



Ifremer

15^{ÈMES} JOURNÉES DE L'HYDRODYNAMIQUE

22 - 24 novembre 2016 - Brest

UNE "SYNTHETIC-EDDY-METHOD" POUR REPRÉSENTER LA TURBULENCE AMBIANTE DANS DES SIMULATIONS NUMÉRIQUES D'HYDROLIENNES : VALIDATION AVEC DES ESSAIS EXPÉRIMENTAUX *A SYNTHETIC-EDDY-METHOD TO REPRESENT THE AMBIENT TURBULENCE IN NUMERICAL COMPUTATIONS OF MARINE CURRENT TURBINES: VALIDATION AGAINST EXPERIMENTAL TRIALS*

C. CARLIER^{1,2}, A. FUR^{1,2}, G. PINON^{1,*},
B. GAURIER², G. GERMAIN², É. RIVOALEN^{1,4}

1 - LOMC - UMR 6295, Normandie Univ, UNIHAVRE, CNRS, 76600 Le Havre.
gregory.pinson@univ-lehavre.fr (* auteur à qui les correspondances doivent être envoyées)

2 - LCSM - IFREMER, Centre Manche Mer du Nord, 62321 Boulogne-sur-Mer, France.
clement.carlier, arnaud.fur, benoit.gaurier, gregory.germain@ifremer.fr

4 - LOFIMS - EA 3828, Normandie Univ, INSAROUEN, 76800 Saint-Etienne du Rouvray
elie.rivoalen@insa-rouen.fr

Résumé

Le développement de fermes d'hydroliennes est un sujet de recherche actif depuis quelques années. Cependant, des études sont encore nécessaire pour comprendre le comportement de tels parcs. Un des sujets porte sur l'influence de la turbulence ambiante sur les machines. Des études récentes ont ainsi montré que le taux de turbulence ambiant d'un écoulement modifiait énormément le comportement des turbines. En conséquence, les simulations numériques se doivent de reproduire l'effet de la turbulence ambiante, du moins son influence sur les performances et sur le sillage des turbines. Ce papier présente les derniers développements numériques réalisés dans le but de prendre en compte les effets de la turbulence ambiante sur le comportement d'hydroliennes à axe horizontal.

Summary

The development of marine current turbines arrays has been an active research topic for some years. However, many studies are still necessary in order to fully understand the behaviour of such arrays. One of these studies is the influence that ambient turbulence has on the behaviour of marine current turbines. Indeed, recent studies have shown that ambient turbulence intensity highly modifies the behaviour of horizontal axis marine current turbines. Consequently, numerical simulations have to represent the ambient turbulence or at least its effects on the performance and wake of turbines. This paper presents the latest numerical developments carried out in order to take into account the effects of ambient turbulence on horizontal axis tidal turbines.

I – Introduction

Des études expérimentales récentes montrent que la turbulence ambiante I_∞ a un impact très important sur le comportement des hydroliennes. Par exemple, Blackmore *et al.* [2] montrent à l'aide d'expériences sur des disques poreux que la turbulence ambiante impacte de manière importante la traînée générée par les machines. Medina *et al.* [10] étudient quant à eux la corrélation entre les fluctuations de vitesse liées à la turbulence ambiante I_∞ et les fluctuations de production d'énergie par une turbine. Mycek *et al.* [12, 13] caractérisent expérimentalement le fonctionnement d'une hydrolienne ainsi que les interactions entre deux turbines pour deux taux de turbulence ambiante I_∞ .

La turbulence ambiante I_∞ est caractérisée par les fluctuations de vitesse d'un écoulement, c'est à dire les fluctuations de $\mathbf{u}^\infty = (u_\infty, v_\infty, w_\infty)$. Une décomposition de Reynolds peut être appliquée à \mathbf{u}^∞ :

$$\mathbf{u}^\infty = \overline{\mathbf{u}^\infty} + \mathbf{u}^\sigma, \quad (1)$$

avec $\overline{\mathbf{u}^\infty}$ la vitesse moyenne de l'écoulement amont et \mathbf{u}^σ les fluctuations de vitesse. Ainsi le taux de turbulence ambiante I_∞ s'exprime classiquement comme :

$$I_\infty = 100 \sqrt{\frac{\frac{1}{3}[\sigma^2(u_\infty) + \sigma^2(v_\infty) + \sigma^2(w_\infty)]}{\bar{u}_\infty^2 + \bar{v}_\infty^2 + \bar{w}_\infty^2}}, \quad (2)$$

où $\sigma(u_\infty)$, $\sigma(v_\infty)$ et $\sigma(w_\infty)$ sont les écart-types selon les composantes u_∞ , v_∞ et w_∞ .

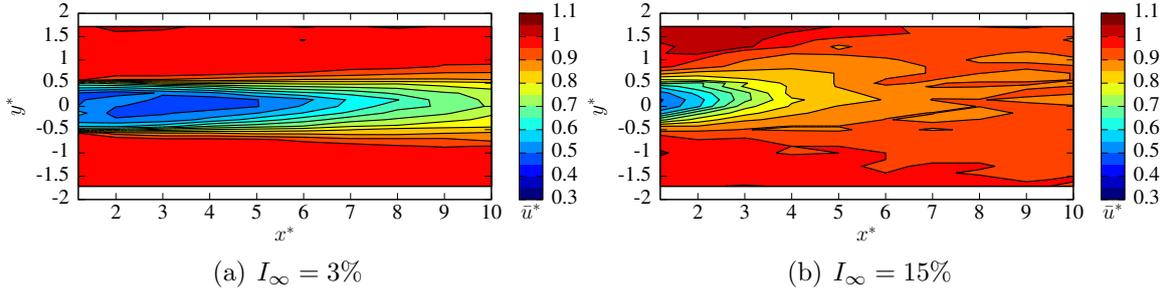


Figure 1 – Sillage en aval d'une hydrolienne à $\text{TSR} = 3.67$, $u_\infty = 0.8 \text{ m.s}^{-1}$ pour deux taux de turbulence ambiante [12]. Le centre de la machine se situe à la coordonnée $(0;0)$, avec $x^* = x/D$ (*resp.* $y^* = y/D$) et D le diamètre de la turbine et \bar{u}^* représente la vitesse adimensionnée.

La turbulence ambiante influence tout particulièrement le sillage en aval d'une turbine. Comme illustré par la Fig. 1, plus la turbulence ambiante est élevée, plus le sillage est rapidement dissipé. De plus, les interactions entre machines sont également fortement impactées tant au niveau des performances que du sillage comme démontré par différents essais expérimentaux [13]. Il est donc crucial de caractériser précisément l'influence que peut avoir le niveau de turbulence ambiante sur les turbines. En effet, plusieurs études *in situ* réalisées sur des sites potentiels d'implantation de fermes hydroliennes montrent des taux de turbulence ambiante très différents suivant les sites, où des valeurs de I_∞ entre 3.2% et 24% ont pu être mesurées [12].

Il est donc indispensable de pouvoir représenter numériquement les effets de la turbulence ambiante sur les performances et le sillage des machines. Dans la littérature, plusieurs approches ont déjà été proposées pour modéliser la turbulence ambiante. Par exemple, en éolien, Chatelain *et al.* [5] ainsi que Branlard *et al.* [3] utilisent l'algorithme de Mann [9] pour générer un écoulement turbulent en entrée de simulation. En hydrolien, B.

Elie [6] utilise l’outil TurbSim développé par le National Renewable Energy Laboratory (NREL) pour générer des conditions d’entrées turbulentes dans un code Volume Finis (WCCH).

Afin de répondre à cette problématique, un nouveau module fondé sur la Synthetic-Eddy-Method développée par Jarrin *et al.* [7, 8] a été implémenté au code de calcul développé au LOMC [15]. Dans un premier temps, ce papier propose une description de la Synthetic-Eddy-Method puis, dans un second temps, une analyse précise des caractéristiques de l’écoulement ainsi généré.

II – Synthetic-Eddy-Method

II – 1 Présentation générale du modèle

La Synthetic-Eddy-Method [7, 8] a déjà été utilisée à plusieurs reprises dans le cadre de simulation d’hydroliennes. Par exemple, Togneri *et al.* [16] l’utilisent pour générer un écoulement d’entrée pour leur code BEM-CFD. Grâce à ce modèle, Ahmed *et al.* [1] génèrent des conditions d’entrée pour le code Saturne développé par EDF. Cette méthode a été conçue pour générer des écoulements d’entrée reproduisant un tenseur de Reynolds $\overline{\mathbf{R}}$ donné. Les différentes composantes R_{ij} du tenseur de Reynolds $\overline{\mathbf{R}}$ sont définies de manière similaire aux variances et covariances statistiques :

$$R_{ij} = \overline{(u_i^\infty - \overline{u_i^\infty})(u_j^\infty - \overline{u_j^\infty})} = \overline{u_i^\sigma u_j^\sigma} \quad \forall i, j \in \llbracket 1, 3 \rrbracket. \quad (3)$$

Le modèle a donc pour objectif de générer le champ de perturbation de vitesse \mathbf{u}^σ de la décomposition de Reynolds (eq. (1)) de l’écoulement amont \mathbf{u}^∞ . Pour ce faire, la Synthetic-Eddy-Method introduit dans un domaine fluide fini \mathcal{D}_σ , N ”structures turbulentes” \mathcal{E}_k qui sont appelées ”eddies” dans les travaux initiaux de Jarrin *et al.* [7, 8]. La dénomination ”structure turbulente” est préférée ici à l’appellation ”eddy” utilisée par Jarrin *et al.* [7, 8] car il s’agit d’objets purement mathématique et non pas de structures tourbillonnaires au sens physique du terme. Les structures turbulentes \mathcal{E}_k sont définies par leurs positions \mathbf{x}^k , leurs tailles λ et leurs intensités \mathbf{c}^k . Le terme perturbation \mathbf{u}^σ est ainsi calculé comme la somme des influences des N structures turbulentes placées aléatoirement dans le domaine fluide :

$$\mathbf{u}^\sigma(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^N \mathbf{u}^{\sigma,k}(\mathbf{x}), \quad (4)$$

avec $\mathbf{u}^{\sigma,k}$ la vitesse induite par une structure k définie comme suit :

$$\mathbf{u}^{\sigma,k}(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{V_\sigma}{N}} \mathbf{c}^k F_\lambda(\mathbf{x} - \mathbf{x}^k) \quad \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket, \quad (5)$$

où V_σ est le volume du domaine fluide fini contenant les N structures turbulentes et où F_λ est une fonction de forme qui doit vérifier un certain nombre de critères qui seront décrit dans le paragraphe II – 2. Les intensités \mathbf{c}^k des structures \mathcal{E}_k sont définies de la manière suivante :

$$c_i^k = \sum_{j=1}^3 a_{i,j} \epsilon_{i,j}^k \quad \forall i \in \{1, 2, 3\}, \quad \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket. \quad (6)$$

Les différents termes $\epsilon_{i,j}^k$ intervenant dans l'équation (6) sont des valeurs aléatoires indépendantes dont la loi de probabilité se doit d'être de moyenne nulle et de variance 1. Ici, c'est la loi de probabilité proposée par Jarrin *et al.* [7, 8] qui est utilisée :

$$\epsilon_{i,j}^k \in \{-1; 1\} \quad \text{avec} \quad p_{-1} = p_1 = 0.5 \quad \forall i \in \{1, 2, 3\} \quad \text{et} \quad \forall k \in \llbracket 1, N \rrbracket. \quad (7)$$

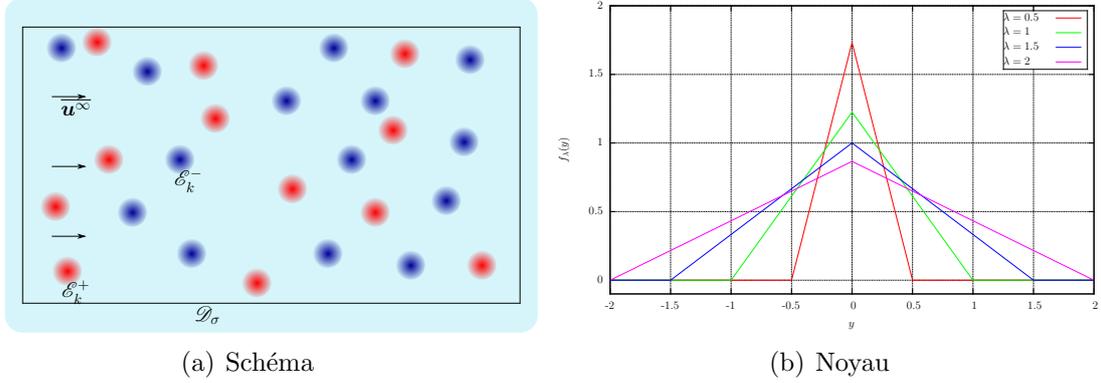


Figure 2 – Schéma du modèle de turbulence ambiante et à droite, représentation du noyau triangulaire pour différentes tailles λ .

Ainsi, ce terme $\epsilon_{i,j}^k$ représente l'aspect aléatoire de la turbulence. De plus, avec la loi de probabilité (7) les $\epsilon_{i,j}^k$ représentent également les "signes" des différentes structures, à savoir si la structure est une source ou un puit de vitesse comme illustré Figure 2(a). Les termes $a_{i,j}$ de la relation (6) sont quant à eux les éléments de la matrice $\overline{\mathbf{A}}$ intervenant dans la décomposition de Cholesky du tenseur de Reynolds $\overline{\mathbf{R}}$:

$$\overline{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{pmatrix} = \overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{A}}^T \quad \text{avec} \quad \overline{\mathbf{A}} = (a_{i,j}). \quad (8)$$

Les relations (6) et (8) permettent de relier les intensités c^k des structures turbulentes et le tenseur de Reynolds $\overline{\mathbf{R}}$ à reproduire, assurant ainsi la génération de perturbation de vitesse \mathbf{u}^σ vérifiant statistiquement le tenseur $\overline{\mathbf{R}}$ prescrit [7] et donc le taux de turbulence ambiante I_∞ souhaité. En effet, le taux de turbulence I_∞ peut être réécrit en fonction de la trace du tenseur de Reynolds $\overline{\mathbf{R}}$:

$$I_\infty = 100 \sqrt{\frac{1/3 [\sigma^2(u_\infty) + \sigma^2(v_\infty) + \sigma^2(w_\infty)]}{\bar{u}_\infty^2 + \bar{v}_\infty^2 + \bar{w}_\infty^2}} = \frac{100}{|\mathbf{u}^\infty|} \sqrt{\frac{R_{1,1} + R_{2,2} + R_{3,3}}{3}} = \frac{100}{|\mathbf{u}^\infty|} \sqrt{\frac{\text{tr}(\overline{\mathbf{R}})}{3}}. \quad (9)$$

À l'instant initial, les positions \mathbf{x}^k des N structures turbulentes \mathcal{E}_k sont tirées aléatoirement suivant une loi uniforme sur le domaine \mathcal{D}_σ . Puis, à chaque pas de temps dt , les structures sont advectées dans l'écoulement et toute structure sortant par une face du domaine \mathcal{D}_σ est remplacée par une nouvelle structure. Cette nouvelle structure est introduite aléatoirement sur la face opposée à la face de sortie de la structure remplacée. Pour le choix de la vitesse de déplacement des structures turbulentes \mathcal{E}_k , nous avons fait le choix de la vitesse moyenne $\overline{\mathbf{u}}^\infty$ comme dans les travaux initiaux de Jarrin *et al.* [7, 8].

II – 2 Définition de la fonction de forme et structures à taille variable

La relation (5) définissant la vitesse induite par une structure turbulence \mathcal{E}_k fait intervenir une fonction de forme F_λ qui s'exprime :

$$F_\lambda(\mathbf{y}) = \prod_{i=1}^3 f_{\lambda_i}(y_i), \quad (10)$$

avec λ la taille des structures turbulentes \mathcal{E}_k . λ définit également la zone sur laquelle une structure induit une perturbation de vitesse $\mathbf{u}^{\sigma,k}$ non nulle. Dans ce modèle de turbulence ambiante, les structures turbulentes peuvent avoir des λ différents d'une structure à l'autre. Et pour une structure donnée, il est également possible d'avoir des tailles différentes λ_i sur chaque composante λ . La sous-fonction f_λ intervenant dans l'expression de la fonction de forme F_λ (eq. (10)) sera appelée noyau par la suite. Ce noyau doit vérifier un certain nombre de conditions mathématiques afin d'assurer la convergence statistique du modèle vers le tenseur de Reynolds $\overline{\mathbf{R}}$ voulu. Ces conditions peuvent être résumées de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_\lambda \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \\ f_\lambda(y) = 0 \quad \forall y \notin [-\lambda, \lambda] \\ \operatorname{argmax}_y(f_\lambda(y)) = 0 \\ f_\lambda(y) = f_\lambda(-y) \\ \int_{-\lambda}^{\lambda} f_\lambda^2(y) dy = 1. \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (11a) \\ (11b) \\ (11c) \\ (11d) \\ (11e) \end{array}$$

Ainsi, le noyau f_λ doit être continue sur \mathbb{R} , avoir un support compact sur $[-\lambda, \lambda]$, atteindre sa valeur maximale en 0, être symétrique et finalement vérifier la condition intégrale (11e). Dans les travaux de Jarrin *et al.* [7,8] le noyau utilisé est un noyau triangulaire, représenté pour différentes tailles λ dans la Figure 2(b) et s'exprimant :

$$f_\lambda(y) = \begin{cases} \sqrt{\frac{3}{2\lambda^3}}(\lambda - |y|) & \text{si } |y| < \lambda \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (12)$$

Ce noyau triangulaire a l'avantage d'être très simple mais il présente un inconvénient non négligeable, à savoir que sa dérivé est discontinue en $-\lambda$, 0 et λ . Des discontinuités apparaissent dans les gradients de vitesses et donc dans le champs de vorticité $\boldsymbol{\omega}$, pouvant créer des problèmes au moment du couplage de la Synthetic-Eddy-Method avec la méthode Vortex. Pour palier à ce problème trois nouveaux noyaux au moins de classe \mathcal{C}^1 (à dérivée première continue) ont été calculés à partir d'une fonction cosinus, polynomiale ou Gaussienne. Ces noyaux sont présentés dans [4].

Afin d'approcher au mieux les différentes échelles de turbulence, il est nécessaire d'utiliser des structures turbulentes fictives de tailles différentes. Pour ce faire, une notion d'écart type $\sigma(\lambda)$ est introduite sur la taille des structures turbulentes. Ainsi la taille des structures fictives du modèle varie autour d'une valeur moyenne λ . D'un point de vue pratique, une loi normale est utilisée dans le code et nous avons pour chaque structure turbulente :

$$\lambda_i^k \rightsquigarrow \mathcal{N}(\lambda_i, \sigma^2(\lambda_i)) \quad \forall i \in \{1, 2, 3\} \quad (13)$$

Cas étudié	$R_{11} = \sigma_u^2$ $\times 10^{-2}$	$R_{22} = \sigma_v^2$ $\times 10^{-2}$	$R_{33} = \sigma_w^2$ $\times 10^{-2}$	Err/ I_∞^{theo}
$I_\infty^{theo} = 15\%$	3.60	2.02	1.13	-
$N = 100$	3.30	2.03	1.13	3.13%
$N = 500$	3.49	2.00	1.20	1.55%
$N = 1000$	3.51	1.96	1.09	1.18%
$I_\infty^{theo} = 15\%$	3.60	2.02	1.13	-
$\lambda = (0.5 : 0.5 : 0.5)$	3.59	2.04	1.17	0.09%
$\lambda = (0.75 : 0.75 : 0.75)$	3.59	2.03	1.11	0.08%
$\lambda = (1.0 : 1.0 : 1.0)$	3.51	1.96	1.09	1.18%
$I_\infty^{theo} = 15\%$	3.60	2.02	1.13	-
$\lambda = (0.5 : 0.4 : 0.5)$	3.68	2.08	1.16	1.29%
$\lambda = (0.5 : 0.3 : 0.5)$	3.58	2.04	1.11	0.41%
$\lambda = (0.5 : 0.2 : 0.5)$	3.57	2.01	1.11	0.05%
$I_\infty^{theo} = 15\%$	3.60	2.02	1.13	-
$\sigma(\lambda) = 25\%$	3.56	1.93	1.08	1.9%
$\sigma(\lambda) = 50\%$	3.58	2.02	1.15	0.37%
$\sigma(\lambda) = 100\%$	3.66	2.08	1.10	0.49%
$I_\infty^{theo} = 15\%$	3.60	2.02	1.13	-
Noyau triangulaire	3.51	1.96	1.09	1.18%
Noyau polynomial	3.68	2.04	1.22	0.15%
Noyau cosinus	3.68	2.10	1.22	1.37%
Noyau Gaussien	3.47	1.95	1.14	2.30%

TABLE 1 – Synthèse des résultats pour $I_\infty = 15\%$ avec, sauf indication contraire dans la colonne "Cas étudié", des tailles $\lambda_i = (1.0, 1.0, 1.0)$, un écart type $\sigma(\lambda) = 0\%$, 1000 structures et un noyau triangulaire.

Pour simplifier les notations, l'écart type $\sigma(\lambda)$ est défini en pourcentage de la taille moyenne λ et donc par exemple un écart type de 10% est noté $\sigma(\lambda) = 10\%$ et correspond à $\sigma(\lambda) = 0.1\lambda$. De plus, un écart type nulle ($\sigma(\lambda) = 0\%$) indique des structures de taille identique λ . Idem, plus de détails sont présentés dans [4].

III – Comportement du modèle de turbulence ambiante

Dans cette section, on s'intéresse au comportement général du modèle en fonction des différents paramètres. On vérifie dans un premier temps son bon fonctionnement, à savoir sa capacité à reproduire le tenseur de Reynolds $\overline{\mathbf{R}}$ prescrit. Dans un second temps, on étudie l'allure des champs de vitesse perturbée générés par la Synthetic-Eddy-Method.

III – 1 Reconstruction numérique du tenseur de Reynolds

La Synthetic-Eddy-Method a pour fonction première de générer des perturbations de vitesse vérifiant statistiquement le tenseur de Reynolds $\overline{\mathbf{R}}$ choisi. Il est donc important avant toute autre étude du modèle de vérifier le bon fonctionnement du modèle sur cet aspect. Pour ce faire, deux taux de turbulence, $I_\infty = 3\%$ et 15% , ont été étudiés. Ces deux valeurs correspondent aux deux taux de turbulence disponible dans le bassin d'essais de Boulogne-sur-Mer [12]. Néanmoins, dans un souci de concision pour ce papier, seuls les

résultats à 15% seront présentés. De plus, dans la littérature concernant les études *in situ*, nous n'avons généralement pas accès au tenseur de Reynolds $\overline{\mathbf{R}}$ complet mais au rapport d'anisotropie $(\sigma_u, \sigma_v, \sigma_w)$. Ce rapport d'anisotropie correspond à la racine carré des éléments diagonaux de $\overline{\mathbf{R}}$ adimensionnés par R_{11} . Un tenseur de Reynolds $\overline{\mathbf{R}}$ diagonal, utilisant le rapport d'anisotropie (1,0.75,0.56) mesuré à Sound of Islay par Milne *et al.* [11], est ainsi utilisé pour cette étude.

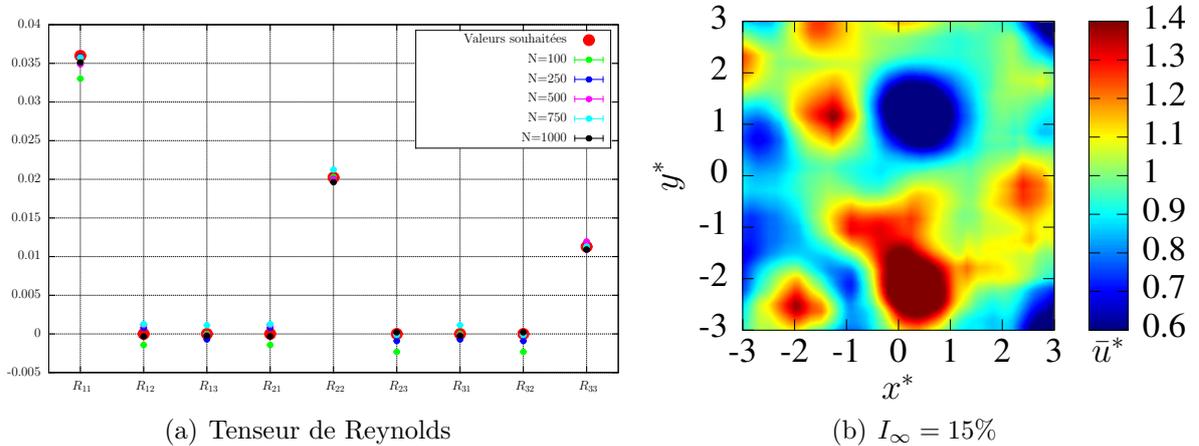


Figure 3 – Comparaison entre les valeurs du tenseur de Reynolds $\overline{\mathbf{R}}$ (eq. (8)) prescrites au modèle et celles obtenues avec la Synthetic-Eddy-Method à $I_\infty = 15\%$ pour différent nombre N de structures turbulentes de taille unique $\boldsymbol{\lambda}_i = (1.0, 1.0, 1.0)$. À droite, champ de vitesses donné par le modèle de turbulence ambiante pour $N = 1000$ structures de taille $\boldsymbol{\lambda} = (1.0, 1.0, 1.0)$ et $I_\infty = 15\%$.

Dans ce but, un champ de vitesse perturbé autour de sa valeur moyenne $\overline{\mathbf{u}^\infty} = (1, 0, 0)$ est généré dans un domaine \mathcal{D} de taille $6 \times 6 \times 6$ avec une discrétisation spatiale de 0.072. L'écoulement est ensuite simulé sur 40 secondes avec un pas de temps dt de 2.67×10^{-2} (correspondant au pas de temps d'une simulation d'hydrolienne à $dh = 0.072$ et $\text{TSR} = 2.5$). Pour chaque pas de temps, les paramètres $\overline{\mathbf{R}}$ et I_∞ sont calculés spatialement puis moyennés sur les quarante secondes de la simulation.

La Figure 3(a) donne un exemple de tenseur de Reynolds généré par le modèle et comparé aux valeurs prescrites pour 15% de turbulence ambiante. Cette figure montre un très bon accord entre les valeurs souhaitées et les valeurs obtenues par le modèle. Un résumé de l'étude paramétrique effectué afin de vérifier le bon fonctionnement du modèle est donné dans le Tableau 1 pour $I_\infty = 15\%$. Ainsi, on remarque que quelque soit le nombre de structures N , les tailles de structures $\boldsymbol{\lambda}$, les écarts types $\sigma(\lambda)$ ou les noyaux choisis, les valeurs de $\overline{\mathbf{R}}$ et I_∞ reconstruits par le modèle sont en très bon accord avec les valeurs théoriques prescrites, avec moins de 3% d'erreur. Le modèle de turbulence choisi, à savoir la Synthetic-Eddy-Method, permet donc de générer des perturbations de vitesse vérifiant un tenseur de Reynolds $\overline{\mathbf{R}}$ prescrit.

III – 2 Observation des champs de vitesse générés

Une étude de l'influence des différents paramètres du modèle sur les champs de vitesses générés est proposée. La Figure 3(b) illustre un champ de vitesse obtenu avec $I_\infty = 15\%$. On peut remarquer que l'écoulement généré par le modèle semble plutôt réaliste, même si toutes les caractéristiques réelles de la turbulence ne sont pas prises en compte. De plus,

bien que dans cet écoulement les tailles des structures turbulentes aient toutes été fixées à $\boldsymbol{\lambda} = (1.0, 1.0, 1.0)$, il est assez difficile de les identifier simplement en regardant les champs de vitesse.

Les tailles des structures turbulentes $\boldsymbol{\lambda}$ se révèlent être un paramètre très important de la Synthetic-Eddy-Method car elles ont un impact sur l'aspect général de l'écoulement généré. De manière générale, quand les structures sont petites, elles sont facilement identifiables dans l'écoulement. Et plus elles sont grandes, plus il est difficile de les distinguer car elles se superposent. En réalité cette superposition de structure n'est qu'indirectement liée à la taille des structures. En effet, dans cette section on considère toujours $N = 1000$ structures contenues dans un espace de taille $6 \times 6 \times 6$. En réalité, la superposition des structures est liée à une saturation du domaine en structures. Afin de quantifier cette saturation, on définit le taux de remplissage R_f comme le ratio entre le volume $V_{\mathcal{E}_k}$ occupé par les structures et le volume V du domaine contenant ces structures :

$$R_f = \frac{\sum_{k=1}^N V_{\mathcal{E}_k}}{V}. \quad (14)$$

Ce nouveau paramètre R_f permet ainsi d'évaluer s'il y aura peu de chevauchement ($R_f < 1$), un chevauchement modéré ($R_f < 5$) ou beaucoup de chevauchement ($R_f > 5$). L'influence de ce paramètre R_f sera présentée dans la section suivante.

III – 3 La densité spectrale de puissance (PSD)

L'agitation turbulente du fluide est modélisée par la variable $\mathbf{u}^\sigma(t)$, représentant les fluctuations de vitesse intrinsèques de l'écoulement et dont le caractère aléatoire du signal nous empêche de prévoir l'évolution au cours du temps. Le processus de génération du signal $\mathbf{u}^\sigma(t)$ est considéré comme stationnaire car la distribution de probabilité ne varie pas au cours du temps. De plus, on admet son caractère ergodique, autrement dit, l'évolution du signal aléatoire peut être approchée par l'étude d'une seule réalisation suffisamment longue. Il existe de nombreuses façons de calculer ou d'estimer la PSD. Pour cette étude, la densité spectrale de puissance est calculée dans l'axe de la turbine à partir du signal aléatoire $\mathbf{u}^\sigma(t)$ et est notée $S_{xx}(f)$. En pratique, $S_{xx}(f)$ est obtenu de la manière suivante :

$$S_{xx}(f) = \frac{1}{T} |U_{x,T}^\sigma(f)|^2 \quad (15)$$

où $U_{x,T}^\sigma(f)$ est la transformée de Fourier de $u_x^\sigma(t)$ limitée à l'intervalle $[0, T]$.

La Figure 4(a) montre que l'introduction de structures à tailles variables, et donc d'un paramètre $\sigma(\lambda)$ non nul, a un impact très important sur l'allure de la PSD. En effet, l'ajout de variations dans les tailles de structures permet de lisser la courbe de PSD et de faire disparaître le phénomène de décroissance "en bosse". De plus, la courbe de densité spectrale de puissance semble finir par converger quand l'écart type $\sigma(\lambda)$ augmente. Ainsi pour des valeurs de $\sigma(\lambda)$ supérieures ou égales à 50%, on peut raisonnablement considérer que la densité spectrale de puissance est stabilisée. C'est la raison pour laquelle, pour les prochaines courbes de PSD, le paramètre $\sigma(\lambda)$ a été fixé à 50%. De plus, en comparant avec les résultats expérimentaux de Medina *et al.* [10], les courbes numériques convergent assez bien vers les résultats expérimentaux. De plus, la décroissance en $k^{-5/3}$ retrouvée expérimentalement par Medina *et al.* [10] pour ce taux de turbulence est beaucoup mieux représentée numériquement.

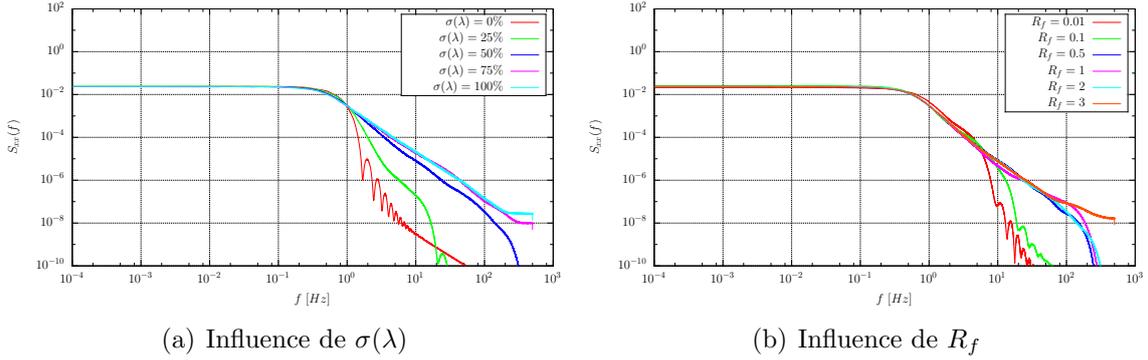


Figure 4 – Influence de l'écart type $\sigma(\lambda)$ sur la densité spectrale de puissance (PSD) pour un noyau Gaussien et $\boldsymbol{\lambda} = (0.5, 0.5, 0.5)$ avec un taux de remplissage $R_f = 2$. À droite, influence du taux de remplissage R_f sur la densité spectrale de puissance (PSD) pour un noyau Gaussien et $\boldsymbol{\lambda} = (0.5, 0.5, 0.5)$ avec un écart type $\sigma(\lambda) = 50\%$.

Le second paramètre étudié est le taux de remplissage R_f . Pour une taille de structure moyenne $\boldsymbol{\lambda} = (0.5, 0.5, 0.5)$, les résultats de cette étude sont présentés Figure 4(b). Les différentes courbes de densité spectrale de puissance montrent que, pour de très faibles taux de remplissage R_f ($0.01 \leq R_f \leq 0.1$), les courbes de PSD présentent à nouveau une allure dégradée pour les hautes fréquences. Pour les taux de remplissage plus élevés ($R_f \geq 0.5$) les courbes de PSD retrouvent une allure correcte. Il est ainsi raisonnable de penser que, tant que le domaine \mathcal{D}_σ n'est pas "trop vide" de structures (*i.e.* $R_f \geq 0.5$), le taux de remplissage R_f n'a pas vraiment d'influence sur la densité spectrale de puissance.

Précédemment, quatre fonctions de forme intervenant dans le modèle ont été présentées. Des résultats, que nous ne présentons pas ici, mettent en évidence que le noyau choisi n'a quasiment aucune influence sur les courbes de PSD, pourvu que le paramètre $\sigma(\lambda)$ soit assez grand comme discuté ci-dessus. Enfin, une étude sur la macro échelle de Taylor \mathcal{L} a aussi été menée dans [4]. Une relation linéaire a été trouvée entre λ et \mathcal{L} . Cette relation est assez stable quelque soit la valeur de $\sigma(\lambda)$ et le choix du noyau, pour autant que la valeur de R_f soit supérieure ou égale à 0.5.

IV – Influence de la turbulence sur la modélisation du sillage

Dans cette section, nous nous intéressons aux premiers résultats obtenus avec la prise en compte de turbulence ambiante. Les paramètres numériques utilisés sont $dh = 0.072$ et un maillage de turbine de 5×15 comme présenté dans [15]. La Figure 5 présente deux sillages obtenus numériquement avec un taux de turbulence de $I_\infty = 0\%$ et $I_\infty = 15\%$ respectivement. D'autres taux de turbulence intermédiaires ont aussi été simulés et sont présentés dans [4]. En revanche, $I_\infty = 15\%$ étant une valeur assez élevée, le temps total de la simulation a été augmenté à 90 s de temps physique par rapport à [15]. En terme de temps de calcul, il aura fallu approximativement 28 heures sur 256 processeurs du CRIANN.

Comme on peut l'observer sur la Figure 5(b), la turbulence ambiante a radicalement modifié le sillage. L'écoulement moyen présenté Figure 5(b) a été obtenu en moyennant sur les 50 dernières secondes. La différence de sillage entre les Figures 5(a) et 5(b) est très proche de celle observée expérimentalement et présentée Figures 1(a) et 1(b). Le sillage est très nettement dissipé et il est quasiment détruit en $x/D = 6$. Néanmoins, malgré le fait que le sillage présenté pour $I_\infty = 15\%$ soit moyenné sur 50 s de temps

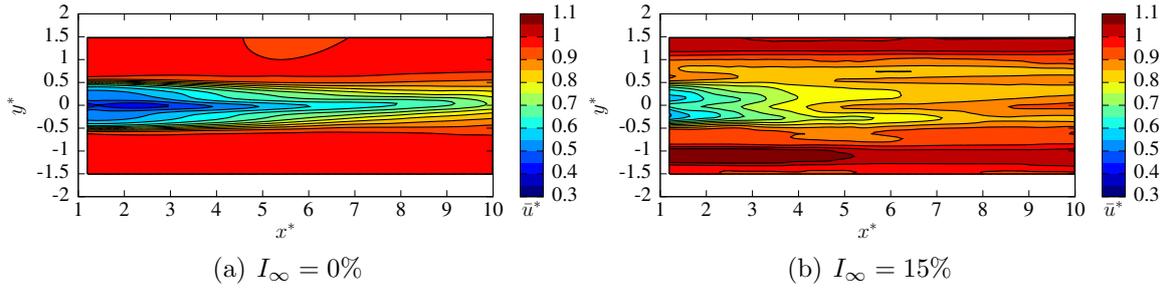


Figure 5 – Sillage numérique en aval d’une hydrolienne à $TSR = 3.67$ pour deux taux de turbulence ambiante.

physique, cela n’a pas été suffisant. En effet, sur la partie basse du sillage, on observe le passage d’une structure turbulente, certainement avec un poids important. Il s’avère que pour des taux de turbulence aussi élevés, il faudra réaliser des simulations sur des temps physiques encore plus long que les 90 s actuelles. Néanmoins, cela est envisageable et les simulations seront réalisées prochainement. On s’approche ainsi des temps d’acquisition expérimentaux (de l’ordre de 3 minutes pour $I_\infty = 15\%$) pour obtenir des mesures de vitesse moyenne convergées.

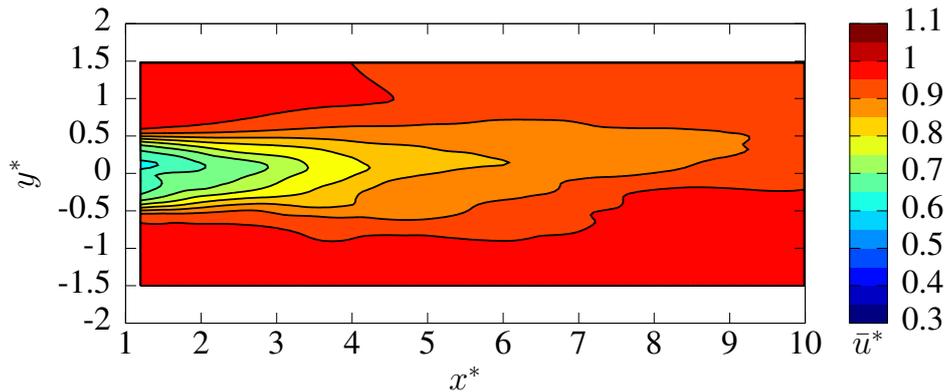


Figure 6 – Sillage numérique filtré en aval d’une hydrolienne à $TSR = 3.67$ pour une turbulence ambiante $I_\infty = 15\%$.

La Figure 6 présente le sillage après filtrage, où uniquement l’influence de la turbulence ambiante est conservée. Pour cela, les vitesses induites par les structures de turbulence ambiante ont été filtrées au post-traitement. Cela nous donne une idée du sillage que nous obtiendrons lorsque la simulation aura été réalisée sur un temps suffisamment long et que les effets de certaines structures de turbulence seront gommés par la moyenne temporelle. Sur cette figure, on observe que le sillage obtenu est encore plus proche de la Figure 1(b), ce qui est très encourageant.

V – Conclusion

Le modèle de turbulence reposant sur la Synthetic-Eddy-Method présenté dans ce travail permet de générer de fluctuations de vitesse induisant une intensité turbulente I_∞ donnée. Les perturbations de vitesse générées par ce modèle vérifient n’importe quel tenseur de Reynolds prescrit. L’étude de la densité spectrale de puissance (PSD) montre que l’introduction de structures turbulentes à tailles variables, caractérisées par le paramètre d’écart type $\sigma(\lambda)$, permet de ”lisser” la courbe de PSD de l’écoulement. Il est

ainsi possible de générer un écoulement présentant une cascade énergétique dont la forme est proche de celle d'un écoulement réel [10]. Finalement, l'étude menée sur l'écoulement généré par le modèle montre que cette méthode peut être couplée à une méthode Vortex. Outre le paramètre dimensionnel sur la taille des structures, le champ généré est assez robuste et représente correctement la densité spectrale de puissance (PSD) ainsi que la macro échelle de Taylor à condition qu'il y ait suffisamment de variation dans la taille des structures ($\sigma(\lambda) \approx 50\%$) et que le taux de remplissage soit suffisant ($R_f \geq 0.5$).

En ce qui concerne le sillage derrière une hydrolienne, les résultats préliminaires obtenus sont très encourageants. La comparaison numérique/expérimentale avec un taux de turbulence de 15% est assez prometteuse, d'autant plus que le résultat présenté n'a pas encore été moyenné sur une durée suffisante. Des optimisations du code de calcul sont en cours pour réaliser des simulations sur un temps suffisamment long. Couplé aux résultats obtenus sur les interactions entre turbines [14], des simulations de parcs avec plusieurs hydroliennes et la prise en compte de turbulence ambiante deviennent envisageable dans un avenir proche.

VI – Remerciements

Les auteurs remercient la Région Normandie et l'Institut Carnot Ifremer Edrome pour le soutien financier accordé au financement de la thèse de C. Carlier. Nous remercions également le CRIANN et l'IFREMER pour la mise à disposition des moyens de calculs (CRIANN et CAPARMOR).

Références

- [1] U. Ahmed, I. Afgan, D. Apsley, T. Stallard, and P. Stansby. Cfd simulations of a full-scale tidal turbine; comparison of les and rans with field data. In *11th European Wave and Tidal Energy Conference (EWTEC)*, September 2015. Nantes, France.
- [2] T. Blackmore, W. M. Batten, G. U. Müller, and A. S. Bahaj. Influence of turbulence on the drag of solid discs and turbine simulators in a water current. *Experiments in Fluids*, 55(1), 2013.
- [3] E. Branlard, P. Mercier, E. Macheaux, M. Gaunaa, and S. Voutsinas. Impact of a wind turbine on turbulence : Un-freezing turbulence by means of a simple vortex particle approach. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 151 :37 – 47, 2016.
- [4] C. Carlier. *Simulation du comportement d'hydroliennes : modélisation de l'influence de la turbulence ambiante et des effets d'interactions*. PhD thesis, Université du Havre, En préparation.
- [5] P. Chatelain, S. Backaert, G. Winckelmans, and S. Kern. Large eddy simulation of wind turbine wakes. *Flow Turbulence and Combustion*, 91 :587–605, 2013.
- [6] B. Elie. *Modélisation Numérique de sillages lointains d'hydroliennes par une approche volumes finis faiblement compressible*. PhD thesis, École Centrale de Nantes, 2015.
- [7] N. Jarrin. *Synthetic Inflow boundary conditions for the numerical simulation of turbulence*. PhD thesis, University of Manchester, 2008.
- [8] N. Jarrin, S. Benhamadouche, D. Laurence, and R. Prosser. A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27 :585–593, 2006.

- [9] J. Mann. The spatial structure of neutral atmosphere surface-layer turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 273 :141–168, 1994.
- [10] O. D. Medina, F. Schmitt, R. Calif, G. Germain, and B. Gaurier. Correlation between synchronised power and flow measurements, a way to characterize turbulence effects on marine current turbine. In *11th European Wave and Tidal Energy Conference (EWTEC)*, September 2015. Nantes, France.
- [11] I. A. Milne, R. N. Sharma, R. G. J. Flay, and S. Bickerton. Characteristics of the turbulence in the flow at a tidal stream power site. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 371(1985) :pp, February 2013.
- [12] P. Mycek, B. Gaurier, G. Germain, G. Pinon, and E. Rivoalen. Experimental study of the turbulence intensity effects on marine current turbines behaviour. part I : One single turbine. *Renewable Energy*, 66(0) :729 – 746, 2014.
- [13] P. Mycek, B. Gaurier, G. Germain, G. Pinon, and E. Rivoalen. Experimental study of the turbulence intensity effects on marine current turbines behaviour. part II : Two interacting turbines. *Renewable Energy*, 68(0) :876 – 892, 2014.
- [14] P. Mycek, G. Pinon, C. Lothodé, A. Dezotti, and C. Carlier. Iterative solver approach for turbine interactions : application to wind or marine current turbine farms. *Applied Mathematical Modelling*, pages –, 2016.
- [15] G. Pinon, P. Mycek, G. Germain, and E. Rivoalen. Numerical simulation of the wake of marine current turbines with a particle method. *Renewable Energy*, 46(0) :111 – 126, 2012.
- [16] M. Togneri and I. Masters. Synthetic turbulence generation for turbine modelling with BEMT. In *3rd Oxford Tidal Energy Workshop*, Oxford, UK, 7-8 April 2014.