
 (adapté au charriage seul de particules  $D > 400 \mu$ )

- **Einstein** :  $q^* \sim 40 \theta^3$  (pour les faibles débits solides)

• *charriage + suspension* :

- **Engelund et Hansen** :

$$q \text{ (kg.m}^{-1}\text{.s}^{-1}\text{)} = 0,05 \rho_s \frac{\bar{u}^2 \cdot u_*^3}{D[g(s-1)]^2} \quad (54)$$

- **Inglis et Lacey** proposent aussi une formule où  $q \sim \bar{u}^5$  : on peut en déduire la forte non linéarité de la réponse du fond sédimentaire au courant.

La figure 8 donne quelques résultats comparatifs de ces formules.

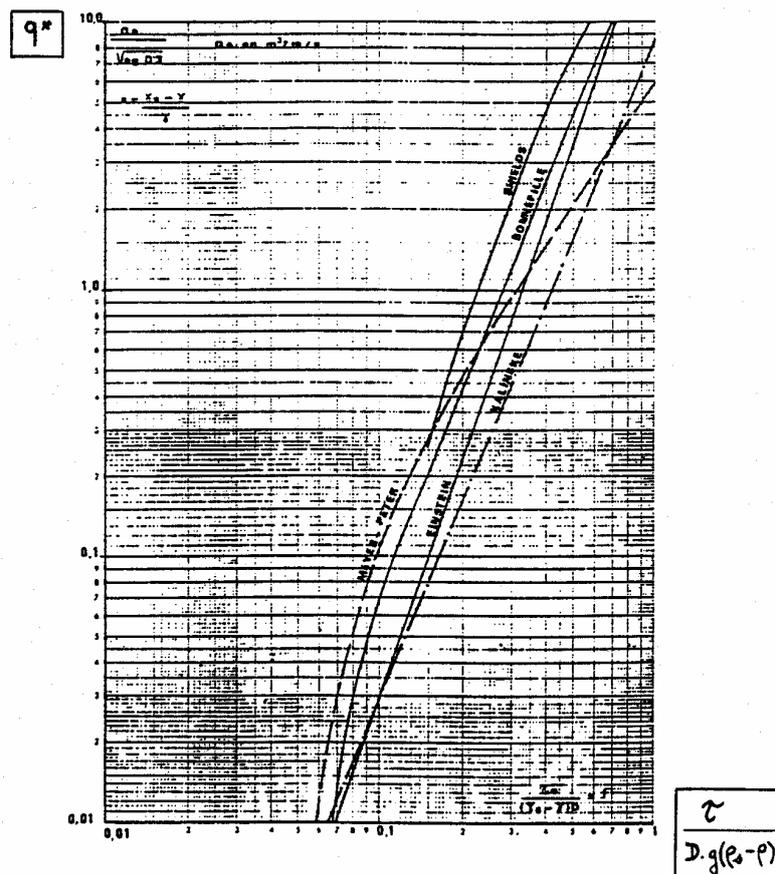


Figure 8 : Comparaison de quelques formules de transport solide  
 (d'après Migniot)

## . Formulation de Van Rijn (1985)

Intéressante parce que : \* Décompose le rôle du cisaillement au fond en 2 parties :

- . Le cisaillement relatif au grain permet seul le charriage,
- . le frottement global permet le transport en suspension.

\* Permet de calculer le profil des suspensions à l'équilibre.

\* Le paramétrage - empirique - résulte d'une compilation de données importante.

soit 
$$T_r = \frac{u_*'^2 - u_{*c}^2}{u_{*c}^2}$$

où  $u_{*c}$  calculé en fonction de  $\theta_c$ , issu du diagramme de Shields

et  $u_*'$  vitesse de frottement relative aux grains : 
$$u_*' = \frac{\kappa \bar{u}}{\text{Log} \frac{30 h}{3eD}}$$

→ **Charriage** : 
$$q^* = 0,053 \frac{T_r^{2,1}}{D_*^{0,3}} \quad (55a) \quad . \text{ Gamme : } 200 \mu \rightarrow 2 \text{ mm pour } D$$

. imprécision de l'ordre d'un facteur 3

→ **Suspension** :

. Niveau de référence : 
$$a = \max\left(0,01 \cdot h, ks \text{ ou } \frac{H_r}{2}\right)$$

. Concentration de référence : proportionnelle au débit charrié.

→ un ajustement donne : 
$$C_a = 0,015 \cdot \frac{D}{a} \frac{T_r^{1,5}}{D_*^{0,3}}$$

.  $q_{\text{susp}} = \int_h u \cdot c dz$  se calcule :

$$q_{\text{susp}} = \bar{u} h c_a \frac{(a/h)^{z'} - (a/h)^{1,2}}{(1-a/h)^{z'} (1,2-z')}, \quad q_{\text{susp}} \text{ en } m^2 \cdot s^{-1}$$

$$\text{Où } z' = \frac{W_s}{\left[1 + 2\left(\frac{W_s}{u_*'}\right)^2\right] \kappa u_*'} + 2,5 \left(\frac{W_s}{u_*'}\right)^{0,8} \cdot \left(\frac{Ca}{0,65}\right)^{0,4} \quad (55b)$$

## Formulation de Bijker (1971) (in Péchon, 1981)

- Intéressante parce que
- . Décompose le rôle de cisaillement au fond en 2 parties : le cisaillement relatif aux grains intervient préférentiellement dans le charriage, celui relatif aux rides intervient surtout dans le transport en suspension.
  - . Prend en compte une forme d'interaction non linéaire houle/courant pour la mise en mouvement (cisaillement) et pour l'estimation du profil en suspension.

Charriage  $q_c = 5\sqrt{\mu} u_{*c} D_{50} \Theta^{-0,27/\mu\Theta}$  (Frijlink, 1952)

Où  $\mu$  : coefficient de ride

$$\mu = (C/C')^{1,5} \quad \text{où } C : \text{coef. de Chézy global, courant seul}$$

$C'$  : coef. de Chézy relatif au grain

$$C = \frac{\sqrt{g}}{K} \text{Log} \frac{30 h}{e k_s} \quad \text{et } C' = \frac{\sqrt{g}}{K} \text{Log} \frac{30 h}{e \cdot 3D}$$

$u_{*c}$  : vitesse de frottement induite par le courant  $\frac{\bar{u}\sqrt{g}}{C}$

$\Theta$  = paramètre de mobilité des grains (Shields)  $= \frac{u_*^2}{(s-1)gD}$

lié au frottement houle + courant :

$$u_*^2 = u_{*c}^2 \left( 1 + 0,5 \left( 0,0575 \cdot C \cdot \frac{u_m}{u} \right)^2 \right)$$

Suspension :

niveau de référence :  $a = H_r$  (hauteur des rides)  
concentration de référence :  $C_a = q_c / 6,35 u_* a$

et après intégration ? u.c d z, où u(z) logarithmique et C(z) selon Rouse

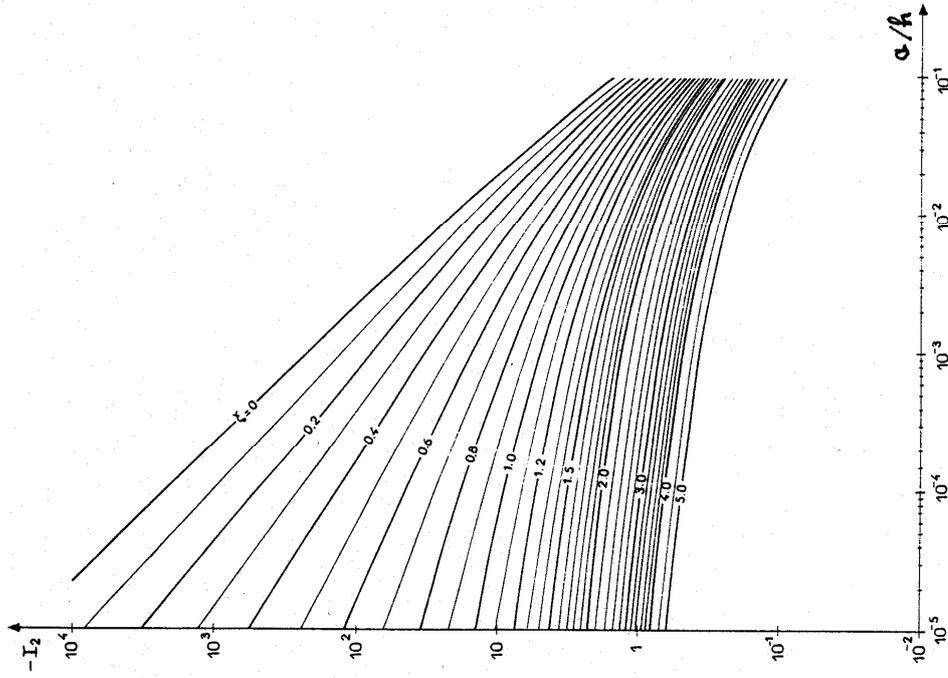
$$q_s = 1,83 q_c \left( I_1 \text{Log} \frac{33h}{a} + I_2 \right)$$

$$\text{où } I_1 = 0,216 \frac{(a/h)^2 - 1}{(1 - a/h)^2} \int_{a/h}^1 \frac{(1-y)^2}{y} dy$$

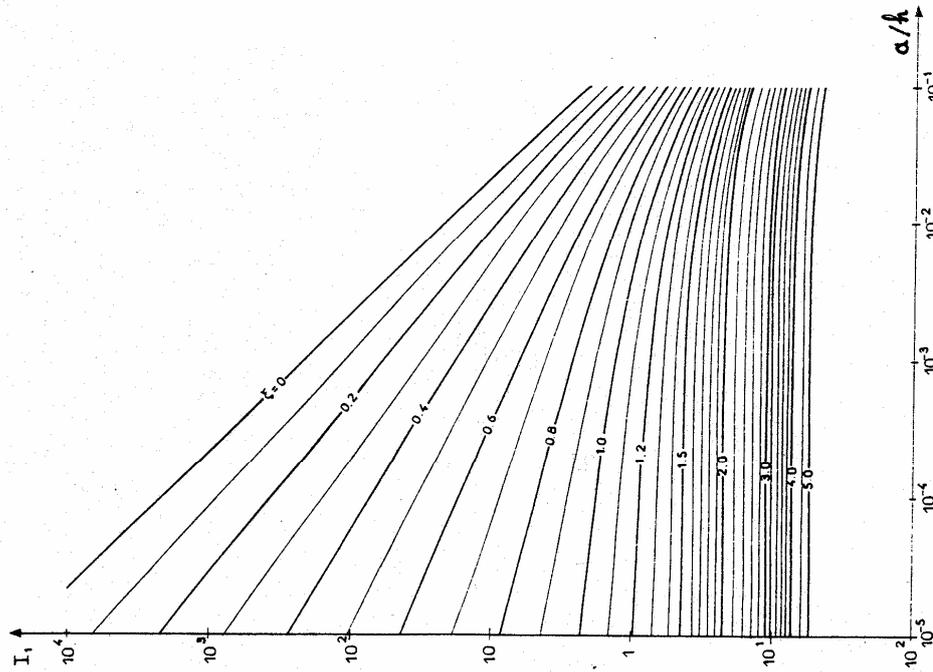
$$I_2 = 0,216 \frac{(a/h)^2 - 1}{(1 - a/h)^2} \int_{a/h}^1 \frac{(1-y)^2}{y} \text{Log } y dy$$

$$z = W/K u$$

où les intégrales « d'Einstein »,  $I_1$  et  $I_2$ , sont données page suivante



(d'après EINSTEIN H.A., 1950)



(d'après EINSTEIN H.A., 1950)

### "Intégrales d'Einstein"

Valeurs des intégrales  $I_1$  et  $I_2$  dans l'expression du débit en suspension  
(In SALOMON, 1976)

## . Modèles énergétiques

### Bagnold : Charriage (1956) + Suspension (1966)

Puissance disponible  $\omega \approx \tau_b \cdot u_b$  ( $\rightarrow \approx u_*^3$ )

ou  $\omega \approx (\tau_b - \tau_{cr}) \cdot u_b$

#### Charriage ( $q_c$ , en $m^2 \cdot s^{-1}$ )

Puissance liée au déplacement par charriage

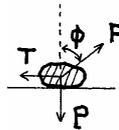
$$\omega_c = \rho g (s-1) q_c \tan \phi$$

$W_s$ )

$q_c$  : débit solide volumétrique ( $m^2 \cdot s^{-1}$ )

$\phi$  : angle de frottement

dynamique ( $\sim$  frottement interne)



[hypothèse]  $\omega_c = \epsilon_c \omega$

$\epsilon_c$  : facteur d'efficacité : ( $\sim 0,13$ )

#### Suspensions ( $q_s$ , en $m^2 \cdot s^{-1}$ )

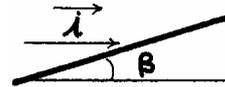
Puissance à développer pour maintenir la masse en suspension (i.e. à la vitesse -

$$\omega_s = \rho g (s-1) \frac{q_s}{u} W_s$$

$\omega_s = \epsilon_s \omega$  [ou  $\epsilon_s (1 - \epsilon_c) \omega$ ]

$\epsilon_s \sim 0,01$

### Bailard (& Inman) (1981) : introduction de la pente du fond :



Charriage : la puissance du courant intègre le travail du poids des grains "descendant" la pente.

$$q_c = \frac{\epsilon_c \omega}{\rho g (s-1) \tan \phi} \left[ \frac{\bar{u}}{\bar{u}} - \frac{\tan \beta}{\tan \phi} \bar{i} \right]$$

Suspensions : la puissance du courant tient compte de la fraction en suspension... liée à  $q_s$  !

$$q_s = \frac{\epsilon_s \bar{u} \omega}{\rho g (s-1) W_s} \left[ \frac{\bar{u}}{\bar{u}} - \epsilon_s \tan \beta \frac{\bar{u}}{W_s} \bar{i} \right]$$

si  $\tau_b = \rho f_{cw} \bar{u}^2$  où  $f_{cw}$  est un facteur de frottement sous l'action combinée houle + courant, on obtient après moyennage sur une période ( $\langle \rangle$ ) :

$$\bar{q}_c (m^2 \cdot s^{-1}) = \frac{f_{cw} \epsilon_c}{g(s-1) \tan \phi} \left[ \langle \bar{u}^2 \bar{u} \rangle - \frac{\tan \beta}{\tan \phi} \langle \bar{u}^3 \rangle \bar{i} \right] \quad (56a)$$

$$\bar{q}_s (m^2 \cdot s^{-1}) = \frac{f_{cw} \epsilon_s}{g(s-1) W_s} \left[ \langle \bar{u}^3 \bar{u} \rangle - \frac{\epsilon_s \tan \beta}{W_s} \langle \bar{u}^5 \rangle \bar{i} \right] \quad (56b)$$

. Formulation du transport total selon Soulsby-Van Rijn (1997)

$$q_t = A_s \bar{U} \left[ \left( \bar{U}^2 + \frac{0.018}{C_D} U_{\text{rms}}^2 \right)^{1/2} - \bar{U}_{\text{cr}} \right]^{2.4} (1 - 1.6 \tan \beta)$$

where

$$A_{\text{sb}} = \frac{0.005h(d_{50}/h)^{1.2}}{[(s-1)gd_{50}]^{1.2}}$$

$$A_{\text{ss}} = \frac{0.012d_{50}D_*^{-0.6}}{[(s-1)gd_{50}]^{1.2}}$$

$$A_s = A_{\text{sb}} + A_{\text{ss}}$$

$\bar{U}$  = depth-averaged current velocity

$U_{\text{rms}}$  = root-mean-square wave orbital velocity

$$C_D = \left[ \frac{0.40}{\ln(h/z_0) - 1} \right]^2$$

= drag coefficient due to current alone

$\bar{U}_{\text{cr}}$  = threshold current velocity from Van Rijn (1984):

$$\bar{U}_{\text{cr}} = 0.19(d_{50})^{0.1} \log_{10} \left( \frac{4h}{d_{90}} \right) \quad \text{for } 0.1 \leq d_{50} \leq 0.5 \text{ mm}$$

$$\bar{U}_{\text{cr}} = 8.5(d_{50})^{0.6} \log_{10} \left( \frac{4h}{d_{90}} \right) \quad \text{for } 0.5 \leq d_{50} \leq 2 \text{ mm}$$

(SI units must be used)

$\beta$  = slope of bed in streamwise direction, positive if flow runs uphill

$h$  = water depth

$d_{50}$  = median grain diameter

$z_0$  = bed roughness length = 0.006 m

$s$  = relative density of sediment

$g$  = acceleration due to gravity

$\nu$  = kinematic viscosity of water

$$D_* = \left[ \frac{g(s-1)}{\nu^2} \right]^{1/3} d_{50}$$

The formula applies to total (bedload plus suspended load) sediment transport in combined waves and currents on horizontal and sloping beds. Term  $A_{\text{sb}}$  gives the bedload, and term  $A_{\text{ss}}$  the suspended load, transport. The method is intended for conditions in which the bed is rippled, and  $z_0$  should be set to 6 mm.

### 3.2 Modélisation mathématique des sédiments non cohésifs hors équilibre : un exemple

Les formules de transport ci-dessus supposent que les débits solides ne dépendent que de l'écoulement local, "ignorent" les flux en amont ou en aval et supposent un régime d'équilibre établi. En fait, il s'agit de "capacités" du fluide à transporter par charriage ou en suspension un matériau donné. Dans la réalité un tel équilibre local n'est pas nécessairement atteint : la modélisation mathématique permet de s'en affranchir. Elle consiste à établir des bilans de masse (d'eau, de quantité de mouvement, de sédiment en suspension ou déposés...) sur une grille de calcul dont l'extension et le maillage sont à définir.

L'exemple ci-après, bien qu'écrit en unidimensionnel pour des problèmes fluviaux, est représentatif des évolutions récentes de la modélisation du transport de sédiments non cohésifs, avec en particulier une loi de chargement du charriage qui n'est plus supposé à l'équilibre, et une possibilité de tri granulométrique avec prise en compte de phénomènes de pavage éventuels (cf. "hiding factor").

#### *Système d'équations couplées (voir page suivante)*

- . Conservation de la masse d'eau
- . Conservation de la quantité de mouvement
- . Conservation de la masse de sédiment en suspension  
(équation d'advection/dispersion avec termes source (remise en suspension) et puits (dépôt))
- . Loi de chargement du charriage  
(traduit l'approche asymptotique du charriage effectif vis-à-vis de la capacité de charriage à l'équilibre).
- . Conservation de la masse de matériaux au fond  
(on en déduit la position de la côte du fond, et le bilan d'érosion/dépôt).
  - . La mise en mouvement des particules peut être partagée entre le charriage et la suspension.
  - . Si plusieurs classes granulométriques sont considérées, une équation de conservation de masse et une loi de chargement propres à chaque classe doivent être résolues. Des équations "de tri" permettent alors de suivre la composition granulométrique du lit.

Système d'équations d'un modèle de transport de sédiments non cohésifs.  
Schématisation unidimensionnelle (D'après HOLLY et RAHUEL, 1990)

*Water volume conservation*

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (1)$$

*Water momentum conservation*

$$\frac{\partial(\rho Q)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial}{\partial x} (\rho y) + \rho gA \frac{Q|Q|}{D^2} = 0 \quad (2)$$

*Suspended-load transport*

$$\frac{\partial}{\partial t} (C_j A) + \frac{\partial}{\partial x} (C_j Q) = \frac{\partial}{\partial x} \left( AK \frac{\partial C_j}{\partial x} \right) + S_j \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (3)$$

*Bedload loading law*

$$\frac{\partial G_j}{\partial x} = P_j (G_j^* - G_j) + (G_j / G_j^*) \frac{\partial G_j^*}{\partial x} \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (4)$$

*Global bed-material conservation*

$$(1 - p) \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \sum_{j=1}^J \frac{\partial G_j}{\partial x} + \sum_{j=1}^J S_j = 0 \quad (5)$$

*Bed-material sorting*

$$(1 - p) \frac{\partial}{\partial t} (\beta_j A_m) + \frac{\partial G_j}{\partial x} + S_j + (1 - p) \beta_j^* \left( \frac{\partial \Gamma}{\partial t} - \frac{\partial A_m}{\partial t} \right) = 0 \quad (6)$$

In these equations,

- $x$  = streamwise coordinate
- $t$  = time
- $\rho(x, t)$  = density of water-sediment mixture
- $C_j(x, t)$  = suspended-load concentration of size class  $j$
- $C$  =  $\sum C_j$
- $q(x, t)$  = lateral inflow
- $Q(x, t)$  = water discharge
- $A(x, t)$  = water cross-section
- $D(A(x, t))$  = channel conveyance
- $K(x, t)$  = longitudinal dispersion coefficient for suspended sediment
- $S_j(C_j(x, t))$  } = suspended-sediment source term for size-class  $j$
- $Q(x, t)$  }
- $A(x, t, \dots)$  }
- $S_j = -S_{dj} + S_{ej}$  (9)
- $S_{dj} = B w_j C_{dj}$  (7)

in which  $B$  is the channel width,  $w_j$  is the fall velocity for particles of size-class  $j$ , and  $C_{dj}$  is the near-bed concentration

$$S_{ej} = B w_j \beta_j C_e(d_j) \lambda_j \quad (8)$$

where  $C_e(d_j)$  is the near-bed equilibrium concentration evaluated for a bed having grains of only size  $d_j$  using an appropriate empirical expression, allocation coefficient  $\lambda_j (0 \leq \lambda_j \leq 1)$

- $G_j(x, t)$  = bedload transport for size-class  $j$
- $P_j(x, t)$  = loading coefficient for size-class  $j$
- $p$  = sediment porosity
- $\Gamma(x, t)$  = bed-material area above some datum
- $\beta_j(x, t)$  = fractional representation of size-class  $j$  in the active bed layer
- $\beta_j^*$  =  $\beta_j$  if floor of active layer is rising, or  $\beta_{0j}$  otherwise
- $\beta_{0j}$  = fractional representation of size-class  $j$  in the bed material underlying the active bed layer
- $A_m(Q(x, t))$  } = active bed-layer cross-section
- $A(x, t, \dots)$  }
- $J$  = total number of discrete sediment size classes used to represent the nonhomogeneous material
- $G_j^* = (1 - \lambda_j) \beta_j \xi_j G^*(d_j)$  (10)

In equation (10),  $G^*(d_j)$  = bedload equilibrium capacity for a bed containing only sediment of size  $d_j$ , evaluated using an appropriate bedload predictor such as that proposed by Van Rijn. This load is adjusted by  $\xi_j$ , a so-called "hiding factor" accounting for the augmented/diminished transport of large/small particles in a mixture.

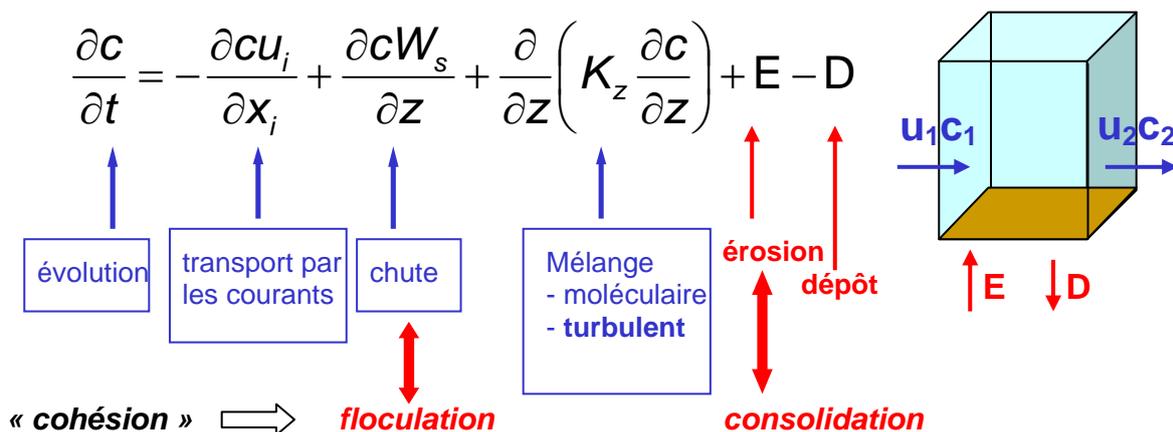
### 3.3 MODELISATION PAR ADVECTION/DISPERSION DE MATIERE

#### Modélisation de la dynamique des sédiments fins

transport en **suspension**

$U_{\text{particules}} = U_{\text{eau}}$

→ équation d'advection/dispersion (bilan de masse)



#### Concept de modélisation continue eau/sédiment - 1DV

bilan de masse

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial c W_s}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right)$$

$K_z$  : mélange turbulent  
effet des stratifications

$W_s$  : floculation / chute entravée / consolidation

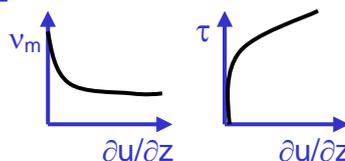
équilibre dynamique

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial z} \left( -\overline{u_i' w'} + T_{iz} \right)$$

fermeture turbulente →  $v_t \frac{\partial u_i}{\partial z}$        $v_m \frac{\partial u_i}{\partial z}$  → amortissement par stratifications

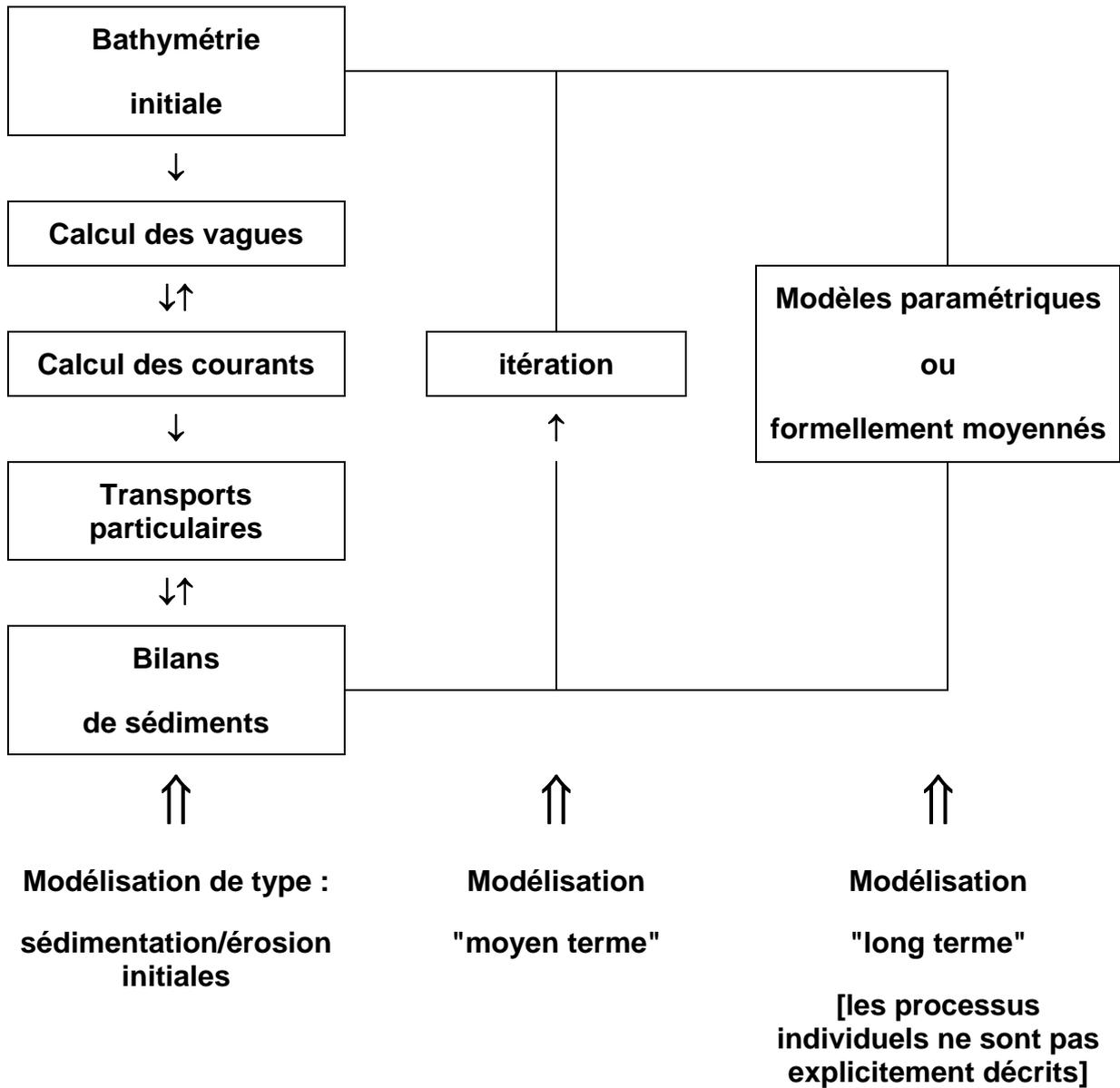
rhéologie  $v_m = \alpha C^B f(du/dz)$

→  $E, D$  : flux « diffusifs » et flux de chute, calculés  $\forall z$



### 3.4 MODELES MORPHOLOGIQUES

*Conceptualisation, d'après De Vriend et al., 1993*



## BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

### OUVRAGES DE SYNTHÈSE

- BONNEFILLE, 1980.  
Cours d'hydraulique Maritime. Ed. Masson.
- DE VRIEND H.J. (Ed.), 1993.  
Coastal morphodynamics : processes and modelling. Special Issue of Coastal Engineering, Vol. 21, n° 1-3, Déc. 1993.
- DRONKERS J., 2005.  
Dynamics of coastal systems. Advanced series on Ocean Engineering, Vol.25, World Scientific.
- DYER K.R., 1985.  
Coastal and Estuarine Sediment Dynamics. Ed. John Wiley & Sons.
- FREDSOE J.& DEIGAARD R., 1992  
Mechanics of coastal sediment transport. Advanced series on Ocean Engineering, Vol.3, World Scientific.
- MIGNIOT C. et BOULOC J., 1981.  
Erosion et sédimentation en mer et en rivière. In "La Pratique des Sols et Fondations" de G. Filliat. Ed. Du Moniteur, Paris.
- NIELSEN P., 1992  
Coastal bottom boundary layers and sediment transport. Advanced series on Ocean Engineering, Vol.4, World Scientific.
- THE OPEN UNIVERSITY, 1993.  
Waves, tides and shallow-water processes. Pergamon press.
- VAN RIJN L.C., 1989.  
Hand book Sediment Transport by currents and waves. Delft Hydraulics, Rep. H461, june 1989.
- VAN RIJN L.C., 1990.  
Principles of fluid flow and surface waves in rivers, estuaries, seas and oceans. Aqua publications. p.o. Box 9896 Amsterdam.
- SOULSBY R., 1997.  
Dynamics of marine sands. Thomas Telford Publications, ISBN 072772584X, 249 p.
- WINTERWERP J. & VAN KESTEREN W., 2004.  
Introduction to the physics of cohesive sediment in the marine environment. Elsevier Developments in Sedimentology 56.