

141-1212

NOTE

AU SUJET DE LA DÉTERMINATION

DE

LA HAUTEUR DU NIVEAU DE LA MER

À UN INSTANT QUELCONQUE DE LA MARÉE

PAR

M. ROLLET DE L'ISLE

INGÉNIEUR HYDROGRAPHE



(Extrait des *Annales hydrographiques*, 1899)



SERVICE CENTRAL HYDROGRAPHIQUE
ÉCOLE D'APPLICATION

B 373A

PARIS

IMPRIMERIE NATIONALE

1900

NOTE

AU SUJET DE LA DÉTERMINATION

DE

LA HAUTEUR DU NIVEAU DE LA MER

À UN INSTANT QUELCONQUE DE LA MARÉE ⁽¹⁾.

La connaissance des heures et des hauteurs des pleines et basses mers suffit, dans bien des cas, aux besoins de la navigation; mais il en est d'autres où la possibilité de connaître la hauteur de la mer à un instant quelconque rendrait de grands services, et le nombre de ces derniers augmente à mesure que la rapidité des communications devient plus nécessaire, que ce soit au point de vue militaire ou au point de vue commercial.

L'*Annuaire des marées des côtes de France* donne depuis quelques années une satisfaction partielle à ces *desiderata* en publiant les hauteurs de la marée, d'heure en heure, à Brest et à Saint-Malo. L'analyse harmonique a donné le moyen d'obtenir ces résultats, et il est à présumer que l'on pourra aller plus loin dans cette voie. Mais ils ne peuvent être obtenus que pour des ports où des marégraphes permettent de recueillir des observations continues et précises.

Pour les autres, qui forment l'énorme majorité, on ne prédit que les heures et les hauteurs des pleines et basses mers. Le Service hydrographique a pensé qu'il serait cependant utile de donner un procédé rapide qui permette d'obtenir, à l'aide de ces données, la hauteur de la mer à un instant quelconque, et c'est dans ce but que j'ai construit les abaques dont on trouvera la description plus loin et que l'on délivre dans le recueil réglementaire.

En l'absence d'observations suffisantes faites dans ces ports, on est obligé de supposer que la courbe de la marée est une sinusoïde parfaite,

⁽¹⁾ Dans ce qui suit, on a employé les mots de *flot* et de *jusant* pour désigner la marée montante et la marée descendante, parce qu'ils sont généralement employés dans le langage courant; mais, pour être absolument correct, on aurait dû les remplacer par ceux de *montant* et de *perdant*, les mots de *flot* et de *jusant* devant être réservés pour désigner les courants résultant des mouvements du niveau de la mer.

et c'est dans cette hypothèse que les abaques ont été construits. Mais il n'en est pour ainsi dire jamais ainsi. Les hauteurs déterminées avec les abaques nécessitent donc toujours une correction plus ou moins considérable.

Il était intéressant de rechercher ces corrections ou, ce qui revient au même, la forme de la courbe type de la marée dans chaque port. Mais, pour cela, il est nécessaire d'avoir ou des observations faites à l'aide d'un marégraphe, ou des observations assez continues et assez précises faites à une échelle. Le Service hydrographique possède à cet égard des documents suffisants pour la plupart des ports des côtes de France, et c'est en les dépouillant que j'ai obtenu les résultats donnés dans cette note.

Au point de vue pratique, ils pourront servir, en attendant que l'*Annuaire des marées* les donne, à obtenir les hauteurs du niveau de la mer pendant le cours de la marée.

Le problème de la détermination de la hauteur de la mer à un instant quelconque de la marée avait déjà été étudié à diverses reprises, aussi bien en France qu'en Angleterre, et je dirai d'abord quelques mots des solutions qui en avaient été proposées.

I. Dans sa *Mécanique céleste* (livre IV), Laplace s'exprime ainsi :

« Concevons un cercle vertical dont la circonférence représente un intervalle d'un demi-jour, et dont le diamètre soit égal à la marée totale, c'est-à-dire à la différence des hauteurs de la pleine et de la basse mer; supposons que les arcs de cette circonférence en partant du point le plus bas expriment les temps écoulés depuis la basse mer; les sinus versés de ces arcs seront les hauteurs de la mer qui correspondent à ces temps.

« Cette loi s'observe exactement au milieu d'une mer libre de tous côtés; mais, dans nos ports, les circonstances locales en éloignent un peu les marées; la mer y emploie un peu plus de temps à descendre qu'à monter, et, à Brest, la différence de ces deux temps est d'environ dix minutes. »

Ainsi, d'après Laplace, si nous appelons T l'intervalle de temps qui sépare la pleine de la basse mer, A , la marée totale, t , l'intervalle de temps qui sépare l'heure pour laquelle on cherche le niveau, de l'heure de la basse mer, la hauteur y cherchée sera donnée par l'équation

$$y = \frac{A}{2} \left(1 - \cos \pi \frac{t}{T} \right).$$

C'est ce qu'on exprime en disant que le mouvement du niveau de la mer suit une loi sinusoïdale.

II. Dans le premier *Annuaire des marées des côtes de France*, M. Chazallon, ainsi qu'il l'explique dans un mémoire communiqué à l'Académie

des sciences en 1842, et paru dans les *Annales hydrographiques* de 1852, donna des tables basées sur une formule analogue à la précédente, et permettant d'obtenir la hauteur du niveau de la mer à un instant quelconque de la marée.

Ces tables sont calculées de la façon suivante :

Donnons à A une valeur quelconque, 5 pieds par exemple, et faisons varier la fraction $\frac{t}{T}$ depuis 0 jusqu'à 1 de $\frac{1}{10}$ en $\frac{1}{10}$, nous aurons pour chaque dixième une valeur de y . Si nous connaissons maintenant la valeur de T pour une marée donnée et l'intervalle t au bout duquel nous cherchons la hauteur de la mer, nous réduirons la fraction $\frac{t}{T}$ à une fraction ayant au dénominateur 10, nous chercherons cette fraction dans la table que nous venons de faire, en interpolant si le nombre de dixièmes n'est pas entier, et nous trouverons de suite la valeur correspondante de y . M. Chazallon avait calculé une première table pour des valeurs de A comprises entre 5 et 20 pieds, donnant la valeur de y pour chaque dixième de l'intervalle, et une seconde table facilitant la transformation en dixièmes de l'intervalle $\frac{t}{T}$.

III. Ces tables furent supprimées dans les annuaires suivants, M. Chazallon ayant reconnu, comme il le dit dans le mémoire cité plus haut, que les courbes des hauteurs de la mer différaient sensiblement d'une sinusoïde, et que, en plus de l'ondulation dont la période est d'environ un demi-jour, il en existe d'autres dont la période est de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{10}$ de jour lunaire, dont l'effet produit une déformation de la sinusoïde théorique.

Il rétablit pourtant, dans l'*Annuaire de 1840*, une table destinée à obtenir, pour Saint-Malo et ses environs, la hauteur de la mer à un instant quelconque. Cette table, dont nous n'avons pu retrouver l'origine, avait été insérée d'après M. Chazallon, à la demande de M. Em. Blaize de Saint-Malo (?). Nous n'en donnerons pas la description, puisqu'elle figure encore dans l'annuaire (table F, p. 252).

La courbe qu'elle a pour base diffère assez notablement, surtout en jasant, dans le voisinage de la basse mer, de la courbe de vive-eau que nous avons obtenue pour Saint-Malo. En flot, c'est exactement une sinusoïde.

IV. Dans les *Transactions philosophiques de 1840*, Whewell publia un mémoire dans lequel il étudie les lois du flot et du jasant à Bristol, Plymouth et Liverpool. Il cherche à vérifier d'abord si les variations de l'intervalle de temps qui sépare deux pleines mers consécutives obéissent exactement à la loi déduite de la formule de Laplace. Puis il étudie particulièrement les formes des courbes du flot et du jasant.

Il fait faire dans ce but, à Plymouth et à Liverpool, des observations spéciales qui consistent à déterminer, en plus des heures et des hauteurs

des pleines et basses mers, les heures des passages du niveau par des hauteurs déterminées (deux en flot et deux en jusant, distantes de 1 pied) dans les environs du niveau moyen. Il trace ensuite les courbes à vue.

Si la courbe est une sinusoïde, et que les deux marées consécutives aient à peu près la même amplitude, le sommet doit être au milieu de l'intervalle qui sépare les passages par le même niveau en flot et en jusant, si la mer met le même temps à descendre qu'à monter. Whewell reconnaît qu'il n'en est pas ainsi, et il cherche à mettre en évidence une loi qui lie ces déplacements du sommet aux phases de la lune; mais il ne paraît pas avoir obtenu un résultat bien net, et il ne pousse pas plus loin l'étude de la forme des courbes.

Sa méthode d'observation lui suggère pourtant une remarque fort intéressante, — répétée depuis, — et qui pourrait, en effet, conduire à des résultats pratiques. Les instants des passages de la mer par des niveaux déterminés dans les environs du niveau moyen peuvent être, en raison de la rapidité de l'ascension ou de la descente, observés avec une extrême précision (à la seconde près, dit Wherwell), et il semble, par suite, que l'on pourrait avec avantage prendre ces instants pour déterminer une heure précise du phénomène, au lieu des heures des pleines et basses mers généralement fort incertaines. Cela n'empêcherait pas, bien entendu, d'observer les hauteurs de ces pleines et basses mers.

Revenant à l'étude des courbes de flot et de jusant, il donne deux tables destinées à prédire les hauteurs pour Plymouth et Liverpool, mais ces tables sont basées simplement sur l'hypothèse que la courbe est une sinusoïde, les différences constatées par l'observation étant négligeables. Elles donnent les hauteurs au-dessus et au-dessous du niveau moyen, que l'on suppose alors connu, la demi-amplitude étant supposée égale à 1000, en vive-eau, en fonction du temps écoulé depuis la pleine mer en jusant, ou à s'écouler jusqu'à la pleine mer en flot. Comme on ne suppose connue que l'amplitude en vive-eau, deux colonnes supplémentaires donnent les hauteurs comptées de la même façon pour les mortes-eaux et les marées d'octant.

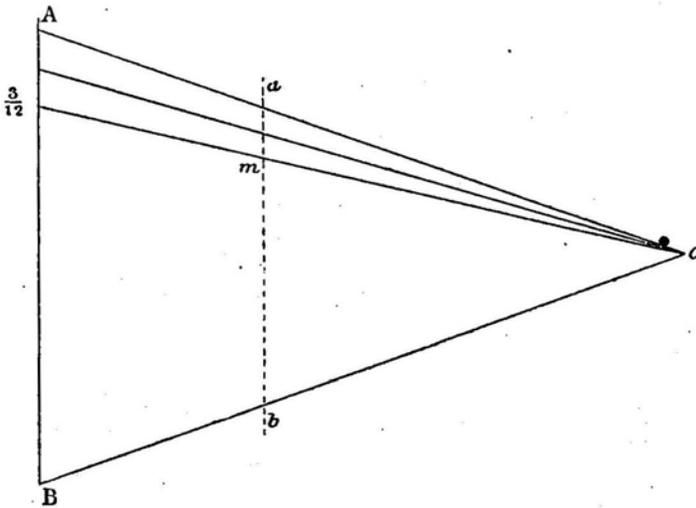
V. Dans les *Transactions philosophique de 1842*, Sir Airy étudie particulièrement les lois de la montée et de la descente du niveau de la mer à Deptford. Les observations qu'il analyse n'ont eu qu'une durée de quinze jours et étaient faites de quart d'heure en quart d'heure, non comprises des observations plus rapprochées aux environs de la pleine ou de la basse mer, d'une façon continue.

Pour réduire les observations, Airy ramène tous les intervalles entre deux pleines mers consécutives à une même durée, et il divise cette durée en 360 parties. Il ramène également toutes les amplitudes à la même valeur 2000. Il construit alors deux courbes par la moyenne, d'une part, de toutes les observations de vive-eau, d'autre part, de toutes celles de morte-eau. Il donne deux tables qui ne sont que le dépouillement de ces courbes qui donnent les hauteurs au-dessous de la pleine mer, exprimées en frac-

tions de l'amplitude 2000 et où l'on entre avec le temps écoulé depuis la pleine mer compté en fraction de la phase 360.

VI. Dans le courant de son étude sur les courants et les marées de la mer d'Islande, parue dans les *Transactions philosophiques de 1848*, Beechey donne des diagrammes destinés à fournir la hauteur de la mer à un instant quelconque de la marée.

Ces diagrammes ont été évidemment obtenus en réduisant toutes les courbes observées à la même amplitude et à la même durée. Il a commencé par en établir un, basé sur l'hypothèse que la courbe est une sinusoïde exacte, puis il le corrige ensuite. Il est disposé de la façon suivante :



Sur une ligne verticale AB, on a porté les hauteurs comprises entre la pleine mer A et la basse mer B correspondant à des intervalles égaux au $\frac{1}{12}$ de la durée totale du flot ou du jusant. Puis on a joint chacune des divisions à un point O. Une série de lignes verticales telles que *ab* correspondent aux différentes valeurs des amplitudes possibles. Pour avoir la hauteur à un instant quelconque, on réduit en $\frac{1}{12}$ l'intervalle de temps qui le sépare de l'instant de la pleine mer, — une table annexe facilite cette réduction, — puis on suit l'oblique correspondante, soit $\frac{3}{12}$ par exemple, jusqu'à l'intersection avec la verticale *ab* qui correspond à l'amplitude de la marée; on trouve en *am* l'abaissement du niveau au-dessous de la pleine mer.

A la suite du dépouillement de ses observations, Beechey construisit un diagramme devant servir à tous les points du canal, depuis Liverpool

jusqu'à Peel. Les divisions à porter sur AB ne sont plus alors proportionnelles au sinus, et il y a une division pour le flot et une autre pour le jusant correspondant à chacun des $\frac{1}{12}$ de la durée totale. Il les dispose pourtant sur le même diagramme en distinguant le flot du jusant par la nature du trait.

VII. A la suite de la *Reconnaissance des abords de Boulogne faite en 1876*, M. Ploix, au moyen des observations faites pendant le cours de cette mission, dressa deux tableaux destinés à donner la hauteur de la mer à un instant quelconque de la marée.

Il y a un tableau pour le flot et un second pour le jusant. Le tableau de flot se compose de 9 lignes horizontales correspondant aux durées du flot, comprises entre 4^h 40^m et 6 heures, de 10 en 10 minutes. Chacune de ces durées a été divisée en 32, et on a écrit sur les lignes horizontales les valeurs des intervalles de temps comptés de l'heure de la basse mer qui correspondent à chacune de ces 32 fractions. Ces intervalles sont ainsi disposés suivant 32 colonnes verticales. Chacune des lignes horizontales est séparée de la suivante par un intervalle découpé dans la feuille de papier et formant fenêtre. Au-dessous de cette feuille s'en trouve une seconde, sur laquelle sont écrites, suivant des lignes horizontales qui correspondent chacune à une amplitude variant de 0^m 20 en 0^m 20, de 2^m 2 à 9^m 2, les hauteurs comptées à partir de la basse mer et correspondant à des intervalles de $\frac{1}{32}$ de la durée comptés de l'heure de la basse mer.

Pour faire usage de ce tableau, on suppose connues les heures et les hauteurs de la pleine et de la basse mer qui comprennent l'heure pour laquelle on cherche la hauteur. On fait la différence des heures et celle des hauteurs. Puis on fait glisser la feuille inférieure, dont les lignes horizontales apparaissent successivement dans les fenêtres de la feuille supérieure, de façon à amener la ligne horizontale correspondante à l'amplitude obtenue au-dessous de la ligne correspondante à la durée. Si l'on a fait la différence entre l'heure pour laquelle on cherche la hauteur et celle de la basse mer, il suffira de chercher cette différence sur la ligne de la feuille supérieure pour trouver au-dessous la hauteur cherchée au-dessus de la basse mer.

Il y a, comme nous l'avons dit, un second tableau pour le jusant, dont la disposition et l'usage sont les mêmes que pour le précédent, mais les durées varient de 6^h 50^m à 7^h 30^m.

VIII. En 1890, M. Hanusse, à la suite de la *Reconnaissance du plateau des Minquiers*, construisit des courbes, qu'il traduisit également en tables, destinées à résoudre le même problème, mais basées sur un principe tout différent, celui qui avait donné lieu, 50 ans plus tôt, à la remarque de Whewell dont nous avons parlé.

M. Hanusse a procédé de la façon suivante. Il a partagé les marées par

séries d'égaies amplitudes, ces amplitudes variant de mètre en mètre. Pour chaque marée, il a fait la moyenne des hauteurs de la pleine et de la basse mer, ce qui lui donne un niveau moyen relatif à cette marée. Puis il fait la moyenne des heures de cette pleine et de cette basse mer, ce qui lui donne ce qu'il appelle l'heure de la mi-marée. Il a alors pris sur la courbe de cette marée les hauteurs pour l'heure de la mi-marée, pour 0^h 30^m, 1 heure, 1^h 30^m, 2 heures, 2^h 30^m et 3 heures, avant et après cette heure de mi-marée, par rapport au niveau moyen correspondant. Il a fait ensuite la moyenne des hauteurs correspondant à chacune des heures pour chaque série. Ces moyennes ont été mises en tables et ont servi également à construire des courbes.

Voici comment l'on en fait usage. On suppose que l'on connaisse les heures et les hauteurs de la pleine et de la basse mer qui comprennent l'heure pour laquelle on cherche la hauteur. Supposons que ce soit pendant le flot. On fait la moyenne des hauteurs de la pleine et de la basse mer, ce qui donne le niveau moyen, et leur différence, ce qui donne l'amplitude. Puis on fait la moyenne des heures de la pleine et de la basse mer, ce qui donne l'heure de la mi-marée.

Supposons que nous fassions usage des tables, et faisons la différence entre l'heure pour laquelle on cherche la hauteur et l'heure de la mi-marée. Dans la colonne correspondant à l'amplitude, nous trouverons, pour la valeur h , une certaine hauteur. Nous ajouterons cette hauteur au niveau moyen si l'heure donnée est après la mi-marée; si elle était avant, nous aurions trouvé une autre valeur que nous retrancherions de la mi-marée.

Si l'on fait usage des courbes, on cherche sur la courbe l'ordonnée correspondant à la valeur h , — les abscisses étant les heures comptées avant et après l'heure de la mi-marée, — et on ajoute avec son signe cette valeur de l'ordonnée à celle du niveau moyen.

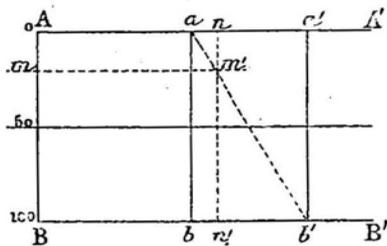
IX. Les abaques que nous avons construits sont basés sur le principe qui a servi à M. Chazallon à établir ses tables de l'*Annuaire de 1830*. On suppose, comme il l'avait fait, que le mouvement du niveau de la mer suit une loi sinusoidale. Ils ont l'avantage de supprimer tous les calculs et donnent de suite le résultat.

Dans l'hypothèse que nous faisons, si l'on appelle T l'intervalle de temps qui sépare la pleine de la basse mer, t une heure quelconque comprise dans cet intervalle comptée à partir de la pleine mer, a la différence des hauteurs de la pleine et de la basse mer, y la baissée de l'eau au-dessous de la pleine mer, on a

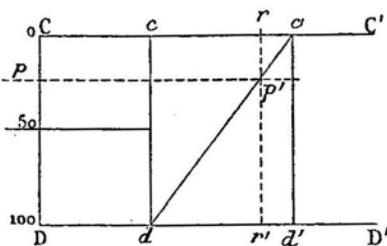
$$y = \frac{a}{2} \left(1 - \cos \pi \frac{t}{T} \right).$$

Faisons $T = 100$, et comptons t de 0 à 100 en partant de la pleine mer; de même faisons $a = 100$, et comptons y de 0 à 100, en partant de la

pleine mer. Pour chaque valeur de t , nous aurons une valeur correspondante de y . Portons sur une échelle



verticale AB les divisions de T de 0 à 100, et sur une seconde échelle verticale CD les divisions de a , en les désignant par des nombres qui sont les valeurs de t auxquelles elles correspondent. Puis, par chacun des points de division, menons des horizontales.



Portons maintenant sur AA' des divisions représentant les heures allant en croissant de gauche à droite, et menons par ces points de division des verticales telles que $ab, a'b'$. Sur CC' portons des divisions représentant les mètres, allant en croissant de gauche à droite, le 0 étant en C, et, par ces points de division, des verticales telles que $cd, c'd'$.

Supposons que l'on nous donne l'heure H, et la hauteur N, d'une pleine mer, l'heure H' et la hauteur N' de la basse mer suivante et que l'on demande la hauteur y à une heure h comprise entre H et H'. Cette hauteur sera donnée par la formule

$$y = N - \frac{N - N'}{2} \left(1 + \cos \pi \frac{h - H}{H' - H} \right).$$

En effet, d'après ce que nous avons vu, le second terme de cette formule donnera la baissée du niveau au-dessous de la pleine mer, puisque $H' - H$ est l'intervalle de temps T qui sépare la pleine de la basse mer, et $N - N'$ l'amplitude. Si nous retranchons cette baissée du niveau de la pleine mer N, nous aurons bien la hauteur y demandée.

Calculons ce second terme. Pour cela, transformons en centièmes la fraction $\frac{h - H}{H' - H}$. A cet effet, prenons sur AA' la division a correspondante à l'heure H, et sur BB' la division b' correspondant à l'heure H', et joignons ab' ; puis, par la division n qui correspond à l'heure h , menons la verticale nm' . Elle coupe ab' au point m' par lequel passe une horizontale mm' ; cette horizontale correspond à une des divisions en centièmes de AB, soit m . Il est évident que c'est la valeur en centièmes de la fraction $\frac{h - H}{H' - H}$.

D'après la construction indiquée, si nous prenons le point p de CD désigné par le nombre m , nous aurons en Cp la baissée de l'eau au-dessous de la pleine mer, mesurée en centièmes de l'amplitude. Pour avoir

sa valeur réelle, il faut multiplier la valeur Cp par $\frac{N-N'}{100}$. Prenons sur CC' la division c' qui correspond à la hauteur N , et sur DD' la division d qui correspond à la hauteur N' , joignons $c'd$. Soit p' le point où l'horizontale pp' rencontre l'oblique $c'd$. Prenons l'intersection r , de la verticale faisant par p' avec CC' . Je dis que $c'r$ représente la valeur cherchée. En effet, on a

$$\frac{rp' \text{ ou } Cp}{CD \text{ ou } 100} = \frac{c'r}{cc' \text{ ou } N-N'}$$

d'où

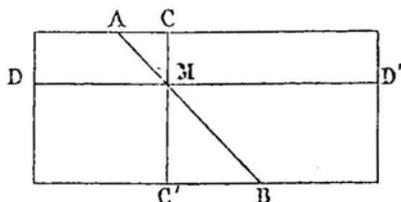
$$c'r = Cp \times \frac{N-N'}{100};$$

mais la valeur y cherchée est la différence entre N et $c'r$. Il suffira donc de lire la division écrite en r pour avoir la valeur de y cherchée.

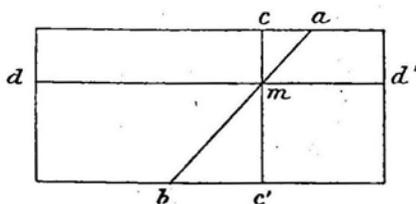
X. Les opérations à effectuer pour se servir de l'abaque seront donc les suivantes :

On suppose que l'on connaît les heures et les hauteurs de la pleine et de la basse mer consécutives qui comprennent l'heure pour laquelle on cherche la hauteur de la mer :

1° Sur l'abaque n° 1, joindre, par une ligne droite, le point A de l'échelle supérieure correspondant à l'heure de la pleine mer et le point B de l'échelle inférieure correspondant à l'heure de la basse mer. La verticale CC' , correspondant à l'heure donnée, coupe la droite AB en un point M. Lire sur l'échelle verticale graduée de 0 à 100, la division D correspondant à l'horizontale MD passant par le point M;



2° Sur l'abaque n° 2, joindre, par une ligne droite, le point a de l'échelle supérieure correspondant à la hauteur de la pleine mer, au point b de l'échelle inférieure correspondant à la hauteur de la basse mer. Par le point d de l'échelle verticale qui porte le même chiffre que le point D, passe une horizontale dd' qui coupe ab au point m . Par ce point passe une verticale cc' qui coupe l'échelle supérieure en un point c qui correspond à la hauteur cherchée. On peut évidemment aussi lire cette hauteur au point c' .



Pour éviter de tracer des lignes sur l'abaque, on peut se contenter de faire passer une règle, un fil tendu ou le bord d'une feuille de papier par les divisions des échelles horizontales. Si les intersections des obliques avec les lignes horizontales ou verticales ne correspondent pas à des divisions exactes des échelles, on interpole à vue entre les divisions voisines.

XI. Nous avons dit que cette méthode supposait que le mouvement du niveau de la mer suivait une loi sinusoidale, et nous avons ajouté qu'il n'en était presque jamais ainsi.

Il était donc indispensable de la compléter en donnant, partout où cela pouvait se faire, le moyen de corriger ses indications pour les mettre aussi d'accord que possible avec la réalité.

Lorsque l'on examine les courbes de marée d'un port, tracées par un marégraphe ou observées à une échelle avec suffisamment d'exactitude, on est frappé de la forme caractéristique qu'elles présentent et qui les différencie d'un port à l'autre. Pour un même port, cependant, on constate que les formes varient légèrement avec l'amplitude, mais comme la durée varie également, on pouvait supposer à priori que, ramenées à la même durée, ces courbes présenteraient beaucoup d'analogie. Il semblait donc possible, et bien que la théorie ne donne à cet égard aucune certitude, de les ramener à un même type en les classant par amplitudes.

On pouvait même penser que la courbe de vive-eau seule pourrait servir à prédire toutes les autres, si l'on voulait admettre dans la prédiction une certaine erreur probable.

Si, en effet, on ramène à la même amplitude et à la même durée une courbe de vive-eau et une courbe de morte-eau, l'écart maximum de ces deux courbes exprimé en centièmes de l'amplitude peut être tel que, étant donnée la faible amplitude des mortes-eaux, l'erreur que l'on commet en prédisant la morte-eau avec la courbe de vive-eau ne se traduise, en définitive, que par une hauteur d'un ou de deux décimètres, qui rentre dans la catégorie des erreurs accidentelles inhérentes à la méthode.

C'est ce que nous avons constaté pour tous les points de la côte de France pour lesquels nous avons pu construire les courbes. Pour tous ces points, nous avons déterminé la courbe type de vive-eau, celle de morte-eau et, comme vérification, celle des marées intermédiaires (de coefficient 70 environ). Dans les planches qui suivent, nous n'avons tracé que les courbes de vive-eau et de morte-eau, et l'on peut vérifier ainsi ce que nous disions tout à l'heure.

Nous allons les examiner successivement.

Dunkerque. — Les documents que nous possédons sont les observations faites pendant la mission hydrographique de 1894. Elles ne se faisaient que le jour, et, pendant leur durée, il y eut peu de grandes vives-eaux. Aussi n'avons-nous pu construire qu'une courbe moyenne.

Boulogne. — Les courbes ont été construites avec les observations faites pendant la mission de 1876; elles avaient été étudiées par M. Ploix, par

la méthode que nous avons indiquée plus haut; nous nous sommes servi de ses résultats pour les obtenir.

Le Havre. — Nous avons employé les courbes recueillies au marégraphe pendant l'année 1895. La courbe de vive-eau a été obtenue avec 10 courbes de vives-eaux, de coefficient supérieur à 100; celle de marée moyenne, avec 10 courbes de marée moyenne, de coefficient 70 environ; celle de morte-eau, avec 10 courbes de petites mortes-eaux. Ce nombre de courbes a suffi dans chaque cas pour déterminer sans ambiguïté la forme type.

Il faut signaler pour le Havre le phénomène que nous décrirons plus loin pour Saint-Nazaire et qui s'y manifeste, mais d'une façon beaucoup moins nette.

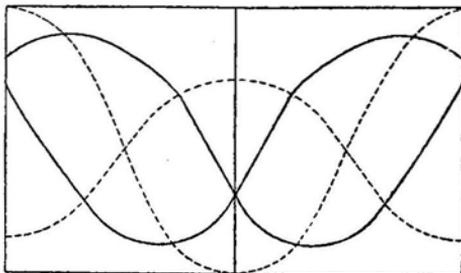
Cherbourg. — Nous avons employé les courbes recueillies au marégraphe pendant l'année 1884. Comme au Havre, les courbes types ont été déterminées au moyen de 10 courbes de chaque espèce.

Saint-Malo. — Nous avons employé les courbes recueillies au marégraphe pendant l'année 1876. Même observation que pour Cherbourg.

Brest. — Nous avons employé les courbes recueillies au marégraphe pendant l'année 1892. Même observation que pour Cherbourg. On remarquera que la courbe de vive-eau est presque exactement une sinusoïde.

Port-Louis. — Nous n'avons eu à notre disposition que les observations faites pendant la mission de 1895. Aussi n'avons-nous pu établir qu'une courbe moyenne.

Saint-Nazaire. — Nous avons employé les courbes recueillies au marégraphe pendant l'année 1876. Ces courbes présentent une particularité que nous avons mise en évidence en l'exagérant dans la figure ci-contre. Tandis que les courbes de vive-eau et de morte-eau sont sensiblement régulières, les courbes de marée moyenne présentent un renflement considérable après la pleine mer si elles sont entre la vive-eau et la morte-eau, avant dans le cas



contraire. Il semblerait donc que l'on ait dû établir quatre types de courbes. Pourtant, nous n'avons pu déterminer avec une certitude suffisante que celles de vive-eau et de morte-eau. Pour les courbes intermédiaires, on pourra prendre la courbe de vive-eau pour les marées qui arrivent après la morte-eau et avant la vive-eau, car cette courbe présente une certaine analogie avec celles des marées moyennes qui arrivent à cette époque:

on prendra, pour la même raison, celle de morte-eau pour les autres. Il faut ajouter cependant que l'on n'aura ainsi qu'une approximation et constater que, dans le cas de ces marées anormales, la méthode ne donne pas de bons résultats. La courbe de vive-eau seule est suffisamment exacte.

La Rochelle. — Nous avons employé les courbes recueillies au marégraphe pendant l'année 1873. Même observation que pour Cherbourg.

Île d'Aix. — Nous avons employé les courbes recueillies au marégraphe pendant l'année 1895. Il faut faire ici la même observation que pour Saint-Nazaire. Il nous a été impossible d'établir d'une façon satisfaisante les courbes types des marées moyennes et de morte-eau. La situation particulière où se trouve le Fort-Boyard, où était établi le marégraphe, permet de prévoir à priori la complexité de la marée qui s'y produit.

Cordouan. — Nous n'avons utilisé que les observations faites pendant la mission de 1892. Nous n'avons pu, dans ces conditions, établir qu'une courbe moyenne.

Le Socoa. — Nous avons employé les courbes recueillies au marégraphe pendant l'année 1897. Même observation que pour Cherbourg. On remarquera que, comme à Brest, la courbe de vive-eau est une sinusoïde presque parfaite.

On voit donc que, dans la plupart des cas et à l'exception des anomalies que nous avons signalées, on pourra presque toujours prendre la courbe de vive-eau comme la courbe type, quel que soit le coefficient de la marée.

XII. Il n'est pas très facile de se rendre compte, en examinant les courbes des différents ports, de l'écart qu'elles présentent avec la sinusoïde théorique. C'est pour rendre ces différences plus sensibles à l'œil que nous avons construit les courbes données par les planches.

Ces courbes ont été tracées de la façon suivante. Sur une échelle horizontale, on a porté les divisions en centièmes de la durée en flot et en jusant. Sur l'ordonnée correspondante à chacune de ces divisions, on a porté l'écart de la courbe avec la sinusoïde, au-dessus de l'échelle horizontale, si la courbe du port est au-dessus de la sinusoïde, au-dessous dans le cas contraire, ces écarts étant exprimés en centièmes de l'amplitude et portés à une échelle cinq fois plus grande que sur les courbes.

XIII. Examinons maintenant les méthodes à employer pour appliquer à la pratique les résultats que nous venons d'obtenir.

Première méthode. — Nous avons vu que l'abaque n° 2 avait été construit

en supposant que la courbe de la marée était une sinusoïde. On peut supposer qu'on l'a tracé de la façon suivante. Sur l'échelle verticale, on a commencé par porter des divisions égales numérotées de 0 à 100. Puis, ayant tracé une sinusoïde sur une feuille graduée comme celles qui portent les courbes des ports, on a cherché, pour chaque nombre de centièmes de la durée, quel était le nombre des centièmes correspondant de l'amplitude. On a porté ce nombre de centièmes sur l'échelle verticale précédente et par ce point, auprès duquel on a inscrit le nombre de centièmes de la durée auquel il correspond, on a tracé une horizontale.

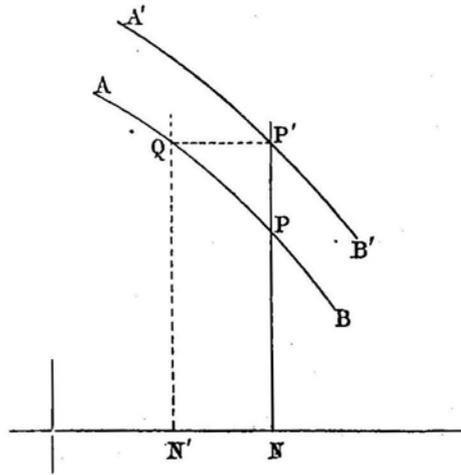
Supposons maintenant que nous voulions transformer l'abaque n° 2 pour qu'il puisse servir à un port déterminé. On opérera de la même façon, mais, au lieu de se servir de la sinusoïde, on emploiera la courbe du port. Seulement il faudra faire deux abaques, un pour le flot et l'autre pour le jusant.

Cette méthode, qui nécessiterait deux abaques pour chaque port, entraînerait à l'emploi d'une trop grande quantité de feuilles si on voulait disposer à la fois des abaques de tous les ports. Elle n'est admissible que dans le cas où l'on n'a constamment besoin que des données d'un seul port.

Deuxième méthode. — Parmi les diverses méthodes que l'on peut imaginer pour corriger simplement les résultats de l'abaque n° 2, celle qui suit est la plus rapide et celle qui nécessite le moins de calculs.

Elle repose sur le principe suivant : Soit AB la sinusoïde et A'B' la courbe du port considéré. L'abaque n° 1 nous ayant donné, par exemple,

un nombre de centièmes N, si nous entrons dans l'abaque n° 2 avec ce même nombre, nous lirons une hauteur qui correspondra au nombre de centièmes P. Nous aurions dû trouver, pour que cette hauteur soit vraie, une hauteur correspondant au nombre de centièmes P'. Si nous menons par P' une parallèle à l'axe des x jusqu'à sa rencontre avec la sinusoïde en Q, nous voyons que cette hauteur, prise sur la sinusoïde, correspond à un nombre N' de centièmes de la durée. Remarquons, par suite, que si nous avons attribué au nombre de centièmes N directement donné par l'abaque n° 1 une correction représentée par NN', nous aurions lu sur l'abaque n° 2, en employant le nombre ainsi corrigé, la hauteur exacte.



Cette transformation peut se faire sur un abaque facile à imaginer, mais on peut aussi en calculer les résultats de la façon suivante :

Une hauteur h de la marée correspondant à un nombre x de centièmes de la durée, mesurée sur la sinusoïde, est donnée par la formule

$$h = N + a \cos x,$$

a étant la demi-amplitude de cette marée.

Si cette hauteur est prise sur la courbe du port considéré, il faudra ajouter à cette expression un terme fonction de l'amplitude $2a$ et du nombre x que l'on pourra écrire $2ay$, et pour chaque valeur de x nous avons la valeur de y qui n'est autre que la correction exprimée en centièmes de l'amplitude, que nous avons déterminée.

On a donc :

$$h = N + a \cos x + 2ay.$$

On peut écrire

$$h = N + a \cos (x + \alpha)$$

en posant

$$\cos x + 2y = \cos (x + \alpha)$$

ou

$$\cos x + 2y = \cos x \cos \alpha - \sin x \sin \alpha,$$

d'où

$$\sin \alpha = -\frac{2y}{\sin x} - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \frac{\cos x}{\sin x};$$

α est assez petit pour que l'on puisse remplacer $\sin \alpha$ par α , $2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ par $\frac{\alpha^2}{2}$ et cette dernière expression par $\frac{2y^2}{\sin^2 x}$.

Il vient alors :

$$\alpha = -\left(\frac{2}{\sin x}\right) y - \frac{2 \cos x}{\sin^3 x} y^2.$$

Si α et x sont exprimés en centièmes de la marée, y en centièmes de l'amplitude, la formule devient

$$\alpha \sin 1^\circ 48' = -\frac{2}{\sin (x \times 1^\circ 48')} \frac{y}{100} - \frac{2 \cos (x \times 1^\circ 48')}{\sin^3 (x \times 1^\circ 48')} \frac{y^2}{10000}$$

et en posant

$$-\frac{1}{50 \sin (x \times 1^\circ 48')} \frac{1}{\sin 1^\circ 48'} = m \quad \text{et} \quad \frac{1}{5000 \sin^3 (x \times 1^\circ 48')} \frac{\cos (x \times 1^\circ 48')}{\sin 1^\circ 48'} = n$$

on a :

$$\alpha = my + ny^2.$$

Il suffit donc de calculer pour toutes les valeurs de 1 à 100 de x les

valeurs de m et de n , pour avoir, en fonction des valeurs de y correspondant à chaque valeur de x , la valeur de α . On fera ces calculs pour chacun des ports.

Les résultats sont donnés dans le tableau ci-joint et l'on s'en servira de la façon suivante :

L'abaque n° 1 ayant donné un certain nombre de centièmes N , on cherchera ce nombre dans la colonne de gauche intitulée *Centièmes de la durée* — en faisant attention si l'on est en flot ou en jusant — dans la colonne correspondant au port et sur la même ligne horizontale on trouvera un nombre, que l'on ajoutera avec son signe au nombre N . On aura ainsi un nouveau nombre N' avec lequel on entrera dans l'abaque n° 2. On interpolera, s'il y a lieu, entre les nombres du tableau.

Exemple. — On demande la hauteur de la mer à Cherbourg, le 11 septembre 1897, à 5 h. 30 m. du matin; la basse mer a eu lieu à 2 h. 29 m. du matin et sa hauteur était de 8 décimètres; la pleine mer aura lieu à 8 h. 10 m. du matin et sa hauteur sera de 62 décimètres.

Sur l'abaque n° 1, nous trouvons par la méthode indiquée que 5 h. 30 m. correspond à 47 centièmes et nous sommes en flot. Le tableau des corrections nous donne, dans la colonne de Cherbourg, — 5.5 environ. On a $47 - 5.5 = 41.5$. Entrons dans l'abaque n° 2 avec ce chiffre, nous trouvons comme hauteur 4^m 25. C'est la hauteur cherchée.

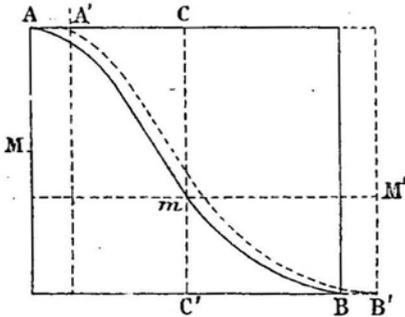
XIV. Pour compléter cette étude, il y a lieu d'examiner quelles erreurs on peut commettre en déterminant ainsi la hauteur de la mer.

Les données du problème sont les heures et les hauteurs de la pleine et de la basse mer qui comprennent l'heure pour laquelle on cherche la hauteur. Ces données sont fournies par l'*Annuaire des marées des côtes de France*. On peut dire que les hauteurs données par l'*Annuaire* sont exactes. En comparant, en effet, les hauteurs calculées aux hauteurs observées, on ne constate pas d'erreurs systématiques. Seules des erreurs accidentelles dues à des circonstances locales ou lointaines généralement mal définies et dans tous les cas difficiles à prévoir, à l'exception de la pression barométrique, se manifestent quelquefois, mais dépassent rarement 2 décimètres.

Il n'en est pas de même des heures. Si, dans la pratique de la navigation où l'on s'occupe surtout des pleines et basses mers, une erreur d'un quart d'heure ou même d'une demi-heure sur l'heure de ces phénomènes n'a pas grande importance, il n'en est plus de même dans le cas que nous étudions.

La figure ci-contre le montrera de suite. Soit A une pleine mer et B la basse mer suivante. Si les pleines et basses mers qui se produisent sont en A' et B', la courbe réelle de la marée sera A'B', tandis que la courbe que nous donne la méthode que nous employons sera AB. Il en résulte que, pour une heure intermédiaire C, la différence entre le calcul et la réalité mesurée par la distance des deux courbes sur l'ordonnée CC' pourra

être assez considérable surtout en vive-eau où la courbe est très rapprochée de la verticale. Mais cette erreur provient non de la méthode, si la



la courbe du port a une forme convenable, mais seulement de l'erreur des heures provenant de l'Annuaire et qu'il est impossible de corriger. Si les hauteurs de l'Annuaire diffèrent aussi un peu des hauteurs réelles, cette nouvelle cause s'ajoutera à la précédente pour augmenter l'erreur finale.

Il est donc fort difficile de donner une idée de l'erreur à

craindre en employant la méthode proposée. Tout ce que l'on peut dire, c'est que l'emploi des courbes particulières à chaque port tend à diminuer sensiblement les erreurs que l'on commettrait en utilisant simplement la sinusoïde théorique.

Un seul procédé permettrait probablement d'arriver à une plus grande précision. Ce procédé consiste à déterminer, comme l'avait pensé Whewell et comme l'a fait M. Hanusse, un point de la courbe qui donne exactement sa position par rapport au temps. Ce point serait l'intersection de la courbe avec un niveau fixe intermédiaire entre la pleine et la basse mer. Il paraît naturel de choisir pour ce niveau la hauteur du niveau moyen, c'est-à-dire celle qui est représentée par les termes constants de la formule de Laplace ou dans l'analyse harmonique par la valeur indépendante de toutes les ondes à courte ou à longue période.

L'instant du passage de la mer par ce niveau pouvant, en raison de la rapidité du mouvement de la mer à ce moment, être observé avec une grande précision, il est à présumer qu'on arriverait à le prédire avec une précision comparable et, dans tous les cas, beaucoup plus grande que les heures des pleines et basses mers.

Nous n'avons fait qu'entamer l'étude que comporterait ce problème et nous avons cherché d'abord s'il suffirait de prédire ce phénomène pour Brest, où nous avons la formule complète de la marée, et d'établir ensuite des tables de concordance pour relier les heures du même phénomène, dans les autres ports de la côte de France, à celles de Brest.

Nous avons dépouillé les courbes du marégraphe du Havre pendant le cours d'une année et nous avons pu, à l'aide des résultats, établir le tableau de concordance suivant en fonction des hauteurs de la pleine mer de Brest :

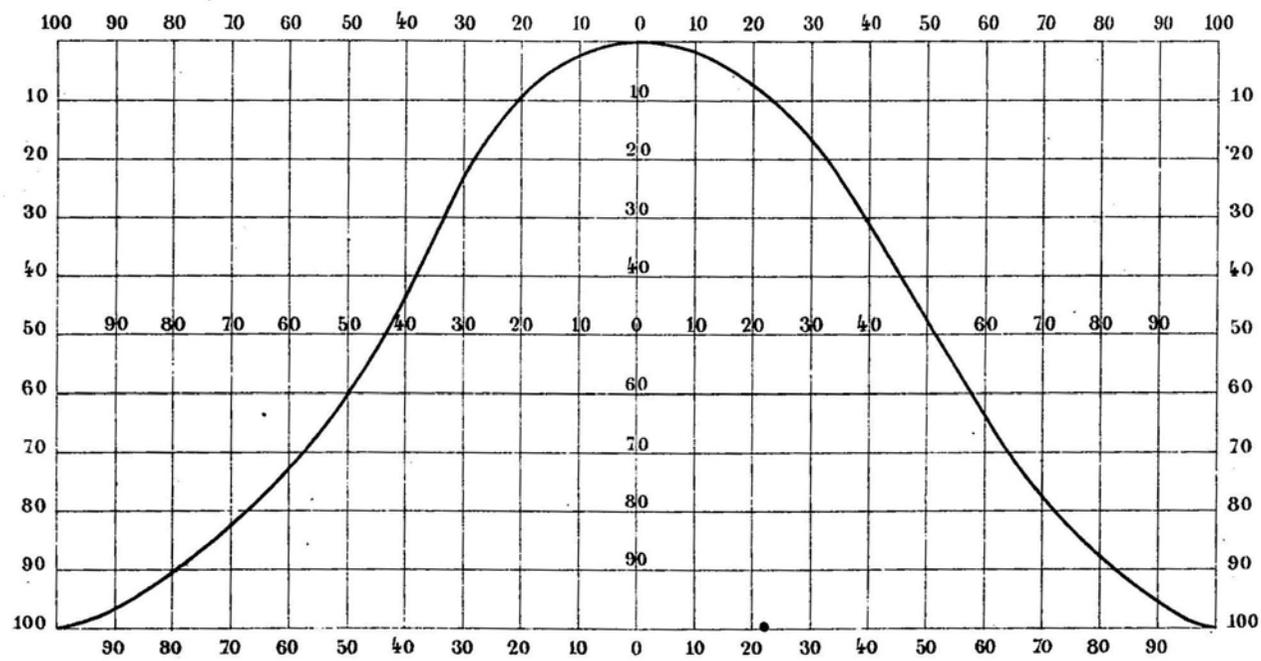
Hauteurs pleine mer Brest . . .	8 ^m 0	7 ^m 50	7 ^m 0	6 ^m 50.	6 ^m 0	5 ^m 50
Différence des heures de passage par le niveau moyen à Brest et au Havre, en flot.	6 ^h 20	6 ^h 20	6 ^h 21	6 ^h 23	6 ^h 27	6 ^h 30

Ces différences sont celles des heures temps moyen locaux de Brest et du Havre.

L'erreur probable en vive-eau n'est que de 5 minutes, c'est-à-dire environ $\frac{1}{60}$ de la durée; elle n'entraînerait, en admettant que le phénomène à Brest soit exactement prédit, qu'une erreur de 20 centimètres sur les hauteurs du Havre dans les conditions les plus défavorables.

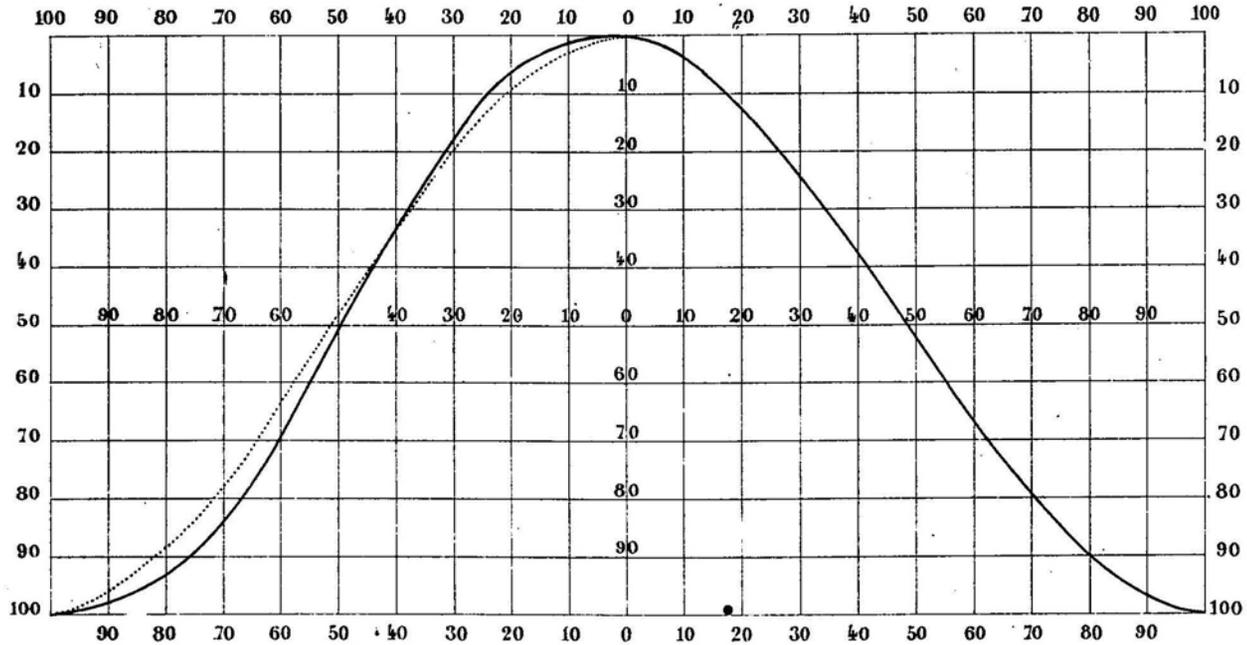
Cette expérience permet de conclure que le procédé serait applicable; encore faudrait-il, pour justifier le travail considérable que nécessiterait le calcul des éléments, que les besoins de la navigation l'exigeassent absolument, et que l'analyse harmonique qui donne les mêmes résultats plus simplement demeurât impuissante dans quelques cas.

DUNKERQUE (1894).



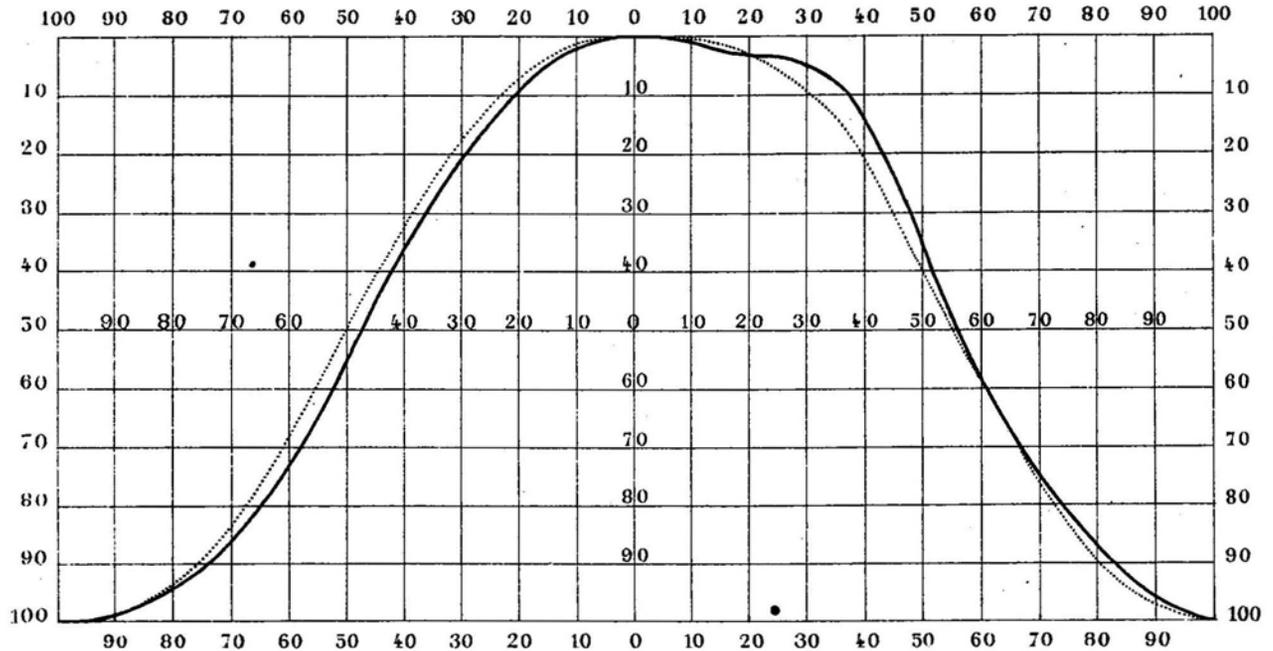
Cette courbe est celle des marées moyennes; les documents que nous possédons n'ont permis d'obtenir que celle-là.

BOULOGNE (1876).



— Vive eau. La courbe des marées moyennes se confond avec la courbe de vive eau.
 Morte eau. cette courbe se confond en jasant avec la courbe de vive eau.

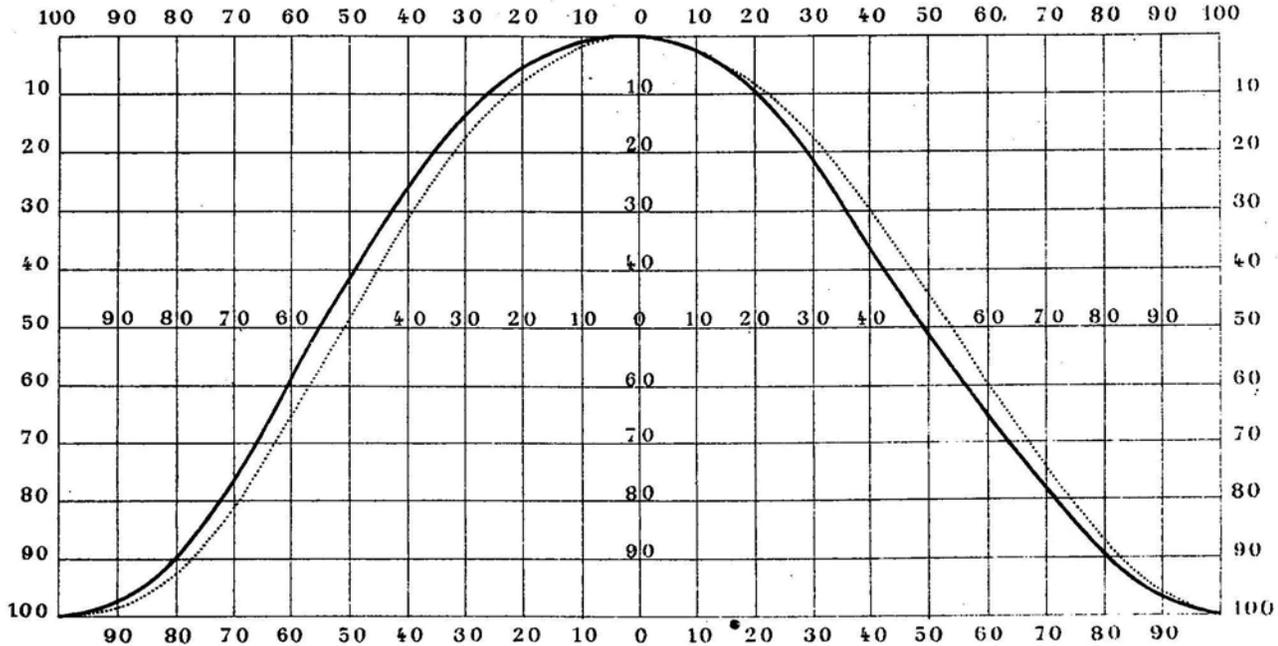
LE HÂVRE (1895)



— Vive eau.
 Morte eau.

La courbe des marées moyennes est intermédiaire entre les deux courbes tracées.

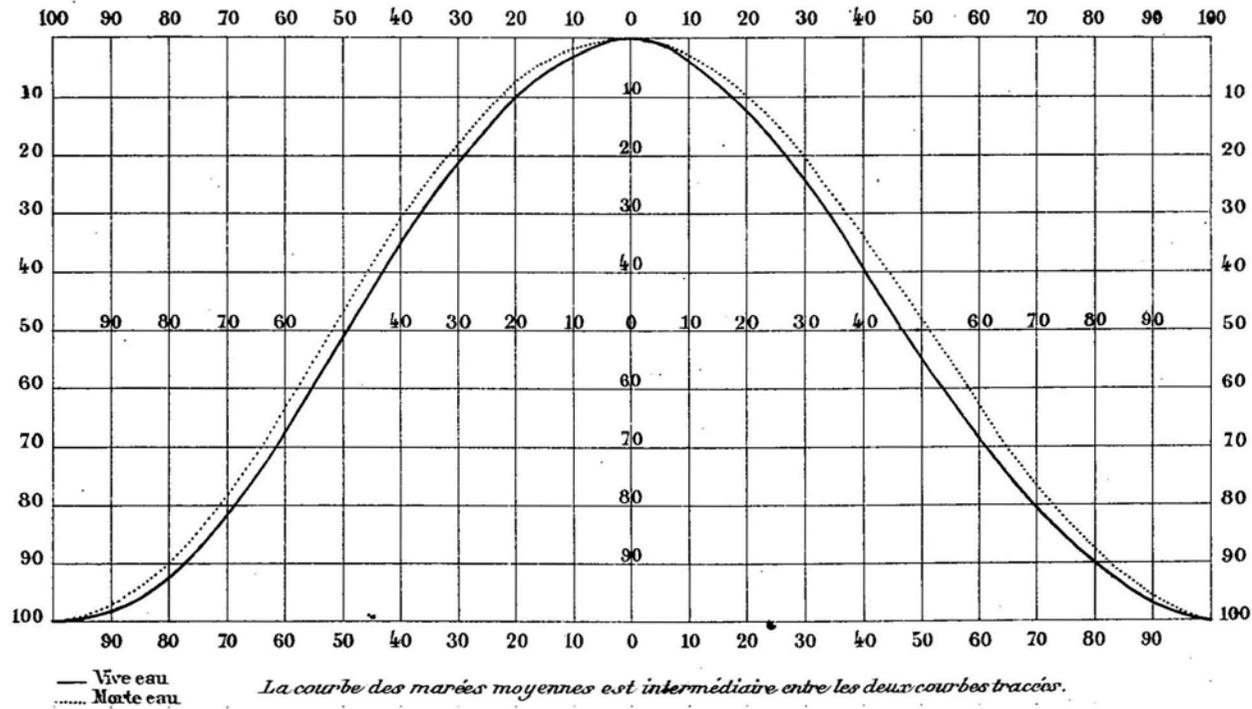
CHERBOURG (1884)



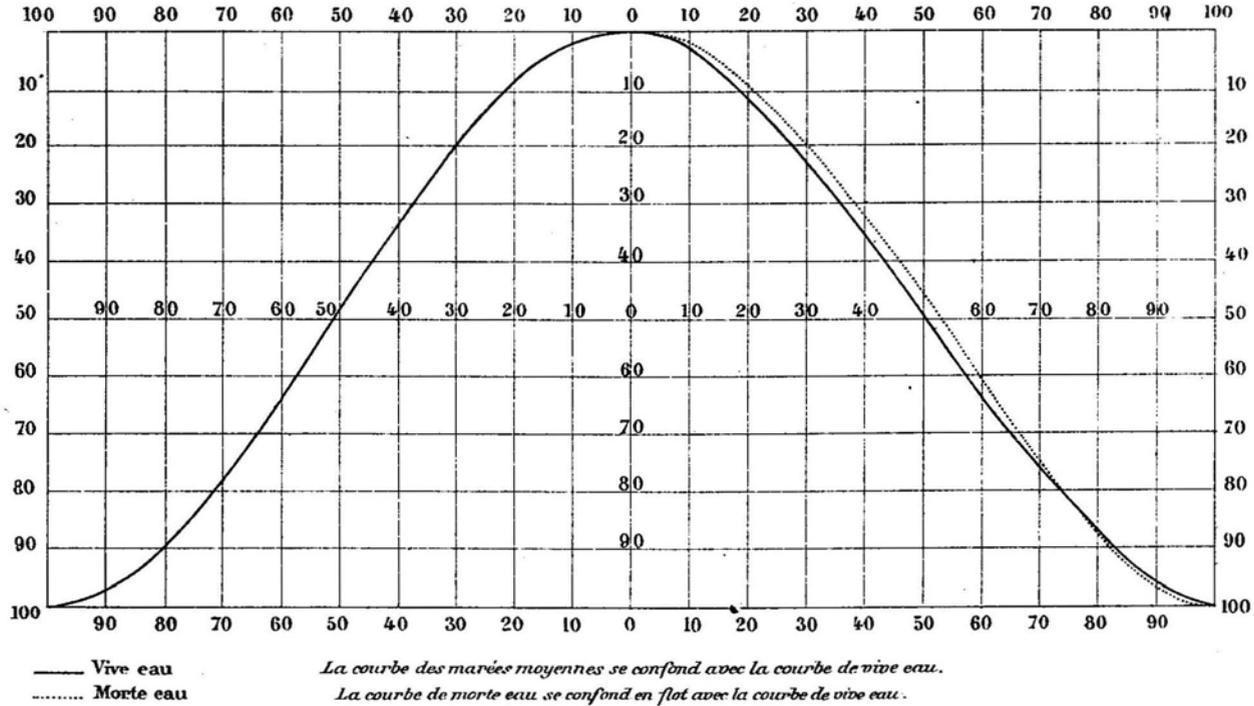
— Vive eau .
 Morte eau .

La courbe des marées moyennes est intermédiaire entre les deux courbes tracées; plus rapprochée de celle de morte eau en flot et de celle de vive eau en jusant.

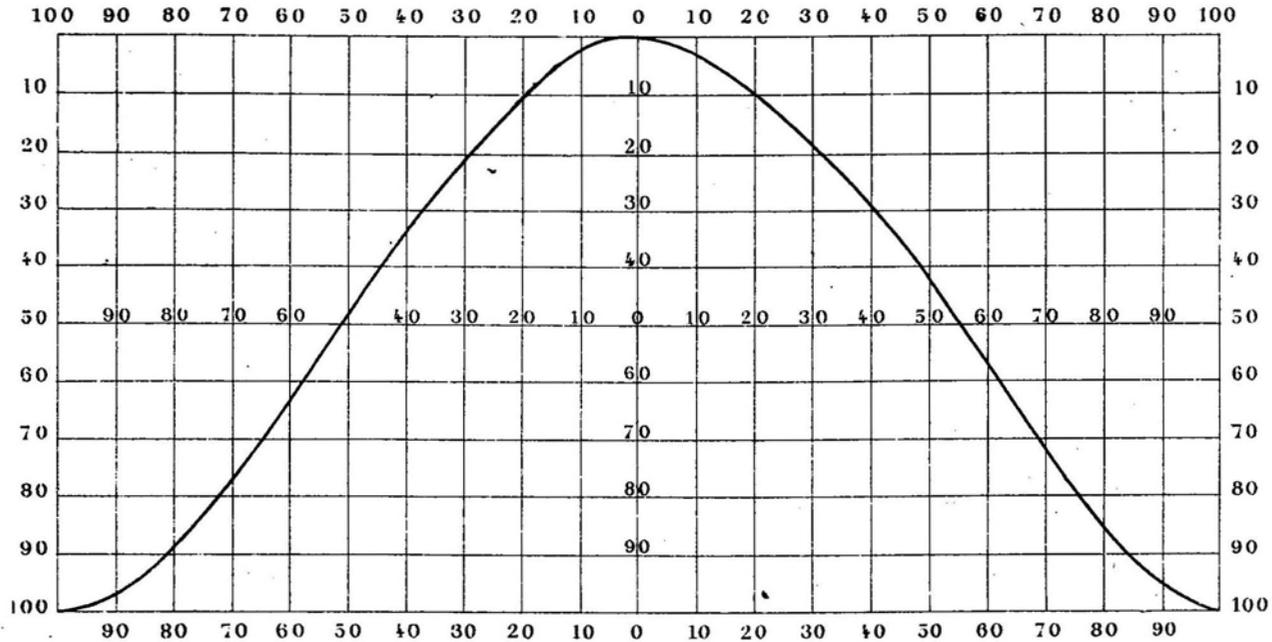
SAINT-MALO (1876).



BREST (1892)

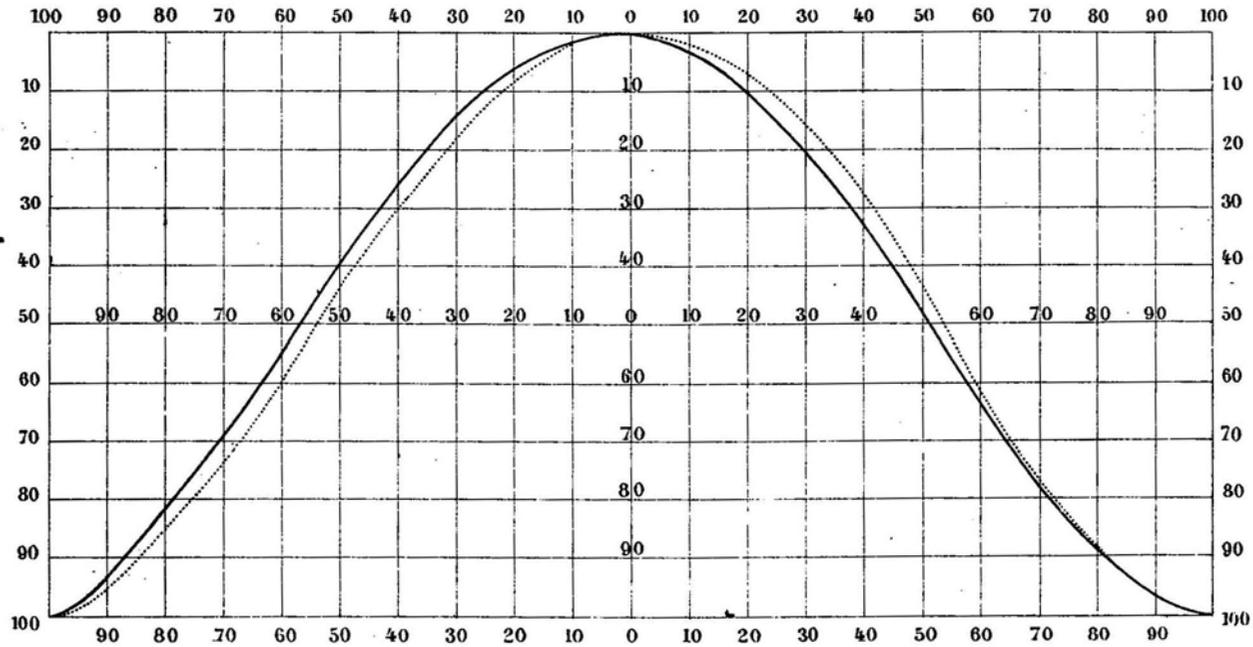


PORT-LOUIS (1895)



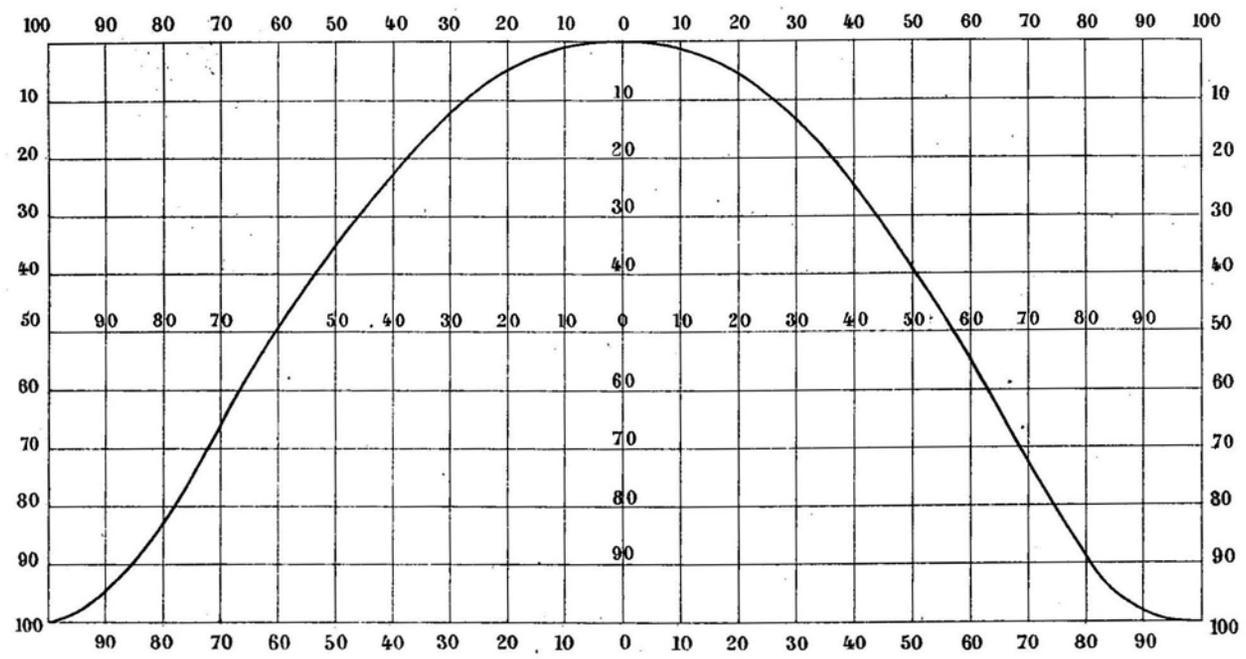
Cette courbe est celle des marées moyennes; les documents que nous possédons n'ont permis d'obtenir que celle-là.

SAINT-NAZAIRE (1876)



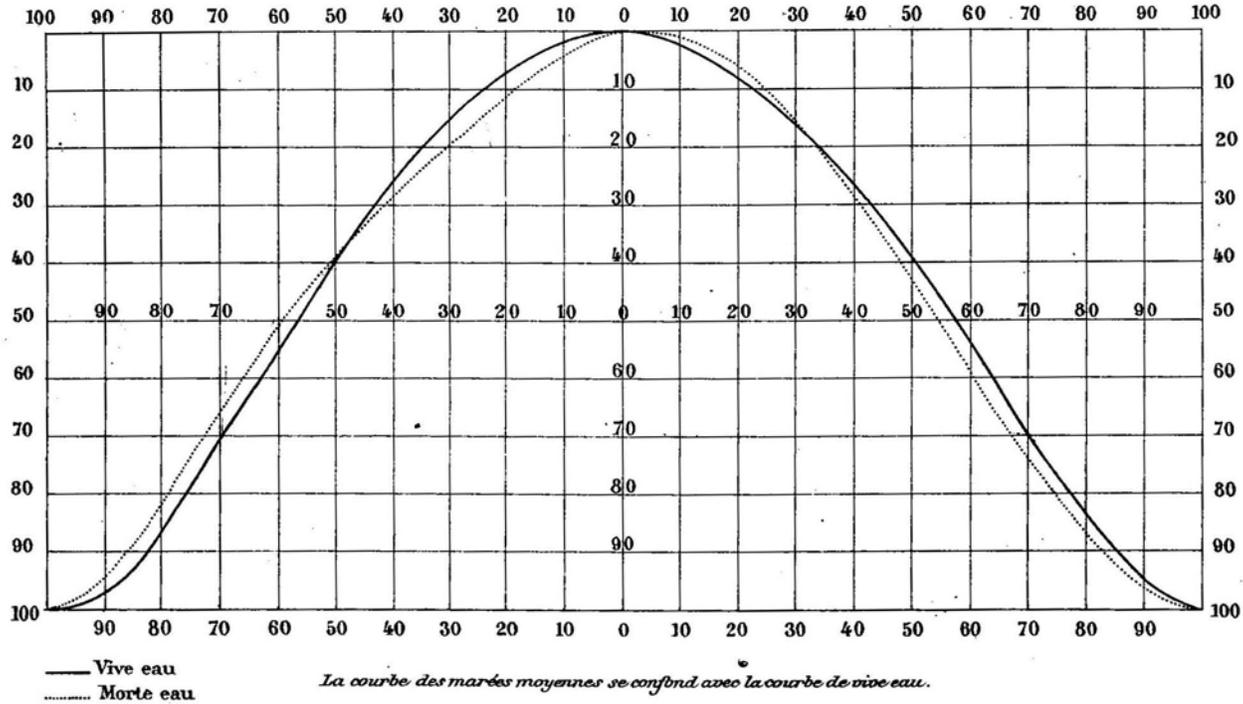
— Vive eau. Prendre la courbe de vive eau pour les marées qui arrivent après la morte eau et avant la vive eau; prendre
 Morte eau la courbe de morte eau pour les marées qui arrivent avant la morte eau et après la vive eau.

ILE D'AIX (1895)

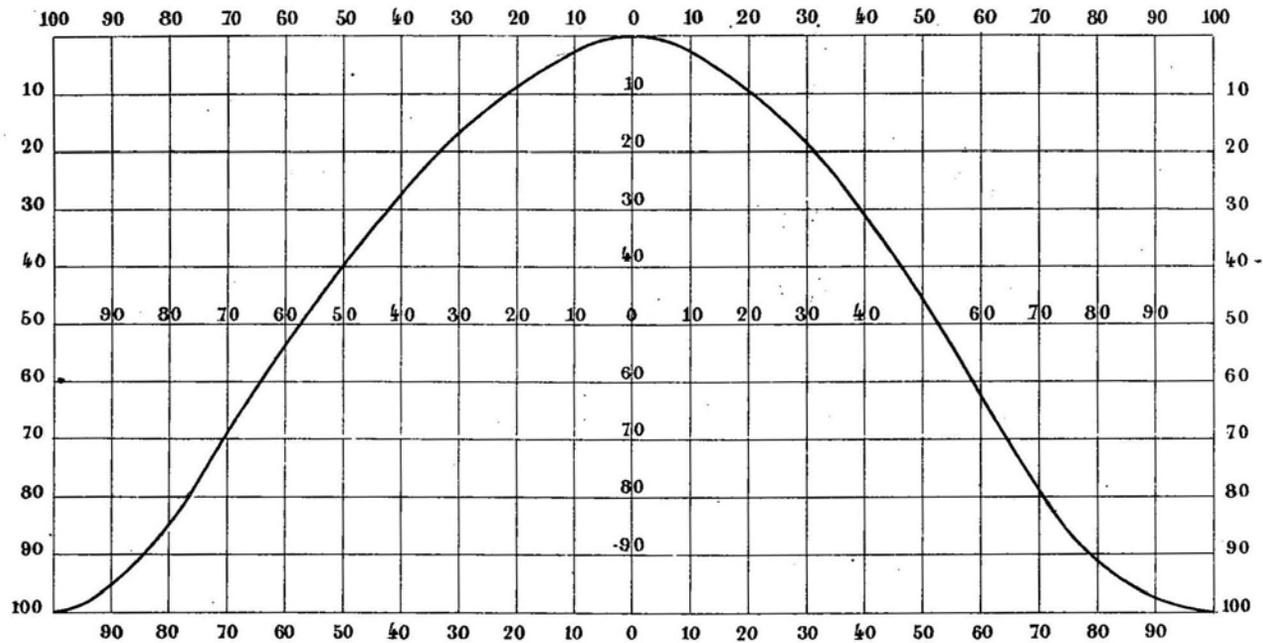


— Vive eau. On n'a pu établir ni la courbe des marées moyennes, ni celle de morte eau.

LA ROCHELLE (1873)

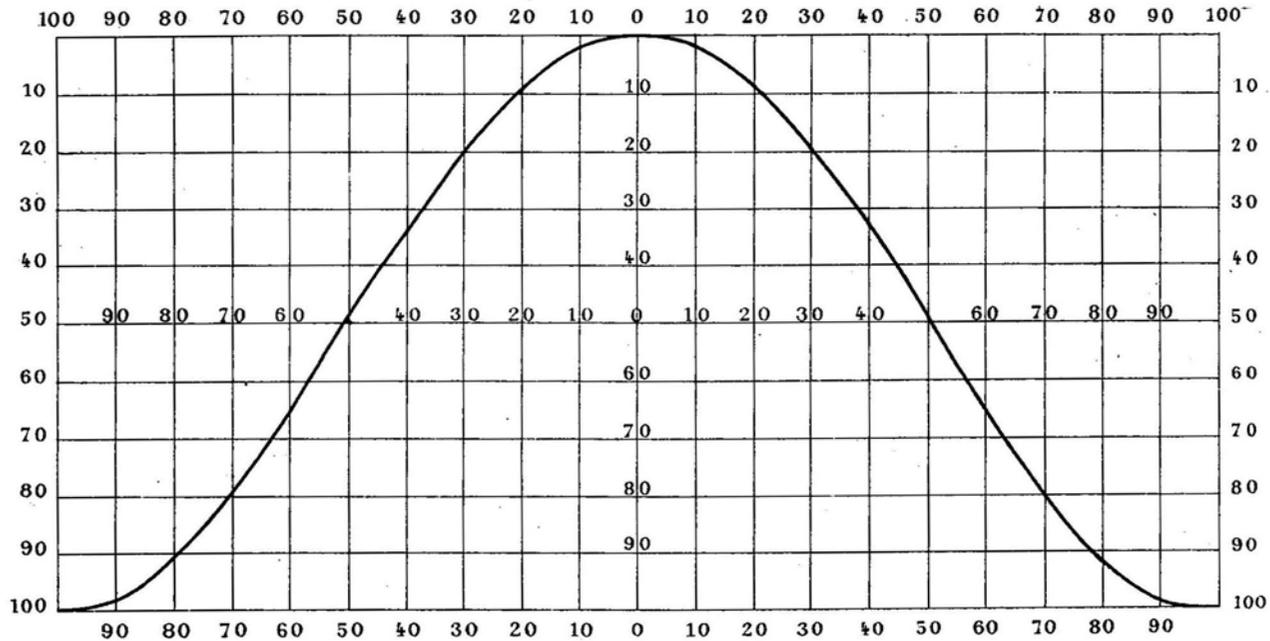


CORDOUAN (1892).



Cette courbe est celle des marées moyennes, les documents n'ayant permis d'obtenir que celle-là.

LE SOCOA (1897)



— Vive eau. *Les courbes des marées moyennes et de morte eau se confondent sensiblement avec la courbe de vive eau.*

CORRECTIONS EN CENTIEMES DE L'AMPLITUDE

BASSE MER

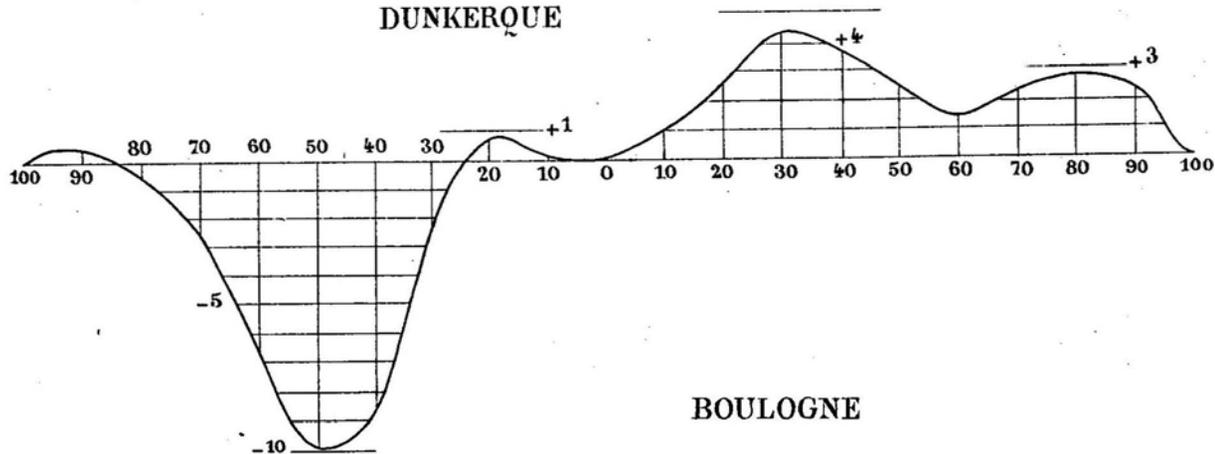
FLOT

PLEINE MER

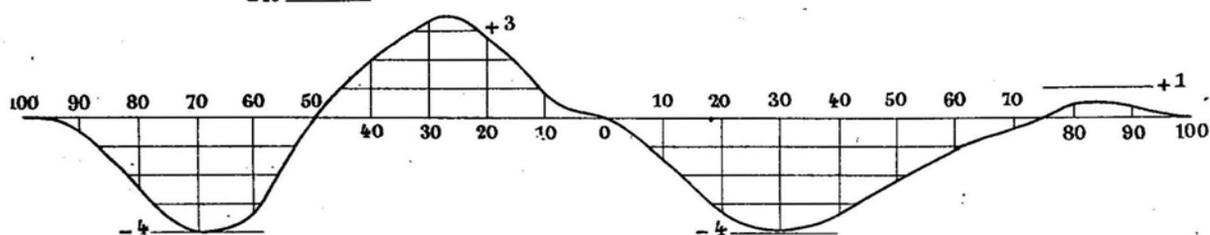
JUSANT

BASSE MER

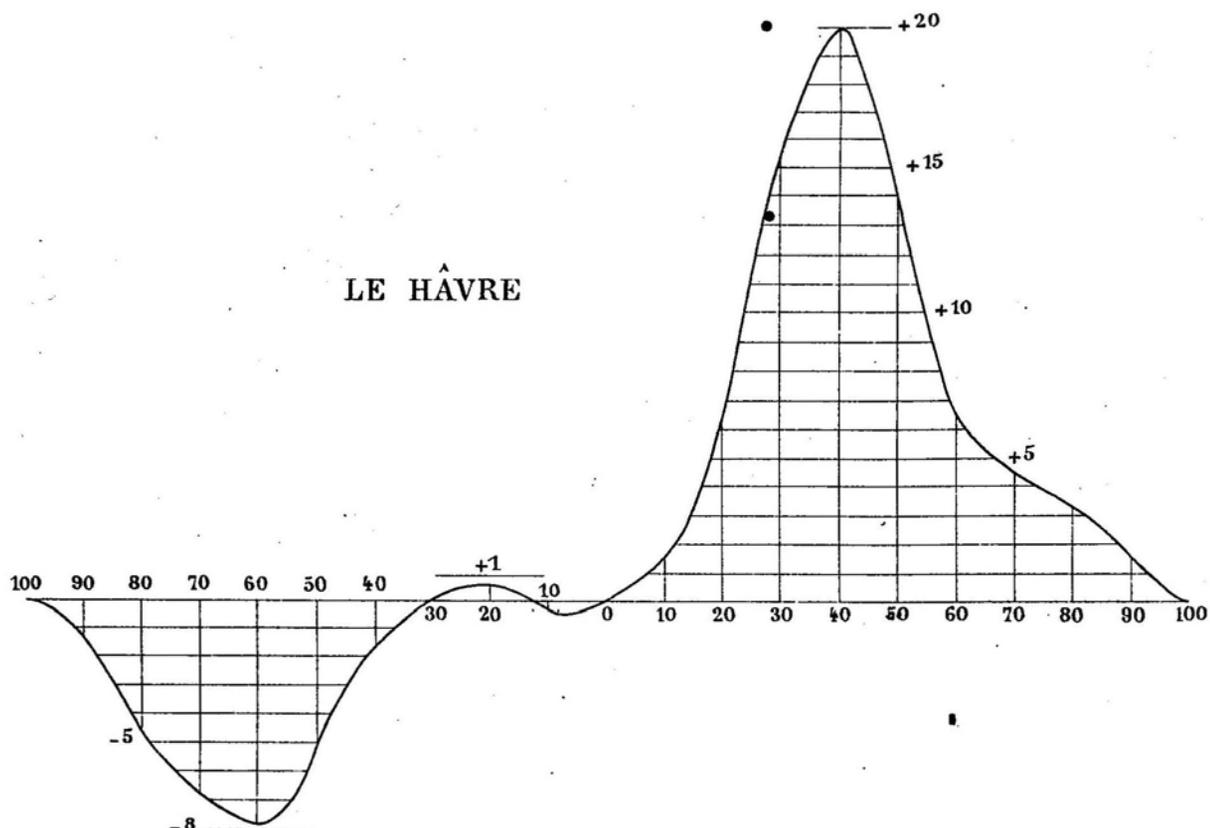
DUNKERQUE



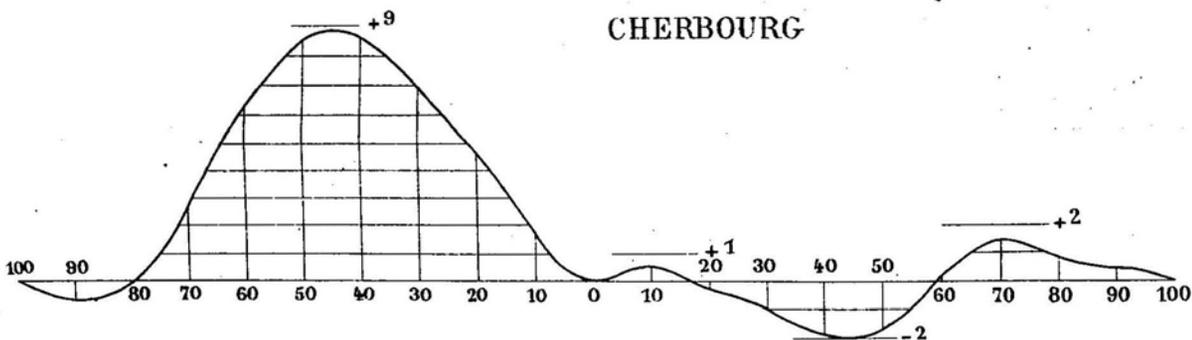
BOULOGNE



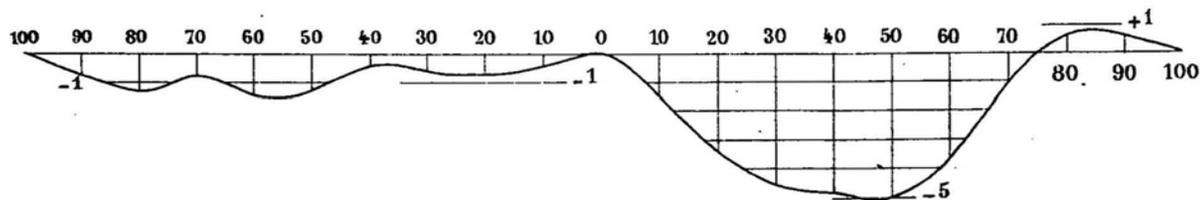
LE HÂVRE



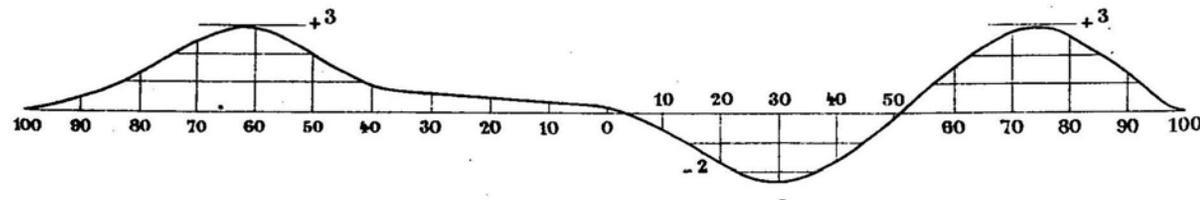
CHERBOURG



SAINT-MALO



BREST



CORRECTIONS EN CENTIÈMES DE L'AMPLITUDE

BASSE MER

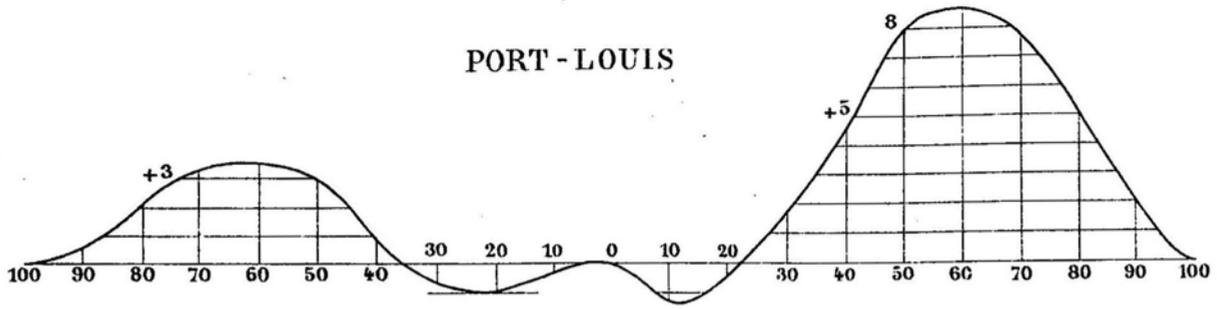
FLOT

PLEINE MER

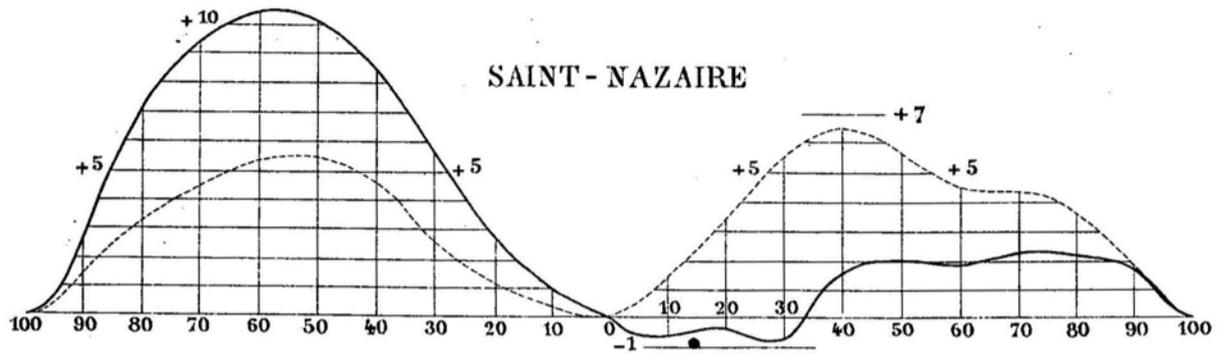
JUSANT

BASSE MER

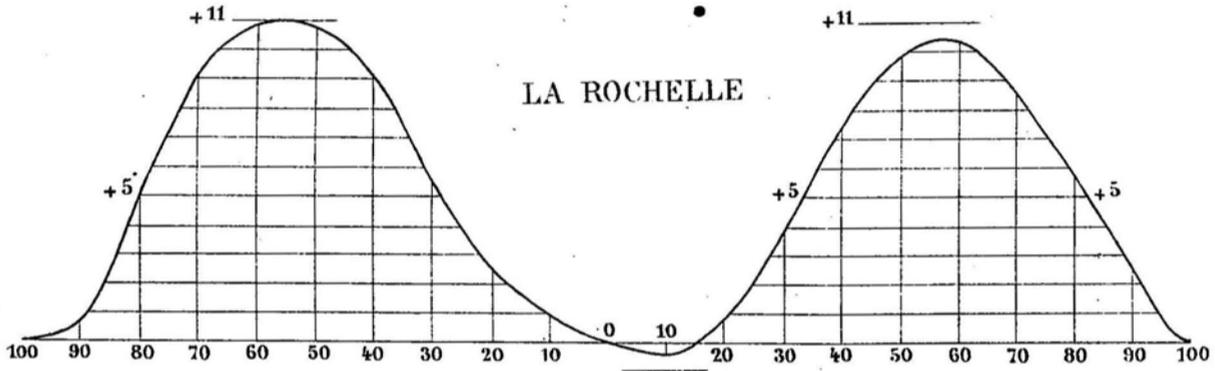
PORT-LOUIS



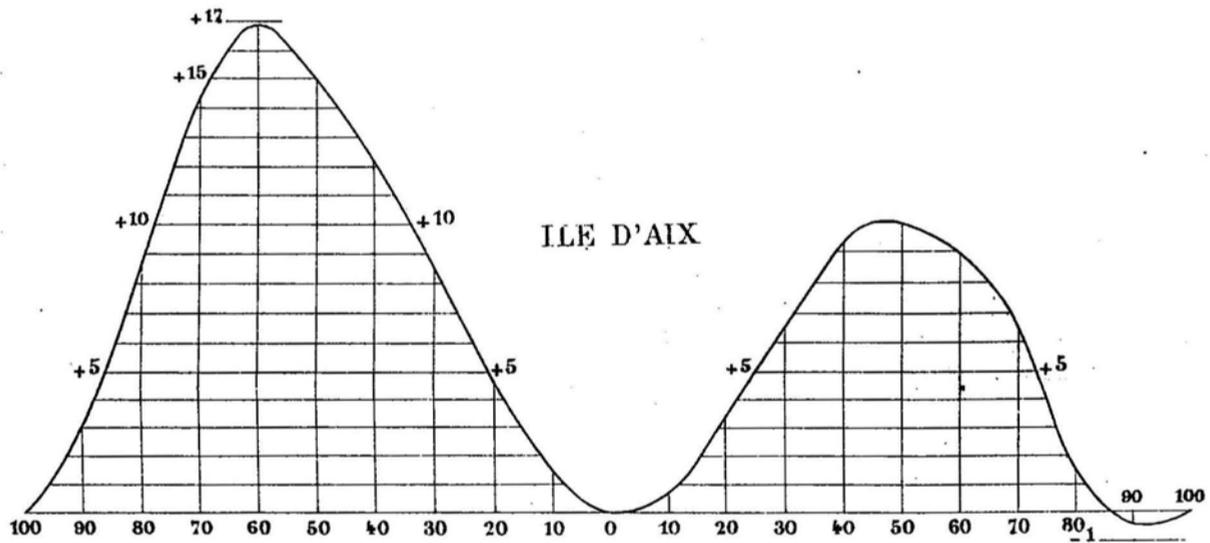
SAINT-NAZAIRE



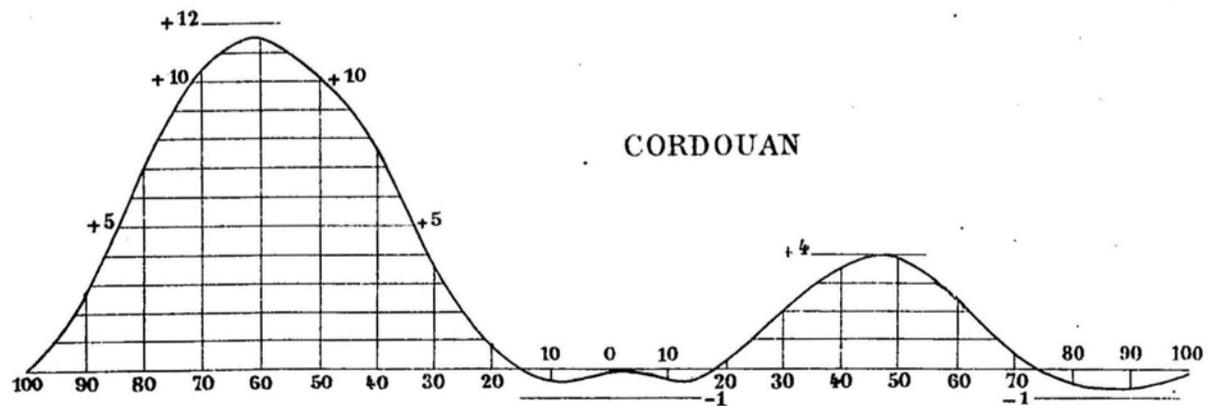
LA ROCHELLE



ILE D'AIX



CORDOUAN



LE SOCOA

