OPTIMISATION D'UNE OPERATION

D'ELEVAGE D'HUITRES PLATES

J.M. GATES
B. GILLY

1986

DOCUMENT DE TRAVAIL DRV/86.12 - SDA

1. Le modèle de programmation linéaire

   A - La fonction linéaire

   B - Les variables de décision primales

   C - Variables duales et contraintes

   D - Structure de la matière

   E - Fonction Lagrangienne associée et conditions de Kuhn-tucker

2. Programme de génération de matrice pour MPSX

3. Evaluation des coûts de production dans un cas concret

Note : il s'agit d'un papier à caractère essentiellement technique

A - LA FONCTION OBJECTIF

On cherche à maximiser la fonction suivante (WEALTH=

$$WEALTH=CES(T)-CED(T)+ \quad Y1(s)* \quad N(s,k,t)+Y11*CES(T)+Y10+CED(T)$$

$$=(1+Y11)+CES(T)+(Y10-1)*CED(T)+ \quad Y1(s)* \quad N(s,k,t) + \text{Terminal Volume}$$

avec Y10 et Y11 représentant la valeur estimée de la productivité marginale de CED (T) et CES (T) dans les contraintes RCED(.) et RCES(.) pour la période postérieure à la dernière période d'activité. Ainsi, (1+Y11) et (-1+Y10) sont les valeurs marginales de productivité plus ou moins les valeurs finales de CES (T) et de CED (T).

La fonction "WEALTH" est donc la valeur nette finale mesurée par la trésorerie utilisable augmentée de la valeur des stocks d'animaux sur (calculée à leur valeur in situ) et diminuée du solde des dettes extérieures.

L'introduction dans la fonction d'objectif des prix apparents estimés Y10, Y11 et Y(1s) correspond à essayer de contourner le problème de la valeur finale. Il existe deux tactiques pour contourner ce problème :

1 - la première consiste à établir une fonction de valeur finale;

2 - la deuxième consiste à augmenter l'horizon de temps de telle sorte que le vecteur de solutions pour les premières périodes ne soit pas affecté par le comportement final qui tend à la disparition de la production si la valeur terminal des biens est nulle.

Les deux tactiques peuvent être utilisées avec des fonctions de la valeur finale, en réduisant T au minimum requis pour supprimer les effets du comportement final.

Les difficultés liées au problème de la valeur finale des fonctions sont doubles :

1 - difficulté pour obtenir des estimations des prix apparents Y10, Y11 et Y(1s). Une possibilité est d'utiliser les prix apparents à partir de périodes intermédiaires (correctement actualisés ou escomptés) dans une procédure itérative. Une autre possibilité est de les estimer par déduction : (ce qui n'est pas toujours possible) ;

2 - la seconde difficulté est liée aux possibilités de substitution techniques sur la frontière des possibilités techniques (simplex).

Les variables de décision primales sont :

P1	. S (t) ; t = 1,T	: nombre d'hectares de ensemencés l'annéet
P2	. N(s,k,t) ; s = 1,S k = 1,K	: nombre d'hectares cultivés en classe d'âge s avec la technologie k pendant l'année t
P3	. H (s,t)	: nombre d'hectares d'animaux d'âge s récoltés pendant l'année t
P4	. SL (s,t)	: vente de classe d'âge s pour l'année t (KF)
P5	. SALES (t)	: ventes cumulées pour l'année t, en kilofrancs
P6	. AREA	: offre de surface cultivable
P7	. CL (l,t) ; l = 1,L	: quantité de l'input l acheté pendant l'année t
P8	. COST (t)	: coûts cumulés pour l'année t, en kilofrancs
P9	. PNET (t)	: revenu net positif pour l'année t
P10	. MNET (t)	: revenu net négatif pour l'année t (pertes)
P11	. STBO (r,t) ; r = 1,2	: emprunt à court terme (en kilofrancs) pour l'année t. Si r=1, il s'agit de financement interne, au taux i (1) ; si r =2, il s'agit d'emprunts extérieurs au taux i (2) (KF)
P12	. SAV (r,t) ; r = 1,2	: épargne de l'année t, soit pour financement interne, soit pour prêt extérieur (KF)
P13	. CED (t)	: dette extérieure courante pour l'année t
P14	. CES (t)	: épargne courante disponible au coût d'opportunité : (1).(KF)
P15	. LOSS (t)	: pertes maximum cumulées (KF)
P16	. BCAP (t)	: capacité d'emprunt (KF)

Les variables duales

D1	Y1 (s,t)	associée à la constante	RFS (s,t) stocks d'animaux
D2	Y2 (s,t)		RFI (s,t) stock inputs
D3	Y3 (t)		RCAP (t) niveau d'activité de l'entreprise
D4	Y4 (l,t)		RCULT (l,t) achats d'inputs
D5	Y5 (t)		RWKAP (t) capital immobilisé
D6	Y6 (t)		RCOST (t) coûts
D7	Y7 (t)		RREV (t) revenus
D8	Y8 (t)		RNI (t) revenu net
D9	Y9 (t)		RSAV (t) épargne
D10	Y10 (t)		RCED (t) dette extérieure
D11	Y11 (t)		RCID (t) épargne disponible
D12	Y12 (t)		RELRP (t) remboursement des emprunts
D13	Y13 (t)		RMIN (t) revenu personnel minimum
D14	Y14 (t)		RSECURE (t) contrainte de risque
D15	Y15 (t)		RLOST (t) pertes admissibles
D16	Y16 (t)		RBC (t) capacité d'emprunt
D17	Y17 (t)		

La maximisation de la fonction d'objectif est sujette aux contraintes suivantes (C.1 - C.17)

1 - <u>Contrainte de transferts du stock d'animaux (RFS (s,t) k = 1</u>:

Cette première série de contraintes exprime que le nombre d'hectares d'animaux d'âge s pendant l'année t ne peut pas être supérieur au nombre d'hectares d'animaux d'âge s-1 pendant l'année t-1, diminué du nombre d'hectares d'animaux d'âge s récolté pendant l'année t.

* RFS (s,t) = N(s-1,k,t-1) - N(s,k,t) - H(s,t) > 0
pour t = 2,T s = 2,S

Aux limites inférieures des indices, la contrainte prend la forme

* RFS (1,t) = S (t) - N(1,k,t) > 0 pour t = 1,T en supposant que les animaux de la classe d'âge 1 ne sont pas récoltés

* RFS (s,o) - N(s,k,o) + BN(s) 0 pour s = 2,S. Cette dernière contrainte exprime les conditions initiales de l'activité, à travers les coefficients de BN (s).

S'il s'agit d'une entreprise créée ex-nihilo, le vecteur BN(s) est un vecteur nul. En revanche, lorsque l'entreprise est déjà en activité, BN (s) reflète la situation de départ. En particulier, si on a déjà fait fonctionner le modèle, BN(s) est la résultante des valeurs de décisions optimales pour toutes les périodes n<T, N(s-1,k,n). Dans un modèle discontinu, comme celui qui est réalisé,on obtient des valeurs pour t =to+1, to+2,...to+T, lorsque le modèle commence à to. On peut soumettre à nouveau le modèle à to + 1, en utilisant alors N(s-1,k,1) comme conditions initiales de stocks d'animaux. Ceci permet d'obtenir une trajectoire optimale pour t = to+1, to+2, to+3... to+T+1. Par on peut adapter la trajectoire optimale à partir des décisions antérieures et des dernières informations connues sur les coûts et prix.

2 - <u>Contraintes de stocks de produits (RFI(s,t)</u>

Cette contrainte exprime le niveau relatif du revenu par hectare récolté. Pour chaque classe d'âge, le revenu brut des ventes par hectare ne peut pas excéder la quantité récoltée sur un hectare, multipliée par la valeur à l'hectare d'animaux d'âge s.

- RFS(s,t) = - SL(s,t) + yield(s,t) * H(s,t) > 0 pour s = 2,S
t = 1,T

où yield(s,t) est le revenu en kilofrancs par hectare des animaux de classe d'âge s qui ont été récolté. Dans la mesure où l'on trouve, au sein d'une même classe d'âge, différentes catégories commerciales de prix différents, le revenu par hectare [yield(s,t)] est pondéré par la distribution des catégories commerciales et de leur prix au sein de chaque classe d'âge. On admettra en outre que la classe d'âge s = 1 ne fait l'objet d'aucune vente.

3 - Activité de l'entreprise (RCAP (t)

Il s'agit ici de dimensionner les capacités d'activité de l'entreprise. La contrainte exprime que l'entreprise ne peut utiliser une surface supérieure à la surface dont elle dispose au travers de la concession sur le Domaine Public Maritime;

$$- RCAP(t) = - \quad N(s,k,t) + AREA > 0 \quad \text{pour } t = 1,T$$

AREA est une variable unique admettant une limite supérieure (BAREA). La valeur initiale de AREA détermine l'échelle d'activité maximale de l'entreprise, celle-ci n'étant pas obligée d'utiliser toute la surface exploitable. En fixant la limite supérieure à 100 (BAREA = 100), on facilite les interprétations en termes de pourcentage. Il convient de souligner l'importance du choix de niveau de cette contrainte puisque, dans l'hypothèse où il est possible de maximiser la fonction objectif jusqu'à la limite supérieure, celle-ci devient fortement contraignante.

4 - Contraintes d'achat de facteurs [RCULT(l,t)]

Ces équations vont permettre de calculer explicitement l'offre et la demande pour les facteurs intéressants. Par exemple, on peut désirer s'intéresser à la prise en compte explicite de l'offre-demande de main-d'oeuvre saisonnière. Dans le cas de facteurs internes à l'entreprise, comme la main d'oeuvre familiale ou le patrimoine mobilisable, le coût d'opportunité apparaîtra comme un coût dans les équations de coûts et comme un revenu dans les équations de revenu minimum.

$$-RCULT(l,t) = -a1(l)*S(t) - \quad a2(l,s,k)*N(s,k,t) - \quad a3(l,s)*SL(s,t)$$

$$- \quad a8(l,s)*H(s,t) - a9(l)*FC - a10(l)*AREA + CL(l,t) > 0$$

$$\text{pour } l = 1,L \text{ et } t = 1,T$$

Les coefficients a1(l), a2(l,s,k), a3(l,s), a8(l,s), a9(l) et a10 unité de demande du lième facteur (consommation intermédiaire ou ressource) associé à chaque variable. Ils sont nécessairement positifs ou nuls. Ces demandes doivent être satisfaites en une unité du vecteur d'offre (ou d'achat) CL(l,t), dont l'unité de coût est a (l,t) [voir contrainte RCOST(t)]. Si lelième input est utilisé à partir d'une source interne (épargne familiale, main-d'oeuvre familiale), le coût a7(l,t) apparaît également dans la contrainte de besoin minimum RMIN(t).

Certains inputs peuvent être partiellement ou totalement indivisibles et ainsi difficilement attribuable à un hectare d'une certaine classe d'âge. Ainsi, le travail permanent (en opposition à la main d'oeuvre saisonnière) est rémunéré sous forme de salaire fixe incrémenté ou non d'une commission sur les ventes.

La partie fixe de cette rémunération peut être inclue dans le coefficient a9(l) qui relie le vecteur des coûts fixes (FC) avec l'input l. La partie variable, dépendant des ventes, peut elle,être inclue dans le coefficient a3(l,s). Une autre façon

d'intégrer le travail permanent est de le relier au niveau d'activité de l'entreprise, par l'intermédiaire du coefficient 10(l) : dans ce cas, le besoin en travail permanent va dépendre du nombre d'hectares loués mais pas du nombre d'hectares de chaque classe d'âge s. Le vecteur FC, borné, est fixé à une unité de telle manière que les coefficients a9(l) représentent la demande globale fixe de l'input l. La variable CL(l,t) -quantité d'input l acheté l'année t- doit être bornée. Par exemple, la main-d'oeuvre familiale disponible admet une limite supérieure précise. Lorsque ces limites supérieures sont finies, leurs valeurs seront appelées BCL(l,t).

Les coûts qui ne sont pas directement liés à l'utilisation de certains inputs sont pris en compte dans les coefficients de coûts s(t), n(s,k,t), h(s,t), a6 et a7(l,t) dans la contrainte suivante. Cette différence de traitement entre les différents inputs est faite car seuls les inputs présentant un intérêt intrinsèque ou pour des analyses de sensibilité doivent être explicités dans la contrainte RCULT(l,t) et les vecteurs CL(l,t). Les autres coûts unitaires, qui peuvent être associés aux différentes activités mais pour lesquels il n'y a aucun intérêt à déterminer la composition, peuvent être spécifiés séparément.

5 - Coûts de production [RCOST(t)]

Il s'agit d'une contrainte nécessaire au transfert du cumul des coûts de production dans la variable COST(t) pour chaque période t. On utilise donc comme coût unitaire les coefficients

- s(t) pour le coût unitaire d'ensemencement
- n(s,k) pour le coût unitaire de culture, autre que ceux mentionnés dans la contrainte précédente
- h(s,t) pour le coût unitaire de récolte
- a6 pour le coût unitaire de location de la concession
- a7(l) pour le coût unitaire des inputs non spécifiés
- a11 pour le coût unitaire lié à la vente des animaux
- i(1) et i (2) étant les taux d'intérêt respectivement de l'épargne propre mobilisée et des emprunts extérieurs

$$-RCOST(t)=-s(t)*S(t)- \quad n(s,k)*N(s,k,t)- \quad h(s,t)*H(s,t)-a6*AREA$$

$$-a7(l)*CL(l,t)-fc*FC-a11*SALES(t)-i(1)*CES(t)-i(2)CED(T$$

$$+ COST(t) > 0 \quad \text{pour } t = 1,T$$

6 - <u>Besoin en capital courant [RWKAP(t)]</u>

Les besoins en capital courant (sur une base annuelle) doivent être couverts par des crédits à court terme (moins de 5 ans, par exemple crédits de campagne). Ces emprunts peuvent être issus soit de sources internes (épargne)soit de sources externes (système bancaire). Les deux sources diffèrent par les taux d'intérêt requis, les calendriers de paiement (les ponctions sur l'épargne ne doivent pas être payées à date fixe) et leurs effets sur le niveau minimum de revenu. Les emprunts à des sources externes entraînent une augmentation des besoins futurs (contrainte 13) due aux nécessités de remboursement.

Le taux d'intérêt sur les emprunts à des sources internes apparaît comme un coût d'opportunité lorsque l'on mobilise l'épargne (contrainte 5) et comme un revenu lorsqu'elle apparaît en épargne (contrainte 13).

$$- RWKAP(t) = - COST(t) + \underset{r = 1}{\qquad} STBO(r,t) \quad \text{pour } t = 1,T$$

7 - <u>Equations de revenu brut [RREV(t)]</u>

Cette contrainte permet le transfert des cumuls des ventes par classes d'âge dans la variable de revenu brut global chaque année. Le revenu à la période t est constitué des ventes à la période t-1

$$* - RREV(t) = \quad SL(s,t-1) - SALES(t) > 0 \quad \text{pour } t = 2,T$$

* pour la période (t = 1), on fait l'hypothèse qu'il n'y a pas de vente.

8 - <u>Revenu net [RNI(t)]</u>

Il s'agit là d'une contrainte de comptabilité permettant d'égaliser les coûts et les revenus. On crée deux nouvelles variables, PNET(t) et MNET(t)

$$- RNI(t) = - COST(t) + SALES(t-1) - PNET(t) + MNET(t) = 0$$

$$\text{pour } t = 1,T$$

Un revenu net positif pour l'année t doit être diminué par PNET(t) et un revenu net négatif augmenté de MNET(t) [PNET(t) et MNET(t) > 0]

9 - <u>Epargne courante [RSAV(t)]</u>

Cette contrainte vise à préciser le montant maximum à épargner pour des remboursements ultérieurs d'emprunts contractés à l'extérieur (ou pour une mobilisation de cette épargne). L'épargne ne peut excéder le revenu net disponible pondéré par la propension marginale à épargner.

- RSAV(t) = mps * [PNET(t) - SAV(2,T)] - SAV(1,t) > 0

où mps est la propension marginale à épargner à partir du revenu net disponible, si celui-ci est positif.

10 - Dette extérieure courante [RCED(t)]

-RCED(t)=[1+i(2)]*CED(t-1)+STBO(2,t)-SAV(2,t)-CED(t)>0
<0

pour t=1,T

Cette contrainte exprime que la dette extérieure courante de l'année t ne peut excéder la dette de l'année t-1 actualisée, augmentée des emprunts à court terme à l'extérieur l'année t et diminuée de l'épargne destinée aux charges de remboursement externes. La dette extérieure est bornée par la valeur FUND 2 pour t = 0 à T. Ceci implique que à t = 0, la capacité maximale d'emprunt ne peut excéder FUND 2.

11 - Capital interne disponible [RCID(t)]

Il s'agit du capital interne non emprunté. Cette contrainte fonctionne de façon symétrique à la précédente, i(1) remplaçant i(2).

- RCID(t)=[1+i(1)]*CES(t-1) + SAV(1,t) - STBO(1,t) - CES(t) > 0

pour t=1,T

Par hypothèse, l'épargne totale annuelle admet une limite inférieure, FUND 1.

12 - Charges de remboursement de la dette [RELRP(t)]

Cette contrainte exprime que le niveau de l'épargne par le paiement des dettes contractées à l'extérieur [SAV(2,t)] doit être au moins aussi important que les obligations de remboursement lors des décisions dans les périodes précédentes.

G<t<D
- RELRP(t) = eaf[i(2),D] * STBO(2,t-d) + SAV(2,t) > 0

pour t=1,T

où eaf[i(2),D] est le coefficient annuel d'amortissement pour une unité empruntée au taux i(2) pour une durée D. Par ailleurs, on admet que STBO(2,t-d) est borné par BBO(d), c'est-à-dire que, à t=0, il existe des obligations de remboursement résultantes de décisions d'emprunt extérieures au démarrage de l'activité.

Si le taux de rendement interne des capitaux endogènes était supérieur à i(2) et si le marché des capitaux était parfait, il n'y aurait pas lieu à remboursement. Ce n'est évidemment pas le cas dans l'environnement économique réel. En conséquence, le taux de croissance de l'entreprise peut être limité par le niveau des taux d'intérêt sur l'épargne.

13 - <u>Besoin minimum [RMIN(t)]</u>

$$-RMIN(t) = \sum_{j=0}^{J>0} PNET(t-j) - \sum_{j=0}^{j>0} MNET(t-j) + \sum_{l=1}^{2} STBO(l,t) - \sum_{l=1}^{2} SAV(l,t)$$

$$+ FC * \quad a9(x) + i(1) * CES(t-1) > 0 \quad \text{pour } t=1,T$$

Cette contrainte traduit le niveau minimum de consommation monétaire pour chaque année. La somme des revenus nets positifs ou négatifs pour j = 0 à J > 0 permet d'obtenir un "revenu permanent moyen" lié aux besoins minimum.

L'ensemble contient tous les inputs achetés et entrent dans la composition du coût fixe, c'est-à-dire représentant des revenus disponibles pour la consommation de ces facteurs. peut être vide (=) mais on peut au moins supposer qu'il contient le coût d'opportunité du travail familial.

14 - <u>Contrainte d'appréciation de l'incertitude et du risque [RSECURE(t)]</u>

$$-RSECURE(s,k,t) = -P(s,k) * N(s,k,t) + kappa * loss(t) > 0$$

pour t=1,T

où P(s,k) est le coefficient de perte critique (cf. BOUSSARD, 1936) et kappa un coefficient arbitraire d'aversion du risque, éventuellement estimé à partir de l'inégalité de Tchebicher; Loss est la perte maximale admissible.

15 - <u>Perte maximale admissible [RLOSS(t)</u>

$$-RLOSS(t) = -LOSS(t) + BC(t) - FUND\ 2 > 0 \quad \text{pour } t=1,T$$

Cette contrainte exprime que la perte maximale admissible ne peut excéder la capacité d'emprunt (définie au 16 ci-dessous) diminuée d'une réserve financière positive, FUND 2.

16 - <u>Capacité d'emprunt [RBCAP(t)]</u>

$$-RBCAP(t) = - BCAP(t) + er * [CES(t) + MV * FC] > 0 \quad \text{pour } t=1,T$$

La capacité d'emprunt ne peut excéder la masse d'épargne extérieure actualisée (coefficient d'actualisation er < 1). Au démarrage, BC est une valeur fixe.

17 - <u>Offre de capital extérieur [RERAT(t)]</u>

$$-RERAT(t) = -CED(t) + BC(t) > 0$$

Les approches traditionnelles et non traditionnelles de la prise en compte du risque

Un grand nombre de travaux relatifs à la prise de décision en agriculture en univers incertain partent de l'hypothèse, implicite ou explicite que le décideur est caractérisé par une constante, son coefficient d'aversion du risque, supposé traduire son comportement face à ces évènements dont la réalisation est aléatoire mais dont la loi de réalisation (probabilités d'occurences) n'est pas directement quantifiable.

Dans la réalité, on peut supposer que cette idée n'est pas exacte dans la mesure où l'attitude vis-à-vis du risque dépendra dans une large mesure de la situation financière de chaque entrepeneur et aussi de sa "réserve de crédit" (épargne propre, immobilisations, capacités d'emprunts).

L'aquaculture (tradionnelle ou moderne) obéit à des comportements de même nature que ceux observés en agriculture, de par la nature des phénomènes mis en jeu : incertitudes liées aux conditions de production et à la maîtrise du milieu, perception du risque probablement différente de celle des entrepreneurs présentée dans le néo-classique. Les premières tentatives d'étude du risque en agriculture partaient du principe que ce dernier pouvait être quand même valable, au prix de quelques modifications mineures. En particulier Johnson et al. (1961), Schultz (1964) ou Wharton (1969) sont partis du principe que le rejet des innovations "risquées" était parfaitement rationnel du point de vue néo-classique. Des modèles de prise de décision avec et sans prise en compte du risque ont été développés par exemple par Boussard et Petit (1966), Hazel (1971), Mc Innerney (1969) et ils ont montré que la valeur explicative des modèles intégrant le risque était très longuement supérieure (Boussard, 1967).

La définition la plus générale -qui n'est pas nécessairement la meilleure- de l'aversion par rapport au risque est celle qui dérive du modèle de Markowitz : z étant un évènement aléatoire d'espérance z et de variance , le décideur cherche à maximiser sous un certain nombre de contraintes, l'expression :

F = Z - A z où A est le coefficient d'aversion du risque.

En effet, sur le diagramme espérance-variance classique, A est la pente de la tangente à la courbe (heureusement convexe) qui délimite la région des combinaisons possibles espérance-variance, au point optimum. Si A croît (ou décroît) la nouvelle solution a une espérance z et une variance plus grande (ou plus petite).

Il y a plusieurs justifications à cette approche. La première, c'est qu'il est facile et simple de mesurer le risque par l'amplitude de la variance du revenu, et que la fonction d'utilité la plus logique est celle construite comme combinaison linéaire du risque et de l'espérance du revenu.