

**ANALYSE EXPÉRIMENTALE ET NUMÉRIQUE DE JET CRITIQUE
DANS UNE VAGUE DÉFERLANTE.**

***EXPERIMENTAL AND NUMERICAL ANALYSIS OF CRITICAL JETS
IN A BREAKING WAVE.***

Yves-Marie Scolan
Julien Le Clanche
ENSTA Bretagne
IRD L UMR 6027

Marc Le Boulluec
IFREMER, Brest

Résumé

Dans la continuité des travaux présentés lors des dernières Journées de l'Hydrodynamique à Cherbourg, on s'intéresse à la cinématique du fluide dans une vague déferlante (voir [1]). En particulier on cherche à reproduire des jets critiques dont le mécanisme d'apparition est encore mal connu. La cinématique du fluide est générée par le ballonnement dans un réservoir (*sloshing*) ; c'est un moyen efficace pour injecter beaucoup d'énergie dans le fluide. Si l'on est en mesure d'anticiper théoriquement/numériquement l'apparition de jet critique à la surface libre (voir [2]) –notamment dans le cadre de la théorie potentielle des écoulements– il convient de vérifier expérimentalement la réalité des résultats du calcul. C'est l'objectif d'une campagne expérimentale menée à l'Ifremer. Une cuve rectangulaire, fixée sur un hexapode est mise en mouvement forcé. Le mouvement est un cycle d'oscillation horizontale. Une large gamme de configurations de jet critique est accessible.

Summary

In the continuity of the work presented during the last Journées in Cherbourg, we are interested in the kinematics of the fluid in a breaking wave (see [1]). In particular, we try to reproduce critical jets whose mechanism of appearance is still poorly known. The kinematics of the fluid is generated by sloshing in a tank ; this is an efficient way to inject a lot of energy into the fluid. If one is able to anticipate theoretically/numerically the appearance of critical jet at the free surface (see [2]) –in particular within the framework of the potential theory of flows– it is advisable to verify experimentally the reality of the results of the calculation. This is the objective of an experimental campaign conducted at Ifremer. A rectangular tank, fixed on a hexapod is put in forced motion. The movement is a horizontal oscillation cycle. A wide range of critical jet configurations is accessible.

1 Introduction

On s'intéresse ici au balottement dans une cuve en mouvement forcé. C'est là une problématique qui s'adresse au transport terrestre de liquide et plus encore au transport maritime, en particulier le transport de Gaz Naturel Liquifié dans les méthaniers, les cuves y étant monumentales.

Les approches numériques et expérimentales sont donc menées conjointement et actuellement on est capable de capter une grande partie de la physique lors de grands mouvements de surface libre tout en prenant compte ou pas la dynamique de la phase gazeuse surmontant la phase liquide. C'est dans ce but que sont menés les JIP Sloskel (voir [3]) et Sling (voir [4]). On cherche ainsi à reproduire les scénarios qui vont générer les chargements locaux les plus importants et par conséquent les plus dimensionnants.

Il est apparu néanmoins qu'avant l'impact d'une vague déferlante sur les parois d'une cuve, peuvent se produire des phénomènes –certe assez tenus au regard de la taille de la cuve– mais qui sont le siège de vitesse et d'accélération particulièrement importantes. Deux voies sont poursuivies, l'une expérimentale, l'autre numérique. Les résultats préliminaires numériques ont permis de fournir des paramètres de forçage de la cuve pour la campagne expérimentale. Ses deux approches sont décrites dans les sections suivantes.

2 Campagne expérimentale

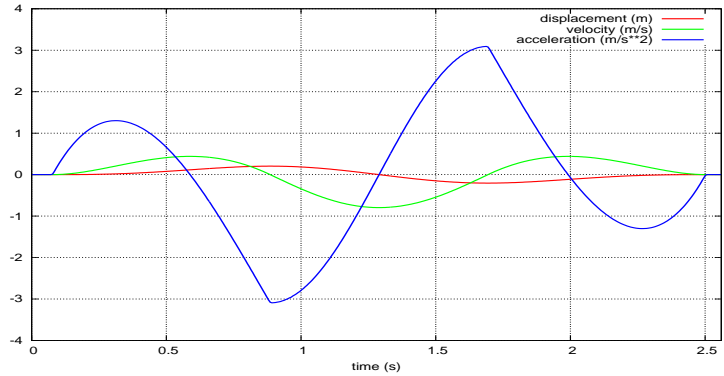
On dispose une cuve¹ sur l'hexapode² de l'Ifremer. La figure ci-dessous montre le dispositif expérimental.



Une caméra rapide³ permet de filmer les déformations de la surface libre dans un cadre carré d'environ 30cm de côté à partir d'une des 2 parois verticales de la cuve. La fréquence d'enregistrement, de l'ordre de 1000 images par seconde, a été jugée suffisante pour bien capter les déformations de la surface libre.

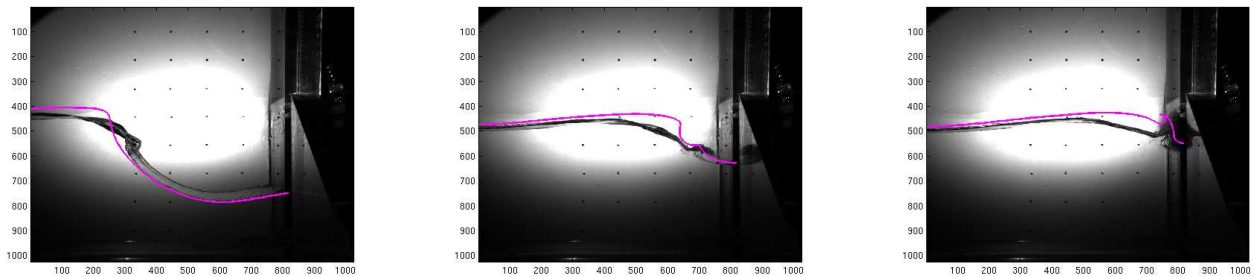
Les mouvements horizontaux ont été choisis pour produire de forte déformation de surface libre. La figure ci-dessous montre la variation temporelle du mouvement, de la vitesse et de l'accélération.

-
1. Il s'agit d'une ancienne cuve de la compagnie Gaz-Transport et Technigaz (voir [6]).
 2. De type Mistral de la société Symétrie.
 3. De type Fastcam NOVA de Photron.



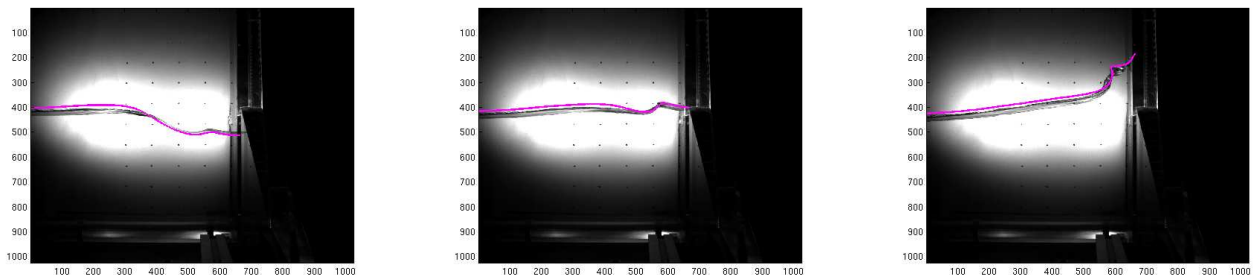
Ce type de mouvement a été mis au point par GTT (voir [5]) pour permettre de générer une très large gamme de vague au droit d'un des murs de la cuve. Par conséquent on peut définir la signature d'une vague en terme de champs de pression induite et procéder à des analyses statistiques.

Ici les objectifs initiaux de la campagne expérimentale sont de capter certains détails de la formation d'un jet critique dans une vague déferlante (voir [7]). Les figures suivantes illustrent le résultat des premières comparaisons. Ce sont des clichés réalisés à trois instants successifs sur lesquels on superpose le résultat numérique (en rose).



L'accord est loin d'être parfait mais reste encourageant. Il apparaît des perturbations importantes du fait du ruissellement qui se produit le long des parois verticales à l'issue du premier cycle d'oscillation. Ces perturbations sont d'autant plus marquées que la cuve a une faible largeur. Néanmoins, l'apparition du jet critique est bien prédite et ne semble pas dépendre de la crête principale dont le retournement est inhibé. Une cuve plus large doit permettre de diminuer l'influence du ruissellement.

Considérant un cas sans jet critique mais pour lequel la crête principale est moins affectée par le ruissellement, on constate un meilleur accord, comme illustré par les figures suivantes.



Une deuxième campagne expérimentale est donc à mener avec une cuve plus large. A ce stade il semble clair que le modèle numérique fournit des résultats fiables. Malheureusement il n'est pas encore possible de quantifier les effets de la viscosité ainsi que de la tension superficielle sur la forme des jets critiques. En effet ceux-ci ont des tailles de l'ordre de quelques centimètres. Cette nouvelle campagne devrait pouvoir être menée avant les prochaines Journées...

3 Le modèle numérique

Le code de calcul (FSID) est présenté en détail dans [9]. Ce code résout les équations non linéaires de surface libre en théorie potentielle. L'écoulement se produit dans un réservoir rectangulaire. Pour décrire l'intérieur du réservoir on procède à un changement de variables. Désormais l'écoulement est décrit dans un demi espace grâce à la transformation conforme $w = -\cos \frac{\pi z}{L}$. De fait le domaine intérieur d'une demi bande infinie (de largeur L) définie dans le plan supérieur z est transformé en un demi espace supérieur du plan w . L'origine dans le plan physique est centrée au coin bas gauche du réservoir.

Pour décrire ces écoulements bidimensionnels, la technique désingularisée est utilisée (voir [10]). Cela évite le calcul d'intégrales et cela permet d'évaluer facilement le potentiel complexe de l'écoulement (noté F) et toutes ses dérivées⁴ en espace et en temps. Ce potentiel s'exprime

$$F(z, t) = \sum_{j=1}^N q_j(t)G(w, W_j(t)) + zU(t) \quad (1)$$

F prend la même valeur aux affixes complexes z ou w pourvu qu'ils soient images l'un de l'autre par la transformation conforme. Ce potentiel tient compte du mouvement de translation horizontal du réservoir ($U(t)$ est réel) ainsi que de l'influence de N sources. Ces sources sont placées en dehors du domaine fluide dans un proche voisinage de la surface libre, selon des critères de conservation d'énergie et de masse. Dans l'équation (1) G est la fonction de Green de Rankine. Elle vérifie facilement la condition d'imperméabilité dans le plan transformé w . En effet l'image des parois du réservoir constitue l'axe réel du plan w . L'influence d'un jeu de singularités et de son image par rapport à l'axe $\Im w = 0$ permet de vérifier facilement la condition $\Im(dG/dw) = 0$. La résolution du système différentiel en temps qui combine les conditions dynamique et cinématique de surface libre permet d'actualiser le potentiel des vitesses et par conséquent l'intensité des sources q_j . De la connaissance de F on déduit la pression en tout point du domaine fluide selon

$$\frac{p}{\rho} = -\Re \left(F_{,t} + \frac{1}{2}|F_{,z}|^2 - igz + \dot{U}z + c(t) \right) \quad (2)$$

où $c(t)$ est une fonction arbitraire du temps. La masse volumique du fluide ρ pourra être fixer à 1 dans les résultats.

Pour calculer la matrice Hessienne \mathbf{H} de la pression dans le fluide, on doit aller jusqu'aux dérivées troisièmes de F . Les formules sont disponibles dans [14]. On constate que les propriétés conjointes du gradient de pression et des vecteurs propres de \mathbf{H}

4. L'évaluation des dérivées de F via une formulation intégrale est plus compliquée car cela nécessite de calculer les intégrales des dérivées des fonctions de Green sur les panneaux de discrétisation de l'équation intégrale.

permettent de pister les endroits où les propriétés cinématiques et dynamiques du fluide sont les plus critiques, notamment dans les jets.

Le gradient de pression se déduit de l'équation d'Euler. La matrice $\mathbf{H}(x, y, t)$ est de rang 2 et symétrique, elle s'écrit

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} p_{,x^2} & p_{,xy} \\ p_{,xy} & p_{,y^2} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Ses coefficients sont calculés dans [2] et s'écrivent

$$p_{,x^2} = -f - \Re(A), \quad p_{,y^2} = -f + \Re(A), \quad p_{,xy} = \Im(A) \quad (4)$$

avec les notations

$$f = \rho (|F_{,z^2}|^2), \quad A = R + iI = \rho (F_{,z^3}\bar{F}_{,z} + F_{,z^2t}) \quad (5)$$

Les vecteurs propres normalisés de $\mathbf{H}(x, y, t)$ s'écrivent

$$\vec{v}_1 = \frac{1}{\sqrt{2|A|}} \begin{pmatrix} sg(I)\sqrt{|A| - R} \\ \sqrt{|A| + R} \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \frac{1}{\sqrt{2|A|}} \begin{pmatrix} sg(I)\sqrt{|A| + R} \\ -\sqrt{|A| - R} \end{pmatrix} \quad (6)$$

où $sg(I)$ désigne le signe de I . On s'intéresse ici à pister les endroits où le gradient de pression $\vec{\nabla}p$ est colinéaire au vecteur propre \vec{v}_1 . Ce vecteur propre est associé à la seule valeur propre λ_1 qui change de signe ; l'autre valeur propre λ_2 étant toujours négative. La colinéarité de $\vec{\nabla}p$ et \vec{v}_1 se produit quand la quantité suivante change de signe

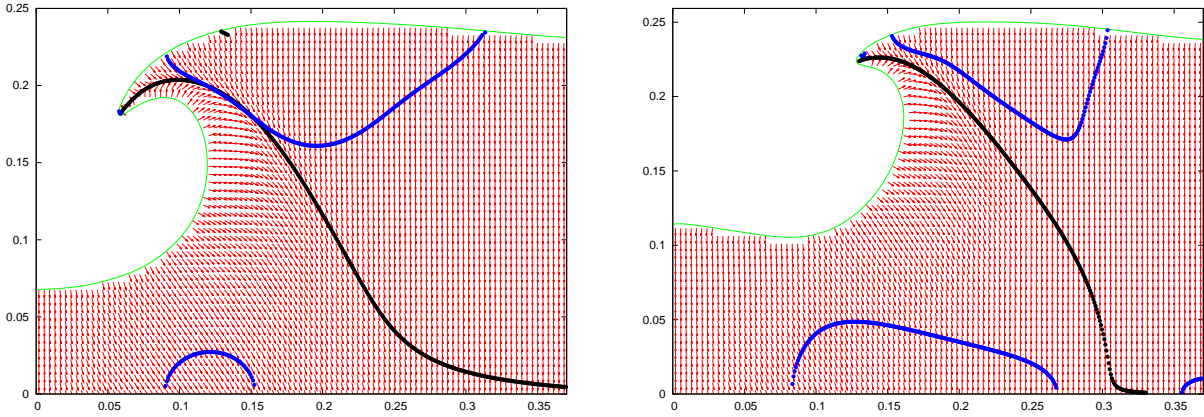
$$v = Ip_{,y} - (R + |A|)p_{,x} \quad (7)$$

Les zéros de v fournissent beaucoup d'information. Entre autre on détecte les zéros du gradient de pression et par conséquent les points selle ou les maxima locaux de la pression. Il est clair qu'un maximum local de pression près de la surface libre a pour conséquence d'entraîner une forte accélération du fluide à la surface libre. Il est aussi observé que l'apparition d'une zone où la courbure de Gauss (notée Ω , c'est le déterminant de \mathbf{H}) devient positive près de la surface libre est le signe annonciateur d'un jet critique.

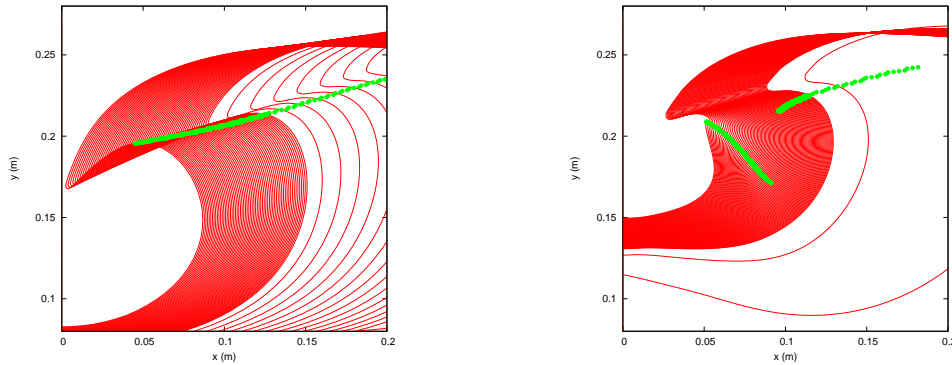
Dans la section qui suit, on reprend l'analyse qui a présidée aux expériences réalisées avec l'hexapode de l'Ifremer.

4 Discussion

A la base il a été observé que suivre les minima (et évidemment les zéros) du module du gradient de pression est riche d'information. Dans ce sens mais assez fortuitement, on montre que le calcul des zéros de v révèle l'existence d'une ligne d'un seul tenant (simple-ment connexe) qui relie –dans beaucoup de circonstances– un point du fond du réservoir à un point de la surface où l'élévation est maximum ; c'est donc une crête. Cette crête peut évidemment s'amplifier et se retourner. C'est le cas de simulations conduites sur la base d'un mouvement forcé horizontal du bassin rectangulaire. Les figures suivantes montrent le champ vectoriel du gradient de pression normalisé pour deux cas ne différant que par le niveau d'énergie injectée dans le fluide lors du le mouvement forcé. Les différences se manifestent principalement dans la forme du tube de la vague déferlante.

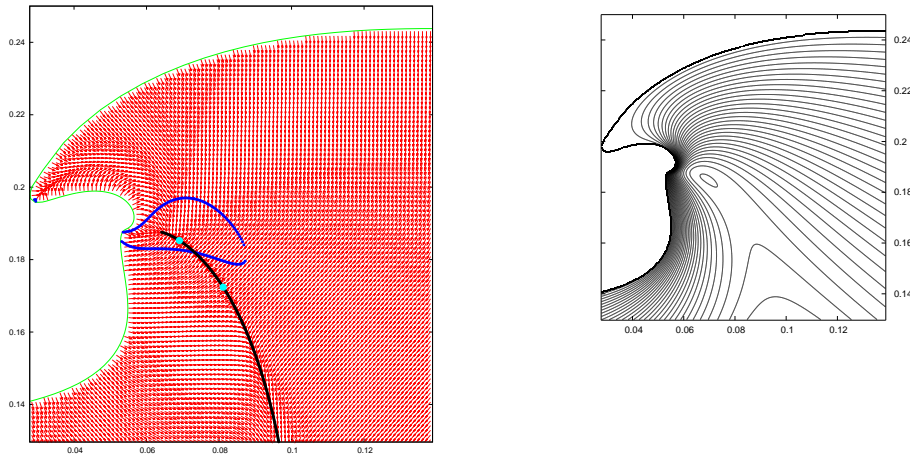


On y superpose la ligne $v = 0$ (points noirs) ainsi que les lignes $\Omega = 0$ (points bleus) délimitant les régions où la courbure de Gauss est positive. A ce stade de l'écoulement, les positions relatives de ces lignes sont assez peu différentes. Les différences se manifestent clairement plus tard, car dans un cas un jet critique va apparaître et dans l'autre pas. Cela est illustré sur la figure de gauche plus bas. Il s'agit des profils successifs de surface libre sur lesquels on a superposé les points (en vert) de la surface libre où la vitesse Lagrangienne est maximum.



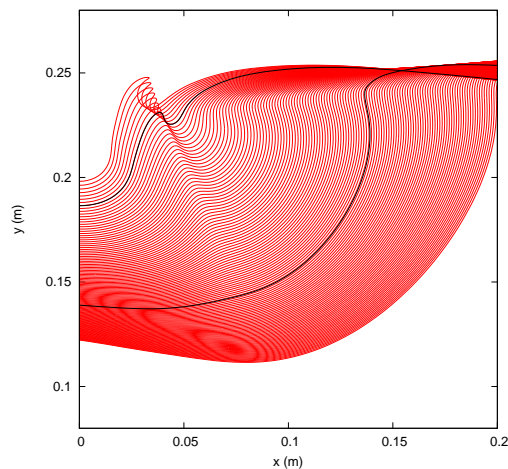
L'autre cas (figure gauche) ne révèle aucun jet. On note que, jusqu'à l'apparition du jet critique, ces maxima de vitesse restent localisés dans la partie supérieure du tube formé par la vague déferlante (là où la tangente est horizontale) en accord avec [12] et les résultats exposés dans [13].

On s'intéresse ici aux circonstances qui ont amené à la formation de ce jet critique. On observe effectivement une évolution temporelle rapide de la ligne $v = 0$. En particulier cette ligne se scinde en plusieurs parties. L'une d'elles reste attachée à la crête principale et ne nous intéresse peu. L'autre connecte un point du fond du réservoir et se termine dans la zone où le jet critique va apparaître. C'est celle-ci qui nous intéresse. On note que la pression attend ces maxima principalement au fond et c'est sa composante hydrostatique qui l'emporte car la cinématique du fluide au fond est très faible. La figure suivante (gauche) montre l'état du gradient de pression alors qu'un maximum de pression a été identifié. Dans le cas présent la pression adimensionnalisée par ρgh , décroît monotoniquement de 2.5 jusqu'à un palier à 1.5 entre les deux passages à zéro de son gradient.



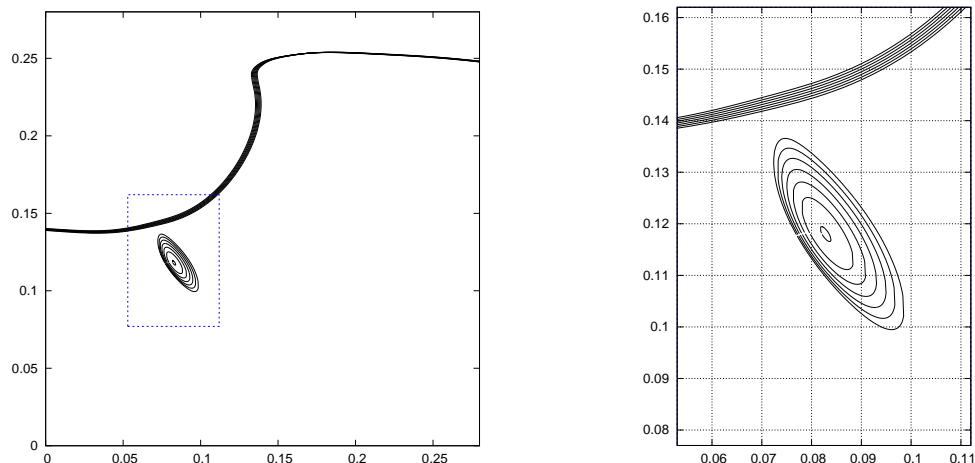
La figure de droite (au dessus) montre les isovaleurs de pression au même instant. La densité des lignes dans la partie intérieure du tube révèle un gradient de pression important et par conséquent une accélération lagrangienne également très importante, bien supérieure à la gravité en l'occurrence ici de l'ordre de 2000 fois la gravité. L'isovaleur dessinant un contour fermé indique un maximum local. Celui-ci (point bleu clair dans la figure de gauche) se situe sur la ligne $v = 0$ dessinée par les points noirs dans la zone où la courbure de Gauss est positive. Il existe un autre zéro du gradient de pression mais c'est un point selle car la courbure de Gauss est négative. La raison pour laquelle la ligne $v = 0$ ne rejoint pas la crête du jet en formation n'est pas claire.

On considère maintenant un nouveau jeu de données. Il s'agit essentiellement d'affecter d'un facteur multiplicatif l'intervalle en temps et/ou l'amplitude du mouvement forcé tracé plus haut. On peut aussi "jouer" sur le taux de remplissage du réservoir. L'analyse paramétrique permet ainsi de capter des phénomènes inhabituels notamment celui que l'on a cherché à reproduire expérimentalement (voir section 2). La figure suivante illustre ce type de phénomène.



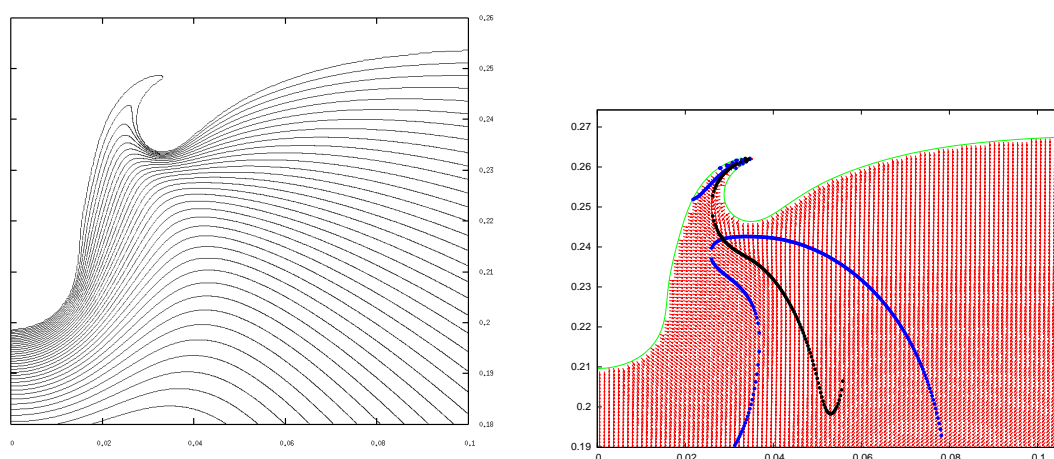
Comme dans la plupart des mouvements de surface libre générés durant le premier demi-cycle, on arrive à une vague déferlante standard. Le profil correspondant est surligné sur la figure plus haut. Une fois arrivé à ce stade, on observe ensuite une excroissance dans le creux du tube. Cette excroissance a suffisamment de place pour se développer et

finalement produire un jet qui prend la forme d'une houe. Finalement la surface libre au droit du mur gauche prend une forme parabolique typique, qui préside à l'apparition d'un "flip-through". La nature singulière de la dynamique du fluide dans le flip-through a été analysée dans [1]. Dans un premier temps, on s'attache à identifier les circonstances qui préside à l'apparition de l'excroissance. On constate ici qu'avant que des points d'inflexion n'apparaissent à la surface libre, une zone de courbure de Gauss positive est soudainement apparue dans un proche voisinage de la future excroissance. Cela est illustré sur les figures suivantes. La figure de droite est un zoom de la zone encadrée dans la figure de gauche.



A chaque contour de $\Omega > 0$ correspond un profil de surface libre. L'intervalle en temps entre chaque profil est de $0.2ms$. Cette région commence par un point unique et sa taille croît en temps jusqu'à toucher la surface libre. On sait alors que les points où Ω change de signe (devient positive) à la surface libre correspondent aussi aux points d'inflexion de la surface libre.

Lorsque la houe s'est bien développée on peut examiner la distribution de pression (figure de gauche plu bas) et de son gradient (figure de droite).



La densité des isovaleurs de pression s'accroît en 2 endroits. La concentration d'isovaleurs le long du mur vertical gauche annonce le flip-through. L'autre concentration sur le côté droit de la houe montre de façon intéressante que le jet critique s'infléchit toujours du côté où l'accélération lagrangienne est la plus forte. Ce dernier point mérite d'être démontré plus formellement. Sur la figure droite on constate que la ligne $v = 0$ (points

noirs) prend naissance dans le fluide et non plus au fond mais elle se prolonge jusqu'au bout du jet critique. Ces différents aspects demandent davantage d'analyse mais il est clair que la ligne $v = 0$ fournit ici encore des informations pertinentes sur le développement du jet jusqu'à son extrémité.

5 Conclusion

Même s'il est toujours possible de générer expérimentalement de fortes déformations de surface libre dans un réservoir, des perturbations malheureusement semblent aussi empêcher leur observation avec le maximum de contrôle. C'est le cas de jets critiques prédits numériquement mais qui n'ont pas pu être proprement reproduits expérimentalement. Au demeurant les difficultés semblent avoir été identifiées et une prochaine campagne expérimentale devrait être couronnée de plus de succès.

Numériquement par contre les perspectives sont plus vastes. Ainsi on peut prédire une large gamme de jets critiques par des variations paramétriques simples de caractéristiques de mouvement forcé horizontal d'une cuve rectangulaire. Mieux on peut commencer à expliquer les raisons de leur apparition. Pour décrire et commenter ceux qui illustrent ce papier, il faut introduire les caractéristiques géométriques de la pression en terme de gradient et courbure. Cela revient ici à rendre compte de l'évolution, spatio-temporelle d'une ligne dans le fluide où le gradient de pression est colinéaire à l'un des vecteurs propres de la matrice hessienne de la pression. Cette caractéristique de la pression mérite d'être étudiée pour d'autres écoulements à surface libre. Dans ce sens une analyse numérique est menée afin de revisiter les critères cinématiques et dynamiques de déferlement d'une vague.

Remerciements La campagne expérimental décrite dans cet article a été menée à l'Ifremer dans le cadre des projets "Politique de site". L'instrumentation (caméra, spots,...) a été fournie par le centre des moyens d'essais de l'ENSTA Bretagne.

Références

- [1] SCOLAN YM, ETIENNE S., 2020, Analyse du champ de pression dans des écoulements à surface libre fortement accélérés, *Proc. 17èmes Journées de l'Hydrodynamique*, Cherbourg.
- [2] LONGUET-HIGGINS, M.S. 1980, A Technique for Time-Dependent Free-Surface Flows. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, **371**, 441-451.
- [3] BROSSET, L., MRAVAK, Z., KAMINSKI, M. COLLINS, S. AND FINNIGAN, T., 2009, Overview of SLOSHEL project, *Proc. ISOPE, Osaka, Japan*
- [4] BOGAERT H., BROSSET L., KAMINSKI M., KOREN B., VAN DER MEER D., POELMA C., SANDERSE B., VELDMAN A., WESTERWEEL J. , 2018, SLING Research Programme : Exploring the Last Frontiers of Sloshing Physics, Oral presentation, *ISOPE, Sapporo, Japan*
- [5] KARIMI M.R., L. BROSSET, J.-M. GHIDAGLIA, M.L. KAMINSKI, 2016, Effect of ullage gas on sloshing, Part II : Local effects of gas-liquid density ratio. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, **57**, 82-100.

- [6] LOYSEL T., CHOLLET S., GERVAISE E., BROSSET L. & DE SEZE P.-E., 2012, Results of the First Sloshing Model Test Benchmark. *Proc. 22nd ISOPE conference, Rhodes, Greece*. Paper Number : ISOPE-I-12-370.
- [7] SCOLAN Y.-M., 2022, Analysis of the pressure field in a breaking wave. *37rd Proc. International Workshop on Water Waves and Floating Bodies*, April 2022, Giardini Naxos, Italy.
- [8] SCOLAN Y.-M. AND S. ETIENNE, 2018, Critical jets in a breaking wave (in french), *Proceedings of the 16th Journées de l'Hydrodynamique*, Marseille, France.
- [9] SCOLAN, Y.-M., 2010, Some aspects of the flip-through phenomenon : A numerical study based on the desingularized technique *J. Fluid Struc.*, **26**, Issue 6, 918-953.
- [10] TUCK E.O., 1998, Solution of Nonlinear Free-Surface Problems by Boundary and Desingularised Integral Equation Techniques, Invited Lecture, *Computational Techniques and Applications : CTAC'97 Eds J. Noye, M. Teubner, A. Gill, World Scientific, Singapore*, 11-26.
- [11] SCOLAN Y.-M. AND ETIENNE S., 2021, Properties of the pressure field in highly nonlinear free surface flows with critical jet. *J. Eng. Math.*, 128 :4.
- [12] YASUDA T., MUTSUDA H., MIZUTANI N. 1997, Kinematics of overturning solitary waves and their relations to breaker types *Coastal Engineering*, **29**, Issues 3-4, 317-346.
- [13] SCOLAN Y.-M. AND GUILCHER P.M., 2019, Wave Kinematics in a Two-Dimensional Plunging Breaker, *Water Waves*, <https://doi.org/10.1007/s42286-019-00013-w>
- [14] SCOLAN Y.-M., 2023, Some aspects of the pressure field preceding the onset of critical jets in a breaking wave. *To appear*.