

Un modèle bidomaine aux équations primitives en Océanographie physique

Océanographie Physique
Modélisation hydrodynamique
multidomaine
Raffinement local
Frontières ouvertes
Modèle interactif

Physical Oceanography
Multidomain hydrodynamic
modelling
Local refinement
Open boundaries
Interactive model

Marc LAUGIER ^a, Laurent MORTIER ^b et Ivan DEKEYSER ^a

^a Centre d'Océanologie de Marseille, Campus de Luminy, case 901, 13288 Marseille Cedex 9, France.

^b Cabinet d'Études Techniques Industrielles et d'Innovations Scientifiques, 24, boulevard Paul Vaillant-Couturier, 94200 Ivry sur Seine, France.

Reçu le 20/01/94, révisé le 25/05/94, accepté le 21/06/94

RÉSUMÉ

Cette étude porte sur des simulations numériques effectuées à la suite de l'élaboration d'un modèle océanologique multidomaine. Elles permettent de mettre en évidence l'intérêt d'un tel modèle en océanographie physique.

Le modèle multidomaine est présenté ici dans une version simplifiée à deux domaines. Il est basé sur un code de calcul qui résout les équations de Navier-Stokes et de température, dans les trois dimensions d'espace, pour un fluide incompressible compte tenu de l'approximation hydrostatique et de l'hypothèse de Boussinesq.

Ce modèle bidomaine permet de faire un zoom sur une région du domaine spatial sur lequel on résout, avec un maillage raffiné, les équations primitives afin de corriger par rétroaction la solution numérique globale. Il comprend une procédure d'emboîtement qui gère la résolution sur deux domaines du problème différentiel. Cette technique de décomposition de domaine fait partie des méthodes numériques de raffinement de domaine avec recouvrement complet.

Le modèle est testé dans le cas de la simulation d'un modon barotrope, solution analytique de l'équation quasi-géostrophique de la vortacité potentielle, suffisamment représentative d'un tourbillon océanique. Les solutions numériques obtenues avec le modèle monodomaine et bidomaine sont comparées entre elles en évaluant l'erreur commise dans les deux cas relativement à la solution analytique.

Il apparaît que cette technique d'emboîtement interactif permet de gérer correctement les conditions aux limites pour un domaine ouvert. Le zoom effectué sur une portion du domaine spatial corrige efficacement la solution globale par rapport à celle obtenue avec le modèle monodomaine de base.

ABSTRACT

A bidomain primitive equation model.

This study concerns numerical simulations carried out following the elaboration of an oceanological multidomain model. These simulations demonstrate the value of such a model for physical oceanography.

A simplified, two-domain version of the multidomain model is presented. It is based on a computer code which solves the Navier-Stokes and temperature equations in the three dimensions of space for an incompressible fluid in accordance with the hydrostatic approximation and Boussinesq's assumption. This model

permits a zoom on a specific region of the spatial domain, where the primitive equations are solved, with a mesh refinement, in order to correct by feedback the global numerical solution. It includes a nested procedure which manages the resolution of the differential problem on two domains. This technique of domain decomposition forms part of the numerical methods of domain refinement with full overlapping.

The model is tested by the simulation of a barotropic modon, an analytic solution, of the quasigeostrophic potential vorticity equation, adequately representative of an oceanic vortex. The numerical solutions obtained with the monodomain and bidomain model are compared with each other by calculation of the errors committed in the two cases relative to the analytic solution.

It appears that this interactive nested technique permits correct management of open boundaries conditions. The zoom performed on a region of the spatial domain efficiently corrects the global solution compared with that obtained by the basic monodomain model.

Oceanologica Acta, 1994. 17, 4, 355-367.

INTRODUCTION

L'utilisation de modèles numériques pour des études fondamentales ou des simulations plus réalistes de la circulation générale océanique a mis en évidence la nécessité de disposer de modèles numériques ayant d'une part une physique appropriée à la dynamique locale et d'autre part une résolution spatiale plus fine dans certaines régions des bassins. C'est par exemple le cas des zones côtières qui sont souvent le siège de phénomènes déterminants pour la circulation générale.

Par ailleurs, pour des études régionales ou même plus locales de la circulation, les sous-bassins concernés sont considérés isolément, ce qui impose la présence d'une ou plusieurs frontières ouvertes vers le reste de l'océan. Se pose alors le difficile problème de la paramétrisation de la circulation du reste de l'océan dont on sait qu'elle peut être largement dépendante des processus locaux.

Ainsi, quand les échelles d'intérêt sont celles de la circulation générale, il peut être nécessaire d'effectuer des « zooms » sur certains sous-domaines. Dans ces sous-domaines, les phénomènes seront modélisés à plus petite échelle et leur influence sur la circulation générale sera alors bien appréhendée. Mais réciproquement, quand on s'intéresse dans ces sous-bassins à des phénomènes de plus petite échelle, l'influence de la circulation du reste du bassin, sera prise en compte si ceux-ci sont inclus dans un modèle de l'ensemble.

Les échelles caractéristiques des mouvements observés dans l'océan couvrent toute l'étendue du spectre spatial, allant de la micro-échelle (phénomènes turbulents et tridimensionnels), à la macro-échelle (mouvements de la circulation générale, tourbillons de moyenne échelle), en passant par la méso-échelle (courant de dérive, upwellings et phénomènes ondulatoires tels les ondes d'inertie et de gravité).

Une même taille de grille du maillage ne saurait convenir à l'ensemble des mouvements. Il est d'usage de paramétriser les phénomènes d'échelle inférieure au pas de grille du maillage. Il en va ainsi classiquement de la turbulence de « petite » échelle paramétrisée à l'aide de modèles dits « de

fermeture de la turbulence ». Cette paramétrisation de la turbulence est efficace sur la verticale. Cette méthode, basée sur des modèles de fermeture d'ordre 1 ou plus, est aujourd'hui employée avec succès dans les modèles atmosphériques et océaniques. Sur l'horizontale, le problème est beaucoup plus délicat, si bien que l'on préfère en général s'en tenir à des modèles de fermeture très simples, comme la diffusion laplacienne avec des coefficients constants. Localement cette diffusion peut ne pas convenir, et la résolution doit alors être raffinée. Ainsi, celle-ci doit réaliser un compromis entre celle qui est nécessaire pour une description correcte des phénomènes les plus importants (souvent des tourbillons ou des fronts), et le nombre de points, limité par le coût de calcul, nécessaire pour couvrir l'ensemble du bassin. Avec une distribution uniforme de la grille sur tout le bassin par exemple, de nombreux points seront gaspillés dans les régions où l'écoulement est peu bruité, c'est-à-dire à faible enstrophie aux petites échelles. Ces considérations sont d'autant plus importantes, que les limitations relatives au pas de temps du modèle les rendent encore plus contraignantes. En effet, le pas de temps utilisé est imposé par la résolution la plus élevée dans le domaine de calcul.

Pour les études locales et notamment côtières, l'intérêt d'une telle démarche est croissant, essentiellement pour deux raisons; d'une part, il est nécessaire de connaître les courants et la stratification pour des études liées au rôle important de la marge continentale en géochimie ou biologie marines. D'autre part, l'approche climatique de certains systèmes requiert la définition de domaines « fermés » où des phénomènes locaux doivent être correctement décrits.

Cette problématique trouve une application naturelle au large des côtes Méditerranéennes. La dynamique de la circulation du bassin Liguro-Provençal est en effet particulièrement complexe : les phénomènes locaux – formation d'eau profonde, instabilités, upwellings et downwellings,... – interagissent avec la circulation générale pour donner une grande variabilité. Pour appréhender cette variabilité qui joue un grand rôle dans la répartition des masses d'eaux, mais également dans la dynamique des systèmes géochimiques ou biologiques, il est nécessaire de bien décrire les phénomènes de méso-échelle à l'aide d'un

raffinement régional par l'intermédiaire d'une grille locale de calcul qui interagit avec la grille à basse résolution recouvrant l'ensemble du bassin où l'on résout la circulation à grande échelle.

Il existe plusieurs terminologies pour qualifier ce type de méthode de résolution d'équations aux dérivées partielles. Nous adopterons une terminologie issue des mathématiques appliquées qui nous semble la plus précise et la mieux adaptée. Ce que les océanographes et les météorologues désignent par « emboîtement de modèle » fait partie du groupe des méthodes numériques dites multigrilles avec raffinement local. Il existe plusieurs types de schémas de raffinement local qui sont souvent très similaires. Le concept de « zoom » que nous développons ici peut être classé parmi les méthodes de raffinement local avec recouvrement complet. On entend par là, que le problème numérique posé sur un domaine spatial tridimensionnel donné Ω , est résolu sur deux grilles de discrétisation à maillage non conforme au niveau horizontal (pas de raffinement sur la verticale); la première coïncide avec la discrétisation spatiale du domaine global Ω , nous l'appellerons « grille de base », l'autre grille à résolution plus fine, que nous appellerons « grille locale », ne recouvre qu'une partie du domaine global sur l'horizontale (domaine Ω_1). De ce fait, la grille de base (GB) recouvre entièrement la grille locale (GL) de taille inférieure. La technique multigrille permet également d'effectuer un raffinement successif de la grille locale.

L'exposé qui suit est restreint à un modèle emboîté à deux domaines de résolution, mais la généralisation à un nombre supérieur de domaines ne poserait pas de réelles difficultés supplémentaires. Nous nous contenterons également de faire seulement un zoom sur la grille de base par l'intermédiaire de la grille locale, cette dernière n'étant plus raffinée par la suite.

On peut donc considérer que l'on a deux domaines de résolution Ω et Ω_1 recouverts par deux grilles à maillages non identiques emboîtées l'une dans l'autre. Le domaine Ω , à basse résolution, servira à représenter essentiellement des mouvements à grande échelle d'espace; le domaine Ω_1 , à haute résolution, sera utilisé pour l'étude de processus locaux de plus petite échelle. On peut distinguer deux types d'utilisation d'un tel modèle à grilles emboîtées, suivant qu'il est considéré comme « passif » ou « interactif ». En effet, le modèle peut être utilisé de façon dégradée. La résolution sur le domaine Ω_1 est forcée par la résolution sur le domaine Ω , les valeurs calculées sur le domaine à basse résolution fournissant les conditions aux limites du domaine à haute résolution. La résolution sur la grille de base affecte celle de la grille locale par l'intermédiaire des conditions aux limites, mais il n'y a pas de rétroaction (en anglais « feedback ») c'est-à-dire de procédé par lequel la solution trouvée sur le domaine à haute résolution modifie celle du domaine à basse résolution. Un modèle de ce type est dit « passif ». Par contre, si le modèle est employé de façon interactive il force, comme le modèle passif, la résolution sur le domaine Ω_1 à grille fine, mais de plus il utilise l'évolution de la solution sur le domaine à haute résolution pour modifier celle sur le domaine à basse résolution. Il répond alors à la nécessité que l'on a, pour de nombreux problèmes océanographiques, d'atteindre une bonne pré-

sion numérique dans une région locale du domaine, afin de déterminer correctement la solution globale. De plus, la solution approchée trouvée sur le domaine à basse résolution étant influencée par celle du domaine à haute résolution, les inévitables différences qui apparaissent près des interfaces sont contrôlées sans avoir recours à une procédure de fort lissage, comme c'est souvent le cas dans les modèles passifs. Enfin, un autre avantage de l'emboîtement est la possibilité d'utiliser une physique et/ou des schémas numériques différents dans chacun des domaines. Par exemple, le modèle à haute résolution pourrait être non-hydrostatique, alors que celui à basse résolution serait hydrostatique. De plus, dans le cas où la zone de zoom concerne une région côtière, la frontière solide est définie par le trait de côte du maillage de la grille locale et donc raffinée par rapport à celle du maillage grossier.

Les modèles interactifs ont été utilisés depuis fort longtemps en météorologie, notamment pour suivre des phénomènes particuliers à l'aide d'une grille locale à maillage raffiné se déplaçant au cours du temps (Ley and Elberry 1976; Kurihara *et al.*, 1979; Falkovich 1986). Les modèles passifs quant à eux ont déjà été utilisés en météorologie (Ross et Orlanski 1982) et en océanographie (Spall et Robinson 1989). Récemment, la fiabilité des modèles interactifs a été prouvée en océanographie physique en les testant sur des cas théoriques (Spall et Holland 1991) et sur des simulations réalistes (Oey et Chen 1992). Dans le premier cas, les auteurs ont pu mesurer assez largement les apports et les limites des modèles à raffinements locaux et dans l'autre, ils se sont attachés à montrer l'efficacité du modèle pour décrire les particularités du courant le long de la côte Norvégienne. Ces méthodes sont également employées en météorologie pour les modèles opérationnels. Jusqu'à très récemment, MétéoFrance a exploité, pour la prévision du temps sur la France, le modèle PERIDOT (35 km environ de résolution) qui est emboîté dans le modèle EMERAUDE qui recouvre la terre entière (200 km de résolution). Mais ce couplage, à la différence du travail que nous présentons ici, est passif.

Les modèles multidomaines comportent de nombreux ingrédients, qui peuvent être soit numériques, soit physiques, et leurs applications sont très diverses. Aussi chaque modèle emboîté est particulier, ne serait-ce que par le fait qu'ils ont été développés à partir de modèles numériques qui ne sont pas les mêmes, bien que parfois très proches.

L'article est organisé de la façon suivante : dans la partie II nous présentons les équations primitives et un aperçu du modèle qui les résout. Dans la partie III, nous décrivons la technique de raffinement local employée, dans la partie IV le modèle est éprouvé sur un cas test et nous présentons les résultats obtenus. Enfin ces derniers sont discutés dans la partie V.

LES ÉQUATIONS DU MODÈLE

Les équations résolues par le modèle sont les équations primitives, c'est-à-dire les équations de Navier-Stokes compte

tenu de l'hypothèse hydrostatique et de l'approximation de Boussinesq.

L'application de la conservation de la quantité de mouvement donne les deux équations suivantes, en coordonnées cartésiennes :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} - 2\Omega v \sin \phi = F_m(u) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + 2\Omega u \sin \phi = F_m(v) \quad (2)$$

L'hypothèse hydrostatique donne :

$$\frac{\partial p}{\partial z} + g\rho = 0 \quad (3)$$

où u, v et w sont les composantes zonale, méridienne et verticale de la vitesse U , Ω la vitesse angulaire de rotation terrestre et ϕ la latitude. F_m est un opérateur qui permet de paramétriser les tensions de Reynolds, p la pression, ρ la masse volumique et g est l'accélération gravitationnelle.

L'application de la conservation de la masse (équation de continuité) pour un fluide incompressible donne :

$$\text{div } U = 0. \quad (4)$$

L'équation de la conservation de la chaleur en l'absence de source ou puits local s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}(TU_h) + \frac{\partial(Tw)}{\partial z} = F(T), \quad (5)$$

où $U_h = (u,v,0)$ est la vitesse horizontale et F est un opérateur analogue à F_m permettant de paramétriser les flux turbulents de température.

Afin de simplifier l'étude, les effets de la salinité ont été négligés de sorte que la masse volumique est déterminée à partir de l'équation d'état :

$$\rho = \rho(T) \quad (6)$$

Les mouvements d'échelle inférieure à la grille du modèle ne peuvent être explicitement résolus. Pour fermer le système d'équations ils doivent être exprimés en fonction des éléments cinématiques de plus grande échelle. Pour cette étude nous avons adopté une fermeture très simple et très classique qui paramétrise l'effet des mouvements de petite échelle par un opérateur du second ordre. La partie horizontale de l'opérateur est de type Laplacien :

$$F_h(U) = \nu_h [\text{grad}_h (\text{div } U_h) - \text{rot} (\text{rot}_z U_h \mathbf{k})] \quad (7)$$

$$\text{avec } \text{rot}_z U_h = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$F_h(T) = \kappa_{hT} \text{div} (\text{grad}_h T) \quad (8)$$

où la viscosité et la diffusivité horizontales de la turbulence ν_h et κ_{hT} , sont considérées constantes.

La partie verticale de l'opérateur a pour expression :

$$F_v(U) = \partial_z (\nu_v \partial_z U_h) \quad (9)$$

$$F_v(T) = \partial_z (\kappa_{vT} \partial_z T) \quad (10)$$

où la viscosité et la diffusivité verticale de la turbulence ν_v et κ_{vT} , sont supposées varier en fonction du nombre de Richardson local Ri , en accord avec la paramétrisation de Pacanowski et Philander (1981).

Une hypothèse concernant les conditions aux limites est par ailleurs introduite. Il s'agit de l'hypothèse, dite du toit rigide, qui impose à la vitesse verticale d'être nulle en surface en tout point du domaine. Il en résulte l'annulation de la divergence des mouvements intégrés sur la verticale et le filtrage des ondes externes de gravité sans toutefois supprimer les variations de pression à la surface de l'océan. Par contre, cette hypothèse affecte très peu les mouvements de basse fréquence et n'a donc pas d'influence sur les états stationnaires. La pression totale qui s'exerce au niveau z s'écrit

$$p(z) = p_s + \int_z^0 \rho g dz' \quad (11)$$

où p_s est la pression de surface qui s'exerce sur le toit. Ne disposant pas d'équation de prédiction simple pour p_s , il est nécessaire d'éliminer cette variable.

Pour cela, suivant la procédure développée par Bryan (1969), la vitesse horizontale est séparée en une partie barotrope \bar{U}_h et une partie barocline U'_h :

$$U_h = \bar{U}_h + U'_h \quad \text{avec } U'_h = \frac{1}{H} \int_{-H}^0 U_h dz \quad (12)$$

où $H(x,y)$ est la profondeur locale de l'océan.

Les équations (1) et (2) peuvent s'écrire:

$$\partial_t U'_h = M(x, y, z, t) - \frac{1}{\rho_0} \text{grad} \rho_s \quad (13)$$

En intégrant l'équation (13) du fond à la surface, et en remarquant que le gradient de la pression de surface ne dépend pas de l'immersion z , on obtient alors:

$$\partial_t \bar{U}_h = \frac{1}{H} \int_{-H}^0 M(x, y, z, t) dz - \frac{1}{\rho_0} \text{grad} \rho_s \quad (14)$$

et par suite :

$$\partial_t U_h = M(x, y, z, t) - \frac{1}{H} \int_{-H}^0 M(x, y, z, t) dz \quad (15)$$

L'intégration verticale de l'équation de continuité (4), compte tenu de l'hypothèse du toit rigide ($w = 0$ en $z = 0$) et de la condition cinématique au fond ($w = -U'_h \cdot \nabla H$), établit que $H\bar{U}_h$ est non divergent horizontalement. $H\bar{U}_h$ dérive donc d'une fonction de courant barotrope ψ telle que :

$$\bar{u} = -\frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (16)$$

$$\bar{v} = \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (17)$$

En appliquant l'opérateur vertical rot_z sur les deux membres de l'équation (15) on obtient l'équation elliptique de la tendance de la fonction de courant barotrope:

$$rot_z \left[\frac{1}{H} \mathbf{k} \times \nabla \partial_t \psi \right] = rot_z \mathbf{G}$$

avec $G(x, y, t) = \frac{1}{H} \int_{-H}^0 M(x, y, z, t) dz$ (18)

Cette équation de prédiction pour ψ_t s'écrit en coordonnées cartésiennes :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{H} \frac{\partial \psi_t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{H} \frac{\partial \psi_t}{\partial y} \right) = \frac{\partial \bar{v}_t}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial y}$$
 (19)

où l'indice t est relatif à la dérivée partielle par rapport au temps.

Finalement, trouver la solution de (1) et (2) revient alors à résoudre les deux équations suivantes :

$$\partial_t U'_h = M(x, y, z, t) - G(x, y, t)$$

$$rot_z [1/H \mathbf{k} \nabla \partial_t \psi] = rot_z \mathbf{G}$$

L'ensemble des équations seront discrétisées sur une grille de type C, selon la classification d'Arakawa et Lamb (1977), dans le modèle emboîté exposé au troisième paragraphe. L'intégration temporelle se fait avec un schéma « saute mouton » explicite combiné à un filtre d'Asselin (Asselin 1972).

LE MODÈLE EMBOÎTÉ

a) Problème de l'emboîtement des grilles

Le domaine à basse résolution, correspondant à la grille grossière de calcul recouvre l'ensemble du domaine physique. Par contre, le domaine à haute résolution ne recouvre qu'une partie du domaine physique:

$$\Omega_1 \subset \Omega \text{ et } \Omega_1 \neq \Omega,$$

permettant ainsi de faire un zoom sur la région du domaine contenant des variations d'échelle pouvant provenir de forts gradients, de conditions aux limites ou encore du caractère singulier de la solution du problème.

La localisation du sous-domaine peut être quelconque, c'est-à-dire partager, zéro, une ou plusieurs frontières solides avec le domaine physique (fig.1). Sur la figure 1, Γ_1 désigne la frontière ouverte. Les tailles des deux domaines peuvent être choisies quelconques, cependant le rapport Π entre la longueur des mailles des deux grilles sera pris impair afin que les nœuds ψ , où sont définis la fonction de courant, et les nœuds T, où sont définis la température, de (GB) coïncident avec ceux de (GL). Ainsi chaque nœud de (GB), quelle que soit la variable qu'il représente (T,u,v, etc...), recouvert par la zone de zoom, coïncidera toujours avec un nœud de (GL), ce qui facilitera les communications de grille à grille. Il y aura donc : $3^2, 5^2$, ou 7^2 mailles locales pour une maille de la grille de base. La figure 2 représente l'emboîtement des mailles tel qu'il est pour $\Pi = 3$. Sur cette figure les caractères de plus grande taille désignent les nœuds de calcul pour les mailles de (GB), et ceux de plus petite taille les

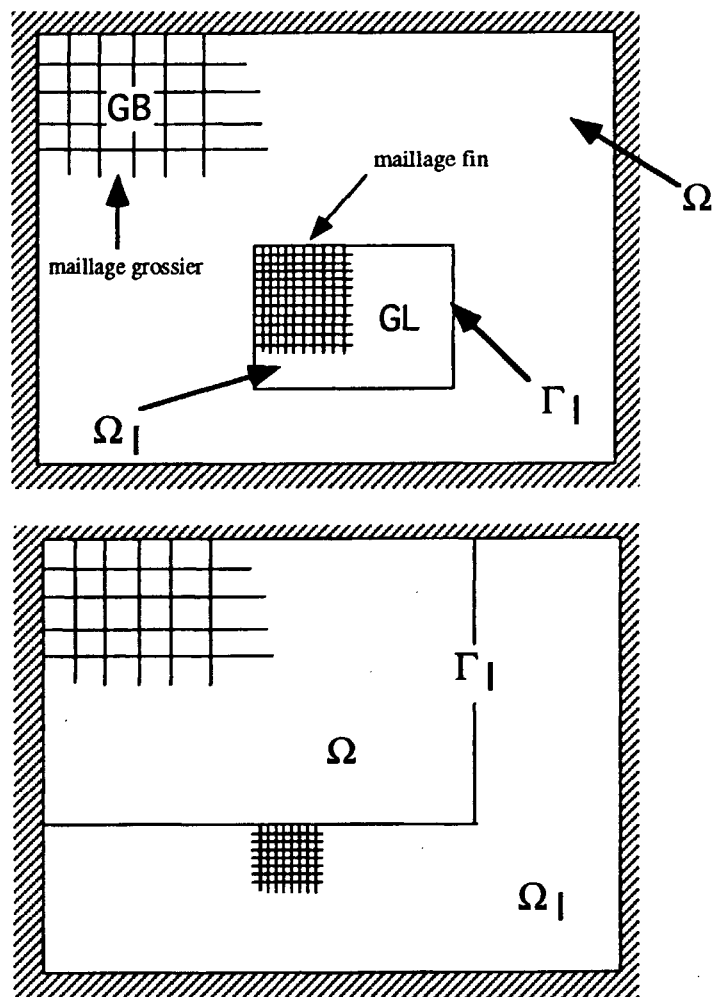


Figure 1

Différentes positions du domaine à basse résolution et du sous-domaine (la région de « Zoom »); (GB) : Grille de base; (GL) : Grille locale.

Figure 1a : Le domaine à haute résolution ne partage pas de frontière solide avec le domaine.

Figure 1b : Le domaine à haute résolution partage plusieurs frontières solides avec le domaine.

Different positions of the low resolution domain and the sub-domain (the "Zoom" region); (GB) : Based grid; (GL) : Local grid.

Figure 1a: The high resolution domain shares no solid boundaries with the domain.

Figure 1b: The high resolution domain shares several solid boundaries with the domain.

nœuds de (GL); il en est de même pour la figure 3 que nous utiliserons par la suite. Le rapport Π de taille des mailles fait partie des paramètres du modèle.

Il n'est pas obligatoire de choisir un rapport impair pour développer un modèle emboîté; ce choix a été guidé par le type de grille (grille C) utilisée par le modèle et par la façon dont est définie la cote dans le code O.P.A. Le domaine de résolution Ω est défini par la ligne brisée reliant les nœuds ψ ; par raison de commodité d'implémentation nous avons défini la frontière ouverte Γ_1 du domaine de résolution local de la même façon. Ainsi, il était souhaitable de faire coïncider les nœuds ψ de (GB) avec des nœuds ψ de (GL). De plus, la procédure de réso-

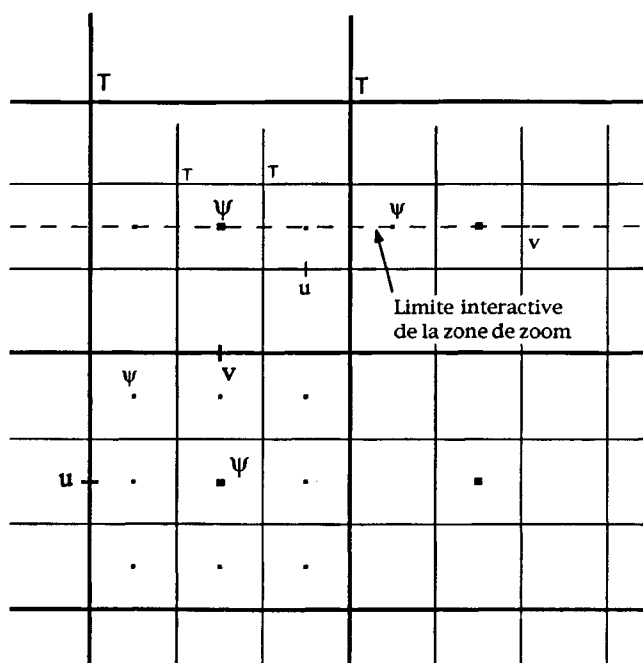


Figure 2

Emboîtement des grilles (types C) pour un rapport de taille des mailles égal à 3.

Grid nesting (type C) for a mesh dimension ratio equal to three.

lution des équations primitives dans le code O.P.A. s'articule autour de la résolution, à chaque pas de temps, de l'équation de Poisson de la fonction de courant. La difficulté majeure de l'emboîtement réside donc dans la résolution sur deux domaines (dont un est ouvert ou partiellement ouvert) de cette équation, ce que notre choix d'emboîtement des mailles facilite.

Dans ce qui suit on appellera « limite interactive » l'interface constituée par la ligne brisée reliant les nœuds ψ de fonction de courant de (GL) qui seront fixés par interpolation des valeurs aux nœuds voisins appartenant à (GB); c'est en ces points, qui ne sont donc pas des nœuds de calculs, que les conditions aux limites ouvertes seront spécifiées. Par ailleurs, on n'utilisera pas exactement tous les nœuds de (GB) recouverts par la zone de zoom pour effectuer les étapes de rétroaction de (GL) vers (GB). Pour définir cette zone de rétroaction, contenue dans la zone de zoom, à l'intérieur de laquelle la solution globale sera modifiée, on utilise une interface appelée « limite feedback ». Cette dernière est définie par une ligne brisée reliant les premiers nœuds ψ de (GB) qui seront réactualisés par des valeurs de (GL) (trait large pointillé de la figure 3). La grille de discrétisation étant étagée, on peut considérer qu'il y a autant de limites physiques (feedback et interactive) différentes que de variables prognostiques (les deux composantes de la vitesse horizontale et une ou deux variables d'état) dans le modèle. Si l'on considère les limites définies pour la variable ψ (fig. 3), les deux interfaces seront toujours séparées d'au moins une maille de (GB). Pour les tests envisagés il a été choisi de séparer les deux interfaces d'une distance « d » (paramètre du modèle) égale exactement à la taille d'une maille grossière. Elles se

trouvent ainsi aussi proches que possible l'une de l'autre. La technique adoptée consiste donc, comme l'ont fait la majorité des auteurs de modèles emboîtés (Kurihara *et al.* (1979), Zhang *et al.* (1986), Spall et Holland (1991)), à ne pas utiliser une interface de transfert d'information commune aux deux grilles. Les rares études théoriques qui justifient ce choix $d > 0$ concernent le problème académique de Poisson (Hackbush, 1984). Toutefois, pour les équations primitives qui sont instationnaires et plus complexes, aucune étude théorique à ce jour n'a montré quel était le meilleur choix de d. Aussi, afin de ne pas utiliser pour la rétroaction les nœuds de (GB) qui permettent de spécifier les conditions aux limites ouvertes (par interpolation) sur (GL), nous avons fait le choix $d > 0$.

La valeur optimale de d devra réaliser le compromis idéal entre cette contrainte ($d > 0$) et la nécessité de rapprocher autant que possible les deux interfaces afin de maximiser l'information transmise de (GL) vers (GB). En effet, dans les cas de simulations où le « feedback » tient une place importante, son action permettant de compenser les erreurs introduites par une résolution spatiale trop grossière d'un processus océanique particulier, il est essentiel de perdre le moins d'information possible de la solution sur (GL) afin d'obtenir une solution globale correcte. Les deux interfaces devront être d'autant plus rapprochées que le rapport de taille entre les mailles de (GB) et (GL) est élevé.

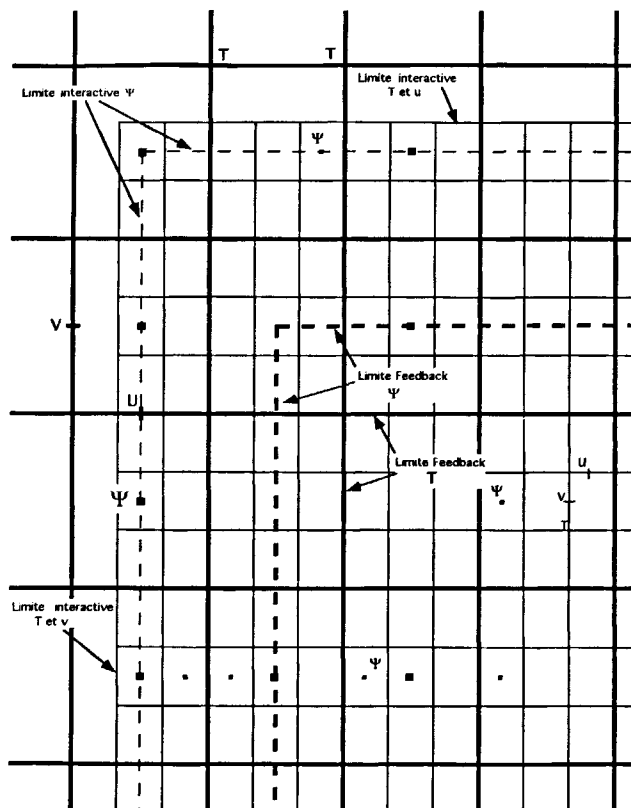


Figure 3

Détail d'un coin de recouvrement complet de (GL), pour un ratio de taille de 3 pour 1. Position des limites feedback et interactive.

Detail of a full overlapping corner of (GL), for a mesh dimension ratio equal to three. Position of feedback and interactive limits.

b) La procédure d'emboîtement.

La procédure d'emboîtement que nous avons mise en œuvre s'inspire de la méthode proposée par Spall et Holland (1991).

A la fin d'une itération temporelle sur chaque grille, les valeurs de toutes les variables pronostiques étant connues sur chaque grille, il est possible de calculer dans chaque domaine la tendance (dérivée temporelle) barocline et la tendance de la vorticité barotrope puisque le schéma temporel est explicite pour tous les opérateurs.

A partir de l'interface feedback on remplace les tendances baroclines et la tendance de la vorticité barotrope de (GB) par une moyenne spatiale conservative des tendances correspondantes sur (GL) au moyen d'un schéma de type « Full Weighting Control Volume ». Cela signifie que la tendance est corrigée en un nœud de (GB) en utilisant les valeurs en les Π^2 nœuds de (GL) contenus dans la maille grossière.

L'équation de la fonction de courant est alors résolue sur (GB) en utilisant, pour la zone de rétroaction, la moyenne des tendances de la vorticité barotrope précédemment calculée sur le domaine à maillage fin et les tendances originales calculées sur le domaine à maillage grossier partout ailleurs.

L'inversion du laplacien sur le domaine local nécessite la connaissance de la valeur de la fonction de courant sur la limite interactive. Celle-ci est obtenue par interpolation de type Q1 (polynomiale par morceaux du premier degré par rapport à x et y) de la fonction de courant connue en tous nœuds de (GB). Cette interpolation en un nœud de (GL) fait appel aux quatre nœuds de (GB) les plus proches. L'équation de la fonction de courant est alors résolue sur le domaine à haute résolution. On effectue ensuite l'incrément temporel sur les deux domaines.

A ce stade toutes les variables pronostiques sont connues, mais uniquement en tous les nœuds intérieurs au domaine local. Il faut alors interpoler la solution de (GB) sur les points de (GL) extérieurs au domaine de résolution de (GL), c'est-à-dire sur l'interface interactive. La spécification des conditions aux limites sur (GL) est aussi réalisée au moyen d'une interpolation de type Q1.

Cette technique d'emboîtement, déjà employée en météorologie depuis 1976 (Ley et Elsbery 1976), a été reprise en océanographie avec quelques variantes. Elle semble être la mieux adaptée pour faire passer l'évolution de la solution d'une grille vers l'autre. Bien que le feedback de (GL) vers (GB) puisse être réalisé directement sur les variables pronostiques du modèle (modèle de Birchfield (1960), ou de Philips (1978)) nous avons choisi, dans le cadre du présent travail, de l'effectuer, comme l'ont fait Spall et Holland (1991), par interpolation des tendances sur (GB).

Remarquons que l'interpolation de type Q1, effectuée pour spécifier les conditions aux limites ouvertes pour (GL), ne conserve pas les flux de masse, de chaleur ou de quantité de mouvement (au niveau de l'interface). En effet, les flux à travers cette interface vers (GL) n'ont aucune raison d'être les mêmes que ceux calculés à travers la même interface avec les variables correspondantes de (GB). Il est possible de concevoir d'autres procédures d'emboîtement

qui conservent ces flux. Seuls quelques modèles atmosphériques, tels ceux développés par Koss (1971), Sobel (1976) et Kurihara *et al.* (1979), basés sur la « box method » développée par Kurihara et Holloway (1967), font usage de telles procédures nécessitant un schéma aux différences finies approprié aux mailles de l'interface.

Bien qu'il soit important de conserver les flux à travers les interfaces (Bryan (1966), Koss (1971)) pour pouvoir conserver l'intégrale de la variable correspondante, et éventuellement sa variance, afin de contrôler les instabilités dues aux termes non-linéaires, nous avons préféré, suivant en cela Zhang *et al.* (1986), sacrifier l'exacte conservation des flux aux interfaces afin d'obtenir, grâce au schéma conservatif qui est utilisé pour les deux grilles, une solution assez lisse et stable. Pour des temps d'intégration courts cette approche n'est sûrement pas critique. Par contre, pour des études globales à grandes échelles temporelles, le respect d'une conservation exacte paraît être capitale.

Un avantage notable de l'approche que nous avons retenue est que, mis à part les modifications apportées au modèle qui sont dues aux contributions entre les deux grilles, on ne modifie en rien la structure du code de base. Le problème est résolu entièrement sur la grille de base à tous les pas de temps, même si cette résolution est modifiée par le feedback provenant de (GL). Tous les aspects nécessaires à la vectorisation optimale du code, notamment l'écriture particulière des opérateurs différentiels, sont ainsi conservés.

TESTS ET APPLICATIONS

Comme cas test du modèle bidomaine décrit précédemment nous avons retenu celui de la propagation d'un modon barotrope. En effet, ce cas théorique est représentatif des phénomènes océaniques qui nous intéressent, tels les tourbillons de moyenne échelle. Ces tourbillons sont responsables de flux pouvant être du même ordre que ceux dus à la circulation générale. De plus c'est une solution analytique de l'équation quasi-géostrophique instationnaire (Flierl *et al.*, 1981). A faible nombre de Rossby, cette solution peut convenir comme référence pour un calcul à l'aide des équations primitives.

De plus, les résultats obtenus pour ce cas test, pourront être comparés à ceux publiés par Spall et Holland (1991) qui ont utilisé un modèle de base sensiblement identique au code O.P.A., du moins pour ce qui est du traitement des équations primitives sur la grille de base. En effet, Spall et Holland utilisent pour la grille de base un modèle aux équations primitives, développé par Bryan (1969), qu'ils font tourner en parallèle avec le modèle de Spall et Robinson (1989) qui permet de gérer des conditions aux limites ouvertes pour la grille locale. Le modèle bidomaine présenté ici a été conçu comme un modèle unique résolvant sur deux domaines spatiaux les équations présentées au chapitre II. Une autre différence notable entre les deux modèles est que la grille de discrétisation spatiale est de type B pour le modèle de Spall et Holland (1991) et de type C dans notre cas.

Ce test permet de se confronter directement au problème des conditions aux limites ouvertes. On sait que celles-ci sont particulièrement difficiles à calculer par des conditions de radiations dans le cas d'écoulements turbulents.

Dans un océan homogène, un modon barotrope est initialisé au centre du domaine à haute résolution Ω_1 . Sous l'influence de l'effet bêta planétaire, il se propage vers l'Est sans se déformer et va ainsi sortir progressivement du domaine local. La solution de référence est la solution analytique. Cependant les modèles numériques, monodomaine et bidomaine, ne pourront pas reproduire exactement la solution analytique pour plusieurs raisons. D'une part, il ne s'agit pas exactement des mêmes équations (équation quasi-géostrophique sans dissipation d'une part et équations primitives avec dissipation d'autre part) et le domaine de calcul n'est pas infini, d'autre part la résolution numérique d'un problème continu engendre inévitablement des erreurs par rapport à la solution analytique. Néanmoins ces erreurs, qui ne proviennent donc pas de la technique d'emboîtement, sont prévisibles et *a priori* relativement faible, de sorte que la solution analytique constituera une solution de référence idéale.

Cette solution, dans le plan bêta pour la fonction de courant barotrope d'un modon situé à l'origine à $t = 0$, de rayon a , a pour expression en coordonnées polaires :

$$\psi = H_0 c \sin(\theta) \left(\frac{J_1(kr)}{k^2 c J_1(k)} - \left(1 + \frac{1}{k^2 c} \right) r \right), 0 \leq r \leq 1 \quad (16)$$

$$\psi = H_0 c \sin(\theta) \left(-\frac{K_1(r/(c)^{1/2})}{K_1(1/(c)^{1/2})} \right), r > 1 \quad (17)$$

avec $c = 1$, $r = R/a$, (R, θ) étant les coordonnées polaires (formulation adimensionnelle de la solution multipliée par H_0 qui est de la dimension de ψ), J_1 étant la fonction de Bessel de première espèce et K_1 la fonction de Bessel modifiée de troisième espèce.

Les paramètres utilisés pour définir la solution analytique sont :

$$a = 7.510^6 \text{ cm}, \beta = \frac{2\Omega}{a_r} \cos(\theta_m)$$

$$\theta_m = 38,5^\circ \text{N}, H_0 = \beta a^3,$$

où Ω est la vitesse angulaire de rotation terrestre, ∂_r est le rayon de la terre. Ce modon ainsi défini va se déplacer vers l'Est à la vitesse constante $C = \beta a^2 = 10,00 \text{ cm s}^{-1}$.

Dans cette expérience l'information est contenue au départ dans le domaine à haute résolution, la grille de résolution de base ayant pour fonction essentielle de fournir les conditions aux limites ouvertes pour la grille locale. Ce test permet d'éprouver efficacement le modèle. En effet, les résultats étant très sensibles aux erreurs introduites par la méthode, la solution du problème divergera rapidement de la solution exacte si la procédure d'emboîtement n'est pas assez fiable.

Le modèle bidomaine est initialisé à l'instant $t = 0$, sur les deux grilles, avec la solution analytique du modon de sorte que celui-ci se trouve au centre du domaine local Ω_1 de taille $300 \times 300 \text{ km}^2$, qui est inclus dans le domaine de

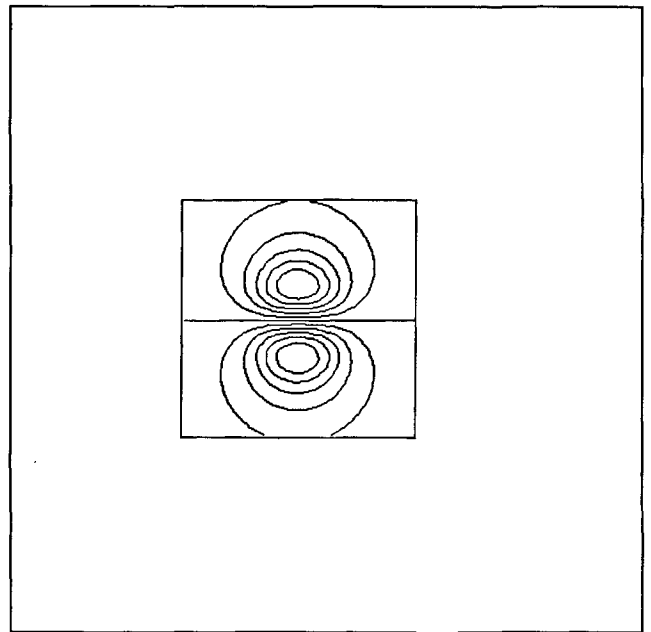


Figure 4

Condition initiale du modon sur la grille de base; Les frontières du domaine local sont indiquées.

Modon initial condition in the base grid; Local domain boundaries are indicated.

base Ω de taille $700 \times 700 \text{ km}^2$ (fig. 4). Deux rapports entre la taille des mailles des grilles (GB) et (GL): 3 et 5, conduisant respectivement aux résultats R3 et R5, ont été testés.

A partir de $t = 0$, une itération temporelle est effectuée jusqu'à ce que le modon ait franchi complètement la limite Est du domaine local.

Des contraintes sur le pas de temps, liées à la résolution locale, nous ont amenés, afin de satisfaire le critère de Courant-Friedrichs-Levy, à retenir un pas de temps de 7 200 secondes pour la simulation R3 et de 4 000 secondes pour la simulation R5 pour les deux grilles.

Pour modifier le rapport de maille deux approches peuvent être envisagées. Soit on fixe une résolution du domaine de base et on raffine de plus en plus celle du domaine local, soit on diminue la résolution sur le domaine de base et on fixe celle sur le domaine local. C'est la première qui a été retenue ici avec une maille de pas constant de 15 km dans les deux directions sur l'horizontale pour (GB). Ceci correspond pour (GL) à une maille de 5 km, pour le cas R3, et de 3 km pour le cas R5.

Remarquons que la seconde approche constitue une expérience intéressante pour tester si un zoom, qui de ce fait deviendrait implicitement de plus en plus raffiné, peut compenser les erreurs introduites par la discrétisation trop grossière sur le domaine de base. D'après les travaux de Spall et Holland (1991), le seuil d'efficacité de la compensation, due à l'augmentation implicite de la résolution locale et le feedback, correspondraient au rapport 7. On peut expliquer ce phénomène en remarquant que pour des rapports de maille croissants le modon est de moins en moins

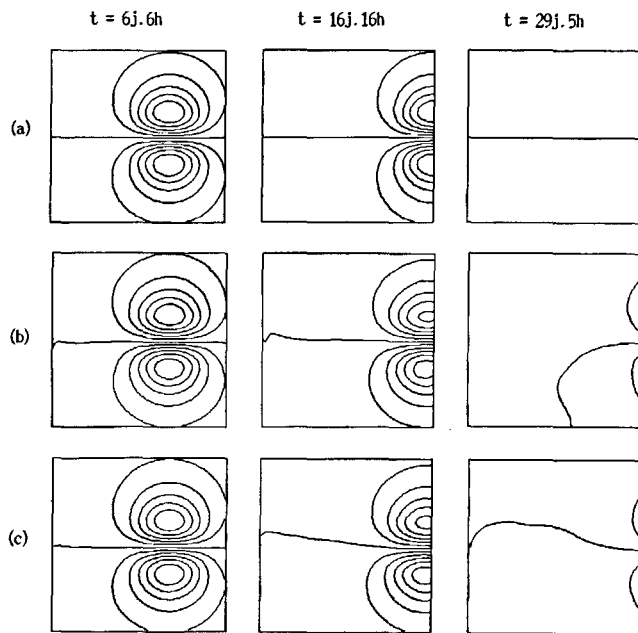


Figure 5

Évolution de la fonction de courant sur la grille locale, instants $t = 6j.6h$, $t = 16j.16h$, $t = 29j.5h$: (a) solution analytique, (b) R3, (c) R5.

Streamfunction evolution in the local grid, moments $t = 6d.6h$, $t = 16d.16h$, $t = 29d.5h$: (a) analytic solution, (b) R3, (c) R5.

bien résolu sur le domaine de base, les conditions aux limites fournies au domaine local étant corrélativement de moins en moins correctes. Il en résulte alors une diminution considérable de l'efficacité du feedback. Notons qu'avec un rapport 7, Spall et Holland, dans leur expérience, n'avaient plus que 6 nœuds de la grille de base à travers le modon, alors que McWilliams *et al.* (1981) ont montré qu'il en fallait au moins 15 par diamètre du modon pour reproduire une vitesse de déplacement du modon numérique identique à 10% près de celle du modon analytique.

Dans les deux expériences R3 et R5 que nous avons réalisées, et dont les différents paramètres sont résumés dans le tableau 1, il y avait 10 nœuds de résolution dans (GB), 30 dans (GL) pour R3, 50 dans (GL) pour R5, par diamètre du modon.

La figure 5a représente les lignes de courant de la solution analytique du modon se déplaçant au cours du temps dans le domaine local sur la grille de zoom. Le modon rencontre la frontière Est du domaine local au bout de 6 jours envi-

ron. Après 16 jours, son cœur est situé sur Γ_1 et en 29 jours il a complètement disparu de Ω_1 . Les figures 5b et 5c représentent les solutions numériques obtenues sur (GL) respectivement dans les cas R3 et R5 aux mêmes instants en utilisant le modèle de façon active. Dans les deux cas, le modon passe assez bien la limite Est ouverte sans trop se déformer avec une vitesse de déplacement pratiquement identique à la solution analytique.

Afin de faire apparaître clairement l'apport du feedback, les mêmes simulations avec les rapports 3 et 5 ont été réalisées en utilisant le modèle de façon passive. On obtient alors 2 types de simulations supplémentaires R3SF et R5SF (R3 et R5 sans feedback) dont les résultats, représentés pour le domaine de base sur (GB) (fig. 6), seront ultérieurement exploités pour le calcul des erreurs relatives à la solution analytique.

La figure 6a montre la solution analytique sur (GB) du modon se déplaçant dans le domaine Ω aux instants 6 jours 6 heures, 16 jours 16 heures et 29 jours 5 heures; la frontière Est du domaine local étant tracée pour repère. La figure 6b correspond à la solution obtenue sur (GB) pour la simulation R3SF. Remarquons que la simulation R5SF donne les mêmes résultats. En effet, dans le cas passif, la solution sur (GB) n'est plus influencée par celle obtenue sur (GL) et par conséquent le rapport de maille n'a aucun effet. On observe que la structure du modon est sérieusement altérée au cours du temps et du déplacement, comme le montre nettement le tracé correspondant au temps 29 jours 5 heures, instant où le modon a franchi le domaine local.

Les figures 6c et 6d présentent les mêmes résultats obtenus avec les simulations R3 et R5, c'est-à-dire en utilisant le feedback et mettent en évidence son efficacité. En effet, on observe que celui-ci permet de maintenir la structure du modon lors de son évolution au cours du temps de sorte que ce dernier soit tout à fait comparable à la solution analytique. On peut remarquer que la prise en compte du feedback permet de diminuer l'écart entre les vitesses de déplacement numérique et analytique du modon. L'observation des figures 6c et 6d semble montrer que l'efficacité du feedback n'augmente pas corrélativement avec le rapport de maille. En effet, on ne constate pas de différences notables entre les deux résultats R3 et R5 obtenus dans ce cas test précis.

L'évolution de la norme euclidienne de l'écart rapportée à celle de la solution analytique de référence synthétise ces résultats.

Tableau 1.

Paramètres du modèle bidomaine pour la simulation du modon barotrope.

run	Grille locale			Grille de base		
	M,N	$\Delta t(s)$	$\Delta x, \Delta y(km)$	M,N	$\Delta t(s)$	$\Delta x, \Delta y(km)$
R3	61	7200	5	51	7200	15
R3SF	61	7200	5	51	7200	15
R5	99	4000	3	51	4000	15
R5SF	99	4000	3	51	4000	15

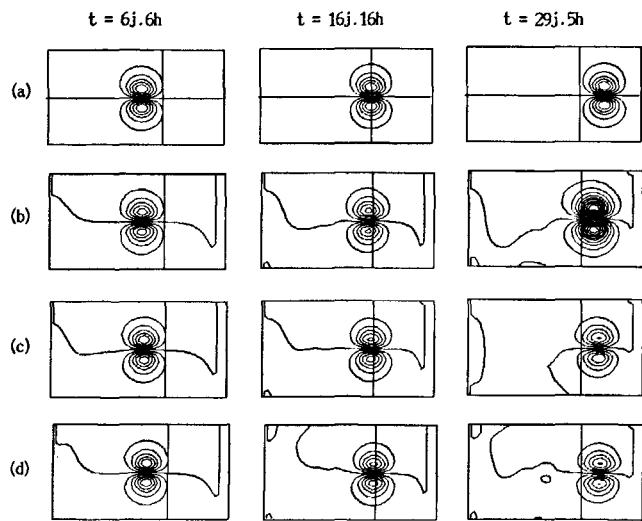


Figure 6

Évolution de la fonction de courant sur la grille de base aux instants $t = 6j.6h$, $t = 16j.16h$, $t = 29j.5h$: (a) solution analytique, (b) R3SF, (c) R3, (d) R5.

Streamfunction evolution in the based grid, moments $t = 6d.6h$, $t = 16d.16h$, $t = 29d.5h$: (a) analytic solution, (b) R3SF, (c) R3, (d) R5.

La figure 7a présente le pourcentage de cette erreur pour la fonction de courant sur (GB) pour les quatre types de simulations réalisées. Les courbes (A), (B), (C) et (D) correspondent respectivement aux simulations R5SF, R5, R3SF et R3. L'importance du pourcentage d'erreur résulte en partie de la différence entre les vitesses de déplacement numérique et analytique du modon, induisant une croissance de l'écart de positionnement des modons numériques et analytique au cours des itérations. Cette différence est due

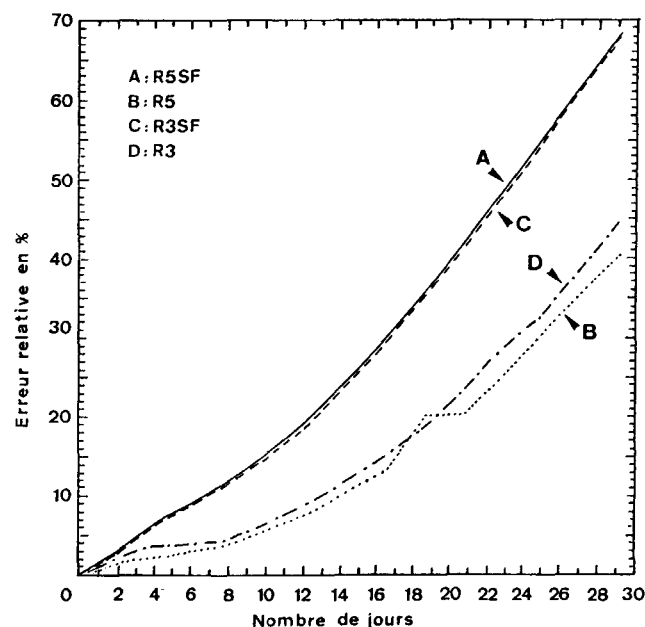


Figure 7a

Erreur relative sur la fonction de courant sur la grille de base.

Relative error on the streamfunction in the base grid.

au faible nombre de nœuds du maillage de (GB) à travers le diamètre du modon. Cependant ceci n'empêche pas de mettre en évidence l'influence du feedback dans un modèle emboîté; au contraire, ce choix de maillage va permettre de faire apparaître nettement l'effet positif du feedback. Conformément à ce qui a été dit précédemment les courbes (A) et (C) sont confondues. Les courbes (B) et (D) font apparaître nettement l'apport positif du feedback, sans toutefois de différence notable entre ceux obtenus avec les rapports de maille 3 et 5, corroborant ainsi les constatations faites à partir des figures 6c et 6d. Ceci est confirmé par la figure 8a représentant l'écart relatif de l'erreur entre les simulations avec et sans feedback dans les deux cas de rapport de maille 3 et 5. On constate que l'effet du feedback est maximal tant que le modon est entièrement dans le domaine local. L'écart relatif de l'erreur diminue linéairement au fur et à mesure de son déplacement mais reste de l'ordre de 50% de son maximum initial lorsque celui-ci est sorti entièrement du domaine local. Remarquons que ce type de représentation permet de mettre en évidence une efficacité légèrement plus grande pour le ratio 5:1.

Les figures 7b et 8b présentent les mêmes résultats que les figures 7a et 8a respectivement pour (GL). On constate (fig. 7b) que le pourcentage d'erreur relative diminue après 24 jours, le modon étant pratiquement sorti du domaine local. Il est important de noter que le feedback a également un effet considérable sur la détermination de la solution numérique sur (GL). Cependant on observe à nouveau que le passage d'un ratio 3:1 à 5:1 n'apporte pas d'amélioration significative. Ceci résulte du fait que sur (GL) les résultats du modèle passif sont pratiquement identiques pour les deux ratios (courbes (A) et (C) figure 7b) bien que la résolution locale soit environ trois fois plus élevée. On peut expliquer cette apparente contradiction en remarquant qu'avec un ratio 3:1 la résolution est déjà très fine, elle

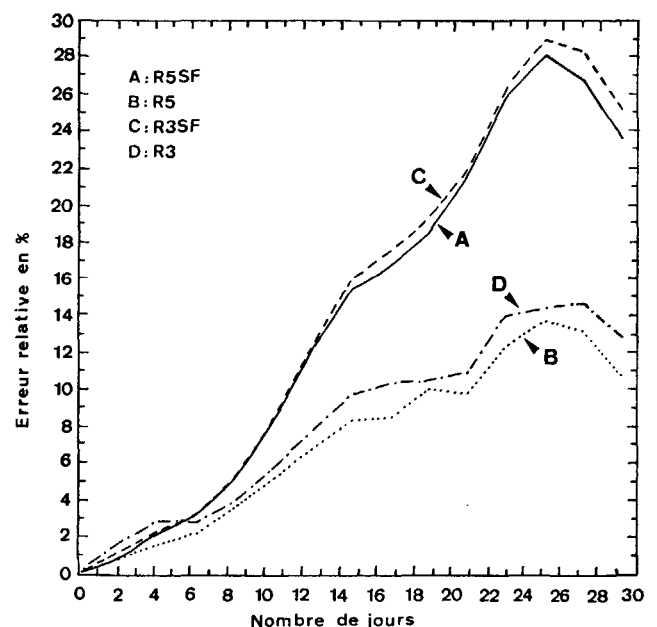


Figure 7b

Erreur relative sur la fonction de courant sur la grille locale.

Relative error on the streamfunction in the local grid.

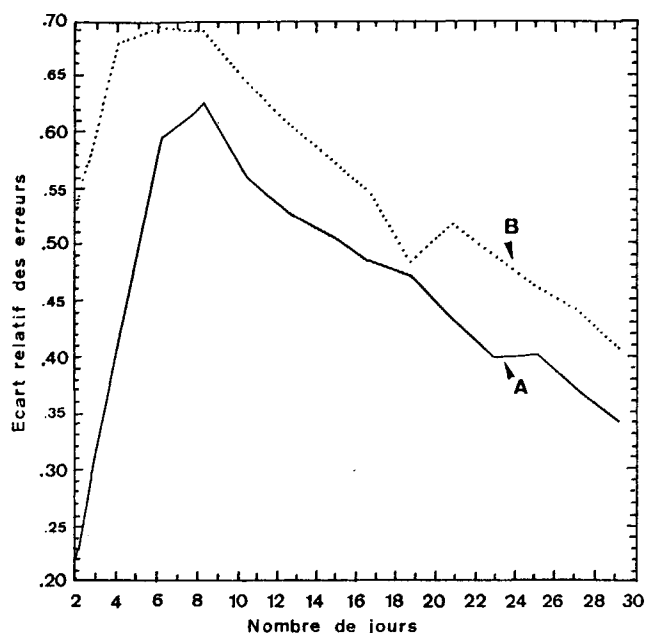


Figure 8a

Écart relatif de l'erreur sur la fonction de courant sur la grille de base.

Courbe A : Écart entre les simulations R3 et R3SF;

Courbe B : Écart entre les simulations R5 et R5SF.

Relative error difference on the streamfunction in the base grid.

Curved A : Difference between the simulations R3 et R3SF;

Curved B : Difference between the simulations R5 et R5SF.

permet d'avoir une trentaine de nœuds de (GL) par diamètre du modon. Ceci est en accord avec les conclusions de Williams *et al.* (1981), en effet ces auteurs ont montré qu'une résolution supérieure à trente nœuds par diamètre du modon est pratiquement inutile. L'écart relatif de l'erreur pour (GL), entre les simulations avec et sans feedback dans les deux cas de rapport de maille 3 et 5 (fig. 8b) croît au cours des itérations pour se stabiliser. La correction par feedback sur (GB) est efficace tant que le modon est à l'intérieur de Ω_1 alors que sa sortie de Ω_1 n'affecte *a priori* pas l'effet de la rétroaction sur (GL). Cette dernière, résulte du forçage aux limites par la résolution sur (GB), elle ne se fait donc ressentir qu'avec un temps de relaxation, ce qui explique l'existence de valeurs négatives de l'écart pour des temps inférieurs à 6 jours.

CONCLUSION

Construire des modèles numériques de la circulation générale d'une mer ou d'un océan exige souvent de représenter les champs avec la physique la mieux adaptée aux grandes échelles de temps et d'espace mais également de résoudre certains phénomènes locaux à de plus petites échelles avec, là aussi, la physique qui convient. Cependant, si on veut augmenter localement la résolution de la circulation dans une région de cette mer ou de cet océan, il faut pouvoir décrire l'influence de l'écoulement extérieur à la région considérée. Par ailleurs, il est important que les particuli-

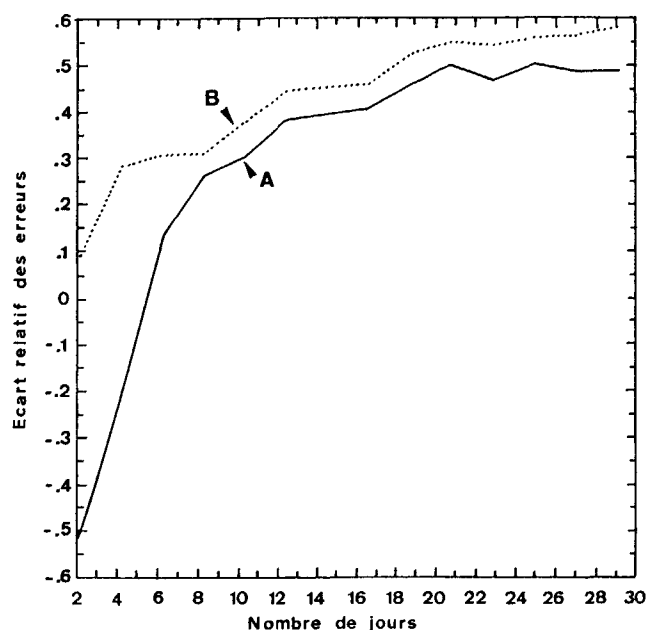


Figure 8b

Écart relatif de l'erreur sur la fonction de courant sur la grille locale.

Courbe A : Écart entre les simulations R3 et R3SF;

Courbe B : Écart entre les simulations R5 et R5SF.

Relative error difference on the streamfunction in the local grid.

Curved A : Difference between the simulations R3 et R3SF;

Curved B : Difference between the simulations R5 et R5SF.

tés de l'écoulement local à petite échelle puissent se propager en dehors de cette région. Ceci est particulièrement délicat dans le cas d'écoulements présentant une forte variabilité à méso-échelle.

Les modèles aux équations primitives classiques, qui génèrent une grille dont la résolution est plus ou moins homogène et utilisent des conditions aux limites imposées, ont de réelles difficultés à prendre en compte ces deux types de problèmes.

Certaines techniques permettent d'augmenter la résolution localement. La méthode la plus classique consiste à raffiner localement en faisant varier la résolution continûment. C'est ce qui est fait dans les méthodes aux éléments finis, expliquant ainsi leur succès. Cela peut être également réalisé, avec quelques contraintes parfois délicates à respecter (orthogonalité, topologie du domaine), avec des méthodes aux différences finies. Dans ce dernier cas, il est toutefois difficile d'augmenter la résolution dans plus d'une région à la fois. Outre que ces techniques ne permettent pas d'utiliser une physique différente là où on le souhaite, les contraintes numériques deviennent extrêmement pénalisantes, notamment sur le pas de temps qui est imposé par la résolution la plus élevée. Les biais introduits par les variations de résolutions sont difficiles à évaluer et impossibles à corriger.

Une autre façon d'appréhender le problème d'une limite qui serait véritablement ouverte est d'assimiler des données. Les méthodes d'assimilations consistent essentiellement à contrôler les conditions à imposer sur la limite ouverte par des données disponibles à l'intérieur du domai-

ne. L'inconvénient majeur est, outre la nécessité de disposer d'un assez grand nombre de données, leur difficulté à prendre correctement en compte, dans la circulation locale, les données à la frontière du domaine de résolution.

Nous avons développé un modèle qui répond à ces deux types de problème. Il permet d'emboîter une ou plusieurs grilles dont la résolution est élevée dans une grille de base à résolution plus faible et d'effectuer une résolution globale des équations par interaction des solutions sur chaque grille. Dans le cas de deux domaines, nous avons montré que la méthode peut gérer correctement le calcul de la solution sur les deux grilles et le problème de condition aux limites ouvertes qui se pose pour le domaine local.

Un tourbillon barotrope, situé dans le domaine local à haute résolution traverse la frontière ouverte vers le domaine à basse résolution sans se déformer. En effet, à chaque pas de temps l'intégration des équations différentielles sur le domaine local est réalisée avec des conditions aux limites fournies par la résolution sur le domaine global. A cause du caractère implicite des conditions aux limites pour la partie barotrope, le point essentiel de l'emboîtement concerne la résolution de l'équation de la fonction de courant barotrope sur les deux domaines.

Nous avons montré que cette méthode interactive permet également de corriger efficacement la solution globale. Ceci est primordial si cette zone est le siège de phénomènes de plus petite échelle, pas ou mal résolus par la résolution de base, ou si il s'agit d'une région du domaine où se produisent des processus générateurs de la circulation générale.

Le modèle multidomaine apporte aussi un gain en terme de coût de calcul, puisqu'il évite l'emploi d'une résolution élevée sur l'ensemble du domaine.

Dans le cas de la simulation d'un modon barotrope, il est apparu que le raffinement dans un rapport 5 au lieu de 3, de la grille de base, n'améliore pas considérablement la solution globale, relativement au coût de calcul supplé-

mentaire qu'il induit. Ce résultat est en adéquation avec les conclusions de Mc Williams *et al.*, (1981), il dépend de la résolution de base et du problème envisagé. Dans d'autres cas, un raffinement d'ordre plus élevé pourra apporter une correction plus efficace. L'expérience du modon barotrope est positive mais ne nous autorise pas à tirer des conclusions générales sur la méthode d'emboîtement, seule une étude théorique (stabilité, estimation d'erreur, convergence) le permettrait. Cependant il n'est pas envisageable, vu la complexité des équations, de réaliser une telle étude sur un modèle bidomaine aux équations primitives. Pour l'instant seules les expérimentations numériques permettront de confirmer l'efficacité de la technique; des simulations sur des aspects baroclines sont actuellement en cours.

Le développement de modèles multidomaines aux équations primitives est assez récent en modélisation océanographique. Ces modèles comportent de multiples « ingrédients » physiques et numériques qu'il importe d'optimiser. Comme tous modèles numériques ils sont donc en constante évolution. Il en est ainsi du modèle que nous avons développé et pour lequel subsistent, au niveau de l'interface entre grilles, des problèmes de conservation de flux de masse, de chaleur ou de quantité de mouvement qui demandent d'être résolus pour que puissent être réalisées des simulations à long terme.

Remerciements

Cette étude a bénéficié d'une dotation d'heures de calcul allouée par la Région Provence-Alpes-Côte d'Azur sur le CRAY YMP/2E du centre de calcul de l'I.M.T. Marseille. Nous remercions P. Delecluse du L.O.D.Y.C pour ses conseils sur l'utilisation du code O.P.A ainsi que le S.I.C du Centre d'Océanologie de Marseille et M.C. Bonin du C.O.M. pour l'aide qu'ils nous ont apportée dans la présentation des résultats.

RÉFÉRENCES

- Arakawa A. et V.R. Lamb (1977). Computational design of the basic dynamical processes of the UCLA general circulation model. *Methods in Computational Physics.*, **17**, 174-265.
- Asselin R. (1972). Frequency filters for time integration, *Mon. Wea. Rev.*, **100**, 487-490.
- Bryan K. (1966). Scheme for numerical integrations of equations of motion on a irregular grid free of non-linear instability. *Mon. Wea. Rev.*, **94**, 39-40.
- Bryan K. (1969). A numerical method for the study of the circulation of the world ocean: *J. Comput. Phys.*, **4**, 347-379.
- Falkovich A.I. (1986). Nested grid scheme for predicting isolated vortex movement in a barotropic model of the atmosphere. *Sov. Meteor. Hydrol.*, **9**, 35-41.
- Flierl G.R., V.D. Larichev, J.C. McWilliams et G.M. Reznik (1981). The dynamics of baroclinic and barotropic solitary eddies. *Dyn. Atmos. Oceans.*, **5**, 35-41.
- Hackbush W. (1984). Local Defect Correction and Domain Decomposition Techniques, in *defect correction methods: Theory and applications* (K. Bohmer and H. J. Stetter, eds.), Computing Supplementum 5, Springer Verlag, Wien, p. 89-1136, 1984.
- Koss W. (1971). Numerical integration experiments with variable resolution two-dimensional Cartesian grids using the box method. *Mon. Wea. Rev.*, **99**, 727-738.
- Kurihara Y.G., G.J. Tripoli et M.A. Bender (1971). Design of a movable nested-mesh primitive equation model. *Mon. Wea. Rev.*, **107**, 239-249.
- Ley G.W. et R.L. Elsberry (1976). Forecast of typhon Irma using a nested-grid model. *Mon. Wea. Rev.*, **104**, 1154-1161.
- McWilliams J.C., G.R. Flierl, V.D. Larichev et G.M. Reznik (1981). Numerical studies of barotropic modons. *Dyn. Atmos. Oceans.*, **5**, 219-238.

Oey L.-Y. et P. Chen (1992). A nested-Grid ocean model: with application to the simulation of meanders and eddies in the Norwegian coastal current. *J. Geophys. Res.*, **97**, no C12, 20, 063-20,086.

Pacanowski R.C. et S.G.H. Philander (1981). Parameterization of vertical mixing in numerical models of Tropical Oceans. *J. Phys. Oceanogr.*, **11**, 1443-1451.

Ross B.B. et I. Orlanski (1982). The evolution of an observed cold front. Part I: Numerical simulation. *J. Atmos. Sci.*, **39**, 297-327.

Sobel J.P. (1976). Nested grids in numerical weather prediction and an application to a mesoscale streak. PhD. thesis, Pennsylvania State University, 135 p.

Spall M.A. et R.H. Holland (1991). A nested primitive equation model for oceanic applications. *J. Phys. Oceanogr.*, **21**, 205-220.

Spall M.A. et A.R. (Robinson 1989). A new open-ocean hybrid coordinate primitive equation model. *Math. Comput.*, **31**, 241-269.

Mc Williams J.C., G.R. Flierl, V.D. Larichev et G.M. Reznik (1981). Numerical studies of barotropic modons. *Dyn. Atmos. Oceans.*, **5**, 219-238.

Zhang D.L., H.R. Chang, N.L. Seaman, T.T. Warner et J.M. Fritsch (1986). A two-way interacting nesting procedure with variable terrain resolution. *Mon. Wea. Rev.*, **114**, 1330-1339.

Delecluse P., G. Madec, M. Imbard et C. Levy, OPA Version 7 : Ocean General Circulation Model, Reference Manual. *Internal Report : L.O.D.Y.C 93/05 Septembre 1993.*