

Découvrez les publications récentes de l'Ifremer dans le [catalogue en ligne](#) du service des éditions.  
Découvrez également un ensemble de documents accessibles gratuitement dans [Archimer](#)

# Aspects récents de l'acoustique sous-marine russe

Mikhaïl Galaktionov



---

**Sur la couverture :**

*Plat 1 : Modélisation du champ acoustique (400 Hz) dans les conditions "chenal double", la source est dans le chenal supérieur.*

*dos plat : Modélisation du champ acoustique (400 Hz) dans les conditions "chenal descendant" avec un fond variable, la source est à 400 m de profondeur, immersion maximale du fond 3.35 km, distance de calcul 250 km.*

**ÉDITIONS DE L'IFREMER**

**IFREMER - Centre de Brest**  
B.P. 70 - 29280 PLOUZANÉ  
Tél. 98 22 40 13 - Fax : 98 22 45 86

ISBN : 2-905434-53-8

---

*Cet ouvrage*

## **ASPECTS RÉCENTS DE L'ACOUSTIQUE SOUS-MARINE RUSSE**

*a été réalisé par*

Mikhaïl GALAKTIONOV

à l'IFREMER

*Direction de l'ingénierie  
de la technologie et de l'informatique*

*avec la participation et l'appui*

### **des Institutions**

MINISTÈRE DES AFFAIRES ÉTRANGÈRES (FRANCE)

SOCIÉTÉ FRANÇAISE D'ACOUSTIQUE

CENTRE D'OCÉANOGRAPHIE DE LA MARINE, BREST (FRANCE)

INSTITUT D'ACOUSTIQUE ANDREEV (MOSCOU)

INSTITUT DE PHYSIQUE APPLIQUÉE (NIJNII NOVGOROD)

INSTITUT D'OCÉANOLOGIE SCHIRSCHOV (MOSCOU)

INSTITUT DE PHYSIQUE GÉNÉRALE YOFFE (MOSCOU)

INSTITUT D'OCÉANOLOGIE DU PACIFIQUE (VLADIVOSTOK)

UNIVERSITÉ D'ÉTAT DE NIJNII NOVGOROD

UNIVERSITÉ D'ÉTAT DE SAINT-PETERSBOURG

### **et des Personnalités**

#### **France**

P. JUHEL

B. de LAGARDE

X. LURTON

F. MARAZANOF

R. PERSON

R. PIBOUBÈS

M. ZAKHARIA

#### **Russie**

I.B. ANDREEVA

V.V. BORODIN

L.M. BREKHOVSKIKH

N.A. DUBROVSKII

## AVANT-PROPOS

Durant son séjour au Laboratoire d'acoustique sous-marine de l'IFREMER, dans le cadre d'une convention avec le ministère des Affaires Etrangères, Mikhaïl GALAKTIONOV, chercheur d'origine russe de l'Institut d'acoustique Andreev (IA) de Moscou, a sélectionné et traduit plusieurs travaux de ses collègues russes dont la majeure partie est encore inédite en Occident.

Cette documentation présente un grand intérêt pour les acousticiens français qui pourront ainsi avoir une idée précise sur l'état de la recherche dans les principaux centres russes. Parmi ceux-ci, outre l'institut où travaille M.GALAKTIONOV, il faut mentionner l'Institut de physique appliquée (IPA) de Nijniy Novgorod, l'Institut d'océanologie Shirschov (IO) de Moscou, l'Institut de physique générale Yoffe (IPG) de Moscou et l'Institut d'océanologie du Pacifique de Vladivostok (IOP). Malgré les problèmes actuels, ces centres de recherche possèdent encore un potentiel important de théoriciens travaillant dans des domaines qui font aujourd'hui l'objet de recherches en France.

L'acoustique sous-marine, qui a déjà tant apporté à l'océanographie, est de plus en plus sollicitée pour parfaire la connaissance de l'océan à partir des phénomènes de propagation, en particulier pour comprendre le mécanisme des mouvements des masses d'eau, décrire les interfaces eau-sédiments ou évaluer la biomasse.

Pour aborder ces problèmes de propagation dans les milieux liquides, solides ou vivants, tous caractérisés par une grande variabilité, il est indispensable de disposer d'outils mathématiques et informatiques bien adaptés. Le but de cette ouvrage, proposé par M.GALAKTIONOV, et dont la rédaction est faite par le président de la Société russe d'acoustique, directeur de l'Institut d'acoustique Andreev, le professeur N.A.DOUBROVSKIY et par le chef du Département de modélisation mathématique des systèmes hydroacoustiques de cet institut, le Dr V.V.BORODIN, consiste à faire mieux connaître à la communauté scientifique-universitaire et industrielle francophone les derniers acquis des chercheurs russes dans ce domaine.

L'ouvrage comporte deux parties:

- des communications *in extenso* qui portent sur des problèmes théoriques d'actualité;
- des résumés qui décrivent l'essentiel des communications faites à la dernière conférence de la Société russe d'acoustique, en mai 1993, consacrée à la contribution de l'acoustique à la surveillance de l'environnement.

La publication de l'ouvrage en français surprendra nos acousticiens habitués aux périodiques anglo-saxons, tel le "J.A.S.A.", mais M.GALAKTIONOV, ardent défenseur et grand admirateur de notre langue, a préféré s'adresser directement à ses collègues francophones, lesquels représentent, il est vrai, une communauté déjà importante puisqu'elle regroupe au sein de la Société française des acousticiens, des chercheurs d'origine aussi diverse que le CNRS, la Défense, l'IFREMER, l'Industrie et l'Université.

---

Cet ouvrage devrait ainsi faciliter les coopérations entre laboratoires et l'établissement de liens entre chercheurs français et russes. Ces derniers sont confrontés aujourd'hui aux pires difficultés, aussi certains d'entre eux abandonnent-ils leurs recherches. Pour ceux qui ont choisi de persévérer, cet ouvrage est un encouragement et, nous l'espérons, une ouverture sur le monde extérieur.

*Pierre JUHEL*

LISTE ET SIGLES DES INSTITUTIONS  
PRÉSENTÉES DANS L'OUVRAGE

<i>IA</i>	=	<i>Institut d'acoustique Andreev,</i>	Moscou
<i>IPA</i>	=	<i>Institut de physique appliquée,</i>	Nijni Novgorod
<i>IPG</i>	=	<i>Institut de physique générale Yoffe,</i>	Moscou
<i>IO</i>	=	<i>Institut d'océanologie Schirschov,</i>	Moscou
<i>IOP</i>	=	<i>Institut d'océanologie du Pacifique,</i>	Vladivostok
<i>USP</i>	=	<i>Université de Saint-Petersbourg</i>	Saint-Petersbourg
<i>UNN</i>	=	<i>Université de Nijni Novgorod</i>	Nijni Novgorod

# ASPECTS RÉCENTS DE L'ACOUSTIQUE SOUS-MARINE RUSSE

## TABLE DES MATIÈRES

Préface des rédacteurs  
Préface du traducteur

### PREMIÈRE PARTIE

#### *MÉTHODES THÉORIQUES DE L'ACOUSTIQUE SOUS-MARINE*

##### *PROPAGATION*

<b>Aviloff C.V. - IA</b> Factorisation additive + approximations de Padé = modélisation efficace de la propagation acoustique sous-marine	19
<b>Buslaev V.S., Fedotov A.A. - USP</b> Influence des irrégularités de profil de célérité sur la propagation dans un guide d'ondes réfractant	38
<b>Virovlanskii A.L., Kosterin A.G. - IPA</b> Description des fluctuations des modes dans un chenal sous-marin aléatoirement inhomogène	52

##### *DIFFUSION*

<b>Galaktionov M.Iu., Kopyl E.A. - IA</b> Modélisation du spectre angulaire et fréquentiel du son diffusé par la surface agitée de l'océan	64
--	----

##### *EFFETS NON LINÉAIRES*

<b>Naugolnykh C.A., Rybak S.A. - IA</b> Possibilités d'investigation d'un milieu basées sur les effets d'interaction d'ondes acoustiques	87
--	----

##### *TOMOGRAPHIE ACOUSTIQUE*

<b>Netchaev A.G. - IPA</b> Tomographie acoustique de l'océan	95
<b>Borodin V.V., Galaktionov M.Iu., Minasian G.R. - IA</b> Approche statistique généralisée de la tomographie acoustique de l'océan	109

##### *DÉTECTION ET LOCALISATION*

<b>Borodin V.V. - IA</b> Solution des problèmes inverses pour une source acoustique dans l'océan	133
---	-----

##### *ACOUSTIQUE DE LA PÊCHE*

<b>Andreeva I.B., Galaktionov M.Iu. - IA</b> Modèles de diffusion du son par les organismes marins	144
---	-----

---

SECONDE PARTIE

*SURVEILLANCE ACOUSTIQUE DE L'OCÉAN  
ET SOLUTION DES PROBLÈMES INVERSES*

MÉTHODES DE SURVEILLANCE ACOUSTIQUE DE L'OCÉAN

1. Burenkov S.V., Dubrovskii N.A., Furduev A.V., Sabinin C.D. - IA  
Surveillance acoustique des mers 165
2. Voronovitch A.G., Gontcharov V.V. - IO  
Tomographie acoustique de l'océan à l'aide des signaux monochromatiques 169
3. Lysanov Iu.P., Sazonov I.A. - IA  
Diagnostic acoustique des inhomogénéités de petite échelle dans l'océan 171
4. Furduev A.V. - IA  
Diagnostic d'une région marine à partir du champ de bruit ambiant 173
5. Netchaev A.G., Fokin V.N., Fokina M.S. - IPA  
Reconstitution des caractéristiques des inhomogénéités océaniques  
à partir de la structure temporelle du signal acoustique 176
6. Orlov E.F., Scharonov G.A. - IO  
Interférométrie acoustique dans l'océan 178
7. Khilko A.I., Schirokov V.N., Turtchin V.I. - IPA  
Mesure des caractéristiques d'élasticité et de l'épaisseur  
de la glace le long d'un trajet acoustique 179
8. Juravlev V.A., Kozelskii A.R.,  
Kobozev I.K., Kravtsov Iu.A., Migulin A.A. - IPG  
Tomographie dans les conditions "petits fonds" à l'aide des dislocations 181
9. Gurbatov S.N., Pavlov I.V. - UNN  
Influence des bulles d'air dans la couche superficielle  
sur l'amortissement des signaux acoustiques 183
10. Borodina E.L., Gorskii S.M., Khilko A.I. - IPA  
Surveillance acoustique des inhomogénéités par des antennes pourvues  
de peu d'éléments, avec application de la méthode du champ sombre 184
11. Virovlianskii A.L. - IPA  
Sur l'application de la méthode de tomographie acoustique  
pour la surveillance de la température moyenne de l'océan 186
12. Gostev V.S., Nosova L.N., Schwatchko R.F. - IA  
Le champ acoustique dans les zones d'ombre géométrique comme source  
d'information sur la structure fine de la stratification dans l'océan 187
13. Ivakin A.N. - IA  
Réverbération dans un guide d'ondes 2D aléatoirement hétérogène  
lors d'un sondage impulsif 188

14. Gorskaya N.V., Gorskii S.M., Khilko A.I., Schirokov V.N. - IPA  
Surveillance acoustique multidirectionnelle  
des inhomogénéités localisées dans un guide d'ondes 190

#### ESTIMATION DES PARAMÈTRES DES SIGNAUX ACOUSTIQUES

15. Kozelskii A.R., Migulin A.A., Petnikov V.G., Schmelev A.Iu. - IPG  
Problème de la sélection temporelle des modes et des rayons  
lors d'un sondage du guide d'ondes océanique par des signaux  
acoustiques large bande dans les conditions "petits fonds" 193
16. Kozelskii A.R., Mazanikov A.A.,  
Migulin A.A., Petnikov V.G., Schmelev A.Iu. - IPG  
Etude expérimentale des retards dans les conditions "petits fonds" 195
17. Kudriaschov V.M., Semionov V.P. - IA  
Influence de la propagation multirayons  
sur la corrélation temps-échelle des signaux acoustiques 197
18. Kazarova A.Iu., Netchaev A.G. - IPA  
Evaluation de la différence des phases  
des modes du guide d'ondes océanique  
à partir de la structure interférentielle du champ acoustique 199
19. Belov A.I., Komarov A.G. - IA  
Application de la transformation de Wigner-Ville  
pour la solution des problèmes du diagnostic acoustique  
des milieux non stationnaires avec dispersion 201
20. Galkin O.P., Schvatchko L.V., Khartchenko E.A., Dymshits A.M. - IA  
Influence du Golf-Stream sur la structure des champs acoustiques 203

#### ÉMETTEURS POUR LA SURVEILLANCE ACOUSTIQUE

21. Esipov I.B., Naugolnykh K.A., Rybak S.A., Skrynnikov Iu.I. - IA  
Utilisation des émetteurs paramétriques  
pour le sondage acoustique de l'océan 205
22. Esipov I.B., Kalatchev A.I.,  
Sokolov A.D., Sutin A.M., Scharonov G.A. - IA  
Propagation "grande distance" du son  
d'un émetteur paramétrique dans l'océan 207
23. Mironov M.A., Urusovskii I.A., Furduev A.V. - IA  
Transducteurs basse fréquence large bande grande immersion  
pour la surveillance acoustique de l'océan 208
24. Liovuschkin O.V., Penkin S.I. - IPA  
Transducteurs sous-marins "basse fréquence"  
pour la surveillance acoustique de l'océan et du fond marin 210

---

#### PROBLÈMES DE L'ACOUSTIQUE DU FOND

25. Kurtepov V.M. - IO  
Estimation de la dépendance du coefficient de réflexion par le fond en fonction de l'angle et de la fréquence à partir de la structure interférentielle verticale du champ acoustique d'une source ponctuelle dans les conditions "petits fonds" 212
26. Kurianov B.F. - IO  
Tomographie acoustique passive du fond dans les zones littorales 215
27. Lapin A.D. - IA  
Evaluation des paramètres du fond à partir de la courbe dispersionnelle du mode acoustique d'ordre un 219
28. Ivakin A.N. - IA  
Diffusion du son dans le fond marin par des perturbations des interfaces et par des inhomogénéités du milieu 221
29. Griaznova I.Iu. - UNN  
Modélisation physique de la rétrodiffusion par les nodules Fe-Mn 223
30. Burlakova I.B., Kerjakov B.V., Fokin V.N., Fokina M.S. - IPA  
Reconstitution des caractéristiques acoustiques d'un fond élastique stratifié à partir de la structure spatiale du champ acoustique 224
31. Fokin A.V., Zotov A.I., Kuznetsova I.A. - IPA  
Variabilité du coefficient de diffusion du son par les fonds marins 226

#### PROBLÈMES THÉORIQUES

32. Bogdanov A.N., Skvortsov A.T. - IA  
Surveillance acoustique non linéaire des milieux de structure hétérogène 228
33. Kliatchin B.I. - IO  
Influence d'un guide d'ondes superficiel sur les caractéristiques de la diffusion des ondes acoustiques par la surface agitée de l'océan 230
34. Temtchenko V.V., Gulin O.E. - IA  
Méthode de l'immersion pour la solution des problèmes inverses de la propagation des impulsions dans les milieux stratifiés 231
35. Baronkin V.M. - IA  
Estimation des paramètres des signaux multimodaux ou multirays 233

#### PROBLÈMES DIVERS

36. Morozov A.K., Derevnin V.A. - IO  
Utilisation des signaux large bande dans les systèmes de télémétrie et de téléguidage par voie acoustique des stations océanographiques autonomes 235

## PRÉFACE DES RÉDACTEURS

Ce recueil est constitué de deux parties. La première comporte les textes intégraux de certaines communications faites au cours de la dernière école-conférence "Acoustique de l'océan", sous la présidence de l'académicien L.M. Brekhovskikh, et quelques travaux originaux récents. La seconde partie contient les notes sur la majorité des communications présentées à la 2e Conférence de la Société Russe d'Acoustique (SRA) qui a eu lieu en juin 1993 à Moscou.

Les écoles-séminaires, sous le patronage de l'académicien L.M. Brekhovskikh, rassemblaient tous les deux ans à Zvenigorod, près de Moscou, les acousticiens les plus réputés de toute l'Union Soviétique, qui y présentaient des communications de synthèse ou des travaux contenant des résultats nouveaux et originaux. Ces conférences reflétaient l'état et les derniers acquis de l'hydroacoustique en URSS. A la suite de ces rencontres biennuelles, un recueil d'articles paraissait peu après aux éditions Naouka (Science) sous la rédaction de L.M. Brekhovskikh et de I.B. Andreeva. Il y a eu en tout cinq ouvrages:

"Acoustique de l'océan: l'état actuel", 1982;  
"Problèmes de l'acoustique de l'océan", 1984;  
"Ondes acoustiques dans l'océan", 1987;  
"Acoustique du milieu océanique", 1989;  
"Acoustique dans l'océan", 1992.

Au début, les écoles-séminaires présentaient beaucoup de travaux expérimentaux. C'étaient des recherches océanographiques pour l'investigation de la dynamique du milieu océanique, qui influence la propagation et la diffusion des ondes acoustiques. Il y avait aussi des résultats d'expériences sur la propagation et des études expérimentales sur les propriétés des champs acoustiques dans différentes régions de l'océan, dans des conditions très variées. Ces études portaient sur les caractéristiques énergétiques et sur la structure d'interférence des champs acoustiques. Une partie importante des travaux expérimentaux concernait l'étude de la diffusion du son par les interfaces aléatoires de l'océan et par des inhomogénéités des masses d'eaux et du fond. L'autre partie de ces travaux comportait des études théoriques sur différents problèmes de la modélisation des champs acoustiques dans l'océan. On note là des applications de l'approximation géométrique à la solution des problèmes en 2 et 3D, le développement de la méthode modale pour le guide d'ondes océanique hétérogène, diverses modifications de la méthode de l'équation parabolique et, finalement, la famille des méthodes originales des différences finies permettant de résoudre le problème aux valeurs initiales posés pour l'équation de Helmholtz. On présentait aussi des travaux sur la modélisation des caractéristiques statistiques du champ acoustique compte tenu de la diffusion par les interfaces et des inhomogénéités aléatoires de l'océan. Certains travaux portaient sur l'investigation expérimentale et théorique du bruit de l'océan et de la réverbération océanique de nature différente.

Vers la fin des années quatre-vingts, quand les propriétés des champs acoustiques dans l'océan furent mieux comprises, on présenta à ces conférences de plus en plus de travaux portant sur l'utilisation des champs acoustiques pour la solution des problèmes inverses. Mentionnons au premier chef les problèmes tomographiques, l'application des algorithmes de champ adapté au problème de lo-

---

calisation des sources, la reconstitution des spectres spatiaux de la surface et des propriétés du fond à partir des caractéristiques des champs diffusés, la recherche de ressources naturelles minérales ou biologiques et la reconstitution de leurs paramètres, etc.

Ce recueil contient des travaux récents des chercheurs russes en acoustique sous-marine (ASM) du début des années quatre-vingt-dix, encore inédits en Occident. Ce cadre chronologique détermine leur thématique. Il y a ceux qui portent sur l'étude des propriétés fines des champs acoustiques et sur les méthodes de leur modélisation dans l'océan hétérogène ou aléatoire, mais la majorité aborde différents problèmes inverses.

La première partie du recueil regroupe des articles élargis, parfois de synthèse, et la deuxième rassemble une importante partie des communications faites à la 2e Conférence de la Société Russe d'Acoustique, entièrement dédiée à la solution des problèmes inverses et à la surveillance acoustique de l'océan. Ces travaux sont sélectionnés par nous et par l'éditeur selon l'intérêt qu'ils représentent pour la communauté acoustique francophone.

Ceux qui portent sur l'étude des champs acoustiques dans l'océan proposent des formules asymptotiques nouvelles pour l'océan non stationnaire et variable en horizontal ou présentant des inhomogénéités de structure fine dans la stratification (V.S. Buslaev et A.A. Fedotov). Un de ces travaux (C.V. Aviloff) propose une méthode efficace de solution de l'équation de Helmholtz pour la propagation monodirectionnelle, mais de large ouverture; cette méthode utilise l'approximation de Padé pour l'opérateur de transport. Un autre (A.L. Virovlanskiï et A.G. Kosterin) utilise l'approche géométrique dans le cadre de l'approximation modale du champ acoustique, ceci dans un guide d'ondes aléatoirement hétérogène. Deux articles portent sur la modélisation de la diffusion acoustique par l'agitation de l'océan (M.Iu. Galaktionov, E.A. Kopyl et A.V. Volkova) et par des organismes marins isolés (I.B. Andreeva).

Les autres travaux abordent des problèmes inverses. C'est d'abord le cas de l'article de synthèse (A.G. Netchaev), de celui sur l'application du traitement des champs adaptés à la localisation d'une source acoustique (V.V. Borodin), sur l'utilisation des effets non linéaires pour le diagnostic du milieu (C.A. Naugolnykh et S.A. Rybak) et enfin l'article sur l'approche universelle stochastique à la tomographie acoustique de l'océan (V.V. Borodin, M.Iu. Galaktionov et G.R. Minasian).

La seconde partie du recueil présente les notes sur les communications faites à la 2e Conférence de la SRA. Elle peut être divisée à son tour en plusieurs groupes. Dans les travaux du groupe 1, on considère différentes méthodes de reconstitution des caractéristiques du milieu à partir des paramètres des signaux acoustiques: celles de la répartition de célérité, de la température ou des inhomogénéités d'origine hydrodynamique (n°1-6, n°8-14). Les travaux qui abordent les problèmes de tomographie du fond sont rassemblés dans un groupe à part (n°25-31). On y utilise des signaux émis par un émetteur connu, mais aussi des champs d'origine naturelle et différente comme le bruit sous-marin (le régime dit passif, n°4, n°26) ou le champ d'une source occasionnelle. Une communication porte sur la reconstitution des caractéristiques de la couche de glace dans les régions polaires (n°7). Plusieurs communications (n°3, n°4, n°6, n°8, n°10, n°12, n°14) proposent des méthodes de sondage des inhomogénéités localisées. Les communications n°21 et n°22 abordent les problèmes liés à l'utilisation des émetteurs paramétriques pour la surveillance acoustique de l'océan. Ces travaux ont connu un développement notable ces derniers temps à cause de la possibilité d'émettre des signaux de basse

fréquence, large bande et de lobe étroit, tout en disposant d'un système d'émission de dimensions modestes. Ces communications sont accompagnées par celles, n°23 et n°24, où l'on expose des conceptions originales d'émetteur basse fréquence et large bande. Les communications n°15, n°17-19 et n°35 portent sur les algorithmes de traitement qui permettent d'établir les paramètres informatiques que l'on utilise ensuite pour la solution de différents problèmes inverses. On présente aussi quelques communications (n°16, n°20) exposant des résultats des études expérimentales des champs acoustiques dans l'océan hétérogène et des communications sur quelques problèmes théoriques (n°32-35). Une communication (n°36) porte sur le problème de télémétrie et de téléguidage des stations autonomes océanographiques.

La présentation d'un grand nombre d'articles et de notes permet de donner une image assez large sur l'état de l'ASM en Russie, et sur les problèmes qui préoccupent les chercheurs russes travaillant en acoustique de l'océan. Cela permet aussi de mieux voir les tendances actuelles de développement, caractérisées par l'abandon relatif des recherches purement académiques sur les champs acoustiques dans l'océan, et donc par le retour aux problèmes pratiques. Par contre, cela a un inconvénient car ces notes contiennent seulement les formulations des problèmes et les résultats dont le sens physique n'est pas toujours évident et bien exposé. Mais nous croyons que cet ouvrage sera l'ouverture de relations plus concrètes entre les acousticiens russes et francophones et facilitera la prise de contact où les problèmes et les questions concrets auront leurs réponses.

Nous espérons que cet ouvrage intéressera la communauté acoustique francophone et servira de pont reliant les deux écoles scientifiques en acoustique de l'océan.

*V.V.Borodin  
M.Iu.Galaktionov  
N.A.Doubrovskii*

---

### Avertissement

Les chercheurs russes font naturellement beaucoup référence aux revues scientifiques et éditions russes, qui ne sont pas facilement accessibles pour les chercheurs en Occident et dont la lecture représente surtout un problème linguistique. Une partie de ces travaux a paru en anglais dans *Soviet Physics*. La tâche de reprendre toutes ces références aurait été un travail pénible en plus de la traduction, et surtout difficile à faire en France. C'est pourquoi je me suis contenté d'une simple traduction des références, en marquant néanmoins par l'exposant "r" les éditions ou les articles parus en russe et par l'exposant "\*" ceux dont on retrouverait les traductions dans *Soviet Physics*. Dans les références, quelques éditions russes des ouvrages d'auteurs occidentaux sont marquées par l'exposant "a".

Pour faciliter quand même la recherche des références, la table 2 présente les sigles de certaines revues scientifiques russes, que l'on rencontre dans le recueil, et les transcriptions phonétiques de leurs noms.

### Exposants des références

- r - éditions ou articles en russe;
- \* - articles en russe, éventuellement parus en anglais dans *Soviet Physics*;
- a - traduction et édition en russe d'un ouvrage initialement anglo-saxon.

## PRÉFACE DU TRADUCTEUR

L'idée de proposer d'éditer en France par un institut de recherche réputé tel que l'IFREMER un recueil d'articles, qui donneraient à la Communauté acoustique francophone une image sur l'état actuel et les acquis des chercheurs russes travaillant dans le domaine de l'acoustique de l'océan, m'est venue au cours du séjour post-doc dans le Laboratoire d'Acoustique sous-marine de l'IFREMER. Un ouvrage de ce genre doit faciliter les contacts entre les chercheurs et permettre de mieux connaître en France, et éventuellement dans d'autres pays francophones, les noms, intérêts scientifiques et travaux des chercheurs russes. Je crois que je réduis, par le simple fait de cette publication, la "distance" à la fois géographique, linguistique et économique qui sépare les scientifiques à l'Est et à l'Ouest. Mais je crois aussi que les acousticiens francophones apprécieront le haut niveau de mes collègues russes et trouveront peut-être dans les travaux de ce recueil quelques éléments ou méthodes utiles pour leurs propres recherches.

Mes remerciements vont à tous les agents de l'IFREMER qui ont soutenu l'idée de cette édition et m'ont aidé à la mettre en oeuvre, particulièrement à Mrs B. DE LAGARDE, P. JUHEL, X. LURTON, F. MARAZANOF et R. PERSON. Je remercie également Mr M. ZAKHARIA pour l'attention de la Société française d'acoustique à cette publication. Le travail de préparation de l'édition a été plus long que prévu, et je dois surtout et encore remercier Mrs P. JUHEL, X. LURTON et R. PIBOUBÈS, qui ont eu la patience de faire les corrections pour rendre les textes "plus français".

Je suis reconnaissant à toutes les personnalités et institutions en Russie qui ont donné leur accord ou participé à la publication de cet ouvrage. Je donne avec la table 1 la liste de ces institutions et leurs coordonnées pour des communications éventuelles.

Finalement, je dois mes remerciements au Ministère des Affaires Étrangères (France) qui était à l'origine de ce séjour post-doc, aussi qu'au Centre d'océanographie de la Marine Française, dont le soutien m'a permis de terminer le travail.

*Mikhail GALAKTIONOV*

Table 1.

Institutions représentées dans le recueil  
et leurs coordonnées pour des communications éventuelles  
(les transcriptions phonétiques des sigles russes sont données entre parenthèses).

Institution	Sigle	Ville	n° Fax	Adresse postale et E-mail
Institut d'acoustique Andreev	IA (AKIN)	Moscou	7.095+ 1268411	4, Shvernika Moscou 117036 <i>E-mail:</i> bvp@asu.acoins.msk.su
Institut de physique appliquée	IPA (IPFAN)	Nijnii Novgorod	7.017+ 369717	46, Ulianova Nijnii Novgorod 603600 <i>E-mail:</i> khil@hydro.nnov.su <i>E-mail:</i> arc@hydro.nnov.su
Institut de physique générale Yoffe	IPG (IOFAN)	Moscou	7.095+ 1350270	38, Vavilova Moscou 117942 <i>E-mail:</i> man@az.gpi.msk.su
Institut d'océanologie Schirschov	IO (IOAN)	Moscou	7.095+ 1245983 1245987	23, Krasikova Moscou 117218 <i>E-mail:</i> j.lozovatsky@omnet.nasa.gov
Institut d'océanologie du Pacifique	IPO (TOI)	Vladivostok	7.4232+ 224552	43, Baltiiskaia Vladivostok 690032
Université d'État de Saint-Petersbourg	USP (LGU)	Saint- Petersbourg	7.812+ 2181346	7/9, Universitetskaia nab. Saint-Petersbourg 199034
Université d'État de Nijnii Novgorod	UNN (NNGU)	Nijnii Novgorod		23, Gagarina Nijnii Novgorod 603600

Table 2.

Revue scientifique russe (URSS) mentionnées dans le recueil.

Abréviation ou sigle du journal, utilisé dans le recueil	Transcription phonétique de l'appellation russe
<u>DAN</u>	Doklady Akadémii Naouk
<u>J.d'Acoustique</u>	Akustitcheskii Jurnal
<u>Nouvelles des Universités, série Radiophysique</u>	Novosti vuzov, Radiofizika
<u>IAN</u>	Izvestiia Akadémii Naouk
<u>IAN,PhAO</u>	Izvestiia Akadémii Naouk, Fizika Atmosféry i Okéana
<u>J.de Phys.Exp.et Théor.</u>	Jurnal Éxpérimentalnoï i Téorétitcheskoï Fiziki
<u>Succès des Sc.Math.</u>	Uspekhi Matématitcheskikh Naouk

PREMIÈRE PARTIE

**MÉTHODES THÉORIQUES**  
**DE**  
**L'ACOUSTIQUE SOUS-MARINE**

---



# FACTORISATION ADDITIVE + APPROXIMATIONS DE PADÉ = MODÉLISATION EFFICACE DE LA PROPAGATION ACOUSTIQUE SOUS-MARINE

Aviloff C.V.

Institut d'acoustique Andreev, Moscou

*RÉSUMÉ* - On propose dans ce travail une famille d'algorithmes de simulation numérique de la propagation acoustique en deux ou trois dimensions de champs à caractéristiques monochromatiques ou impulsionnels dans l'océan, avec des profils de célérité acoustique et de densité lentement variables dans les coordonnées horizontales. Tous ces algorithmes sont fondés sur la méthode de factorisation additive du type WKB, et peuvent tenir compte d'un fond élastique et de courants hydrodynamiques. On établit le rapport entre cette méthode et celle des modes couplés dans le guide d'ondes en deux dimensions. On évalue la convergence du processus itératif approprié. Le problème aux valeurs initiales pour une équation pseudodifférentielle parabolique est résolu numériquement, pour toute précision donnée, à l'aide des approximations de Padé d'ordres supérieurs, qui permet de mener le calcul avec un pas horizontal de quelques longueurs d'onde. Le modèle dont on présente les performances est appliqué numériquement pour la modélisation de la propagation acoustique sous-marine en deux dimensions.

## INTRODUCTION

Pour certains problèmes de propagation, tels que celle des ondes acoustiques sous-marines, des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère à grandes distances, des ondes sismiques, de la lumière dans les fibres optiques, les conditions de propagation peuvent varier en deux ou même en trois dimensions. Parmi les méthodes mathématiques le plus souvent utilisées pour résoudre ce problème, on peut énumérer la méthode des modes couplés [1], [2], [3] et de l'équation parabolique, qui ont eu un grand nombre d'applications [4]-[7] et des développements variés.

Dans ce travail, nous abordons le problème de simulation numérique de la propagation des ondes scalaires dans le guide d'ondes lentement variable suivant les coordonnées horizontales et arbitrairement en vertical. La méthode de la factorisation additive est appliquée. Elle permet d'établir un système d'équations pseudodifférentielles abstraites dont la solution est équivalente à la solution mono- ou bidirectionnelle du problème aux limites pour l'équation des ondes, obtenue à l'aide de la méthode des modes couplés. Cette méthode donne un processus itératif pour calculer les ondes propagatives et rétrodiffusées par le guide d'ondes.

Nous proposons plusieurs algorithmes de simulation numérique de la propagation mono- et bidirectionnelle fondés sur les approximations de Padé aux ordres supérieurs. Ces algorithmes permettent d'effectuer la simulation, avec n'importe quelle précision donnée.

Dans la partie 1, nous introduisons la forme opératorielle de la fonction de Green d'un guide d'ondes stratifié. Nous appliquons ensuite la méthode de la factorisation additive et les approximations de Padé pour aboutir aux algorithmes de simulation numérique des champs monochromatiques mono- ou bidirectionnels.

Dans la partie 2, nous décrivons une généralisation de cette méthode pour simuler des impulsions arbitraires.

Dans la partie 3, nous traitons le problème complet en 3D pour obtenir une solution qui serait monodirectionnelle en  $x$  et bidirectionnelle en  $y$ .

Dans la partie 4, nous considérons le problème en 2D, avec un fond élastique.

## 1. FORMULATION INVARIANTE DE BASE POUR LES ÉQUATIONS DE PROPAGATION GUIDÉE ET LA FACTORISATION ADDITIVE

Nous utilisons la définition [8] de Riesz pour une fonction d'un opérateur linéaire  $\mathbb{T}$ :

$$(1) \quad f(\mathbb{T}) = (2\pi i)^{-1} \int_{\Gamma} f(\lambda) (\mathbb{T} - \lambda \mathbb{1})^{-1} d\lambda ,$$

où  $\mathbb{1}$  est l'opérateur unité, le trajet d'intégration  $\Gamma$  encercle le spectre de l'opérateur  $\mathbb{T}$  dans le plan complexe  $\lambda$ , en le laissant du côté gauche, l'opérateur  $\mathbb{T}$  est supposé tel que l'intégrale converge.

Considérons la formulation intégrale pour le champ acoustique  $p(x,y,z)$  d'une source monochromatique ponctuelle dans un milieu stratifié [9]. On peut constater qu'elle est tout à fait conforme à l'expression

$$(2) \quad p(x,y,z) = i\pi H_0^{(1)}\left\{ \sqrt{\mathbb{T}(x^2+y^2)} \right\} \delta(z-z_s) ,$$

avec  $\mathbb{T}$  l'opérateur différentiel transversal:

$$(3) \quad \mathbb{T}q(z) = \rho D_z \rho^{-1} D_z q(z) + \omega^2 C^{-2} q(z) ,$$

qui est défini sur des fonctions  $q(z)$  suffisamment lisses et remplissant certaines conditions aux limites, par exemple:

$$(4) \quad q(0) = 0 , \quad \max_{z>0} \{q(z)q^*(z)\} < const .$$

A partir de ce fait, nous établissons l'analogie entre l'équation de Helmholtz en deux dimensions

$$(5) \quad D_x^2 p + D_y^2 p + K^2 p = \delta(x,y) ,$$

ayant la solution  $H_0^{(1)}(\sqrt{K^2(x^2+y^2)})$ , et l'équation en trois dimensions

$$(6) \quad D_x^2 p + D_y^2 p + \mathbb{T}p = \delta(x,y,z) ,$$

ce qui nous permet de faire les développements théoriques ci-dessous.

Normalement, on décrit la propagation des ondes dans un milieu hétérogène à l'aide d'un système d'équations différentielles linéaires de l'hydrodynamique, dont les coefficients sont des fonctions des caractéristiques du milieu et ne dépendent pas de leurs dérivées. Dans le cas de la propagation acoustique dans un guide d'ondes en trois dimensions qui est invariable par rapport à la coordonnée cartésienne  $y$ , en l'absence des courants, ce système prend la forme:

$$(7) \quad \begin{pmatrix} D_x & 0 & -i\omega\rho \\ D_z & -i\omega\rho & 0 \\ -i\omega\rho^{-1}C^2 & D_z & D_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ v_z \\ v_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_z \\ V \end{pmatrix},$$

$$Y_0 p(x,0) + v_z(x,0) = 0, \quad Y_H p(x,H) + v_z(x,H) = 0,$$

$$(x,z) \in (-\infty, \infty) \times (0, H),$$

avec:

- $v_x, v_z, f_x, f_z$  les composantes cartésiennes de la vitesse acoustique ( $v$ ) et de la densité des forces extérieures ( $f$ ),
- $V$  la densité du débit des sources,
- $\rho$  la densité du milieu,
- $C$  la célérité acoustique,
- $D_x$  et  $D_z$  sont les dérivées partielles par rapport à  $x$  et  $z$ ,
- $\omega$  est la fréquence cyclique,
- $i^2 = -1$ ,
- $Y_0$  et  $Y_H$  sont les admittances acoustiques aux limites supérieure et inférieure du guide d'ondes,
- $H$  est l'immersion maximale du fond.

Toutes ces caractéristiques sont des fonctions de la coordonnée cartésienne horizontale  $x$ , dite distance, ou de la coordonnée verticale  $z$ , dite immersion.

Les deux premières équations du système (7) sont les équations de Newton, la troisième est l'équation de continuité. En supprimant dans (7) la composante verticale de la vitesse acoustique  $v_z$ , nous obtenons la forme opératorielle du système (7):

$$\begin{pmatrix} D_x \mathbf{p} \\ D_x \mathbf{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & i\omega\mathbb{R} \\ i\omega\mathbb{B} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{f}_x \\ \mathbf{W} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{p}(x) = p(x,z), \quad \mathbf{v}_x(x) = v_x(x,z), \quad \mathbb{R}\mathbf{v} = \rho(x,z)v_x(x,z),$$

$$\mathbb{B}\mathbf{p}(x) = (\rho^{-1}(x,z)C^2(x,z) - D_z((i\omega)^2\rho(x,z))^{-1}D_z)p(x,z),$$

$$\mathbf{f}_x(x) = f_x(x,z), \quad \mathbf{W}(x) = V(x,z) - D_z(i\omega\rho(x,z))^{-1}f_z(x,z),$$

$$Y_0 p(x,0) + (i\omega\rho(x,0))^{-1}D_z p(x,0) = 0,$$

$$(8) \quad Y_H(p(x,H) + (i\omega\rho(x,H))^{-1}D_z p(x,H)) = 0.$$

Les équations opératorielles (8) sont la forme invariante de base des équations de la propagation guidée [1], [2]. Si nous mettons, pour plus de simplicité,

$\mathbb{R} = \mathbb{I}$ , et tenons compte du fait que l'opérateur  $\mathbb{B}$  est diagonal par rapport à la base des modes  $\phi_l(x, z)$ :

$$(9) \quad \mathbb{B}(x) = \hat{\Phi}(x) \mathbb{C}^{-2}(x) \hat{\Phi}^{-1}(x), \quad \hat{\Phi}(x) = r_{QW}\{\hat{\phi}_l(x)\}, \quad \mathbb{C}(x) = \text{diag}\{C_l\},$$

avec  $C_l$  la vitesse de phase du mode d'indice  $l$ , on obtient alors pour les amplitudes des modes locaux  $\mathbf{a}(x) = \hat{\Phi}^{-1}(x)\mathbf{p}(x)$ ,  $\mathbf{b}(x) = \hat{\Phi}^{-1}(x)\mathbf{v}(x)$  les équations:

$$(10) \quad \begin{aligned} D_x a_l(x) - i\omega b_l(x) &= -\sum_k \gamma_{lk}(x) a_k(x), \\ D_x b_l(x) - i\omega C_l^{-2}(x) a_l(x) &= -\sum_k \gamma_{lk}(x) b_k(x), \end{aligned}$$

avec  $\gamma_{lk} = \{\hat{\Phi}^{-1}(x)(D_x \hat{\Phi}(x))\}_{lk}$  les coefficients de couplage des modes locaux.

Transformons les équations (8), en appliquant la méthode de Wentzel-Kramer-Brillouin. Supposons, que le guide d'ondes est stratifié hors d'un certain intervalle  $x \in (a, b)$ , et que toutes les sources se trouvent dans cet intervalle. En introduisant les amplitudes locales des ondes qui se propagent en sens inverse:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{V}^{-1}(x) & \mathcal{V}^{-1}(x) \\ \mathcal{Z}(x) & -\mathcal{Z}(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}^+ \\ \mathbf{u}^- \end{pmatrix}, \quad \mathbb{S}(x) = (\sqrt{\mathbb{R}(x)} \quad \mathbb{B}(x) \sqrt{\mathbb{R}(x)})^{1/2},$$

$$(11) \quad \mathcal{V}(x) = \sqrt{\mathbb{S}(x)} \sqrt{\mathbb{R}(x)}^{-1}, \quad \mathcal{Z}(x) = \sqrt{\mathbb{R}(x)}^{-1} \sqrt{\mathbb{S}(x)},$$

et en tenant compte que hors de l'intervalle  $(a, b)$ , les ondes partant existent uniquement, nous obtenons, à l'aide de la factorisation additive [10], le système d'équations:

$$\begin{pmatrix} \mathbb{P} & \mathbb{U} \\ \mathbb{L} & \mathbb{Q} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}^+ \\ \mathbf{u}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}^+ \\ \mathbf{F}^- \end{pmatrix},$$

$$\mathbb{P} = D_x - i\omega \mathbb{S}(x) + \frac{1}{2} (\mathcal{Z}^{-1}(x) D_x \mathcal{Z}(x) - \mathcal{V}^{-1}(x) D_x \mathcal{V}(x)), \quad \mathbf{u}^+(a) = 0,$$

$$\mathbb{Q} = D_x + i\omega \mathbb{S}(x) + \frac{1}{2} (\mathcal{Z}^{-1}(x) D_x \mathcal{Z}(x) - \mathcal{V}^{-1}(x) D_x \mathcal{V}(x)), \quad \mathbf{u}^-(b) = 0,$$

$$\mathbb{L} = \mathbb{U} = -\frac{1}{2} (\mathcal{Z}^{-1}(x) D_x \mathcal{Z}(x) + \mathcal{V}^{-1}(x) D_x \mathcal{V}(x)),$$

$$(12) \quad \begin{pmatrix} \mathbf{F}^+ \\ \mathbf{F}^- \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathcal{V} & \mathcal{Z}^{-1} \\ \mathcal{V} & -\mathcal{Z}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{f}_x \\ \mathbf{W} \end{pmatrix},$$

On peut trouver la solution de ce système à l'aide de l'algorithme itératif de Gauss-Zeidel:

$$(13) \quad \mathbf{u}_k^+ = \mathbb{P}^{-1}(-\mathbb{U}\mathbf{u}_k^- + \mathbf{F}^+), \quad \mathbf{u}_k^- = \mathbb{Q}^{-1}(-\mathbb{L}\mathbf{u}_k^+ + \mathbf{F}^-),$$

qui converge, si  $\|\mathbb{P}^{-1}\mathbb{U}\mathbb{Q}^{-1}\mathbb{L}\| < 1$  pour n'importe quelle norme  $\|\cdot\|$ . Si  $\rho$  et  $\beta$

sont lentement variables en  $x$ , alors  $\mathbb{U}$  et  $\mathbb{L}$  sont petits, et comme  $\mathbb{P}$  et  $\mathbb{Q}$  sont des opérateurs de Cauchy bien définis, la convergence de (13) est très probable. Il vient de l'équation (13), que les opérateurs  $\mathbb{L}$  et  $\mathbb{U}$  décrivent la rétrodiffusion et les opérateurs  $\mathbb{P}$  et  $\mathbb{Q}$ , avec les termes  $\pm i\omega\mathbb{S}$ , décrivent la propagation et la transmission à travers les hétérogénéités. En admettant zéro comme champ initial (approximation d'ordre nul), nous obtenons pour l'approximation d'ordre un  $\mathbf{u}_1^\pm$ :

$$(14) \quad \mathbb{P}\mathbf{u}_1^+ = \mathbf{F}^+,$$

ce qui donne, sur la base des modes locaux les équations des ondes monodirectionnelles [2]:

$$(15) \quad D_x c_1 - i\omega C_1^{-1} c_1 = -\sum_k \gamma_{1k} (C_1 + C_k) (2C_1 C_k)^{-1} + \{\hat{\Phi}^{-1} \mathbf{F}^+\}_1$$

En supposant que les coefficients de couplage  $\gamma_{1k}$  décroissent rapidement avec  $|1-k|$ , nous pouvons admettre:

$$(16) \quad (C_1 + C_k) / (2C_1 C_k)^{-1} \approx 1,$$

et nous aboutissons à l'équation parabolique abstraite de forme opératorielle:

$$(17) \quad D_x \mathbf{u}_1^+ - i\omega \mathbb{S}(x) \mathbf{u}_1^+ = \mathbf{F}^+.$$

Cette équation produit toute la famille des équations paraboliques (EP) connues, une fois utilisée quelque approximation pour l'opérateur  $\mathbb{S}$  et résolue l'équation approchée qui en découle.

Le but de la factorisation additive (11), (12) consiste dans la diagonalisation par bloc de la matrice de l'équation (8) dans le cas où le milieu est stratifié. Si  $\mathbb{B}$  est soi-adjointe, cette factorisation conserve la forme quadratique, exprimant le flux d'énergie [11]:

$$(18) \quad \mathbf{p}^* \mathbf{v} = (\mathbb{V}^{-1}(\mathbf{u}^+ + \mathbf{u}^-))^* (\mathbb{Z}(\mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-)) = \mathbf{u}^{+*} \mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^{-*} \mathbf{u}^-,$$

et donne des matrices non diagonales assez petites  $\mathbb{L}$  et  $\mathbb{U}$ , c'est-à-dire une faible rétrodiffusion et une propagation presque invariante. De plus, cette factorisation implique la réciprocity exacte des solutions d'ordre un - qui correspondent aux ondes se propageant à droite et à gauche - des équations:

$$(19) \quad \mathbb{P}\mathbf{u}_1^+ = \mathbf{F}^+$$

et

$$(20) \quad \mathbb{Q}\mathbf{u}_1^- = \mathbf{F}^-.$$

On peut trouver dans [11], [12] une analyse sur l'essentiel de ce problème et sur la formulation de base de l'équation de Riccati (11), (12).

Pour la simulation numérique de la propagation acoustique sous-marine, la factorisation

$$(21) \quad \begin{pmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{I} & \mathbb{I} \\ \mathbb{Z}(x) & -\mathbb{Z}(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}^+ \\ \mathbf{u}^- \end{pmatrix}, \quad \mathbb{S}(x) = (\mathbb{R}(x)\mathbb{B}(x))^{1/2}, \quad \mathbb{Z}(x) = \mathbb{R}^{-1}(x)\mathbb{S}(x) = \mathbb{B}(x)\mathbb{S}^{-1}(x)$$

est intéressante surtout à cause de la simplicité du rapport

$$(22) \quad \mathbf{p} = \mathbf{u}^+ + \mathbf{u}^- .$$

Dans ce cas, les équations, qui correspondent à (12), ont la forme:

$$\begin{pmatrix} \mathbb{P} & \mathbb{U} \\ \mathbb{L} & \mathbb{Q} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}^+ \\ \mathbf{u}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}^+ \\ \mathbf{F}^- \end{pmatrix} ,$$

$$\mathbb{P} = D_x - i\omega\mathbb{S}(x) + \frac{1}{2} Z^{-1}(x)(D_x Z(x)) , \quad \mathbf{u}^+(a) = 0 ,$$

$$\mathbb{Q} = D_x + i\omega\mathbb{S}(x) + \frac{1}{2} Z^{-1}(x)(D_x Z(x)) , \quad \mathbf{u}^-(b) = 0 ,$$

$$\mathbb{L} = \mathbb{U} = -\frac{1}{2} Z^{-1}(x)(D_x Z(x)) ,$$

$$(23) \quad \begin{pmatrix} \mathbf{F}^+ \\ \mathbf{F}^- \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathbb{0} & Z^{-1} \\ \mathbb{0} & -Z^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{f}_x \\ \mathbf{W} \end{pmatrix}$$

et, sous les mêmes approximations, aboutissent à l'équation (17).

Pour résoudre l'équation (17) sur une grille en  $x$  et  $z$ , de pas  $h$  en  $x$ , nous utilisons l'algorithme [4], [15], [16]

$$(24) \quad \mathbf{u}^+(x+h) = \mathbb{E} \mathbf{u}^+(x) ,$$

$$(25) \quad \mathbb{E} = \exp\{i\omega h \mathbb{S}(x)\} ,$$

et l'approximation rationnelle, pour trouver une approche du facteur de propagation  $\mathbb{E}$ . Cette approximation est obtenue si, aux alentours du spectre de l'opérateur  $\mathbb{S}$ , on peut approcher une certaine fonction  $f$  comme suit:

$$(26) \quad f(\lambda) \approx F_n(\lambda) / G_m(\lambda) ,$$

où  $F_n, G_m$  sont des polynômes d'ordre  $n, m$ . Alors de (1) il vient:

$$(27) \quad f(\mathbb{S}) \approx F_n(\mathbb{S})(G_m(\mathbb{S}))^{-1} .$$

Nous construisons l'approximation de l'opérateur  $\exp\{ih\lambda^{1/2}\}$  en utilisant les approximations de Padé [17]:

$$(28) \quad \exp\{\lambda\} = (M_n(\lambda^2) + \lambda N_n(\lambda^2))(M_n(\lambda^2) - \lambda N_n(\lambda^2))^{-1} + E_n(\lambda) ,$$

$$\sqrt{\lambda} = F_m(\lambda)(G_m(\lambda))^{-1} + H_m(\lambda) ,$$

où  $M_n, N_n, F_m, G_m$  sont des coefficients polynomiaux, qu'on calcule en récurrence,  $E_n, H_m$  sont les erreurs de l'approximation, qui décroissent avec la croissance de  $m$  et  $n$  pour tout  $\lambda$  dans le plan complexe  $\mathbb{C}$ , le rayon négatif de l'axe réel  $(-\infty; 0]$  exclu. En combinant ces approximations, nous obtenons:

$$(29) \quad \exp\{ih\sqrt{\lambda}\} = \frac{G_m(\lambda)M_n(-h^2\lambda) + ihF_m(\lambda)N_n(-h^2\lambda)}{G_m(\lambda)M_n(-h^2\lambda) - ihF_m(\lambda)N_n(-h^2\lambda)} = \prod_{k=1}^{L=n+m} \frac{\lambda - \mu_k^*(h)}{\lambda - \mu_k(h)},$$

avec  $\mu_k$  les zéros du dénominateur,  $\mu_k^*$  leurs conjugués complexe. Nous avons évalué  $\mu_k$  pour certaines valeurs  $m, n, h$ . Tous, ils se trouvent dans le 4ème quadrant du plan complexe, non loin du spectre de  $\mathfrak{S}$ , en évitant les 1er et 2d quadrants, fait qui entraîne la stabilité de l'action de l'opérateur  $\mathfrak{E}$ . L'erreur de l'approximation (29) décroît avec la croissance de  $n, m$  pour  $\forall \lambda \in \mathbb{C}(-\infty; 0]$ .

Il est plus important d'approcher le domaine du spectre qui correspond aux modes propagatifs, lequel se situe dans l'intervalle  $(0; I)$  dans le demi-plan supérieur. Par exemple, dans le cas où  $m = 4, n = 4, h = 4\pi$ , l'erreur de phase pour les modes locaux ayant des angles de Brillouin moins de  $60^\circ$ , est inférieure à  $5 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$ , ce qui permet de simuler la propagation acoustique sous-marine jusqu'aux distances de l'ordre de  $9000 \text{ km}$ , aux fréquences jusqu'à  $100 \text{ Hz}$ , avec une erreur de phase absolue inférieure à  $\pi/2$ .

La mise en oeuvre numérique de cette technique exige une discrétisation suivant la coordonnée verticale  $z$ , ce qui implique l'approximation discrète appropriée de  $\mathfrak{S}$ . Cela peut être fait à l'aide de certaines méthodes, telles celles des différences finies, de Galerkin, de Marchuk, etc [10]. L'avantage commun de ces méthodes consiste dans ce que l'approche de l'opérateur  $\mathfrak{B}$  est faite à l'aide du produit  $\hat{B}^{-1}\hat{A}$  des matrices bandes  $\hat{B}$  et  $\hat{A}$ , si  $\mathfrak{R}$  est approché à l'aide de la matrice diagonale  $\hat{R}$ . D'où il vient pour  $\mathfrak{E}$  avec  $\mathfrak{S}$  de l'équation (21):

$$(30) \quad \hat{E} = \prod_k \frac{\hat{R}\hat{B}^{-1}\hat{A} - \mu_k^*}{\hat{R}\hat{B}^{-1}\hat{A} - \mu_k} = \prod_k (\hat{I} - 2\text{Im}\{\mu_k\}(\hat{A} - \mu_k\hat{B}\hat{R}^{-1})^{-1}\hat{B}\hat{R}^{-1}).$$

Ceci est un algorithme assez facile à appliquer, qui contient le produit des matrices bandes et la nécessité de résoudre des systèmes d'équations à de telles matrices. En tenant compte que l'approximation rationnelle de  $\mathfrak{E}$  est complètement déterminée à partir des  $\mu_k$ , nous pouvons considérer également le cas où les admittances  $Y_0, Y_H$  dépendent de la vitesse de phase des modes locaux. Cette supposition mène à la dépendance de  $\hat{A}$  et  $\hat{B}$  en  $\mu_k$  due elle même à leur dépendance des conditions aux limites dans  $\mathfrak{B}$ , tandis que la forme ci-dessus de l'approximation rationnelle de  $\mathfrak{E}$  ne change pas. Cette particularité de l'algorithme utilisant le facteur de propagation (29), (30), est unique. Un autre avantage de (29), (30) consiste dans l'approximation complexe de l'équation (17) et dans le fait que la solution numérique exige moins d'opérations par rapport à d'autres méthodes connues.

Le problème en 3D, avec la symétrie cylindrique et une source localisée sur l'axe de symétrie, est formulé comme suit:

$$(31) \quad \begin{pmatrix} D_r & 0 & -i\omega\rho \\ D_z & -i\omega\rho & 0 \\ -i\omega\rho^{-1}C^2 D_z & r^{-1}D_r r & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ v_z \\ v_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ f_z 2r^{-1}\delta(r) \\ V 2r^{-1}\delta(r) \end{pmatrix},$$

$Y_0 p(r, 0) + v_z(r, 0) = 0, \quad Y_H p(r, H) + v_z(r, H) = 0, \quad (r, z) \in (0, \infty) \times (0, H).$

Il peut être traité à l'aide de la même méthode, en substituant  $r = \exp\{x\}$ ,

$\mathbf{w} = \exp\{x\}v_r$ , et en supprimant  $v_z$ , nous aboutissons pour  $r > 0$  à

$$(32) \quad \begin{pmatrix} D_x \mathbf{p} \\ D_x \mathbf{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & i\omega R \\ i\omega \exp(2x) B & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix},$$

et, finalement, à l'équation monodirectionnelle, une fois restituée la variable  $r$ :

$$(33) \quad D_r \mathbf{p}_r^+ - (i\omega S(r) - r^{-1}/2) \mathbf{p}_r^+ = 0,$$

ou, dans une autre forme:

$$(34) \quad \mathbf{p}_r^+ = r^{-1/2} \mathbf{q}, \quad D_r \mathbf{q}^+ - i\omega S(r) \mathbf{q}^+ = 0.$$

En supposant le guide d'ondes stratifié au voisinage de la source, nous pouvons utiliser l'approximation asymptotique simple  $(2/i\pi\omega sr)^{1/2} \exp\{i\omega sr\}$  de la fonction de Hankel  $H_0^{(1)}(\omega sr)$  à l'extrémité droite de ce voisinage. Alors, en tenant compte du fait que cette approximation est vérifiée, nous obtenons la valeur initiale de  $\mathbf{q}$  [18]:

$$(35) \quad \mathbf{q}(0) = (\omega S/2\pi i)^{-1/2} W(z).$$

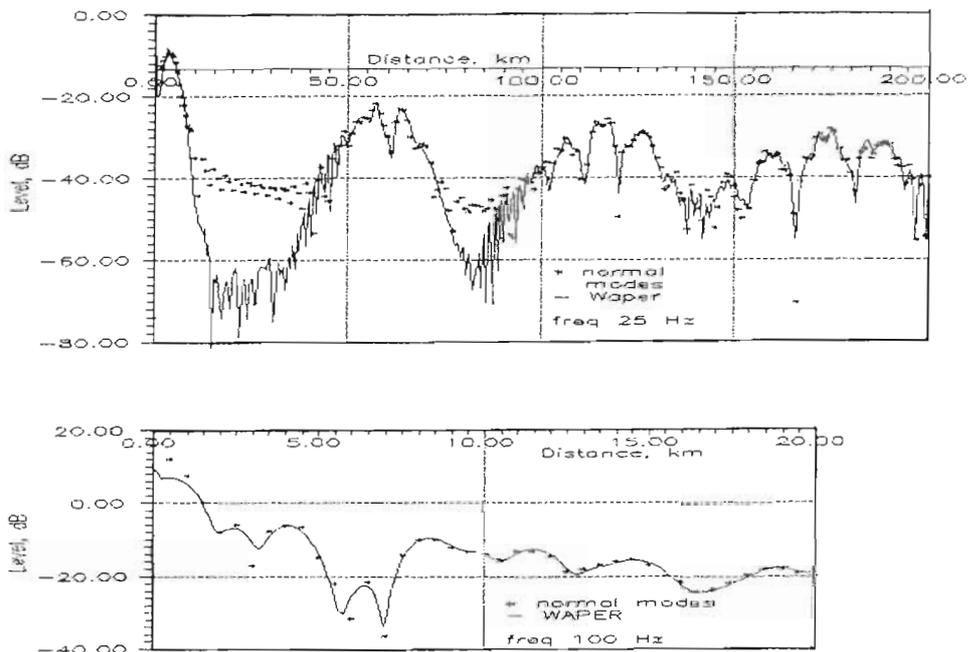


Figure 1. Deux exemples de comparaison de deux méthodes de modélisation.

En accord avec les formulations (30), (34), (35), nous avons créé un ensemble WAPER de fonctions en FORTRAN (WAPER = Wide Angle Parabolic Equation Resolver) pour la simulation numérique de la propagation acoustique sous-marine longue distance dans un milieu variable suivant l'horizontale. La performance de ce paquet peut être estimée approximativement à 50 opérations sur les nombres réels, pour une longueur d'onde, en distance et pour un pas de la grille en immersion, dont la valeur typique est le quart de la longueur d'onde pour atteindre la précision suffisante de calcul des ondes de Brillouin aux angles de propagation inférieurs à  $35^\circ$ . Pour un guide d'ondes stratifié, le résultat de simulation à l'aide de cette approximation est pratiquement identique à celui obtenu à l'aide de la méthode des modes normaux (fig.1). On trouve dans [19] une validation de notre méthode dans le cas d'un milieu de propagation variable en distance. Deux exemples de modélisation dans un milieu variable en 2D sont présentés à la figure 2.

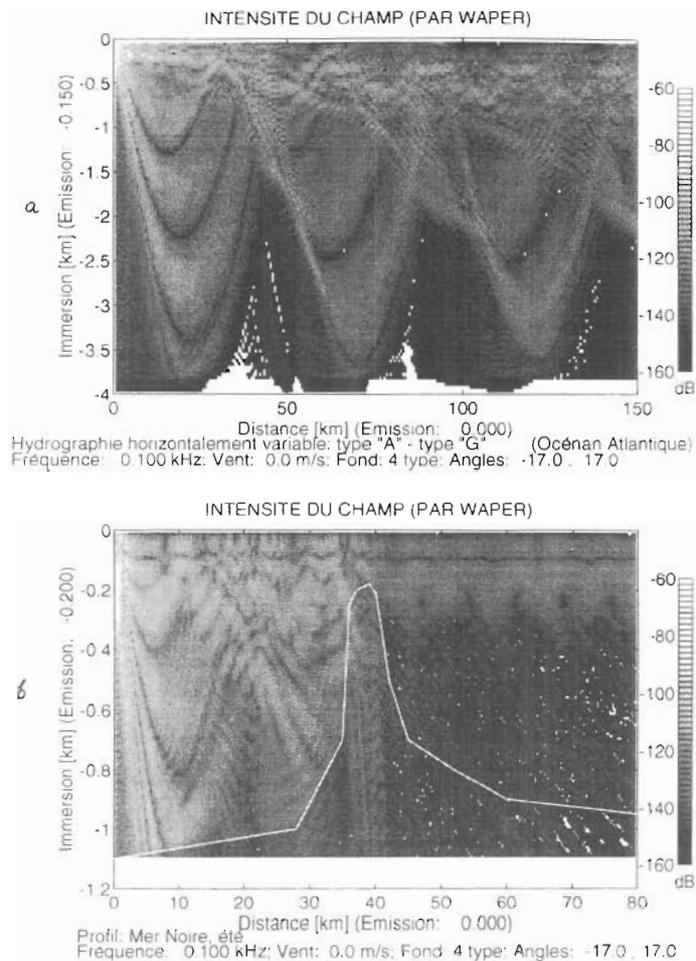


Figure 2. Deux exemples de modélisation des champs acoustiques en environnement 2D, effectués par WAPER (a - profil de célérité variable, b - immersion du fond variable).

Une récente discussion [6], [7] a prouvé l'utilité de l'algorithme bidirectionnel utilisant les opérateurs de transmission et de la solution monodirectionnelle. On obtient l'algorithme de solution des problèmes bidirectionnels, en remarquant que l'on peut d'abord considérer le milieu comme une succession de plusieurs guides d'ondes stratifiés, pour pouvoir faire la factorisation additive de l'équation (8) ou (31). En choisissant une grille en  $x: a = x_0, \dots, x_p, \dots, x_L = b$ , et notant

$$(36) \quad E_l = \exp\{i\omega S_l(x_l - x_{l-1})\}, \quad S_l = \sqrt{\Re(x_l)\Im(x_l)}, \quad Z_l = \Re^{-1}(x_l)S_l$$

nous obtenons les opérateurs  $\mathbb{P}$  et  $\mathbb{Q}$  comme matrices à deux diagonales, et les opérateurs  $\mathbb{L}$ ,  $\mathbb{U}$  comme matrices diagonales:

$$(37) \quad \mathbb{P} = \begin{pmatrix} I & 0 & & & \\ -I & (I+Z_0^{-1}Z_1)/2 & & & \\ 0 & -E_1 & (I+Z_1^{-1}Z_2)/2 & & \\ & & \cdot & \cdot & \\ & & -E_{L-1} & (I+Z_{L-1}^{-1}Z_L)/2 & 0 \\ & & & -E_L & (I+Z_L^{-1}Z_{L+1})/2 \end{pmatrix},$$

$$\mathbb{Q} = \begin{pmatrix} -(I+Z_1^{-1}Z_0)/2 & E_1 & & & \\ 0 & -(I+Z_2^{-1}Z_1)/2 & E_2 & & \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & & -(I+Z_{L+1}^{-1}Z_L)/2 & I \\ & & & 0 & I \end{pmatrix},$$

$$\mathbb{L} = \begin{pmatrix} (Z_1^{-1}Z_0 - I)/2 & 0 & & & \\ 0 & (Z_2^{-1}Z_1 - I)/2 & & & \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & & (Z_{L+1}^{-1}Z_L - I)/2 & 0 \\ & & & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbb{U} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & & & \\ 0 & -(Z_0^{-1}Z_1 - I)/2 & & & \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & & -(Z_{L-1}^{-1}Z_L - I)/2 & 0 \\ & & & 0 & -(Z_L^{-1}Z_{L+1} - I)/2 \end{pmatrix},$$

ce qui permet l'application immédiate de l'algorithme d'itérations de Gauss-Zeidel, sans avoir besoin de calculer  $D_x Z$ . L'action de  $Z$  et  $Z^{-1}$  peut être approchée à l'aide des approximations de Padé. L'algorithme monodirectionnel comportant l'opérateur de transmission, présente alors la forme:

$$(38) \quad \mathbf{u}_{l+1} = 2(I + Z_l^{-1}Z_{l+1})^{-1}E_l \mathbf{u}_l,$$

ce qui aboutit, en utilisant une approximation de plus  $D_z \approx 0$  dans  $Z_l$  et

$Z_{1+1}$ , aboutit à l'équation parabolique, qui est conservatrice par rapport à l'énergie ou tient compte de l'impédance [6].

Considérons maintenant le champ acoustique en présence d'un courant horizontal, de vitesse  $(U, 0, 0)$ . Le système approprié d'équations hydrodynamiques linéarisées est:

$$\begin{pmatrix} D_x & -\rho U' & \rho(-i\omega + UD_x) \\ D_z & \rho(-i\omega + UD_x) & 0 \\ \rho^{-1}C^2(-i\omega + UD_x) & D_z & D_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ v_z \\ v_x \end{pmatrix} = 0 ,$$

$$p(x,0) = 0 , \quad p(x,H) = 0 ,$$

où nous négligeons le terme  $\partial P/\partial z$  et notons  $U' = \partial U/\partial z$ . La solution de ce système par rapport à la dérivée  $D_x$  aboutit à:

$$D_x \begin{pmatrix} p \\ v_z \\ v_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\omega C^{-1}MQ & \rho Q(-U' + UD_z) & i\omega\rho Q \\ -\rho^{-1}U'^{-1}D_z & i\omega U'^{-1} & 0 \\ i\omega\rho^{-1}C^{-2}Q & Q(-C^{-2}UU' + D_z) & -i\omega C^{-1}MQ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ v_z \\ v_x \end{pmatrix} ,$$

où  $M = U/C$  est le nombre de Mach, et nous notons  $Q \stackrel{\text{d}\ddot{\text{e}}\text{f}}{=} (1-M^2)^{-1}$ . Pour indiquer le mode non acoustique, approprié aux mouvements hydrodynamiques et ayant  $p = 0$ , nous introduisons, au lieu de  $v_x$ , une nouvelle variable  $w = (-i\omega)^{-1}(-U' + UD_z)v_z + v_x$ , et nous obtenons:

$$D_x \begin{pmatrix} p \\ Uv_z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i\omega C^{-1}MQ & 0 & i\omega\rho Q \\ -\rho^{-1}D_z & i\omega & 0 \\ i\omega\rho^{-1}C^2Q - (-2U'/U + D_z)(i\omega\rho)^{-1}D_z & -2U'/U & -i\omega C^{-1}MQ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ v_z \\ w \end{pmatrix} .$$

Cherchons la solution de ce système d'équations différentielles linéaires sous forme

$$\begin{pmatrix} p \\ v_z \\ v_x \end{pmatrix} = \exp\{\Lambda x\} \begin{pmatrix} p \\ v_z \\ v_x \end{pmatrix} .$$

Nous obtenons alors pour la matrice  $\Lambda$  l'équation

$$\det \begin{pmatrix} -i\omega U - \Lambda & 0 & i\omega R \\ -\rho^{-1}D_z & i\omega - U\Lambda & 0 \\ i\omega\rho^{-1}C^2Q - (-2U'/U + D_z)(i\omega\rho)^{-1}D_z & -2U'/U & -i\omega U - \Lambda \end{pmatrix} = 0 ,$$

d'où suit

$$i\omega U + \Lambda = -\omega^2 \mathbb{B} [\mathbb{B} - 2U'/U((i\omega - U\Lambda)^{-1} - (i\omega)^{-1})(i\omega\rho)^{-1}D_z] ,$$

avec  $U \stackrel{\text{d}\ddot{\text{e}}\text{f}}{=} C^2 M(1-M^2)^{-1}$ ,  $\mathbb{R} \stackrel{\text{d}\ddot{\text{e}}\text{f}}{=} \rho(1-M^2)^{-1}$ ,  $\mathbb{B} \stackrel{\text{d}\ddot{\text{e}}\text{f}}{=} \rho^{-1}C^2(1-M^2)^{-1}D_z(i\omega\rho)^{-1}D_z$ .

En supposant que  $U$  est faible et en négligeant les commutateurs, nous obtenons comme approximation d'ordre un des ondes acoustiques se propageant suivant deux directions, la formulation suivante pour  $\Lambda$ :

$$\Lambda = -i\omega\mathbb{U} + QU'(i\omega)^{-1}D_z \pm i\omega\sqrt{\mathbb{R}\mathbb{B}}$$

La troisième valeur propre de  $\Lambda$  est singulière ( $\sim U^1$ ), et décrit le mode non acoustique. A partir de cela, nous établissons les équations des ondes se propageant de gauche à droite (d'indice "+") et de droite à gauche (d'indice "-"):

$$\begin{aligned} D_x u_+ &= (-i\omega\mathbb{U} + QU'(i\omega)^{-1}D_z + i\omega\sqrt{\mathbb{R}\mathbb{B}})u_+ , \\ D_x u_- &= (-i\omega\mathbb{U} + QU'(i\omega)^{-1}D_z - i\omega\sqrt{\mathbb{R}\mathbb{B}})u_- , \end{aligned}$$

alors que le pression acoustique est

$$p = u_+ + u_- .$$

Dans la cas du milieu infini homogène, il vient de (1) l'équation dispersionnelle classique

$$\omega = Ck + Uk ,$$

où  $k$  est le nombre d'onde. La solution numérique de ces équations peut être établie à l'aide de l'algorithme split-step qui est analogue à l'algorithme de Hardin-Tappert:

$$\begin{aligned} u_+(x+h) &= \exp\{h(\mathbb{V} + \sqrt{\mathbb{R}\mathbb{B}})\}u_+(x) = \\ &= \exp\{h\mathbb{V}/2\} \exp\{h\sqrt{\mathbb{R}\mathbb{B}}\} \exp\{h\mathbb{V}/2\} u_+(x) + O(h^3) , \end{aligned}$$

avec  $\mathbb{V} = -i\omega\mathbb{U} + QU'(i\omega)^{-1}D_z$ , et  $h$  le pas suivant la coordonnée horizontale. Dans le cas d'un milieu faiblement dépendant de la distance, ces équations sont justifiées sous les mêmes conditions que ci-dessus.

## 2. DÉPENDANCE ARBITRAIRE DU TEMPS

Nous commençons cette section en remarquant que le spectre de l'opérateur de Cauchy ne peut se trouver entièrement dans aucun domaine fini du plan complexe [20]. Ce fait établit la relation entre la définition (1) et la définition classique d'une fonction de l'opérateur  $D_t$  de dérivée temporelle, fondée sur la transformé de Laplace [21]  $\mathbb{L}$ :

$$\begin{aligned} (39) \quad f(D_t)\phi(t) &= (2\pi i)^{-1} \int_{\Gamma} f(\lambda) (D_t - \lambda)^{-1} \phi(t) d\lambda = \\ &= \int_{\Gamma} d\lambda f(\lambda) \int_0^{\infty} d\tau \phi(\tau) \exp\{\lambda(t-\tau)\} = \int_{\Gamma} d\lambda f(\lambda) \exp\{\lambda t\} \int_0^{\infty} d\tau \phi(\tau) \exp\{-\lambda\tau\} = \\ &= \mathbb{L}^{-1}[f(p) \mathbb{L}[\phi](p)](t) , \end{aligned}$$

où  $\Gamma$  doit être un trajet quelconque entourant l'infini dans le plan complexe, par exemple, le trajet de Mellin  $(c-i\infty, c+i\infty)$  dans le cas où  $f(p)\mathbb{L}[\phi](p)$  n'a pas de singularités à droite de ce trajet.

Nous donnons ici la formulation des solutions fondamentales des problèmes aux valeurs initiales pour les équations d'ondes mono- et bidirectionnelles. Le problème sur l'axe réel, avec les valeurs initiales nulles:

$$(40) \quad D_x^2 u(x,t) - C^2 D_t^2 u(x,t) = -\delta(x) \delta(t) ,$$

possède la solution fondamentale [22]:

$$(41) \quad u(x,t) = C/2 \theta(t - C^{-1}|x|) ,$$

qui peut être exprimée comme si l'équation (40) était l'équation de Helmholtz de nombre d'onde  $iC^{-1}D_t$ :

$$(42) \quad u(x,t) = - (2i(iC^{-1}D_t))^{-1} \exp\{i|x|(iC^{-1}D_t)\} \delta(t)$$

Effectivement, grâce aux propriétés de la transformation de Laplace, nous avons:

$$(43) \quad \exp\{-\tau D_t\} \phi(t) = \phi(t-\tau) ,$$

alors,

$$(44) \quad - \exp\{i|x|(iC^{-1}D_t)\} (2i(iC^{-1}D_t)^{-1}) \delta(t) = \exp\{i|x|(iC^{-1}D_t)\} C/2 \theta(t) = C/2 \theta(t - C^{-1}|x|) .$$

Le problème en deux dimensions aux valeurs initiales nulles

$$(45) \quad D_x^2 u(x,y,t) + D_y^2 u(x,y,t) - C^2 D_t^2 u(x,y,t) = -\delta(x) \delta(y) \delta(t)$$

peut être résolu de la même façon:

$$(46) \quad u(x,y,t) = (2\pi)^{-1} K_0(C^{-1}\sqrt{x^2+y^2} D_t) \delta(t) ,$$

car [23]

$$(47) \quad u(x,y,t) = (2\pi)^{-1} \theta(t - C^{-1}\sqrt{x^2+y^2}) / \sqrt{t^2 - C^{-2}(x^2+y^2)} = \mathbb{L}^{-1}[K_0(C^{-1}\sqrt{x^2+y^2} p)](t) .$$

Nous appliquons ici, comme dans la section 1, la méthode de la factorisation additive par rapport à la coordonnée  $x$  au système d'équations différentielles décrivant la propagation des ondes acoustiques en trois dimensions dans un milieu invariant par rapport à la coordonnée cartésienne  $y$ :

$$\begin{pmatrix} D_x & 0 & \rho D_t \\ D_z & \rho D_t & 0 \\ \rho^{-1} C^2 D_t & D_z & D_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ v_z \\ v_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_z \\ V \end{pmatrix} ,$$

$$Y_Q p(x,0) + v_z(x,0) = 0 , \quad Y_H p(x,H) + v_z(x,H) = 0 ,$$

$$(48) \quad (x,z) \in (-\infty, \infty) \times [0, H] .$$

Sous les mêmes approximations, nous aboutissons à l'équation pseudodifférentielle, qui décrit la propagation monodirectionnelle:

$$(49) \quad D_x \mathbf{p}^+ + D_t \sqrt{C^2 - \rho D_z \rho^{-1} D_t^{-2} D_z} \mathbf{p}^+ = F^+$$

Nous résolvons cette équation à l'aide de la même méthode, utilisée déjà pour retrouver la solution de l'équation monodirectionnelle (17) du champ monochromatique:

$$(50) \quad \mathbf{p}^+(x+h, t) = \mathbb{E} \mathbf{p}^+(x, t) ,$$

avec l'opérateur-facteur de propagation  $\mathbb{E}$ :

$$(51) \quad \begin{aligned} \mathbb{E} &= \exp\{-h D_t \sqrt{C^2 - \rho D_z \rho^{-1} D_t^{-2} D_z}\} = \\ &= \int_{-i\infty}^{i\infty} dp \int_{\Gamma} \exp\{-hp \sqrt{\lambda}\} (C^2 - \rho D_z \rho^{-1} p^{-2} D_z - \lambda)^{-1} d\lambda . \end{aligned}$$

Le trajet  $\Gamma$  doit entourer tout le spectre  $\sigma(p)$  de l'opérateur différentiel transversal, qui intervient sous la dernière intégration. La technique des approximations de Padé tient compte des sources non monochromatiques du type

$$(52) \quad V = \text{Re}\{W(t) \exp\{-i\omega_0 t\}\} ,$$

où l'enveloppe  $W(t)$  varie lentement par rapport à  $\cos\{\omega_0 t\}$  de manière à avoir une largeur finie de bande  $\Delta\omega < \omega_0$ . En supposant que la solution ait la même forme  $\text{Re}\{\mathbf{p}(t) \exp\{-i\omega_0 t\}\}$ , et en utilisant (48), (51), nous obtenons pour  $\mathbb{E}$  la formulation:

$$(53) \quad \begin{aligned} \mathbb{E} &= \exp\{-h(D_t - i\omega_0) \sqrt{C^2 - \rho D_z \rho^{-1} (D_t - i\omega_0)^{-2} D_z}\} = \\ &= \int_0^{i\Delta\omega} dp \int_{\Gamma} \exp\{-h(p - i\omega_0) \sqrt{\lambda}\} (C^2 - \rho D_z \rho^{-1} (p - i\omega_0)^{-2} D_z - \lambda)^{-1} d\lambda . \end{aligned}$$

Supposons maintenant, que nous ayons calculé, à partir de (29), un certain nombre de valeurs de  $\mu_k(h, \omega_0, p)$ , pour  $p \in (0, i\Delta\omega)$ , et approché  $\mu_k$  et  $\text{Im}\{\mu_k\}$  à l'aide de certaines fractions rationnelles en  $p$ :  $M_k^*(h, \omega_0, p)$  et  $I_k(h, \omega_0, p)$ . L'approximation discrète de l'opérateur différentiel transversal prend la forme

$$(54) \quad C^2 - \rho D_z \rho^{-1} (D_t - i\omega_0)^{-2} D_z = \hat{C}^{-1} (\hat{A} + \hat{B} (D_t - i\omega_0)^{-2}) .$$

En tenant compte des approximations (30), qui doivent être dans ce cas suffisamment exactes sur l'intervalle  $(\omega_0, \omega_0 + \Delta\omega)$ , nous obtenons l'approximation rationnelle de  $\mathbb{E}$ :

$$(55) \quad \mathbb{E} \approx \prod_k \left[ \hat{I} - 2I_k(h, \omega_0, D_t) (\hat{A} + \hat{B} (D_t - i\omega_0)^{-2} - M_k^*(h, \omega_0, D_t) \hat{C} \hat{R}^{-1})^{-1} \hat{C} \hat{R}^{-1} \right] ,$$

qui est un filtre temps-échelle de la réponse impulsionnelle, mais aux coefficients matriciels. Cet algorithme permet d'effectuer la simulation numérique en avançant non seulement dans le temps, mais aussi suivant la coordonnée spatiale horizontale. Par conséquent, il est plus facile à mettre en oeuvre que les

algorithmes traditionnels utilisant la marche dans le temps. L'approximation discrète de l'opérateur de dérivée temporelle peut être établie par différentes voies, auxquelles nous préférons celle fondée sur les approximations de Padé du rapport:

$$(56) \quad \tau D_t = \ln \Delta ,$$

laquelle découle de (43). Dans (56),  $\tau$  est le pas en temps,  $\Delta$  est l'opérateur de déplacement dans le temps:  $\Delta\phi(t) = \phi(t+\tau)$ . Par exemple, en utilisant l'approximation Padé d'ordre  $(0,1)$  pour approcher  $\lambda^{-1}\ln\{1+\lambda\}$ , nous obtenons l'approximation, qui est souvent appliquée pour les filtres [24]:

$$(57) \quad D_t = 2\tau^{-1}(\Delta-I)(\Delta+I)^{-1} .$$

Les approximations de Padé d'ordres supérieurs nous fournissent alors des discrétisations plus exactes.

Le système d'équations (48) est justifié pour les cas où le milieu de propagation n'est ni visqueux ni autrement dissipatif. Par exemple, si un seul processus de relaxation peut exister dans le milieu, l'équation (48) prend la forme [25]:

$$(58) \quad \begin{pmatrix} D_x & 0 & \rho D_t \\ D_z & \rho D_t & 0 \\ \rho^{-1}(1+\tau_r D_t)(C_1^2 + C_2^2 \tau_r D_t)^{-1} D_t & D_z & D_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ v_z \\ v_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_z \\ v \end{pmatrix} ,$$

où  $\tau_r$  est le temps caractéristique de relaxation,  $C_1$  est la célérité acoustique appropriée aux basses fréquences,  $C_2$  celle appropriée aux hautes fréquences. Cependant, si le signal est d'une bande assez étroite, les valeurs complexes de  $C$  dans (48) nous donneraient une assez bonne approximation.

### 3. GUIDE D'ONDES HÉTÉROGÈNE EN TROIS DIMENSIONS

Considérons maintenant le système d'équations différentielles qui régit la propagation des ondes acoustiques dans un guide d'ondes liquide en trois dimensions:

$$(59) \quad \begin{pmatrix} D_x & 0 & 0 & -i\omega\rho \\ D_y & 0 & -i\omega\rho & 0 \\ D_z & -i\omega\rho & 0 & 0 \\ -i\omega\rho^{-1}C^{-2} & D_z & D_y & D_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ v_z \\ v_y \\ v_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_z \\ f_y \\ v \end{pmatrix} ,$$

$$Y_0 p(x,y,0) + v_z(x,y,0) = 0 , \quad Y_H p(x,y,H) + v_z(x,y,H) = 0 ,$$

$$(x,y,z) \in (-\infty,\infty) \times (-\infty,\infty) \times [0,H] .$$

En supprimant, comme dans la section 1, dans (59) les composantes verticale et

transversale de la vitesse acoustique  $v_z$  et  $v_y$ , nous aboutissons à la forme opératorielle de (59):

$$\begin{pmatrix} D_x \mathbf{p} \\ D_x \mathbf{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & i\omega \mathbf{R} \\ i\omega \mathbf{B} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{f}_x \\ \mathbf{W} \end{pmatrix},$$

$$(60) \quad \mathbb{B}\mathbf{p}(x) = (\rho^{-1}C^2 - D_y((i\omega)^2\rho)^{-1}D_y - D_z((i\omega)^2\rho)^{-1}D_z)p(x,y,z).$$

En admettant que les propriétés du milieu dépendent lentement de  $x$ , nous obtenons, toujours à l'aide de la factorisation (21), (23), l'équation monodirectionnelle:

$$(61) \quad D_x \mathbf{p}_\dagger - i\omega \mathbf{s}(x) \mathbf{p}_\dagger = 0, \quad \mathbf{s} = (C^2 - \rho D_y((i\omega)^2\rho)^{-1}D_y - \rho D_z((i\omega)^2\rho)^{-1}D_z)^{1/2},$$

et nous approchons le facteur de propagation à l'aide de:

$$(62) \quad \hat{E} = \prod_k \left[ \hat{I} - 2Im\{\mu_k\}(C^2 - \rho D_y((i\omega)^2\rho)^{-1}D_y - \rho D_z((i\omega)^2\rho)^{-1}D_z - \mu_k)^{-1} \right].$$

On peut voir que pour faire un pas en  $x$ , il est nécessaire de résoudre quelques problèmes aux limites en 2D, du type de Helmholtz, dans un milieu absorbant (tous les  $Im\{\mu_k\} < 0$ , voir la section 1):

$$\begin{pmatrix} D_y & 0 & -i\omega\rho \\ D_z & -i\omega\rho & 0 \\ -i\omega\rho^{-1}(C^2 - \mu_k) & D_z & D_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ v_z \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_z \\ V \end{pmatrix},$$

$$(63) \quad Y_0 p(y,0) + v_z(y,0) = 0, \quad Y_H p(y,H) + v_z(y,H) = 0$$

Cela peut être fait à l'aide du processus itératif de Gauss-Zeidel (13), si la dépendance des propriétés du milieu en  $y$  est suffisamment lente.

#### 4. PRISE EN COMPTE D'UN FOND ÉLASTIQUE

La propagation des ondes acoustiques monochromatiques dans un milieu élastique omnidirectionnel est régie par les lois de Newton et de Hooke:

$$(64) \quad i\omega\rho v_\alpha + \partial\sigma_{\alpha\beta}/\partial x_\beta = 0, \quad i\omega\sigma_{\alpha\beta} + \lambda\delta_{\alpha\beta}\partial v_\gamma/\partial x_\gamma + \mu(\partial v_\alpha/\partial x_\beta + \partial v_\beta/\partial x_\alpha) = 0,$$

où  $\alpha, \beta, \gamma = x, y, z$ ,  $\sigma_{\alpha\beta}$  sont les contraintes,  $v_\alpha$  sont les vitesses,  $\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé. Toutes ces caractéristiques peuvent être fonctions des coordonnées cartésiennes  $x, y$  et  $z$ .

Rangeons les paramètres recherchés dans l'ordre  $(\sigma_{xx}, v_z, \sigma_{xz}, v_x, \sigma_{xy}, v_y, \sigma_{yy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz})^t$ , et les équations dans l'ordre suivant: d'abord celles de la loi de Newton pour  $v_x$  (nous notons cette loi comme  $N:v_x$ ), puis de la loi de Hooke pour  $\sigma_{xz}$  (notation  $G:\sigma_{xz}$ ), ensuite les lois:  $N:v_z$ ,

$G:\sigma_{xx}$ ,  $N:v_y$ ,  $G:\sigma_{xy}$ ,  $G:\sigma_{yy}$ ,  $G:\sigma_{yz}$ ,  $G:\sigma_{zz}$ . Nous pouvons alors écrire ce système sous la forme:

$$(65) \quad \begin{pmatrix} D_x & 0 & D_z & i\omega\rho & D_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu D_x & i\omega & \mu D_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i\omega\rho & D_x & 0 & 0 & 0 & 0 & D_y & D_z \\ i\omega & \lambda D_z & 0 & (\lambda+2\mu)D_x & 0 & \lambda D_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_x & i\omega\rho & D_y & D_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu D_y & i\omega & \mu D_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda D_z & 0 & \lambda D_x & 0 & (\lambda+2\mu)D_y & i\omega & 0 & 0 \\ 0 & \mu D_y & 0 & 0 & 0 & \mu D_z & 0 & i\omega & 0 \\ 0 & (\lambda+2\mu)D_z & 0 & \lambda D_x & 0 & \lambda D_y & 0 & 0 & i\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ v_z \\ \sigma_{xz} \\ v_x \\ \sigma_{xy} \\ v_y \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix} = 0.$$

Supposons maintenant, que le milieu soit un guide d'ondes  $(x,z) \in (-\infty, \infty) \times (0, H)$ , invariable par rapport à la coordonnée cartésienne  $y$ . Supprimons les trois dernières contraintes, en combinant les équations numéro 3, 4 et 9, 5 et 8. Nous obtenons alors:

$$(66) \quad \begin{pmatrix} D_x & 0 & D_z & i\omega\rho & 0 & 0 \\ 0 & D_x & i\omega/\mu & D_z & 0 & 0 \\ D_z \lambda/(\lambda+2\mu) & i\omega\rho + D_z \frac{4\mu(\lambda+\mu)}{i\omega(\lambda+2\mu)} D_z & D_x & 0 & 0 & 0 \\ i\omega/(\lambda+2\mu) & \lambda/(\lambda+2\mu) D_z & 0 & D_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_x & i\omega\rho - D_z \frac{\mu}{i\omega} D_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\mu & D_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ v_z \\ \sigma_{xz} \\ v_x \\ \sigma_{xy} \\ v_y \end{pmatrix} = 0.$$

Par conséquent, l'onde  $(\sigma_{xy}, v_y)^t$  se propage indépendamment.

En introduisant les opérateurs  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{B}$  comme suit:

$$(67) \quad \mathbb{R} = \begin{pmatrix} D_z & i\omega\rho \\ i\omega/\mu & D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} D_z & i\omega\rho \\ i\omega & \mu D_z \end{pmatrix} = \mathbb{M}^{-1} \mathbb{R},$$

$$\mathbb{B} = \begin{pmatrix} D_z \lambda/(\lambda+2\mu) & i\omega\rho + D_z 4\mu(\lambda+\mu)/(\lambda+2\mu)/(i\omega) \\ i\omega/(\lambda+2\mu) & \lambda/(\lambda+2\mu) D_z \end{pmatrix},$$

nous obtenons les équations pour les ondes de cisaillement  $\mathbf{s} = (\sigma_{xz}, v_x)^t$  et celles de compression  $\mathbf{c} = (\sigma_{xx}, v_z)^t$ :

$$(68) \quad \begin{pmatrix} D_x \mathbf{c} \\ D_x \mathbf{s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\mathbb{R} \\ -\mathbb{B} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{s} \end{pmatrix}$$

Tous les développements de la section 1 restent valables, à une petite nuance

près: le spectre de  $\mathfrak{S}$  occupe maintenant les 1er, 2nd et 3ème quadrants du plan complexe, imposant que la coupe pour la racine carrée dans (28) soit faite en suivant le rayon  $(0, -i\infty)$ . L'approximation de Padé de la racine carrée est alors:

$$(69) \quad \sqrt{\lambda} = \exp\{i\pi/4\} F_0(\exp\{-i\pi/2\}\lambda) / G_0(\exp\{-i\pi/2\}\lambda)$$

Même si une couche avec  $\mu = 0$  intervient dans le modèle, l'approximation rationnelle (29), (30) de l'opérateur de propagation peut être obtenue grâce à sa forme non singulière:

$$(70) \quad \hat{E} \approx \prod_k (M^1 R_{\mathbb{B}} - \mu_k^*) (M^1 R_{\mathbb{B}} - \mu_k)^{-1} = \prod_k (\hat{I} - 2Im\{\mu_k\} (R_{\mathbb{B}} - \mu_k M)^{-1} M),$$

ce qui permet une mise en oeuvre uniforme de cet algorithme.

## CONCLUSION

Nous avons utilisé les formulations opératorielles des équations d'acoustique pour obtenir le système d'équations pseudodifférentielles décrivant la propagation mono- et bidirectionnelle du son dans un milieu en 2D et 3D. Nous avons proposé plusieurs algorithmes efficaces de simulation numérique de la propagation acoustique, qui tiennent compte d'une dépendance temporelle arbitraire du signal d'émission.

1. S.Schelkunov, *Conversion of Maxwell's Equations into Generalized Telegraphist's Equations*, BSTJ (URSS), 1955, v.34, n°5, p.995.
2. B.Z.Katzenelenbaum, "Irregular slowly varying properties waveguides theory", *Edition de l'Acad.des Sc.d'URSS, Moscou*, 1961.
3. R.B.Evans, *A coupled mode solution for acoustic propagation in a waveguide with stepwise depth variations of a penetrable bottom*, J.Acoust.Soc.Am., 1990, v.74, pp.188-195.
4. F.D.Tappert, *The Parabolic Approximation Method*, in: J.B.Keller and J.S.Papadakis (éds), "Wave Propagation and Underwater Acoustics", *Lecture Notes in Physics, Vol.70*, Springer, New-York, 1977.
5. A.Bamberger, B.Engquist, L.Halpern, P.Joly, *Higher Order Paraxial Wave Equation Approximation in Heterogeneous Media*, SIAM.J.Appl.Math., 1988, v.48, pp.129-154.
6. M.D.Collins, E.K.Westwood, *A Higher-Order Energy-Conserving Parabolic Equation for Range-Dependent Ocean Depth, Sound Speed and Density*, J.Acoust.Soc.Am., 1991, v.89, pp.1068-1075.
7. M.B.Porter, C.M.Ferla, F.B.Jensen, *The Problem of Energy Conservation in One-Way Models*, J.Acoust.Soc.Am., 1991, v.89, pp.1058-1067.
8. F.Riesz, B.Sz-Nagy, "Lecons d'analyse fonctionnel", *Akademiai Kiado, Budapest*, 1972.
9. L.M.Brekhovskikh, "Waves in Layered Media", *Academic Press, New York*, 1960.
10. J.Babuška, M.Prager, E.Vitasek, "Numerical processes indifferent equations", *SNTL-Publishers of technical literature, Praha*, 1966.

- 11: M.Kh.Zakhar-Itkin, Reciprocity theorem and matrix telegraphist's equations for multimodal transmission lines, *Radiotechnique et électronique (URSS)*, 1974, v.19, n°11, pp.2338-2348.
- 12: M.Kh.Zakhar-Itkin, One class of boundary problems useful in multimodal transmission lines theory, *Succès des Sc.Math.* (URSS), 1970, v.25, n°5, pp.241-242.
- 13: M.Kh.Zakhar-Itkin, Nonsteady solutions of matrixtelegraphist's equations, *Succès des Sc.Math.* (URSS), 1971, v.26, n°6, pp.243-244.
- 14: M.Kh.Zakhar-Itkin, Matrix telegraphist's equations splitting conditions, *Équations différentielles (URSS)*, 1973, v.9, n°3, pp.565-567.  
M.B.Porter, C.M.Ferla, F.B.Jensen, The Problem of Energy Conservation in One-Way Models, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1991, v.89, pp.1058-1067.
- 15: C.V.Aviloff, Calculation of waveguides harmonic sound fields in a corrected wide-angle parabolic approximation, *Proc. of All-union's symposium on waves and diffraction-85*, Université d'État de la ville de Tbilissi, Tbilissi, 1985, v.2, pp.236-239.
- 16: C.V.Aviloff, One-way propagation approximation in ocean acoustics, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Acoustics of ocean medium", Naouka Editions, Moscou, 1989.
- 17: Y.L.Luke, "Mathematical functions and their approximations", Academic Press Inc., New York, San Francisco, London, 1975.
- 18: C.V.Aviloff, N.E.Maltseff, About ocean sound fields calculations by parabolic equation method, *J.d'Acoustique (URSS)*, 1981, v.27, n°3, pp.335-340.
- 19: S.V.Burenkov, O.E.Popov, About local normal modes interaction modelling in a two-dimensional heterogeneous waveguide, *J.d'Acoustique (URSS)*, 1989, v.35, n°4, pp.590-595.
- 20: A.A.Dezin, "General questions of boundary problems", Naouka Editions, Moscou, 1980.
- 21: J.Leray, "Hyperbolic differential equations", Centro internazionale matematico estivo, Varenna, 1956.
- 22: M.Reed, B.Simon, "Methods of modern mathematical physics", v.II. Academic Press Inc., New York, San Francisco, London, 1975.
- 23: I.S.Gradstein, Iu.M.Ryzyk, "Tables of integrals, summae, series, productions", Physmatguiz Editions, Moscou, 1963, p.815, f.29.31.19.
- 24: L.R.Rabiner, B.Gold, "Theory and application of digital signal processing", Prentice-hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.
- 25: S.R.de Groot, P.Mazur, "Non-equilibrium Thermodynamics", North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1962.

---

## INFLUENCE DES IRRÉGULARITÉS DE PROFIL DE CÉLÉRITÉ SUR LA PROPAGATION DANS UN GUIDE D'ONDES RÉFRACTANT

Buslaev V.S., Fedotov A.A.

Université d'État de Saint-Petersbourg, Saint-Petersbourg

**RÉSUMÉ** - L'article porte sur les problèmes de la propagation acoustique dans un guide d'ondes stratifié avec distorsions de différents types de la stratification. On expose quelques nouveaux résultats théoriques conçus pour trois situations caractéristiques. Dans la première partie, on aborde le cas où la célérité des ondes dépend lentement des coordonnées horizontales et on présente des formules asymptotiques pour les coefficients de transformation des modes au cours du passage d'une zone d'irrégularité; les formules restent justifiées, même quand les conditions d'application de l'approximation adiabatique ne sont pas remplies. On démontre que les coefficients de transformation sont complètement déterminés par deux fonctions que l'on considère comme des caractéristiques minimales d'une zone d'irrégularités traitée en tant qu'une "boîte noire". Elles ont un sens physique simple et peuvent être facilement calculées numériquement. Dans la deuxième partie, on décrit la propagation d'ondes en présence d'une structure fine d'un profil de célérité. On démontre que, dans ce cas, les valeurs propres du problème approprié aux limites forment des séries décrites par leurs conditions de quantification. Ce comportement particulier des valeurs et des fonctions propres aboutit à des différences qualitatives entre les rayons dans un guide d'ondes avec une structure fine de célérité et les rayons en l'absence d'une telle structure. De plus, le transfert du champ par ces rayons se passe différemment du cas normal. Les méthodes utilisées lors de l'examen asymptotique du problème aux limites peuvent être considérées comme une généralisation naturelle de l'approximation **WKB** usuelle. La troisième partie de l'article est consacrée à une description des expressions asymptotiques en haute fréquence d'un champ dans un guide d'ondes sans limites avec un index de réfraction fluctuant. On propose des formules asymptotiques pour l'intensité moyennée sur l'ensemble stochastique des fluctuations. On suppose que ces fluctuations sont faibles, mais que la distance de propagation pourrait être assez grande pour que l'influence des fluctuations sur un champ correspondent au régime de fluctuations saturées. Dans ce cas, ni la méthode de perturbations lentes, ni l'approximation géométrique classique ne sont plus justifiées. On déduit ces formules par la méthode de phase stationnaire pour l'intégrale fonctionnelle exprimant la fonction de corrélation du champ.

### INTRODUCTION

■ On peut dire que le problème de la propagation dans les guides d'ondes réguliers stratifiés est un problème bien étudié. On prête à présent plus d'intérêt aux effets liés aux distorsions de différents types de cette stratification. Cet article a comme but d'exposer quelques résultats théoriques nouveaux conçus pour

trois situations caractéristiques.

Admettons une fois pour toutes dans cet article que le champ d'ondes considéré est régi par l'équation

$$(1) \quad \Delta U(x,z) + p^2 n^2(x,z) U(x,z) = 0 ,$$

avec  $n = c^*/c$ ,  $c = c(x,z)$  la célérité du son,  $c^*$  la grandeur à une immersion fixée,  $\omega$  - fréquence.

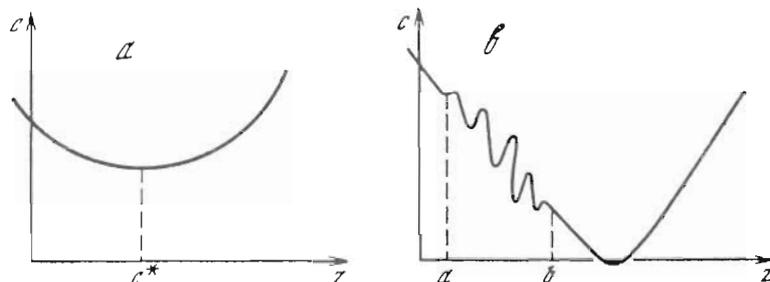


Figure 1. Exemples de profils de célérité: en l'absence de fluctuations (a), en présence d'une structure fine (b).

■ Dans la première partie, on considère le cas où la célérité des ondes dépend lentement de la coordonnée horizontale

$$c = c(\varepsilon, x, z) , \quad 0 < \varepsilon < 1 ,$$

la dépendance en  $z$  correspond à la figure 1a. On suppose que  $c(z)$  ne dépend de  $\varepsilon x$  que dans un certain intervalle, et de sorte qu'il n'y ait qu'une région de perturbation de la stratification. On décrit ici des formules asymptotiques pour les coefficients  $t_{mn}$  de transformation de modes normaux au cours du passage à travers cette zone d'irrégularité, avec  $\varepsilon \rightarrow 0$ ,  $p \rightarrow \infty$  et lorsque les conditions d'application de l'approximation classique adiabatique [2] ne sont pas remplies. On va trouver que les coefficients de transformation  $t_{mn}$  sont complètement déterminés par deux fonctions  $H_l(x, \mu)$  et  $R_l(x, \mu)$ . On pourra alors considérer ces fonctions comme des caractéristiques minimales d'une zone d'irrégularités traitée comme une "boîte noire". Elles ont un sens physique simple et peuvent être facilement calculées numériquement. Pour l'analyse de ces fonctions, il faut étudier l'évolution de l'invariant adiabatique le long des rayons, avec  $\varepsilon \rightarrow 0$ . On aboutit alors à des formulations bien adaptées pour certains rapports de  $p$  et de  $\varepsilon$ . Notamment, on déduit que dans les guides d'ondes nettement réfractants  $t_{mn} \sim O(p\varepsilon^\infty)$ . Avec  $p\varepsilon^{3/2}d_b \sim 1$  ( $d_b$  - l'échelle verticale de changement de  $c$ ), la matrice des coefficients de transformation  $t_{mn}$ , dite aussi la matrice de transformation, devient fortement non diagonale pour des guides d'ondes ayant des limites.

■ Dans la deuxième partie, on décrit la propagation d'ondes en présence d'une structure fine dans un profil de célérité:

$$(2) \quad c = c(z, \zeta) , \quad \zeta = z/\varepsilon , \quad 0 < \varepsilon < 1 .$$

La formule (2) exprime le fait qu'il y a deux échelles dans la dépendance de  $c$

en  $z$ . On va considérer que  $c$  possède un minimum et croît lorsque  $z \rightarrow \infty$  (fig.1) comme la première variable  $z$ , dite "lente", alors que la seconde variable  $\zeta$ , dite "rapide",  $c(z, \zeta)$  est périodique en  $\zeta$  pour toute valeur fixe de  $z$ . Conformément à cela, il y a des oscillations rapides d'amplitude et de période variable; ces oscillations sont superposées à la dépendance lente de  $c$  en  $z$ . On considère que  $c$  ne dépend de  $\zeta$  que sur un intervalle  $z \in (a, b)$ , et que le profil de célérité correspond donc à la figure 1b. On donne des formulations asymptotiques avec  $p \rightarrow \infty$  pour les valeurs et les fonctions propres du problème aux limites, lequel intervient après la séparation des variables dans l'équation (1):

$$(3) \quad d^2\Psi/dz^2 + p^2n^2(z, \zeta)\Psi = E\Psi, \quad \Psi(\pm\infty) = 0.$$

On démontre qu'avec  $\varepsilon$  assez petit, les valeurs propres du problème aux limites en présence de la structure fine forment des séries décrites par leurs conditions de quantification. Ce comportement particulier des valeurs et des fonctions propres aboutit à des différences qualitatives entre des rayons dans un guide d'ondes, avec une structure fine de célérité et des rayons en l'absence d'une telle structure. De plus, le transfert du champ par ces rayons se passe différemment du cas normal [4]. Notons que les méthodes utilisées lors de l'examen asymptotique du problème (3) peuvent être considérées comme une généralisation naturelle de l'approximation de WKB usuelle.

■ La troisième partie de l'article est consacrée à une description des expressions asymptotiques en hautes fréquences pour un champ dans un guide d'ondes sans limites ayant un index de réfraction fluctuant:

$$n^2 = V_0(z) + \varepsilon V_1(x, z), \quad 0 < \varepsilon < 1,$$

où  $V_0(z)$  est la composante déterministe de l'index de réfraction. Supposons qu'elle soit une fonction assez lisse ayant un maximum non singulier (fig.1), et que  $V_1(x, z)$  est la composante aléatoire de moyenne nulle et de fonction de corrélation

$$W(z, z', x-x') = \langle V_1(x, z) V_1(x', z') \rangle, \quad W(z, z', x-x') \rightarrow 0 \quad (|x-x'| \rightarrow \infty).$$

Nous proposons ici des formulations asymptotiques pour l'intensité  $|U|^2$  du champ d'ondes moyennée sur l'ensemble stochastique des fluctuations  $V_1$ . On suppose que  $\varepsilon$  est petit, mais que la distance  $R$  de propagation peut être suffisamment grande pour que l'influence des fluctuations sur un champ puisse correspondre au régime de fluctuations saturées [7]. Dans ce cas, ni la méthode de perturbations lentes, ni l'approximation classique géométrique ne restent justifiées.

Pour la description des fluctuations saturées, R.Dashen a utilisé la méthode d'intégration continue [7]. L'approche utilisée pour calculer approximativement l'intégrale sur des trajectoires est équivalente à la solution de l'équation du moment d'ordre deux [8]. La supposition essentielle de Dashen est la faible valeur des inclinaisons des trajectoires les plus importantes pour l'intégration, par rapport à la direction de propagation.

Dans cet article, nous proposons des formules pour l'intensité moyenne du champ  $\Gamma$ , justifiées dans le cas de hautes fréquences  $R/p \leq L^2$  ( $L$  étant l'échelle spatiale de l'irrégularité) et dans les cas des fluctuations saturées et non saturées. On obtient ces formulations par la méthode de la phase stationnaire pour l'intégration fonctionnelle. Elles donnent l'intensité moyenne en termes des ra-

yons classiques qui lient la source et le récepteur en l'absence de fluctuations. Pour le régime non saturé on retrouve les formules de l'approximation géométrique et, dans le cas où l'angle d'inclinaison de trajectoires classiques est  $\theta \ll L^{1/2}/Re\rho^{1/2}$ , elles se transforment en celles de Dashen.

Conformément aux formulations développées, pour les distances  $R > L^{1/2}/(\theta e\rho^{1/2})$  et avec  $0 < |z_{\text{source}} - z_{\text{récepteur}}| < \infty$ , l'intensité est localisée aux alentours de quelques rayons classiques, et elle décroît ailleurs exponentiellement.

■ Les résultats de la première partie de l'article se basent sur les études communes [5], [6], [9], [10], les résultats de la deuxième partie sont dus à V.S. Buslaiev [3], [4], la troisième partie contient des résultats originaux obtenus par A.A. Fedotov.

## 1. GUIDES D'ONDES LENTEMENT HÉTÉROGÈNES

■ Soit un guide d'ondes  $-\infty < x < \infty$ ,  $0 \leq z \leq h$ , où la propagation du son suit l'équation (1) avec un profil de célérité décrit dans l'introduction.

On utilise ici les coefficients de réflexion sur l'interface supérieure  $r_1(\epsilon x, \mu)$  et par le fond  $r_2(\epsilon x, \mu)$  au lieu de formuler les conditions aux limites  $z = 0$  et  $z = h$ . Ces coefficients de réflexion possèdent un sens simple. Aux alentours du point  $(x_0, 0)$ , l'équation (1) admet la solution:

$$U(x, z) = e^{ipx\mu} \left[ \exp\{ip[n^2(\epsilon x_0, 0) - \mu^2]^{1/2} z\} r_1(\epsilon x, \mu) + \exp\{-ip[n^2(\epsilon x_0, 0) - \mu^2]^{1/2} z\} \right].$$

Cette formulation détermine  $r_1(\epsilon x, \mu)$  pour  $\mu < n(\epsilon x, 0)$ . De la même façon, on introduit  $r_2(\epsilon x, \mu)$  pour  $\mu < n(\epsilon x, h)$ . On retrouve dans [11] une description plus complète des coefficients de réflexion.

■ Considérons les cas où l'irrégularité de stratification du guide d'ondes est limitée, c'est-à-dire qu'on suppose que  $n = n_-(z)$ ,  $r_{1,2} = r_{1,2}^-(\mu)$  avec  $x < \xi_*/\epsilon$ , et que  $n = n_+(z)$ ,  $r_{1,2} = r_{1,2}^+(\mu)$  avec  $x > \xi_*/\epsilon$ , et que les fonctions  $n$  et  $r_{1,2}$  sont lisses autour du point  $x = \xi_*/\epsilon$ .

Nous allons étudier le champ  $U_m$ , excité dans le guide d'ondes par un mode  $m$  qui arrive de sa partie gauche. Avec  $x > \xi_*/\epsilon$ , le champ  $U_m$  peut être présenté comme suit:

$$(4) \quad U_m = \sum_{n \geq 1} t_{mn} U_n^+(x, z).$$

On note ici  $U_n^+ = \exp\{ip\mu_n^+ x\} \Psi_n^+(z) / \mu_n^{+1/2}$  - le mode  $n$  de la partie droite du guide d'ondes;  $\Psi_n^+$  et  $\mu_n^+$  sont les fonctions et les valeurs propres normalisées du problème aux limites ( $Re\mu_n^+ > 0$ ) lequel se pose pour  $x > \xi_*/\epsilon$  après la séparation des variables dans l'équation (1), compte tenu des conditions aux limites. Il faut rajouter dans (4) une intégrale dans le cas où ce problème aux limites possède un spectre continu. Nous allons décrire ici les formules asymptotiques de la matrice de transformation  $t_{mn}$  avec  $p \rightarrow \infty$ ,  $\epsilon \rightarrow 0$ ,  $p\epsilon \rightarrow \infty$ . Dans le cas où la fonction  $n$  est assez lisse, les coefficients de transformation décroissent plus vite que toute puissance de  $1/p$ , et ne peuvent pas être décrits par les développements de rayons utilisés dans cet article.

■ Décrivons les fonctions  $H_1(x, \mu)$  et  $R_1(x, \mu)$  qui expriment les coefficients de transformation. Introduisons pour cela quelques définitions.

Notons qu'un rayon dans un milieu stratifié forme une courbe cyclique (périodique). Dans un guide d'ondes lentement inhomogène, on va considérer comme "quasi-période" (cycle) une partie du rayon entre deux minimums à des profondeurs voisines (fig.2). Définissons le paramètre  $\mu$  de rayon  $\gamma$  en un point  $M$  par la formule

$$\mu(M) = n(M) \cdot \cos \theta(M),$$

où  $\theta(M)$  est l'angle entre l'horizontale et le rayon au point  $M$ .

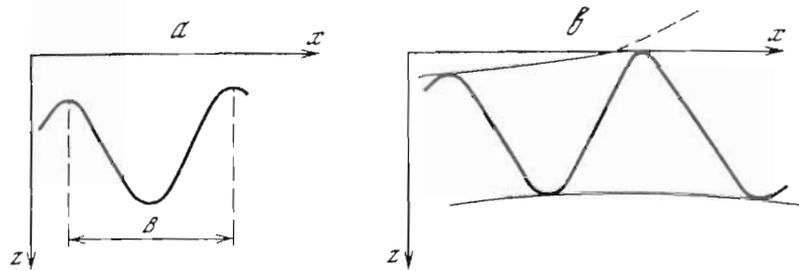


Figure 2. Rayons dans le guide d'ondes lentement inhomogène:  
a - quasi-période du rayon,  
b - structure des caustiques.

Considérons une partie d'un rayon  $\gamma$  composée de  $l$  quasi-périodes avec l'extrémité gauche correspondant à  $x < \xi_+/\epsilon$ , et l'extrémité droite correspondant à  $x > \xi_+/\epsilon$ . Soit  $x$  coordonnée horizontale de l'extrémité droite, et  $\mu$  paramètre du rayon pour  $x < \xi_+/\epsilon$ . On va noter une telle courbe comme  $\gamma_1(x, \mu)$ . La fonction  $H_1(x, \mu)$  est donnée par la formule:

$$H_1(x, \mu) = x' \mu + \int_{\gamma_1(x, \mu)} n(\epsilon x, z) ds \quad (ds^2 = dx^2 + dz^2),$$

où  $x'$  est la coordonnée horizontale de l'extrémité gauche du rayon  $\gamma_1$ .

Pour retrouver la fonction  $R_1(x, \mu)$ , considérons la famille des rayons qui correspondent à une valeur  $\mu$  donnée. Ces rayons peuvent être réfléchis par les interfaces du guide d'ondes et par des caustiques. Alors,  $R_1(x, \mu)$  est le coefficient total de réflexion du rayon  $\gamma_1(x, \mu)$ , qui est égal au produit des coefficients de réflexion par les interfaces et par les caustiques en tous points de réflexion, en partant du point de réflexion à la limite gauche, en excluant le point de réflexion à la limite droite.

■ Avec  $p \rightarrow \infty$ ,  $\epsilon \rightarrow 0$ ,  $p\epsilon \rightarrow \infty$ , les coefficients de transformation  $t_{mn}$  sont décrits par la formule asymptotique

$$(5) \quad t_{mn} \sim \frac{I}{D_+(\mu_n^+)} \int_{x-D_+(\mu_n^+)/2}^{x-D_+(\mu_n^+)/2} dy g\{y, \mu_m^-\} \exp\{-ip\mu_n^+ y\} \quad (x > \xi_+/\epsilon + \frac{1}{2}D_+(\mu_n^+)).$$

La fonction  $g(x, \mu) = R_1(x, m) \cdot \exp\{ipH_1(x, \mu)\}$  est la caractéristique essentielle de l'irrégularité considérée en tant que "boîte noire", et

$$D_+(\mu) = \int_{\mu \geq n, 0 < \xi \leq h} \mu(n^2 - \mu^2)^{-1/2} d\xi$$

est la longueur du cycle du rayon possédant le paramètre  $\mu$ , calculée dans le guide d'onde avec  $n = n_+(z)$ .

Notons que la partie droite dans (5) ne dépend ni de  $l$  ni de  $x$  lorsque  $p \rightarrow \infty$ .

La fonction  $g(x, \mu)$ , qui intervient dans (5) et dépend de deux variables comme l'index de réfraction, peut être considérée comme caractéristique minimale de l'irrégularité. Ayant retrouvé les coefficients de transformation à partir de cette fonction, on peut calculer le champ d'ondes avec n'importe quelle disposition de sources et de récepteurs situés à l'extérieur de la zone d'irrégularité.

La fonction  $g$  peut être calculée numériquement. Pour une analyse analytique de la matrice  $t_{mn}$  il faut exprimer  $g(x, \mu)$  par le changement total de l'invariant adiabatique sur des rayons  $\gamma(x, \mu)$  qui traversent l'irrégularité. Dans les cas où nous pouvons évaluer cette grandeur asymptotiquement par rapport à  $\varepsilon$ , on obtient des formulations particulièrement efficaces pour  $t_{mn}$ .

■ Considérons avec plus de détails la liaison entre les coefficients de transformation et l'évolution totale de l'invariant adiabatique de rayons. Prenons un rayon  $\gamma$  traversant l'irrégularité. Soit  $\mu_\gamma(x)$  le paramètre du rayon  $\gamma$  en un point  $x$ . L'invariant adiabatique de ce rayon est la grandeur:

$$\Delta_\gamma = \Delta(\mu_\gamma(x), \varepsilon x), \quad \Delta(\mu, \xi) = \int_{\mu \geq n, 0 < \xi \leq h} [n^2(\xi, \zeta) - \mu^2]^{1/2} d\zeta.$$

L'invariant adiabatique du rayon subit des fluctuations d'ordre  $\varepsilon$  dans l'irrégularité.

Considérons le changement total de l'invariant adiabatique du rayon  $\gamma$ :

$$\sigma_\gamma = \Delta(\mu_\gamma(\xi_+/\varepsilon), \xi_+) - \Delta(\mu_\gamma(\xi_-/\varepsilon), \xi_-).$$

Il se trouve que  $\sigma_\gamma$  peut être d'un ordre en  $\varepsilon$  considérablement plus élevé que les variations de l'invariant adiabatique dans l'irrégularité.

On note désormais la grandeur  $\sigma$  du rayon  $\gamma_1(x, \mu)$  par  $\sigma(x, \mu)$ . On obtient alors la formulation en  $\sigma$  des coefficients de transformation comme suit:

$$(6) \quad t_{mn} \approx \exp\{ip\Omega(x, \mu_m^-) - ip\mu_n^+ x\} \frac{1}{D_+(\mu_n^+)^{-1/2}} \int_{-1/2}^{1/2} dy \Phi(x + D_+(\mu_n^+)y, \mu_m^-) \cdot \exp\left\{2\pi i(n-m+\rho)y - 2ip \int_0^y \sigma(x + tD_+(\mu_n^+), \mu_m^-) dt\right\}, \quad x > \xi_+/\varepsilon + \frac{1}{2}D_+(\mu_n^+),$$

avec

$$(7) \quad \Omega(x, \mu) = H_1(x, \mu) - 2l\Delta^-(\mu), \quad \Phi = R_1(x, \mu)/R_1^l(\mu),$$

$$\rho = \ln\{R_-(\mu_m^-)/R_+(\mu_n^+)\}, \quad R_\pm(\mu) = r_\mp^+(\mu)r_\mp^-(\mu).$$

La fonction  $\Omega(x, \mu)$  qui intervient dans (6) peut être facilement calculée numériquement; par conséquent, la formule (6) réduit le problème des coefficients de transformation au problème des solutions asymptotiques de la variation totale  $\sigma$  de l'invariant adiabatique et du coefficient "relatif" de réflexion  $\Phi$ . Il se trouve que les ondes  $U_m$  se partagent en deux classes: les ondes singulières et les ondes ordinaires, compte tenu des formulations asymptotiques de  $\sigma$  et de  $\Phi$ . Pour les ondes  $U_m$  ordinaires, on évalue  $t_{mn} \sim O(p\varepsilon^\infty)$  ( $m \neq n$ ). Pour les ondes  $U_m$  singulières, dans le cas général la matrice  $t_{mn}$  se trouve considérablement non diagonale avec  $p\varepsilon^{3/2}d_v \sim 1$  ( $d_v$  étant l'échelle verticale de changement de  $n(\varepsilon x, z)$ ).

■ Examinons ces résultats. Considérons la famille de rayons correspondant à un mode  $U_m$ , c'est-à-dire que tous les rayons  $\gamma(x, \mu)$  pour lesquels  $\mu = \mu_m^-$ . Si les caustiques de cette famille ne dépassent pas les limites du guide d'ondes, l'onde  $U_m$  est ordinaire et, dans le cas contraire, elle est singulière.

Pour les modes ordinaires, la grandeur  $\sigma \sim O(\varepsilon^\infty)$ . De plus,

$$\Phi(x+y, \mu_m^-) \approx \Phi(x, \mu_m^-) [R_-(\mu_m^-)/R_+(\mu_m^+)]^{-y/D_+(\mu_m^+)},$$

et on obtient pour les coefficients de transformation:

$$t_{mn} \approx \exp\{ip\Omega(x, \mu_m^-) - ip\mu_m^+ x\} \Phi(x, \mu_m^-) \delta_{mn}, \quad x > \xi_+/ \varepsilon.$$

Les conditions d'application de cette formulation sont  $\max_x \{p|\sigma(x, \mu_m^-)|\} \leq 1$ . Donc, les modes ordinaires ne se transforment presque pas en traversant une irrégularité faible.

Pour les modes singuliers, la grandeur  $\sigma \sim \varepsilon^{3/2}$ . En particulier, cela signifie que la matrice de transformation devient considérablement non diagonale si  $p\varepsilon^{3/2}d_v \sim 1$ . Dans le cas où  $\varepsilon \rightarrow 0$ ,  $p\varepsilon \rightarrow \infty$ , on peut déduire les formulations de  $\sigma$  et  $\Phi$  et, par conséquent, des coefficients de transformation des modes singuliers. Si le mode subit la condition de Dirichlet sur  $z = 0$ , et si la caustique supérieure de la famille de rayons correspondant à ce mode surgit une fois à la surface  $z = 0$  en ayant un angle non zéro (cet angle  $\approx \varepsilon$  si  $\varepsilon \ll 1$ ), et si la caustique inférieure est distincte des interfaces du guide d'ondes (fig.2b), alors la formulation des coefficients de transformation s'établit comme suit:

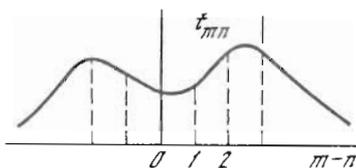
$$(8) \quad t_{mn} = \exp\{i\gamma_{mn}\} \int_{-1/2}^{1/2} \exp\{2i(\pi(m-n+1/4)t + a_m^{3/2} \int_0^t \zeta(t') dt')\} \Phi(a_m, a_m t) dt,$$

$$\text{avec } \Phi(a, b) = \prod_{l=1}^{\infty} \frac{w_l^*(al+b)}{w_l(al+b)} \prod_{l=1}^{\infty} \frac{w_l^*(-al-b)}{w_l(-al-b)} \exp\{i\frac{\pi}{2} + \frac{4}{3}i(al+b)^{3/2}\},$$

$w_l$  étant la fonction d'Airy,  $w_l(z) = [u(z) + iv(z)]/2$ ,  $\zeta$  étant la  $\zeta$ -fonction générale de Riemann, le coefficient  $\gamma_{mn}$  s'exprime par  $\Omega$  (voir (7)),  $a_m \sim p\varepsilon^{3/2}\varepsilon$ .

Figure 3.

Caractère de la dépendance de l'amplitude  $|t_{mn}|$  en  $m-n$ .



Notons que la matrice de transformation devient diagonale avec  $a_m^{3/2} \sim p\epsilon^{3/2}d_v \ll 1$ , et que avec  $a_m^{3/2} \sim p\epsilon^{3/2}d_v \gg 1$  l'intégrale dans (8) peut être évaluée par la méthode de la phase stationnaire. Comme résultat de cette évaluation, on trouve que les amplitudes des coefficients  $t_{mn}$  suivent une forme de courbe à deux bosses (fig.3).

## 2. GUIDE D'ONDES AVEC UNE STRUCTURE FINE DE CÉLÉRITÉ

■ Nous allons étudier la propagation d'ondes en supposant qu'elles suivent l'équation de Helmholtz (1). Les propriétés du profil de célérité dans les guides d'ondes possédant une structure fine de célérité ont été décrites en détail dans l'introduction. Nous donnons des solutions asymptotiques des valeurs et des fonctions propres du problème transversal aux limites (3), qui se pose après la séparation des variables dans l'équation (1). Notons ici

$$V(z, \zeta) = p^2 n^2(z, \zeta) / \epsilon^2, \quad E = E / \epsilon^2,$$

alors, le problème transversal s'écrit comme suit:

$$(9) \quad d^2 \Psi / d\zeta^2 + V(z, \zeta) \Psi = E \Psi, \quad \Psi(\pm\infty) = 0.$$

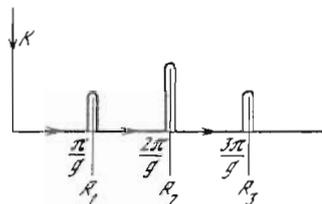
■ Afin de décrire les formulations asymptotiques ci-dessous, il est nécessaire de rappeler certains faits concernant l'équation

$$(10) \quad d^2 \Psi / d\zeta^2 + v(\zeta) \Psi = E \Psi$$

ayant un coefficient périodique  $v$ ,  $v(\zeta+g) = v(\zeta)$ .

Figure 4.

Description de la fonction  $\mathcal{E}(k)$ .



Avec  $k \in \mathbb{C}$  et avec une certaine valeur de  $E$ , l'équation (10) possède deux solutions du genre  $\Psi_{i,2} = e^{ik\zeta} \phi_{i,2}(k, \zeta)$ , les fonctions  $\phi_{i,2}$  étant périodiques avec la période  $g$ . Par conséquent, on peut définir la fonction  $\mathcal{E}(k) = E$ . On peut considérer la fonction  $\mathcal{E}(k)$  comme une fonction à un chiffre sur le plan complexe  $\mathbb{C}$  ayant des coupures  $R_{1,2}$  convenables. La fonction  $\mathcal{E}$  transforme les valeurs  $k = 0, \pi/g-0, \pi/g+0, 2\pi/g-0, 2\pi/g+0, \dots$  en valeurs  $E_0 < E_1 \leq E_2 < E_3 \leq E_4 < \dots$  de la manière que le contour  $K$  de la figure 4 se projette sur l'axe réel:  $K \rightarrow \mathbb{R}$ . Les intervalles  $(E_0, E_1), (E_2, E_3)$ , forment les zones autorisées pour l'équation (10). Les intervalles qui les complètent s'appellent donc zones interdites.

On peut se faire une idée différente de la fonction  $\mathcal{E}(k)$  en considérant ses graphiques sur les intervalles se succédant sur l'axe réel  $k$ . Ces graphiques sont

présentés sur la figure 5a. Toute branche de la figure 5a admet une prolongation lisse périodique sur tout l'axe réel, représentée par des lignes pointillées.

■ On recherche les solutions asymptotiques des fonctions et des valeurs propres du problème (9) en trois étapes.

La première exige une analyse préalable de l'équation

$$(11) \quad \left(i\frac{\partial}{\partial \zeta} + k\right)^2 U + V(z, \zeta)U = \varepsilon U ,$$

dans laquelle on doit considérer  $z$  comme un paramètre, et la solution  $U(k, z, \zeta)$  comme périodique. L'équation (11) engendre la fonction de dispersion correspondante  $\varepsilon(k, z)$ .

A la seconde, on retrouve la courbe énergétique  $\gamma_E$  qui provient de l'équation

$$(12) \quad \varepsilon(k, z) = E, \quad E = \text{const} .$$

La fonction  $V$  ne dépend pas de  $\zeta$  si  $z \notin (a, b)$ , et alors  $\varepsilon(k, z) = k^2 + V(z)$ ,  $U = 1$ . C'est pourquoi les parties de la courbe énergétique correspondant à  $z < a$  et à  $z > b$  sont conformes à des arcs de cercle.

■ Considérons les conditions de quantification et le comportement asymptotique des fonctions propres. En règle générale, ces conditions doivent être écrites indépendamment pour toute partie continue  $\gamma_E^\alpha$  de  $\gamma_E$ . Elles ont comme formulation:

$$(13) \quad \frac{1}{\varepsilon} \oint_{\gamma_E^\alpha} z dk + \oint_{\gamma_E^\alpha} \text{Im}\{(dU, U) + (\hat{\mathcal{L}}U_z, U_k)\dot{\varepsilon}_k^{-1}\} dz = -2\pi n - \frac{\pi}{2} \text{ind}\{\gamma_E^\alpha\} ,$$

où  $dU$  est la différentielle de  $U$  par rapport aux paramètres  $k, z$ :  $dU = U_z dz + U_k dk$ ,  $(\cdot, \cdot)$  est le produit scalaire dans l'espace fonctionnel  $\mathbb{L}_2$  de deux fonctions périodiques sur la période,  $\mathcal{L} = (i\partial/\partial\zeta + k)^2$ . Les parties périodiques des courbes  $\gamma_E^\alpha$  dans la formule (13) doivent être considérées comme cycliques, et leur index ( $\text{ind}$ ) est égal à zéro. L'index des parties réellement cycliques est égal à deux.

Les conditions de quantification définissent une série de valeurs propres  $E_n^\alpha$ . Quand  $E_n^\alpha$  s'approchent de  $E_\alpha^*$ , certaines courbes  $\gamma_E^\alpha$  deviennent très proches sur le plan de phase. Dans ce cas, les conditions de quantification et les courbes énergétiques se réorganisent, et le nombre de séries change.

Soit une fonction propre  $\Psi_n^\alpha$ , qui correspond à la valeur propre  $E_n^\alpha$ , a la présentation asymptotique

$$\Psi_n^\alpha \sim A(E_n^\alpha)\dot{\varepsilon}_k^{-1/2}(k, z) \left[ e^{-i\pi/2} U(k, z, \zeta) \cdot \exp\left\{i \int_{z_1}^z \left[\frac{k}{\varepsilon} dz - \text{Im}\{(dU, U) + (\hat{\mathcal{L}}U_z, U_k)\dot{\varepsilon}_k^{-1/2} dz\}\right]\right\} + \overline{U(k, z, \zeta)} \exp\left\{-i \int_{z_1}^z \left[\frac{k}{\varepsilon} dz - \text{Im}\{(dU, U) + (\hat{\mathcal{L}}U_z, U_k)\dot{\varepsilon}_k^{-1/2} dz\}\right]\right\} \right] .$$

où  $z_1^\alpha$  est le minimum des deux immersions des points tournants  $z_1^\alpha$  et  $z_2^\alpha$  qui

limitent la courbe  $\gamma_E^\alpha$  sur l'axe  $z$ . Le premier terme correspond à la branche supérieure, et le second à la branche inférieure de la courbe. La formulation asymptotique est correcte sur l'intervalle  $(z_1^\alpha, z_2^\alpha)$ ; hors de cet intervalle la fonction propre décroît exponentiellement, et nous avons:

$$A(E) = \left[ \frac{\partial}{\partial E} \int_{\gamma_E^\alpha} k dz \right]^{1/2}.$$

Les formulations asymptotiques se compliquent évidemment au voisinage des points tournants et aux abords de ces immersions, mais nous ne considérons pas ici ce problème.

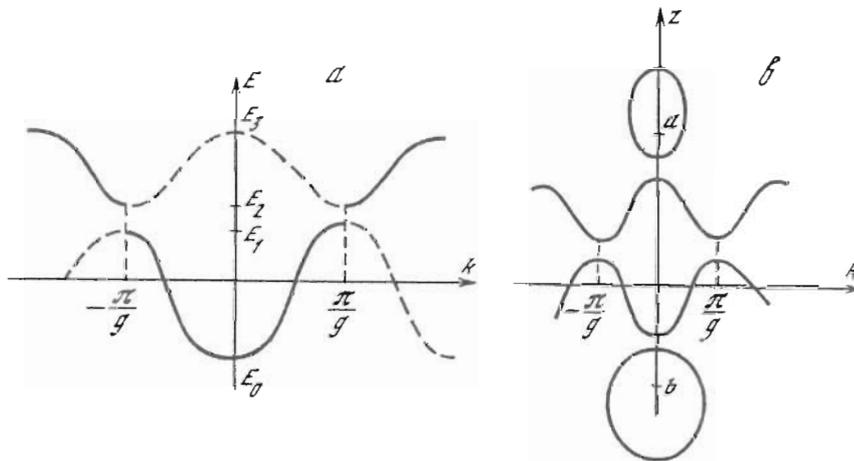


Figure 5. Graphiques de la fonction  $\varepsilon$  (a) et des courbes énergétiques (b).

■ Nous avons décrit asymptotiquement l'influence de la structure fine de célérité dans le guide d'ondes stratifié sur le caractère des modes normaux. Grâce aux formulations asymptotiques des fonctions et des valeurs propres du problème (9), on peut aboutir à la formulation du champ dans les sommets de rayons [4]. La conclusion principale des résultats de [4] est qu'une famille de rayons se différenciant par un déplacement sur l'axe  $x$  correspond à une grandeur donnée du paramètre de rayon  $\mu$  qui a été défini dans la première partie de l'article. En l'absence de la structure fine de célérité, ils se tiennent entre les immersions  $z_1$  et  $z_2$  tels que  $n(z_{1,2}) = \mu$ , limitant la projection de la courbe énergétique  $\gamma_E$  sur l'axe  $z$ . L'introduction d'une structure fine de célérité sur l'intervalle  $(a,b)$  ne change pas les équations de rayons pour  $z \notin (a,b)$ , mais pour  $z \in (a,b)$  elle provoque généralement l'éclatement d'un rayon et l'augmentation des points tournants. Cela signifie qu'un rayon ayant une large couverture verticale en l'absence de la structure fine de célérité peut se décomposer dans la couche  $z \in (a,b)$  en branches ayant des couvertures verticales beaucoup moins larges limitées par les points tournants (fig.5b). La figure 6a montre les rayons en

l'absence de la structure fine de célérité, et la figure 6b les montre en présence d'une structure fine de célérité.

On pourrait dire que, sous l'effet de la structure fine de célérité, le guide d'ondes qui existerait en son absence se désagrège dans la zone  $z \in (a,b)$  en une série de guides d'ondes plus étroits.

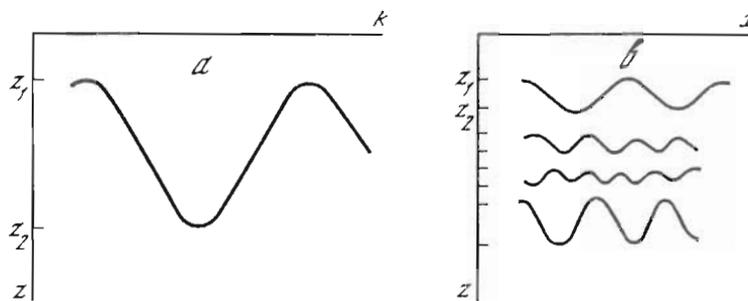


Figure 6. Désagrégation d'un rayon dans un guide d'ondes avec une structure fine de célérité:  
 a - sans la structure fine,  
 b - avec la structure fine.

Il est évident que les immersions séparant les familles différentes de rayons peuvent être très rapprochées, ce qui rend considérables les effets d'échange d'énergie entre les guides d'ondes correspondants. L'efficacité du couplage est caractérisée par la condition

$$\frac{1}{\epsilon} \int_{z_1}^{z_2} \alpha \operatorname{Im}\{k\} dz \sim 1 .$$

Les évaluations numériques effectuées démontrent que l'échange d'énergie peut être faible, même dans les guides d'ondes naturels.

### 3. CHAMP D'ONDES DANS LE GUIDE D'ONDES FLUCTUANT

■ Sous l'approximation parabolique, le champ acoustique d'une source ponctuelle harmonique se trouvant au point  $(0, z_0)$  est décrit par le problème aux valeurs initiales de l'équation:

$$2ip\Psi'(x,z) + \Psi''_{zz}(x,z) + V(x,z)\Psi(x,z) = 0, \quad \Psi(0,z) = -\delta(z-z_0) .$$

La fonction  $V(x,z)$  s'exprime à l'aide du carré de l'index de réflexion  $n^2(x,z)$ :  $V = n^2 - 1$ . Avec cette approximation, la pression acoustique qui est régie par l'équation de Helmholtz (1) peut être restituée approximativement à partir de la fonction d'atténuation  $\Psi$ :  $U(x,z) = e^{ipx}\Psi(x,z)$ .

■ La fonction  $\Psi(x,z)$  peut être exprimée en forme d'une intégrale fonctionnelle [7]:

$$(14) \quad \Psi(x,z) = \int \prod_{\xi=0}^x \frac{dz(\xi)}{(2i\pi\Delta\xi/p)^{1/2}} \exp\left\{ \frac{ip}{2} \int_0^x d\xi \left[ (dz/d\xi)^2 + V(\xi, z(\xi)) \right] \right\},$$

où l'intégration est faite sur toutes les trajectoires  $z(\xi)$  qui relient les points  $(0, z_0)$  et  $(x, z)$ . Dans le cas où  $V_1$  est un processus aléatoire gaussien ou si la distance  $R$  entre la source et le récepteur est beaucoup plus grande que la dimension caractéristique des fluctuations, on peut déduire de (14) les formulations des moments du champ, en particulier:

$$(15) \quad \Gamma \equiv \langle \Psi(x,z)\Psi^*(x,z) \rangle = \int \prod_{\xi=0}^x \frac{dz_1(\xi)}{(2i\pi\Delta\xi/p)^{1/2}} \int \prod_{\xi=0}^x \frac{dz_2(\xi)}{(2i\pi\Delta\xi/p)^{1/2}} \cdot \exp\left\{ \frac{ip}{2}(S_0 + \gamma S_1) \right\}, \quad z_1(0) = z_2(0) = z_0, \quad z_1(x) = z_2(x) = z,$$

$$S_0 = \int_0^x d\xi \left[ (dz_1/d\xi)^2 + V_0(\xi, z_1(\xi)) - (dz_2/d\xi)^2 + V_0(\xi, z_2(\xi)) \right],$$

$$S_1 = \int_0^x d\xi \int_0^x d\xi' \left[ (z_1(\xi), z_1(\xi'), \xi - \xi') + W(z_2(\xi), z_2(\xi'), \xi - \xi') - 2W(z_1(\xi), z_2(\xi'), \xi - \xi') \right],$$

$$W(z, z', x - x') = \langle V_1(x, z)V_1(x', z') \rangle, \quad \gamma = \frac{1}{4}ip\epsilon^2.$$

Nous présentons ici les formulations asymptotiques de  $\Gamma$  avec  $p \rightarrow \infty$ ,  $\epsilon \rightarrow 0$ ,  $xp\epsilon^2/4 = O(1)$ .

■ La première étape du développement de ces formulations consiste à appliquer la méthode de la phase stationnaire à l'intégrale (15). Loin des caustiques et d'autres points singuliers de la structure de rayons classiques en l'absence des fluctuations, la solution s'écrit:

$$(16) \quad \Gamma = \sum_{i \geq 1} \Gamma_{oi} A_i,$$

où  $\Gamma_{oi}$  est l'intensité du rayon classique  $z_i(x)$ , le facteur  $A_i$  étant calculé par le déterminant:

$$A_i = [\det(1 + \gamma K_i)]^{-1}, \quad \gamma = \frac{1}{4}ip\epsilon^2,$$

l'opérateur  $K$  étant intégral et ayant comme noyau

$$K_i(x', x'') = 2 \int_0^x dt W''_{zz}(z_i(x'), z_i(t), x' - t) g_i(t, x''),$$

$g_i(x', x'')$  étant la fonction de Green du problème

$$-g''_{x'x''} + \frac{g}{2} V''_0(z_i(x')) = f, \quad g(0) = g(x) = 0.$$

■ La formule (16) est justifiée dans le cas des hautes fréquences:  $p/R \leq L^2$  ( $L$  est l'échelle caractéristique de variation de  $V(x, z)$ ), pourtant on peut évaluer asymptotiquement le facteur  $A_i$  si la condition  $R/L \leq (4/p\epsilon^2 L)^N$  est justifiée avec un certain  $N$ . Considérons comme exemple le cas où  $N = 1$ :

$$(17) \quad R p \epsilon^2 / 4 \leq 1.$$

Dans ce cas le facteur  $A_i$  est décrit par la formulation asymptotique

$$A_i \approx |\rho_i / sh\{\rho_i\}|, \quad \rho_i = \frac{R}{D(E_i)} \left( \frac{p\epsilon^2}{2} D'(E_i) W_{\varphi\varphi}(E_i) \right)^{1/2},$$

où  $D(E) = 2 \int_{V_0 > E} (V_0(\zeta) - E)^{1/2} d\zeta$  est la longueur de cycle du rayon classique  $z(E, x)$ , le long duquel  $V_0(z) = E$  aux points de maximum de  $z$ , et

$$W_{\varphi\varphi}(E) = \int_0^{D(E)} dx \int_{-\infty}^{\infty} dx' W''_{zz}(z(x, E), z(x', E), x - x') z'(x, E) z'(x', E).$$

■ Remarquons les conclusions élémentaires qu'on pourrait tirer de cette dernière formulation. Une fois la condition (17) satisfaite, la grandeur  $\rho$  peut être grande ou petite:  $0 < p \leq \text{const} \cdot (p\epsilon^2)^{1/2}$ . Avec  $|\rho| \leq 1$  nous avons  $\Gamma = \sum_i \Gamma_{oi}$ , c'est-à-dire que l'intensité moyenne du champ est égale à la sommation des intensités des rayons classiques en l'absence des fluctuations. Ce cas correspond aux fluctuations non saturées et de petits angles d'inclinaison de trajectoires classiques:  $\theta \leq (D/R\epsilon)(pDD'/2L)^{-1/2}$ .

L'intensité moyenne  $\Gamma$  décroît exponentiellement loin des rayons sur lesquels  $D'(E) = 0$  et  $W_{\varphi\varphi}(E) = 0$  si  $|\rho| \gg 1$ ,  $R \gg D/(p\epsilon^2/2 D' W_{\varphi\varphi})^{1/2}$ .

■ Au voisinage des rayons  $D'(E) = 0$  la formulation de l'intensité moyenne doit être remplacée:

$$A_i \approx |\tilde{\rho}_i / sh\{\tilde{\rho}_i\}| \Psi(R, \tilde{\rho}_i, \gamma, E_i),$$

avec

$$\tilde{\rho}_i = \frac{R}{D(E_i)} \left( \frac{p\epsilon^2}{2} D'(E_i) W_{\varphi\varphi}(E_i) - \left( \frac{p\epsilon^2}{2} \right)^2 W_{\varphi\varphi}(E_i) W_{\pi\pi}(E_i) \right)^{1/2},$$

$$W_{\pi\pi}(E_i) = \int_0^{D(E_i)} dx \int_{-\infty}^{\infty} dx' W''_{zz}(z(x, E_i), z(x', E_i), x - x') \pi(x, E_i) \pi(x', E_i),$$

$\pi(x, E)$  étant une fonction périodique qui s'exprime par la dérivée de  $z(x, E)$  par rapport au paramètre  $E$ .

Les formules pour la fonction  $\Psi(R, \tilde{\rho}, \gamma, E)$  sont très lourdes. Nous remarquons seulement le fait important que  $\Psi \sim (2/p\epsilon^2 L)^{1/4}$  au voisinage d'un rayon singulier ayant  $D'(E) = 0$ , et  $\Psi \approx 1$  loin de celui-ci, c'est-à-dire que l'intensité moyenne ne décroît pas exponentiellement au voisinage de ces rayons.

La signification géométrique des rayons avec  $D'(E) = 0$  est clair: ce sont des rayons stables par rapport aux petites perturbations de  $E$ , et qui changent peu avec l'angle d'émission. Il est à noter que l'on doit décrire le champ d'ondes d'une façon particulière au voisinage de ces rayons.

- 
- 1: A.D.Avdeev, V.S.Buslaev, A.V.Popov, *Propagation d'ondes dans des guides d'ondes irréguliers*, in: B.E.Kinber (éd.), *Proc.de Toute-Union conférence sur la diffraction et la propagation d'ondes*, Kazan, 1988, pp.5-14.
  2. L.M.Brekhovskikh, Iu.P.Lysanov, "Fundamentals on Ocean Acoustics", Springer-Verlag, 1983.
  - 3: V.S.Buslaev, *Perturbation adiabatique d'un potentiel périodique*, *TME (URSS)*, 1984, v.58, n°2, pp.233-243.
  - 4: V.S.Buslaev, *Approximation quasi-classique pour les équations aux coefficients périodiques*, in: B.E.Kinber (éd.) *Proc.de Toute-Union conférence sur la diffraction et la propagation d'ondes*, Kazan, 1988, pp.65-87.
  - 5: V.S.Buslaev, A.A.Fedotov, *Influence d'une région d'inhomogénéité horizontale sur la propagation du son dans l'océan profond dans les conditions non adiabatiques*, *J.d'Acoustique (URSS)*, 1986, v.32, n°1, pp.27-32.
  - 6: V.S.Buslaev, A.A.Fedotov, *Propagation du son dans le guide d'ondes lentement inhomogène avec des interfaces*, *Comptes rendus de l'Université d'Etat de la ville de Léningrad, série: Physique, Chimie*, 1987, n°1, pp.71-73.
  7. S.M.Flaté (éd.), "Sound Transmission through a Fluctuating Ocean", Cambridge Univ.Press, London, New York, 1979.
  - 8: S.M.Rytov, Iu.A.Kravtsov, B.I.Tatarskii, "Introduction à la radiophysique statistique", V.2, Naouka Editions, Moscou, 1978.
  - 9: A.A.Fedotov, "Calcul des champs acoustiques dans les guides d'ondes inhomogènes", Moscou, VINITI, 1987, 06/01/87, n°634-B87, 14 p.
  - 10: A.A.Fedotov, "Sur la précision de conservation de l'invariant adiabatique dans un système hamiltonien à une paroi", Moscou, VINITI, 1987, 27/01/87, n°634-B87, 36 p.

---

**DESCRIPTION DES FLUCTUATIONS DES MODES  
DANS  
UN CHENAL SOUS-MARIN ALÉATOIREMENT INHOMOGÈNE**

**Virovanskii A.L., Kosterin A.G.**

*Institut de physique appliquée, Nijni Novgorod*

*RÉSUMÉ - On étudie dans cet article une approche alternative à l'approximation géométrique, conçue pour l'analyse des fluctuations de champ dans un guide d'ondes avec de grandes irrégularités. Elle est voisine de l'approche géométrique et de la méthode des perturbations lentes, mais basée sur une présentation modale du champ. Dans cette méthode, les perturbations d'amplitude des modes sont décrites par des formules aussi simples que celles de l'approximation géométrique. Par contre, la méthode présentée est valable non seulement aux points réguliers du guide d'ondes, mais aussi au voisinage des caustiques. Les formules de base de cette méthode sont présentées sans démonstration. On prête surtout attention à leur interprétation physique, aux exemples concrets et à une généralisation éventuelle des résultats obtenus.*

## INTRODUCTION

L'une des approches les plus efficaces et la plus souvent utilisée dans l'analyse théorique des fluctuations d'ondes pour des milieux présentant de grandes inhomogénéités aléatoires de l'index de réfraction est celle de l'optique géométrique. Un tel intérêt pour cette approche s'explique par le fait qu'elle tient compte très facilement de l'influence des inhomogénéités. Pour l'approximation de premier ordre, l'approche est réduite au remplacement de l'amplitude complexe d'un rayon  $P_0$  par

$$(1) \quad p = P_0 \exp\left\{ik \int_0^x \delta n \, ds\right\},$$

avec  $k$  le nombre d'onde,  $\delta n$  les fluctuations de l'index de réfraction,  $ds$  la différentielle de longueur du rayon. L'intégration dans (1) est faite le long du rayon non perturbé. La formule (1) donne une solution approchée de l'équation d'ondes sous une forme facile pour un moyennage stochastique sur un ensemble d'inhomogénéités. Cette méthode est souvent utilisée en acoustique sous-marine. Dans [14], [17], [19] on en déduit les formulations de diverses caractéristiques statistiques du champ acoustique dans le chenal profond qui est typique de la plupart des régions de l'océan. Le modèle statistique du guide d'ondes utilisé dans ces travaux est décrit ci-dessous.

Cependant, la méthode géométrique a un inconvénient sérieux car elle n'est plus justifiée au voisinage des caustiques, ce qui constitue une limitation considérable pour un grand nombre de problèmes d'acoustique sous-marine.

puisque'elle ne fournit pas les moyens de décrire des phénomènes aussi importants que les zones de convergence.

Dans cet article, on considère une approche alternative d'analyse des fluctuations de champ dans un guide d'ondes avec de grandes irrégularités. Cette approche est très voisine de l'approche géométrique et de la méthode des perturbations lentes laquelle est une généralisation de l'approche géométrique pourtant basée sur une présentation modale de champ. Dans cette méthode, les perturbations des amplitudes des modes le long du chenal sont décrites par des formules aussi simples que (1). Par contre, la méthode développée dans l'article est valable non seulement aux points réguliers du guide d'ondes, mais aussi au voisinage des caustiques. Les formulations de base de cette méthode sont établies dans [4], [6], [7], aussi dans cet article sont-elles présentées sans démonstration. Nous prêtons attention surtout à leur interprétation physique, avec des exemples concrets et à une généralisation éventuelle des résultats obtenus.

## FONDEMENTS THÉORIQUES ET MODÉLISATION

Considérons un chenal sous-marin stratifié. Soient  $(x,y,z)$  les coordonnées cartésiennes avec l'axe  $z$  dirigé vers le haut. Notons  $n = n(z)$  - la composante régulière de l'index de réfraction du milieu - supposons pour plus de simplicité que la fonction  $n(z)$  ait un seul maximum  $n(0) = 1$ . Notons  $U(x,y,z) = -2n^2(z) \cdot \mu(x,y,z)$  les fluctuations aléatoires (inhomogénéités) de  $n^2(z)$ , avec  $\mu = \delta c/c$  les fluctuations relatives de célérité du son. L'amplitude complexe du champ d'une source acoustique monochromatique de fréquence cyclique  $\omega$  se trouvant au point  $(0,0,z_0)$  suit l'équation de Helmholtz:

$$(2) \quad \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k^2(n^2(z) + U(x,y,z)) = -4\pi \delta(x) \delta(y) \delta(z-z_0),$$

$$p(x,y,z) \rightarrow 0 \text{ lorsque } |z| \rightarrow \infty,$$

$k$  est le nombre d'onde correspondant aux paramètres de l'axe du chenal, sur le plan  $z = 0$ . Nous omettons, ici et partout ailleurs, le facteur temporel  $e^{-i\omega t}$ .

Nous allons considérer les inhomogénéités du milieu comme de grande échelle, c'est-à-dire que leur dimension caractéristique est beaucoup plus grande que la longueur d'onde. Seules, les ondes qui se propagent sous des angles voisins interagissent efficacement grâce à la diffusion par de telles inhomogénéités. Limitons-nous à considérer seulement les ondes qui se propagent dans un secteur d'angles de petite ouverture dans le plan horizontal autour de l'axe  $x$ ; nous ne limitons pas le secteur d'angles de propagation dans le plan vertical. Ce sont ces ondes qui forment le champ dans le plan  $y = 0$  et à son voisinage. Compte tenu des données ci-dessus, nous écrivons la solution de l'équation (2) sous la forme:

$$(3) \quad p(x,y,z) = \sum_m \int dk A_{mk}(x) \varphi_m(z) \exp\{i(k_m x + Ky - K^2 x/2k_m)\},$$

avec  $A_{mk}(x)$  l'amplitude modale variable le long du trajet si  $U \neq 0$ ,  $\varphi_m(z)$  et  $k_m$  les fonctions et valeurs propres du problème aux limites

$$(4) \quad d^2 \varphi_m(z)/dz^2 + (k^2 n^2(z) - k_m^2) \varphi_m(z) = 0, \quad \varphi_m(z) \rightarrow 0 \text{ lorsque } |z| \rightarrow \infty.$$

La formule (3) est en effet le développement du champ sur les fonctions  $\varphi_m(z)$  dans le plan vertical et sur les ondes planes dans le plan horizontal. Les amplitudes des modes ont les mêmes valeurs qu'en l'absence des inhomogénéités à la distance  $x = 0$  :

$$A_{mk}(0) = (i/k_m)\varphi_m(z_0) .$$

Nous utilisons ci-dessous l'approximation de WKB pour les fonctions  $\varphi_m(z)$ ; cette approximation est décrite entre les points tournants  $z_{\min}$  et  $z_{\max}$  du mode par les formules [3], [4] comme suit:

$$(5) \quad \varphi_m(z) = \varphi_m^+(z) + \varphi_m^-(z) ,$$

$$(6) \quad \varphi_m^\pm(z) = (a_m/D_m)^{1/2}(n^2(z)-a_m^2)^{-1/4} \exp\left\{\pm i\left[k\int_z^{z_{\max}} (n^2(z)-a_m^2)^{1/2} dz - \frac{\pi}{4}\right]\right\} ,$$

$$n(z_{\min}) = n(z_{\max}) = a_m ,$$

avec  $a_m = k_n/k$ ,  $D_m = D(a_m)$  la distance cyclique du rayon ayant les mêmes points tournants que le mode  $m$ . Les valeurs propres du problème aux limites (4) avec l'approximation de WKB sont régies par la condition [3]

$$k \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} (n^2(z)-a_m^2)^{1/2} dz = \pi(m+1/2) , \quad m = 1, 2, \dots .$$

La grandeur  $a_m$  est égale au cosinus de l'angle vertical sous lequel l'onde de Brillouin correspondant au mode  $m$  traverse l'axe du chenal.

Dans [4], on a retrouvé cette formule approchée pour  $A_{mk}(x)$ :

$$(7) \quad A_{mk}(x) = (i/k_m)(\varphi_m^+(z_0)\xi_{mk}^+(x) + \varphi_m^-(z_0)\xi_{mk}^-(x)) ,$$

$$(8) \quad \xi_{mk}^\pm(x) = \exp\{iX_{mk}^\pm\} ,$$

$$(9) \quad X_{mk}^\pm = \frac{k}{2a_m} \int_0^x dx U(x', y_{mk}(x'), z_m^\pm(x')) .$$

Dans la dernière formule, l'intégration se fait le long des rayons modaux intervenant dans [4]; ces rayons sont définis par les équations  $y = y_{mk}(k)$ ,  $z = z_m^\pm(x)$ . Deux rayons de ce type correspondent à tout mode  $(m, n)$ ; tous les deux, ils sont issus de la source, et leurs indices "+" et "-" traduisent le signe de l'angle sous lequel ils la quittent. Ces rayons suivent la loi de Snell-Descartes:  $n(z_m^\pm(x))\cos\theta_m^\pm(x) = a_m$ , avec  $\theta_m^\pm(x)$  les angles des rayons à la distance  $x$  de la source, et ils se trouvent entièrement dans le plan  $y = y_{mk}(x) = (k/k_m)x$  (fig.1). Les points tournants de ces rayons sont ceux du mode  $m$ . On remarque que les grandeurs  $X_{mk}^\pm(x)$  sont les phases accumulées au cours de la propagation des rayons modaux à travers les inhomogénéités, car la partie droite de la formule (9) équivaut à la puissance de l'exponentielle dans la formule (1), compte tenu de la loi de Snell-Descartes et de la définition de la fonction  $U(x, y, z)$ . Par conséquent, l'ensemble des formules (7)-(9) est équivalent à la formule (1).

En plus de la formule (9), on a trouvé dans [4] une formulation plus précise des grandeurs  $X_{mk}^{\pm}(x)$ :

$$(10) \quad X_{mk}^{\pm}(x) = \frac{k}{2a_m} \int_0^x dx' \iint dy' dz' U(x', y', z') \Delta_{mk}^{\pm}(x', y', z') ,$$

$$(11) \quad \Delta_{mk}^{\pm}(x', y', z') = \rho_y^{-1}(x') \exp\{ i[\pi(y' - y_{mk}(x'))^2 / \rho_y^2(x') - \pi/4] \} \cdot \\ \cdot \rho_z^{\pm 1}(x') \exp\{ i[\pi(z' - z_{mk}^{\pm}(x'))^2 / \rho_z^{\pm 2}(x') - \pi/4] \text{sgn}(\theta_m^{\pm}(x') \partial z_m^{\pm}(x') / \partial m) \} ,$$

$$(12) \quad \rho_y = (2\pi x / k_m)^{1/2} , \quad \rho_z^{\pm} = (D_m | \text{tg} \theta_m^{\pm}(x) \partial z_m^{\pm}(x) / \partial m |)^{1/2} , \\ \partial z_m^{\pm}(x) / \partial m = z_{m+1}^{\pm}(x) - z_m^{\pm}(x) .$$

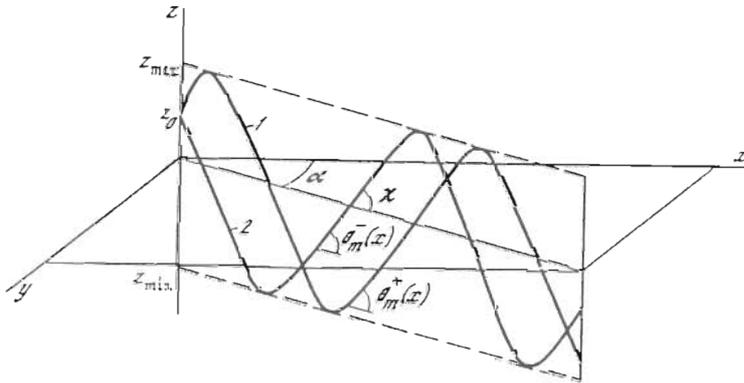


Figure 1. Géométrie des rayons modaux. 1 -  $z_m^+(x)$ , 2 -  $z_m^-(x)$ ,  $\alpha = K/k_m$  est l'angle entre l'axe  $x$  et le plan contenant les rayons.

De (10) et (11) il découle que les phases  $X_{mk}^{\pm}(x)$  sont essentiellement originaires des inhomogénéités aléatoires du milieu qui se trouvent au voisinage des rayons modaux. Ceci est tout à fait conforme au cas où la description des fluctuations de champ se fait par la méthode des rayons [10], [14], [19]: les fluctuations d'un rayon sont essentiellement dues aux inhomogénéités qui se trouvent dans le volume de Fresnel du rayon qui est en fait l'ensemble des premières zones de Fresnel enfilées par le rayon. La formule (11) permet d'introduire une notion analogue pour les modes. Dans [4] on a désigné comme volumes de Fresnel modaux les volumes autour des rayons modaux avec les dimensions  $\rho_y(x)$  en  $y$  et  $\rho_z^{\pm}(x)$  en  $z$ . Ces grandeurs sont nommées rayons du premier volume de Fresnel du mode. En utilisant (11) et l'analogie avec les rayons [10], on peut définir des volumes de Fresnel modaux d'ordres élevés.

Les résultats ci-dessus ont une interprétation physique simple. Tout mode est une superposition de deux ondes quasiment planes, dites ondes de Brillouin. Comme il est démontré dans maints travaux consacrés à l'étude du rapport entre les présentations modale et de rayons des champs acoustiques de sources ponctuelles [18], [20], les ondes de Brillouin des modes ayant des numéros rapprochés interfèrent en phase le long des rayons modaux. Seuls, les modes se propageant sous des angles rapprochés peuvent interagir efficacement au cours de la diffusion par des inhomogénéités de grande échelle. Cette condition est remplie en tous points du guide d'ondes pour les modes ayant des ordres voisins. Cette condition n'est cependant pas suffisante, car, outre le rapprochement des ordres, c'est celui des phases qui est aussi exigé. C'est pourquoi les modes voisins ne peuvent coopérer positivement - et grâce à cela changer considérablement leurs amplitudes - que là où ils sont en phase, c'est-à-dire au voisinage des rayons modaux. Comme tout mode possède deux rayons modaux, il possède également deux volumes modaux.

Bien qu'un mode remplisse tout le guide d'ondes entre ses points tournants, il "sent" le mieux les inhomogénéités qui se trouvent dans ses volumes de Fresnel. C'est pourquoi il serait intéressant de comparer la dimension caractéristique en vertical de ces volumes  $\rho_z^\pm(x)$  avec la différence de profondeurs  $\Delta z_m = z_{\max} - z_{\min}$  entre les points tournants du mode. Introduisons le paramètre [8]

$$(13) \quad \sigma_m(x) = \frac{D_m^2}{x |dD_m/dm|} = kD_m^3 / (2\pi x |dD(a)/da|),$$

qui a un sens physique important. La grandeur  $\sigma_m(x)$  est l'estimation du nombre de modes qui interfèrent positivement avec le mode  $m$  le long des rayons modaux correspondants, à la distance  $x$  de la source [8]. En utilisant (13), on aboutit à l'estimation grossière [5] du rayon de la première zone de Fresnel moyenné sur la distance cyclique  $D_m$  du rayon modal:

$$(14) \quad \bar{\rho}_z(x) = 2\Delta z_m \sigma_m^{-1/2}(x).$$

Conformément à cette estimation, le rayon vertical du volume de Fresnel est beaucoup plus petit que la différence de profondeurs entre les points tournants du mode, ceci sous la condition  $\sigma_m(x) \gg 1$ , c'est-à-dire lorsque le mode interfère en phase avec un grand nombre d'autres modes. Sur des trajets acoustiques assez longs où  $\sigma_m(x) \leq 1$ , le mode  $m$  cesse d'interférer en phase avec d'autres modes [8], [18], [20]. Dans ce cas son volume de Fresnel s'étend tellement qu'il remplit tout l'espace entre les points tournants, et cette notion perd son sens physique. De plus, suite aux développements aboutissant à (7)-(9) [4], on peut se servir de cette notion jusqu'à ce que  $\bar{\rho}_z(x)$  soit, au moins, de plusieurs fois inférieur à  $\Delta z_m$ . Conformément à (13) et à (14), cela signifie que la longueur du trajet acoustique  $x$  doit être inférieure au moins de plusieurs fois à

$$x_m^* = D_m^2 / |dD_m/dm|.$$

Estimons la grandeur  $x_m^*$  dans l'océan réel. Pour cela, considérons le chenal sous-marin, dit canonique, avec le profil de l'index de réfraction [14]

$$(15) \quad n^2(z) = 1 - 2\varepsilon(e^\eta - \eta - 1), \quad v = 2z / B,$$

qui est typique dans de nombreuses régions de l'océan, avec les constantes  $B = 1 \text{ km}$ ,  $\varepsilon = 5,7 \cdot 10^{-3}$ . Pour les modes propagatifs de ce guide d'ondes à la

fréquence  $f = 300 \text{ Hz}$ , les grandeurs  $x_m^*$  se trouvent dans l'intervalle  $[23 \cdot 10^3, 54 \cdot 10^3] \text{ km}$ , et elles sont proportionnelles à la fréquence d'émission.

Les rapports (13) et (14) démontrent que les rayons verticaux des zones de Fresnel des modes croissent en distance en moyenne comme  $x^{1/2}$ . Avec cet accroissement lent, ces rayons subissent des fluctuations fortes. En accord avec (12), les grandeurs  $\rho_z^\pm(x)$  tendent vers zéro sur les caustiques (où  $\partial z_m^\pm / \partial m = 0$ ) et aux points tournants (où  $\theta_m^\pm = 0$ ) [5]. La formule (14) donne en fait l'estimation supérieure de l'évolution du rayon pour la première zone de Fresnel. Dans des guides d'ondes aux profils lents de célérité du type (15), le volume de Fresnel atteint cette grandeur maximale au voisinage de l'axe du chenal. Conformément à (12), le rayon horizontal du volume de Fresnel croît comme  $x^{1/2}$  sans oscillations.

Dans le cas où  $\rho_y \ll L_y$ ,  $\rho_z^\pm(x) \ll L_z$ , avec  $L_y$  et  $L_z$  les échelles caractéristiques des inhomogénéités du milieu par rapport aux axes  $y$  et  $z$ , on peut remplacer  $\Delta_{mk}^\pm(x)$  par  $\delta(y - y_{mk}(x)) \cdot \delta(z - z_m^\pm(x))$ ; dans ce cas (10), (11) convergent en (9). Par conséquent, les formules (7)-(9) décrivent les fluctuations des modes sous l'approximation géométrique. En substituant (7)-(9) dans (3) et en la développant à l'aide de la formule de sommation de Poisson [18], on peut passer de la présentation modale du champ, dans un guide d'ondes aléatoirement inhomogène, à la présentation par rayon, et s'assurer que les amplitudes complexes des rayons s'expriment par (1), conformément à ce qu'on pouvait attendre. On peut donc aboutir à (1) à partir de (7)-(9). Le contraire n'est pas justifié en général, car (1) n'est pas valable au voisinage des caustiques, mais (7), (8) et (9) sont libres de cette contrainte. Une relation identique peut être établie entre (10), (11) et la solution de l'équation de Helmholtz avec l'approximation de la méthode des perturbations lentes. C'est pourquoi on peut considérer ces formules comme modifications de la méthode des perturbations lentes pour les modes.

Considérons brièvement les conditions d'application des solutions approchées de l'équation (2) décrites ci-dessus. La condition déjà considérée pour la longueur du trajet acoustique qui ne tient pas compte de l'influence des irrégularités aléatoires, n'est pas unique. De plus, on doit remplir des conditions semblables à celles de l'application de la méthode géométrique et de la méthode des perturbations lentes (voir [14], [15]). Pour les formuler, nous introduisons des paramètres qui sont analogues aux paramètres  $\Phi$  et  $\Lambda$  utilisés dans [14] par Dashen. Notons  $\Phi_m$  les écarts types des changements de la phase des rayons modaux dus aux irrégularités aléatoires. On introduit l'analogie du paramètre de Dashen comme suit:

$$\Lambda_{m,y} = (2\pi)^{-1}(\rho_y/L_y)^2, \quad \Lambda_{m,z} = (2\pi)^{-1}(\bar{\rho}_z/L_z)^2.$$

Les valeurs moyennées sur un trajet ne diffèrent des paramètres de Dashen des rayons que par un facteur de l'ordre de l'unité; on suppose ici, évidemment, que ce mode et ce rayon ont les mêmes points tournants. Les conditions d'application de l'approximation géométrique sont

$$\Lambda_{m,z} \Lambda_{m,y} < 1, \quad \Lambda_{m,z} \Lambda_{m,y} = \Phi_m < 1.$$

Avec  $\Lambda_{m,z} > 1$  ou  $\Lambda_{m,y} > 1$ , l'approximation géométrique n'est pas justifiée, et il faut utiliser l'analogie de la méthode des perturbations lentes (formules (10) et (11)) dont la condition d'application est  $\Phi_m < 1$ .

Appliquons les résultats obtenus pour décrire les fluctuations du champ acoustique. Limitons-nous aux caractéristiques des modes les plus simples: les moyennes  $\langle A_{m,o}(x) \rangle$  et les fonctions de corrélation  $\langle A_{m1,o}(x) A_{m2,o}^*(x) \rangle$ . Ces valeurs moyennes s'expriment à l'aide des moments correspondant aux fonctions  $\xi_{m,o}^\pm(x)$ . En sup-

posant que  $X_{m,o}^{\pm}(x)$  est gaussien et que  $\xi_{m,o}^{+}(x)$  et  $\xi_{m,o}^{-}(x)$  sont statistiquement indépendantes - ces deux conditions sont remplies si les rayons du mode d'ordre  $m$  traversent un grand nombre d'irrégularités statistiquement indépendantes - de (7) et (8) il vient:

$$(16) \quad \langle \xi_{m,o}^{\delta}(x) \rangle = \exp\left\{-\frac{1}{2} d_{m,o}^{\delta}(x)\right\},$$

avec

$$(17) \quad d_{m,o}^{\delta}(x) = \langle (X_{m,o}^{\delta}(x))^2 \rangle,$$

$$(18) \quad \langle \xi_{m_1,o}^{\delta_1}(x) (\xi_{m_2,o}^{\delta_2}(x))^* \rangle = \begin{cases} \exp\left\{-\frac{1}{2} S_{m_1, m_2, o}^{\delta}(x)\right\} & (\delta_1 = \delta_2) \\ \langle \xi_{m_1,o}^{\delta_1}(x) \rangle \langle \xi_{m_2,o}^{\delta_2}(x) \rangle & (\delta_1 \neq \delta_2) \end{cases},$$

$$(19) \quad S_{m_1, m_2, o}^{\delta}(x) = \langle (X_{m_1,o}^{\delta}(x) - X_{m_2,o}^{\delta}(x))^2 \rangle,$$

où l'index  $\delta$  a les significations "+", "-".

Etudions ces moments statistiques des modes dans un chenal profond typique avec le profil d'index de réfraction (15). Nous considérons que les fluctuations du milieu sont créées par des ondes internes dont la statistique est décrite par le spectre de Garret & Munk [14], [17], [19]. Dans ce cas, le problème est simplifié par le fait que toutes valeurs recherchées s'expriment à l'aide des écarts types et des fonctions de structure  $S_{m_1, m_2, o}^{\pm}(x)$  des phases aléatoires  $X_{m,o}^{\pm}(x)$  des rayons modaux, c'est-à-dire à l'aide des mêmes fonctions que celles qu'on utilise pour décrire la statistique du champ avec l'approximation géométrique. Pour le modèle considéré du chenal sous-marin, les expressions des écarts types  $d_{m,o}^{\pm}(x)$  et de la fonction  $S_{m_1, m_2, o}^{\pm}(x)$  sont établies dans [15], [17], [19]. En utilisant ces résultats il vient:

$$(20) \quad d_{m,o}^{\delta}(x) = 2k^2 \int_0^x dx' \left[ \langle \mu^2(z) \rangle L_p(\theta_{m'}^{\delta} z) \right] \Big|_{z = z_m^{\delta}(x')},$$

$$(21) \quad S_{m_1, m_2, o}^{\delta}(x) = 2k^2 \int_0^x dx' \left[ \langle \mu^2(z) \rangle L_p((\theta_{m_1}^{\delta} + \theta_{m_2}^{\delta})/2, z) f(\Delta z, z) \right] \Big|_{\substack{z = (z_{m_1}^{\delta}(x') + z_{m_2}^{\delta}(x'))/2 \\ \Delta z = z_{m_1}^{\delta}(x') - z_{m_2}^{\delta}(x')}}},$$

où

$$L_p(\theta, z) = \langle j^{-1} \rangle \frac{4}{\pi^2} \frac{N_o}{\omega_i} Bg\left(\frac{N(z)}{\omega_i} t g \theta\right), \quad g[x] = (1+x^2)^{-1} + \frac{x^2}{2} (1+x^2)^{-3/2} \ln \left[ \frac{(1+x^2)^{1/2} + 1}{(1+x^2)^{1/2} - 1} \right],$$

$$g[x] = (1+x^2)^{-1} + \frac{x^2}{2} (1+x^2)^{-3/2} \ln \left[ \frac{(1+x^2)^{1/2} + 1}{(1+x^2)^{1/2} - 1} \right],$$

$$(22) \quad \langle j^{-1} \rangle = \left[ M_j \sum_{j=1}^{\infty} (j^2 + j'^2)^{-1} \right]^{-1},$$

$$f(\Delta z, z) = M_j \sum_{j=1}^{\infty} \left[ 1 - \cos\{j\pi N(z)\Delta z / BN_0\} \right] \left[ j(j^2 + j^{*2}) \right]^{-1}, \quad M_j^{-1} = \sum_{j=1}^{\infty} \left[ j(j^2 + j^{*2}) \right]^{-1},$$

avec:

- $\omega_1$  la fréquence liée à la rotation de la Terre, rapportée à la latitude donnée,
- $N(z) = N_0 \exp\{(z - z_n)/B\}$  la dépendance de la fréquence de flottabilité en immersion,
- $\langle \mu^2(z) \rangle = \langle \mu_0^2 \rangle \exp\{3(z - z_n)/B\}$ .

La valeur  $z_n$  définit l'immersion de l'axe du chenal. Nous avons utilisé les grandeurs des constantes intervenant dans ces formulations comme suit:  $z_n = 10^3$  m,  $j^* = 3$ ,  $N_0 = 5,3 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ,  $\langle \mu_0^2 \rangle = 2,5 \cdot 10^{-7}$ .

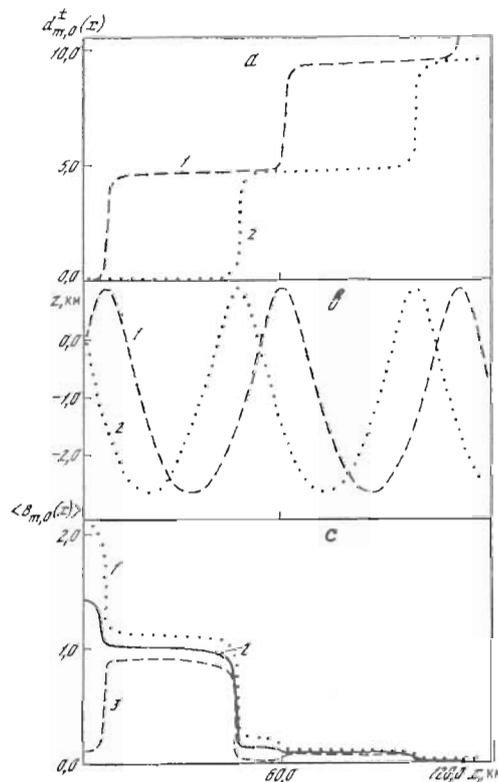
Figure 2.

Dépendance en fonction de la longueur du trajet:

a - des fluctuations aléatoires des phases  $d_{m,0}^{\pm}(x)$  (1 -  $d_{m,0}^{-}(x)$ , 2 -  $d_{m,0}^{+}(x)$ );

b - des modules des amplitudes moyennes des modes  $\langle B_{m,0}(x) \rangle$  (1 -  $m = 168$ , 2 -  $m = 169$ , 3 -  $m = 170$ );

c - des rayons modaux (1 -  $z_m^{+}(x)$ , 2 -  $z_m^{-}(x)$ ).



Les figures 2 et 3 correspondent aux résultats de calcul des caractéristiques statistiques des amplitudes des modes excités par une source ponctuelle à la fréquence 300 Hz ( $k = 1,26 \text{ m}^{-1}$ ) placée dans l'axe du chenal ( $z_0 = 0$ ). La figure 2,a montre la dépendance en distance des écarts types des fluctuations aléatoires des

phases  $d_{m,o}^{\pm}(x)$ . Le calcul est fait pour le mode d'ordre  $m = 170$ . Les points tournants de ce mode sont  $z = -2084 \text{ m}$  et  $z = 893 \text{ m}$ , et les rayons modaux correspondants traversent l'axe du chenal sous l'angle  $\pm 10,9^\circ$ . On peut conclure, en comparant 2a et 2b, que les écarts types  $d_{m,o}^{\pm}(x)$  croissent rapidement lorsque les rayons modaux traversent les zones au voisinage des points tournants supérieurs où les fluctuations de l'index de réfraction sont plus fortes. La situation identique dans le cas des rayons classiques a été étudiée en détail dans [14], [19] où l'on peut trouver une information supplémentaire sur la dépendance des écarts types  $d_{m,o}^{\pm}(x)$  en fonction de l'angle sous lequel les rayons traversent l'axe du chenal, ou du numéro de mode.

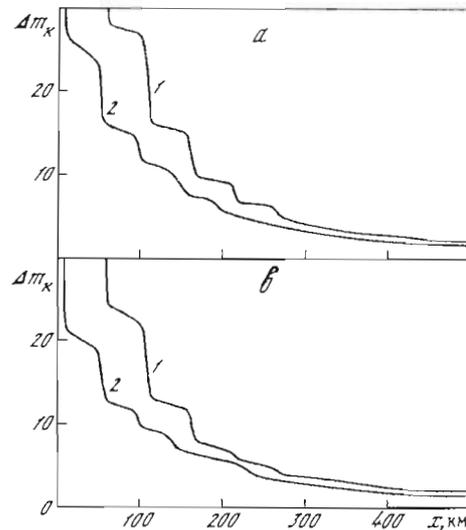
La figure 2c montre la dépendance des modules des amplitudes complexes moyennes des modes d'ordre  $m = 168 \div 170$ . Ce calcul est fait pour les amplitudes normalisées  $B_{m,o}(x)$  qui sont liées avec  $A_{m,o}(x)$  d'après la relation:

$$(23) \quad A_{m,o}(x) = \frac{i}{k_m} \left( \frac{a_m}{D_m} \right) (n^2(z_o) - a_m^2)^{-1/4} B_{m,o}(x) .$$

D'après (5), (6), (23), les valeurs  $|B_{m,o}(x)|$  de ces fonctions normalisées se trouvent sur l'intervalle  $[0;2]$ . Ces modes ont des écarts types  $d_{m,o}^{\pm}(x)$  pratiquement égaux. On peut relever le fait intéressant et *a priori* inattendu, que, pour certains modes, - pour la figure 2, c'est le mode numéro 170 - les moyennes en question peuvent croître temporairement sur certaines parties du trajet acoustique. On peut conclure, à partir des expressions (5), (6) et (23), que cela ne peut intervenir que dans le cas des modes avec  $|B_{m,o}(x)| < 1$ . Cet effet a une signification physique claire. Dans cet exemple, lors de l'excitation des modes par la source, les modes voisins possèdent au départ des amplitudes  $B_{m,o}(0)$  très différentes (fig.2,c). Le couplage des modes dû aux fluctuations du milieu égalise ces amplitudes, et cette égalisation peut se faire plus vite que l'amortissement de la composante cohérente du champ. Dans ce cas, les amplitudes moyennes des modes faiblement excités peuvent croître temporairement au cours de la propagation grâce à la décroissance des amplitudes des modes fortement excités.

Figure 3.

Dépendance du nombre de modes corrélés  $\Delta m_x$  en distance  $x$  (fréquence  $f = 300 \text{ Hz}$  (a) et  $f = 500 \text{ Hz}$  (b); 1 -  $\chi = 6^\circ$ , 2 -  $\chi = 10,9^\circ$ ).



Une analyse assez détaillée de la fonction de corrélation  $\langle A_{m_1,o}(x) A_{m_2,o}^*(x) \rangle$  est faite dans [6]. Nous nous contentons ici de considérer le problème du nombre

de modes corrélés avec le mode d'ordre  $m$  à la distance  $x$  de la source. Comme estimation de ce nombre on prend la grandeur  $\Delta m_k(x)$  définie par l'expression

$$(24) \quad S_{m, m+\Delta m_k, 0}^{\delta}(x) = 2 ,$$

qui signifie que le coefficient de corrélation des grandeurs  $\xi_{m,0}^{\delta}(x)$  et  $\xi_{m+\Delta m_k,0}^{\delta}(x)$  est égal à  $e^{-1}$ . La figure 3,a montre  $\Delta m_k(x)$  pour deux modes avec  $m = 50$  ( $6^\circ$ ) et  $m = 170$  ( $10,9^\circ$ ). Entre parenthèses on indique l'angle  $\chi$ , sous lequel les rayons modaux correspondants traversent l'axe du chenal. On peut remarquer que les corrélations des modes dont les points tournants sont les plus éloignés de l'axe - dans notre exemple, ce sont les modes des angles  $\chi$  voisins de l'angle  $10,9^\circ$  - décroissent plus lentement en distance, bien que les fluctuations de célérité croissent à l'approche de la surface. Cette contradiction apparente s'explique par le fait que les rayons non rasants traversent les irrégularités plus vite que les rayons rasants [14], [19], et c'est pour cela que l'influence de fluctuations plus fortes du milieu est plus faible pour les modes correspondant aux rayons non rasants.

La dépendance en fréquence du nombre de modes corrélés  $\Delta m_k$  est influencé par deux facteurs. L'écart type des fluctuations de phase est proportionnel à  $f^2$ , mais en même temps la différence verticale entre les rayons modaux décroît comme  $f^1$ . Grâce à cela, la grandeur  $\Delta m_k$  décroît presque comme  $f^1$  pour une distance donnée de la source. On retrouve ce fait dans la comparaison des graphiques de la figure 3a et 3b. La figure 3b montre les résultats du calcul de  $\Delta m_k$  avec  $f = 500$  Hz (pour la figure 3,a  $f = 300$  Hz), et avec d'autres paramètres ayant les même valeurs qu'avant. On y retrouve les grandeurs  $\Delta m_k$  pour les modes dont les rayons modaux traversent l'axe du chenal sous les mêmes angles  $\chi = 6^\circ$  et  $\chi = 10,9^\circ$ . Les numéros d'ordre de ces modes ont changé bien évidemment, et ils sont devenus  $m = 70, 280$ . On peut en conclure qu'aux fréquences de l'ordre de centaines de Hz il ne reste pratiquement plus de corrélation intermodale dans des guides d'ondes présentant un axe profond pour des distances de l'ordre de 500 km.

Ces résultats donnent une image du comportement et des valeurs des amplitudes moyennes des modes  $\langle A_{m,0}(x) \rangle$  et du caractère des corrélations des modes dans les chenaux profonds.

La méthode des rayons proposée dans cet article pour la description des fluctuations des amplitudes des modes peut être appliquée également pour tenir compte des irrégularités des interfaces [7]. Limitons-nous, pour plus de simplicité, à l'analyse de ce problème en deux dimensions. Supposons que le guide d'ondes avec le profil de l'index de réfraction  $n$  ait une interface aléatoire  $z = z_n + \zeta(x) = z_n + \eta(x) \langle \zeta^2 \rangle^{1/2}$  ( $\langle \zeta \rangle = \langle \eta \rangle = 0$ ,  $\langle \eta^2 \rangle^{1/2} = 1$ ), sur laquelle le champ scalaire  $p(x,z)$  est nul. En supposant les perturbations de l'interface faibles et de pente douce, remplaçons la condition aux limites exacte  $p(x, z_n + \zeta(x)) = 0$  par la condition approchée sur le plan moyen  $z = z_n$  [2], [9], [13], [15]:

$$(25) \quad [p(x,z) + \zeta(x) \partial p(x,z) / \partial z] \Big|_{z=z_n} = 0 .$$

Comme toujours, le champ des ondes est régi par des formules du type (3), (7), (8) pour lesquelles il faut faire les modifications suivantes. Premièrement, les fonctions et les valeurs propres sont maintenant définies par un autre problème

aux limites. Deuxièmement, les phases complexes  $X_m^\pm(x)$  sont données par les formules [7]:

$$(26) \quad X_m^\pm(x) = \sum_N P_m \int_0^x dx' \eta(x') \Delta_{N,m}^\pm(x'),$$

avec

$$(27) \quad \Delta_{N,m}^\pm(x') = \rho_{x,N}^{\pm 1} \exp \left\{ i \left[ \pi \frac{(x - R_N^\pm(z_0, a_m))^2}{(\rho_{x,N}^\pm)^2} - \frac{\pi}{4} \right] \operatorname{sgn} \left[ \frac{\partial R_N^\pm(z_0, a)}{\partial a} \Big|_{a=a_m} \right] \right\},$$

$P_m = 2kn(z_n) \langle \zeta^2 \rangle^{1/2} \sin \theta_m^\circ$  est le paramètre de Rayleigh du mode  $m$ ,  $\theta_m^\circ$  est l'angle par rapport à l'horizontale sous lequel les ondes de Brillouin du mode  $m$  arrivent sur la surface  $z = z_n$ . Notons que la faiblesse du paramètre de Rayleigh du dernier mode propagatif est l'une des conditions d'application de la condition approchée (25). Les valeurs  $\rho_{x,N}^\pm$  et  $R_N^\pm(z_0, a_m)$  qui interviennent dans (26) et (27) ont les significations suivantes:  $R_N^\pm(z_0, a_m)$  représente la distance entre la source et l'apparition du numéro  $N$  sur le plan  $z = z_n$  du rayon modal  $z_m^\pm(x)$  et la valeur  $\rho_{x,N}^\pm$  est donnée par la formule [7]:

$$(28) \quad \rho_{x,N}^\pm = \left[ \frac{2\pi}{k} \left| \frac{\partial R_N^\pm(z_0, a)}{\partial a} \Big|_{a=a_m} \right. \right]^{1/2}.$$

De (26)-(28) il vient que, pour toute diffusion, le mode interagit surtout avec les perturbations de la surface qui se trouvent au voisinage des points d'apparition des rayons modaux sur le plan moyen. Les dimensions effectives de ces zones en horizontal sont  $\rho_{x,N}^\pm$ . Ces zones sont en fait les sections horizontales des volumes de Fresnel des modes par le plan  $z = z_n$ . Les formules (26) et (27) sont les analogues modaux des formules correspondantes de l'approximation géométrique de la diffusion d'ondes sur une surface perturbée [12], [15].

Le rapport entre les phases complexes  $X_m^\pm(x)$  et la fonction  $\zeta(x)$  permet de retrouver à l'aide de (7) et (8) pratiquement toutes les caractéristiques statistiques des amplitudes des modes.

## CONCLUSION

La méthode exposée dans cet article est une solution approchée de l'équation de Helmholtz, et elle peut être utilisée pour décrire le champ dans un guides d'ondes avec des inhomogénéités aléatoires ou déterministes. Il est à noter que certains auteurs utilisent une autre méthode pour l'analyse des fluctuations du champ dans les guides d'ondes sous-marins [1], [11], [12], [16]. Cette dernière méthode est basée sur une résolution approchée des équations des premiers moments statistiques des amplitudes des modes.

I: V.V.Artefny, M.A.Raievskii, *Sur les caractéristiques statistiques des modes normaux dans les guides d'ondes avec des inhomogénéités du milieu,*

- Nouvelles des Universités, série Radiophysique (URSS)*, 1984, v.27, n°9, pp.1142-1150.
- 2: F.G.Bass, M.M.Fuks, "Diffusion d'ondes par les surfaces aléatoires", Naouka Editions, Moscou, 1972.
  - 3: Brekhovskikh L.M., Lysanov Iu.P., "Fundamentals on ocean acoustics", Springer-Verlag, 1983.
  - 4: A.L.Virovlanskii, A.G.Kosterin, Méthode des perturbations lentes pour la description des champs dans les guides d'ondes multimodaux, *J.d'Acoustique (URSS)*, 1987, v.33, n°4, pp.599-605.
  - 5: A.L.Virovlanskii, A.G.Kosterin, Volumes de Fresnel des modes, *Nouvelles des Universités, série Radiophysique (URSS)*, 1989, v.32, n°4, pp.478-486.
  - 6: A.L.Virovlanskii, A.G.Kosterin, A.N.Malakhov, Fluctuations des modes dans le chenal sous-marin canonique, *J.d'Acoustique (URSS)*, 1989, v.35, n°2, pp.229-235.
  - 7: A.L.Virovlanskii, A.G.Kosterin, A.N.Malakhov, Sur la diffusion des modes dans un guide d'ondes avec une interface perturbée, *Nouvelles des Universités, série Radiophysique (URSS)*, 1989, v.32, n°8, pp.979-984.
  - 8: A.L.Virovlanskii, A.G.Kosterin, Elargissement par effet Doppler du signal monochromatique dans le guide d'ondes multimodal, *J.d'Acoustique (URSS)*, 1987, v.33, n°3, pp.416-423.
  - 9: V.Iu.Zaitsev, M.A.Raievskii, Sur la transformation du spectre temps-échelle du champ dans le guide d'ondes avec une interface aléatoire, *Nouvelles des Universités, série Radiophysique (URSS)*, 1985, v.28, n°1, pp.65-74.
  - 10: Iu.A.Kravtsov, Iu.I.Orlov, "Optique géométrique des milieux inhomogènes", Naouka Editions, Moscou, 1980.
  - 11: A.A.Moiseev, Sur le calcul de la fonction de cohérence du champ dans le guide d'ondes aléatoirement inhomogène, *DAN (URSS)*, 1984, v.279, n°6, pp.1339-1344.
  - 12: A.G.Netchaev, Champ acoustique dans le guide d'ondes sous-marin avec des inhomogénéités aléatoires, *J.d'Acoustique (URSS)*, 1985, v.31, n°3, pp.358-364.
  - 13: A.G.Netchaev, Caractéristiques de corrélation du son dans le guide d'ondes avec une paroi aléatoire, *Nouvelles des Universités, série Radiophysique (URSS)*, 1982, v.25, n°3, pp.291-299.
  - 14: S.M.Flatté (éd.), "Sound Transmission through a Fluctuating Ocean", Cambridge Univ.Press, London, New York, 1979.
  - 15: S.M.Rytov, Iu.A.Kravtsov, V.I.Tatarskii, "Introduction à la Radiophysique", Partie 2, Naouka Editions, Moscou, 1978.
  - 16: A.G.Sazontov, V.A.Farfel, Calcul de l'amortissement du son en basse fréquence dans l'océan avec une diffusion par ondes internes, *J.d'Acoustique (URSS)*, 1986, v.32, n°4, pp.492-498.
  - 17: R.Eweing, S.M.Flatté, Calculation of the phasestructure function density from oceanic internal waves, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1981, v.70, n°5, pp.1387-1396.
  - 18: A.Kamel, L.B.Felsen, On the ray equivalent of group of modes, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1982, v.71, n°6, pp.1445-1452.
  - 19: W.H.Munk, F.Zachariazen, Sound propagation through a fluctuating stratified ocean: theory and observation, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1976, v.59, n°4, pp.818-838.
  - 20: C.T.Tindle, K.M.Guthrie, Rays as interfering modes in under-water acoustics, *J.Sound vibr.*, 1974, v.34, n°2, pp.291-295.

---

## MODÉLISATION DU SPECTRE ANGULAIRE ET FRÉQUENTIEL DU SON DIFFUSÉ PAR LA SURFACE AGITÉE DE L'OcéAN

Galaktionov M.Iu., Kopyl E.A.

Institut d'acoustique Andreev, Moscou

**RÉSUMÉ** - On présente les fondements théoriques et les formulations de base de deux méthodes non classiques de modélisation du spectre angulaire et fréquentiel d'un champ diffusé par une surface aléatoire à diverses échelles. Les résultats de modélisation numérique sont présentés pour les deux méthodes considérées dans le cas où la surface diffusante est la surface agitée de l'océan. On compare ces résultats entre eux et aux données d'expériences. On démontre un bon accord des deux méthodes et on analyse les causes des désaccords qui surgissent pour certaines valeurs de paramètres.

### INTRODUCTION

Il existe deux méthodes classiques [1], [2], [3] qui permettent de modéliser numériquement les caractéristiques statistiques et la structure (dite spectre) angulaire et fréquentielle d'un champ d'ondes diffusé par une surface perturbée. Ce sont la méthode des faibles perturbations (**MFP** ou **MSP** - Method of Small Perturbations) et l'approximation de Kirchoff (**AK**), autrement dit la méthode du plan tangent. La **MSP** est justifiée dans le cas où les perturbations sont petites, par rapport à la longueur d'onde  $\lambda$ , et aplaties. La **AK** est justifiée dans le cas où la surface est suffisamment lisse, mais elle peut pourtant être fortement perturbée. Ces méthodes exigent, comme condition d'application, l'existence d'un paramètre  $\epsilon \ll 1$ . Dans le cas de la **MSP**, c'est le paramètre de Rayleigh qui doit être petit:

$$(1) \quad \Phi = 2k\sigma \sin\chi_0 \ll 1 ,$$

où  $\chi_0$  est l'angle de rasance de l'onde plane en insonification,  $k = 2\pi/\lambda$  est le nombre d'onde,  $\sigma$  est l'écart type des perturbations de la surface que l'on suppose plane en moyenne. La condition d'application de la **AK** est comme suit:

$$(2) \quad k\rho \sin^3\chi_0 \gg 1 ,$$

où  $\rho$  est le rayon moyen de courbure de la surface.

Les méthodes classiques permettent d'obtenir des formulations assez simples pour la modélisation numérique. Par ailleurs, les résultats de modélisation des spectres du coefficient de diffusion à l'aide de ces méthodes ne sont pas toujours bien validés par les expérimentations. La théorie et l'expérience ne sont en accord que pour certains domaines des paramètres caractérisant la surface et le champ. Il y a pourtant d'autres domaines qui seraient intéressants, surtout en acoustique sous-marine, où l'application des méthodes classiques n'est pas justifiée. C'est le cas des surfaces aléatoires perturbées à diverses échelles,

comme la surface agitée de l'océan et les fonds marins dans les zones littorales.

Nous exposons dans ce travail deux méthodes différentes permettant une modélisation plus correcte des spectres angulaires et fréquentiels du coefficient de diffusion de telles surfaces.

La première méthode [4] a été baptisée la méthode "de deux échelles de rugosité" (MDE). Nous l'exposons dans la partie 2 de l'article. Elle essaie de faire usage des deux méthodes classiques simultanément et donc de "joindre" les deux asymptotiques classiques. L'idée consiste à "classer" les perturbations de la surface en deux types pour appliquer à chaque type la méthode classique qui convient. Dans ce cas, la surface est présentée comme superposition des perturbations des deux types, et l'application de la MSP est modifiée du fait que les perturbations des petites échelles se trouvent sur une surface qui n'est pas plane. Cette méthode est en quelque sorte "bricolée", mais elle est assez simple de mise en œuvre numérique et permet souvent d'obtenir par modélisation des spectres assez bien vérifiés expérimentalement [5], [6]. Néanmoins, elle a un inconvénient qui est le choix du critère a priori pour "classer" les perturbations, car les surfaces réelles à diverses échelles possèdent des spectres continus. Il est donc clair que ce "classement" ne peut pas être en toute rigueur justifié théoriquement.

Par malheur, il n'y a pas suffisamment de données d'expériences pour toutes les directions de diffusion possibles pour pouvoir bien valider une méthode approchée de modélisation du coefficient de diffusion. Ces données portent essentiellement sur les directions éloignées de la direction de réflexion. C'est pour cette raison qu'une comparaison numérique d'une méthode approchée comme la MDE, avec une approximation plus rigoureuse, serait d'un grand intérêt, surtout dans le domaine "transitif" du paramètre de Rayleigh  $\Phi \approx 1$ , correspondant aux fréquences dites "moyennes".

Une nouvelle méthode a été récemment proposée [7] par A.G.Voronovitch pour obtenir une solution approchée du problème de la diffusion d'ondes par une surface perturbée. Cette méthode permet d'aborder les cas où les méthodes classiques et même celle de deux échelles ne sont pas bien justifiées. Comme les méthodes classiques, elle est fondée sur le développement du champ diffusé en une série asymptotique par rapport à un petit paramètre, mais elle se sert pour cela d'un autre paramètre, qui est l'inclinaison moyenne des perturbations de la surface:

$$(3) \quad \gamma = \langle |\nabla \zeta(\mathbf{x})| \rangle ,$$

où  $z = \zeta(\mathbf{x})$  ( $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ ) est l'équation de la surface. La condition d'application de cette méthode est donc:

$$(4) \quad \gamma \ll 1 .$$

Pour cette raison, elle est baptisée méthode "des faibles inclinaisons" (MFI). On constate que la condition (4) de la MFI est moins gênante que celles de la AK (1) ou de la MSP (2), surtout en acoustique sous-marine. Comme la MFI n'impose pas de conditions à l'écart type des perturbations de la surface et comme elle est de plus affranchie du défaut de la MDE, elle permet d'aborder pratiquement tous les cas intéressants en acoustique sous-marine.

Nous démontrons dans la partie 3 de l'article, que la MFI établit une formulation intégrale du coefficient de diffusion, d'où découlent les formules de la MSP et de la AK. Nous étudions numériquement cette formulation et l'appliquons

dans le cas où la surface aléatoire est celle de l'océan, décrite localement à l'aide du spectre de Pierson-Moscovitz [8], de Leikin-Rozenberg [9] et du spectre angulaire proposé dans [10], [11]. Nous validons nos résultats de simulation numérique à l'aide des méthodes classiques et de deux échelles. Cette étude est une poursuite de celles qui concernent le modèle "figé" de l'agitation de surface, présentées dans [12].

## 1. ÉLÉMENTS DU PROBLÈME

### 1.1. Caractéristiques de la diffusion

Le champ acoustique diffusé par une surface telle que celle de l'océan possède des caractéristiques angulaires et fréquentielles différentes de celles du champ insonifiant. Introduisons le spectre angulaire et fréquentiel  $M_s$  du champ diffusé pour décrire ce phénomène.

Soit  $d\sigma$  une surface élémentaire infiniment petite,  $\theta, \varphi$  les deux angles du système de coordonnées sphériques dont l'axe polaire est normal à  $d\sigma$ . Ces deux angles déterminent le vecteur unité  $\mathbf{e}$ . Notons  $dW(\mathbf{e}, \omega)$  l'intensité diffusée dans la direction  $\mathbf{e}$  et mesurée dans la bande de fréquence  $d\omega$  au voisinage de la fréquence  $\omega$  en un certain point d'observation se trouvant à une distance  $R$  de  $d\sigma$ . Conformément à [2], définissons le spectre  $M_s(\mathbf{e}, \mathbf{e}_0; \omega, \omega_0; \mathbf{r})$  comme le rapport entre l'énergie  $dW(\mathbf{e}, \omega)$  et l'intensité  $W_i(\mathbf{e}_0, \omega_0)$ , insonifiant la surface  $d\sigma$  de la direction  $\mathbf{e}_0$  à la fréquence  $\omega_0$ :

$$(1.10) \quad dW(\mathbf{e}, \omega) = W_i(\mathbf{e}_0, \omega_0) \cdot M_s(\mathbf{e}, \mathbf{e}_0; \omega, \omega_0; \mathbf{r}) \cdot d\omega \cdot d\sigma / R^2 .$$

A partir du spectre  $M_s$ , on définit le coefficient de diffusion  $m_s(\mathbf{e}, \mathbf{e}_0; \omega, \omega_0; \mathbf{r})$ :

$$(1.11) \quad m_s(\mathbf{e}, \mathbf{e}_0; \omega, \omega_0; \mathbf{r}) = \int M_s(\mathbf{e}, \mathbf{e}_0; \omega, \omega_0; \mathbf{r}) d\omega .$$

Il vient de ces définitions que  $M_s$  et  $m_s$  doivent satisfaire à une condition qui découle de la loi de conservation de l'énergie:

$$(1.12) \quad (1 - |V(\mathbf{e}_0; \omega, \mathbf{r})|^2) \cos\theta_0 = \oint m_s(\mathbf{e}, \mathbf{e}_0; \omega, \omega_0; \mathbf{r}) d\omega(\mathbf{e}) = \int \oint M_s(\mathbf{e}, \mathbf{e}_0; \omega, \omega_0; \mathbf{r}) d\omega(\mathbf{e}) d\omega$$

où  $V(\mathbf{e}_0; \omega, \mathbf{r})$  est le coefficient de réflexion sur  $d\sigma$ .

L'intensité moyenne  $\bar{I}(\mathbf{r}_r)$  du champ diffusé, capté en un point  $\mathbf{r}_r$  par un récepteur de directivité  $d_r^2(\mathbf{e})$  en intensité, est alors

$$(1.13) \quad \bar{I}(\mathbf{r}_r) = I(\mathbf{r}_0; \omega_0) \int d\omega \int_{\Sigma} \frac{M_s(\mathbf{e}'_r, \mathbf{e}'_0; \omega, \omega_0; \mathbf{r}')}{R_0'^2 R_r'^2} d_r^2(\mathbf{e}'_0) d_r^2(\mathbf{e}'_r) d\sigma(\mathbf{r}')$$

où  $\mathbf{r}_0$  est le point d'émission,  $I(\mathbf{r}_0; \omega_0)$  et  $d_r^2(\mathbf{e})$  sont l'intensité et la directivité en émission,  $R_0' = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|$ ,  $R_r' = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_r|$ ,  $\mathbf{e}'_0 = (\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0)/R_0'$ ,  $\mathbf{e}'_r = (\mathbf{r}' - \mathbf{r}_r)/R_r'$ . La formule (1.13) est justifiée dans le cas où la surface diffusante élémentaire  $d\sigma$  se trouve dans la zone du champ lointain par rapport aux points d'émission et de réception, et si l'hypothèse de la sommation incohérente des champs diffusés par des éléments différents de la surface est

juste. Sous les mêmes approximations, le spectre fréquentiel moyen du signal en réception est

$$(1.14) \quad \bar{I}(\mathbf{r}_r; \omega, \omega_0) = I(\mathbf{r}_o; \omega_0) \int_{\Sigma} \frac{M_s(\mathbf{e}'_r, \mathbf{e}'_o; \omega, \omega_0; \mathbf{r}')}{R_o^2 R_r^2} d_o^2(\mathbf{e}'_o) d_r^2(\mathbf{e}'_r) d\sigma(\mathbf{r}') .$$

## 1.2. Modélisation de la surface agitée de l'océan

La surface agitée de l'océan présente l'exemple d'une surface aléatoire à diverses échelles. Décrivons-la à l'aide du spectre spatial  $\hat{G}(\kappa) = \hat{G}_1(\kappa)\hat{H}(\kappa, \phi)$  que l'on peut établir, à son tour, à partir du spectre fréquentiel  $\hat{G}(\Omega, \phi) = \hat{G}_1(\Omega)\hat{H}(\Omega, \phi)$ . Pour obtenir le spectre  $\hat{G}_1$ , on applique l'analyse des dimensions à des données d'expériences [8], [9]. Comme la relation de dispersion des ondes gravitationnelles de surface sur l'eau profonde est:

$$(1.20) \quad \Omega = \sqrt{\kappa g} , \quad g = 9,81(m \cdot s^{-2}) ,$$

nous pouvons reconstituer le spectre  $\hat{G}$  à partir du spectre  $\hat{G}_1$ :

$$(1.21) \quad \hat{G}(\kappa, \phi) = \frac{1}{2}(g/\kappa^3)^{1/2} \hat{G}_1(\sqrt{\kappa g}) \hat{H}(\sqrt{\kappa g}, \phi) .$$

Ceci découle du fait que la densité d'énergie des ondes peut être retrouvée à l'aide de deux formulations équivalentes:

$$(1.22) \quad \varepsilon = \int \hat{G}(\kappa_1, \kappa_2) d\kappa_1 d\kappa_2 = \int_0^{\infty} d\Omega \hat{G}_1(\Omega) \int_0^{2\pi} \hat{H}(\Omega, \phi) d\phi .$$

En réalité, c'est uniquement la partie  $\hat{G}_1(\Omega)$  du spectre total  $\hat{G}(\Omega, \phi)$  que l'on obtient à partir de l'analyse des données d'expériences. En ce qui concerne la fonction  $\hat{H}(\Omega, \phi)$ , qui régit la répartition angulaire de l'énergie des ondes gravitationnelles, elle doit satisfaire à la condition

$$(1.23) \quad \int_0^{2\pi} \hat{H}(\Omega, \phi) d\phi = 1 .$$

L'insuffisance actuelle des données expérimentales ne permet pas encore de bien connaître cette fonction. Néanmoins, il existe plusieurs modèles algébriques [10], [11] de la fonction  $\hat{H}$ , selon le type de l'agitation à modéliser.

Nous considérons ici le modèle de "mer établie" ou "pleinement développée", pour lequel il existe le plus de modèles du spectre fréquentiel vérifiés expérimentalement. Utilisons celui composé à partir des spectres de Pierson-Moskovitz [8] et de Leykin-Rozenberg [9] et ayant la directivité proposé dans [10]:

$$(1.24) \quad \hat{G}_1(\Omega) = \begin{cases} 8,1 \cdot 10^{-3} \Omega^{-5} \exp\{-0,74(g/\Omega v)^4\} , & \Omega \leq \Omega_* \\ 1,9 \cdot 10^{-2}(m/s) \Omega^{-4} v & , \Omega > \Omega_* \end{cases} , \quad \Omega_* = 40,4/v ,$$

$$(1.25) \quad \tilde{H}(\Omega, \phi) = (4\pi)^{-1/2} \frac{\alpha \Gamma(\alpha)}{\Gamma(\alpha + 1/2)} (\cos \frac{\phi}{2})^{2\alpha}, \quad \alpha = \begin{cases} 30, 3(\Omega v/g), & \Omega < \Omega_m \\ 11, 5(\Omega v/g), & \Omega_m < \Omega < 3\Omega_m \\ 1, 0 & \Omega > 3\Omega_m \end{cases}$$

avec  $\Omega_m = 8,7(m)/v$  la fréquence qui correspond au maximum du spectre,  $v$  la vitesse du vent mesurée à une certaine altitude,  $\phi$  l'angle entre la direction d'observation et celle du vent. Dans le cas où l'agitation est omnidirectionnelle, nous avons:  $\tilde{H}(\Omega, \phi) \equiv 1/2\pi$  et toutes les caractéristiques de l'agitation ne dépendent pas de l'angle  $\phi$ . L'approximation (1.25) de la directivité de l'agitation est proche de celle obtenue en expérience et présentée dans [11].

La fonction d'autocorrélation de la surface dont l'équation est  $z = \zeta(\mathbf{x}, t)$ :

$$(1.26) \quad W(\mathbf{x}, \tau) = \langle \zeta(\mathbf{a} + \mathbf{x}, t + \tau) \zeta(\mathbf{a}, t) \rangle, \quad \sigma^2 = W(\mathbf{0}, 0) = \langle \zeta^2 \rangle.$$

est liée aux spectres  $\hat{G}(\mathbf{\kappa})$  et  $\tilde{G}(\Omega)$  à l'aide de la transformation de Fourier:

$$(1.27) \quad W(\mathbf{x}, 0) = \frac{1}{2\pi^2} \int \hat{G}(\mathbf{\kappa}) e^{i(\mathbf{\kappa}, \mathbf{x})} d^2\mathbf{\kappa}, \quad \hat{G}(\mathbf{\kappa}) = \int W(\mathbf{x}, 0) e^{-i(\mathbf{\kappa}, \mathbf{x})} d^2\mathbf{x}.$$

$$(1.28) \quad W(\mathbf{0}, \tau) = \int \tilde{G}(\Omega) e^{-i(\Omega, \tau)} d\Omega, \quad \tilde{G}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int W(\mathbf{0}, \tau) e^{i(\Omega, \tau)} d\tau.$$

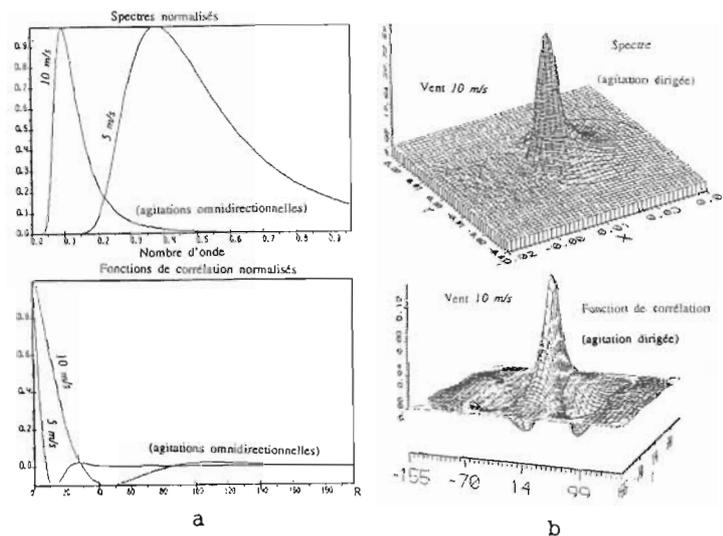


Figure 1. Spectres et fonctions de corrélation de l'agitation de la surface de la mer;  
a - surface omnidirectionnelle (vents 5 et 10 m/s);  
b - agitation dirigée (vent 10 m/s).

Dans le cas d'une surface omnidirectionnelle, nous avons:  $\hat{G}(\mathbf{\kappa}) = \hat{G}(\kappa)$ ,  $W(\mathbf{x}) = W(x)$ , et la transformation de Fourier (1.27) à deux dimensions devient la transformation de Hankel:

$$(1.29) \quad \hat{G}(\kappa) = 2\pi \int_0^{\infty} W(x) J_0(\kappa x) x dx, \quad W(x) = (2\pi)^{-1} \int_0^{\infty} \hat{G}(\kappa) J_0(\kappa x) \kappa d\kappa,$$

où  $J_0(y)$  est la fonction de Bessel d'ordre zéro.

La figure la présente les spectres et les fonctions de corrélation de l'agitation omnidirectionnelle et la figure 1b correspond au modèle (1.24), (1.25).

Une autre formulation pour le spectre  $\hat{G}_1(\kappa)$ , qui tient compte des effets capillaires et de viscosité, peut être proposée d'après [13]:

$$(1.30) \quad \hat{G}_1(\kappa) = \begin{cases} 4,05 \cdot 10^{-3} \kappa^4 \exp\{-0,74 \cdot g^2 \kappa^2 v^{-4}\} & , 0 < \kappa \leq \kappa_* \\ 3,1 \cdot 10^{-4} (s \cdot m^{-1/2}) \kappa^{9/2} v & , \kappa_* < \kappa \leq \kappa_C \\ 4,05 \cdot 10^{-3} \kappa^4 D(u_*) & , \kappa_C < \kappa \leq \kappa_V \\ 1,47 \cdot 10^{-4} (s^3 \cdot cm^{-3}) u_*^3 \kappa_0^6 \kappa^{-10} & , \kappa_V < \kappa \leq \infty \\ \kappa_0 = 3,63 \cdot 10^{-2} (m^{-1}) & \end{cases}$$

où  $u_*$  est la vitesse dynamique (en  $cm/s$ ) liée à la vitesse du vent  $v$ . Compte tenu des effets capillaires, la relation de dispersion devient:

$$(1.31) \quad \Omega = \sqrt{\kappa g + \gamma \kappa^3}, \quad \gamma = 7,3 \cdot 10^{-5} (m^3 \cdot s^{-2}).$$

Le spectre (1.30) est parfois complété d'une cinquième formulation permettant de décrire un maximum secondaire des ondes gravitationnelles [14].

## 2. MÉTHODE DE DEUX ÉCHELLES (MDE)

### 2.1. Fondements théoriques et présentation du modèle

Actuellement, la méthode de deux échelles (MDE) est bien développée [5], [6] et souvent utilisée pour modéliser les spectres angulaire et fréquentiel du son diffusé par une surface perturbée à diverses échelles.

Conformément à cette méthode, on fait d'abord un "classement" des perturbations de la surface décrites à l'aide du spectre fréquentiel  $\hat{G}(\Omega)$  en perturbations "de basses fréquences", c'est-à-dire "de grande échelle", pour lesquelles  $\Omega < \Omega_k$ , et en perturbations "de hautes fréquences", c'est-à-dire "de petite échelle", pour lesquelles  $\Omega > \Omega_k$ . Comme la diffusion dans les directions au voisinage de la direction de réflexion sur le plan moyen est déterminée par les perturbations "de grande échelle", la fréquence  $\Omega_k$  est choisie de façon à ce que la condition de l'application de la AK (2) soit remplie. Alors, le spectre  $M_{sk}$  est [1]:

$$(2.1) \quad M_{sk}(\mathbf{e}, \mathbf{e}_o; \omega, \omega_o) = m_{sk}(\mathbf{e}, \mathbf{e}_o; \omega_o) \exp\{-(\omega - \omega_o - \omega_m)^2 / v^2\} / v \sqrt{\pi},$$

$$(2.2) \quad \omega_m = D_\omega / D_\sigma, \quad v^2 = -2q_z^2 \sigma^2 D_V / D_\sigma,$$

où  $q_z = k_o((\mathbf{e} - \mathbf{e}_o) \cdot \mathbf{e}_z)$  ( $\mathbf{e}_z$  est le vecteur unité orthogonal au plan moyen  $\bar{\Sigma}$ ),  $D_\omega$ ,  $D_V$  et  $D_\sigma$  sont les déterminants:

$$(2.3) \quad D_V = \begin{vmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{x\tau} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{y\tau} \\ W_{\tau x} & W_{\tau y} & W_{\tau\tau} \end{vmatrix}, \quad D_\omega = \begin{vmatrix} q_x & q_y & 0 \\ W_{xx} & W_{xy} & W_{x\tau} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{y\tau} \end{vmatrix}, \quad D_\sigma = \begin{vmatrix} W_{xx} & W_{xy} \\ W_{yx} & W_{yy} \end{vmatrix},$$

avec  $W_{ij}$  les dérivées secondes de la fonction d'autocorrélation  $W$  au point  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ,  $\tau = 0$ . Le coefficient de diffusion  $m_{sk}$  intervenant dans (2.1) doit être calculé à l'aide de l'approximation de Kirchoff [1]:

$$(2.4) \quad m_{sk}(\mathbf{e}, \mathbf{e}_o; \omega_o) = F^2(\mathbf{e}, \mathbf{e}_o; \omega_o) \cdot w(-\mathbf{q}/q_z) \cdot Q(\mathbf{e}, \mathbf{e}_o; \omega_o),$$

où  $w(\gamma)$  est la densité de probabilité de distribution des inclinaisons de la surface,  $\mathbf{q}$  est la projection du vecteur  $k_o(\mathbf{e}-\mathbf{e}_o)$  sur le plan moyen, le facteur  $F$  est déterminé par la géométrie de diffusion:

$$(2.5) \quad F(\mathbf{e}, \mathbf{e}_o; \omega_o) = \mathbf{q}^2 / q_z^2,$$

le facteur  $Q$  tient compte de l'effet d'ombre. La surface agitée de l'océan peut être considérée comme une surface aléatoire normale, alors:

$$(2.6) \quad w(\gamma) = (2\pi\delta_x\delta_y)^{-1} \exp\{-\gamma_x^2/2\delta_x^2 - \gamma_y^2/2\delta_y^2\},$$

où  $\delta_x$  et  $\delta_y$  sont les écarts types des inclinaisons

Notons que les écarts types des inclinaisons de la surface qui interviennent dans le coefficient de diffusion  $m_s$  et la fonction d'autocorrélation  $W(\mathbf{x}, \tau)$  correspondent à la surface constituée uniquement des perturbations "de grande échelle", pour lesquelles  $\Omega < \Omega_k$ . En utilisant le modèle de la surface agitée présenté dans la section 3, nous obtenons:

$$(2.7) \quad \begin{aligned} W_{xx} &= -(I_{xy}\cos^2\varphi_o + J_{xy}) / g^2\sigma^2, & W_{yy} &= -(I_{xy}\sin^2\varphi_o + J_{xy}) / g^2\sigma^2, \\ W_{xy} &= W_{yx} = I_{xy}\sin 2\varphi_o / 2g^2\sigma^2, & W_{\tau x} &= W_{x\tau} = I_\tau |\cos\varphi_o| / g\sigma^2, \\ W_{\tau y} &= W_{y\tau} = -I_\tau |\sin\varphi_o| / g\sigma^2, & W_{\tau\tau} &= -\sigma^2 \int_0^{\Omega_k} \Omega^2 \tilde{G}_1(\Omega) d\Omega, \end{aligned}$$

avec

$$(2.8) \quad \begin{aligned} I_{xy} &= \int_0^{\Omega_k} \alpha(\alpha-1)(\alpha+2)^{-1}(\alpha+1)^{-1} \Omega^4 \tilde{G}_1(\Omega) d\Omega, \\ J_{xy} &= \int_0^{\Omega_k} (2\alpha+1)(\alpha+2)^{-1}(\alpha+1)^{-1} \Omega^4 \tilde{G}_1(\Omega) d\Omega, & I_\tau &= \int_0^{\Omega_k} \alpha(\alpha+1)^{-1} \Omega^3 \tilde{G}_1(\Omega) d\Omega, \end{aligned}$$

où  $\varphi_o$  est l'angle horizontal entre la direction d'insonification et celle du vent.

La diffusion dans les directions éloignées de celle de réflexion se fait par les perturbations "de courte échelle" qui se trouvent sur celles "de grande échelle". La surface formée par les perturbations "de grande échelle" peut être baptisée surface "sous-étalée". Notons  $M_{sr}$  le spectre angulaire et spatial du champ diffusé par les perturbations "de courte échelle". Notons aussi  $M_s\zeta$  le spectre angulaire et spatial du champ diffusé par les perturbations "de courte échelle" dans le cas où elles se trouvent sur un plan. Le sens physique de  $M_s\zeta$  est donc celui du spectre du champ diffusé par une facette de la surface "sous-étalée". Alors, la méthode "de deux échelles" évalue  $M_{sr}$  comme suit:

$$(2.9) \quad M_{sr}(\mathbf{e}, \mathbf{e}_o; \omega, \omega_o) = \langle\langle M_s\zeta(\mathbf{e}, \mathbf{e}_o; \omega, \omega_o) / (\mathbf{n}, \mathbf{e}_z) \rangle\rangle_{\mathbf{n}},$$

où  $\mathbf{n}$  est la normale locale de la surface "sous-étalée",  $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$  est la vitesse locale des points sur cette surface. Le moyennage dans (2.9) se fait d'abord sur les vitesses locales des facettes diffusantes et ensuite sur les orientations de ces facettes.

Le spectre  $M_s \zeta$  peut être évalué alors à l'aide de la méthode des faibles perturbations. Dans ce cas la diffusion est de caractère résonant et elle est faite par les perturbations de la fréquence

$$(2.10) \quad \Omega_r = (g|\mathbf{q}|)^{1/2}$$

qui se propagent sous l'angle horizontal  $\beta_r$  tel que:

$$(2.11) \quad \text{tg } \beta_r = q_y/q_x \quad (\mathbf{q} = (q_x, q_y, 0)) .$$

Comme pratiquement pour tout problème de diffusion concernant la surface agitée de l'océan, l'ensemble statistique de  $\mathbf{v}$  peut être considéré comme normal, le moyennage sur  $\mathbf{v}$  dans (2.9) aboutit à la formule:

$$(2.12) \quad M_{sr}(\mathbf{e}, \mathbf{e}_o; \omega, \omega_o) = \left\langle \frac{2g^2(\mathbf{e}, \mathbf{n})^2(\mathbf{e}_o, \mathbf{n})^2}{\Omega_r^3(\mathbf{n}, \mathbf{e}_z)\Delta\omega\sqrt{2\pi}} \left[ G(\Omega_r, \beta_r) \exp\left\{-\frac{(\omega-\omega_o+\Omega_r)^2}{2(\Delta\omega)^2}\right\} + G(\Omega_r, \beta_r+\pi) \exp\left\{-\frac{(\omega-\omega_o-\Omega_r)^2}{2(\Delta\omega)^2}\right\} \right] \right\rangle_{\mathbf{n}} ,$$

$$(2.13) \quad \text{avec} \quad (\Delta\omega)^2 = V_x^2 q_x^2 + V_y^2 q_y^2 + V_z^2 q_z^2 ,$$

où  $V_i$  sont les écarts types des valeurs aléatoires  $v_i$  et peuvent donc être calculés à partir du spectre de la surface:

$$(2.14) \quad V_x^2 = \int_0^{\Omega_k} (\alpha^2 + \alpha + 1)(\alpha^2 + 3\alpha + 2)^{-1} \Omega^2 \tilde{G}_1(\Omega) d\Omega ,$$

$$V_y^2 = \int_0^{\Omega_k} (2\alpha + 1)(\alpha^2 + 3\alpha + 2)^{-1} \Omega^2 \tilde{G}_1(\Omega) d\Omega , \quad V_z^2 = \int_0^{\Omega_k} \Omega^2 \tilde{G}_1(\Omega) d\Omega .$$

Notons que ces valeurs correspondent à la surface "sous-étalée" constituée uniquement des perturbations "de grandes échelles", pour lesquelles  $\Omega < \Omega_k$ .

Le spectre du champ diffusé par une surface "à diverses échelles" et modélisé à l'aide de la MDE est donné par la formule:

$$(2.15) \quad M_s(\mathbf{e}, \mathbf{e}_o; \omega, \omega_o) = (1 - |V(\mathbf{e}_o; \omega_o)|^2) M_{sk}(\mathbf{e}, \mathbf{e}_o; \omega, \omega_o) + M_{sr}(\mathbf{e}, \mathbf{e}_o; \omega, \omega_o) ,$$

qui satisfait à la condition de conservation d'énergie au sens de (12).

Les formules (2.1)-(2.15) sont suffisantes pour modéliser le spectre angulaire et fréquentiel  $M_s$  d'un champ acoustique diffusé par une surface "à diverses échelles", par la surface agitée de l'océan par exemple. Cependant, une telle modélisation serait lourde numériquement à cause des intégrales intervenant dans (2.8) et (2.14) et du moyennage dans la formule (2.12).

Faisons certaines suppositions simplifiant le problème et permettant d'obtenir des évaluations simples des caractéristiques spectrales du champ diffusé.

Considérons les directions de diffusion au voisinage de la direction de réflexion. Notons que le spectre  $\tilde{G}_1(\Omega)$  dans le cas de la surface agitée de l'océan est d'une bande assez étroite. Pour le niveau 0,5, la bande est

$$(2.16) \quad (\Delta\Omega)_{0,5} \approx 2,7/v ,$$

ce qui est presque trois fois plus petit que la fréquence  $\Omega_m \approx 8,7/v$  du maximum du spectre. De plus, l'ouverture  $\Delta\beta$  du lobe de directivité de l'agitation au voisinage de la fréquence  $\Omega_m$  est faible:  $\Delta\beta \ll 1$ , selon le modèle présenté ci-dessus. Dans ce cas, on peut évaluer les paramètres  $\omega_m$  (fréquence centrale) et  $v$  (largeur du spectre  $M_s$ ) comme suit:

$$(2.17) \quad \omega_m \approx q_x V_f , \quad v \approx (2\sqrt{2}/g) q_z \sigma (V_f - V_g) \Omega_m \Delta\Omega ,$$

où  $V_f$  et  $V_g$  sont les vitesses de phase et de groupe des vagues de la fréquence  $\Omega_m$ . Pour les vagues gravitationnelles:  $V_g = V_f/2 = g/2\Omega$ ,  $\sigma \approx 0,53 \cdot 10^{-2} v^2$ . Dans le cas où l'insonification se fait dans la direction du vent, nous obtenons pour les directions au voisinage de la direction d'insonification caractérisée par l'angle  $\chi_o$ :

$$(2.18) \quad f_m = \omega_m/2\pi \approx 0,75 \frac{\text{Hz}}{\text{kHz}(m/s)} f_o v \sin\chi_o \Delta\chi ,$$

$$(2.19) \quad (\Delta f)_m = v/2\pi \approx 2,75 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Hz}}{\text{kHz}(m/s)} f_o v \sin\chi_o .$$

Il n'y a pas donc de décalage en fréquence dans la direction de réflexion, où  $\Delta\chi = \chi - \chi_o = 0$ .

Pour estimer l'ordre de grandeur de ces valeurs, admettons  $\chi_o = 10^\circ$ ,  $v = 10 \text{ m/s}$ ,  $f_o = 5 \text{ kHz}$ ,  $\Delta\chi \approx 4^\circ$ , alors  $(\Delta f)_m \approx 0,23 \text{ Hz}$ ,  $f_m \approx 0,45 \text{ Hz}$ .

Pour les directions éloignées de celle de la réflexion spéculaire, il faut effectuer numériquement le moyennage dans la formule (2.12). Néanmoins, on peut supposer que le mouvement de la surface a beaucoup plus d'influence sur le spectre fréquentiel du champ diffusé que les inclinaisons des facettes de la surface "sous-étalée". Sous cette supposition, on peut se passer du moyennage sur  $\mathbf{n}$  dans la formule (2.12) et considérer les valeurs de résonance  $\Omega_r$  et  $\beta_r$  indépendantes de l'orientation de chaque facette. Dans ce cas, les fréquences centrales des bandes latérales du spectre sont les mêmes que celles données par la MSP:  $\omega = \omega_o \pm \Omega_r$ , ces bandes sont de forme gaussienne, et leurs ouvertures sont déterminées par la vitesse de la surface "sous-étalée". Dans le cas où  $V_y^2 = 0$ ,  $V_x^2 = V_z^2 = V_o^2$ , on peut évaluer à partir des formules (2.14):

$$(2.20) \quad V_o \approx 6,4 \cdot 10^{-2} v .$$

Alors, pour la rétrodiffusion,

$$(2.21) \quad \Delta\omega = 2k_o V_o \sqrt{\sin^2\chi_o + \cos^2\chi_o \cos^2\varphi_o} .$$

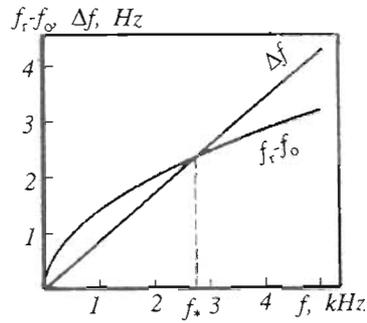
Si en surplus  $\varphi_o = 0$ , cette estimation se simplifie:

$$(2.22) \quad \Delta f = \Delta\omega/2\pi = 0,086 \frac{\text{Hz}}{\text{kHz}(m/s)} f_o v .$$

Pour  $v = 10 \text{ m/s}$ ,  $f_0 = 1 \text{ kHz}$  nous obtenons:  $\Delta f = 0,86 \text{ Hz}$ .

Figure 2.

Dépendances fréquentielles de la largeur ( $\Delta f$ ) et de l'écartement des fréquences centrales ( $\Omega_r$ ) des bandes latérales du spectre fréquentiel de rétrodiffusion (vent  $10 \text{ m/s}$ ).



Il est intéressant de comparer l'ouverture des bandes latérales du spectre fréquentiel  $\Delta f$  d'après la formule (2.22) au décalage  $\pm \Omega_r$  des fréquences centrales qui, dans le cas de la rétrodiffusion, est  $\Omega_r = 2\pi f_r = (2gk_0 \cos \chi_0)^{1/2} / 2\pi$ . Un exemple d'une telle comparaison est présenté sur la figure 2. Il vient que  $\Omega_r > \Delta f$  si  $f < f_*$ , et  $\Omega_r < \Delta f$  si  $f > f_*$ . Ces valeurs sont égales si  $f = f_*$ , avec

$$(2.23) \quad f_* = 282 \frac{\text{kHz}}{\text{m/s}} f_0 \cos \chi_0 / v^2 .$$

Dans notre exemple,  $f_* = 2,8 \text{ kHz}$ . L'estimation (2.23) peut être utile pour évaluer les performances d'un système de réception des signaux mélangés avec la réverbération de surface.

## 2.2. Modélisation numérique et validation expérimentale

Nous présentons à la figure 3 deux exemples de modélisation du coefficient de diffusion  $m_s$  à la fréquence  $1 \text{ kHz}$ , selon la méthode à deux échelles de rugosité, pour un vent de  $10 \text{ m/s}$  et l'angle  $\chi_0 = 90^\circ - \theta_0 = 40^\circ$ . La figure 3a correspond à l'angle  $\varphi_0 = 0$ , et la figure 3b correspond à l'angle  $\varphi_0 = 90^\circ$ . Selon ces graphiques, il est caractéristique d'avoir un maximum au voisinage de la direction de réflexion dans la structure angulaire du coefficient de diffusion. Ce maximum est dû à la diffusion par les perturbations "de grandes échelles". Autour de ce maximum principal il y a un "plateau" dû à la diffusion par les perturbations "de courte échelle". La forme du maximum dépend de la direction d'insonification par rapport à celle du vent. Dans le cas où  $\varphi_0 = 0$  (fig.3a), l'ouverture verticale du lobe angulaire du coefficient de diffusion est plus grande que l'ouverture horizontale. Dans le cas où  $\varphi_0 = 90^\circ$  (fig.3b) la situation est inverse. Cet effet est dû à l'anisotropie des vagues "de grandes échelles". Cet effet influence le niveau du coefficient de diffusion, même dans les directions éloignées de celle de la réflexion spéculaire, mais cette influence est moindre et on ne peut pas l'apercevoir sur la figure 3.

La figure 4 présente les sections du coefficient de diffusion par les plans  $\varphi = 0$  et  $\theta = \theta_0$ , dans le cas où  $v = 5 \text{ m/s}$ ,  $\theta_0 = 60^\circ$ ,  $f_0 = 0,5+16 \text{ kHz}$ . Ces graphiques démontrent que l'augmentation de la fréquence d'émission mène à une croissance de l'ouverture du lobe principal du coefficient de diffusion et également à une croissance du coefficient dans le "plateau". Une telle influence

sur les caractéristiques de diffusion est propre également à la vitesse du vent.

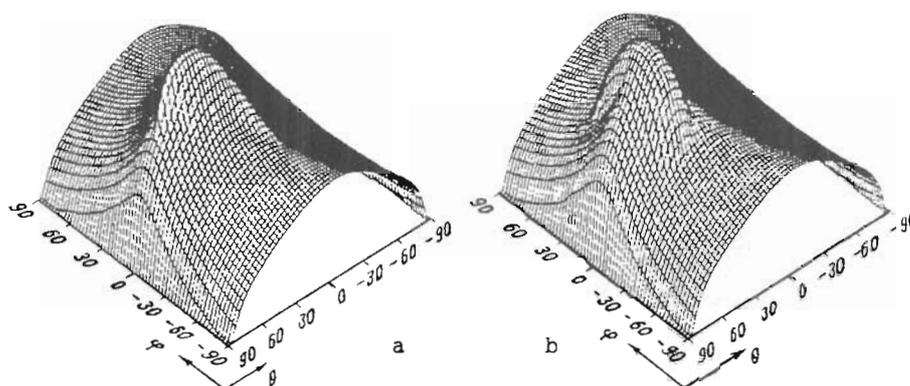


Figure 3. Modélisation du coefficient de diffusion  $m_s$  pour  $f_0 = 1$  kHz; direction de l'insonification parallèle ( $\varphi_0 = 0$ ) (a) et perpendiculaire ( $\varphi_0 = 90^\circ$ ) (b) à la direction du vent.

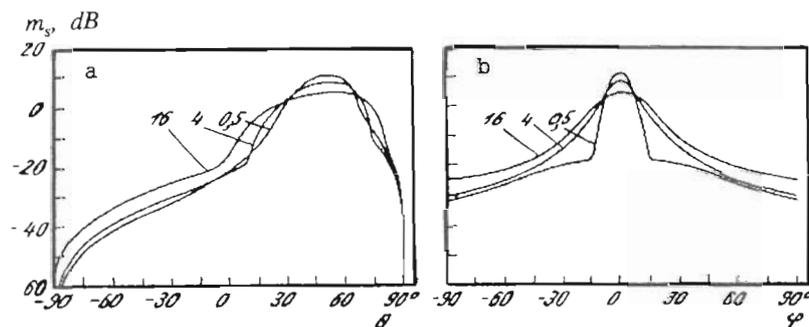


Figure 4. Sections  $\varphi = 0$  (a) et  $\theta = \theta_0$  (b) du coefficient de diffusion  $m_s$  dans le cas de l'insonification selon le vent ( $\varphi_0 = 0$ , paramètre des courbes est la fréquence d'insonification  $f_0$ ).

La croissance de l'angle de rasance de l'onde insonifiante  $\chi_0 = 90^\circ - \theta_0$  mène aussi à l'élargissement du lobe principal. Ceci fait la différence entre le modèle de deux échelles et celui proposé pour les ondes radio. Nous illustrons ce fait à

l'aide de la figure 5 qui présente les sections du coefficient de diffusion modélisé pour  $f = 8 \text{ kHz}$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $v = 10 \text{ m/s}$  et pour les angles de rasance en insonification  $\chi_0 = 90^\circ - \theta_0 = 10^\circ - 80^\circ$ . L'évolution de la forme du maximum du coefficient de diffusion est due à l'inégalité (2) qui intervient au cours du "classement" des perturbations de surface en deux types. Les données des expériences [5] obtenues sous les angles rasants (de quelques degrés) démontrent la même tendance de rétrécissement du maximum, si l'angle de rasance de l'onde insonifiante est plus petit.

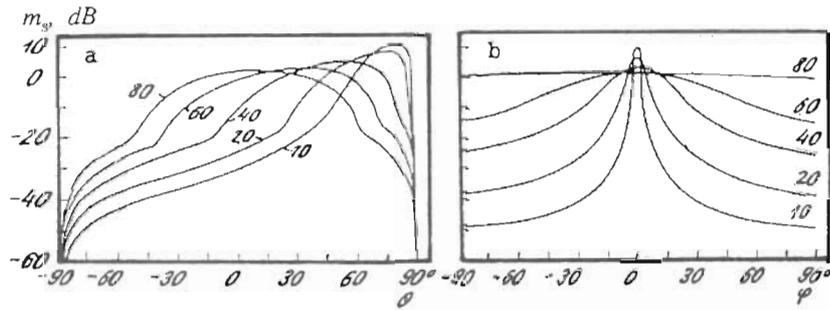
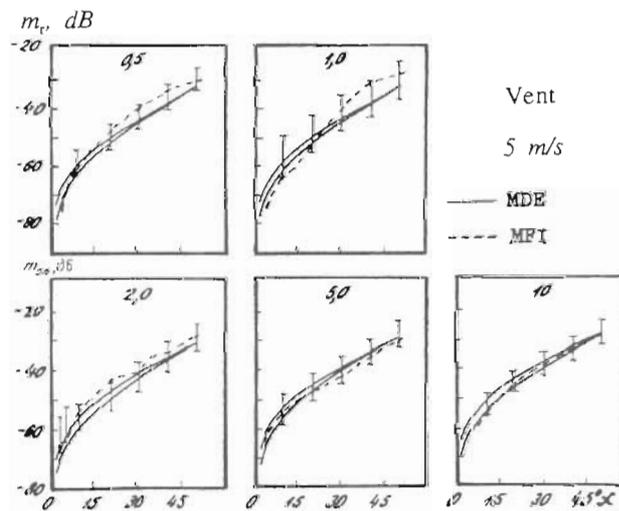


Figure 5. Sections  $\varphi = 0$  (a) et  $\theta = \theta_0$  (b) du coefficient de diffusion  $m_s$  dans le cas de l'insonification parallèle au vent ( $\varphi_0 = 0$ , le paramètre des courbes est l'angle de rasance en insonification  $\chi_0$ ).

Figure 6.

Données expérimentales et modélisation du coefficient de rétrodiffusion  $m_r$  pour le vent  $\approx 5 \text{ m/s}$  (barres verticales présentent les intervalles de 90% de vraisemblance des évaluations expérimentales).



La figure 6 montre des évaluations du coefficient de rétrodiffusion  $m_r(\chi_0)$  obtenues à partir des données d'expériences pour un vent de  $\approx 5 \text{ m/s}$ , et aux fréquences  $f_0 = 0,5 \pm 10 \text{ kHz}$ . Nous présentons en même temps les résultats de modélisation numérique de ce coefficient, selon la MDE. Les courbes supérieures correspondent à l'insonification dans le sens du vent ( $\varphi_0 = 0$ ) et les courbes inférieures correspondent au cas  $\varphi_0 = 90^\circ$ . Le bon accord des deux types de données est une justification indirecte de notre modèle numérique développé, qui est fondé sur la MDE.

La figure 7 présente les résultats de modélisation du spectre fréquentiel en rétrodiffusion et les données d'expériences. Le graphique 7a montre le spectre normalisé moyen de rétrodiffusion, obtenu à l'aide de 100 émissions à la fréquence  $f_0 = 3 \text{ kHz}$  sous les angles  $\varphi_0 = 0$  et  $\chi_0 = 90^\circ - \theta_0 = 2^\circ \pm 13^\circ$ , quand le vent était  $\approx 8 \text{ m/s}$ . Nous avons sur les mêmes graphiques les résultats de modélisation selon la MDE. Cette comparaison témoigne d'un bon accord des deux types de données. Les résultats d'expériences sont aussi en accord avec les évaluations approchées à partir des formules simples (2.10) et (2.22); dans ce cas, on obtient:  $\Omega_i \approx 2,6 \text{ Hz}$  et  $\Delta f \approx 2,0 \text{ Hz}$ .

Le graphique 7b présente les mêmes données d'expériences et de modélisation dans le cas où  $\varphi_0 = 90^\circ$ . Cette fois-ci, il y a un désaccord entre les deux types de données. On peut démontrer que la cause de ce désaccord pourrait être due à l'approximation du spectre spatial de l'agitation de la mer utilisée pour notre modélisation, qui ne serait pas très bien justifiée aux échelles de l'ordre de quelques dizaines de centimètres.

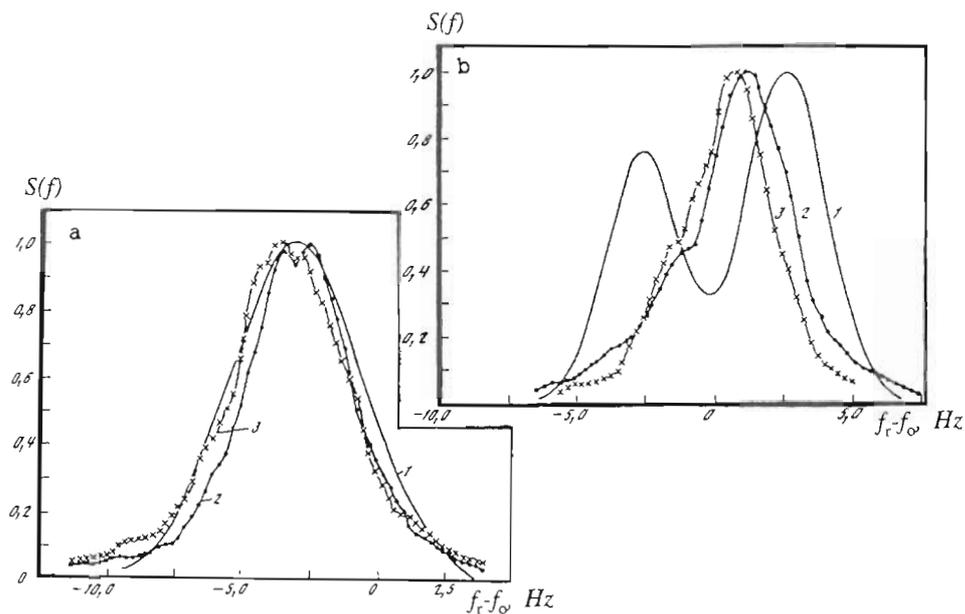


Figure 7. Spectres fréquentiels de rétrodiffusion modélisés (1) et obtenus en expérience (2,3) dans les cas de l'insonification selon le vent ( $\varphi_0 = 0$ ) (a) et à travers ( $\varphi_0 = 90^\circ$ ) (b).

### 3. MÉTHODE DES FAIBLES INCLINAISONS (MFI)

#### 3.1. Fondements théoriques

Présentons, en nous basant sur [7], les fondements théoriques de la méthode des inclinaisons faibles (MFI). Pour simplifier les développements et les formules, considérons le cas où la pression acoustique  $\Psi$  sur la surface diffusante  $\Sigma$  est nulle:

$$(3.1) \quad \Psi(\mathbf{r})|_{\mathbf{r} \in \Sigma} = 0 \quad (\forall \mathbf{x} = (x_1, x_2), -\infty < x_{1,2} < +\infty).$$

Certaines surfaces réelles, la surface agitée de l'océan par exemple, sont non figées. Dans le développement de MFI présenté ici, nous tenons compte de ce fait.

Soit donc la surface  $\Sigma$  définie à l'aide de l'équation:

$$(3.2) \quad z = \zeta(\mathbf{x}; t),$$

et insonifiée par l'onde monochromatique plane:

$$(3.3) \quad \Psi_0(\mathbf{x}, z; t) = v_0^{-1/2} e^{i(\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{x}) - i v_0 z - i \omega_0 t}, \quad v_0^2 + \kappa_0^2 = (\omega_0/c_0)^2 = k_0^2.$$

Le coefficient devant l'exponentielle dans (3.3) est choisi tel que le courant d'énergie dans la direction  $z$  soit l'unité,  $\mathbf{k} = (k_1, k_2, v)$  est le vecteur d'onde,  $\mathbf{k} = (k_1, k_2)$ , l'indice "0" signifie que tel paramètre caractérise l'onde insonifiante. Comme la surface diffusante n'est pas figée, le champ diffusé  $\Psi_1$  n'est plus monochromatique. Le problème mathématique correspondant à ce problème physique consiste à trouver dans le domaine  $z > \zeta(\mathbf{x}; t)$  une solution de l'équation d'ondes

$$(3.4) \quad (\nabla^2 - c_0^{-2} \partial_t^2) \Psi = 0,$$

qui décrit le champ total  $\Psi = \Psi_0 + \Psi_1$ . La solution doit satisfaire à la condition (3.1) sur la surface et à la condition de radiation lorsque  $z \rightarrow \infty$ .

Développons le champ diffusé, en suivant ce qui a été déjà fait pour une surface "figée" [7], sur la base orthonormalisée des ondes planes qui s'éloignent de la surface:  $\{v^{-1/2} \cdot \exp\{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) + i v z - i \omega t\}\}$ . Pour pouvoir le faire, nous supposons justifiée dans le domaine  $z > \max\{\zeta(\mathbf{x})\}$  l'hypothèse de Rayleigh. Celle-ci a été discutée dans [15] et [16], où l'on démontre que c'est le cas si  $|\nabla \zeta| \leq 0,41$ . Ce développement:

$$(3.5) \quad \Psi_1(\mathbf{x}, z; t) = \int d\omega \int \mathcal{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \omega, \omega_0) v^{-1/2} \cdot e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) + i v z - i \omega t} d^2 \mathbf{k}$$

introduit la fonction  $\mathcal{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \omega, \omega_0)$  qui est la généralisation de la notion de l'amplitude de diffusion. Elle décrit la diffusion dans la direction du vecteur  $\mathbf{k} = (\mathbf{k}, v)$  de l'énergie des ondes insonifiant la surface de la direction du vecteur  $\mathbf{k}_0 = (\mathbf{k}_0, v_0)$ . Il est évident que le champ total  $\Psi$  satisfait alors l'équation (3.4) si

$$(3.6) \quad v^2 + \kappa^2 = (\omega/c_0)^2.$$

Utilisons (3.5) dans la condition (3.1):

$$(3.7) \quad \Psi(\mathbf{x}, \zeta(\mathbf{x}; t); t) = v_0^{-1/2} e^{i(\mathbf{k}_0, \mathbf{x}) - i v_0 \zeta(\mathbf{x}; t) - i \omega_0 t} + \int d\omega' \int S(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0; \omega', \omega_0) v_0^{1/2} e^{i(\mathbf{k}', \mathbf{x}) + i v' \zeta(\mathbf{x}; t) - i \omega' t} d^2 \mathbf{k}' = 0 .$$

Nous cherchons une solution approchée de cette équation dite de Rayleigh, qui lie la fonction recherchée  $S(\dots)$  à la fonction donnée  $\zeta(\mathbf{x}; t)$ . Multiplions d'abord cette équation par  $v_0^{1/2} \exp\{-i(\mathbf{k}, \mathbf{x}) - i v \zeta(\mathbf{x}; t) + i \omega t\}$  et faisons ensuite l'intégration en  $\mathbf{x}$  et en  $t$ . Nous obtenons l'équation:

$$(3.8) \quad \begin{aligned} & -(v/v_0)^{1/2} \int dt/2\pi \int e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_0, \mathbf{x}) - i(v+v_0)\zeta(\mathbf{x}; t) + i(\omega-\omega_0)t} d^2 \mathbf{x} / (2\pi)^2 = \\ & = S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \omega, \omega_0) + \iiint d\omega' dt/2\pi d^2 \mathbf{k}' d^2 \mathbf{x} / (2\pi)^2 (v/v')^{1/2} S(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0; \omega', \omega_0) \cdot \\ & \cdot e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}', \mathbf{x}) + i(\omega-\omega')t} [e^{-i(v-v')\zeta(\mathbf{x}; t)} - 1] . \end{aligned}$$

En développant l'intégrale dans la partie droite et en utilisant l'égalité

$$(3.9) \quad \begin{aligned} & \int e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}', \mathbf{x})} [1 - e^{-i(v-v')\zeta(\mathbf{x})}] d^2 \mathbf{x} / 4\pi^2 = \\ & = \int e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}', \mathbf{x}) - i(v-v')\zeta(\mathbf{x})} (\mathbf{I}, \nabla \zeta) d^2 \mathbf{x} / 4\pi^2 , \end{aligned}$$

nous aboutissons à l'équation intégrale de Fredholm de type 2:

$$(3.10) \quad \begin{aligned} S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \omega, \omega_0) & = -(v/v_0)^{1/2} \iint e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_0, \mathbf{x}) - i(v+v_0)\zeta(\mathbf{x}; t) + i(\omega-\omega_0)t} dt d^2 \mathbf{x} / (2\pi)^3 + \\ & + \iiint d\omega' dt d^2 \mathbf{k}' d^2 \mathbf{x} / (2\pi)^3 (v/v')^{1/2} S(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0; \omega', \omega_0) ((\mathbf{I}, \nabla \zeta) + C \partial \zeta / \partial t) \cdot \\ & \cdot e^{-i(\mathbf{k}'-\mathbf{k}, \mathbf{x}) - i(v'+v)\zeta(\mathbf{x}; t) - i(\omega'-\omega)t} , \end{aligned}$$

avec  $C$  et  $\mathbf{I}$  les coefficients dépendant des composantes du vecteur d'onde. Comme l'opérateur intégrale dans cette équation est proportionnel à  $\gamma = \nabla \zeta$  et  $\vartheta = \partial \zeta / \partial t$ , nous pouvons retrouver sa solution à l'aide d'itérations si  $\gamma \ll I$ ,  $\vartheta \ll I$ .

Présentons la solution d'ordre 1 par rapport au paramètre  $\gamma$  et  $\vartheta$  comme:

$$(3.11) \quad S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \omega, \omega_0) = \iint S_0 e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_0, \mathbf{x}) - i(v+v_0)\zeta(\mathbf{x}; t) + i(\omega-\omega_0)t} dt d^2 \mathbf{x} / (2\pi)^3 ,$$

avec  $S_0$  le facteur à obtenir qui dépend des composants du vecteur d'onde.

Admettons maintenant que la surface diffusante soit aléatoire. Comme le champ diffusé est une fonctionnelle linéaire de  $S$ , sa fonction d'autocorrélation est déterminée à partir de celle de  $S$ . Nous nous intéressons au spectre  $M_s(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \omega, \omega_0)$ , qui est défini par le rapport de l'énergie diffusée dans la direction  $\mathbf{k}$  et de celle de l'onde insonifiante, provenant de la direction  $\mathbf{k}_0$ , par unité d'angle solide et de fréquence. Par conséquent, le spectre  $M_s$  est lié à l'amplitude  $S$  à l'aide du rapport du même type que dans le cas des surface figées [7]:

$$(3.12) \quad M_s(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \omega, \omega_0) = v v_0 \langle |S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \omega, \omega_0) - \langle S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \omega, \omega_0) \rangle|^2 \rangle .$$

La valeur  $\langle S(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0; \omega, \omega_0) \rangle$  peut être calculée de la même manière que dans le cas d'une surface figée:

$$(3.13) \quad \langle S(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0; \omega, \omega_0) \rangle = S_0 e^{-q_z^2 W(0;0)/2} \delta(\mathbf{R}-\mathbf{R}_0) \delta(\omega-\omega_0), \quad (q_z = v+v_0),$$

où  $W(\mathbf{x}, t) = \langle \zeta(\mathbf{a}, T) \zeta(\mathbf{a}+\mathbf{x}, T+t) \rangle$  est la fonction de corrélation du champ  $\zeta(\mathbf{x}, t)$ , qui est supposé gaussien, homogène et stationnaire, avec  $\langle \zeta \rangle \equiv 0$  (nous avons utilisé la relation  $\langle e^{a\zeta} \rangle = e^{a^2 W(0,0)/2}$  qui est justifiée dans ce cas).

Finalement, nous aboutissons pour le spectre de diffusion à la formule:

$$(3.14) \quad M_s(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0; \omega, \omega_0) = A e^{-q_z^2 \sigma^2} \iint [e^{q_z^2 W(\mathbf{x}, t)} - 1] e^{-i(\mathbf{q}, \mathbf{x}) + i(\omega - \omega_0)t} \frac{dt d^2 \mathbf{x}}{(2\pi)^3} + o(\gamma^2),$$

avec  $\mathbf{q} = \mathbf{R} - \mathbf{R}_0$ ,  $\sigma^2 = W(0,0)$ . Elle ressemble bien à celle de [7] obtenue pour une surface "figée".

Pour retrouver le coefficient  $A$ , considérons les cas où  $\Phi = 2k\sigma \sin \chi_0 \ll 1$ , quand nous pouvons appliquer la MSP. En généralisant le résultat présenté dans [3] pour le cas où la surface diffusante n'est pas "figée" et possède un spectre  $G(\mathbf{q}; \Omega) = \int W(\mathbf{x}, \tau) \exp\{-i(\mathbf{q}, \mathbf{x}) + i\Omega\tau\} d\tau d^2 \mathbf{x} / (2\pi)^3$ , nous avons:

$$(3.15) \quad M_s(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0; \omega, \omega_0) = (2vv_0)^2 G(\mathbf{q}, \omega - \omega_0)$$

De plus, en utilisant dans (3.14) le développement

$$(3.16) \quad \exp\{-q_z^2 \sigma^2\} [\exp\{q_z^2 W(\mathbf{u})\} - 1] = q_z^2 W(\mathbf{u}) + o(\Phi^4),$$

nous obtenons:

$$(3.17) \quad M_s(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0; \omega, \omega_0) = A q_z^2 \int W(\mathbf{x}, t) \cdot e^{-i(\mathbf{q}, \mathbf{x}) + i(\omega - \omega_0)t} \frac{dt d^2 \mathbf{x}}{(2\pi)^3} + o(\Phi^2) = \\ = A q_z^2 G(\mathbf{q}, \omega - \omega_0) + o(\Phi^2).$$

En comparant (3.15) et (3.17), nous retrouvons le même coefficient  $A$  que dans le cas d'une surface "figée":

$$(3.18) \quad A = (2vv_0 / (v+v_0))^2.$$

La formule pour le coefficient de diffusion d'une surface figée [7] découle de la formule (3.14) après l'intégration en  $t$ :

$$(3.19) \quad m_s(\mathbf{R}, \mathbf{R}) = A e^{-q_z^2 \sigma^2} \iint [e^{q_z^2 W(\mathbf{x})} - 1] e^{-i(\mathbf{q}, \mathbf{x})} \frac{d^2 \mathbf{x}}{(2\pi)^2} + o(\gamma^2),$$

D'après les développements ci-dessus, il vient que les formules de la MSP découlent de celle de la MFI (3.14). Considérons maintenant le cas où  $k \rightarrow \infty$ . Il convient alors d'appliquer la méthode de Laplace pour évaluer l'intégrale (3.14) et nous aboutissons à la formulation semblable à celle de la AK:

$$(3.20) \quad m_s(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) = A q_z^{-2} w(\mathbf{q}/q_z),$$

où  $w(\gamma)$  est la densité de probabilité de la répartition des inclinaisons de la surface aléatoire. Le facteur  $A$  est proche de l'unité ( $A \approx 1$ ) au voisinage de la direction de réflexion. Notons que c'est le domaine d'angles où l'application de la AK pour les surface à diverses échelles est justifiée.

D'après nos développements, et en supposant les termes  $o(\gamma^2)$  petits par rapport à la solution d'ordre un, les formules approchées (3.14) et (3.19) de la MFI pour le coefficient de diffusion sont justifiées si l'angle de rasance de l'onde insonifiante et celui de la direction de diffusion satisfont à la condition:

$$(3.21) \quad \gamma \ll \min\{\chi, \chi_0\} .$$

Une fois cette condition remplie, les zones d'ombre géométrique près de la surface diffusante ne peuvent pas exister. Notons que la condition (3.21) peut être embarrassante en acoustique sous-marine, où les angles de rasance des ondes de Brillouin au voisinage de la surface peuvent être petits et alors l'application de la MFI ne serait pas bien justifiée.

La formule (3.14) est similaire à l'intégrale de Kirchoff. Cependant, celle-ci n'a pas été utilisé directement pour modéliser le coefficient de diffusion  $m_s$  ou le spectre  $M_s$  car elle ne peut pas être évalué sur les fonctions élémentaires et il faut le faire numériquement, même dans les cas les plus simples, quand la surface aléatoire est omnidirectionnelle ou cylindrique. C'est pour cette raison qu'on fait une évaluation analytique approchée de (3.14) et on aboutit à la formule de la AK.

### 3.2. Application numérique de la MFI à la surface agitée de l'océan

La surface agitée de l'océan présente l'exemple d'une surface aléatoire à diverses échelles dont le modèle est présenté dans la section 3. La formule (3.19) permet donc de modéliser la structure angulaire du coefficient de diffusion si la fonction de corrélation  $W(\mathbf{x})$  est reconstituée à l'aide de (2.27) ou (2.29).

Etudions de plus près l'expression (3.19). Dans le cas général, le coefficient  $m_s$  est une fonction de quatre variables angulaires regroupées par paires qui déterminent les directions de l'insonification et de diffusion. On note, par ailleurs, que la fonction dépendant de trois variables ( $\mathbf{q}$  et  $q_z$ ):

$$(3.25) \quad g(q_z, \mathbf{q}) = \int (e^{-q_z^2 W(\mathbf{r})} - 1) e^{-i(\mathbf{q}, \mathbf{r})} \frac{d^2 \mathbf{r}}{(2\pi)^2} ,$$

décrit presque complètement le coefficient de la diffusion, sans compter le facteur  $A$ .

Pour calculer l'intégrale dans (3.25), nous utilisons les algorithmes de FFT. Ces algorithmes transforment une fonction  $f(t)$  déterminée à l'aide de ces valeurs  $f(t_j)$  sur  $N$  valeurs d'argument:  $(t_0, \dots, t_{N-1}) \subset [0, T]$ , avec  $t_{j+1} - t_j = \Delta t = T/(N-1) = \text{const}$  ( $\forall j = 0, 1, \dots, N-2$ ), dans une autre fonction  $\tilde{f}(v)$  déterminée, elle aussi, à l'aide de ces valeurs  $f(v_n)$  sur  $N$  valeurs d'argument:  $v_n = n/T$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$ :  $\tilde{f}(n/T) = \sum_{j=0}^{N-1} f(t_j) e^{-2\pi i n t_j / T}$ . Alors, l'argument maximal pour lequel la valeur de fonction peut être obtenue est  $v_{\max} = (N-1)/2T$ . Par conséquent, pour calculer correctement la fonction (3.25), on

doit choisir les pas de discrétisation en  $x_1$  et  $x_2$  tels que les nombres de points  $N_i$  en  $x_i$  satisfassent à l'inégalité:

$$(3.26) \quad (N_i - 1) / 2L_i \geq \max\{q_i / 2\pi\} = k\pi^{-1} \cos\chi_o = \pi^{-1} (k^2 - v_o^2)^{1/2},$$

où  $L_i$  est le rayon de corrélation en  $x_i$  ( $W(L_i, x_2) \ll 1$ ,  $W(x_1, L_2) \ll 1$ ). Comme le volume d'opérations et la mémoire nécessaires pour effectuer une transformation FFT d'un vecteur de  $N$  points sont de l'ordre de  $N \log_2 N - N$ , l'application de la MFI exige d'autant plus de performances de calcul que la fréquence est plus haute:

$$(3.27) \quad N_1 N_2 \approx 16 L_1 L_2 \cos^2 \chi_o / \lambda^2 \propto f^2.$$

Dans le cas où  $\chi_o = \pi/3$ ,  $v = 10 \text{ m/s}$ ,  $f = 100 \text{ Hz}$ , la puissance de calcul et le volume de mémoire nécessaires sont  $\sim 10^2$ , à  $1 \text{ kHz}$ ,  $\sim 10^4$ , à  $10 \text{ kHz}$ ,  $\sim 10^6$ , donc de l'ordre de  $4 \text{ Mbt}$ , ce qui reste raisonnable pour les ordinateurs modernes.

En rétrodiffusion, nous avons:

$$(3.28) \quad v = v_o, \quad q_z = 2v_o = 2k \sin \chi_o, \quad \mathbf{q} = -2\mathbf{\kappa}_o, \quad A = v_o^2,$$

et il est possible de présenter en 3D le résultat de modélisation du coefficient de rétrodiffusion pour tous les angles d'insonification, car la direction d'insonification est déterminée à l'aide de n'importe quelle paire parmi les trois paramètres  $\kappa_{o1}$ ,  $\kappa_{o2}$ ,  $v_o$ .

Dans le cas d'une surface omnidirectionnelle, le problème est plus simple et (3.14) devient:

$$(3.29) \quad m_s(\mathbf{\kappa}, \mathbf{\kappa}_o) = A \int_0^\infty (\exp\{q_z^2(W(x) - W(0))\} - \exp\{-q_z^2 W(0)\}) J_o(qx) \frac{xdx}{2\pi}.$$

Dans ce cas,  $m_s$  ne dépend que de trois variables:

$$(3.30) \quad m_s(\mathbf{\kappa}, \mathbf{\kappa}_o) = m_s(v, q, v_o) = m_s(\chi, \varphi, \chi_o),$$

$$v = \sin \chi, \quad v_o = \sin \chi_o, \quad q^2 = k^2 (\cos^2 \chi + \cos^2 \chi_o - 2 \cos \chi \cos \chi_o \cos \varphi),$$

et, de plus,  $m_s$  est déterminé, sans compter le facteur  $A$ , par l'intégrale qui ne dépend que de deux variables:

$$(3.31) \quad m_s = A \cdot \mathcal{F}(q_z, q).$$

Evidemment, le coefficient de rétrodiffusion par une surface omnidirectionnelle dépend seulement d'une variable  $\chi_o$ .

Nous présentons plusieurs résultats de modélisation numérique du coefficient de diffusion à l'aide de la MFI. La figure 8 présente le coefficient de diffusion en fonction des angles de diffusion  $\chi$  et  $\varphi$  dans le cas où  $f_o = 0,1 \text{ kHz}$ ,  $0,5 \text{ kHz}$ ,  $v = 10 \text{ m/s}$ ,  $\chi_o = 30^\circ$  et l'agitation est dirigée. La figure 9 présente les sections par le plan  $\varphi = 0$  du coefficient de diffusion modélisé à plusieurs fréquences pour l'agitation omnidirectionnelle correspondant au vent  $10 \text{ m/s}$ . La figure 10 présente certaines de ces sections en comparaison avec les résultats de modélisation à l'aide de la MDE et la figure 11 établit la même comparaison pour

les sections par le plan  $\chi = \chi_0$ .

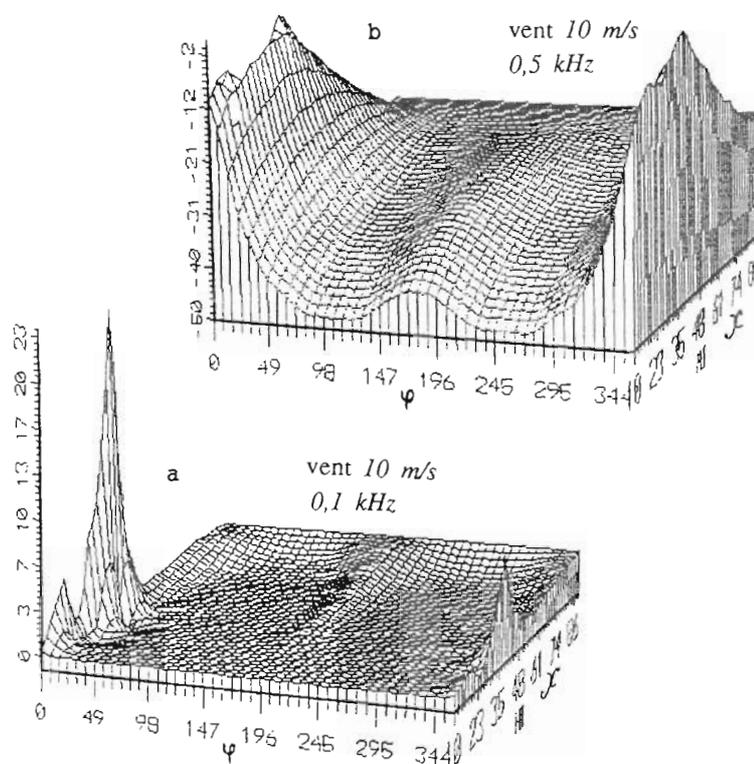


Figure 8. Structures angulaires du coefficient de diffusion par l'agitation dirigée (vent 10 m/s) en fonction des angles de diffusion  $\chi$  et  $\varphi$ , pour l'angle en insonification  $\chi_0 = \pi/6$ ,  $\varphi_0 = 0$  et les fréquences:  $f = 0,1$  kHz (a), 0,5 kHz (b).

Les résultats de modélisation du coefficient de rétrodiffusion

$$m_r(\chi_0) = m_s(\mathcal{R}_0, \mathcal{R}_0) \quad (\mathcal{R}_0 = (k \cos \chi_0 \cos \varphi_0, k \cos \chi_0 \sin \varphi_0), \quad \varphi_0 = 0)$$

par l'agitation omnidirectionnelle correspondant au vent  $v = 5$  m/s sont présentés sur la même figure 6 que les résultats obtenus à l'aide de la MDE.

## CONCLUSION

Dans les cas où la condition (1) d'application de la MSP est remplie, il n'y a pratiquement pas de différence entre les coefficients de diffusion  $m_s$  modélisés à l'aide de la MFI, de la MDE et de la MSP pour les directions de diffusion qui ne

sont pas au voisinage de celle de réflexion ( $\mathbf{e} = \mathbf{e}_0$ ). Cependant, pour les directions dans ce voisinage, la MFI donne un certain niveau du coefficient de diffusion, tandis que la MSP et même MDE présentent dans ce domaine un coefficient qui est pratiquement nul; ce fait est une conséquence de l'absence d'ondes de longueur infinie dans le spectre de l'agitation. Ce "creux" dans le cas d'utilisation de la MFI n'atteint pas zéro, même aux fréquences les plus basses. L'explication de ce fait se trouve dans le développement (3.16). Effectivement, le terme que l'on doit omettre pour obtenir la formule (3.15) de la MSP à partir du développement (3.16), est de l'ordre  $\Phi^4$ , ce qui assure à la fréquence  $f_0 = 0,1 \text{ kHz}$  ( $\Phi \approx 0,2$ ) le niveau  $\approx -30 \text{ dB}$  par rapport aux maximums. Nous aboutirions au même résultat si nous utilisions, pour modéliser le coefficient de diffusion à l'aide de la MSP, une approximation d'ordre plus élevé que l'approximation classique. Tout cela signifie que l'approximation des inclinaisons faibles est d'un ordre supérieur par rapport au petit paramètre  $\Phi$ , que l'ordre de l'approximation classique des faibles perturbations.

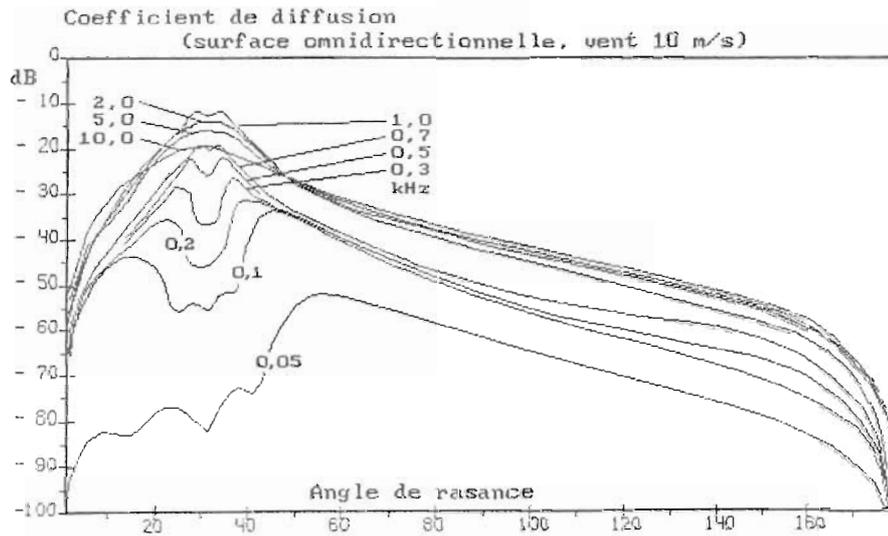


Figure 9. Structures angulaires dans le plan  $\varphi = 0$  du coefficient de diffusion par l'agitation omnidirectionnelle (vent  $10 \text{ m/s}$ ) en fonction de l'angle de diffusion  $\chi$  et de la fréquence, pour l'angle en insonification  $\chi_0 = \pi/6$ .

En "hautes fréquences" ( $f \geq 2 \text{ kHz}$ ), les coefficients de diffusion modélisés à l'aide de la MFI et de la MDE ressemblent au coefficient de la AK au voisinage de la direction de réflexion. Par contre, ils ne décroissent pas exponentiellement si la direction de diffusion s'éloigne de celle de réflexion et ils tendent vers les valeurs obtenues à l'aide de la MSP tout en restant toujours supérieures à celles-ci. La même tendance a été observée expérimentalement. Elle est liée à l'idée essentielle de la MDE que la croissance de diffusion dans les directions "en arrière" par rapport à la MSP s'explique par le fait que les perturbations "de courte échelle" diffusantes "en résonance" se trouvent sur une surface "sous-étalée" non plane. Ce fait augmente donc la probabilité "d'être en résonance avec l'onde insonifiante" pour les perturbations d'échelles plus grandes que dans le cas où la surface "sous-étalée" est plane.

Dans le domaine des fréquences "moyennes", la modélisation du coefficient de diffusion  $m_s$ , à l'aide des deux méthodes présentées (**MDE** et **MFI**), décrit une évolution de la structure angulaire qui est caractéristique à la **MSP**, vers celle caractéristique à la **AK** au voisinage de la direction de réflexion (fig.8, 9). Au cours de cette évolution, le "creux" qui existe au voisinage de cette direction et qui est caractéristique de l'approximation des faibles perturbations, se transforme dans un maximum caractéristique à l'approximation de Kirchoff. Les largeurs angulaires des bandes latérales de  $m_s$  croissent tandis que les valeurs de leurs maximums décroissent. En outre, on note une croissance progressive du coefficient de diffusion "en arrière".

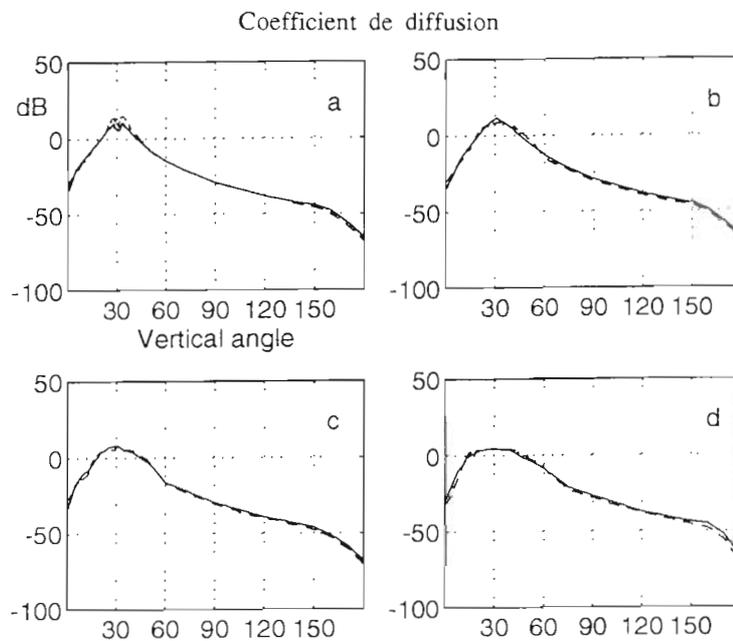


Figure 10. Structures angulaires dans le plan  $\varphi = 0$  du coefficient de diffusion par l'agitation omnidirectionnelle (vent 10 m/s) en fonction de l'angle de diffusion  $\chi$ , modélisée selon la **MDE** (1) et **MFI** (2) pour l'angle en insonification  $\chi_0 = \pi/6$  et les fréquences:  
a - 0,5 kHz ( $\Phi = 1,1$ ); b - 1,0 kHz ( $\Phi = 2,3$ );  
c - 2,0 kHz ( $\Phi = 4,6$ ); d - 6,0 kHz ( $\Phi = 13,7$ ).

D'après les modélisations du coefficient de rétrodiffusion présentées à la figure 6, nous concluons qu'il y a un bon accord entre les deux méthodes présentées et les données d'expériences aux angles de rasance dépassant le seuil de  $\approx 10^\circ$ . Aux angles de rasance inférieurs à  $10^\circ$ , la **MDE** présente de meilleurs résultats, par le fait qu'elle peut tenir compte de l'ombre géométrique.

La similitude des structures angulaires du coefficient de diffusion obtenues à l'aide de la **MDE** et de la **MFI** en "hautes fréquences" n'est pas parfaite.

Premièrement, le maximum de la MFI est plus étroit que celui de la MDE. Deuxièmement, le niveau dans les directions "en arrière" selon la MFI est supérieur à celui de la MDE. Ces différences sont probablement dues à l'imperfection et au caractère artificiel du "classement" des perturbations que l'on fait dans la MDE, mais aussi à la différence des facteurs géométriques intervenant dans les formules (2.4) et (3.14).

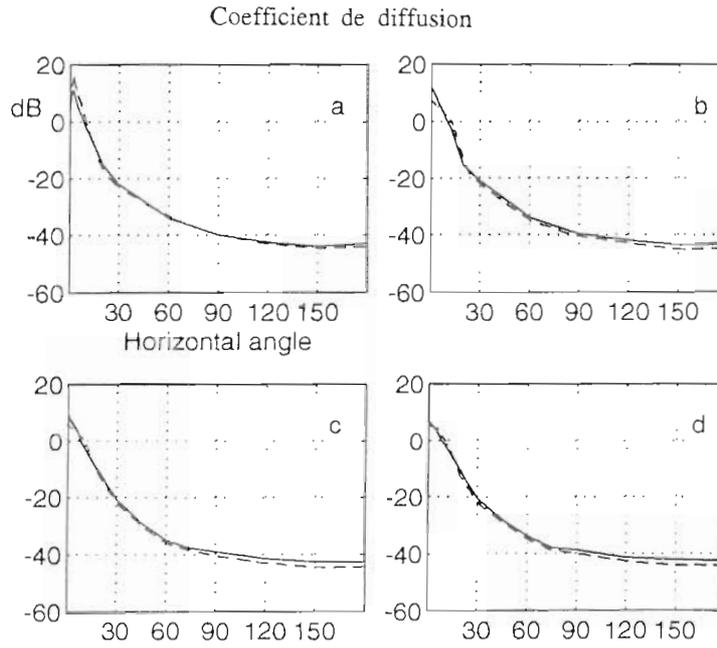


Figure 11. Structures angulaires dans le plan  $\chi = \chi_0$  du coefficient de diffusion par l'agitation omnidirectionnelle (vent 10 m/s) en fonction de l'angle de diffusion  $\varphi$ , modélisées selon la MDE (1) et MFI (2) pour l'angle en insonification  $\chi_0 = \pi/6$  et les fréquences:  
 a - 0,5 kHz ( $\Phi = 1,1$ ); b - 1,0 kHz ( $\Phi = 2,3$ );  
 c - 2,0 kHz ( $\Phi = 4,6$ ); d - 6,0 kHz ( $\Phi = 13,7$ ).

On peut donc essayer de varier les paramètres de la MDE pour obtenir un meilleur accord entre les deux méthodes (MDE et MFI). Cela permettrait d'évaluer les paramètres "optimaux" pour un meilleur "classement" des perturbations dans la MDE et d'attribuer à ce "classement" un caractère moins artificiel.

En général, les résultats de simulations présentés ici et obtenus pour d'autres valeurs de paramètres en insonification démontre que les approximations de deux échelles et des inclinaisons faibles ne sont pas en contradiction et, ce qui est le plus important, elles décrivent de manière semblable la diffusion pour les

valeurs "intermédiaires" du paramètre de Rayleigh ( $\phi \sim 1$ ), où les approximations classiques ne sont pas justifiées.

- 
- 1: F.G.Bass, I.M.Fuks, "Diffusions des ondes par les surfaces aléatoires", Naouka Editions, Moscou, 1972.
  2. A.Ishimaru, "Wave Propagation and Scattering in Random Media", Academic Press, New York, San Francisco, London, 1978.
  3. L.M.Brekhovskikh, Ju.P.Lysanov, "Fundamentals of Ocean Acoustics". Springer-Verlag, Berlin, 1982.
  - 4\* B.F.Kourianov, Diffusion du son par une surface perturbée à deux type de perturbation, *J.d'Acoustique* (URSS), 1962, pp.325-333.
  - 5: E.A.Kopyl, L'intensité du son rétrodiffusé par la surface de l'océan, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Problèmes de l'acoustique de l'océan", Naouka Editions, Moscou, 1984, pp.143-153.
  - 6: E.A.Kopyl, Spectre fréquentiel et angulaire du son diffusé par la surface de l'océan: modèle de deux échelles, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Acoustique du milieu océanique", Naouka Editions, Moscou, 1989, pp.153-159.
  - 7\* A.G.Voronovitch, L'approximation des faibles inclinaisons dans la théorie de diffusion d'ondes par une surfaces perturbée, *J.de Phys.Exp.et Theor.* (URSS), 1985 pp.116-125.
  8. W.J.Pierson, L.Moskovitz, A proposed spectral form for fully-developed wind seas based on the similarity theory of S.A.Kitaigorodsky, *J.Geophys.Res.*, 1964, v.69, n°24, pp.5181-5190.
  - 9\* I.A.Leikin, A.D.Rosenberg, V.G.Ruskevitch, V.I.Zeldis, Etude sur les caractéristiques d'amplitude des signaux acoustiques diffusés par une surface agitée d'eau, *J.d'Acoustique* (URSS), 1972, v.19, n°2, pp.170-177.
  - 10: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Acoustique de l'Océan", Naouka Editions, Moscou, 1974.
  11. H.Mitsuyasu, F.Tasai, T.Suhara & al., Observation of the directional spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy, *J.Phys.Oceanogr.*, 1975, v.5, n°4, pp.750-760.
  - 12\* M.Iu.Galaktionov, "Application d'une nouvelle approche pour la modélisation du coefficient de diffusion d'un champ d'ondes scalaire par une surface aléatoire à diverses échelles", *J.d'Acoustique* (URSS), 1991, v.37, n°2, pp.270-276.
  13. R.K.Moore, A.K.Fung, Radar determination of wind at sea, *Proc.IEEE*, 1979, v.67, n°11, p.1504-1521.
  - 14\* V.V.Efimov, I.P.Soloviev, Rapport dispersionnel et spectres spatiaux et fréquentiels de l'agitation du vent, *IAN, PhAO* (URSS), 1979, v.15, n°11, pp.1175-1187.
  15. A.G.Voronovitch, Sur l'hypothèse de Rayleigh dans la théorie de diffusion d'ondes, *DAN* (URSS), 1983, v.273, p.85.
  16. J.A.De Santo, "Ocean Acoustics", Springer-Verlag, New York, 1979.

# POSSIBILITÉS D'INVESTIGATION D'UN MILIEU BASÉES SUR LES EFFETS D'INTERACTION D'ONDES ACOUSTIQUES

Naugolnykh C.A., Rybak S.A.

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

*RÉSUMÉ - L'article aborde quelques aspects physiques du diagnostic non linéaire du milieu par un système émetteur-récepteur conjoint. On considère d'abord le problème d'interaction entre un faisceau ultrasonore et une onde plane de basse fréquence. On analyse ensuite le processus de diffusion d'une onde plane par un paquet d'ondes ultrasonores. On donne finalement quelques résultats sur l'interaction entre des ondes dans un fluide contenant des bulles gazeuses.*

## INTRODUCTION

Les ondes acoustiques assez puissantes ne se propagent pas de façon indépendante. A cause des effets non linéaires, elles interagissent lors de la propagation. Normalement, la dispersion acoustique n'entre pratiquement pas en jeu, et des ondes de fréquences voisines ne coopèrent efficacement avec des effets d'ordre deux que lors d'une propagation colinéaire pour laquelle les conditions de synchronisme sont remplies [1], [10], [11]. Une situation très différente apparaît dans le cas de deux ondes de fréquences fortement différentes. Par exemple, si un faisceau ultrasonore se propage dans un milieu perturbé par une onde de basse fréquence, une modulation de l'onde ultrasonore apparaît, dont la grandeur dépend du paramètre de non-linéarité du milieu et de l'angle entre les directions de propagation des deux ondes. C'est sur cet effet que se fonde le principe des récepteurs paramétriques du son [3] et les méthodes de diagnostic non linéaire du milieu [9]. En général, il est nécessaire d'éloigner l'émetteur et le récepteur de la distance de formation d'antenne paramétrique. Cela complique considérablement le système de diagnostic. Il serait donc tentant de concevoir des systèmes de diagnostic ayant un seul émetteur-récepteur. Dans cet article, nous abordons certains aspects physiques de ce problème.

Nous considérons d'abord le problème d'interaction d'un faisceau ultrasonore avec une onde plane de basse fréquence, analysons ensuite les processus de diffusion d'une onde plane par un paquet d'ondes ultrasonores et exposons finalement quelques résultats concernant le problème d'interaction des ondes dans un liquide contenant des bulles gazeuses.

## FORMULATIONS DES PROBLÈMES ET FONDEMENTS THÉORIQUES

Soit un faisceau ultrasonore de fréquence  $\omega_H$  se propageant dans un milieu per-

turbé par une onde plane de basse fréquence  $\omega_s$ . Résultat de l'interaction de ces ondes, une modulation de l'onde ultrasonore apparaît. Elle est due aux composantes stoksienne et antistoksienne qui interviennent comme fréquences secondaires de la fréquence  $\omega_H$  aux fréquences  $\omega_H \pm \omega_s$ . A un ordre supérieur d'approximation, une coopération de ces fréquences avec la fréquence centrale  $\omega_H$  - dite aussi fréquence de pompage - intervient et crée une onde diffusée de fréquence  $\omega_s$  qui se propage dans la direction initiale de propagation de l'onde de basse fréquence.

Dans le cas où l'onde de basse fréquence se propage contre le faisceau ultrasonore de pompage, cette onde diffusée définie ci-dessus s'ajoute au signal initial à la fréquence  $\omega_s$  et peut être détectée par l'antenne de réception qui est conjointe à l'émetteur de pompage. A partir de l'amplitude de cette onde et de sa dépendance angulaire, on peut estimer le paramètre de non-linéarité du milieu et la direction de propagation de l'onde de basse fréquence. Cependant, l'amplitude  $P_1$  de l'onde de fréquence  $\omega_s$  diffusée non linéairement n'est pas grande: elle est proportionnelle au carré du nombre de Mach  $\mathbf{M} = P_H/\rho c^2$ , où  $P_H$  est l'amplitude de pression dans l'onde de pompage,  $\rho$  est la densité du milieu, et  $c$  est la célérité du son du milieu.

Lors de la propagation à contresens, l'amplitude  $P_1$  est régie par la formule [4]:

$$P_1 \sim \frac{\varepsilon^2 |P_H|^2 P_S}{2\rho^2 c^4} (k_s a)^2 ,$$

où  $\varepsilon$  est le paramètre de non-linéarité du milieu,  $P_S$  est l'amplitude de l'onde de basse fréquence,  $k_s = \omega_s/c$ ,  $a$  est le rayon de la section transversale du faisceau de pompage.

L'amplitude de l'onde diffusée est relativement très faible même lorsque l'intensité du pompage est très élevée (par exemple,  $P_1/P_S \sim 10^{-5}$ , avec  $P_H \sim 1 \text{ MPa}$ ) de sorte que l'effet indiqué ne peut être détecté que dans des cas exceptionnels.

L'onde diffusée se propageant à contresens du signal de sondage intervient aussi lors de l'interaction avec des perturbations ou des impulsions localisées. Considérons ce processus. Lors des études des interactions acoustiques, on considère d'habitude des processus de résonance dans un champ harmonique dont le trait caractéristique est l'apparition des fréquences combinées déterminées par les fréquences des ondes initiales. Ce processus a certaines particularités dans le cas où les perturbations qui entrent en action sont limitées en temps ou en espace. Par exemple, lors de la diffusion d'une onde plane par un paquet d'ondes, des ondes aux fréquences Doppler apparaissent comme supplément des ondes des fréquences combinées [5]. En développant les méthodes décrites dans [5], nous considérons ici le problème de la diffusion d'une onde plane monochromatique par un paquet d'ondes d'une porteuse monochromatique.

Soit un paquet limité dans l'espace ayant la porteuse à la fréquence  $\omega_0$  se propageant dans la direction de l'axe  $x$ :

$$(1) \quad P = P_0 \exp\{-i\omega_0 t + ik_x x\} ,$$

tandis qu'une onde plane se propage sous l'angle  $\theta$  par rapport à l'axe  $x$ :

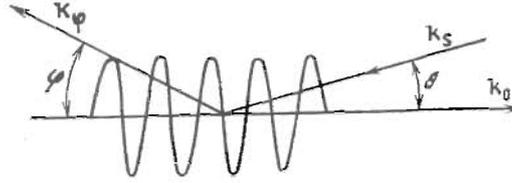
$$(2) \quad P_S = P_{S_0} \exp\{-i\omega_s t + ik_{S_x} x + ik_{S_y} y\} , \quad k_{S_x} = k_S \cos\theta ,$$

et elle va être diffusée par le paquet. Pour retrouver la fréquence de l'onde

diffusée, il est plus pratique de passer au système de coordonnées qui se déplace comme le paquet d'ondes à la vitesse  $c$  le long de l'axe  $x$ .

Figure 1.

Diffusion d'une onde plane par un paquet d'ondes.  $k_s$ ,  $k_\varphi$  et  $k_o$  sont les vecteurs d'onde de l'onde incidente, de l'onde diffusée et du paquet d'ondes.



Dans ce système de coordonnées l'équation d'ondes s'écrit sous la forme:

$$(3) \quad \Delta P - c^2(\partial/\partial t + u\partial/\partial x)^2 P = 0, \quad u = -C.$$

Retrouvons la fréquence  $\omega'$  de l'onde incidente dans le système en mouvement. Tenant compte du fait que  $\partial P/\partial t = i\omega'$ ,  $\partial P/\partial x = ik_{sx}$ , on obtient à partir de (3):  $\omega_s^2 = (\omega' + \omega_s \cos\theta)^2$ , d'où il vient

$$(4) \quad \omega' = \omega_s(1 - \cos\theta).$$

Lors de l'interaction de l'onde incidente avec le paquet, les fréquences combinées apparaissent:

$$(5) \quad \omega_k = \omega' \pm \omega_o \approx \omega',$$

avec les nombres d'ondes correspondants:

$$(6) \quad k_k = k_o \pm k_s \cos\theta.$$

Soit une onde de nombre d'onde  $k_\varphi$  émise sous l'angle  $\varphi$  ( $k_{\varphi x} = k_\varphi \cos\varphi$ ) et sa fréquence est indépendante de la direction d'émission déterminée par l'angle  $\varphi$ , et elle est égale à  $\omega'$  dans le système en mouvement.

Retrouvons la fréquence de l'onde émise dans le système initial. Utilisant une fois de plus l'équation (3), on obtient alors  $\omega_\varphi^2 = (\omega' + \omega_\varphi \cos\varphi)^2$ , d'où il vient:

$$(7) \quad \omega^D = \omega'/(1 - \cos\varphi) = \omega_s = (1 - \cos\theta)/(1 - \cos\varphi).$$

Si la vitesse du paquet n'est pas égale à  $|c|$ , alors, au lieu de (7), on obtient:

$$\omega^D = \omega_s (1 - (u/c)\cos\theta) / (1 - (u/c)\cos\varphi).$$

Retrouvons maintenant l'amplitude de l'onde diffusée. Utilisons pour cela l'équation [3]:

$$(8) \quad \Delta P_k - c^2 \partial^2 P_k / \partial t^2 = (\epsilon - 2\sin^2(\theta/2))(\rho c^4)^{-1} \partial^2 (P_o P_s) / \partial t^2$$

qui régit les interactions des ondes planes. Sa solution peut être écrite sous la forme:

$$(9) \quad P = \int dt' d\mathbf{r}' G(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|, t-t') f(\mathbf{r}', t') ,$$

avec

$$G(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|, t-t') = - \frac{\rho}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \delta(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| - c(t-t')) ,$$

$$(10) \quad f(\mathbf{r}, t) = \bar{\epsilon}\omega^2(\rho c^4)^{-1} P_o P_s \exp\{-i\omega t + iq x'\} ,$$

$$\omega = \omega_o + \omega_s , \quad q = k_o + k_s \cos\theta , \quad \bar{\epsilon} = \epsilon - 2\sin^2\{\theta/2\} .$$

La formule (10) est justifiée sous l'approximation d'un faisceau étroit de pompage, lorsqu'on peut négliger le changement d'onde du signal sur la section transversale du paquet. On obtient alors, à partir de cette condition, que l'argument de la fonction  $\delta$  sous l'intégration est zéro:

$$(11) \quad ((x-x')^2 + y^2 + z^2)^{1/2} = c(t-t') ,$$

d'où il vient:

$$t' = t - (R - x' \cos\theta)/c ,$$

avec  $R$  la distance du point d'observation au centre du paquet.

Utilisant (10) et (11), on développe l'intégrale (9):

$$(12) \quad P = - \frac{\exp\{-i\omega(t-R/c)\}}{4\pi R} \frac{\bar{\epsilon}\omega^2 a^2}{\rho c^4} \int_{x'_2}^{x'_1} \exp\{-i(\omega/c)\cos\theta' x + iq x'\} dx' ,$$

avec  $a$  le rayon du faisceau du paquet d'ondes,  $x'_1 = x_1 + ct_1$ ,  $x'_2 = x_2 + ct_2$ ,  $x_1$  et  $x_2$  les coordonnées du paquet pour  $t = 0$ . Si l'argument de l'exponentielle sous l'intégration

$$(13) \quad K = (\omega/c)\cos\theta - q$$

tend vers zéro, ce qui correspond au cas de la diffusion avec résonance, alors on obtient de (12):

$$(14) \quad P = \frac{\bar{\epsilon}\omega^2 a^2}{4\pi\rho c^4 R} P_s P_o e^{-i\omega(t-R/c)} ,$$

où  $x$  est l'étendue de la région de l'interaction.

Comme on peut le voir dans ce cas, la fréquence de l'onde diffusée est  $\omega = \omega_o + \omega_s$ . Ce régime se réalise pour une propagation colinéaire des ondes du signal et du paquet ( $\theta = 0$ ,  $\varphi = 0$ ), ainsi que pour la diffusion sous l'angle  $\varphi$  régi par le rapport:

$$(15) \quad \cos\varphi = k_o + k_s \cos\theta / (k_o + k_s)$$

qui provient de la condition  $K = 0$ . Notons que dans le cas où la fréquence  $\omega_o$  est élevée ( $\omega_o \gg \omega_s$ ), l'angle  $\varphi$  régi par (15) est presque nul.

Dans le cas général, pour calculer l'intégrale, il est nécessaire de retrouver les limites d'intégration. Les valeurs  $t_1$  et  $t_2$  sont déterminées par la condition:

$$|\mathbf{R} - (x_1 + ct_1)\mathbf{I}| = c(t-t'),$$

qui correspond à la formule (11).

Nous avons:

$$(16) \quad t_{1,2} = \frac{t - R/c + (x_{1,2}/c)\cos\varphi}{1 - \cos\varphi}.$$

En faisant l'intégration, nous obtenons:

$$(17) \quad P = \frac{\bar{\epsilon}\omega^2 a^2}{4\pi\rho c^4 R} P_S P_o \exp\{-i\omega\epsilon(t-R/c)\} \frac{\exp\{-i\omega l\} - 1}{-ik}.$$

Dans le cas où l'étendue du paquet est petite par rapport à la longueur d'onde du signal, on obtient:

$$(18) \quad P = \frac{\bar{\epsilon}\omega^2 a^2 l}{4\pi\rho c^4 R} P_S P_o \exp\{-i\omega\epsilon(t-R/c)\},$$

où  $l = x_1 - x_2$  est l'étendue du paquet. Donc, l'amplitude de l'onde diffusée est déterminée par l'interaction des ondes initiales sur l'étendue du paquet, et sa fréquence dépend de l'orientation des directions de propagation du paquet et de l'onde initiale. Ceci permet d'estimer la direction d'arrivée de l'onde initiale à partir du décalage en fréquence de l'onde diffusée.

Dans des situations réelles le milieu est souvent hétérogène. Par exemple, il peut y avoir des bulles de gaz, ce qui influence la propagation du son. Cela donne la possibilité de repérer les bulles, d'évaluer leurs dimensions et leur répartition en rayon à partir des mesures acoustiques. Une des méthodes possibles est fondée sur la mesure de l'amortissement du son. Elle permet d'évaluer la concentration des bulles à partir de leur apport dans l'amortissement d'une onde acoustique [2]. Les méthodes basées sur l'enregistrement de la réponse non linéaire d'une bulle excitée par deux ondes acoustiques, dont la différence des fréquences est égale à la fréquence de résonance de la bulle [6], [8], sont assez sensibles pour la détection de bulles isolées, ce qui est très important pour les problèmes du contrôle de l'apparition de la cavitation. Elles ne sont cependant pas très bonnes pour le diagnostic de la répartition en dimension des bulles.

On considère ici une autre méthode de diagnostic acoustique des bulles dans un liquide. Elle est fondée sur l'enregistrement du rayonnement acoustique diffusé par les bulles en résonance. Une insonification supplémentaire des bulles par une onde de basse fréquence (par rapport à la fréquence des oscillations propres d'une bulle) produit un décalage de la fréquence de résonance des bulles et crée une modulation du rayonnement diffusé par la basse fréquence. L'amplitude de cette modulation est proportionnelle à la dérivée de la fonction de répartition des rayons des bulles. Une mesure du champ diffusé permet donc de reconstituer cette fonction de répartition.

Passons à la modélisation de cet effet. Soit  $\tau$  le volume du liquide contenant des bulles réparties suivant une concentration  $N = \int n(\mathbf{R}) d\mathbf{R}$ ,  $n(\mathbf{R})$  est la fonction de répartition des bulles en rayon, et  $N$  le nombre total de bulles dans une unité de volume. La diffusion des ondes acoustiques se propageant dans cette région provient de la présence des bulles. Considérons la diffusion d'une onde plane

d'amplitude unité:

$$(19) \quad \varphi_0(\mathbf{r}) = \exp\{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t\} .$$

La diffusion est régie par l'équation:

$$(20) \quad \Delta\varphi + k^2(1+\varepsilon(\mathbf{r}))\varphi = 0 ,$$

avec  $\varepsilon(\mathbf{r})$  décrivant les inhomogénéités de l'index de réfraction. Dans le cas des bulles, celles-ci peuvent être considérées comme discrètes:

$$(21) \quad k^4 \langle \varepsilon(\mathbf{r})\varepsilon(\mathbf{r}') \rangle = \int_0^\infty \sigma(R, \omega) n(R) \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') dR ,$$

où

$$(22) \quad \sigma(R, \omega) = 4\pi R^2 \omega^4 [(\omega_R^2 - \omega^2)^2 + \omega^4 \eta^2]^{-1}$$

est la section de diffusion pour une bulle isolée,  $n(R)$  est la fonction normalisée de répartition des bulles,

$$(23) \quad \omega_R^2 = 3\gamma P(\rho_* R^2)^{-1} ,$$

$\omega_R$  est la fréquence de résonance des oscillations d'une bulle,  $P$  est la pression dans le liquide,  $\rho_*$  est la densité du liquide, et  $\gamma$  est l'exposant de la loi adiabatique pour le gaz constituant les bulles.

L'intensité de l'onde diffusée avec l'approximation de Born s'écrit [7]:

$$(24) \quad \langle |\varphi^2(\mathbf{r})| \rangle = k^4 \int \langle \varepsilon(\mathbf{r}')\varepsilon(\mathbf{r}'') \rangle \varphi_0(\mathbf{r}')\varphi_0^*(\mathbf{r}'') G(\mathbf{r}-\mathbf{r}')G^*(\mathbf{r}-\mathbf{r}'') d\mathbf{r}'d\mathbf{r}'' .$$

Considérons la section moyenne de diffusion à la fréquence  $\omega$ :

$$\int_0^\infty \sigma(R, \omega) n(R) dR = 4\pi^2 R^3 n(R_\omega) / \eta_\omega = \langle \sigma N \rangle ,$$

alors

$$(25) \quad \langle \varphi^2(\mathbf{r}) \rangle = \tau(4\pi r)^{-2} \langle \sigma N \rangle = \tau(2r)^{-2} R^3 n(R_\omega) / \eta_\omega ,$$

avec  $R_\omega$  et  $\eta_\omega$  le rayon et le coefficient d'amortissement d'une bulle en résonance.

En tenant compte du fait que la pression dans le volume contenant les bulles ne reste pas constante et change sous l'influence de la basse fréquence:  $P = P_0 + P_S$ , avec  $P_S = P_{S0} \sin \Omega t$ . Retrouvons les variations de l'intensité du champ diffusé dues aux variations des sections de diffusion des bulles sous l'influence de la pression supplémentaire  $P_S$ .

De la formule (23), on obtient:

$$R = [3\gamma P_0(\rho\omega_R^2)^{-1}(1 + P_S/P_0)]^{1/2} = R_0 + R_0 P_S / 2P_0 ,$$

où  $R_0$  est le rayon de la bulle en résonance lorsque  $P = P_0$ . La variation du rayon de la bulle en résonance à la fréquence  $\omega$  et avec le changement  $P_S$  de la pression est donnée par

$$(26) \quad \Delta R = R_0 P_S / 2P_0 .$$

En admettant que la répartition des rayons des bulles est décrite par la loi  $n(R) = n_0 R^{-k}$ , avec  $k = 4$ , on obtient:

$$\partial(R^3 n) / \partial R \Big|_R = R_0 = (3-k) R_0^2 n ,$$

alors

$$(27) \quad R^3 n = (R^3 n) \Big|_{P_0} (1 + (3-k) P_S / 2 P_0) ,$$

$$(28) \quad |\varphi^2(\mathbf{r})| = \tau(2r)^{-2} (R^3 n(R_0) / \eta(\omega)) (1 + (3-k) P_S \sin \frac{\Omega t}{2 P_0}) .$$

L'intensité du son diffusé par les bulles est aussi modulée par le champ acoustique basse fréquence, et l'amplitude de cette modulation est proportionnelle à la puissance qui intervient dans la fonction de répartition des rayons des bulles.

Considérons maintenant le problème de l'interaction d'une impulsion isolée de compression, dite "vidéoimpulsion", de forte amplitude avec une onde harmonique haute fréquence se propageant à contresens. Ce régime est utilisé pour la tomographie du paramètre de non-linéarité du milieu [9]. L'impulsion de pompage est émise au point  $x = 0$  et se propage dans la direction positive de l'axe  $x$ . Dans la région perturbée par l'impulsion, la célérité subit la perturbation

$$(29) \quad \Delta c = (B/A) P_H / 2 \rho c ,$$

où  $B/A = 2(\epsilon-1)$ ,  $\epsilon$  le paramètre de non-linéarité du milieu,  $P_H = P_{H0} f(t-x/c)$ , la fonction  $f$  décrivant la forme de l'impulsion.

Une onde harmonique haute fréquence  $P_S = P_{S0} \cos(kx - \omega t)$  émise au point  $x = L$  se propage à contresens de l'impulsion. La partie du signal qui se trouve au point  $x = x_0$  au moment  $t = 0$ , se retrouve au point  $x = x_0 - ct$  au moment  $t$  et se propage dans le milieu avec une célérité supplémentaire  $\Delta c = \Delta c(t-x/c)$ . En substituant  $t = (x-x_0)/c$ , on obtient  $\Delta c = \Delta c((x_0-2x)/c)$ . On retrouve donc que le décalage total de phase de cette partie du signal est:

$$\Delta \varphi(x_0) = -\omega c_0^{-2} \int_0^L \Delta c((x_0-2x)/c) dx = -P_{H0} \omega \int_0^L N(x) f((x_0-2x)/c) dx ,$$

où  $N(x) = (B/A) / 2 \rho c^3$  est le paramètre du décalage de phase.

Introduisons  $g(x_0/2) = f(x)$ , alors

$$\Delta \varphi = -P_{H0} \omega \int_0^L N(x) g(x_0/2-x) dx , \quad N(x) = -(P_{H0} \omega)^{-1} F^{-1} \left\{ \frac{F[\Delta \varphi(x)]}{F[g(x)]} \right\} ,$$

où  $F$  et  $F^{-1}$  sont signes des transformations directe et inverse de Fourier. Par conséquent, on peut diagnostiquer la répartition du paramètre de non-linéarité du milieu à partir des mesures du décalage de phase  $\Delta \varphi$  de l'onde de sondage dû à son interaction avec une impulsion intense. Cette méthode a été appliquée expérimentalement [9] avec les paramètres suivants:

- fréquence de sondage  $f = 5 \text{ MHz}$ ;
- intensité  $I = 0,01 \text{ mW/cm}^2$ ;
- durée de l'impulsion de pompage  $2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ ;
- intensité de l'impulsion  $I = 10 \text{ mW/cm}^2$ ;
- étendue du domaine d'interaction des ondes  $20 \times 20 \text{ cm}^2$ .

Au cours de ces expérimentations et de celles des mêmes auteurs qui les ont suivies, on a réussi à détecter des "inhomogénéités" de répartition du paramètre de non-linéarité correspondant à des décalages supplémentaires de phase de l'onde de sondage de l'ordre de  $\Delta\phi \sim 0,5 \cdot 10^{-3}$  rad. Les avantages de cette méthode sont dus à la possibilité de diagnostiquer des "inhomogénéités" du milieu qui ne diffèrent pas par leur impédance acoustique et donc ne peuvent être détectées par échosondage, bien que les paramètres de non-linéarité de ces "inhomogénéités" soient assez contrastées.

## CONCLUSION

La particularité commune des processus considérés est le caractère non-résonant des interactions. Ceci est dû au fait que les ondes coopérant ne sont pas colinéaires. C'est pourquoi les effets considérés sont d'habitude plus faibles que les effets cumulatifs des interactions à caractère résonant relatifs aux transducteurs paramétriques, par exemple. Il est cependant important de parvenir à détecter des interactions sans résonance grâce aux méthodes modernes de traitement du signal, ce qui élargit le domaine d'application de l'acoustique non linéaire.

- 1\* N.N.Andreev, *Sur certaines grandeurs du second ordre deux en acoustique*, *J.d'Acoustique* (URSS), 1955, v.1, n°1, pp.3-11.
- 2: L.N.Gavrilov, *Gaz libre contenu dans les liquides et méthodes de mesure*, in: L.D.Rozenberg (éd.), "Principes physiques de la technologie ultrasonore", Nauka Editions, Moscou, 1970, pp.395-427.
- 3\* V.A.Zverev, A.I.Kalatchev, *Modulation d'un son par un autre son lors d'un croisement d'ondes acoustiques*, *J.d'Acoustique* (URSS), 1970, v.16, n°2, pp.245-251.
- 4: C.A.Nougolnykh, S.A.Rybak, *Sur l'interaction non linéaire des faisceaux d'ultrasons*, in: V.K.Kedrinskii (éd.), "Problèmes du diagnostic non linéaire", Novosibirsk, 1987, pp.433-437.
- 5\* C.A.Nougolnykh, S.A.Rybak, *Sur l'interaction des ondes acoustiques lors d'une diffusion par des bulles*, *J.d'Acoustique* (URSS), 1987, v.33, n°1, pp.149-150.
- 6: L.A.Ostrovskii, A.M.Sutin, *Méthodes acoustiques non linéaires de diagnostic des bulles de gaz dans les liquides*, in: "Diagnostic ultrasonore", Edition de l'Institut de physique appliquée (IPA) de l'Acad.des Sc.d'URSS, Gorkii, 1983, pp.139-141.
- 7: S.M.Rytov, "Introduction à la radiophysique statistique", Nauka Edition, Moscou, 1966.
- 8\* B.M.Sandler, D.A.Selivanovskii, A.I.Sokolov, *Mesure de la concentration de bulles gazeuses près de la surface de la mer*, *DAN* (URSS), 1981, v.260, n°6, pp.1474-1476.
9. N.Jchida, T.Sato, H.Niwa, K.Murakami, *Real-time nonlinear parametric tomography using impulsive pumping waves*, *JEEE Transaction on sonics and ultrasonics*, 1984, v.S434, n°6, pp.635-641.
10. P.J.Westervelt, *Scattering of sound by sound*, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1957, v.2, n°2, pp.199-203.
11. P.J.Westervelt, *Parametric acoustic array*, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1963, v.35, n°4, pp.935-937.

## TOMOGRAPHIE ACOUSTIQUE DE L'OcéAN

Netchaev A.G.

*Institut de physique appliquée, Nijni Novgorod*

*RÉSUMÉ - Dans cet article de synthèse on discute des voies éventuelles de développement de la tomographie acoustique de l'océan (TAO) qui diffère de la voie classique de la tomographie de phase, dite aussi cinématique. On considère notamment la tomographie interférentielle qui a comme but de reconstituer des paramètres du guide d'ondes océanique par la mesure des fluctuations de la structure fine d'interférence. Celle-ci existe à cause d'une propagation multi-modale/rayons. Comme elle subit de fortes fluctuations dues aux perturbations aléatoires des paramètres, l'efficacité de la tomographie de phase classique est dans ce cas réduite. Par contre, comme la méthode de la tomographie interférentielle se base sur des mesures de différences de phase des modes ou des rayons, la sensibilité et la stabilité de la tomographie interférentielle en présence de parasites pourraient être meilleures que celles de la tomographie de phase. On évoque par ailleurs le schéma de la tomographie "émissionnelle", utilisant les champs acoustiques non contrôlés, c'est-à-dire ceux de provenance quelconque et qui ne sont pas créés par des émetteurs connus: le bruit de l'océan, des signaux sismiques, etc. On présente et discute les algorithmes de tomographie de l'océan fondés sur ces différents principes.*

### INTRODUCTION

Au sens général, la tomographie est une méthode de reconstitution de la structure interne d'un milieu à partir des caractéristiques intégrales des signaux qui se sont propagés à travers la région observée. Toute la diversité des schémas tomographiques existants peut être ramenée à deux classes, compte tenu des caractéristiques des signaux de sondage utilisés. La première classe comprend les méthodes utilisant seulement des mesures de phase ou des retards, *schéma cinématique*, dont la tomographie ultrasonore [9], par exemple. La deuxième classe comprend les méthodes utilisant des caractéristiques d'amplitude des signaux, *schéma dynamique*, dont la tomographie radiologique [2] et la spectrotomographie [23], [24]. Il existe aussi des méthodes utilisant les amplitudes ainsi que les retards, dont la tomographie émissionnelle des positrons, par exemple [2].

Au sein de cette classification, le développement de la tomographie acoustique de l'océan (TAO) est concentré essentiellement autour du schéma cinématique qui est basé sur la méthode géométrique de Munk & Wunsch [36] pour la reconstitution du champ de célérité du son à partir des retards d'impulsions courtes. Une série d'expériences [5], [21]-[31], [35]-[37] a été consacrée à l'analyse de ce schéma. Avec l'approche modale [11], [14], conçue pour la propagation par petits fonds et pour les chenaux superficiels, on utilise comme mesures les variations de phases ou de retards des modes.

Dans cet article nous discutons certains développements de méthodes de la TAO différentes de la méthode classique. Ces méthodes alternatives s'avèrent plus pratiques et plus riches, en donnant aussi des informations supplémentaires. Ceci est très important, car souvent on a besoin d'avoir de l'information sur la variabilité temps-échelle des courants, de l'agitation de la surface, etc., pour résoudre certains problèmes océanologiques ou techniques.

Notations utilisées:

- $x, y$  - coordonnées horizontales;
  - $z$  - coordonnée verticale ( $z = 0$  sur la surface et  $z = D$  sur le fond);
  - $\tilde{c}(x,y,z)$  - champ réel de célérité;  $c(x,y,z)$  - champ de célérité de référence;
  - $\delta c = \tilde{c} - c$  - champ de fluctuations de célérité;
  - $S(x,y,z) = \delta c/c^3$ ;
  - $\mathbf{u}(x,y,z)$  - champ de courants;
  - $\mathbf{R}, R$  - rayons en trois dimensions et en projection sur le plan horizontal;
  - $\varphi_n(z,r,f), \varphi_n(z,r)$  - fonctions propres du guide d'ondes avec la célérité de référence à une fréquence donnée  $f$  ( $\omega = 2\pi f$ ) et à la fréquence porteuse  $f_0$ ;
- ces fonctions suivent la condition de normalisation  $\int_0^\infty \varphi_n^2 dz = 1$ ;
- $h_n(\omega), h_n$  - constantes de propagation de modes en fréquences  $\omega$  et  $\omega_0$ ;
  - $A_s(n), A_R(n), A_i(n,f)$  - coefficients d'excitation de modes par la source et par le récepteur à la fréquence  $f_0$  et par des récepteurs à la fréquence  $f$ ;
  - $(x_S, y_S, z_S), (x_R, y_R, z_R)$  - coordonnées des sources et des récepteurs acoustiques.

## 1. TOMOGRAPHIE DES COURANTS

La méthode des rayons (géométrique) de Munk & Wunsch se base sur le rapport entre le retard  $t$  d'une impulsion courte suivant un rayon réfracté horizontalement et le retard de référence  $\tilde{t}$  modélisé avec la célérité de référence

$$(1) \quad \delta t = \tilde{t} - t = - \frac{\delta c}{c^2} d\tilde{\mathbf{R}} - \frac{\mathbf{u}}{c^2} d\tilde{\mathbf{R}} .$$

La possibilité d'appliquer cette méthode s'appuie sur les résultats expérimentaux [39]: stabilité des rayons jusqu'aux distances de l'ordre de 900 km et possibilité d'identifier des rayons parmi les impulsions perçues par une modélisation numérique basée sur la théorie géométrique. Une reconstitution pratique du champ de célérité dans une région 300 x 300 km [29] a démontré les perspectives de cette méthode.

Les fluctuations des retards dues aux courants sont d'habitude moins grandes que celles dues aux fluctuations de célérité. C'est pour cette raison qu'on omet généralement le deuxième terme dans (1) lors de la reconstitution de la célérité. On peut pourtant modifier la méthode des rayons en vue du diagnostic des courants, si l'on prend en considération que le retard dans (1), dû à  $\mathbf{u}$ , dépend de la direction de propagation tandis que celui dû à  $\delta c$  n'en dépend pas. Alors, une fois réalisé deux trajets identiques  $\tilde{\mathbf{R}}$  et  $-\tilde{\mathbf{R}}$ , mais en directions opposées, on peut séparer les effets dus à  $\mathbf{u}$  et à  $\delta c$ :

$$(2a,b) \quad \delta t(+\tilde{\mathbf{R}}) + \delta t(-\tilde{\mathbf{R}}) = -2 \frac{\delta c(x,y,z)}{c^2(x,y,z)} d\tilde{\mathbf{R}} , \quad \delta t(+\tilde{\mathbf{R}}) - \delta t(-\tilde{\mathbf{R}}) = -2 \frac{\mathbf{u}(x,y,z)}{c^2(x,y,z)} d\tilde{\mathbf{R}} .$$

Cette idée de Worcester [40] (1977) a été utilisée pour reconstituer les grandeurs moyennes de  $\delta c$  et de  $\mathbf{u}$  par un trajet. Mais ce n'est qu'en août-septembre 1983 [32] qu'on a réussi pour la première fois à reconstituer, à partir de cette méthode, un champ de célérité acoustique, compte tenu de la variabilité verticale et horizontale. On a utilisé alors une paire d'émetteurs-récepteurs séparés de 300 km. Jusqu'à cette expérimentation, on ne savait pas de combien différaient des rayons se propageant en directions opposées à cause des ondes internes et des courants. On ignorait également comment le manque d'information acoustique, dû au nombre limité de rayons utilisés influencerait la solution du problème de reconstitution. On établit alors que l'influence des ondes internes et des courants était peu importante, de sorte que deux rayons partant en directions opposées sont proches. Pour s'affranchir des problèmes causés par ce manque d'information, on a proposé dans [32] de développer  $\delta c$  et  $\mathbf{u}$  en fonctions de base dont la structure verticale correspond aux modes de l'approximation quasigéostrophique, et donc de rechercher les coefficients de ces développements.

Cette approche permet d'améliorer la résolution spatiale et la précision de reconstitution. En admettant que l'apport des modes d'ordres élevés est négligeable, on s'est contenté dans [32] du mode zéro barotrope et des premier et second modes baroclines. On a reconstitué le champ de célérité en deux dimensions dans le plan vertical contenant l'émetteur et le récepteur en appliquant la méthode mathématique élaborée. Quant aux courants, on n'a reconstitué que leur structure verticale car on n'a pas trouvé de fluctuations horizontales notables. Ces fluctuations ne dépassaient pas l'erreur de mesure qui était égale à  $\delta u \sim 5 \text{ m/s}$  jusqu'à la profondeur 300 m et à  $\delta u \sim 3 \text{ m/s}$  au-delà de cette profondeur. On a étudié également l'évolution temporelle des coefficients de développement de  $\delta c$  et de  $\mathbf{u}$  sur les modes de l'approximation géostrophique. Les résultats de [32] correspondent en général aux données océanographiques et aux résultats des mesures effectuées.

L'expérimentation a démontré que la tomographie cinématique, dite aussi tomographie de phase, donne la possibilité de reconstituer la composante barotrope constante en fonction de la profondeur du champ de vitesse de courants aussi bien que la composante barocline qui, elle, dépend de la profondeur. Une des applications importantes de la méthode est la possibilité de reconstitution de la structure horizontale des mouvements barotropes de l'océan.

Arrêtons-nous plus longuement sur ce point. Supposons qu'il y ait un certain nombre d'émetteurs-récepteurs dans le plan horizontal (fig.1). Conformément à (2b), la différence entre les retards obtenus lors du parcours d'un trajet circulaire quelconque  $R(A_1, \dots, A_j, \dots, A_1)$ , en suivant le sens des aiguilles d'une montre, et le sens opposé est:

$$(3) \quad T(R) = \frac{2}{c_0^2} \oint_R \mathbf{u}_s \cdot d\sigma = \frac{2}{c_0^2} \int_{\sigma(R)} \text{rot} \mathbf{u}_s \cdot d\sigma,$$

en admettant qu'il n'y ait pas de composante verticale pour  $\mathbf{u}$ , et que  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x,y)$ , avec  $c_0$  - célérité dans l'axe du chenal,  $\mathbf{u}_s$  - composante solénoïdale du champ  $\mathbf{u}$ ,  $\sigma(R)$  - surface dans le plan horizontale bornée par le circuit R.

En appliquant la relation [13] entre le potentiel vectoriel de  $\mathbf{u}_s$  et le rotationnel  $\mathbf{W}(x,y) = (0,0,W) = \text{rot} \mathbf{u}_s / 2\pi$ , on déduit:

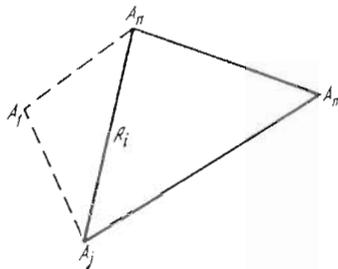
$$(4) \quad \mathbf{u}_s(x,y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} dx'dy' \frac{\langle (y-y')W(x',y'), -(x-x')W(x',y'), 0 \rangle}{(x-x')^2 + (y-y')^2}.$$

Les formulations (3) et (4) donnent la possibilité de retrouver  $W$  et la composante rotationnelle du champ  $\mathbf{u}_s$  à partir des retards  $T(R)$ . Notons que le rotationnel  $W$  n'a pas seulement de l'intérêt pour la reconstitution de  $\mathbf{u}_s$ , mais il a aussi une signification particulière en océanologie [32], [34]. Cette reconstitution du rotationnel exige la mesure de  $T(R)$  pour un échantillonnage des trajets circulaires  $R$ . Il peut arriver alors que les informations sur  $W$  provenant ainsi de trajets différents ne soient pas indépendantes. Cela exige un choix optimal des trajets cycliques  $R$ . Il est évident que tout trajet peut être présenté comme une succession de trajets élémentaires en triangles:  $A_i-A_m-A_n-A_j$ , (fig.1) Longuet et Higgins ont démontré que pour  $n$  émetteurs-récepteurs le nombre de trajets élémentaires triangulaires est  $N = (n-1)(n-2)$ . Pour  $n = 3$  on n'a qu'un seul trajet circulaire et, dans ce dernier cas, on ne peut que reconstituer la grandeur moyenne du rotationnel. Si on suppose que  $W(x,y)$  varie assez lentement, on peut aussi avec  $n = 4$  retrouver le gradient moyen  $\nabla W$ , et avec  $n = 5$  on retrouve déjà les dérivées d'ordre deux, etc. Dans le cas général de  $n$  émetteurs-récepteurs l'équation (3) permet de retrouver les dérivées spatiales de  $W$  jusqu'à l'ordre  $n-3$  [34].

Figure 1.

Domaine étudié en représentation horizontale.

$A_1, \dots, A_n$  - systèmes d'émission-réception.



## 2. TOMOGRAPHIE INTERFÉRENTIELLE DE L'OcéAN

Grâce à son caractère multimodal ou multirayons, un champ acoustique dans l'océan a une structure interférentielle compliquée. A présent, les méthodes de mesure de la structure interférentielle spatiale et fréquentielle sont bien développées, et la dépendance sur les paramètres du guide d'ondes sous-marin est étudiée [12], [28]. Les fluctuations de l'océan modifient la différence des phases modales par rapport au cas sans fluctuations, d'où un changement de la structure interférentielle. L'ordre de grandeur de ce changement - le déplacement dans l'espace de la structure interférentielle à grande échelle particulièrement - dépend des échelles de structure interférentielle et des dimensions caractéristiques des fluctuations. Comme la sensibilité de la méthode de diagnostic par la tomographie interférentielle est déterminée par les différences de phases des modes et non pas par les phases elles-mêmes, la tomographie interférentielle pourrait s'avérer plus stable en présence de parasites que la tomographie de phase. Comme cela est démontré dans [22] par exemple, la différence des phases des modes dans bien des cas est moins sensible à l'influence des fluctuations du type "ondes internes".

Considérons les algorithmes de la tomographie interférentielle. On s'intéresse uniquement aux fluctuations synoptiques  $\delta c$ . En cours d'expérience, on considère comme négligeables les fluctuations  $\delta c$ , l'influence des courants de méso-échelles [36], l'influence des fluctuations d'échelles horizontales plus petites que les échelles synoptiques [36] et les effets de réfraction horizontale.

Soit un certain nombre d'émetteurs et de récepteurs acoustiques quasi-harmoniques  $F(t)\exp\{i\omega_0 t\}$ . Considérons un certain trajet  $\mathbf{R}_i$  dans le plan horizontal qui relie une paire émetteurs-récepteur. Notons  $\bar{p}_i(\Omega)$  et  $p_i(\Omega)$  ( $\Omega = \omega - \omega_0$ ) les spectres de pression acoustique dans le guide d'ondes réel ( $\bar{c}$ ) et dans celui de référence ( $c$ ). Suivant [19], les fluctuations de l'intensité totale du champ acoustique sont égales à

$$(5) \quad \begin{aligned} \Delta I_i(a_i, z_S, z_R) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega \left[ |\bar{p}_i(\Omega)|^2 - |p_i(\Omega)|^2 \right] = \\ &= \delta I + \int_{\mathbf{R}_i} d\mathbf{R} \int_0^{\infty} dz K(a_i, z_S, z_R; x, y, z) S(x, y, z), \\ K(a_i, z_S, z_R; x, y, z) &= \frac{2\omega_0^2}{\pi k a_i} \sum_{n, m} \left[ \frac{\Phi_n^2(z; x, y)}{h_n} - \frac{\Phi_m^2(z; x, y)}{h_m} \right] E_{nm}(a_i) \cdot \\ &\cdot \varphi_n(z_S, x_S, y_S) \varphi_m(z_S, x_S, y_S) \varphi_n(z_R, x_R, y_R) \varphi_m(z_R, x_R, y_R), \\ E_{nm}(a_i) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\Omega |F(\Omega)|^2 \sin(\Psi_n(a_i, \omega_0 + \Omega) - \Psi_m(a_i, \omega_0 + \Omega)), \end{aligned}$$

avec  $a_i = [(x_S - x_R)^2 + (y_S - y_R)^2]^{1/2}$  - longueur du trajet  $\mathbf{R}_i$ ,  $k = \omega_0/c_0$ ,  $\Psi_n(a_i, \omega)$  - phase du mode numéro  $n$  dans le guide d'ondes de référence. Le terme parasite  $\delta I$  comprend le bruit de la mer, les erreurs systématiques dues à la différence entre le profil de célérité réel et celui de référence, et celles dues à l'imprécision des coordonnées des émetteurs et des récepteurs. La formulation (5) est établie sous l'hypothèse que l'approximation adiabatique est justifiée et que la différence relative de fluctuations de phases des modes est petite:  $\epsilon_{nm} = |\delta\Psi_n - \delta\Psi_m| \ll 1$ .

Dans le cas général, la reconstitution du champ de célérité en trois dimensions à partir de l'équation (5) exige, ainsi que la tomographie de phase, un nombre de trajets qui traverseraient la région explorée, et des mesures sur tout trajet de la structure interférentielle verticale (en variant  $z_S, z_R$ ) et horizontale (en variant les longueurs  $a_i$  des trajets). La qualité de reconstitution du champ  $S(x, y, z)$  dépend de plusieurs facteurs. L'un des facteurs est l'aplatissement partiel de la structure interférentielle dû au caractère non harmonique du champ acoustique. Cette influence est décrite par la dépendance  $E_{nm}(a)$ . Si la dispersion intermodale n'est pas trop considérable, alors les modes  $m$  et  $n$  n'interfèrent plus aux grandes distances, et  $E_{nm}(a) \approx 0$  [19]. En principe, dans des guides d'ondes superficiels, l'aplatissement de la structure interférentielle de deux modes apparaît d'autant plus près en distance qu'ils sont plus éloignés dans le spectre. Cet effet d'aplatissement de la structure interférentielle entraîne la perte correspondante d'information acoustique et, en conséquence, une baisse de qualité de reconstitution du champ  $S$  des fluctuations de célérité.

Un autre point important du problème est la nécessité d'utiliser certaines hypothèses *a priori* pour compenser le manque d'information acoustique. L'imperfection de la reconstitution en deux dimensions de la structure horizontale des fluctuations a une origine identique à celle de la tomographie de phase [5], [11], [14], [36], [37], c'est-à-dire le nombre restreint de trajets  $\mathbf{R}_i$  utilisés. En accord avec [5], [37], pour améliorer la reconstitution horizontale, il est néces-

saire de placer les émetteurs-récepteurs aux extrémités de la région explorée de façon optimisée afin de maximiser le nombre de trajets  $\mathbf{R}_i$  livrant des informations indépendantes et afin d'avoir la résolution spatiale demandée pour les régions les plus intéressantes.

Le problème de la perfection de la reconstitution de la structure verticale de fluctuations  $S(z)$  a été considéré dans [19] pour certains guides d'ondes, typiques et idéaux. Dans le chenal isocélère avec un fond rigide, l'information sur la transformée de Fourier de  $S(z)$  en sinus, qui est présentée dans la structure interférentielle, est perdue définitivement. On ne peut pas non plus reconstituer la transformée en cosinus sans utiliser d'une certaine manière l'information sur le spectre. Dans le chenal linéaire ( $dc/dz = \text{const}$ ), il est nécessaire d'utiliser l'information sur les limites de l'intervalle où le spectre des fluctuations est localisé. Dans le chenal parabolique ( $c(z) = c + \beta c(z-z_0)^2$ ), on perd l'information sur la composante de fluctuations qui est antisymétrique par rapport à l'axe  $z = z_0$  du chenal.

La figure 2 montre un exemple [19] de simulation numérique de reconstitution des fluctuations stratifiées  $\delta c(z) = c_0 \cos(\pi z/D)$  dans le guide d'ondes isocélère à partir des structures interférentielles verticale et horizontale. On a utilisé le code [29] basé sur la méthode de régularisation de Tikhonov pour résoudre l'équation (5). Au cours du calcul, on a pris en considération que la transformée de Fourier en sinus de  $S(z)$  était nulle, et que la transformée en cosinus n'était nulle que sur un certain intervalle  $(0, k_0)$ . Comme parasite on a pris le signal  $\delta l = 0,011$ . On peut alors conclure, d'après la figure 2, que l'utilisation de l'information *a priori* assez limitée sur la structure du spectre des fluctuations permet déjà de reconstituer  $\delta c$  correctement, avec une erreur relative ne dépassant pas 20%.

### 3. TOMOGRAPHIE DE LA SURFACE AGITÉE DE L'OcéAN

Les modifications de la TAO transmissionnelle en cours de développement sont conçues pour la reconstitution de fluctuations du milieu de propagation. Dans ce but, on suppose bien évidemment que l'influence des fluctuations de célérité et de courants sur la propagation du son est dominante. Cependant, dans les chenaux du type superficiel, les effets de diffusion par la surface agitée jouent l'un des rôles essentiels. Cela rend possible d'utiliser un équipement dans ces chenaux pour faire le diagnostic d'état de la surface agitée sur de vastes régions.

Considérons, en suivant [4], le schéma de tomographie de la surface agitée avec la supposition qu'il n'y ait pas de courants et de fluctuations de célérité, et que l'écart type de l'agitation est assez faible pour que les conditions d'application de la méthode des petites perturbations [3], [15] soit justifiée. Considérant le champ acoustique comme monochromatique, on omet la dépendance en fréquence des constantes de propagation des modes, des fonctions propres du guide d'ondes et des coefficients d'excitation des modes par la source et par le récepteur. On considère également l'océan comme stratifié et l'agitation comme homogène:  $\Lambda \gg l$ , avec  $\Lambda$  l'échelle caractéristique de variations horizontales des paramètres statistiques de l'agitation et  $l$  le rayon de corrélation spatiale.

Les effets de diffusion par la surface agitée se manifestent comme une atténuation d'énergie de la composante cohérente du champ, l'apparition dans le

signal d'une composante fluctuante et un élargissement des spectres fréquentiel et angulaire du signal. Une modification des paramètres de l'agitation le long d'un trajet acoustique modifie l'évolution des caractéristiques spectrales et énergétiques du signal. Supposons que la grandeur d'une caractéristique statistique du signal  $B_V$  satisfasse l'équation intégrale:

$$(6) \quad \bar{B} = \frac{1}{a_V} \int_{R_V} B(x,y,v) dR ,$$

où  $v$  est l'indice du trajet  $R_V$  qui définit une paire émetteur-récepteur,  $a_V$  est la longueur du trajet,  $B(x,y,v)$  est un paramètre statistique dépendant seulement des coordonnées  $(x,y)$  et de la direction de propagation du son ( $v$ ). Notons  $\Delta f$  l'élargissement du spectre du signal monochromatique dû à la propagation à la distance  $R$ . L'équation (6) est remplie par le coefficient d'amortissement  $\gamma$  de l'intensité du champ cohérent et la grandeur  $\Delta f^2/\Delta R$ , une fois fait le choix correspondant des conditions d'émission et de réception, c'est-à-dire le choix des coefficients d'excitation des modes par la source  $A_S(n)$  et par le récepteur  $A_R(n)$  [4]. Par exemple,  $\gamma$  remplit (6), si  $A_S(n)$  ou  $A_R(n)$  sont des fonctions "pointues" en  $n$ , et  $\Delta f^2/\Delta R$  satisfait (6), si  $A_S(n)$  est conforme à la répartition d'énergie des modes qui se réalise sur des trajets asymptotiquement longs [15], [21].

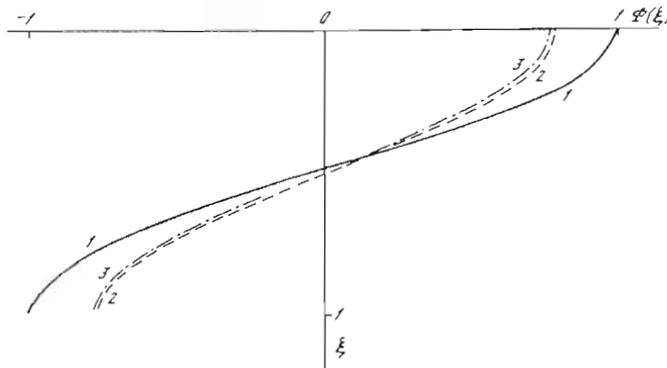


Figure 2. Reconstitution du champ  $\Phi(\xi=z/D) = \delta c(z)/\mu c$  dans le guide d'ondes isocèle avec fond parfaitement réfléchissant à partir des mesures de la structure interférentielle verticale et horizontale ( $\mu = 10^{-5}$ ,  $kD = 300$  km,  $K_0 = 0,2k$ )  
 1 - fluctuations réelles;  
 2 - reconstitution à partir de la structure interférentielle verticale ( $0,1D \leq z_S \leq 0,5D$ ,  $z_R = 0,1D$ ,  $a = 140D$ );  
 3 - reconstitution à partir de la structure interférentielle horizontale ( $z_S = 0,1D$ ,  $z_R = 0,5D$ ,  $100D \leq a \leq 200D$ ).

Dans le cas de l'agitation isotrope,  $B(x,y,v) = B(x,y)$  ne dépend pas de l'orientation du trajet acoustique passant par le point  $(x,y)$ . Alors, (6) devient la transformation classique de Radon dont l'inversion peut être effectuée par des méthodes usuelles [23]-[26]. La résolution spatiale de la reconstitution de  $B(x,y)$  dans des situations réelles dépend non seulement du nombre de trajets et

de leur organisation, mais aussi de l'efficacité de la diffusion du son par la surface agitée. Dans l'expérimentation décrite dans [4], la résolution spatiale était de l'ordre de  $100 \text{ km}$ . La reconstitution des paramètres de l'agitation à partir des grandeurs calculées de  $B(x,y)$  se fait en accord avec les formulations [1], [3], [4], [15], [21] liant les caractéristiques statistiques du signal avec celles des vagues. Dans ce cas, il est essentiel d'utiliser l'information à priori sur le spectre fréquentiel de l'agitation.

Strictement parlant, l'agitation de la surface est anisotrope. Pourtant, le modèle isotrope est souvent admis dans le cas d'une agitation dont toutes les caractéristiques sont déterminées par la grandeur et par la direction de la vitesse du vent [38]. Les variations de la vitesse du vent sont assez considérables sur de grandes échelles spatiales. C'est pourquoi on peut admettre qu'en moyenne le coefficient d'amortissement du champ cohérent  $\gamma_0$  et l'élargissement du spectre fréquentiel  $\Delta f_0$  ne dépendent pas de l'orientation du trajet et qu'ils ont les mêmes valeurs que dans le cas de l'agitation isotrope [4].

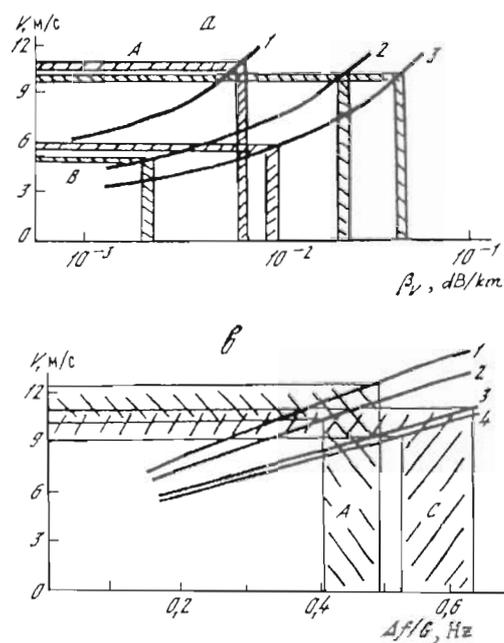
Une vérification expérimentale [4] du schéma de tomographie acoustique de l'agitation fut effectuée en 1984 dans un guide d'ondes dont l'axe se trouvait près de la surface agitée. Au cours de cette expérimentation on réussit à organiser plusieurs trajets acoustiques pour lesquels on pouvait considérer le vent et l'agitation comme stabilisés. Cela a permis, premièrement, de mesurer avec plus de précision le spectre du signal acoustique, deuxièmement, d'aplatir les effets interférentiels et, troisièmement, d'utiliser le rapport connu [38] entre le spectre d'une agitation stationnaire et la vitesse du vent près de la surface.

Figure 3.

Reconstitution de la vitesse moyenne du vent  $V$  sur un trajet.

a - reconstitution à partir des valeurs  $\beta_0 = 4,3\gamma_0$  pour trois fréquences (courbes 1-3) sur des trajets de longueurs différentes: A ( $340 + 400 \text{ km}$ ), B ( $560 + 580 \text{ km}$ );

b - reconstitution à partir des valeurs  $\Delta f_0/G$  ( $G=(f/1\text{kHz})^{3/2}$ ) sur des trajets A et C de longueurs différentes, mais avec des vitesses de vent peu différentes (les courbes 1-4 correspondent aux distances  $300(1)$ ,  $400(2)$ ,  $860(3)$ ,  $950(4) \text{ km}$ ).



Avant cette expérience on manquait de données justifiant les hypothèses théoriques. La réponse à la question de la possibilité de distinguer les effets dus à l'agitation et à la houle en présence d'autres causes n'était pas claire non plus. Effectivement, la grandeur expérimentale du coefficient d'amortissement du champ cohérent  $\gamma$  provient du coefficient d'amortissement  $\gamma_w$ , qui ne dépend pas de la diffusion par la surface agitée, et des coefficients  $\gamma_v$  et  $\gamma_h$  dus à la diffusion par l'agitation liée au vent et à la houle. L'élargissement du spectre fréquentiel provient de deux facteurs: apparition des composantes dues à la diffusion par l'agitation liée au vent et à la houle, et fluctuations de fréquence de la source dues à l'effet Doppler et aux fluctuations de sa vitesse. L'expérimentation démontra que l'on peut réussir à distinguer les différents effets et à retrouver notamment les coefficients  $\gamma_v$  et  $\Delta f_v$  grâce à une analyse du spectre fréquentiel du son et à l'information *a priori* sur  $\gamma_w$ . Les courbes de la figure 3 illustrent la reconstitution de la vitesse moyenne  $V$  du vent sur un trajet à l'aide des valeurs d'expérimentation  $\beta_v = 4,3\gamma_v$  et  $\Delta f_v$ . La comparaison de ces évaluations de  $V$  - ainsi que des caractéristiques établies pour la houle - démontra leur bon accord avec les données synoptiques. Bien que cette expérimentation ait prouvé la possibilité pratique de la tomographie acoustique de la surface agitée, il est nécessaire d'en poursuivre d'autres expérimentations, notamment, pour réaliser le schéma complet de tomographie avec une reconstitution en deux dimensions de la vitesse du vent, ou d'autres paramètres caractérisant l'agitation.

#### 4. TOMOGRAPHIE ÉMISSIONNELLE ACOUSTIQUE DE L'OCÉAN

La réalisation des schémas transmissionnels de TAO exige l'utilisation d'un assez grand nombre de systèmes actifs aux extrémités de la région explorée, ce qui complique considérablement la mise en oeuvre. De ce fait, il paraît raisonnable d'élaborer des méthodes tomographiques utilisant les caractéristiques d'un champ acoustique provenant de l'interaction du vent avec la surface (bruit dynamique), de l'activité humaine, des activités biologique ou sismique [16], [27].

On distingue deux aspects dans la tomographie utilisant un champ parasite: la reconstitution de la distribution spatiale des paramètres des sources du bruit (le schéma émissionnel) et la reconstitution des paramètres du milieu océanique à la base d'une information *a priori* sur les sources du bruit.

Le premier aspect a été étudié dans [10]. La base de l'étude utilise la dépendance du bruit à la sortie du système de réception d'indice  $i$  de la distribution spatiale des sources du bruit  $\langle |P_n|^2 \rangle$ , cette dépendance provenant du théorème de Vann Cittert & Cernike:

$$(7) \quad I_i(\mathbf{r}_i, f) = \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{r}' |G_i(\mathbf{r}', f)|^2 \frac{W_i(\mathbf{r}', f)}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}'|} \exp\{-\gamma(f)|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}'|\},$$

$$(8) \quad Q_i(\mathbf{r}_i, f) = I(f) \sum_n |A_i(n, f)|^2 \langle |P_n(\mathbf{r}', f)|^2 \rangle \exp\left\{-\int_{R(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}')} \gamma_n(\mathbf{r}'', f) dR\right\},$$

où:

- $G_i(\mathbf{r}, f)$  est le lobe de directivité horizontale du système de réception d'indice  $i$ ,
- $\gamma(f)$  est le coefficient d'ammortissement du son qui ne dépend pas de la

- diffusion par la surface agitée,
- $l$  est l'échelle spatiale de corrélation horizontale des sources du bruit,
  - $P_n(\mathbf{r}, f)$  sont les coefficients d'excitation des modes par les sources de bruit,
  - $\gamma_n$  est le coefficient d'amortissement de l'intensité du mode  $n$  dû à la diffusion par la surface agitée,
  - $R(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  est la projection horizontale du rayon mettant en correspondance les points  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{r}'$  du guide d'ondes,
  - $\mathbf{r}''$  est un point sur le rayon  $R$ .

Les formules (7) et (8) ont été déduites en supposant les distributions des sources du bruit stationnaires et quasihomogènes dans le plan horizontal et l'influence des inhomogénéités du milieu sur le spectre énergétique des modes  $\langle |P_n|^2 \rangle$  négligeable [17], [20]. Les équations intégrales (7) et (8) permettent de reconstituer la distribution spatiale et fréquentielle des sources du bruit à partir des mesures de son intensité, et de retrouver le spectre modal du champ de bruit.

Dans le cas général, la mise en oeuvre de la tomographie émissionnelle exige plusieurs systèmes de réception qui diffèrent par leur positionnement  $\mathbf{r}_i$  et par les orientations de leurs lobes de directivité horizontale  $|G_i(\mathbf{r}, f)|^2$  et verticale  $|A_i(\mathbf{r}', f)|^2$ . Cependant, dans le cas important où la fonction  $Q(\mathbf{r}, f)$ , qui décrit la répartition de puissance des sources du bruit en trois dimensions "coordonnées horizontales - fréquence", peut être factorisée:  $Q(\mathbf{r}, f) = Q_o(f)Q_r(\mathbf{r})$ , la mise en oeuvre de la tomographie émissionnelle acoustique de l'océan sera considérablement facilitée. La factorisation a lieu, par exemple, dans le cas du bruit dynamique [16] et, sous certaines conditions, elle est justifiée pour le bruit du trafic maritime moyenné dans l'espace [10]. En supposant que les effets d'amortissement, dus à la diffusion par l'agitation marine, ne sont pas considérables, il vient, d'après (7), pour le système de réception d'indice  $i$  - cet indice est omis - se trouvant au point  $(0,0)$ :

$$(9) \quad I_{si}(f) = I(f)/Q_o(f) = \int_0^\infty dr q(r) e^{-\gamma(f)r},$$

$$q(r) = \int_0^{2\pi} d\varphi |G(r, \varphi)|^2 Q_r(r, \varphi), \quad x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi.$$

On voit d'après (9) que si les dépendances spectrales  $Q_o(f)$  et  $\gamma(f)$  sont connues, le problème de reconstitution des sources du bruit est réduit au schéma spectrotomographique [23], [24]. Si le système de réception possède un lobe de directivité  $|G(r, \varphi)|^2$  assez étroit d'ouverture  $\Theta \ll l$ , on peut considérer approximativement que la distribution spatiale des sources est en fonction seulement de la distance du récepteur. On obtient alors  $q(r) = \Theta Q_r(r, \psi)$  en remplaçant  $|G(r, \varphi)|^2 = \Theta \delta(\varphi - \psi)$ ,  $\psi$  étant l'angle d'orientation de l'axe du lobe par rapport à l'axe  $x$ . Par conséquent, la reconstitution du champ  $Q_r(\mathbf{r})$  en deux dimensions n'exige pas en général d'ensemble de systèmes de réception ayant des coordonnées horizontales différentes  $\mathbf{r}_i$ . L'analyse du spectre de bruit sur un seul système de réception permet de reconstituer la distribution spatiale  $Q_r(r, \psi)$  le long de tout rayon  $R(\psi)$  à la base de la solution de l'équation intégrale (9). L'ensemble de toutes les distributions unidimensionnelles conçues pour un ensemble de rayons  $R(\psi)$  ( $0 \leq \psi \leq \pi$ ) donne la distribution recherchée  $Q_r(\mathbf{r})$ .

On a évalué dans [10] l'échelle de résolution spatiale du schéma spectrotomographique en utilisant la distribution  $q(r) = q\delta(r-a)$  en tant que modèle de distribution spatiale des sources de bruit. La figure 4,a montre les limites des valeurs possibles de  $\eta = (a_1 - a_2)/a_2$  qui caractérisent la position exacte de la source  $a_1$  par rapport à la valeur reconstituée  $a_2$ , avec le

coefficient d'amortissement du son donné par les formulations de Vadov et de Thorp [6]. L'erreur relative  $\eta$  de reconstitution des coordonnées de la source dépend de l'erreur moyenne sur la mesure du niveau de bruit pour l'intervalle fréquentiel  $[f_1, f_2]$  considéré; elle dépend aussi de l'erreur ( $\pm\Delta\beta$ ) des coefficients d'amortissement  $\beta(f) \approx 4,34\gamma(f)$ .

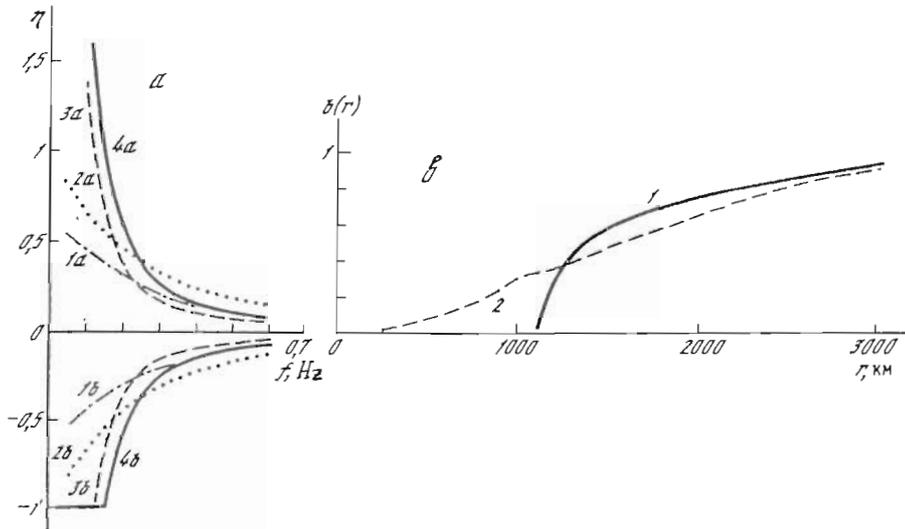


Figure 4. Reconstitution de la distribution spatiale par la spectrotomographie.  
 a - dépendance des limites supérieures (a) et inférieures (b) de  $\eta$ , avec  $f_2 = 2f_1$ ,  $\Delta\beta = 5 \cdot 10^{-4}$  dB/km et un amortissement décrit par les formulations de Vadov (1,2) et de Thorp (3,4) [6], avec  $\Delta = \delta/\Delta\beta a_2 = 1$  (1,2) et  $\Delta = 2$  (2,4);  
 b - fonction  $b(r) = q(r)/q(r_0)$  ( $r_0 = 4000$  km): 1 - pour la distribution a priori, 2 - reconstituée à partir des spectres mesurés.

Les estimations, faites dans l'océan aux fréquences  $f_i \geq 100 + 200$  Hz, donnent une résolution spatiale de l'ordre de l'échelle synoptique. Aux plus basses fréquences, la spectrotomographie devient inefficace. L'échelle de résolution spatiale varie de manière négligeable avec des variations de la bande  $\delta f = f_2 - f_1$  si la fréquence  $f_1$  et l'erreur  $\delta$  restent invariables. Remarquons qu'en pratique l'erreur aléatoire de la mesure du champ de bruit en fréquences différentes pourrait différer considérablement de la grandeur moyenne. C'est pourquoi l'utilisation de l'information a priori qui permettrait de choisir les fréquences optimales augmenterait l'efficacité de la spectrotomographie.

Considérons l'expérimentation [33] de la mesure de spectres du bruit en basses fréquences pour illustrer la possibilité de mise en oeuvre pratique de la spectrotomographie. La figure 4,b montre le résultat de reconstitution de la distribution spatiale pour  $q(r)$ . La comparaison avec  $q(r)$  correspondant à l'information *a priori* sur la distribution  $Q_t(x,y)$  des sources du bruit montre un accord assez satisfaisant.

## CCNCLUSION

Nous avons discuté dans cet article quelques principes de la TAO sans aborder la résolution mathématique des problèmes mentionnés, qui sont en général mal posés. Les algorithmes de résolution développés [18], [23]-[26] permettent de résoudre les équations essentielles (3)-(9) de la TAO et d'effectuer la reconstitution en deux ou trois dimensions des paramètres du milieu océanique. Le choix d'un algorithme de résolution dépend des méthodes de mesure et de traitement des caractéristiques du champ acoustique et de la quantité d'information acoustique utilisée.

- 1\* D.I.Abrosimov, L.S.Dolin, A.G.Netchaev, Sur l'amortissement du champ moyen en propagation guidée dans l'océan avec la surface agitée, *J.d'Acoustique* (URSS), 1985, v.31, n°4, pp.511-512.
- 2\* R.H.T.Beyts, K.G.Garden, T.M.Piters, Tomographie reconstructive numérique. Avancements contemporains et perspectives de développement, *TIER*, 1983, v.71, n°3, pp.84-104.
3. L.M.Brekhovskikh, Iu.P.Lysanov, "Fundamentals on Ocean Acoustics", Springer-Verlag, 1983.
- 4\* I.B.Burlakova, Iu.A.Dubovoi, A.L.Zeygman et al., Sur la possibilité de la tomographie acoustique de la surface agitée de l'océan, *J.d'Acoustique* (URSS), 1988, v.34, n°3, pp.423-430.
- 5\* V.M.Bukhshtaber, V.K.Maslov, A.M.Trokhman, Tomosynthèse acoustique dans l'océan et méthodes algébriques de reconstitution d'images, in: "Méthodes de recherches hydrophysiques", Gorkii, 1984, pp.204-228.
- 6\* R.A.Vadov, Amortissement acoustique dans l'océan en basses fréquences, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Problèmes d'Acoustique de l'Océan", Nauka Editions, Moscou 1984, pp.31-42.
- 7\* A.G.Voronovitch, V.V.Gontcharov, V.M.Kurtepov, Effets acoustiques essentiels dus à la variabilité de la mésoéchelle de l'océan, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Problèmes d'Acoustique de l'Océan", Nauka Editions, Moscou, 1984, pp.3-16.
- 8\* V.V.Gontcharov, V.M.Kurtepov, Avancements et problèmes de la tomographie acoustique de l'océan, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Ondes acoustiques dans l'océan", Nauka Editions, Moscou, 1987, pp.15-24.
- 9\* G.F.Grinfif, Tomographie reconstructive ultrasonore, *TIER*, 1983, v.71, n°3, pp.54-63.
- 10\* I.N.Didenkulov, A.G.Netchaev, Tomographie acoustique émissionnelle de l'océan, *J.d'Acoustique* (URSS), 1989, v.35, n°3, pp.461-467.
- 11\* B.Iu.Zaitsev, A.G.Netchaev, L.A.Ostrovskii, Sur l'algorithme de tomographie modale en trois dimensions de l'océan, *J.d'Acoustique* (URSS), 1987, v.33, n°6,

- pp.1124-1125.
- 12: B.A.Zverev, E.F.Orlov (éds), "Interférence du son en large bande dans l'océan", Edition de l'Istitut de physique appliquée (IPA) de l'Acad.des Sc.d'URSS, Gorkii, 1984.
  - 15: F.I.Kriajev, V.M.Kudriaschov, Influence de la diffusion par une interface sur le champ acoustique dans un guide d'ondes, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Problèmes d'Acoustique d'Océan", Naouka Editions, Moscou, 1984, pp.57-69.
  - 16: B.F.Kurianov, Bruits sous-marins dans l'océan, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Acoustique de l'océan: état actuel", Naouka Editions, Moscou, 1982, pp.164-174.
  - 17: B.F.Kurianov, B.I.Kliatchin, Application de la théorie de transfert du rayonnement aux problèmes de propagation de bruits d'océan, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Problèmes d'Acoustique de l'Océan", Naouka Editions, Moscou, 1984, pp.16-30.
  - 18<sup>a</sup>: P.M.Louitt, Algorithmes de reconstitution utilisant des transformations intégrales, *TIIER*, 1983, v.71, n°3, pp.111-125.
  - 19<sup>a</sup>: L.Ia.Lubavin, A.G.Netchaev, Tomographie acoustique interférentielle de l'océan. *J.d'Acoustique* (URSS), 1989, v.35, n°4, pp.703-710.
  - 20: A.A.Moiseev, Champ de bruits propres dans l'océan aléatoirement inhomogène. *J.d'Acoustique* (URSS), 1987, v.33, n°6, pp.1105-1111.
  - 21: A.G.Netchaev, "Fluctuations du champ et de l'intensité d'un signal acoustique dans l'océan avec une surface agitée", Mémoire n°123, Edition de l'Istitut de physique appliquée (IPA) de l'Acad.des Sc.d'URSS, Gorkii, 1985.
  - 22<sup>a</sup>: A.G.Netchaev, Amortissement de la structure interférentielle d'un champ acoustique dans l'océan avec inhomogénéités aléatoires, *J.d'Acoustique* (URSS), 1987, v.33, n°3, pp.535-538.
  - 23: V.V.Pikalov, N.G.Preobrajenskii, "Tomographie reconstructive dans la dynamique des gaz et dans la physique du plasma", Naouka Editions, Novosibirsk, 1987.
  - 24: V.V.Pikalov, N.G.Preobrajenskii, "Problèmes non stables de diagnostic du plasma", Naouka Editions, Novosibirsk, 1982.
  - 25: A.N.Tikhonov, V.Ia.Arsenin, "Méthodes de résolution des problèmes mal posés", Naouka Editions, Moscou, 1979.
  - 26: A.N.Tikhonov, A.V.Gontcharskii, V.V.Stepanov, A.G.Iagola, "Algorithmes régularisants et informations a priori", Naouka Editions, Moscou, 1983.
  - 27: A.V.Furduev, Bruits dans l'océan, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Akustika okeana", Naouka Editions, Moscou, 1974, pp.615-691.
  - 28: S.D.Tchuprov, Structure interférentielle du champ acoustique dans l'océan stratifié, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Acoustique de l'océan: état actuel", Naouka Editions, Moscou, 1982, pp.71-91.
  - 29: B.Cornuelle, C.Wusch, D.Behringer & al., Tomographic Maps of the Ocean Mesoscale. Part 1: Pure Acoustics, *J.Phys.Oceanog.*, 1985, v.15, pp.133-152.
  - 30: T.J.Eisler, D.L.Porter, D.Calderone, Resolution, Bias and Variance in Tomographic Estimates of Sound Speed and Currents, *J.Geophys.Res.*, 1984, v.89, n°C6, pp.10,469-10,478.
  - 31: F.Gaillard, Ocean Acoustic Tomography With Moving Sources or Receivers, *J.Geophys.Res.*, 1985, v.90, n°C6, pp.11891-11898.
  - 32: B.M.Howe, P.F.Worster, R.C.Spindel, Ocean Acoustic Tomography: Mesoscale Velocity, *J.Geophys.Res.*, 1987, v.91, n°C4, pp.3785-3805.
  - 33: A.C.Kibblewhite, J.A.Shooter, S.L.Watkins, Examination of attenuation of very low frequencies using the deep-water ambient noise field, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1976, v.60, n°5, pp.1040-1047.
  - 34: M.Longuet-Higgins, On triangular tomography, *Dynamics of Atmosph. and Oceans*, 1982, v.7, n°1, pp.33-46.
  - 35: P.Malanone-Rizzoli, Long-Range inversions for Ocean Acoustic Tomography, *J.Geophys.Res.*, 1985, v.90, n°C4, pp.7098-7116.

- 
36. W.H.Munk, C.I.Wunsch, *Ocean acoustic tomography: A scheme for large scale monitoring*, Deep Sea Res., 1979, v.3, n°36A, pp.123-161.
  37. W.H.Munk, C.I.Wunsch, *Ocean acoustic tomography: Rays and modes*, Rev. Geophys., 1983, v.21, pp.777-793.
  38. W.J.Pierson, L.Moscovitz, *A proposed spectral form for fully developed wind sea based on the similarity theory of A.Kitaigorodsky*, J. Geophys. Res., 1964, v.69, n°24, pp.5181-5190.
  39. J.L.Spiesberger, R.C.Spindel, K.Metzger, *Stability and identification of ocean acoustic multipaths*, J. Acoust. Soc. Am., 1980, v.67, n°6, pp.2011-2017.
  40. P.F.Worcester, *Reciprocal acoustic transmission in a midocean environment*, J. Acoust. Soc. Am., 1977, v.62, n°4, pp.895-905.

# APPROCHE STATISTIQUE GÉNÉRALISÉE DE LA TOMOGRAPHIE ACOUSTIQUE DE L'OcéAN

Borodin V.V., Galaktionov M.Iu., Minasian G.R.

Institut d'acoustique Andreev, Moscou

*RÉSUMÉ - Ce travail présente les fondements théoriques de l'approche statistique universelle appliquée aux problèmes de la tomographie acoustique de l'océan. On y aborde les cas des signaux acoustiques déterministes, quasi-déterministes ou gaussiens. Des systèmes d'émission et d'acquisition de signaux constitués éventuellement de plusieurs antennes y sont considérés. On obtient dans tous ces cas des formules de base pour la matrice d'information de Fisher de la reconstitution d'un champ de célérité, ce qui donne l'évaluation de la précision et de la résolution potentielles de cette reconstitution. On démontre que les méthodes de tomographie par rayons, par modes ou par interférence découlent de l'approche statistique généralisée. On présente quelques résultats de calcul de la matrice de Fisher et des évaluations numériques de la précision et de la résolution de reconstitution de la célérité dans des conditions typiques de propagation du son dans l'océan.*

## INTRODUCTION

Les méthodes tomographiques d'investigation de l'océan ont connu un grand développement au cours des quinze dernières années. Plusieurs approches ont été proposées. Dans [1], on propose d'utiliser les temps de propagation des rayons sonores. Dans [2], [3] on élabore des algorithmes de tomographie à partir des temps de propagation des modes. Les auteurs de [4] se servent du coefficient de corrélation spatiale du champ mesuré et de celui modélisé comme une fonctionnelle à minimiser pour obtenir la solution du problème tomographique. La stabilité de la solution de celui-ci et diverses méthodes d'utilisation de l'information *a priori* sur les perturbations du champ de célérité ont été étudiées expérimentalement [5].

Nous appliquons l'approche statistique [6]-[9] à la formulation ondulatoire rigoureuse du problème tomographique, d'où découlent, en tant que cas particuliers, les méthodes classiques, qui sont d'origine heuristique. Nous obtenons pour la matrice d'information de Fisher les formules, qui permettent d'évaluer la précision et la résolution d'une reconstitution tomographique d'un champ de célérité.

## 1. FORMULATION DU PROBLÈME

Soit un champ acoustique dans l'océan créé par  $M$  sources, placées aux points  $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_M$ , qui émettent les signaux impulsifs  $s_1(t), \dots, s_M(t)$ ; nous en considérons trois types:

- 1 - signaux déterministes dont on connaît exactement les phases initiales,
- 2 - signaux quasi-déterministes (la phase ou la phase et l'amplitude initiales sont inconnues),
- 3 - signaux gaussiens de moyenne nulle et de matrice de covariance  $\mathbb{K}_S(i,j;t-t')$ .

L'acquisition est effectuée par  $N$  capteurs - hydrophones - qui sont omnidirectionnels et placés aux points  $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N$ . Admettons aussi que, outre les champs des sources, un champ de bruit  $p_N$  est présent. Nous le supposons stationnaire et gaussien, de moyenne nulle et de matrice de densité spectrale sur les capteurs  $\mathbb{K}_N(s,r;\omega)$ . Ceux-ci mesurent les pressions acoustiques  $p(\mathbf{y}_s, t)$ . Le modèle des signaux acquis est:

$$(1) \quad p(\mathbf{y}_s, t) = p_N(\mathbf{y}_s, t) + \sum_{j=1}^M \gamma(\mathbf{y}_s, \mathbf{x}_j, t) * s_j(t) ,$$

$$s = 1, \dots, N , \quad j = 1, \dots, M , \quad t \in [0; T] ,$$

où  $\gamma(\mathbf{y}_s, \mathbf{x}_j, t)$  est la fonction de Green du guide d'ondes. Compte tenu de la stationnarité du bruit, nous utilisons la représentation spectrale:

$$(2) \quad P(\mathbf{y}_s, \omega_n) = P_N(\mathbf{y}_s, \omega_n) + \sum_{j=1}^M G(\mathbf{y}_s, \mathbf{x}_j, \omega_n) \cdot S_j(\omega_n) , \quad \omega_n = 2\pi n/T ,$$

avec  $P(\mathbf{y}_s, \omega_n)$ ,  $P_N(\mathbf{y}_s, \omega_n)$ ,  $G(\mathbf{y}_s, \mathbf{x}_j, \omega_n)$ ,  $S_j(\omega_n)$  les spectres complexes de  $p$ ,  $p_N$ ,  $\gamma$  et  $s_j$ . La matrice  $\mathbb{K}_N$  est définie par le rapport:

$$(3) \quad \mathbb{K}_N(s,r,\omega_n) = E\{ P_N(\mathbf{y}_s, \omega_n) P_N^*(\mathbf{y}_r, \omega_n) \} ,$$

où  $E\{\cdot\}$  est l'opération de moyennage statistique [8], [9].

La fonction de Green  $G(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \omega)$  satisfait à l'équation de Helmholtz:

$$(4) \quad (\Delta + (\omega/c(\mathbf{y}))^2) G(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \omega) = \delta(\mathbf{y} - \mathbf{x}) ,$$

aux conditions aux interfaces de l'océan (surface et fond) et à la condition d'amortissement à l'infini.

Représentons le champ de célérité comme la sommation:

$$c(\mathbf{x}) = c_0(z) + \tilde{c}(\mathbf{x}) ,$$

où  $c_0(z)$  est un profil de référence que nous considérons connu, et  $\tilde{c}(\mathbf{x})$  décrit des perturbations inconnues qui dépendent dans le cas général de toutes les coordonnées. L'objectif de la tomographie acoustique de l'océan (TAO) consiste à reconstituer le champ  $\tilde{c}(\mathbf{x})$  à partir des caractéristiques des signaux acoustiques qui sont influencés par lui.

Ce problème tomographique étant mal posé, sa solution ne peut être unique et stable que si l'on utilise de l'information *a priori*. Généralement, nous possédons de telles informations sur le champ  $\tilde{c}(\mathbf{x})$ . Cela est dû au fait que les perturbations sont créées par des ondes de types différents telles les ondes internes, de Rossby, etc. Par conséquent, les perturbations satisfont à certaines équations dynamiques et il est possible de les développer sur les fonctions propres de celles-ci:

$$(5) \quad \tilde{c}(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha} C_{\alpha} \varphi_{\alpha}(\mathbf{x}) .$$

Le problème de tomographie se résume alors à une évaluation des coefficients inconnus  $C_{\alpha}$ . S'il est possible d'abrégier la série (5) sans trop de perte de précision, le problème se simplifie et sa solution peut être stable.

La deuxième simplification intervient si l'on ne s'intéresse pas à la description détaillée du champ  $\tilde{c}(\mathbf{x})$ , mais que l'on veut reconstituer ses évolutions de grande échelle. Si, par exemple, on s'intéresse uniquement à la célérité aux grandes immersions, où la mesure directe est difficile ou même impossible, et si l'on néglige la variabilité horizontale, le problème tomographique devient unidimensionnel. Dans d'autres cas, on s'intéresse à la variabilité de grande échelle, en négligeant la réfraction horizontale, et l'on obtient le problème en deux dimensions. Néanmoins, il est toujours possible de présenter les perturbations comme une série de type (5), à la seule différence que les fonctions  $\varphi_{\alpha}(\mathbf{x})$  n'ont plus de caractère ondulatoire, mais déterminent le niveau de l'approximation qui représente les perturbations réelles. Par conséquent, un problème tomographique consiste toujours à reconstituer les coefficients  $C_{\alpha}$ .

## 2. FONCTIONNELLE DE VRAISEMBLANCE

Pour résoudre le problème tomographique formulé ci-dessus, nous appliquons le principe du maximum de vraisemblance [6]-[9].

### 2.1. Signaux déterministes

Dans le cas où le modèle des signaux est déterministe, le logarithme de la densité de probabilité d'une mesure est [6]-[9]:

$$(6) \quad L \sim \sum_{\omega > 0} \langle \mathbf{K}_N^{-1}(\omega)(\mathbf{P}(\omega) - \sum_{j=1}^M \mathbf{G}(\mathbf{x}_j, \omega) S_j(\omega)), (\mathbf{P}(\omega) - \sum_{j=1}^M \mathbf{G}(\mathbf{x}_j, \omega) S_j(\omega)) \rangle .$$

Nous notons ici  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  le produit scalaire de deux vecteurs dans l'espace de dimension  $N$ , qui est associé au système d'acquisition:

$$\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = \sum_{s=1}^N u_s v_s^* .$$

Dans (6),  $\mathbf{P}(\omega)$  et  $\mathbf{G}(\mathbf{x}_j, \omega)$  sont les vecteurs dont les composantes sont les valeurs de  $P$  et  $G$  aux points  $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N$ :  $\mathbf{P}(\omega) = |P(\mathbf{y}, \omega)\rangle$ ,  $\mathbf{G}(\mathbf{x}_j, \omega) = |G(\mathbf{y}, \mathbf{x}_j, \omega)\rangle$ .

Conformément au principe du maximum de vraisemblance, les paramètres recherchés  $C_{\alpha}$  satisfont à l'équation:

$$(7) \quad \frac{\partial L}{\partial C_{\alpha}} = 0 .$$

Comme seule la fonction de Green dépend de  $C_{\alpha}$ , on obtient:

$$(8) \quad \frac{\partial L}{\partial C_\alpha} = 2 \operatorname{Re} \left\{ \sum_{\omega > 0} \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \left( \sum_{j=1}^M \mathbf{G}(\mathbf{x}_j, \omega) S_j(\omega) - \mathbf{P}(\omega) \right), \sum_{j=1}^M \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{x}_j, \omega)}{\partial C_\alpha} S_j(\omega) \rangle \right\} .$$

On retrouve rigoureusement les dérivées  $\partial \mathbf{G}(\mathbf{x}_j, \omega) / \partial C_\alpha$  à partir de la dérivée fonctionnelle  $\delta G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_o, \omega) / \delta \tilde{c}(\mathbf{x}')$ :

$$(9) \quad \frac{\delta G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_o, \omega)}{\delta \tilde{c}(\mathbf{x}')} = \frac{2\omega^2}{c^3(\mathbf{x})} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) G(\mathbf{x}', \mathbf{x}_o, \omega) .$$

Notons  $2\omega^2 c^{-3}(\mathbf{x}) G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) G(\mathbf{x}', \mathbf{x}_o, \omega) = \mathfrak{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}_o)$ , alors

$$(10) \quad \frac{\partial G(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \omega)}{\partial C_\alpha} = \int \frac{\mathfrak{F}(\omega, \mathbf{y}, \mathbf{x}', \mathbf{x}_o)}{c(\mathbf{x})} \varphi_\alpha(\mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}' .$$

Le vecteur  $\mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}', \mathbf{x}_o) = |\mathfrak{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}_o)\rangle$  est proportionnel au champ diffusé au voisinage du point  $\mathbf{x}'$  par l'inhomogénéité  $\tilde{c}(\mathbf{x}')$  et calculé sous l'approximation de Born. Utilisant (10) dans (7), nous obtenons les équations pour  $C_\alpha$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial C_\alpha} &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \int \frac{d^3 \mathbf{x}'}{c(\mathbf{x})} 2 \operatorname{Re} \left\{ \sum_{\omega > 0} \omega^2 \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{G}(\mathbf{x}_i, \omega), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}', \mathbf{x}_j) \rangle \varphi_\alpha(\mathbf{x}') S_i^*(\omega) S_j(\omega) \right\} - \\ &- \sum_{j=1}^M \int \frac{d^3 \mathbf{x}'}{c(\mathbf{x})} 2 \operatorname{Re} \left\{ \sum_{\omega > 0} \omega^2 \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{P}(\omega), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}', \mathbf{x}_j) \rangle \varphi_\alpha(\mathbf{x}') S_j(\omega) \right\} = 0 . \end{aligned}$$

## 2.2. Signaux quasi-déterministes

Dans certains cas, le modèle déterministe ne correspond pas aux conditions de mesures. Pour que la correspondance ait lieu, il est indispensable de contrôler les positions des systèmes d'émission et d'acquisition à une longueur d'onde près, et de disposer à la réception d'une copie exacte du signal émis. Si ce n'est pas le cas, un modèle de signaux de phase inconnue est plus réaliste. Une fois ce modèle appliqué, il est nécessaire d'évaluer les phases initiales des signaux en même temps que les paramètres du champ de célérité. On obtient l'évaluation de maximum de vraisemblance de la phase initiale après avoir pris la dérivée de la fonctionnelle (6) et l'avoir égalisée au zéro. En l'utilisant dans (6), nous obtenons:

$$(11) \quad L \sim \sum_{\omega > 0} \left( \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{P}(\omega), \mathbf{P}(\omega) \rangle + \sum_{i,j} \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{G}(\mathbf{x}_i, \omega), \mathbf{G}(\mathbf{x}_j, \omega) \rangle S_j^*(\omega) S_i(\omega) \right) - 2 \left| \sum_{\omega > 0} \sum_i \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{P}(\omega), \mathbf{G}(\mathbf{x}_i, \omega) \rangle S_i(\omega) \right| ,$$

d'où les équations pour  $C_\alpha$ :

$$(12) \quad 2 \operatorname{Re} \left\{ \int \frac{\varphi_\alpha(\mathbf{x})}{c(\mathbf{x})} \left( \sum_{\omega > 0} \sum_{i,j} \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{G}(\mathbf{x}_i, \omega), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \rangle S_j^*(\omega) S_i(\omega) - \right. \right.$$

$$- \frac{\sum_{\omega>0} \sum_i \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{P}(\omega), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \rangle S_i(\omega)}{\left| \sum_{\omega>0} \sum_i \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{P}(\omega), \mathbf{G}(\mathbf{x}_i, \omega) \rangle S_i(\omega) \right|} \int d^3 \mathbf{x} \} = 0 .$$

Si, de plus, les amplitudes initiales des signaux sont inconnues, nous obtenons, en utilisant l'évaluation du maximum de vraisemblance des amplitudes et des phases dans (6):

$$(13) \quad L \sim \sum_{\omega>0} \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{P}(\omega), \mathbf{P}(\omega) \rangle - \frac{\left| \sum_{\omega>0} \sum_i \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{P}(\omega), \mathbf{G}(\mathbf{x}_i, \omega) \rangle S_i(\omega) \right|^2}{\langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{G}(\mathbf{x}_i, \omega), \mathbf{G}(\mathbf{x}_i, \omega) \rangle S_i^*(\omega) S_i(\omega)} ,$$

d'où découlent les équations pour  $C_\alpha$ :

$$(14) \quad 2 \operatorname{Re} \left\{ \int \frac{\varphi_\alpha(\mathbf{x})}{c(\mathbf{x})} \left( \frac{\left| \sum_{\omega>0} \sum_i \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{P}(\omega), \mathbf{G}(\mathbf{x}_i, \omega) \rangle S_i(\omega) \right|^2}{\sum_{i,j} \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{G}(\mathbf{x}_j, \omega), \mathbf{G}(\mathbf{x}_i, \omega) \rangle S_j^*(\omega) S_i(\omega)} \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{\omega>0} \sum_{i,j} \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{G}(\mathbf{x}_j, \omega), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \rangle S_j^*(\omega) S_i(\omega) - \sum_{\omega>0} \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{P}(\omega), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \rangle S_i(\omega) \right) d^3 \mathbf{x} \right\} = 0 .$$

### 2.3. Signaux gaussiens

En pratique, on se sert souvent en TAO des sources de bruit. Supposons que plusieurs sources émettent des signaux gaussiens stationnaires de moyenne nulle et de matrice des densités spectrales  $\kappa_{ij}(\omega)$ . Dans ce cas, les signaux acquis sont également gaussiens, de moyenne nulle et de matrice de densité spectrale:

$$(15) \quad \mathbb{K}_Z(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) = \mathbb{K}_N(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) + \mathbb{K}_S(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) ,$$

où  $\mathbb{K}_S(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega)$  est:

$$(16) \quad \mathbb{K}_S(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) = \sum_{i,j} \mathbf{G}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i, \omega) \mathbf{G}^*(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_j, \omega) \kappa_{ij}(\omega) .$$

La statistique  $L$  devient dans ce cas [6]-[9]:

$$(17) \quad L = \int_{\omega>0} \left( \langle (\mathbb{K}_N^{-1}(\omega) - \mathbb{K}_Z^{-1}(\omega)) \mathbf{P}(\omega), \mathbf{P}(\omega) \rangle + \ln \{ \det \{ \mathbb{K}_N(\omega) \mathbb{K}_Z^{-1}(\omega) \} \} \right) .$$

En calculant les dérivées par rapport aux coefficients  $C_\alpha$ , à partir de la dérivée fonctionnelle, nous aboutissons aux équations:

$$\int_{\omega>0} \sum (\langle \mathbb{K}_{\Sigma}^{-1}(\omega) \frac{\delta \mathbb{K}_S(\omega)}{\delta c(\mathbf{x})} \mathbb{K}_{\Sigma}^{-1}(\omega) \mathbf{P}(\omega), \mathbf{P}(\omega) \rangle - Sp\{\mathbb{K}_{\Sigma}^{-1}(\omega) \frac{\delta \mathbb{K}_S(\omega)}{\delta c(\mathbf{x})}\}) \varphi_{\alpha}(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x} = 0 .$$

Retrouvons la dérivée fonctionnelle de la matrice  $\mathbb{K}_S$ :

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mathbb{K}_S(\omega)}{\delta c(\mathbf{x})} &= \frac{\omega^2}{c^3(\mathbf{x})} \sum_{i,j} (G(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}) G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) G^*(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_i) + G(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i) G^*(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}) G^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j)) \kappa_{ij}(\omega) = \\ &= c^{-1}(\mathbf{x}) \sum_{i,j} (\langle \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_i), \mathbf{G}(\mathbf{x}_j, \omega) \rangle + \langle \mathbf{G}(\mathbf{x}_p, \omega), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_j) \rangle) \kappa_{ij}(\omega) . \end{aligned}$$

L'opérateur

$$\hat{\mathbb{K}}_S(\mathbf{x}) = \sum_{i,j} \langle \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_i), \mathbf{G}(\mathbf{x}_j, \omega) \rangle \kappa_{ij}(\omega)$$

est celui de corrélation du champ direct et du champ diffusé par l'inhomogénéité au voisinage du point  $\mathbf{x}$ . Par conséquent,

$$(18) \quad \frac{\delta \mathbb{K}_S(\omega)}{\delta c(\mathbf{x})} = c^{-1}(\mathbf{x}) [\hat{\mathbb{K}}_S(\mathbf{x}) + \hat{\mathbb{K}}_S^+(\mathbf{x})] .$$

où le signe "+" note le conjugué de Hermit (complexe conjugué transposé). Les équations pour  $C_{\alpha}$  deviennent:

$$(19) \quad \int_{\omega>0} \sum (\langle [\mathbb{K}_{\Sigma}^{-1}(\omega)(\hat{\mathbb{K}}_S(\mathbf{x}) + \hat{\mathbb{K}}_S^+(\mathbf{x})) \mathbb{K}_{\Sigma}^{-1}(\omega)] \mathbf{P}(\omega), \mathbf{P}(\omega) \rangle - Sp\{\mathbb{K}_{\Sigma}^{-1}(\omega)(\hat{\mathbb{K}}_S(\omega, \mathbf{x}) + \hat{\mathbb{K}}_S^+(\omega, \mathbf{x}))\}) \frac{\varphi_{\alpha}(\mathbf{x})}{c(\mathbf{x})} d^3\mathbf{x} = 0 .$$

### 3. LIMITES DE CRAMER-RAO

Comme l'évaluation du maximum de vraisemblance est asymptotiquement non biaisée et efficace, la matrice de covariance de telles évaluations tend vers la matrice inverse de celle de Fisher [7]-[9]. Celle-ci dans le cas d'un signal déterministe est:

$$(20) \quad I_{\alpha\beta} = E\left\{ \frac{\partial L}{\partial C_{\alpha}} \frac{\partial L}{\partial C_{\beta}} \right\} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \iint \frac{d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{x}'}{c(\mathbf{x})c(\mathbf{x}')} \cdot \sum_{\omega>0} \langle \mathbb{K}_N^{-1} \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_i), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}', \mathbf{x}_j) \rangle \varphi_{\alpha}(\mathbf{x}) \varphi_{\beta}(\mathbf{x}') S_i^*(\omega) S_j(\omega) .$$

Notons

$$(21) \quad \mathbb{I}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sum_{\omega>0} \langle \mathbb{K}_N^{-1} \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_i), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}', \mathbf{x}_j) \rangle S_i^*(\omega) S_j(\omega) ,$$

alors

$$I_{\alpha\beta} = \iint \frac{\varphi_{\alpha}(\mathbf{x})}{c(\mathbf{x})} \frac{\varphi_{\beta}(\mathbf{x}')}{c(\mathbf{x}')} I(\mathbf{x}, \mathbf{x}') d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{x}' .$$

D'un côté, la fonction  $I(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  est le noyau de l'opérateur d'information de Fisher. De l'autre côté,  $I(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  est proportionnel à la fonction d'incertitude du problème de localisation de cible en régime actif, où le coefficient  $\omega^4$  est négligeable dans le cas où les signaux sont à bande étroite.

Si la phase initiale du signal est inconnue, la matrice d'information de Fisher a une structure par blocs.  $I_{\alpha\beta}$  est la matrice d'information pour l'évaluation des coefficients  $C_{\alpha}$ , les blocs non diagonaux  $I_{\alpha\varphi}$  et  $I_{\varphi\alpha}$  contiennent les informations réciproques d'évaluation des coefficients  $C_{\alpha}$  et de la phase initiale  $\varphi$ , le bloc diagonal  $I_{\varphi\varphi}$  comporte les informations sur l'évaluation de la phase initiale. En inversant cette matrice bloc, on obtient la matrice d'information  $\hat{I}_{\alpha\beta}$  pour l'évaluation des coefficients  $C_{\alpha}$  dans le cas où la phase initiale du signal est inconnue:

$$(22) \quad \hat{I}_{\alpha\beta} = I_{\alpha\beta} - I_{\alpha\varphi} I_{\varphi\varphi}^{-1} I_{\varphi\beta} .$$

Si le système d'émission comporte plusieurs sources ou antennes qui émettent des signaux différents dont les phases initiales  $\varphi_m$  sont inconnues, la matrice d'information de Fisher pour les évaluations des coefficients  $C_{\alpha}$  est:

$$(23) \quad \hat{I}_{\alpha\beta} = I_{\alpha\beta} - I_{\alpha\varphi_m} I_{\varphi_m\varphi_n}^{-1} I_{\varphi_n\beta} ,$$

où  $I_{\varphi_m\varphi_n}$  est la matrice d'information pour l'évaluation des phases initiales,  $I_{\alpha\varphi_m}$  sont les informations mutuelles des évaluations des coefficients  $C_{\alpha}$  et des phases initiales  $\varphi_m$ .

La matrice d'information de Fisher pour l'évaluation de phase est [7]-[9]:

$$(24) \quad I_{\varphi_m\varphi_n} = \sum_{\omega} \sum_{i_m} \sum_{j_n} \langle \mathbb{K}_N^{-1} \mathbf{G}(\mathbf{x}_{i_m}), \mathbf{G}(\mathbf{x}_{j_n}) \rangle S_{i_m}^*(\omega) S_{j_n}(\omega) ,$$

et la matrice  $I_{\alpha\varphi_m}$  est:

$$I_{\alpha\varphi_m} = i \sum_{\omega} \sum_n \sum_{i_m} \sum_{j_m} \langle \mathbb{K}_N^{-1} \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_{i_m}), \mathbf{G}(\mathbf{x}_{j_m}) \rangle S_{i_m}^*(\omega) S_{j_m}(\omega) \varphi_{\alpha}(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x} ,$$

avec  $i_m$  l'indice d'émetteur dans l'antenne d'indice  $m$ . Le sens physique des éléments de la matrice  $I_{\varphi_m\varphi_n}$  est la corrélation mutuelle des signaux émis par les antennes  $m$  et  $n$ . Par conséquent, elle est diagonale si les antennes émettent des signaux orthogonaux. Les éléments de la matrice  $I_{\alpha\varphi_n}$  présentent la corrélation mutuelle des signaux diffusés dans les voisinages des points  $\mathbf{x}_{\alpha}$  et des signaux directs émis par l'antenne d'indice  $n$ . Finalement, le noyau de l'opérateur de Fisher dans le cas, où les phases initiales des signaux sont inconnues, est:

$$(25) \quad I(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sum_{\omega > 0} \sum_{i,j} \langle \mathbb{K}_N^{-1} \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_i), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}', \mathbf{x}_j) \rangle S_i^*(\omega) S_j(\omega) -$$

$$\frac{\sum_{\omega>0} \sum_{i,j} \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_i), \mathbf{G}(\mathbf{x}_j) \rangle S_i^*(\omega) S_j(\omega) \sum_{\omega>0} \sum_{i,j} \langle \mathbb{K}_N^{-1} \mathbf{G}(\mathbf{x}_j), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}', \mathbf{x}_i) \rangle S_i^*(\omega) S_j(\omega)}{\sum_{\omega>0} \sum_{i,j} \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{G}(\mathbf{x}_i), \mathbf{G}(\mathbf{x}_j) \rangle S_i^*(\omega) S_j(\omega)}$$

Dans le cas des signaux gaussiens, la matrice d'information de Fisher est:

$$I_{\alpha\beta} = \iint \varphi_\alpha(\mathbf{x}) \varphi_\beta(\mathbf{x}') \sum_{\omega>0} Sp \left\{ \mathbb{K}_\Sigma^{-1}(\omega) \frac{\delta \mathbb{K}_S(\omega)}{\delta c(\mathbf{x})} \mathbb{K}_\Sigma^{-1}(\omega) \frac{\delta \mathbb{K}_S(\omega)}{\delta c(\mathbf{x}')} \right\} d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{x}' .$$

En utilisant la formule (18) pour la dérivée fonctionnelle, on déduit:

$$(26) \quad I_{\alpha\beta} = \iint \frac{\varphi_\alpha(\mathbf{x})}{c(\mathbf{x})} \frac{\varphi_\beta(\mathbf{x}')}{c(\mathbf{x}')} \sum_{\omega>0} 2Re \left\{ Sp \left\{ \mathbb{K}_\Sigma^{-1}(\omega) \mathbb{K}_S(\mathbf{x}) \mathbb{K}_\Sigma^{-1}(\omega) \mathbb{K}_S(\mathbf{x}') + \right. \right. \\ \left. \left. + \mathbb{K}_\Sigma^{-1}(\omega) \mathbb{K}_S(\mathbf{x}) \mathbb{K}_\Sigma^+(\omega) \mathbb{K}_S(\mathbf{x}') \right\} \right\} d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{x}' .$$

Si le signal est faible ( $\mathbb{K}_N(\omega) \gg \mathbb{K}_S(\omega)$ ), on peut remplacer les opérateurs  $\mathbb{K}_\Sigma(\omega)$  dans (26) par  $\mathbb{K}_N(\omega)$ . En utilisant la formule (16) pour  $\mathbb{K}_S(\mathbf{x})$ , on obtient:

$$(27) \quad I_{\alpha\beta} = \iint \frac{\varphi_\alpha(\mathbf{x})}{c(\mathbf{x})} \frac{\varphi_\beta(\mathbf{x}')}{c(\mathbf{x}')} \sum_{\omega>0} 2\omega^4 Re \left\{ Sp \left\{ \sum_{i,j,l,m} \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{G}(\mathbf{x}_i), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_i) \rangle \cdot \right. \right. \\ \cdot \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{G}(\mathbf{x}_j), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}', \mathbf{x}_m) \rangle + \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathfrak{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_i), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}', \mathbf{x}_i) \rangle \cdot \\ \left. \left. \cdot \langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{G}(\mathbf{x}_j), \mathbf{G}(\mathbf{x}_m) \rangle \kappa_{ij}(\omega) \kappa_{lm}(\omega) \right\} \right\} d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{x}' .$$

La valeur  $\langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}_i), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}', \mathbf{x}_i) \rangle$  représente la corrélation des champs diffusés par les inhomogénéités dans les voisinages des points  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x}'$ , et la valeur  $\langle \mathbb{K}_N^{-1}(\omega) \mathbf{G}(\mathbf{x}_j), \mathbf{F}(\omega, \mathbf{x}', \mathbf{x}_m) \rangle$  représente la corrélation sur l'antenne d'acquisition du champ direct et de celui diffusé par l'inhomogénéité au point  $\mathbf{x}$ .

#### 4. RAPPORT DE L'APPROCHE STATISTIQUE ET DES METHODES CLASSIQUES DE LA TAO

Considérons le cas où les inhomogénéités sont d'une échelle suffisamment grande pour qu'il soit possible d'appliquer l'approximation géométrique à la fonction de Green, et où les tailles des antennes d'émission et d'acquisition sont petites par rapport aux familles de rayons. La fonction de Green peut alors être présentée comme suit:

$$(28) \quad G(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}) = \sum_{\mu} A_{\mu}(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}) \exp \left\{ i\omega t_{\mu}(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}) + i \frac{\omega}{c(\mathbf{x}_t)} (\mathbf{e}_{\mu}(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}), (\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_t)) \right\} , \\ G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \sum_{\nu} A_{\nu}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_t) \exp \left\{ i\omega t_{\nu}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_t) + i \frac{\omega}{c(\mathbf{x}_t)} (\mathbf{e}_{\nu}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_t), (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_t)) \right\} ,$$

avec:

- $\mu, \nu$  les indices des rayons qui relient le point  $\mathbf{x}$  aux centres de phase  $\mathbf{x}_s$  et  $\mathbf{x}_i$  des antennes,
- $t_{\mu, \nu}$  les retards appropriés,
- $\mathbf{e}_{\mu, \nu}$  les vecteurs unités des rayons aux centres de phase des antennes,
- $A_{\mu, \nu}$  les amplitudes des signaux correspondant à ces rayons.

#### 4.1. Inhomogénéités d'échelle moyenne: tomographie des rayons

Considérons d'abord le cas des inhomogénéités assez grandes pour que l'échelle caractéristique des fonctions  $\varphi_\alpha(\mathbf{x})$  soit supérieure à la taille des zones de Fresnel des familles de rayons qui traversent ces inhomogénéités. Dans ce cas, il est possible d'évaluer l'intégrale dans la formule (10) pour  $\partial G(\mathbf{y}_s, \mathbf{x}_i, \omega) / \partial C_\alpha$  à l'aide de la méthode de la phase stationnaire:

$$(29) \quad \frac{\partial G(\mathbf{y}_s, \mathbf{x}_i, \omega)}{\partial C_\alpha} = \frac{\omega}{2i} \sum_{\mu} A_{\mu}(\mathbf{y}_s, \mathbf{x}_i) \exp\{-i\omega t_{\mu}(\mathbf{y}_s, \mathbf{x}_i)\} \int_{Z_{\mu}} \frac{\varphi_{\alpha}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds .$$

Nous notons ici:

- $Z_{\mu}$  les rayons directs qui relient les points  $\mathbf{y}_s$  et  $\mathbf{x}_i$ ,
- $A_{\mu}$  les amplitudes des rayons,
- $t_{\mu}$  les retards des rayons.

En utilisant (29) dans (20), nous obtenons la matrice d'information pour les signaux déterministes:

$$(30) \quad I_{\alpha\beta} = \sum_{\omega>0} \sum_{s, \tau} \sum_{i, j} \sum_{\mu, \nu} \kappa_N^{-1}(s, \tau, \omega) A_{\mu}(\mathbf{y}_s, \mathbf{x}_i) A_{\nu}(\mathbf{y}_{\tau}, \mathbf{x}_j) \cdot \exp\{i\omega(t_{\mu}(\mathbf{y}_s, \mathbf{x}_i) - t_{\nu}(\mathbf{y}_{\tau}, \mathbf{x}_j))\} \omega^2 \int_{Z_{\mu}} \frac{\varphi_{\alpha}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds \int_{Z_{\nu}} \frac{\varphi_{\beta}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds S_j^*(\omega) S_i(\omega) .$$

Si les tailles des antennes d'acquisition et d'émission sont inférieures aux familles de rayons, mais en même temps supérieures au rayon de corrélation du bruit, la formule (30) devient:

$$(31) \quad I_{\alpha\beta} = \sum_{\omega>0} \sum_{\mathbf{y}_m, \mathbf{x}_n} \sum_{\mu, \nu} A_{\mu}(\mathbf{y}_m, \mathbf{x}_n) A_{\nu}(\mathbf{y}_m, \mathbf{x}_n) \exp\{i\omega(t_{\mu}(\mathbf{y}_m, \mathbf{x}_n) - t_{\nu}(\mathbf{y}_m, \mathbf{x}_n))\} \cdot \sqrt{\rho_m(\mathbf{e}_{\mu}, \omega) \rho_n(\mathbf{e}_{\nu}, \omega)} B_{mn}(\mathbf{e}_{\mu m}, \mathbf{e}_{\nu}, \omega) |S_n(\omega)|^2 B_{in}(\mathbf{e}_{\mu n}, \mathbf{e}_{\nu}, \omega) B_{in}(\mathbf{e}_{\nu n}, \mathbf{e}_{\nu}, \omega) \cdot \omega^2 \int_{Z_{\mu}} \frac{\varphi_{\alpha}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds \int_{Z_{\nu}} \frac{\varphi_{\beta}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds ,$$

où

- $\mathbf{y}_m$  et  $\mathbf{x}_n$  sont les coordonnées des centres de phase des antennes,
- $B_{im}$  est le lobe d'émission,
- $B_{in}$  est le lobe d'acquisition,

- $\rho_m(\mathbf{e}_{\mu'})$  sont les coefficients de résistance au bruit des antennes d'acquisition en réception d'une onde plane de direction  $\mathbf{e}_{\mu}$  sur le fond de bruit donné,
- $\mathbf{e}_o$  sont les vecteurs unités des maximums des lobes en émission.

Si les signaux émis sont d'une bande suffisamment large pour que les rayons soient séparables temporellement, la formule (31) devient:

$$I_{\alpha\beta} = \sum_{\omega>0} \sum_{\mathbf{y}_m, \mathbf{x}_n} \sum_{\mu(m,n)} \omega^2 A_{\mu'}^2(\mathbf{y}_m, \mathbf{x}_n) \rho_m(\mathbf{e}_{\mu'}) B_{(n)}^2(\mathbf{e}_{\mu'} - \mathbf{e}_o, \omega) |S_n(\omega)|^2 \cdot \int_{Z_{\mu}} \frac{\varphi_{\alpha}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds \int_{Z_{\mu}} \frac{\varphi_{\beta}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds .$$

Notons:

$$R_{\mu nm}(\omega) = A_{\mu'}^2(\mathbf{y}_m, \mathbf{x}_n) \rho_m(\mathbf{e}_{\mu'}) B_{(n)}^2(\mathbf{e}_{\mu'} - \mathbf{e}_o, \omega) |S_n(\omega)|^2 ; i_{\mu nm} = \sum_{\omega>0} R_{\mu nm}(\omega) \omega^2 .$$

Les valeurs  $R_{\mu nm}(\omega)$  sont les rapports signal/bruit à la fréquence  $\omega$  pour le rayon d'indice  $\mu$ , qui relie les points  $\mathbf{y}_m$  et  $\mathbf{x}_n$ . Les valeurs  $i_{\mu nm}$  sont les coefficients d'information de Fisher de l'évaluation du retard de ce rayon.

La matrice d'information de Fisher devient:

$$(32) \quad I_{\alpha\beta} = \sum_{n,m} \sum_{\mu(m,n)} i_{\mu nm} \int_{Z_{\mu}} \frac{\varphi_{\alpha}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds \int_{Z_{\mu}} \frac{\varphi_{\beta}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds .$$

Dans le cas où la phase initiale du signal est inconnue, la formule (22) devient:

$$(33) \quad \hat{I}_{\alpha\beta} = I_{\alpha\beta} - R \sum_{\omega} \sum_{\mu, m, n} r_{\mu nm}(\omega) \omega \int_{Z_{\mu}} \frac{\varphi_{\alpha}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds \sum_{\omega} \sum_{\nu(m,n)} r_{\nu nm}(\omega) \omega \int_{Z_{\nu}} \frac{\varphi_{\beta}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds ,$$

où  $R = \sum_{\mu, m, n, \omega} R_{\mu nm}(\omega)$  est le rapport signal/bruit total et  $r_{\mu nm}(\omega) = R_{\mu nm}(\omega)/R$ .

Enfin, dans le cas d'un signal gaussien, avec les mêmes suppositions sur les antennes d'acquisition et d'émission et sur la possibilité de séparer tous les rayons en temps, nous obtenons pour la matrice d'information de Fisher:

$$(34) \quad I_{\alpha\beta} = \sum_{\mu} \sum_{\nu} \sum_m \sum_n \sum_{\omega} R_{\mu nm}(\omega) R_{\nu nm}(\omega) \omega^2 \cdot \left[ \int_{Z_{\mu}} \frac{\varphi_{\alpha}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds - \int_{Z_{\nu}} \frac{\varphi_{\alpha}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds \right] \cdot \left[ \int_{Z_{\mu}} \frac{\varphi_{\beta}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds - \int_{Z_{\nu}} \frac{\varphi_{\beta}(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds \right] ,$$

avec  $R_{\mu nm}(\omega) = A_{\mu'}^2(\mathbf{y}_m, \mathbf{x}_n) \rho_m(\mathbf{e}_{\mu'}) B_{(n)}^2(\mathbf{e}_{\mu'} - \mathbf{e}_o, \omega) \kappa(\omega)$  le rapport signal/bruit. Il est le même que celui dans le cas d'un signal déterministe, à la seule différence qu'au lieu du carré du module du spectre  $|S_n(\omega)|^2$ , il contient la densité

spectrale  $\kappa_n(\omega)$  du signal émis par l'antenne d'indice  $n$ .

Notons que les intégrales  $\int_{Z_\mu} \frac{\varphi_\beta(\mathbf{x})}{c^2(\mathbf{x})} ds$  sont les dérivées  $\partial t_\mu / \partial C_\alpha$  et que les valeurs  $i_{\mu nm}$  et  $\sum_{\omega} R_{\mu nm}(\omega) R_{\nu nm}(\omega) \omega^2$  donnent les écarts-types des évaluations des retards et des différences de retards:

$$i_{\mu nm} = D_{\mu mn}^{-1} \cdot \sum_{\omega} R_{\mu nm}(\omega) R_{\nu nm}(\omega) \omega^2 = D_{\mu\nu mn}^{-1}.$$

Par conséquent les formules (32) et (34) deviennent:

$$(32^*) \quad I_{\alpha\beta} = \sum_{m,n} \sum_{\mu(m,n)} D_{\mu mn}^{-1} \frac{\partial t_\mu}{\partial C_\alpha} \frac{\partial t_\mu}{\partial C_\beta},$$

$$(34^*) \quad I_{\alpha\beta} = \sum_{m,n} \sum_{\mu(m,n)} \sum_{\nu(m,n)} D_{\mu\nu mn}^{-1} \frac{\partial(t_\mu - t_\nu)}{\partial C_\alpha} \frac{\partial(t_\mu - t_\nu)}{\partial C_\beta}.$$

Le sens physique des matrices d'information devient maintenant plus clair. Conformément aux formules (32\*) et (34\*), le seul paramètre du champ informant sur les propriétés du milieu est le retard (pour les signaux déterministes) ou la différence des retards (pour les signaux gaussiens stationnaires). La matrice d'information de Fisher est déterminée à partir des précisions d'évaluation de ces paramètres et des dérivées de ces précisions par rapport aux coefficients  $C_\alpha$ .

Une conclusion découle des formules obtenues ci-dessus. Comme les matrices  $I_{\alpha\beta}$  sont des sommations de matrices constituées par les valeurs  $\partial t_\mu / \partial C_\alpha$  sur tous les rayons qui relient les antennes d'émission et d'acquisition, il est indispensable que le nombre de ces rayons ne soit pas inférieur au nombre des coefficients à évaluer, afin que  $I_{\alpha\beta}$  ne soit pas singulière. Considérons le choix le plus simple des fonctions  $\varphi_\alpha(\mathbf{x})$ , qui intervient si nous divisons la région explorée en cellules élémentaires rectangulaires, pour lesquelles  $\tilde{z}(\mathbf{x})$  est supposé constante. Chaque fonction  $\varphi_\alpha(\mathbf{x})$  est alors l'unité à l'intérieur de la cellule  $\alpha$  et nulle ailleurs. Dans ce cas, il faut choisir les positions des antennes d'émission et d'acquisition de sorte que le nombre total des rayons ne soit pas inférieur au nombre total des cellules et qu'au moins un rayon passe par chacune d'elles, afin que les matrices  $I_{\alpha\beta}$  ne soient pas singulières et que le problème tomographique soit bien posé et ait une solution unique.

#### 4.2. Inhomogénéités de grande échelle: tomographie modale

Considérons le cas des inhomogénéités dont l'échelle est plus grande que la distance cyclique maximale des rayons dans l'océan. Il est plus aisé alors de représenter la fonction de Green comme une sommation de modes locaux  $u_n$ :

$$(35) \quad G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = \sum_n g_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) u_n(\mathbf{r}, z) u_n(\mathbf{r}_0, z_0),$$

où  $\mathbf{x} = (\mathbf{r}, z)$ ,  $\mathbf{x}_0 = (\mathbf{r}_0, z_0)$  sont les points de réception et d'émission,  $u_n(\mathbf{r}, z)$  sont les fonctions propres normalisées du problème aux limites pour l'équation:

$$(36) \quad \frac{d^2}{dz^2} u_n(\mathbf{r}, z) + \frac{\omega^2}{c^2(\mathbf{x})} u_n(\mathbf{r}, z) = \kappa_n^2(\mathbf{r}) u_n(\mathbf{r}, z) ,$$

$$(37) \quad \int u_n(\mathbf{r}, z) u_m(\mathbf{r}, z) dz = \delta_{nm} ,$$

avec  $\kappa_n(\mathbf{r})$  les valeurs propres de ce problème.

Nous appliquons la méthode dite "modes en vertical - rayons en horizontal" pour retrouver les fonctions  $g_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}_o)$ . Conformément à celle-ci, nous avons pour chaque mode un rayon horizontal qui est régi par l'équation:

$$(38) \quad \frac{d}{dl} \kappa_n(\mathbf{r}) \frac{d}{dl} \mathbf{r}_n(l) = \nabla_{\mathbf{r}} \kappa_n(\mathbf{r}) , \quad \mathbf{r}_n(0) = \mathbf{r}_o , \quad d\mathbf{r}_n(0)/dl = \mathbf{e}_o = \{ \cos\varphi_o, \sin\varphi_o \} ,$$

où  $l$  est le paramètre du rayon. Notons  $\delta$  la coordonnée normale le long du rayon. Il est possible de présenter les fonctions  $g_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}_o)$  sous la forme:

$$(39) \quad g_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}_o) = \exp\{ i \int_{\mathbf{r}_o}^{\mathbf{r}} \kappa_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \} V_n(l, \delta) ,$$

où  $V_n(l, \delta)$  est régi par l'équation parabolique:

$$(40) \quad 2i\kappa_n(\mathbf{r}) \frac{\partial V_n(l, \delta)}{\partial l} + \frac{\partial^2 V_n(l, \delta)}{\partial \delta^2} - \kappa_n(l) \delta^2 V_n(l, \delta) = 0 ,$$

avec

$$(41) \quad \kappa_n(l) = 2(\partial \kappa_n(\mathbf{r}))^2 - \kappa_n(\mathbf{r}) \partial^2 \kappa_n(\mathbf{r}) , \quad \partial = \partial / \partial \delta .$$

Notons  $V_{n0}(l, \delta)$  et  $V_{nL}(l, \delta)$  les solutions de l'équation (40)-(41) qui ont les valeurs initiales

$$V_{n0}(0, \delta) = \delta(\delta) , \quad V_{nL}(L, \delta) = \delta(\delta)$$

(l'équation pour  $V_{nL}$  se différencie de celle pour  $V_{n0}$  par le signe du premier terme). Les fonctions  $V_{n0}(l, \delta)$  et  $V_{nL}(l, \delta)$  sont alors soumises à la loi de conservation:

$$(42) \quad \int V_{n0}(l, \delta) V_{nL}(l, \delta) d\delta = V_{n0}(L, 0) = V_{nL}(0, 0) .$$

Par conséquent,

$$(43) \quad \int g_n(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) g_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}_o) d\delta = \kappa_n^{-1}(\mathbf{r}) g_n(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) .$$

Calculons maintenant, en tenant compte de ces éléments, la dérivée:

$$(44) \quad \partial G(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_o, \omega) / \partial C_\alpha = \int 2\omega^2 G(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}) c^{-3}(\mathbf{x}) \varphi_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{x}_o) d^3\mathbf{x} .$$

En utilisant dans (44) la formule (35) pour la fonction de Green, nous obtenons:

$$(45) \quad \partial G(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_o, \omega) / \partial C_\alpha = 2\omega^2 \int \sum_{m,n} g_n(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) u_n(\mathbf{r}_1, z_1) u_n(\mathbf{r}, z) c^{-3}(\mathbf{x}) \varphi_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{r}_o) \cdot u_m(\mathbf{r}, z) u_m(\mathbf{r}_o, z_o) d^2\mathbf{r} dz .$$

Comme l'échelle horizontale de variabilité des fonctions  $\varphi_\alpha(\mathbf{x})$  est supérieure

aux distances cycliques, l'intégration par rapport à  $l$  élimine les termes avec  $n \neq m$  à cause des interférences. En appliquant (43) pour effectuer l'intégration par rapport à  $\delta$ , nous aboutissons à:

$$(46) \quad \frac{\partial G(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_0, \omega)}{\partial C_\alpha} = 2\omega^2 \sum_n g_n(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0) u_n(\mathbf{r}_1, z_1) u_n(\mathbf{r}_0, z_0) \int \frac{u_n^2(\mathbf{r}, z)}{\kappa_n(\mathbf{r})} \frac{\varphi_\alpha}{c^3(\mathbf{x})} dl dz .$$

Sous l'approximation de WKB, les fonctions  $u_n(\mathbf{r}, z)$  sont de la forme:

$$(47) \quad u_n(\mathbf{r}, z) = 2 \frac{\sqrt{\kappa_n(\mathbf{r})}}{D_n(\mathbf{r})} \frac{\cos\left\{\int^z \sqrt{\kappa^2(\mathbf{r}, z') - \kappa_n^2(\mathbf{r})} dz' + \varphi_n\right\}}{4\sqrt{\kappa^2(\mathbf{r}, z) - \kappa_n^2(\mathbf{r})}} ,$$

où  $D_n(\mathbf{r})$  est la distance cyclique:

$$(48) \quad D_n(\mathbf{r}) = 2 \int \kappa_n(\mathbf{r}) (\kappa^2(\mathbf{r}, z) - \kappa_n^2(\mathbf{r}))^{1/2} d\mathbf{r} .$$

En supprimant les termes d'oscillations rapides dans la formule pour  $u_n^2(\mathbf{r}, z)$ , nous obtenons:

$$\iint \frac{u_n^2(\mathbf{r}, z)}{\kappa_n(\mathbf{r})} \frac{\varphi_\alpha}{c^3(\mathbf{x})} dl dz = 2 \iint \frac{\varphi_\alpha dl dz}{c^3(\mathbf{x}) D_n(\mathbf{r}) \sqrt{\kappa^2(\mathbf{r}, z) - \kappa_n^2(\mathbf{r})}} = \frac{2}{\omega} \int_{Z_n} \frac{\varphi_\alpha(\mathbf{x}) ds_n}{c^2(\mathbf{x})} ,$$

où nous notons  $Z_n$  le rayon de Brillouin du mode d'indice  $n$ , et  $ds_n$  la différentielle du paramètre de ce rayon. Le facteur 2 intervient parce qu'il y a deux rayons de Brillouin par mode. Finalement, nous obtenons l'expression de la dérivée de la fonction de Green:

$$(49) \quad \frac{\partial G(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_0, \omega)}{\partial C_\alpha} = i\omega \sum_n g_n(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0) u_n(\mathbf{r}_1, z_1) u_n(\mathbf{r}_0, z_0) \int_{Z_n} \frac{\varphi_\alpha(\mathbf{x}) ds_n}{c^2(\mathbf{x})} .$$

Notons que nous aurions obtenu le même résultat si nous avions pris la dérivée des phases des modes par rapport à  $C_\alpha$ :

$$\frac{\partial}{\partial C_\alpha} \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}_1} \kappa_n(\mathbf{r}) dl = -\omega \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}_1} \frac{\varphi_\alpha(\mathbf{x}) ds_n}{c^2(\mathbf{x})} .$$

Nous avons donc démontré que l'apport le plus important à la dérivée de la fonction de Green par rapport à  $C_\alpha$  pour la tomographie des inhomogénéités de grande échelle provient de la structure de phase, ou temporelle - dans le cas des signaux impulsionnels -, des modes adiabatiques, et non pas de l'amplitude. Pour la tomographie acoustique de telles inhomogénéités, il est donc suffisant de mesurer uniquement les retards des modes pour résoudre sur cette base le problème de reconstitution du champ de célérité, car on ne perd pas alors d'information importante.

Cherchons maintenant l'expression de la matrice d'information de Fisher pour ce problème dans le cas des signaux déterministes et gaussiens. En utilisant (49) dans (20), nous aboutissons à la formule:

$$(50) \quad I_{\alpha\beta} = \sum_{\omega>0} \sum_{s,r} \sum_{i,j} \sum_{n,m} \mathbb{K}_N^{-1}(s,r;\omega) G_n(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i, \omega) G_m^*(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_j, \omega) \omega^2 \cdot \\ \cdot S_i(\omega) S_j^*(\omega) \int_{Z_n} \frac{\varphi_\alpha(\mathbf{x}) ds}{c^2(\mathbf{x})} \int_{Z_m} \frac{\varphi_\beta(\mathbf{x}) ds}{c^2(\mathbf{x})},$$

où  $G_n(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i, \omega) = g_n(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_i, \omega) \cdot u_n(\mathbf{r}_s, z_s, \omega) \cdot u_n(\mathbf{r}_i, z_i, \omega)$ .

Supposons la bande du signal suffisamment large, c'est-à-dire telle que les modes peuvent être séparés temporellement, mais en même temps assez étroite pour pouvoir négliger la dépendance des rayons de Brillouin en fonction de la fréquence. Dans ce cas, la matrice d'information devient:

$$(51) \quad I_{\alpha\beta} = \sum_n i_n \int_{Z_n} \frac{\varphi_\alpha(\mathbf{x}) ds}{c^2(\mathbf{x})} \int_{Z_m} \frac{\varphi_\beta(\mathbf{x}) ds}{c^2(\mathbf{x})},$$

où  $i_n = \sum_{\omega>0} \sum_{s,r} \sum_{i,j} \sum_{n,m} \mathbb{K}_N^{-1}(s,r;\omega) G_n(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i, \omega) G_m^*(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_j, \omega) \omega^2 S_i(\omega) S_j^*(\omega)$ . Les valeurs  $i_n$  représentent les coefficients d'information de Fisher pour les évaluations des retards de modes.

Dans le cas du signal stationnaire gaussien, nous utilisons (49) et nous aboutissons, avec hypothèses ci-dessus, à la formule:

$$(52) \quad I_{\alpha\beta} = \sum_{\omega>0} \sum_{n,m} R_n(\omega) R_m(\omega) \omega^2 \left[ \int_{Z_n} \frac{\varphi_\alpha(\mathbf{x}) ds}{c^2(\mathbf{x})} \int_{Z_m} \frac{\varphi_\alpha(\mathbf{x}) ds}{c^2(\mathbf{x})} \right] \cdot \\ \cdot \left[ \int_{Z_n} \frac{\varphi_\beta(\mathbf{x}) ds}{c^2(\mathbf{x})} \int_{Z_m} \frac{\varphi_\beta(\mathbf{x}) ds}{c^2(\mathbf{x})} \right],$$

où

$$(53) \quad R_n(\omega) = \sum_{s,r} \sum_{i,j} \mathbb{K}_N^{-1}(s,r;\omega) G_n(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_i, \omega) G_n^*(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_j, \omega) \kappa_j(\omega)$$

est le rapport signal/bruit du mode d'indice  $n$  et

$$(54) \quad \sum_{\omega>0} R_n(\omega) R_m(\omega) \omega^2 = i_{nm}$$

est le coefficient d'information de Fisher pour l'évaluation du retard du signal apporté par le mode d'indice  $m$ , par rapport à celui d'indice  $n$ .

### 4.3. Inhomogénéités de petite échelle: tomographie par l'interférence

Dans les cas des inhomogénéités pour lesquelles l'échelle caractéristique des fonctions  $\varphi_\alpha(\mathbf{x})$  est inférieure aux rayons des zones de Fresnel des familles de rayons qui les concernent, le noyau  $I(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  est lié, comme nous l'avons déjà noté, à la corrélation spatiale et fréquentielle des champs diffusés par les inhomogénéités dans les voisinages des points  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x}'$ . Ce facteur est en effet la fonction d'incertitude de l'évaluation des coordonnées d'un diffuseur, au facteur

$\omega^4$  près, ce qui ne joue pas pour les signaux de bande étroite. En présence de trajets multiples, cette corrélation possède un maximum aigu quand  $\mathbf{x} = \mathbf{x}'$ . L'ambiguïté de ce maximum est déterminée par la quantité de rayons. Effectivement, plus la structure d'interférence au point de réception est complexe, plus elle est sensible aux variations de la position du diffuseur.

Au voisinage de ce maximum, on peut approcher le noyau  $I(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  à l'aide d'une gaussienne:

$$(55) \quad I(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \cong I(\mathbf{x}, \mathbf{x}) \exp\{-0,5 \langle \mathbb{D}^{-1}(\mathbf{x})(\mathbf{x}-\mathbf{x}'), (\mathbf{x}-\mathbf{x}') \rangle\},$$

avec la matrice  $\mathbb{D}^{-1}(\mathbf{x})$  donnée par:

$$(56) \quad \mathbb{D}^{-1}(\mathbf{x}) = \left. \frac{\partial^2 \ln I(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}'} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}'}$$

Cette matrice coïncide avec celle de covariance des évaluations du maximum de vraisemblance pour les coordonnées d'un diffuseur. Dans notre cas, la matrice  $\mathbb{D}(\mathbf{x})$  détermine la résolution de la reconstitution du champ de célérité. Cette résolution dépend des tailles et des positions des antennes d'émission et d'acquisition, aussi que de la bande du signal émis. Plus les tailles des antennes sont grandes ou la bande large, meilleure est la résolution d'une reconstitution du champ de célérité.

En utilisant l'approximation géométrique pour la fonction de Green, nous écrivons le noyau  $I(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  sous la forme:

$$(57) \quad I(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sum_{\mu} \sum_{\lambda} \sum_{\nu} \sum_{\rho} \frac{\sqrt{F_{\mu}(\mathbf{x}_\rho, \mathbf{x}) F_{\mu}(\mathbf{x}_\rho, \mathbf{x}')}}{\|\mathbf{x}_\rho - \mathbf{x}\| \|\mathbf{x}_\rho - \mathbf{x}'\|} \frac{\exp\{-\beta(\omega_0)(\|\mathbf{x}_\rho - \mathbf{x}\| + \|\mathbf{x}_\rho - \mathbf{x}'\|)\}}{(c_0 + \tilde{c}(\mathbf{x}))^2 (c_0 + \tilde{c}(\mathbf{x}'))^2} \cdot \\ \cdot \sqrt{\rho(\mathbf{e}_{\mu}, \omega_0) \rho(\mathbf{e}_{\lambda}, \omega_0)} B_r(\mathbf{e}_{\mu} - \mathbf{e}_{\lambda}, \omega_0) \frac{\sqrt{F_{\nu}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_\rho) F_{\rho}(\mathbf{x}', \mathbf{x}_\rho)}}{\|\mathbf{x}_\rho - \mathbf{x}\| \|\mathbf{x}_\rho - \mathbf{x}'\|} \cdot \\ \cdot \exp\{-\beta(\omega_0)(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_\rho\| + \|\mathbf{x}' - \mathbf{x}_\rho\|)\} B_r(\mathbf{e}_{\nu} - \mathbf{e}_{\rho}, \omega_0) B_r(\mathbf{e}_{\rho} - \mathbf{e}_{\rho}, \omega_0) \cdot \\ \cdot \sum_{\omega} \omega^4 |S(\omega)|^2 \exp\{i\omega(t_{\mu} + t_{\nu} - t_{\lambda} - t_{\rho})\},$$

avec

- $F_{\mu}$  la divergence du rayon d'indice  $\mu$ ,
- $\|\mathbf{x}_\rho - \mathbf{x}\|$  la distance entre les points  $\mathbf{x}_\rho$  et  $\mathbf{x}$ ,
- $\beta(\omega_0)$  le coefficient d'amortissement du son dans l'eau.

Si les termes qui correspondent aux rayons réfléchis par la surface ou par le fond de l'océan sont présents dans la formule (29), il faut multiplier les amplitudes de ces rayons par les coefficients de réflexion à la puissance du nombre de réflexions.

La valeur  $\sum_{\omega} \omega^4 |S(\omega)|^2 \exp\{i\omega(t_{\mu} + t_{\nu} - t_{\lambda} - t_{\rho})\} = r^{(4)}(t_{\mu} + t_{\nu} - t_{\lambda} - t_{\rho})$  est la dérivée quatrième de la fonction d'autocorrélation du signal émis. Si celui-ci est de bande suffisamment large, et si tous les rayons peuvent être séparés en temps, la

formule pour  $I(\mathbf{x}, \mathbf{x})$  se simplifie car la fonction d'autocorrélation devient nulle quand  $\mu \neq \lambda$  et  $\nu \neq \rho$ :

$$(58) \quad I(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \sum_{\mu} \sum_{\nu} \frac{\rho(\mathbf{e}_{\mu}, \omega_0)}{c^4(\mathbf{x})} \frac{F_{\mu}(\mathbf{x}_r, \mathbf{x})}{\|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}\|^2} \frac{F_{\nu}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_t)}{\|\mathbf{x}_t - \mathbf{x}\|^2} \exp\{-\beta(\omega_0)(\|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}\| + \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_t\|)\} \cdot B_t^2(\mathbf{e}_{\nu} - \mathbf{e}_0, \omega_0) \sum_{\omega} \omega^4 |S(\omega)|^2 .$$

Il vient de la formule (58), que  $I(\mathbf{x}, \mathbf{x})$  est proportionnel au produit des intensités des signaux au point  $\mathbf{x}$  tels qu'ils viennent de l'antenne d'émission et d'acquisition. Par conséquent, cette valeur est plus grande dans les zones de convergence et surtout aux voisinages des caustiques, où la précision de reconstitution devient donc meilleure. Dans les zones d'ombre géométrique nous avons  $I(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 0$  et la reconstitution de la célérité est impossible. Pour pouvoir faire une reconstitution plus ou moins homogène, il serait indispensable de posséder plusieurs antennes d'émission et d'acquisition placées de manière à assurer l'insonification totale du guide d'ondes.

## 5. RÉOLUTION D'UNE RECONSTITUTION TOMOGRAPHIQUE

Cherchons la formule pour  $\mathbb{D}^{-1}(\mathbf{x})$ . Nous prenons la dérivée de (28), en tenant compte que sous l'approximation géométrique, le gradient de la phase est beaucoup plus grand que celui de l'amplitude. Le gradient du retard est:

$$\nabla t_{\mu}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = \mathbf{e}_{\mu}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) / c(\mathbf{x}) ,$$

le gradient du vecteur unité du rayon calculé au centre de phase de l'antenne est:

$$\frac{\nabla \mathbf{e}_{\mu}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)}{c(\mathbf{x}_0)} = (-1)^{n(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)} \frac{A_{\mu}^2(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) r c_{\mu}}{c(\mathbf{x}) c(\mathbf{x}_0)} |\mathbf{n}_{\mu}\rangle \langle \mathbf{n}_{\mu}| + \frac{|\mathbf{b}\rangle \langle \mathbf{b}|}{c_{\mu} r} .$$

avec

- $n(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$  le nombre de fois où le rayon touche une caustique,
- $|\mathbf{n}_{\mu}\rangle$  le vecteur unité du rayon au point  $\mathbf{x}$ ,
- $c_{\mu}$  la célérité au point tournant du rayon,
- $|\mathbf{b}\rangle$  le vecteur de la binormale,
- $r$  la distance horizontale entre les points  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x}_0$ .

En utilisant ces formules et en tenant compte de la largeur de bande du signal émis, c'est-à-dire de la possibilité de séparer en temps les rayons, nous obtenons la formule pour la matrice  $\mathbb{D}^{-1}(\mathbf{x})$ :

$$(59) \quad \mathbb{D}^{-1}(\mathbf{x}) = \Gamma^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) \frac{\omega^2}{c^6(\mathbf{x})} \sum_{\mu} \sum_{\nu} \rho(\mathbf{e}_{\mu}, \omega_0) \frac{F_{\mu}(\mathbf{x}_r, \mathbf{x})}{\|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}\|^2} \frac{F_{\nu}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_t)}{\|\mathbf{x}_t - \mathbf{x}\|^2} \cdot \exp\{-2\beta(\omega_0)(\|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}\| + \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_t\|)\} \left\{ B_t^2(\mathbf{e}_{\nu} - \mathbf{e}_0, \omega_0) \sum_{\omega} \omega^4 |S(\omega)|^2 [ |\mathbf{e}_{\mu} + \mathbf{e}_{\nu}\rangle \langle \mathbf{e}_{\mu} + \mathbf{e}_{\nu}| + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{c_{\mu}^2 F_{\mu}^2(\mathbf{x}_r, \mathbf{x})}{\|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}\|^2} \exp\{-4\beta(\omega_0)\|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}\|\} |n_{\mu}\rangle \langle n_{\mu}| \frac{\langle n_{\mu}, \partial_v^2 B_r^2(0) n_{\mu} \rangle}{\omega^2} + \frac{|b\rangle \langle b|}{c_{\mu}^2 \|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}\|^2} \frac{\langle b \partial_b^2 B_r^2(0) b \rangle}{\omega^2} \Big] + \\
& + \left[ \frac{c_{\nu}^2 F_{\nu}^2(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)}{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}\|^2} \exp\{-4\beta(\omega_0)\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|\} |n_{\nu}\rangle \langle n_{\nu}| \frac{\langle n_{\nu}, \partial_v^2 B_i^2(\mathbf{e}_{\nu} - \mathbf{e}_0) n_{\nu} \rangle}{\omega^2} + \right. \\
& \left. + \frac{|b\rangle \langle b|}{c_{\nu}^2 \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|^2} \frac{\langle b \partial_b^2 B_i^2(\mathbf{e}_{\nu} - \mathbf{e}_0) b \rangle}{\omega^2} \right] \sum_{\omega} \omega^4 |S(\omega)|^2,
\end{aligned}$$

avec

- $\partial_v^2$  la dérivée seconde par rapport à la coordonnée verticale,
- $\partial_b^2$  la matrice des dérivées d'ordre deux par rapport aux coordonnées horizontales.

L'analyse de cette formule montre que le premier terme entre les brackets fait intervenir la dérivée des retards des rayons par rapport aux coordonnées du diffuseur. Par conséquent, il caractérise l'importance de l'information contenue dans la structure temporelle pour la reconstitution du champ de célérité. Les autres termes font intervenir la dérivée des angles des rayons aux centres des antennes d'acquisition. Par conséquent, ils caractérisent l'importance de l'information contenue dans la structure angulaire du champ acoustique pour la reconstitution du champ de célérité. Nous concluons, en comparant ces termes, que celui qui correspond à l'information contenue dans les retards ne dépend pas globalement de la distance entre le diffuseur et les antennes d'émission et d'acquisition, tandis que ceux qui correspondent à la structure angulaire décroissent proportionnellement à la distance à la puissance -1. Par conséquent, il est possible de négliger les termes "angulaires" en faveur du terme "temporel", si la distance entre les systèmes d'émission et d'acquisition est suffisamment grande.

En négligeant dans la formule (59) l'information d'origine angulaire nous avons:

$$\mathbb{D}^{-1}(\mathbf{x}) = \frac{\omega^2}{c^2(\mathbf{x})} \frac{\sum_{\mu} \sum_{\nu} \rho(\mathbf{e}_{\mu}, \omega) F_{\mu} F_{\nu} B_i^2(\mathbf{e}_{\nu} - \mathbf{e}_0, \omega) |\mathbf{e}_{\mu} + \mathbf{e}_{\nu}\rangle \langle \mathbf{e}_{\mu} + \mathbf{e}_{\nu}|}{\sum_{\mu} \rho(\mathbf{e}_{\mu}, \omega) F_{\mu} \sum_{\nu} F_{\nu} B_i^2(\mathbf{e}_{\nu} - \mathbf{e}_0, \omega)}.$$

Introduisons les coefficients:

$$P_{\mu} = \frac{\rho(\mathbf{e}_{\mu}, \omega) F_{\mu}}{\sum_{\mu} \rho(\mathbf{e}_{\mu}, \omega) F_{\mu}}, \quad P_{\nu} = \frac{F_{\nu} B_i^2(\mathbf{e}_{\nu} - \mathbf{e}_0, \omega)}{\sum_{\nu} F_{\nu} B_i^2(\mathbf{e}_{\nu} - \mathbf{e}_0, \omega)},$$

alors la formule pour  $\mathbb{D}^{-1}(\mathbf{x})$  devient:

$$(60) \quad \mathbb{D}^{-1}(\mathbf{x}) = \frac{\omega^2}{c^2(\mathbf{x})} \{D_{\mu} + D_{\nu} + |\bar{\mathbf{e}}_{\mu} + \bar{\mathbf{e}}_{\nu}\rangle \langle \bar{\mathbf{e}}_{\mu} + \bar{\mathbf{e}}_{\nu}|\},$$

où  $\bar{\mathbf{e}}_{(\mu)} = \sum_{\mu} p_{\mu} \mathbf{e}_{\mu}$ ,  $\tilde{\mathbf{e}}_{\mu} = \mathbf{e}_{\mu} - \bar{\mathbf{e}}_{(\mu)}$ ,  $D_{\mu} = \sum_{\mu} p_{\mu} |\tilde{\mathbf{e}}_{\mu} \rangle \langle \tilde{\mathbf{e}}_{\mu}|$ , avec des formules analogues pour  $\bar{\mathbf{e}}_{(\nu)}$  et  $D_{\nu}$ . Les vecteurs  $\bar{\mathbf{e}}_{(\mu)}$  et  $\bar{\mathbf{e}}_{(\nu)}$  sont les moyennes des vecteurs unités des rayons,  $D_{\mu}$  et  $D_{\nu}$  sont les matrices des écarts types de ceux-ci. Il vient de (60) que, plus les écarts-types sont grands, plus la matrice  $D^{-1}$  est grande et, par conséquent, plus la résolution de reconstitution est bonne.

Nous obtenons une solution pour la matrice d'information des coefficients  $C_{\alpha}$ , en appliquant l'approximation gaussienne pour le noyau de l'opérateur d'information de Fisher. Choisissons la base la plus simple des fonctions  $\phi_{\alpha}(\mathbf{x})$  qui sont alors les fonctions-indicateurs des cellules rectangulaires. Les coefficients  $C_{\alpha}$  représentent dans ce cas la célérité dans la cellule d'indice  $\alpha$ . La formule (20) prend alors la forme:

$$I_{\alpha\beta} = \int V_{\alpha} \int V_{\beta} \frac{I(\mathbf{x}, \mathbf{x}') d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{x}'}{(c_0 + \bar{c}(\mathbf{x})) (c_0 + \bar{c}(\mathbf{x}'))},$$

avec  $V_{\alpha}$  le volume de la cellule  $\alpha$ .

Si nous choisissons une taille des cellules plus grande que la résolution d'un système de tomographie acoustique donné, nous avons les éléments  $I_{\alpha\beta} = 0$  pour  $\forall \alpha \neq \beta$ , et les éléments diagonaux deviennent:

$$(61) \quad I_{\alpha\alpha} = \int V_{\alpha} \int V_{\beta} \frac{I(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{c^2(\mathbf{x}_{\alpha})} \exp\{-\frac{1}{2} \langle D^{-1}(\mathbf{x})(\mathbf{x}-\mathbf{x}'), (\mathbf{x}-\mathbf{x}') \rangle\} d^3\mathbf{x} d^3(\mathbf{x}-\mathbf{x}') =$$

$$= \frac{I(\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{x}_{\alpha}) V_{\alpha} (2\pi)^{3/2} \sqrt{\det D(\mathbf{x}_{\alpha})}}{c^2(\mathbf{x}_{\alpha})}.$$

Par conséquent, le carré de l'écart type de l'évaluation de la célérité est:

$$(62) \quad \sigma_c(\mathbf{x}_{\alpha}) = \frac{c^2(\mathbf{x}_{\alpha})}{I(\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{x}_{\alpha}) V_{\alpha} (2\pi)^{3/2} \sqrt{\det D(\mathbf{x}_{\alpha})}}.$$

La valeur  $\sqrt{\det D(\mathbf{x}_{\alpha})}$  est égale au volume de l'ellipse de diffusion de l'évaluation des coordonnées d'un diffuseur. Introduisons aussi la valeur:

$$\eta(\mathbf{x}_{\alpha}) = \sqrt{\det D(\mathbf{x}_{\alpha})} / V_{\alpha}.$$

Finalement, la formule pour l'écart type devient:

$$(63) \quad \sigma_c(\mathbf{x}_{\alpha}) = \frac{c(\mathbf{x}_{\alpha})}{V_{\alpha} (2\pi)^{3/4} \sqrt{I(\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{x}_{\alpha}) \cdot \eta(\mathbf{x}_{\alpha})}}.$$

On conclut d'après (63) que plus le rapport signal/bruit  $I(\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{x}_{\alpha})$  est élevé et le volume de cellule  $V_{\alpha}$  grand, plus l'erreur d'évaluation de la célérité est petite.

Outre les maxima principaux, le noyau  $I(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  possède des maxima si les

points  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x}'$  sont aux voisinages des rayons reliant les antennes d'émission et d'acquisition. Effectivement, si  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x}'$  appartiennent à un de ces rayons, nous avons:

$$t(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}) + t(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = t(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}') + t(\mathbf{x}', \mathbf{x}_i) = t(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_i) .$$

Par conséquent, une "crête" de la fonction  $I(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  se forme le long de chaque rayon. Quand les points  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x}'$  s'éloignent d'un de ces rayons, la somme des retards varie d'un écart du second ordre, conformément au principe de Fermat. La largeur d'une "crête" est déterminée par la taille de la zone de Fresnel. Dans notre cas, où la taille d'une cellule est bien inférieure au rayon de la zone de Fresnel, la fonction  $I(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  est constante dans les limites de chaque cellule qui se trouve au voisinage d'un rayon "direct".

En supposant la possibilité de séparer en temps les rayons, l'apport des rayons "directs" dans la matrice d'information de Fisher peut être approché à l'aide de:

$$\tilde{I}_{\alpha\beta} = \sum_{\mu} p_{\mu} g_{\alpha\mu} g_{\beta\mu} ,$$

où  $p_{\mu} = \rho_n(\mathbf{e}_{\mu n}, \omega) \cdot B_1^2(\mathbf{e}_{\mu} \cdot \mathbf{e}_o, \omega) \cdot |S_n(\omega)|^2 \cdot \omega^2$  et

$$g_{\alpha\mu} = c^{-3}(\mathbf{x}_{\alpha}) V_{\alpha} A(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_{\alpha}) A(\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{x}_i) ,$$

si le rayon d'indice  $\mu$  traverse la cellule  $\alpha$ , et  $g_{\alpha\mu} = 0$  si ce n'est pas le cas. La formule pour la matrice d'information peut être écrite comme la somme:

$$I_{\alpha\beta} = I_{s\alpha\beta} + \tilde{I}_{\alpha\beta} .$$

Cette matrice est inversible si la matrice  $I_{s\alpha\beta}$  est diagonale et la matrice  $\tilde{I}_{\alpha\beta}$  est une somme de matrices spéciales. Finalement, nous obtenons la formule pour l'écart type d'évaluation de la célérité dans le point  $\mathbf{x}_{\alpha}$ :

$$\sigma_c(\mathbf{x}_{\alpha}) = \sigma_c^s(\mathbf{x}_{\alpha}) \left( 1 - \sum_{\mu(\mathbf{x}_{\alpha})} \frac{\sigma_c^s(\mathbf{x}_{\alpha})}{\sum_{\gamma \in Z_{\mu}} \sigma_c^s(\mathbf{x}_{\alpha})} \right) .$$

Il vient de cette formule que le deuxième terme entre les parenthèses est petit car il est proportionnel à  $1/N$ , où  $N$  est le nombre de cellules élémentaires traversées par le rayon "direct" d'indice  $\mu$ . Par conséquent, si nous évaluons des perturbations de célérité de petite échelle, l'information apportée par les rayons "directs" est faible par rapport à celle des rayons diffusés.

Si l'on ne s'intéresse qu'à la célérité dans le plan vertical qui contient l'émetteur et le récepteur, et si l'on néglige sa variabilité dans le sens orthogonal, on obtient un problème tomographique à deux dimensions. Dans ce cas, il est plus aisé d'adopter, en tant que cellules élémentaires, des volumes rectangulaires qui ont une taille infinie dans la direction orthogonale au plan vertical. L'utilisation de systèmes d'émission et d'acquisition développés en vertical est alors suffisante pour obtenir une solution. La matrice  $\mathbb{D}^{-1}$  sera à deux dimensions car les éléments concernant la coordonnée  $y$  sont nuls. Cependant, la fonction de Green, elle, dépend de l'éloignement des points de diffusion du plan vertical d'observation. En appliquant l'approximation géométrique de celle-ci, et en tenant compte que les changements de phase le long de chaque trajectoire dépendent du

carré des coordonnées  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{y}'$ , nous obtenons l'écart-type de l'évaluation du champ de célérité:

$$(64) \quad \sigma_c(\mathbf{x}_\alpha) = \frac{c(\mathbf{x}_\alpha)}{4\pi S_\alpha} \sqrt{\frac{\omega (\|\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_r\|^{-1} + \|\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_t\|^{-1}) c^{-1}(\mathbf{x}_\alpha)}{I(\mathbf{x}_\alpha, \mathbf{x}_\alpha) \eta(\mathbf{x}_\alpha)}},$$

où  $S_\alpha$  est la surface de la cellule,  $\eta(\mathbf{x}_\alpha) = \sqrt{\det D(\mathbf{x}_\alpha)} / S_\alpha$  est le rapport de la surface de l'ellipse de dispersion à  $S_\alpha$ .

Dans le cas des signaux gaussiens, la formule pour  $I(\mathbf{x}, \mathbf{x})$  devient:

$$(65) \quad I(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \sum_{\omega > 0} \frac{4\omega^4 \kappa_s^2(\omega)}{c^4(\mathbf{x})} \sum_{\mu} \sum_{\nu} \sum_{\lambda} \frac{F_\mu(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_t) F_\nu(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}) F_\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{x}_t)}{\|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_t\|^2 \|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}\|^2 \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_t\|^2}.$$

$$\cdot \rho(\mathbf{e}_\mu, \omega) \rho(\mathbf{e}_\nu, \omega) \exp\{-2\beta(\omega)(\|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}\| + \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_t\| + \|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_t\|)\} B_t^2(\mathbf{e}_\lambda - \mathbf{e}_\sigma, \omega) B_t^2(\mathbf{e}_\mu - \mathbf{e}_\sigma, \omega).$$

Si nous supposons, que les densités spectrales du signal et du bruit et l'amortissement dans l'eau sont

$$\kappa_s(\omega) = \kappa_s(\omega_0)(\omega/\omega_0)^2, \quad \kappa_N(\omega) = \kappa_N(\omega_0)(\omega/\omega_0)^2, \quad \beta(\omega) = \beta(\omega_0)(\omega/\omega_0)^{3/2},$$

où  $\omega_0 = 2\pi \cdot 1 \text{ kHz}$ , alors, en remplaçant la sommation dans (65) par l'intégrale, on obtient:

$$(66) \quad I(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \frac{T \omega_0^5}{2\pi c^4(\mathbf{x})} \frac{\frac{2}{3}\Gamma(10/3)}{(4\beta(\omega_0)\|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_t\|)^{13/3}} \sum_{\nu} \frac{F_\nu(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}) \rho(\mathbf{e}_\nu, \omega_0)}{\|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}\|^2} \cdot \sum_{\lambda} \frac{F_\lambda(\mathbf{x}, \mathbf{x}_t) B_t^2(\mathbf{e}_\lambda - \mathbf{e}_\sigma, \omega_0)}{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_t\|^2} \sum_{\mu} \frac{F_\mu(\mathbf{x}, \mathbf{x}_t) B_t^2(\mathbf{e}_\mu - \mathbf{e}_\sigma, \omega_0)}{\|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_t\|^2},$$

avec  $\Gamma(z)$  la fonction gamma,  $T$  le temps d'acquisition,  $\rho(\mathbf{e}_\nu, \omega_0)$  le coefficient de résistance au bruit de l'antenne d'acquisition rapporté à la densité spectrale du bruit sur un capteur.

De la même manière, nous obtenons pour la matrice  $\mathbb{D}^{-1}(\mathbf{x})$ :

$$(67) \quad \mathbb{D}^{-1}(\mathbf{x}) = \frac{\omega^2}{c^2(\mathbf{x})} \frac{\Gamma(14/3)}{\Gamma(10/3)(4\beta(\omega_0)\|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_t\|)^{4/3}} \{D_\mu + D_\nu + |\bar{g}_\mu + \bar{g}_\nu\rangle\langle\bar{g}_\mu + \bar{g}_\nu|\}.$$

Cette formule se différencie de celle pour un signal déterministe par le facteur  $\Gamma(14/3)/\Gamma(10/3)(4\beta(\omega_0)\|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_t\|)^{4/3}$  qui dépend de la bande du signal.

## 6. MODÉLISATION NUMÉRIQUE

Un code de modélisation de la fonction de Green et de  $I(\mathbf{x}, \mathbf{x})$ ,  $\mathbb{D}^{-1}(\mathbf{x})$  et

$\sigma_c(\mathbf{x})$ , conformément aux formules (58), (60), (66), (67) et (63) a été mis au jour pour évaluer numériquement la précision et la résolution de reconstitution de la célérité dans les cas des signaux déterministes et gaussiens. Pour la modélisation, le profil de base est choisi comme caractéristique des régions tropicales de l'océan, avec un axe de chenal près de l'immersion 1 km. L'immersion du fond est 5,2 km. Les systèmes d'émission et d'acquisition sont des chaînes verticales de 5 m, la fréquence est 3 kHz, la pression acoustique sur l'axe de l'antenne d'émission est  $10^5 \text{ Pa}$  à 1 m. La durée d'émissions des signaux déterministes et le temps d'accumulation est  $T = 10 \text{ s}$ . La densité spectrale du signal à la fréquence 1 kHz est  $10 \text{ Pa/Hz}^{1/2}$ . Comme modèle du bruit, nous utilisons celui du bruit de surface pour une célérité du vent de 5 m/s.

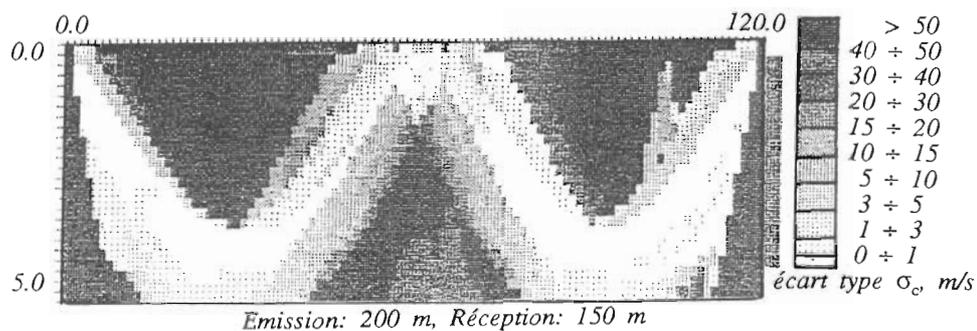


Figure 1. Ecart-types de l'évaluation de la célérité, avec utilisation de signaux déterministes.

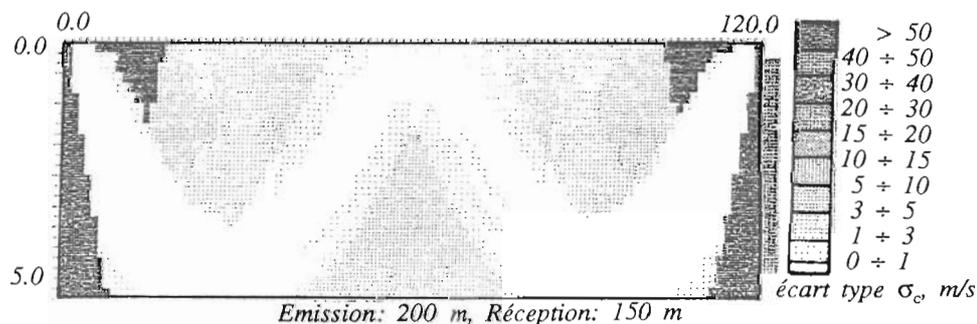


Figure 2. Ecart-types de l'évaluation de la célérité, avec utilisation de signaux gaussiens.

Les figures 1 à 7 présentent les résultats des modélisations. Les figures 1 et 2 montrent les écarts types de l'évaluation quand une antenne d'acquisition est installée à l'immersion 150 m et une antenne d'émission se trouve à l'immersion

200 m à la distance 120 km - dans la deuxième zone de convergence. La figure 1 correspond au signal déterministe et la figure 2 au signal gaussien. Le champ acoustique possède une structure d'interférence bien affirmée. La célérité le long d'une famille de rayons qui relie les antennes d'émission et d'acquisition est bien reconstituée:  $\sigma_c \sim 1 \pm 10$  m/s et même  $\sigma_c < 1$  m/s. Hors de telles familles de rayons, les erreurs sont très importantes et le champ de célérité ne peut pas être reconstitué. Les figure 3 et 4 présentent les axes des ellipses de dispersion, c'est-à-dire les valeurs propres de la matrice  $D(\mathbf{x})^{1/2}$ .

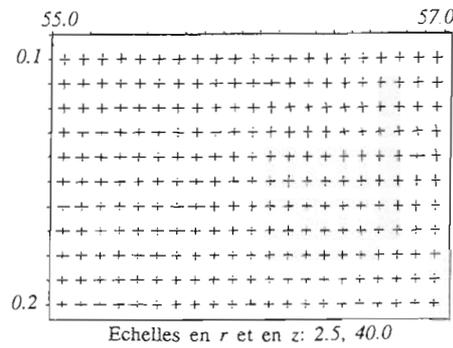


Figure 3.  
Axes des ellipses de dispersion  
(cas des signaux déterministes).

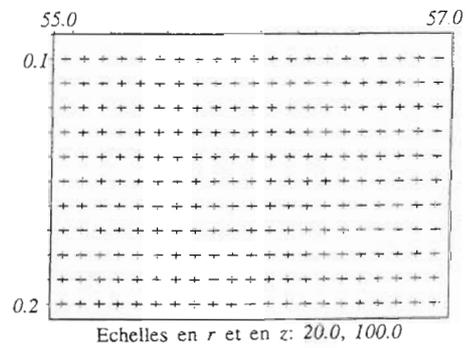


Figure 4.  
Axes des ellipses de dispersion  
(cas des signaux gaussiens).

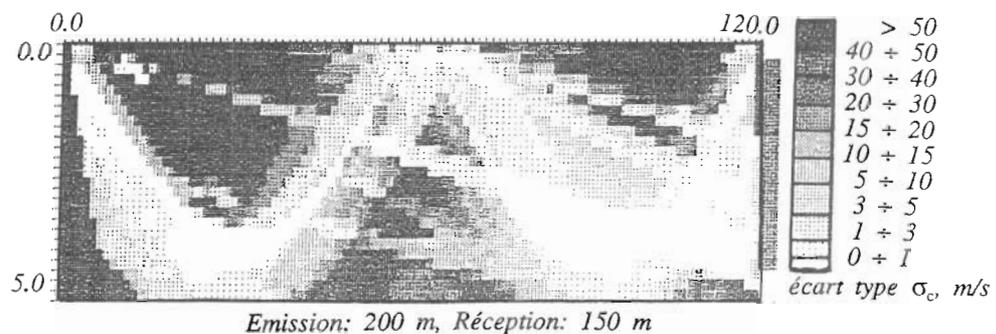


Figure 5. Ecarts-types de l'évaluation de la célérité, avec utilisation de signaux déterministes et de deux antennes en émission et en acquisition (l'écart pour chaque paire est de 10 km en distance).

La figure 3 porte sur le modèle déterministe et la figure 4 correspond au modèle gaussien. La taille des ellipses est de plusieurs mètres en distance et de plusieurs dizaines de centimètres en immersion. Par conséquent, environ  $10^4$  valeurs indépendantes de l'estimation du champ de célérité correspondent à la taille de cellule 100 m en horizontal et 10 m en vertical. Les figures 1 et 2

montrent que pour pouvoir reconstituer le champ de célérité avec une certaine homogénéité dans une région explorée, il faut installer plusieurs antennes. La figure 5 montre les écarts types des évaluations de la célérité quand deux antennes en émission et en acquisition sont utilisées et placées aux mêmes immersions que dans l'exemple précédent, mais espacées l'une de l'autre de 10 km. On note alors que la précision de reconstitution de la célérité dans la deuxième zone d'ombre géométrique est sensiblement améliorée. Un résultat encore meilleur est obtenu dans le cas où l'on utilise quatre antennes en émission et en réception.

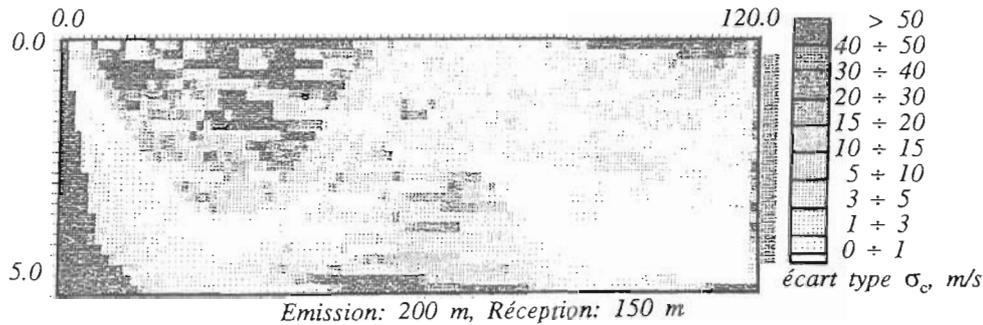


Figure 6. *Écarts-types de l'évaluation de la célérité, avec utilisation de signaux déterministes et de quatre antennes en émission et en acquisition (avec un écart horizontal de 3 km en distance).*

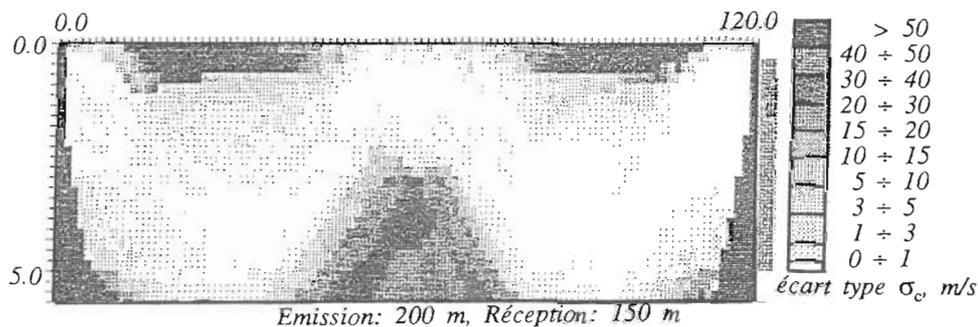


Figure 7. *Écarts-types de l'évaluation de la célérité, avec utilisation de signaux déterministes et de quatre antennes en émission et en acquisition, réparties en vertical.*

La figure 6 présente l'écart type de l'évaluation du champ de célérité dans le cas où l'on utilise quatre antennes avec un écart de 3 km en horizontal. On note alors que la qualité de reconstitution dans la deuxième zone d'ombre géométrique

---

s'améliore, par contre elle n'est pas encore satisfaisante dans la première zone. Il est possible d'avoir une reconstitution encore plus homogène si l'on répartit les antennes en immersion. La figure 7 présente le résultat de la modélisation dans le cas où quatre antennes d'émission et d'acquisition sont réparties aux immersions 10 m, 400 m, 900 m, 1200 m. On note que cette configuration donne des résultats bien meilleurs pour la première et pour la deuxième zone d'ombre géométrique.

## CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons développé l'approche généralisée statistique de la TAO et établi son rapport avec les techniques tomographiques classiques. Les résultats permettent d'évaluer la précision et la résolution potentielle d'un système tomographique donné. Cette approche peut être appliquée à divers problèmes tomographiques analogues de géophysique ou de médecine. Les développements théoriques présentés dans l'article peuvent servir de fondement en élaboration de systèmes de tomographie.

- 
1. W.Munk, C.Wunsch, *Ocean acoustic tomography: a scheme for large scale monitoring*, *Deep-sea Res.*, 1975, v.26A, n°2, pp.123-161.
  2. A.Tolstoy, O.Diachok, L.N.Frazer, *Acoustic tomography via matched field processing*, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1991, v.89, pp.1119-1127.
  3. A.Tolstoy, *Linearization of the matched field processing approach to ocean acoustic tomography*, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1992, v.91, pp.781-786.
  4. V.V.Goncharov, V.N.Kurtepov, *Acquis et problèmes de la tomographie acoustique de l'océan*, in: L.M.Brekhovskikh and I.B.Andreeva (eds.), "Ondes acoustiques dans l'océan", Naouka Editions, Moscou, 1987, pp.15-24.
  5. V.Goncharov, A.Voronovich, *An experiment on matched field acoustic tomography with continuous wave signals in the Norway Sea*, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1993, v.93, pp.1873-1881.
  6. W.S.Burdic, "Underwater Acoustic System Analysis", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1984.
  7. A.D.Whalen, "Detection of Signals in Noise", Academic Press, Inc., New York, 1971.
  8. H.L.Van Trees, "Detection, Estimation and Modulation Theory", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1968.
  9. H.Cramer, "Mathematical Method of Statistics", Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1958.

## SOLUTION DES PROBLÈMES INVERSES POUR UNE SOURCE ACOUSTIQUE DANS L'OcéAN

Borodin V.V.

Institut d'acoustique Andreev, Moscou

*RÉSUMÉ* - Cet article analyse l'un des problèmes inverses de l'acoustique de l'océan, celui de l'évaluation des paramètres d'une source acoustique dans un guide d'ondes océanique à partir des mesures de son champ dans un domaine d'espace et de temps. On présente quelques méthodes d'évaluation courantes et leurs modifications. La plupart des méthodes utilisent des évaluations des paramètres de phase et d'amplitude du champ de source obtenues dans un point du guide d'ondes par un traitement d'antenne. Le problème a été étudié depuis assez longtemps, mais subsistent toujours quelques questions importantes sur l'algorithme de solution en basse fréquence, où l'approximation géométrique n'est plus justifiée. Afin de franchir ces difficultés, il sera nécessaire d'élaborer un algorithme qui ait comme données le champ même (la fonction de Green du guide d'ondes) au lieu des évaluations de paramètres de phase et d'amplitude. Dans cet article on présente une formalisation statistique rigoureuse du problème et on propose un algorithme optimisé pour que les évaluations obtenues par cet algorithme soient efficaces, c'est-à-dire qu'elles aient une dispersion minimale, ou bien qu'elles soient au moins asymptotiquement efficaces.

### INTRODUCTION

Cet article analyse l'un des problèmes inverses de l'acoustique de l'océan, celui de l'évaluation des paramètres d'une source acoustique dans un guide d'ondes océanique à partir des mesures de son champ dans un domaine d'espace et sur un intervalle de temps. Les paramètres qui caractérisent la source ponctuelle (mono-pole) sont, d'une part, ses coordonnées, d'autre part, soit le signal émis, soit ses caractéristiques statistiques. Comme le champ mesuré dépend linéairement du signal émis, les algorithmes de l'évaluation de celui-ci sont assez simples. Au contraire, les coordonnées de la source entrant dans les caractéristiques du champ d'une manière assez complexe et non linéaire, les algorithmes d'évaluation de celles-ci sont assez sophistiqués. L'évaluation des coordonnées est donc le problème inverse le plus délicat.

Dans un milieu homogène, on peut retrouver les coordonnées de la source à l'aide de deux antennes présentant un lobe étroit. Ces antennes mesurent les angles d'arrivée des rayons provenant de la source et, à partir de la différence des angles et de leur disposition, déterminent la courbure du front de l'onde sphérique, et par conséquent les coordonnées de la source. Cette méthode de recherche des coordonnées s'appelle triangulation. On peut se passer des mesures directes des angles si on mesure les retards du signal en trois points distincts. Dans ce cas, l'estimation de la position de la source est le croisement de deux

hyperboles définies par les retards entre le premier et le deuxième récepteur et entre le deuxième et le troisième. Cette méthode d'estimation des coordonnées de la source s'appelle méthode des différences des distances. Les solutions graphiques du problème par ces méthodes sont présentées sur la figure 1. Le point commun pour ces deux méthodes est d'avoir entre les récepteurs des distances compatibles avec l'éloignement de la source, pour mesurer avec une précision suffisante les différences des angles d'arrivée ou des retards.

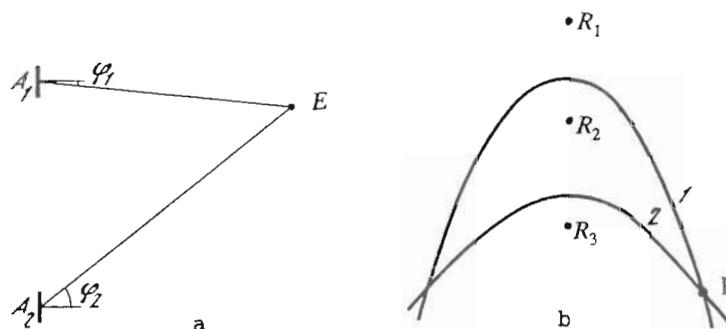


Figure 1. Méthodes d'estimation des coordonnées d'une source sonore.  
*a* - triangulation;  
*b* - méthode des différences des distances;  
 1 - l'hyperbole  $R_1 - R_2 = c\tau_{12}$ ;  
 2 - l'hyperbole  $R_2 - R_3 = c\tau_{23}$ .

Dans le guide d'ondes océanique, la situation change radicalement du fait de la propagation multirayons. Plusieurs rayons ayant des angles et des retards différents arrivent à la plupart des points du guide d'ondes. On a donc la possibilité d'utiliser des méthodes analogues à celles mentionnées ci-dessus en mesurant le champ en un point ou à l'aide d'une antenne. Ces méthodes sont déjà apparues il y a vingt-cinq ans. La méthode la plus simple se présente comme suit. On connaît le profil de célérité dans le guide d'onde (pour simplifier le problème considérons le guide d'ondes comme stratifié, bien que cette supposition ne soit pas nécessaire) et l'immersion de l'antenne qui a un lobe étroit dans le plan vertical. On a la possibilité de mesurer à l'aide de cette antenne les angles d'arrivée de deux rayons provenant de la source. En traçant ensuite les rayons à partir des angles au point de réception, on retrouve leurs intersections. Ces points donnent les positions possibles de la source parce que, si l'on place une source à chacune d'elles, on crée, au point de réception, un champ ayant deux rayons qui présentent des angles égaux aux angles mesurés.

On peut aussi déterminer les coordonnées de la source à partir de deux retards entre trois rayons au point de réception. Pour cela, il faut reconstituer tous les rayons possibles issus du récepteur, puis trouver toutes les intersections pour chaque paire de rayons et choisir parmi elles celles dont la différence des temps de propagation est égale au premier retard mesuré. Ces points forment la ligne de retard constant qui est l'analogie de l'hyperbole pour un milieu isocélère. Ainsi,

ces deux lignes de retard constant correspondent aux retards mesurés. On détermine leurs intersections qui sont les estimations de position de la source.

Ces deux méthodes sont présentées sur la figure 2. La particularité de ces méthodes est que la solution n'est pas unique comme dans le cas isocélère. Deux rayons se croisent de nombreuses fois ainsi que deux lignes de retard constant. Pour s'affranchir de cette difficulté on peut mesurer et utiliser soit l'information temporelle dans le cas de la première méthode, soit l'information angulaire dans le deuxième cas. Alors, la solution devient unique mais en même temps instable. Cela signifie que, pour une source située dans la première zone de convergence, on peut avoir une estimation des coordonnées dans la seconde zone de convergence ou les suivantes, du fait des erreurs de mesure des paramètres de la structure de phase du champ. On a proposé quelques modifications dans les années soixante et soixante-dix après avoir étudié ces méthodes théoriquement et expérimentalement.

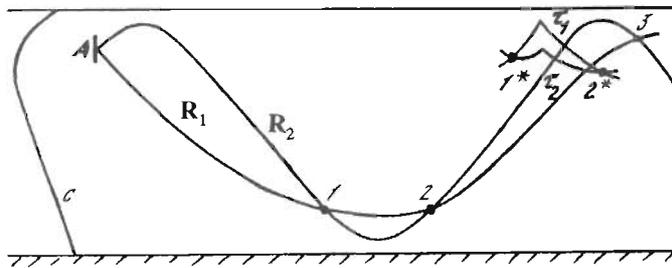


Figure 2. Analogies des méthodes de triangulation et de la méthode des différences des distances dans le guide d'onde océanique;  
 1,2 - estimations de la position de la source;  
 c - profil de célérité;  
 $R_1, R_2$  - deux rayons,  $\tau_1, \tau_2$  - lignes de retard constant.

Pourtant, toutes ces méthodes ont des défauts dûs au fait qu'on mesure le champ acoustique, alors que ce sont des estimations de phase et d'amplitude des rayons du champ qui interviennent dans les algorithmes. C'est pourquoi le problème de l'utilisation optimale des estimations de phase et d'amplitude reste toujours ouvert, et la solution du problème de localisation dans le cas des basses fréquences, où la méthode des rayons n'est plus justifiée, reste à trouver. Pour s'affranchir de ces contraintes on doit élaborer un algorithme qui utiliserait directement le champ de la source - la fonction de Green du guide d'onde - au lieu des estimations de l'amplitude et de phase du champ.

De plus, comme on perçoit toujours le champ d'une source avec du bruit, il est nécessaire que l'algorithme d'estimation des coordonnées et des caractéristiques statistiques du signal émis par la source ait certaines propriétés optimales. On peut exiger par exemple que ces estimations soient efficaces (c'est-à-dire qu'el-

les produisent un écart type minimal) ou bien qu'elles soient au moins asymptotiquement efficaces. Pour construire un tel algorithme, il est nécessaire de faire une formalisation statistique rigoureuse du problème.

## 1. FONDEMENTS THÉORIQUES

On suppose que les champs de célérité du son et de densité ainsi que l'état des interfaces sont connus et ne changent pas dans le temps. Le champ acoustique est créé par une source ponctuelle sans directivité qui se trouve au point  $\mathbf{x}_0$  émettant le signal  $f(t)$  et par certaines sources de bruit. Cette sommation du champ de la source et des parasites est mesurée par des capteurs de pression acoustique aux points  $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N$ . On peut écrire ces pressions comme suit:

$$p(\mathbf{x}_s, t) = p_N(\mathbf{x}_s, t) + \mathcal{G}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_0, t) * f(t), \quad s = 1, \dots, N, \quad t \in (0, T),$$

où  $p_N(\mathbf{x}_s, t)$  est la pression acoustique du champ de bruit,  $\mathcal{G}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_0, t)$  est la fonction de Green du guide d'ondes. Nous supposons que  $p_N(\mathbf{x}_s, t)$  est un processus vectoriel stationnaire gaussien de moyenne nulle et de matrice de densités spectrales  $K_N(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega)$ . Nous supposons également que le signal  $f(t)$  est aussi un processus vectoriel stationnaire gaussien de densité spectrale  $\kappa_s(\omega, \mathbf{l})$  avec  $\mathbf{l}$  vecteur de paramètres. On doit donc considérer les coordonnées  $\mathbf{x}_0$  de la source et les paramètres  $\mathbf{l}$  comme les valeurs à estimer. Il peut y avoir un nombre fini de ces paramètres, mais il peut arriver qu'on ne connaisse même pas la forme de la densité spectrale et, dans ce cas, le nombre de paramètres est infini.

L'un des résultats essentiels de la théorie des solutions statistiques [1] est l'affirmation que l'on doit utiliser le rapport de vraisemblance ou bien n'importe quelle fonction monotone de ce rapport, en particulier le logarithme, pour la synthèse d'un algorithme optimal d'estimation des paramètres. La formule relative au logarithme du rapport de vraisemblance, compte tenu de la normalité et de la stationnarité du signal émis par la source et du champ du bruit, est:

$$T(\mathbf{x}, \kappa_s(\mathbf{l})) = \sum_{\omega_n > 0} \left\{ \frac{\kappa_s(\omega, \mathbf{l}) \langle K_N^{-1}(\omega) \mathbf{G}(\omega, \mathbf{X}), \mathbf{p}(\omega) \rangle^2}{I + \rho(\omega; \mathbf{x}, \mathbf{l})} - \ln\{I + \rho(\omega; \mathbf{x}, \mathbf{l})\} \right\},$$

$$\rho(\omega; \mathbf{x}, \mathbf{l}) = \kappa_s(\omega, \mathbf{l}) \langle K_N^{-1}(\omega) \mathbf{G}(\omega, \mathbf{X}), \mathbf{G}(\omega, \mathbf{X}) \rangle, \quad \omega_n = 2\pi n T^{-1}.$$

où la sommation en fréquences  $\omega_n$  est faite avec un pas déterminé par le temps d'observation  $T$ ,  $K_N^{-1}(\omega)$  est la matrice inverse de la matrice des densités spectrales des parasites,  $G(\omega, \mathbf{x})$  est la fonction de Green du guide d'ondes,  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  est le produit scalaire des fonctions déterminées sur l'antenne,  $\mathbf{p}(\omega)$  est le vecteur complexe de la pression mesurée sur l'antenne.

Pour estimer les paramètres, on choisit ici le maximum de vraisemblance pour ses propriétés d'absence de biais et d'efficacité asymptotiques. Cela signifie qu'on doit retrouver le maximum de la statistique  $T(\mathbf{x}, \kappa_s(\mathbf{l}))$  par rapport aux arguments  $(\mathbf{x}, \mathbf{l})$ , et considérer les arguments  $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{l}})$  correspondant au maximum de vraisemblance comme évaluations des paramètres recherchés.

Considérons l'interprétation physique de cet algorithme représentant la solution du problème. Supposons que le bruit ne soit pas corrélé sur les hydrophones

de l'antenne. Alors, une fois mesurée la répartition de la pression acoustique sur l'antenne, on doit considérer les hydrophones comme des émetteurs des signaux reçus mais avec l'inversion du temps. Après cela, on fait un filtrage du champ créé avec la caractéristique spectrale  $[\kappa_s(\omega, l)/(1+\rho(\omega; \mathbf{x}, l))]^{1/2}$ . Après le filtrage, on doit soustraire la grandeur  $\sum_{\omega_n} \ln\{1+\rho(\omega; \mathbf{x}, l)\}$  et trouver le maximum  $\hat{T}(\mathbf{x})$  en

faisant varier les grandeurs possibles des paramètres recherchés. Une fois la statistique  $\hat{T}(\mathbf{x})$  établie pour tous les points du guide d'ondes, on obtient l'estimation des coordonnées de la source à partir de son maximum  $\max_{\mathbf{x}}\{\hat{T}(\mathbf{x})\}$  par  $\hat{\mathbf{x}} = \arg\{\max_{\mathbf{x}}\{\hat{T}(\mathbf{x})\}\}$ , puis on effectue l'estimation des paramètres de la densité spectrale par  $\hat{l} = \arg\{\max_l\{\hat{T}(\hat{\mathbf{x}}, l)\}\}$ .

Dans le cas où le champ du bruit est corrélé, on doit d'abord effectuer le filtrage temporel et spatial de la répartition de la pression acoustique avec la matrice inverse de la matrice de corrélation du bruit, et après ce filtrage procéder comme décrit précédemment. Cette méthode est d'ores et déjà bien connue en optique comme méthode d'inversion du front d'ondes. Dans le milieu isocélère, cette méthode permet de focaliser le champ mesuré par une antenne juste au point où est placée la source, si ce point se trouve dans la première zone de Fresnel de l'antenne. La même convergence a lieu dans un guide d'ondes mais, du fait des trajets multiples de propagation, le champ converge également là où les signaux apportés par des rayons différents s'ajoutent en phase. Cette convergence supplémentaire est possible au-delà de la zone de Fresnel, et les évaluations démontrent que, dans le cas où il y a beaucoup de trajets multiples et où la structure interférentielle du champ est bien développée, la convergence dépasse de beaucoup celle relative à la zone de Fresnel.

Étudions maintenant la qualité de ces évaluations  $\hat{\mathbf{x}}$  et  $\hat{l}$  du maximum de vraisemblance des paramètres. Puisqu'elles dépendent du processus aléatoire vectoriel  $\mathbf{p}(\mathbf{x}, l)$ , elles-mêmes sont aléatoires et leur description statistique complète est faite à l'aide de la densité de probabilité  $F(\hat{\mathbf{x}}, \hat{l} | \mathbf{x}, l)$ . On parlera un peu plus tard du caractère global de la densité de probabilité de l'évaluation des coordonnées. Pour l'instant, nous allons étudier le caractère local de  $F(\hat{\mathbf{x}}, \hat{l} | \mathbf{x}, l)$  au voisinage des valeurs exactes des paramètres.

Comme il a été mentionné précédemment, l'évaluation du maximum de vraisemblance est asymptotiquement (avec  $T\Delta f \rightarrow \infty$ ) non biaisée et efficace. Cela signifie que la matrice de covariance des évaluations tend vers la matrice minimale possible qui, en vertu du théorème de Cramer-Rao, est égale à l'inverse de la matrice d'information de Fisher. Pour notre modèle de signal et de bruit, cette matrice est donnée par la formule

$$I_{ij} = -\frac{1}{2} Sp\{ \partial_i K_{\Sigma} \partial_j K_{\Sigma}^{-1} \},$$

avec  $K_{\Sigma}$  l'opérateur de corrélation du mélange du signal et du bruit,  $\partial_i$  la dérivée partielle par rapport au paramètre d'indice  $i$ ,  $Sp\{\cdot\}$  la trace de l'opérateur. Comme le vecteur des paramètres possède deux parties  $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3\}$  et  $l = \{l_1, \dots, l_M\}$ , on peut distinguer les blocs dans les matrices d'information et de covariance qui sont liés par les règles d'inversion des matrices blocs:

$$I = \begin{bmatrix} I_{\alpha\beta} & I_{\alpha m} \\ I_{n\beta} & I_{nm} \end{bmatrix}, \quad D = \Gamma^{-1} = \begin{bmatrix} D_{\alpha\beta} & D_{\alpha m} \\ D_{n\beta} & D_{nm} \end{bmatrix}, \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3; \quad m = 1, \dots, M.$$

Les blocs sur les diagonales  $D_{\alpha\beta}$  et  $D_{nm}$  déterminent les paramètres de

diffusion (les écarts types et les intercorrélations) des évaluations des coordonnées et des paramètres de la densité spectrale, et les blocs non diagonaux  $D_{\alpha m}$  déterminent la relation statistique (les intercorrélations) des évaluations.

Ecrivons les formulations des blocs de la matrice d'information:

$$I_{\alpha\beta} = \sum_{\omega_n > 0} 2Re \left\{ \frac{\rho(\omega) \kappa_s(\omega, \mathbf{l}) \langle K_N^{-1}(\omega) Q(\omega, \mathbf{x}) \partial_{\alpha} \mathbf{G}(\omega, \mathbf{X}), \partial_{\alpha} \mathbf{G}(\omega, \mathbf{X}) \rangle}{I + \rho(\omega; \mathbf{x}, \mathbf{l})} \right\} +$$

$$+ \frac{\rho(\omega, \mathbf{X}), \partial_{\alpha} \rho(\omega, \mathbf{X})}{(I + \rho(\omega; \mathbf{x}, \mathbf{l}))^2}, \quad Q(\omega, \mathbf{x}) = E - \frac{\kappa_s(\omega, \mathbf{l}) K_N^{-1}(\omega) | \mathbf{G}(\omega, \mathbf{X}) \rangle \langle \mathbf{G}(\omega, \mathbf{X}) |}{\rho(\omega, \mathbf{x})},$$

$$I_{\alpha m} = \frac{\rho(\omega_m, \mathbf{X}) \partial_{\alpha} \rho(\omega_m, \mathbf{X})}{\kappa_s(\omega_m) (I + \rho(\omega_m; \mathbf{x}, \mathbf{l}))^2}, \quad I_{\alpha m} = \delta_{\alpha m} \frac{\rho^2(\omega_m, \mathbf{X})}{\kappa_s^2(\omega_m) (I + \rho(\omega_m; \mathbf{x}, \mathbf{l}))^2}.$$

Les estimations des blocs non diagonaux révèlent qu'ils sont non nuls uniquement dans le cas où la dérivée  $\partial_{\alpha} \rho(\omega, \mathbf{x})$  n'est pas nulle. Cela signifie que, si l'antenne distingue parfaitement tous les éléments de la structure interférentielle du champ de la source ponctuelle (tous les rayons ou tous les modes), il n'y a pas alors de relation statistique entre les évaluations des coordonnées et des paramètres de la densité spectrale. Autrement dit, la précision de l'évaluation des coordonnées ne dépend pas de l'information *a priori* que l'on possède sur la densité spectrale.

## 2. PRÉCISION DE LA SOLUTION STATISTIQUE

Passons à l'examen de la précision de l'évaluation des coordonnées. Considérons le cas où le champ est mesuré sur une ligne verticale équidistante d'hydrophones qui couvre tout le guide d'ondes de la surface au fond. Ecrivons la fonction de Green du guide d'ondes comme sommation des modes propagatifs:

$$G(\omega, r, z) = (2\pi/r)^{1/2} \sum_{\mu=1}^M k_{\mu}^{1/2} \exp\{ik_{\mu}r - \frac{1}{4}\pi i\} u_{\mu}(z) u_{\mu}(z_0),$$

avec  $r$  la distance horizontale,  $k_{\mu}$  les nombres d'ondes des modes,  $u_{\mu}(z)$  les coefficients d'excitation. Ces modes normaux étant orthogonaux, une telle antenne peut les séparer. C'est pour cette raison que les évaluations des paramètres de la densité spectrale sont indépendants des évaluations des coordonnées, et l'évaluation de la distance est indépendante de l'évaluation de l'immersion de la source. L'élément de la matrice d'information de Fisher qui détermine la précision de l'évaluation de distance est:

$$I_{11} = \rho^2(\omega, r, z) \overline{(k_{\mu} - \bar{k}_{\mu})^2},$$

par conséquent, l'écart type de l'évaluation de distance est égal à:

$$\sigma_r \approx 2\lambda / [2\pi\rho(\Delta\chi)^2],$$

où  $\Delta\chi$  est l'angle du mode propagatif d'indice maximale. On peut conclure de cette formule que dans le cas où le rapport signal/bruit  $\rho \approx 1$  et  $\Delta\chi \approx 15^\circ$ , la précision d'évaluation de la distance est égale à quelques longueurs d'onde. Cette précision décroît lorsque l'éloignement de la source augmente et que diminue le rapport signal/bruit. L'écart type de l'évaluation de l'immersion de la source est:

$$\sigma_z = \lambda / (2\pi\rho|\Delta\chi|) .$$

Il est approximativement dix fois plus grand que l'écart type de l'évaluation de la distance.

Considérons maintenant la précision d'évaluation des coordonnées dans le cas où le champ est reçu par une ligne horizontale d'hydrophones, dite antenne linéaire horizontale. Une telle antenne ayant une longueur assez grande, en nombre de longueur d'onde, peut distinguer des groupes de modes si la source n'est pas placée transversalement par rapport à l'antenne. Supposons que l'antenne distingue  $\Lambda$  groupes de modes,  $1 \leq \Lambda \leq M$ . Dans ce cas le rapport signal/bruit est:

$$\rho(\omega, \mathbf{x}) = \frac{N \kappa_s(\omega)}{\kappa_N(\omega)} \frac{\Lambda}{\lambda} \left| \sum_{\mu \in M_\lambda} g_\mu(r, z, z_0, \omega) \right|^2 ,$$

$$\text{avec } g_\mu(r, z, z_0) = (2\pi/rk_\mu)^{1/2} \exp\{ik_\mu r - \frac{1}{4}\pi i\} \mu(z) u_\mu(z_0) .$$

Dans le cas où  $\Lambda < M$ , c'est-à-dire si l'antenne ne distingue pas tous les modes, l'estimation de la distance est statistiquement dépendante de l'estimation de l'immersion. La précision de l'estimation de la distance  $I_{11} = \rho^2(\omega, r, z) \overline{(k_\lambda - \bar{k}_\lambda)^2}$  est alors proportionnelle à l'écart type des nombres d'ondes des groupes distingués et, comme la capacité de séparation des groupes dépend de la disposition de l'antenne par rapport à la source, la précision d'estimation de la distance décroît plus vite que le rapport signal/bruit. Cette décroissance supplémentaire intervient tant que l'antenne ne distingue pas tous les modes. Dans le cas considéré, la précision d'estimation de l'immersion de la source dépasse approximativement de dix fois celle d'estimation de la distance, et la précision d'estimation de l'angle dans le plan horizontal est presque la même que pour l'antenne linéaire horizontale dans le milieu isocélère:

$$\sigma_\varphi = 2\sqrt{3}/(\rho k L \cos\varphi) .$$

Considérons maintenant l'estimation des coordonnées de la source dans le cas des hautes fréquences et des signaux à large bande. Dans ce cas, il est plutôt d'usage [2]-[3] de présenter la fonction de Green sous l'approximation géométrique:

$$G(\mathbf{x}_o, \mathbf{x}, \omega) = \sum_{\mu=1}^M A_\mu(\mathbf{x}_o, \mathbf{x}) \exp\left\{ i\omega t_\mu(\mathbf{x}_o, \mathbf{x}) + i\frac{\omega}{c}(\mathbf{e}_\mu(\mathbf{x}_o, \mathbf{x}), \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_o) \right\} ,$$

où  $M$  est le nombre de rayons joignant la source avec le centre de phase de l'antenne,  $A_\mu$  est l'amplitude du rayon d'indice  $\mu$ ,  $t_\mu$  est le temps de propagation par le rayon  $\mu$ ,  $\mathbf{e}_\mu$  est le vecteur unité déterminant la direction du rayon  $\mu$  au centre de phase de l'antenne. On suppose que l'étendue de l'antenne ne dépasse pas celles des familles de rayons et que tout rayon peut être représenté sur l'antenne comme appartenant à une onde plane.

Pour calculer la matrice d'information de Fisher on doit utiliser les dérivées de la fonction de Green par rapport aux coordonnées de la source. Lorsqu'on calcule le gradient du champ avec l'approximation géométrique, on ne considère pas le gradient de l'amplitude car il est bien plus petit que le gradient de la phase. En conséquence, l'information d'amplitude n'influence pas la précision locale de la solution dans le cas où il y a une structure interférentielle, c'est-à-dire quand il y a plus d'un rayon entre la source et l'antenne. L'écart type angulaire  $\sigma_\varphi$  d'un rayon dans le plan horizontal est presque le même que dans le milieu isocèle:

$$\sigma_\varphi = 2\sqrt{3} / (\rho k L \cos\varphi \overline{\cos^2\chi}) .$$

Les estimations de la distance et de l'immersion de la source sont liées dans le cas général, et l'ellipse de diffusion des estimations est inclinée par rapport à l'horizontale. Cependant cette inclinaison n'est pas considérable et ne dépasse pas l'angle de rasance du rayon le plus incliné arrivant de la source au centre de phase de l'antenne. On obtient dans le cas général une formulation assez compliquée pour la matrice d'information pour les estimations de distance et d'immersion, c'est pourquoi nous donnons ici cette formulation dans le cas particulier où l'antenne peut sélectionner tous les rayons grâce à son étendue verticale:

$$I_{\alpha\beta} = \rho^2 (\omega/c)^2 \Gamma(10) \frac{10}{3} (r/4\epsilon r)^{4/3} \left[ (\mathbf{e}_\mu^\alpha \cdot \mathbf{e}^{-\alpha})(\mathbf{e}_\mu^\beta \cdot \mathbf{e}^{-\beta}) + H^2 f_\mu^\alpha f_\mu^\beta / r^2 \right] ,$$

avec:

- $\mathbf{e}_\mu$  le vecteur unité du rayon  $\mu$  à la source;
- $f_\mu^\alpha \sim (F_\mu/r)n_\mu^\alpha(x)$  où  $F_\mu$  est le facteur de divergence géométrique;
- $r$  la distance entre la source et le centre de phase de l'antenne;
- $n_\mu^\alpha(x)$  est le vecteur unité de la normale du rayon  $\mu$  à la source.

Le premier terme dans les grandes parenthèses est dû à la dérivation des temps de propagation par rapport aux coordonnées de la source et par conséquent détermine l'apport de l'information temporelle dans la précision de localisation. Ce terme dépend de la disposition des points correspondants, mais globalement il ne décroît pas en distance. Le deuxième terme dans les grandes parenthèses est dû à la dérivation des angles d'arrivée des rayons par rapport aux coordonnées de la source et par conséquent détermine l'apport de l'information angulaire dans la précision de localisation. Ce terme est proportionnel au carré du facteur de divergence divisé par le carré de la distance de la source. C'est pourquoi l'on obtient le plus grand apport d'information angulaire dans la précision de la localisation aux voisinages des caustiques, mais cette précision décroît globalement en distance comme  $r^{-2}$  en plus de la décroissance due à la diminution du rapport signal/bruit. La comparaison de ces deux termes démontre que l'information angulaire est nécessaire dans le cas où il n'y a que deux rayons joignant la source et le centre de phase de l'antenne car la matrice d'information déterminée par la structure temporelle est singulière. Par contre, dans le cas où il y a plus de deux rayons ayant des facteurs de divergence de grandeurs comparables, l'apport de l'information temporelle dans la précision de la localisation est de plusieurs dizaines fois plus grand que l'apport de l'information angulaire. Cela est valable aux distances de l'ordre de la première zone de convergence, et cette différence des apports croît encore plus en distance.

### 3. PROBLÈME DES FAUSSES SOLUTIONS

Considérons enfin les problèmes de l'instabilité de la solution et de la probabilité des fausses localisations. A l'heure actuelle, ces problèmes ne sont pas résolus définitivement théoriquement. Cependant on peut évaluer les limites maximales de cette probabilité en utilisant la théorie des valeurs anormales des champs aléatoires. On peut démontrer également que le comportement global de l'estimation du maximum de vraisemblance et de sa densité de probabilité sont déterminées par la fonction d'incertitude que l'on calcule comme suit:

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = \sum_{\omega_n > 0} \kappa_s^2(\omega) |\langle K_N^{-1}(\omega) G(\omega, \mathbf{x}), G(\omega, \mathbf{x}) \rangle|^2$$

où  $\mathbf{x}_0$  représente les coordonnées exactes de la source,  $\mathbf{x}$  est leur estimation au sens du maximum de vraisemblance. Il est commode d'introduire la fonction normalisée d'incertitude

$$N(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = \rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) / \sqrt{\rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}) \rho(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0)},$$

qui atteint un maximum égal à l'unité lorsque  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ . Au voisinage de  $\mathbf{x}_0$  la fonction  $N(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$  peut être approchée comme suit:

$$N(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = \exp\left\{ -\frac{1}{2} \langle J(\mathbf{x}_0)(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0), (\mathbf{x}-\mathbf{x}_0) \rangle \right\}.$$

De cette formule on peut tirer la conclusion que la matrice d'information détermine l'étendue de la zone du maximum principal de la fonction d'incertitude. La probabilité de fausses localisations est alors déterminée par les lobes secondaires de la fonction d'incertitude. Si la fonction d'incertitude possède des lobes secondaires comparables au lobe principal, alors, compte tenu des grandeurs de ces lobes et du rapport signal/bruit, la probabilité d'accepter comme estimation des coordonnées les maximums des lobes secondaires peut être considérable.

La densité de probabilité de l'estimation des coordonnées se comporte de manière semblable. Sous certaines approximations, on peut exprimer le comportement global de la densité de probabilité comme suit:

$$F(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{x}_0) = \sum_{r=1}^R p_r \exp\left\{ -\frac{1}{2} \langle J(\mathbf{x}_r)(\mathbf{x}-\mathbf{x}_r), (\mathbf{x}-\mathbf{x}_r) \rangle \right\} \sqrt{|\det[I(\mathbf{x}_r)/2\pi]|},$$

avec  $\mathbf{x}_r$  les coordonnées du maximum local d'ordre  $r$  de la densité de probabilité,  $I(\mathbf{x}_r)$  la matrice qui décrit la largeur du maximum  $r$  et qui est égale à la matrice d'information de Fisher sous l'approximation d'un signal faible, et  $p_r$  la probabilité de retrouver l'estimation des coordonnées au voisinage du maximum  $r$ . On peut définir la probabilité des fausses solutions dans ce cas comme

$$p_a = \sum_{r=2}^R p_r.$$

Alors, l'évaluation maximale de la probabilité des fausses solutions est

$$p_a \leq 1 - \gamma\left(\frac{1}{2}\rho(x_0)\sqrt{1 - \max_{i \neq 0}\{N(x_i, x_0)\}}, \frac{R-2}{2}\right) / \Gamma\left(\frac{R-2}{2}\right),$$

avec  $\Gamma$  et  $\gamma$  les fonctions gamma complète et incomplète.

#### 4. SIMULATIONS ET ESTIMATIONS NUMÉRIQUES

On présente sur la figure 3 un exemple de modélisation de la fonction d'incertitude dans un chenal profond pour la première et deuxième zone de convergence. La position exacte de la source est  $R_e = 60 \text{ km}$ ,  $Z_e = 0,15 \text{ km}$ . On voit que la fonction d'incertitude a un maximum unité dans la première zone de convergence au point correspondant à la position exacte, mais il y a aussi dans la même zone un autre maximum égal à 0,5. Dans la seconde zone il y a aussi un maximum aigu égal à 0,47. Par conséquent les estimations des coordonnées se regroupent au voisinage de ces trois points. Si l'on reconstruit la densité de probabilité d'évaluation des coordonnées, elle aura trois maximums aigus au même voisinage. La probabilité des fausses solutions dans cet exemple calculé à l'aide de la dernière formule ne dépasse pas 15%.

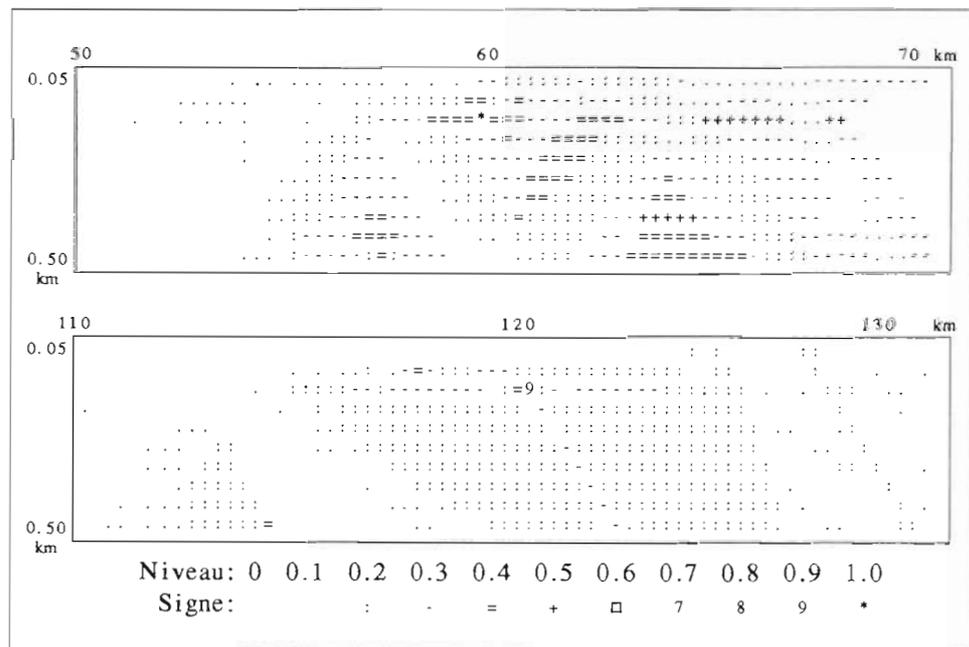


Figure 3. Relief de la fonction d'incertitude ( $R_e = 60 \text{ km}$ ,  $Z_e = 0,15 \text{ km}$ ).

## CONCLUSION

Le mécanisme de création des maximums secondaires et d'apparition d'une forte probabilité de fausses solutions peut s'expliquer ainsi. La fonction d'incertitude décrit quantitativement la ressemblance des champs acoustiques créés en des points différents de l'espace. Comme la localisation est fondée sur un traitement de la structure interférentielle du champ, on peut dire qualitativement que la probabilité des fausses solutions est d'autant plus grande que le guide d'ondes est plus idéal. Dans le guide d'ondes ayant des valeurs propres rigoureusement équidistantes à toutes fréquences, la structure interférentielle est rigoureusement périodique et, dans ce cas, la probabilité des fausses solutions est toujours grande. Lorsque le guide d'ondes est moins parfait et par conséquent la structure interférentielle est différente dans les zones de convergence, alors la probabilité des fausses solutions est plus petite.

Dans cet article nous avons considéré les propriétés statistiques de l'estimation des coordonnées d'une source ponctuelle émettant un signal acoustique aléatoire dans un guide d'onde océanique en présence de bruit. Ces propriétés statistiques sont déterminées par les propriétés statistiques du signal, du bruit et par les propriétés déterministes du guide d'ondes. Par contre, il existe aussi un autre facteur qui détermine les caractéristiques statistiques de l'estimation des coordonnées de la source, c'est l'incertitude *a priori* des paramètres du guide d'ondes ou leur caractère aléatoire. Dans certains cas, ce facteur peut avoir une influence décisive sur le comportement de l'évaluation. C'est dans cette direction qu'il convient de poursuivre les recherches.

- 
1. H.L.Van Trees, "Detection, Estimation and Modulation Theory", Massachusetts Institute of Technology, New York, London, Sydney 1968.
  2. S.M.Flatté (éd.), "Sound Transmission through a Fluctuating Ocean", Cambridge Univ.Press, London, New York, 1979.
  3. I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds.), "Acoustique de l'océan", Nauka Editions, Moscou, 1974.

---

## MODÈLES NUMÉRIQUES DE LA DIFFUSION DU SON PAR DES ORGANISMES MARINS ISOLÉS

Andreeva I.B., Galaktionov M.Iu.

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

*RÉSUMÉ - On présente plusieurs modèles numériques et phénoménologiques avec des résultats des études expérimentales de la diffusion du son par des organismes marins isolés tels que les poissons, les calmars et les crevettes. On considère la gamme des "hautes" fréquences utilisées par les sondeurs de pêche, mais aussi la gamme des "basses" fréquences utilisées éventuellement par des systèmes de surveillance acoustique de l'environnement. L'influence de la structure des tissus du corps est étudiée expérimentalement et évaluée en modélisation. On présente un grand nombre de données expérimentales et d'évaluations numérique.*

### INTRODUCTION

Ce travail porte sur la modélisation numérique des caractéristiques de la diffusion du son par certains organismes marins isolés qui peuplent l'océan. Nous considérons donc la diffusion par un poisson - ou certains autres organismes marins - dans le cas où celui-ci est isolé, et nous exposons les résultats des études expérimentales et théoriques, présentés essentiellement dans [1], sur les caractéristiques de diffusion pour des organismes de trois types:

- poissons avec vessie natatoire;
- poissons sans vessie natatoire, calmars;
- crustacés, comme crevettes (krill).

Nous présentons des modèles numériques simplifiés, fondés sur des données expérimentales et des modèles théoriques. Bien que très simples, ils permettent quand même d'évaluer assez correctement les sections de diffusion et de rétrodiffusion de la plupart des organismes marins, et ils sont justifiés sur de grands intervalles de variation des paramètres, pour des organismes ayant des dimensions à partir de quelques centimètres, jusqu'à un mètre et plus.

Nous considérons dans ce travail un intervalle de fréquences plus large que celui exploré normalement en acoustique de la pêche, surtout des fréquences relativement basses. Ceci s'explique par l'intérêt important que pourraient avoir les méthodes acoustiques de surveillance de la faune marine pour un pronostic plus correct des ressources biologiques de l'océan. Cet intérêt est lié au fait que la chaîne alimentaire, qui mène vers les poissons et animaux exploitables intéressant la pêche, passe par le plancton (krill, petits poissons) peuplant les couches diffusantes de l'océan. Par conséquent, les modèles théoriques et les méthodes acoustiques de surveillance de cette partie de la faune océanique sont d'une utilité pratique pour l'exploration de la mer.

## 1. CARACTÉRISTIQUES DE DIFFUSION DU SON PAR UN ORGANISME MARIN ISOLÉ

La caractéristique de la diffusion omnidirectionnelle du son par un organisme marin - un diffuseur, dans le cas général - est la section totale (efficace) de diffusion  $\sigma_s$ , définie phénoménologiquement comme rapport de l'énergie acoustique  $I$  diffusée dans toutes les directions, et de celle  $I_0$  insonifiant le diffuseur:

$$(1) \quad \sigma_s \stackrel{\text{d \acute{e}f}}{=} I / I_0 .$$

Dans le cas où la diffusion n'est pas omnidirectionnelle, on définit la section différentielle de diffusion  $m_s$ , dite aussi coefficient de diffusion, comme le rapport de l'énergie acoustique  $dI(\mathbf{e})$  diffusée dans la direction du vecteur unité  $\mathbf{e}$  dans l'angle solide  $d(\mathbf{e})$ , et de celle  $I_0(\mathbf{e}_0)$  insonifiant le diffuseur de la direction du vecteur unité  $\mathbf{e}_0$ :

$$(2) \quad m_s(\mathbf{e}, \mathbf{e}_0) d\omega(\mathbf{e}) \stackrel{\text{d \acute{e}f}}{=} dI(\mathbf{e}) / I_0(\mathbf{e}_0) .$$

La section totale est alors liée au coefficient de diffusion par le rapport:

$$(3) \quad \sigma_s = \int m_s(\mathbf{e}, \mathbf{e}_0) d\omega(\mathbf{e}) .$$

La valeur

$$(4) \quad \sigma_r \stackrel{\text{d \acute{e}f}}{=} m_s(-\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_0)$$

s'appelle section ou coefficient de rétrodiffusion.

Les caractéristiques de diffusion par un diffuseur isolé peuvent dépendre de divers paramètres, tels que la fréquence  $F$  des ondes insonifiant, la taille  $l$  du diffuseur, etc.:

$$(5) \quad m_s = m_s(\mathbf{e}, \mathbf{e}_0; F, l, \dots) , \quad \sigma_r = \sigma_r(\mathbf{e}_0; F, l, \dots) .$$

## 2. MODÈLES PHÉNOMÉNOLOGIQUES

Les caractéristiques de diffusion par un organisme marin dépendent de plusieurs facteurs, tels que sa longueur  $l$ , la fréquence d'insonification  $F$  (ou la longueur d'onde  $\lambda$ ), l'immersion (dans le cas des organismes marins possédant une vessie natatoire), la structure des tissus, la forme de la vessie natatoire, etc. Dans la grande diversité des organismes marins peuplant l'océan, on peut désigner trois types, dont les caractéristiques de diffusion des ondes acoustiques sont les plus importantes:

- poissons avec vessie natatoire;
- poissons sans vessie natatoire, calmars;
- crustacés comme crevettes (krill).

Nous considérons comme longueur  $l$  d'un poisson la distance entre son bec et la partie la plus étroite de son corps, qui se trouve avant la queue; le signal

total diffusé par la queue étant négligeable par rapport à celui diffusé par le corps [1]. Cette longueur est liée à la longueur totale  $l'$  d'un poisson par le rapport:  $l' \approx 1,15 \cdot l$ .

Notons pour la suite  $\mathbf{l}$  vecteur unité déterminant l'orientation du poisson; il est dirigé de la queue vers la tête.

Dans le cas que nous appelons de "hautes fréquences", quand est remplie la condition:

$$(10) \quad 1 < l' \stackrel{\text{d'éf}}{=} l/\lambda < 100 ,$$

une formule simple pour calculer la section de rétrodiffusion du son par un poisson isolé a été proposée dans [2]:

$$(11) \quad \sigma_r = \Phi(\mathbf{e}_0; \dots) l'^2 ,$$

avec le facteur  $\Phi(\mathbf{e}_0; \dots)$  pratiquement indépendant de la fréquence. Cette formule est une généralisation des données expérimentales [1], [2], [3]. Notons  $F_1$  la fréquence, qui correspond à  $l = \lambda$  ( $l' = l$ ). Dans le cas de fréquences plus hautes que celles déterminées par (10), nous n'avons pas assez de données d'expériences pour pouvoir faire une généralisation de ce genre.

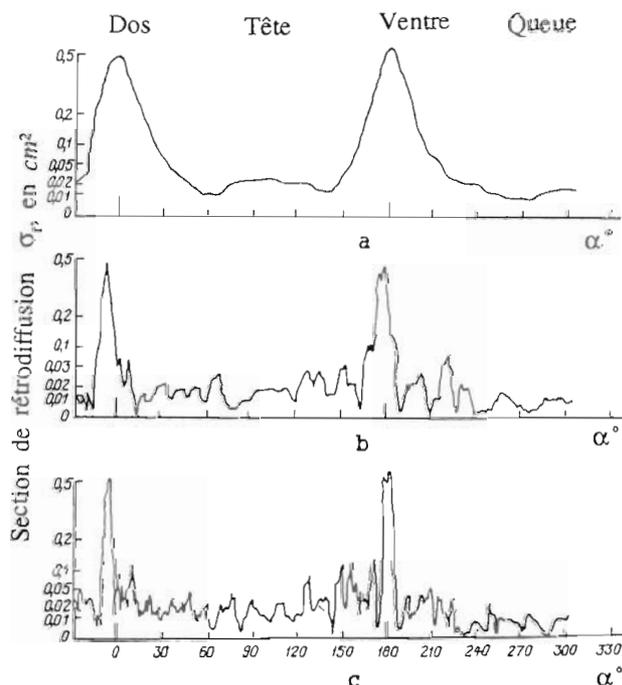
Figure 1.

Coefficient de rétrodiffusion par un chinchard commun ( $l = 10$  cm):

a -  $F = 30$  kHz,  
 $l' = 2$ ;

b -  $F = 120$  kHz,  
 $l' = 8$ ;

c -  $F = 200$  kHz,  
 $l' = 13$ .



La formule (11) est justifiée en "hautes fréquences", indépendamment du fait, que le poisson possède, ou ne possède pas, une vessie natatoire. La valeur du facteur  $\Phi(\mathbf{e}_\sigma, \dots)$  dépend de la structure des tissus du corps et d'autres paramètres, notamment du fait de la présence d'une vessie remplie de gaz.

La caractéristique angulaire de rétrodiffusion  $\Phi(\mathbf{e}_\sigma, \dots)$  varie le plus si l'angle  $\alpha$  ( $\cos \alpha = (\mathbf{e}_\sigma, \mathbf{l})$ ) change, et elle ne varie presque pas si le poisson se retourne de manière que le vecteur  $\mathbf{l}$  ne change pas. Nous présentons sur les figures 1, 2 et 3, plusieurs caractéristiques angulaires de rétrodiffusion ( $\sigma_r(\alpha)$ ) et de diffusion ( $m_s(\alpha, \beta)$ ) dans l'hémisphère arrière ( $|\beta - \alpha| < \pi/2$ ) par des poissons d'espèces différentes. Les valeurs négatives d'angle correspondent aux directions du côté de la queue.

Figure 2.

Coefficients de rétrodiffusion par deux poissons d'espèces différentes de taille  $l=10,3$  cm et  $9,5$  cm:

- a -  $F = 35$  kHz,  $\Gamma^* = 2,4$ ;
- b -  $F = 80$  kHz,  $\Gamma^* = 5,5$ ;
- c -  $F = 110$  kHz,  $\Gamma^* = 7,6$ ;
- d -  $F = 155$  kHz,  $\Gamma^* = 10,6$ ;
- e -  $F = 45$  kHz,  $\Gamma^* = 2,7$ ;
- f -  $F = 90$  kHz,  $\Gamma^* = 5,7$ ;
- g -  $F = 125$  kHz,  $\Gamma^* = 7,9$ ;
- h -  $F = 180$  kHz,  $\Gamma^* = 11,4$ .

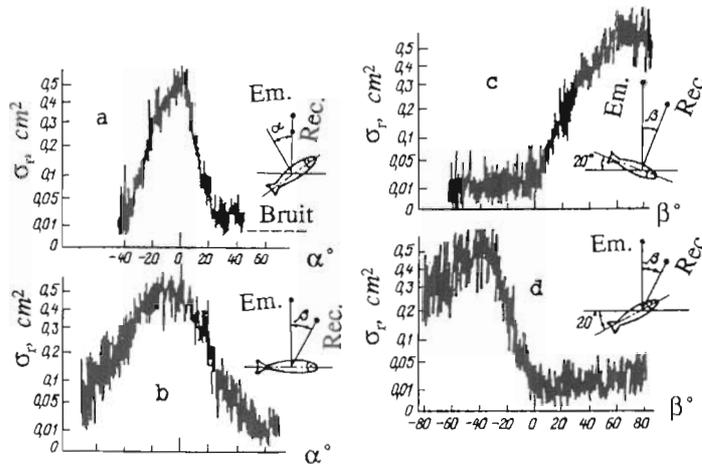
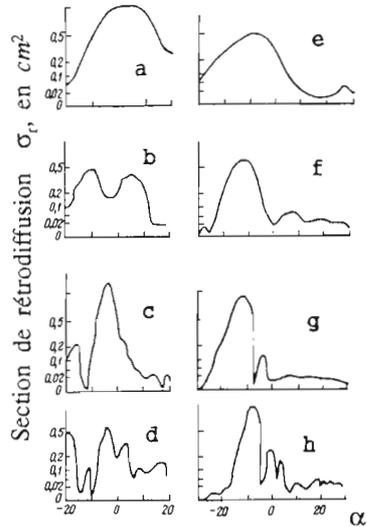


Figure 3. Coefficient de rétrodiffusion (a) et de diffusion (b,c,d) par un chinchard commun ( $l = 10$  cm,  $F = 43$  kHz,  $\Gamma^* = 2,7$ ).

La plupart des poissons possèdent une vessie natatoire, dont le volume est de 5 + 7 % du volume du corps. Pour les poissons, la valeur minimale  $\Phi \approx 2 \cdot 10^{-4}$  correspond à l'insonification vers la tête et vers la queue ( $\alpha = \pm\pi/2$ ), la valeur maximale  $\Phi \approx 4,7 \cdot 10^{-3}$  correspond à l'insonification latérale,  $\Phi \approx 3,3 \cdot 10^{-3}$  est caractéristique pour l'insonification vers le dos et vers le ventre ( $\alpha = 0, \pi$ ). La valeur moyenne de  $\Phi$  est:  $\Phi \approx 1,3 \cdot 10^{-3}$ .

Aux "hautes fréquences" (10), la dépendance angulaire du coefficient de rétrodiffusion  $\sigma_r(\alpha)$  par un poisson qui possède une vessie natatoire d'une forme simple, semblable à celle d'un cylindre avec deux demi-sphères aux extrémités (poisson du groupe 1), est moins complexe que celle d'un poisson qui possède une vessie composée de deux volumes de forme elliptique (poisson du groupe 2).

Les figures 4-5, présentent les dépendances

$$(12) \quad \Phi_{\max}(l^*) \stackrel{\text{d \acute{e}f}}{=} \max_{\alpha} \{\Phi(e_{\alpha}; l^*, \dots)\} \quad \text{et} \quad \bar{\Phi}(l^*) \stackrel{\text{d \acute{e}f}}{=} \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} \Phi(e_{\alpha}; l^*, \dots) d\alpha$$

pour les deux groupes de poissons. Ces figures rassemblent toutes les données des expériences sur la rétrodiffusion, avec le moyennage en angle fait sur  $\alpha_1 = -\alpha_2 = -15^\circ$ . Les courbes pointillées correspondent à l'intervalle de 90% de confiance.

Nous concluons que  $\Phi_{\max}(l^*)$  est presque constant pour le groupe 1, si  $l^* \approx 1+7$ , et augmente presque de deux fois si  $l^* \approx 18$ . Au contraire,  $\bar{\Phi}(l^*)$  ne varie pas beaucoup si  $l^* \approx 5+18$  et augmente pour  $l^* \approx 1+5$ . Cette différence est due au fait que le lobe du coefficient de rétrodiffusion  $\sigma_r(\alpha)$  devient plus étroit si la fréquence augmente.

Pour le groupe 2,  $\Phi_{\max}(l^*)$  est presque constant pour toutes les valeurs de  $l^* \approx 0,7+13$ . Par contre,  $\bar{\Phi}(l^*)$  décroît si la fréquence augmente, ce qui s'explique aussi par l'évolution du lobe du coefficient de rétrodiffusion.

Figure 4.

Caractéristiques  $\Phi_{\max}(l^*)$  (1) et  $\bar{\Phi}(l^*)$  (2) pour le groupe 1 (poissons possédant une vessie natatoire étendue de forme cylindrique).

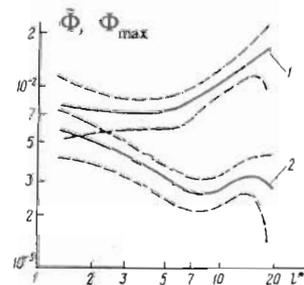
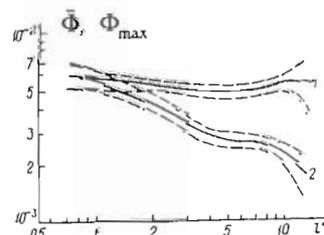


Figure 5.

Dépendances  $\Phi_{\max}(l^*)$  et  $\bar{\Phi}(l^*)$  pour le groupe 2 (poissons possédant une vessie natatoire à deux volumes).



Il vient des figures 4 et 5 que les coefficients de rétrodiffusion par les poissons des deux groupes sont semblables sur l'intervalle  $l^* \leq 5$ , mais ils sont différents si  $l^* > 5$ .

La vessie natatoire diffuse efficacement les ondes acoustiques, à cause de la faible impédance du gaz qui la remplit. Le rôle d'une vessie natatoire pour la diffusion des ondes acoustiques par un poisson peut être illustré à l'aide des résultats de [4], où on a expérimenté la rétrodiffusion sous l'aspect dorsal de plusieurs (6) espèces de poisson possédant une vessie natatoire et du maquereau qui n'en a pas. Ces résultats sont présentés sur la figure 6. Les longueurs des poissons correspondaient à l'intervalle  $0,8 \leq l^* \leq 16$  ( $30 \text{ cm} \leq l \leq 100 \text{ cm}$ ,  $F = 4-20 \text{ kHz}$ ). On voit bien que la section de rétrodiffusion du maquereau est de dix fois inférieure à celles des autres espèces.

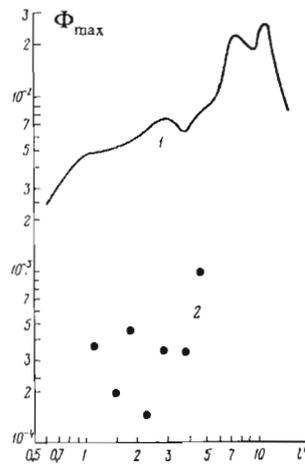
D'après l'ensemble des données expérimentales disponibles, on peut conclure qu'aux fréquences

$$(13) \quad F \leq 20 \cdot F_1 \quad (\text{p.e.: } l = 20 \text{ cm} \Rightarrow F_1 = 7,5 \text{ kHz}, F < 150 \text{ kHz}),$$

la diffusion par la vessie natatoire domine celle due aux tissus du corps, aux arêtes, etc. Dans ce cas, nous pouvons utiliser comme modèle d'un poisson un volume de gaz dont la forme est proche de celle de vessie natatoire qui est caractéristique pour une espèce donnée.

Figure 6.

Caractéristique  $\Phi_{\max}(l^*)$  de six espèces de poisson possédant une vessie natatoire (1) et pour le maquereau (2) qui n'a pas de vessie.



Aux fréquences

$$(14) \quad F < F_1,$$

dites "basses", la diffusion sonore par la vessie natatoire est d'autant plus efficace à cause des résonances, qui apparaissent pour certains rapports  $l^* = l/\lambda$ .

La fréquence de résonance  $F_r$  de la vessie natatoire des poissons plus longs que  $3 \text{ cm}$ , peut être évaluée à l'aide de la formule approchée:

$$(15) \quad F_r = 2,1 \cdot \sqrt{P/\rho} / 2\pi a ,$$

où  $a$  est le rayon de la sphère dont le volume est égal à celui de la vessie du poisson,  $P$  est la pression hydraulique à l'immersion  $z$  du poisson,  $\rho$  est la densité du milieu. Notons que toujours, nous affrontons une situation où

$$(16) \quad F_r < F_1$$

si nous négligeons les ondes de cisaillement dans le corps du poisson. Les estimations montrent que ces ondes peuvent avoir une influence notable dans le cas de très petits poissons ( $l \leq 2$  cm) et aux faibles immersions uniquement.

Nous approchons pour la suite un poisson par un ellipsoïde d'axes  $l$ ,  $0,2 \cdot l$  et  $0,1 \cdot l$ , ce qui nous donne la possibilité d'avoir un rapport de  $l$  et  $a$ , si nous admettons un pourcentage quelconque du rapport des volumes de la vessie natatoire et du corps du poisson. Si ce pourcentage moyen est de 6%, alors

$$(17) \quad a^3 \approx 0,15 \cdot 10^{-3} \cdot l^3 \Rightarrow a \approx 0,05 \cdot l ,$$

et nous obtenons pour les immersions des petits et moyens fonds:

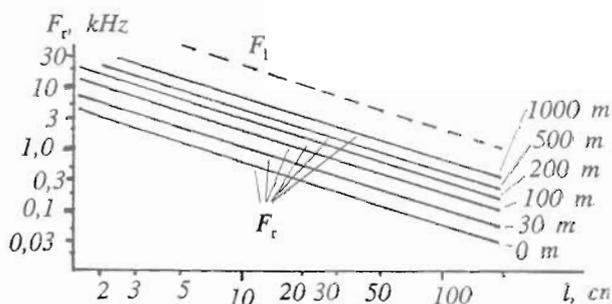
$$(18) \quad F_r \approx b \sqrt{z+z_a} / l , \quad z_a = 10 \text{ m} , \quad b = 0,021 \text{ m}^{1/2} \text{ kHz} (z \leq 1000 \text{ m}) .$$

Aux grandes immersions, la pression hydrostatique étant très forte, la densité du gaz dans la vessie augmente, et les résonances n'apparaissent plus.

La figure 7 présente les dépendances  $F_r(l; z)$ . Selon ces évaluations, les petits poissons comme l'anchois ( $l \approx 3+15$  cm) possèdent des fréquences de résonance de l'ordre de quelques kHz, et les gros poissons ( $l \approx 30+100$  cm) possèdent des fréquences de résonance de quelques centaines de Hz.

Figure 7.

Fréquences  $F_r$  et  $F_1$  en fonction de la longueur du poisson (les courbes se différencient par l'immersion en mètres du poisson).



Dans [1] nous avons proposé une formule simple pour la section de rétro-diffusion (SR) par les poissons avec vessie natatoire, aux "basses fréquences":

$$(19) \quad \sigma_r(F) = a^2 Q^2 \{ [(F/F)^2 - 1]^2 Q^2 + (F/F)^2 \}^{-1} \quad (a/\lambda \ll 1) ,$$

avec  $Q$  la qualité du résonateur. La valeur de  $Q$  dépend de plusieurs facteurs, et cette dépendance n'est pas encore bien étudiée. D'après la plupart des études sur ce sujet,  $Q$  est comprise entre 2 et 6. Elle est maximale pour les grands poissons et les immersions moyennes 150 + 700 m. Les petits poissons près de la

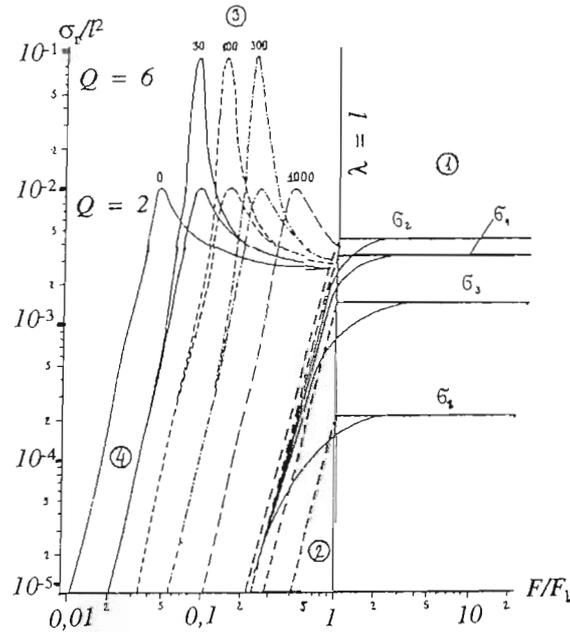
surface sont caractérisés par un  $Q$  moins grand, à cause des ondes de cisaillement. Aux grandes immersions, la qualité du résonateur décroît aussi à cause d'une très forte pression hydraulique, qui fait augmenter la densité du gaz dans la vessie.

La figure 8 présente les dépendances caractéristiques de la section relative de rétrodiffusion  $\Phi = \sigma_r/l^2$  en fonction de la fréquence relative  $F/F_1$ . Ces dépendances sont valables pour  $2 \leq l \leq 100\lambda$ ,  $z \leq 1000$  m.

Figure 8.

Dépendances fréquentielles généralisées des sections de rétrodiffusion des poissons (les courbes se différencient par l'immersion en mètres du poisson):

- 1 - domaine "hautes fréquences";
- 2 - domaine "basses fréquences", poissons sans vessie;
- 3 - domaine des résonances;
- 4 - domaine "basses fréquences", poissons avec vessie.



Dans le domaine  $F/F_1 > 1$ , les dépendances (lignes solides grasses) se différencient par les directions de l'insonification, mais ne dépendent pas de la présence d'une vessie natatoire. Dans le domaine  $F/F_1 < 1$ , elles sont différentes du fait de la présence d'une vessie, mais ne dépendent plus de la direction d'insonification. Dans le cas où il n'y a pas de vessie, la section de rétrodiffusion décroît vite avec la fréquence, et elle peut être approchée à l'aide du produit  $F^4 l^6$  (lignes pointillées grasses inclinées). Dans le domaine "basses fréquences", nous présentons aussi les dépendances des sections de rétrodiffusion des poissons avec vessie natatoire, qui correspondent à la formule (19). Elles sont calculées pour toutes les immersions comprises entre 0 et 1000 m, avec la valeur  $Q = 2$ , et aussi avec  $Q = 6$  pour les immersions moyennes.

La section de rétrodiffusion est maximale à la fréquence de résonance:

$$(20) \quad \max_F \{\sigma_r\} \approx 2,5 \cdot 10^{-3} l^2 Q^2,$$

et elle tend vers  $a^2 = 2,5 \cdot 10^{-3} l^2$ , lorsque l'on monte en fréquence, ce qui correspond bien à l'approximation (11) de Love. Le bon accord des résultats à la frontière des domaines "basses" et "hautes" fréquences est un bon signe, car les méthodes de modélisation utilisées dans ces domaines, sont différentes et on a fait plusieurs approximations pour obtenir les estimations présentées.

---

Les caractéristiques de rétrodiffusion sonore par les organismes marins sont beaucoup utilisées en acoustique de la pêche. Par contre, l'information sur le processus de la diffusion, contenue dans le coefficient de rétrodiffusion, n'est pas toujours suffisante pour pouvoir faire une modélisation numérique des signaux rétrodiffusés par un rassemblement d'organismes, et il est nécessaire de tenir compte de tout le lobe du coefficient de diffusion (2).

Il existe plusieurs travaux, par exemple [1], [2], [5], portant sur l'étude de la structure angulaire du coefficient de diffusion acoustique, essentiellement aux fréquences utilisées par les sondeurs de pêche ( $20 + 200 \text{ kHz}$ ), ce qui correspond à la gamme "hautes fréquences" (10). Malheureusement, des mesures directes suffisamment correctes ne peuvent être faites que dans les directions de rétrodiffusion, pour lesquelles  $(\mathbf{e}, \mathbf{e}_0) < 0$ , car le champ insonifiant est très fort dans les directions "avant" au voisinage de la direction d'insonification et gêne toute mesure du champ diffusé.

L'analyse des caractéristiques angulaires de diffusion par un poisson dans l'hémisphère arrière permet de conclure qu'en moyenne le coefficient de diffusion possède un maximum dans la direction qui est celle de la direction de réflexion spéculaire sur le plan déterminé par les axes longitudinal et transversal horizontal de la vessie natatoire. L'ouverture du lobe de directivité, qui correspond à ce maximum, est deux fois plus grande que celle de la caractéristique angulaire de la rétrodiffusion  $\sigma_r(\alpha)$ . Ces deux lobes sont d'autant plus étroits que la fréquence est plus haute ou le poisson plus grand. Si la direction d'insonification est inclinée à un angle  $\alpha$ , le lobe du coefficient de diffusion s'incline à l'angle  $2\alpha$ , tandis que son niveau et sa forme ne changent pas beaucoup. La forme du lobe du coefficient de diffusion suit celle du coefficient de rétrodiffusion.

Malgré les difficultés pour les mesures directes, on peut proposer plusieurs modèles théoriques [1], qui permettent de modéliser numériquement la structure du coefficient de diffusion sonore  $m_s(\alpha, \beta)$  par certaines espèces d'organismes marins. Une fois validés à l'aide des données d'expériences sur la rétrodiffusion, ces modèles pourraient quand même nous fournir les caractéristiques indispensables pour les études théoriques et la modélisation numérique.

### 3. MODÈLES THÉORIQUES

Conformément aux conclusions concernant le rôle de la vessie natatoire aux fréquences déterminées par (13), on peut modéliser un poisson à l'aide d'un volume de longueur  $l''$  rempli de gaz (air). Normalement, le rapport  $l''/\lambda \approx 3 + 4$ , par conséquent  $l''/\lambda \approx 0,2 + 0,5$ . Pour  $l''/\lambda \geq 1$ , les caractéristiques de diffusion dépendent sensiblement de la forme du volume.

Pour les poissons du groupe 1, ce volume est un cylindre étendu ayant des extrémités sphériques de rayon  $a''$ . Notons  $\rho_F = (\lambda R)^{1/2}$  rayon de la première zone de Fresnel, avec  $R$  la distance entre l'émetteur et le diffuseur. Les méthodes de calcul du coefficient de diffusion par un cylindre sont différentes [6] pour les cas  $l'' \gg \rho_F$  (cylindres dits "longs") et  $l'' \leq \rho_F$  (cylindres dits "courts"). Dans le cas des cylindres "idéalisés", c'est-à-dire mous ou rigides, aux extrémités planes, les méthodes théoriques de calcul existent pour les deux cas. Par contre, dans le cas des cylindres élastiques, les méthodes théoriques existent seulement pour les cylindres "longs" [7], [8]. Malheureusement, les conditions réalistes de sondage en mer correspondent au cas où les cylindres doivent être

considérés comme "courts". Par exemple,  $\rho_F = 1 \text{ m}$  pour  $R = 100 \text{ m}$  et  $\lambda = 1 \text{ cm}$  ( $F = 150 \text{ kHz}$ ), ce qui dépasse les dimensions des vessies des plus gros poissons exploitables. Si la fréquence est plus basse ou la distance  $R$  plus grande, la valeur  $\rho_F$  augmente encore plus.

Par conséquent, la modélisation théorique du coefficient de diffusion pour un modèle élastique de poisson n'est pas possible. Cependant, il existe une voie pour y arriver. On remarque que les coefficients de rétrodiffusion par des cylindres idéalisés "courts" ( $\sigma_{rc}$ ) de longueur  $l'_c$  et "longs" ( $\sigma_{r\infty}$ ), aux extrémités planes, sont liés par le rapport

$$(35) \quad \sigma_{rc} = (l'_c/\rho_F)^2 \sigma_{r\infty} .$$

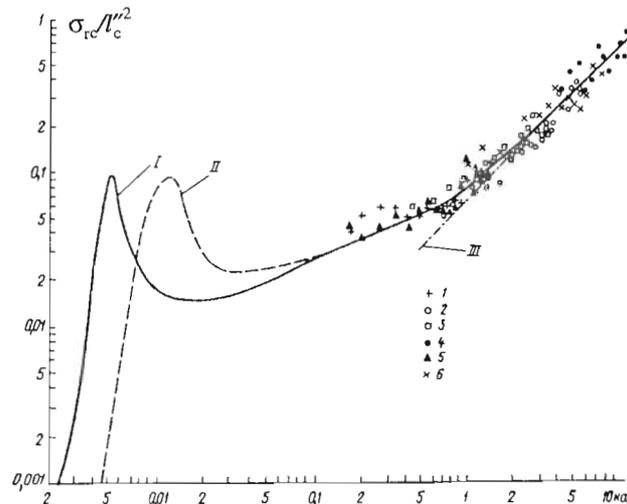
Nous avons largement vérifié expérimentalement cette formule pour les cylindres élastiques sur l'intervalle de fréquence  $F = 20 \div 200 \text{ kHz}$  [1].

Notons que la dépendance de  $\sigma_r$  en  $\rho_F$  et, par conséquent, en  $R$ , d'après la formule (35), est artificielle car  $\sigma_{r\infty}$  dépend linéairement de  $\rho_F$ .

La figure 9 présente la dépendance de la valeur  $\sigma_{rc} l_c'^2$  du paramètre  $ka''$ , obtenue théoriquement à partir de la formule (35) (les courbes I et II) et en expérimentation avec plusieurs modèles de cylindres aux extrémités planes. La courbe III correspond à un cylindre vide ayant les mêmes dimensions. Les courbes I et II se différencient par la présence d'une paroi élastique d'épaisseur  $0,6a''$  pour la courbe II. Les signes divers correspondent aux données expérimentales.

Figure 9.

Dépendance de  $\sigma_{rc} l_c'^2$  en fonction du paramètre  $ka''$ , obtenues théoriquement à partir de la formule (35) et en expérimentation avec plusieurs modèles de cylindre.



La figure 9 montre que, loin des résonances ( $ka'' > 0,1$ ), la présence d'une paroi élastique ne change pratiquement pas le coefficient de rétrodiffusion. Par conséquent, on peut négliger l'influence des tissus du corps autour de la vessie.

Par contre, on ne peut pas le faire si la fréquence est au voisinage ou inférieure à la fréquence de résonance ( $ka'' < 0,02$ ).

Il vient donc que le coefficient de rétrodiffusion par un cylindre peut être calculé pour les valeurs  $ka'' > 0,5+0,7$  à l'aide de la formule valable pour un cylindre vide court:

$$(36) \quad \sigma_{rc} = l_c''^2 ka''/4\pi .$$

Si nous admettons que  $l'' = 0,28 \cdot l$ , alors  $l_c'' = 0,22 \cdot l$ ,  $a'' = 0,028 \cdot l$  et les paramètres adimensionnés  $ka''$  et  $l''$  sont reliés par le rapport:  $ka'' = 0,176 \cdot l''$ .

Comme les caractéristiques de rétrodiffusion d'un cylindre aux extrémités sphériques, qui modélise un poisson, ne peuvent pas être calculées théoriquement, de tels cylindres ont été étudiés expérimentalement. On a alors remarqué que les extrémités sphériques d'un cylindre ne changeaient pas beaucoup la forme du lobe par rapport à celle d'un cylindre aux extrémités planes, au moins sur les intervalles de paramètres qui ont été étudiés.

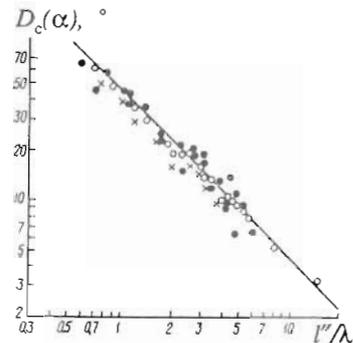
Le lobe  $\Phi(\alpha)/\Phi_{\max}$  d'un cylindre idéalisé aux extrémités planes peut être approché à l'aide de la formule:

$$(37) \quad D_c(\alpha) = \Phi(\alpha)/\Phi_{\max} = \sin^2\{kl''\sin\alpha\} / (kl''\sin\alpha) .$$

Cette approximation est justifiée si  $\alpha$  ne dépasse pas le premier zéro de la fonction  $D_c(\alpha)$ :  $\alpha < \alpha_{\max} = \min\{\pi/2, \arcsin\{\pi/(kl'')\}\}$ . La figure 10 présente la dépendance de l'ouverture du lobe  $D_c(\alpha)$  au niveau  $0,1 \cdot \Phi_{\max}$  d'un cylindre idéalisé aux extrémités planes (ligne calculée), d'un cylindre modèle aux extrémités sphériques (signes "o"), et de quelques espèces de poissons (signes "•" et "x"), en fonction du rapport  $l''/\lambda$ .

Figure 10.

Dépendance de l'ouverture du lobe  $D_c(\alpha)$  au niveau  $0,1 \cdot \Phi_{\max}$  d'un cylindre idéalisé aux extrémités planes (ligne), d'un cylindre modèle aux extrémités sphériques (signes "o") et de quelques espèces de poissons (signes "•" et "x"), en fonction du rapport  $l''/\lambda$ .



Pour évaluer la valeur  $\sigma_{r(\max)} = \Phi_{\max} l''^2$ , nous proposons une formule approchée, valable pour toute valeur  $l''/2a''$ :

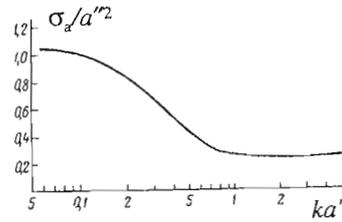
$$(38) \quad \sigma_{r(\max)} = (\sqrt{\sigma_a} + \sqrt{\sigma_c})^2 ,$$

où  $\sigma_a$  est le coefficient de rétrodiffusion par une sphère de rayon  $a''$ ,  $\sigma_c$  est le coefficient du cylindre à des extrémités planes de longueur  $l_c'' = l'' - 2a''$ . La dépendance  $\sigma_c/a''^2$  est présentée sur la figure 11, le graphique 11a.

Par conséquent, la valeur  $\sigma_{r(\max)}$  peut être évaluée à l'aide de la formule (38) et des graphiques 11a et 9 (courbe 1). La méthode de calcul de  $\sigma_{r(\max)}$  selon le modèle cylindrique est décrite en détail dans l'annexe. Le graphique 11b présente plusieurs caractéristiques de rétrodiffusion  $\sigma_r(\alpha)$  obtenues en expérience avec un cylindre rempli d'air, aux extrémités sphériques. On conclut qu'elles sont conformes à la loi  $\sigma_{r(\max)} \cdot D_c(\alpha)$ .

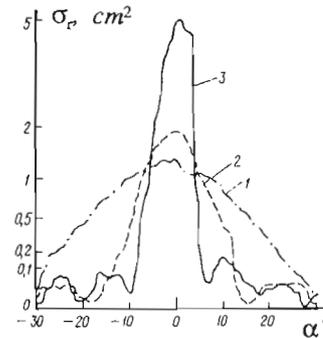
Figure 11.

a - Dépendance du coefficient de rétrodiffusion d'une sphère d'air de rayon  $a''$  en fonction de  $ka''$ ;



b - Caractéristiques  $\sigma_r(\alpha)$  de rétrodiffusion d'un cylindre aux extrémités sphériques, avec  $l'' = 4,5 \text{ cm}$ ,  $2a'' = 1,6 \text{ cm}$  ( $\alpha$  est l'angle d'inclinaison du cylindre):

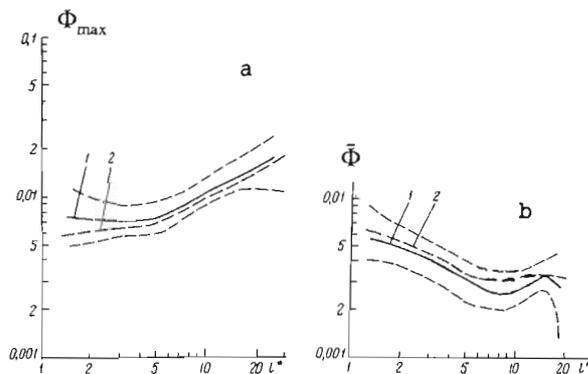
- 1 -  $F = 30 \text{ kHz}$ ,  $l''/\lambda \approx 0,9$ ;
- 2 -  $F = 60 \text{ kHz}$ ,  $l''/\lambda \approx 1,8$ ;
- 3 -  $F = 120 \text{ kHz}$ ,  $l''/\lambda \approx 3,6$ .



La comparaison du modèle cylindrique d'un poisson avec les données expérimentales pour les poissons du groupe 1 possédant une vessie natatoire de forme quasi cylindrique montre un bon accord des caractéristiques  $\sigma_r(\alpha; F)$ ,  $\sigma_{r(\max)}(\alpha; F)$ ,  $\bar{\sigma}_r(\alpha; F)$  sur l'intervalle  $l^* = 1+20$ . La figure 12 présente les caractéristiques  $\Phi_{\max}(l^*)$  et  $\bar{\Phi}(l^*)$  expérimentales, les mêmes que sur la figure 4 (lignes solides 1), et celles du modèle cylindrique (lignes 2).

Figure 12.

Caractéristiques  $\Phi_{\max}(l^*)$  (a) et  $\bar{\Phi}(l^*)$  (b) pour le groupe 1 (poissons possédant une vessie natatoire étendue de forme cylindrique), obtenues en expérimentation (1) et à l'aide du modèle cylindrique (2).



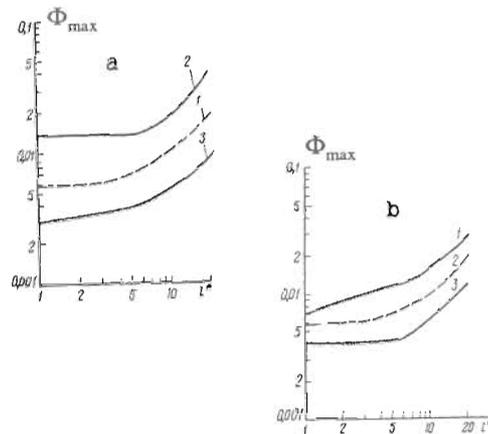
Le graphique 13a illustre l'influence du volume relatif (en pourcents) d'une vessie natatoire cylindrique sur la caractéristique  $\Phi_{\max}$ , ceci pour un rapport  $l''/2a''$  donné. Le graphique 13b montre l'influence du paramètre  $l''/2a''$  sur la caractéristique  $\Phi_{\max}$ , pour un volume relatif donné.

Pour les poissons du groupe 2, on peut créer un modèle de diffusion suivant la même voie, que pour les poissons du groupe 1. Dans ce cas, on modélise un poisson à l'aide d'un volume de forme elliptique d'axes  $l''$  et  $2a''$ . Evidemment, cette approximation est valable sur les mêmes intervalles des paramètres et sous les mêmes suppositions que le modèle cylindrique. La procédure de calcul des caractéristiques de diffusion  $\sigma_{r(\max)}(F)$  selon le modèle ellipsoïdal est aussi décrite en détail dans l'annexe.

Figure 13.

a - Influence du volume relatif (en pour cent) d'une vessie natatoire cylindrique sur la caractéristique  $\Phi_{\max}$ , pour un rapport donné  $l''/2a'' = 5$ ;

b - Influence du rapport  $l''/2a''$  sur la caractéristique  $\Phi_{\max}$  d'une vessie natatoire cylindrique, pour un volume relatif donné de 5%.



Ces caractéristiques se différencient de celles obtenues pour les cylindres (graph.11b), du fait que le niveau dans le lobe principal est très fluctuant pour les "hautes" fréquences ( $l''/\lambda \geq 1$ ). D'après la figure 14, on peut conclure que le niveau moyen de la caractéristique  $\sigma_r(\alpha)$  des ellipsoïdes remplis d'air est bien décrit à l'aide des formulations (39).

Cette figure présente plusieurs exemples de la caractéristique  $\sigma_r(\alpha)$  obtenus expérimentalement. Les lignes pointillées sur les graphiques correspondent à la caractéristique de diffusion d'un ellipsoïde idéalisé calculée sous l'approximation géométrique selon la formule:

$$(39) \quad \sigma_r = \sigma_{r(\max)} D_e(\alpha) ,$$

$$\sigma_{r(\max)} = l''^2/16 , D_e(\alpha) = (\cos^2\alpha + (l''/2a'')\sin^2\alpha)^{-2} .$$

La figure 15 présente des caractéristiques de rétrodiffusion  $\Phi_{\max}(l'')$  selon le modèle ellipsoïdal d'un poisson (courbes solides), calculées pour le même volume relatif de vessie (5%) et pour divers rapports  $l''/2a''$ . La courbe pointillée présente cette caractéristique calculée selon le modèle cylindrique, avec le même volume relatif de vessie et le rapport  $l''/2a'' = 5$ . Les courbes solides sont calculées selon la form.(39) dans le domaine "hautes fréquences", où  $ka'' > 1$ . Pour les "basses" fréquences où  $ka'' < 1$ , nous reprenons les résultats [9] sur les ellipsoïdes idéalisés vides.

Figure 14.

Caractéristiques de diffusion par des ellipsoïdes remplis d'air (lignes solides - obtenues en expériences) en différentes fréquences d'insonification pour les valeurs:

a, b, c:  $l'' = 3,8 \text{ cm}$ ,  
 $a'' = 0,95 \text{ cm}$  ( $l''/2a'' = 2$ ):

a -  $F = 30 \text{ kHz}$ ,  $l''/\lambda = 0,75$ ,  
 $ka = 1,2$ ;

b -  $F = 60 \text{ kHz}$ ,  $l''/\lambda = 1,5$ ,  
 $ka = 2,4$ ;

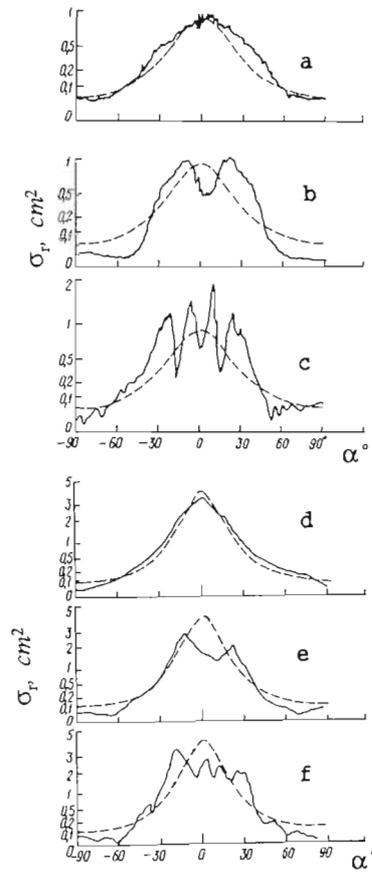
c -  $F = 120 \text{ kHz}$ ,  $l''/\lambda = 3$ ,  
 $ka = 4,8$ ;

d, e, f:  $l'' = 7,8 \text{ cm}$ ,  
 $a'' = 1,5 \text{ cm}$  ( $l''/2a'' = 2,6$ ):

d -  $F = 30 \text{ kHz}$ ,  $l''/\lambda = 1,55$ ,  
 $ka = 1,9$ ;

e -  $F = 60 \text{ kHz}$ ,  $l''/\lambda = 3,1$ ,  
 $ka = 3,8$ ;

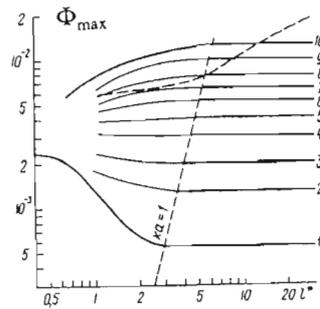
f -  $F = 120 \text{ kHz}$ ,  $l''/\lambda = 6,2$ ,  
 $ka = 7,6$ ;



La figure 15 démontre que la caractéristique  $\Phi_{\max}$  du modèle ellipsoïde ne dépend presque pas de  $l''$  en "hautes" fréquences ( $ka'' > 1$ ), tandis que cette caractéristique du modèle cylindrique croît. Au domaine des "basses" fréquences, ces caractéristiques se différencient en moyenne de 1,5 fois.

Figure 15.

Caractéristiques de rétrodiffusion  $\Phi_{\max}(l'')$  selon le modèle ellipsoïdal d'un poisson (courbes solides) et selon le modèle cylindrique (courbe pointillée), calculées pour le même volume relatif de vessie (5%) et divers rapports  $l''/2a''$ .

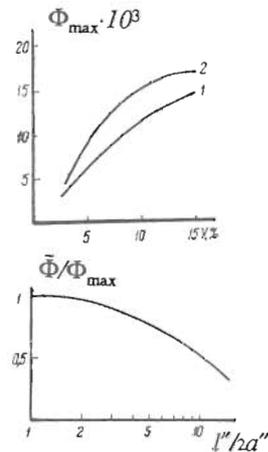


Le graphique 16a de la figure 16 présente les caractéristiques  $\Phi_{\max}$  du modèle ellipsoïdal et cylindrique en fonction du volume relatif  $V_r$  de la vessie natatoire, pour une valeur de  $l^*$  et un rapport  $l''/ha''$  donnés. La caractéristique  $\Phi_{\max}$  d'un ellipsoïde croît comme  $V_r^{3/2}$ , tandis que celle d'un cylindre est toujours plus grande et suit une loi plus complexe. Le graph.16b montre le rapport  $\bar{\Phi}/\Phi_{\max}$  en fonction du paramètre  $l''/ha''$ , selon le modèle ellipsoïdal, avec le moyennage fait sur le secteur angulaire  $-15^\circ \leq \alpha \leq +15^\circ$ . Ce rapport ne dépend pas de fréquence si  $ka'' > 1$ . Au contraire, selon le modèle cylindrique, il dépend sensiblement de la fréquence, d'après le graph.13b, et il décroît si le paramètre  $l^*$  augmente.

Figure 16.

a - Dépendances des caractéristiques  $\Phi_{\max}$  selon le modèle ellipsoïdal (1) et cylindrique (2) en fonction du volume relatif de la vessie natatoire, avec  $l^* = 10$ ,  $l''/ha'' = 6$ ;

b - rapport  $\bar{\Phi}/\Phi_{\max}$  en fonction du paramètre  $l''/ha''$ , selon le modèle ellipsoïdal; moyennage sur le secteur angulaire  $-5^\circ \leq \alpha \leq +25^\circ$ .



La figure 17 présente les caractéristiques  $\sigma_{r(\max)}(F)$  calculées selon le modèle cylindrique et ellipsoïdal pour des poissons de taille différente. La figure 18 montre les caractéristiques angulaires  $D_{c,d}(F)$  calculées selon le modèle cylindrique et ellipsoïdal pour différentes valeurs des paramètres  $l^*$  et  $l''/ha''$ .

Figure 17.

Caractéristiques  $\sigma_{r(\max)}(F)$  calculées selon les modèles cylindrique (courbes solides) et ellipsoïdal (courbes pointillées) pour des poissons de taille  $l$  différente (paramètre des courbes est la longueur  $l$  du poisson, en cm).

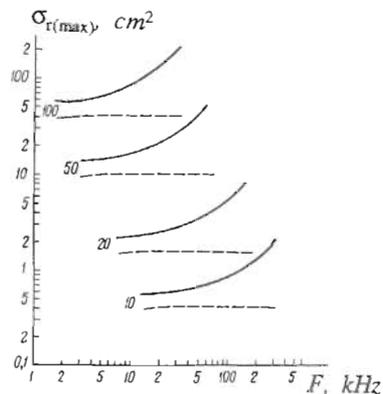
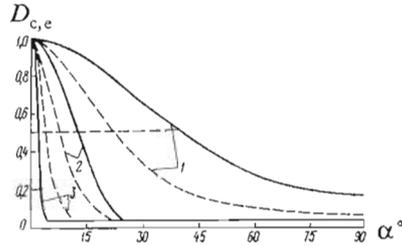


Figure 18.

Caractéristiques angulaires  $D_{c,e}(\alpha)$ , calculées selon le modèle cylindrique et ellipsoïdal pour:

- 1 -  $l^* = 1, l''/2a'' = 2;$
- 2 -  $l^* = 3, l''/2a'' = 5;$
- 3 -  $l^* = 20, l''/2a'' = 10.$



#### 4. MODÉLISATION DU COEFFICIENT DE DIFFUSION DU SON PAR UN CRUSTACÉ ISOLÉ (CREVETTE)

De tous les crustacés de l'océan, ce sont les crevettes de la famille *Euphausiacea* (ou krill) qui sont les plus intéressantes du point de vue acoustique. L'espèce la plus répandue, donc la mieux étudiée, est le krill antarctique (*E.superba*). Les autres espèces de krill, les crevettes des eaux douces lui ressemblent par leurs caractéristiques acoustiques. Les rassemblements de krill s'étendent d'habitude sur quelque cent ou mille mètres de longueur et quelques dizaines ou centaines de mètres d'épaisseur. La densité d'organismes est comprise entre  $1$  et  $10^3 \text{ m}^{-3}$ , et elle atteint parfois  $10^4 \text{ m}^{-3}$  [10].

Dans [11], [12], [13], [14], [15], on trouve des résultats de mesure du coefficient de diffusion obtenus pour des crevettes isolées et immobilisées. Nous présentons sur la figure 19 les courbes, qui approchent l'ensemble des données des expériences et montrent les dépendances de la section relative de rétrodiffusion  $\sigma_r^* = \sigma_r/l^2$  comme fonctions de  $l^* = l/\lambda$ , avec  $l$  la longueur de crevette (dans le cas des poissons, cette valeur est notée comme  $\Phi$ ). Les expérimentations [12] ont été faites sur des crevettes de longueur  $3,5 \div 10,5 \text{ cm}$ , aux fréquences d'insonification  $20 \div 200 \text{ kHz}$ , ce qui correspond à l'intervalle  $l^* \in (0,5; 14,0)$ .  $\sigma_r^*$  dépend sensiblement de la direction d'insonification déterminée par le vecteur  $e_0$ , si  $l^* > 1$ , et les valeurs  $\max\{\sigma_r^*\}$  et  $\langle \sigma_r^* \rangle$  se différencient par  $5 \div 6 \text{ dB}$ . Pour les valeurs  $l^* \leq 1$ , la rétrodiffusion est quasiment omnidirectionnelle et du type de Rayleigh ( $\sigma_r^* \propto l^{*4}$ ).

Pour la plupart des autres mesures des caractéristiques de diffusion acoustique par les crevettes, par exemple dans [11], [13], [14], [15], on a étudié les "hautes" fréquences ( $l^* > 1$ ) uniquement. Pourtant, ces résultats sont en accord avec les résultats de [12]. Les mesures [11], [13], [14], [15] ont été faites sans contrôler la direction d'insonification, c'est pourquoi leurs valeurs de  $\sigma_r^*$ , présentés également sur la fig.19, varient beaucoup et suivent plutôt la courbe  $\langle \sigma_r^* \rangle(l^*)$  de [12], que la courbe  $\max\{\sigma_r^*\}(l^*)$ .

La figure 19 montre, que les régularités des caractéristiques de diffusion se différencient beaucoup selon la fréquence d'insonification. Si  $l^* \leq 1$  ("basses" fréquences):  $\sigma_r^* = Al^{*4}$ , et si  $1,5 < l^* < 14$ , on peut approcher  $\langle \sigma_r^* \rangle(l^*)$  et  $\max\{\sigma_r^*\}(l^*)$  à l'aide des fonctions du type  $10 \cdot \log_{10}\{\sigma_r^*\} = Bl^* + C$ .

Par conséquent, on propose [1] pour la modélisation de la section de rétrodiffusion par une crevette isolée les formules:

$$(40) \quad \text{pour } 1,1 < l/\lambda < 14: \langle \sigma_r \rangle = 9,6 \cdot 10^{-5} l^2 10^{0,13l/\lambda},$$

$$(41) \quad \text{pour } 1,5 < l/\lambda < 14: \max\{\sigma_r\} = 3,2 \cdot 10^{-4} l^2 10^{0,13l/\lambda},$$

$$(42) \quad \text{pour } l/\lambda < 1,1: \langle \sigma_r \rangle \approx \max\{\sigma_r\} = 10^{-4} l^6 \lambda^{-4} = 2 \cdot 10^{-13} l^6 F^4,$$

avec  $\sigma$  en  $cm^2$ ,  $l$  en  $cm$ ,  $F$  en  $kHz$ . La dernière formule est justifiée également pour calculer  $\max\{\sigma_r\}$  sur l'intervalle  $1,1 < l/\lambda < 1,5$ .

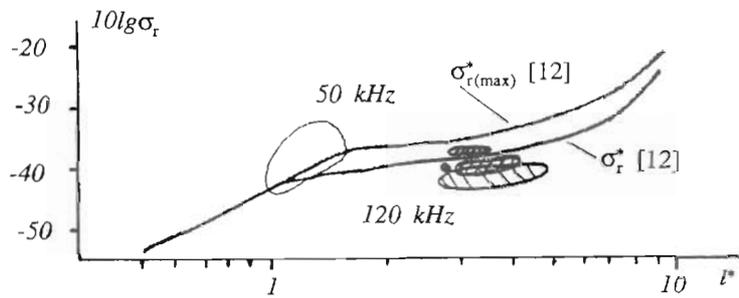


Figure 19. Données expérimentales pour  $\sigma_r^*(l^*)$ .

La figure 20 présente les données expérimentales [12] (courbes solides) et les approximations proposées (courbe pointillées).

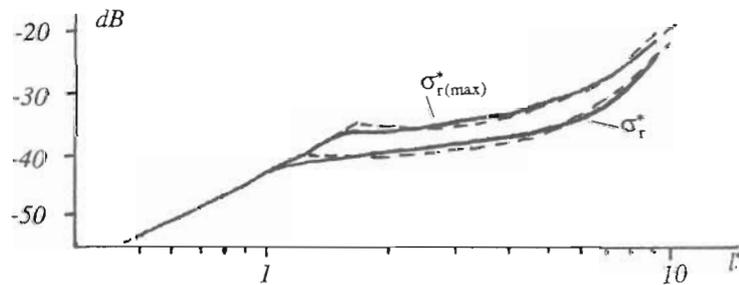


Figure 20. Approximations des données expérimentales pour  $\langle \sigma_r^* \rangle(l^*)$  et  $\max\{\sigma_r^*\}(l^*)$ :

— - données expérimentales;  
 - - - - approximations.

## CONCLUSION

Les modèles de la diffusion du son par des organismes marins isolés présentés dans cet article permettent de mener une modélisation numérique des signaux dans un large intervalle de fréquence d'insonification et pour la plupart des espèces de la faune marine. Ces modèles sont simples, mais fondés sur un grand ensemble de données expérimentales et décrivent assez bien les particularités essentielles du phénomène physique pour lequel ils sont conçus.

### ANNEXE: Calcul de $\sigma_{r(\max)}$

1. Calculer  $l = 0,87l'$ , où  $l'$  est la longueur totale du poisson avec sa queue (en cm).
2. Calculer  $l^* = 6,7 \cdot 10^{-3} \cdot Fl$  ( $F$  en kHz) et s'assurer que  $l^* \in (1;20)$ , sinon le calcul de  $\sigma_{r(\max)}$  ne sera pas juste.
3. Choisir le modèle cylindrique ou elliptique compte tenu de la forme de la vessie natatoire. A partir des dimensions de la vessie, déterminer les paramètres  $l''$  et  $2a''$  (longueur et diamètre de la vessie).
4. Calculer  $ka'' = 0,021 \cdot 2a'' \cdot F$ .

La procédure de calcul suivante dépend du type de modèle choisi.

#### Modèle cylindrique

5. Retrouver  $\sigma_{rc} l_c''^2$  selon la valeur actuelle de  $ka''$  à partir de la courbe 1 sur la fig.9; calculer  $\sigma_c = (l'' - 2a'')^2 \cdot (\sigma_{rc} l_c''^2)$ .
6. Retrouver  $\sigma_a / a''^2$  selon la valeur actuelle de  $ka''$  à partir du graphique 11a et calculer  $\sigma_a = a''^2 (\sigma_a / a''^2)$ .
7. Calculer  $\sigma_{r(\max)}$  en utilisant la formule (38).

#### Modèle elliptique

5. Calculer le paramètre  $l''/2a''$  qui caractérise l'allongement de la vessie. Choisir sur la fig.15 la courbe  $\Phi_{\max}(l^*)$  qui correspond à la valeur calculée de  $l''/2a''$  et trouver la valeur  $\Phi_{\max}$  correspondant à la valeur actuelle de  $l^*$ .
6. Calculer la valeur  $\sigma_{\max}$  recherchée:  $\sigma_{\max} = \Phi_{\max} l^2$ . Le calcul est plus simple si  $ka'' \geq 1$ , car alors  $\sigma_{\max} = l'^2 / 16$ .

Les courbes  $\sigma_{\max}(F)$  calculées selon le modèle cylindrique (lignes solides) et elliptique (lignes pointillées) pour  $l''/2a'' = 5$ , qui est la valeur moyenne de ce paramètre, sont présentées sur la figure 17.

- 
1. I.B.Andreeva et I.G.Samovolkin, "Diffusion d'ondes acoustiques par des organismes marins", Agropromizdat Editions, Moscou, 1986.
  2. R.H.Love, Target strength of an individual fish at any aspect, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1977, v.62, n°6, pp.1397-1403.

- 
3. K.G.Foote, *Fish target strengths for use in echo integrator surveys*, *J. Acoust. Soc. Am.*, 1987, v.82, n°3, pp.981-987.
  4. F.R.H.Jones and G.Pears, *Echo sounding experiments with perch to determine the proportion of the echo returned by the swim bladder*, *J. of Experimental Biologie*, 1958, v.35, n°2.
  5. C.S.Clay, K.Huang, *Backscattering cross sections of live fish: PDF and aspect*, *J. Acoust. Soc. Am.*, 1980, v.67, n°3, pp.795-802.
  - 6<sup>a</sup>. F.Mors, *Vibrations and the son*, Gostekhizdat Editions, Leningrad, 1949.
  - 7<sup>\*</sup>. L.M.Liamchev, *Diffraktion du son par un cylindre infini aux parois fines élastiques*, *J.d'Acoustique*, URSS, 1958, v.4, n°2, pp.161-167.
  - 8<sup>\*</sup>. L.M.Liamchev, *Diffusion du son par les cylindres élastiques de parois fines*, *J.d'Acoustique*, 1959, v.5, n°1, pp.58-63.
  - 9<sup>\*</sup>. A.A.Kletshev et L.S.Scheiba, *Diffusion d'une onde acoustique par des sphéroïdes allongés idéalistes*, *J.d'Acoustique*, 1970, v.12, n°2, pp.264-268.
  - 10<sup>\*</sup>. K.I.Ioudanov, *Sur les possibilités de detection et d'évaluation de biomasse par l'instrumentation hydroacoustique dans des rassemblements de krill*, in: "Problèmes de l'acoustique de pêche", Edition de VNIRO, Moscou, 1983, pp.36-46.
  11. R.E.Pieper, *Euphausiid distribution and biomass determined acoustically at 102 kHz*, *Deep-Sea Res.*, 1979, v.26, pp.687-702.
  - 12<sup>\*</sup>. V.G.Samovolkin, *Rétrodiffusion d'ultrason par les crevettes*, *Océanologie* (URSS), 1980, v.20, n°6, pp.1015-1020.
  13. O.Guzman & al., *Calibration of an echointegrator constant and mean target strength of antarctic krill*, *Symp.on fish acoustics, Bergen, 21-24 June 1982*, n°12, p.28.
  - 14<sup>\*</sup>. V.A.Protashuk et T.A.Lukashova, *Etude de la rétrodiffusion par le krill antarctique*, in: "Problèmes de l'acoustique de pêche", Edition de VNIRO, Moscou, 1983, pp.21-25.
  15. J.Kalinowski, *Hydroacoustical investigations of krill (Euphausia superba)*, *Rybnoie Khoziaistvo*, 1984, v.19, pp.111-119.

SECONDE PARTIE

**SURVEILLANCE ACOUSTIQUE DE L'OCÉAN  
ET  
SOLUTION DES PROBLÈMES INVERSES**

---



## 1. SURVEILLANCE ACOUSTIQUE DES MERS

Burenkov S.V., Dubrovskii N.A., Sabinin C.D., Furduev A.V.

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

Le contrôle des eaux de Russie pour l'écologie, l'activité maritime, la prévision du temps et du climat exigent une surveillance continue des mers à base de moyens d'observation peu coûteux, dont la part essentielle peut être les méthodes acoustiques d'investigation de l'océan. Les progrès récents de la tomographie acoustique de l'océan démontrent l'utilité des systèmes fixes pour l'observation de la température, des courants, des tourbillons, des ondes de surface et internes, de la turbulence, etc. On peut également surveiller, à l'aide des moyens acoustiques, les stocks de poissons, la position des fronts océaniques, la concentration des ions hydrogène, la pollution de la surface d'eau, les glaces. On peut envisager aussi le contrôle acoustique à distance de l'activité biologique, gazo- et hydrodynamique dans le fond.

L'avantage essentiel des méthodes acoustiques, qui consiste dans la possibilité d'une observation à distance, est accru par le caractère intégral des données acquises, ce qui n'est pratiquement pas possible à partir des méthodes d'intervention directe. On doit aussi noter la possibilité de poursuivre cette surveillance par tout temps et en toutes saisons. Ces méthodes permettent de plus de localiser des irrégularités de nature différente à l'aide de la sélection spatiale ou temporelle des rayons ou de modes.

Le bruit de la mer fournit de l'information sur le vent, la pluie, les glaces et les organismes marins, ce qui rend possible la surveillance passive - donc peu coûteuse - du milieu, ainsi que l'enregistrement des événements catastrophiques tels les éruptions volcaniques, les tremblements de terre, etc. Enfin, les sources acoustiques occasionnelles dont la position est connue, telles que les navires ou plate-formes de forage pétrolier, peuvent être utilisés pour la surveillance intermittente.

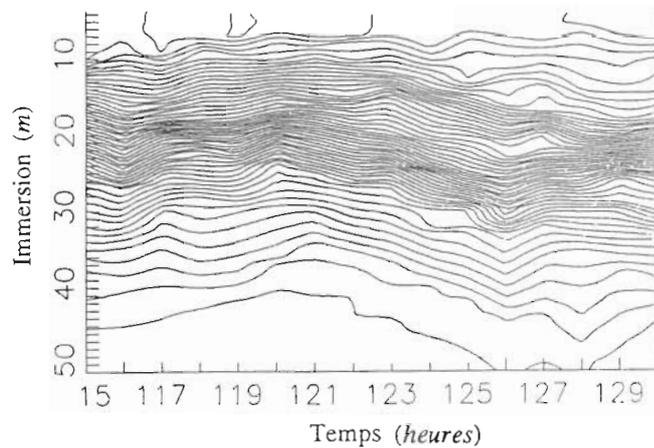
En complétant les méthodes de tomographie acoustique par celles du diagnostic actif, à l'aide de la réverbération et de la surveillance passive et occasionnelle, on peut effectuer la surveillance continue de vastes zones marines à un coût minimal. Pour résoudre les problèmes de surveillance acoustique, il est nécessaire d'élaborer des méthodes de mesure des retards dans les signaux multirayons, celles de sélection effective des rayons ou des modes, aussi que des modèles numériques des champs acoustiques, y compris pour la solution des problèmes inverses.

A l'Institut d'acoustique Andreev, ont été élaborés et expérimentés des méthodes et des moyens efficaces de surveillance acoustique des mers, fondés sur les principes mentionnés. On utilise des émetteurs large bande, des antennes verticales et le matériel électronique d'analyse spectrale des retards, avec l'usage de signaux très stables, modulés linéairement en fréquence (LMF), qui servent de référence à la réception. Cette méthode a plusieurs avantages par rapport à l'utilisation des séquences traditionnelles pseudo-aléatoires.

- La plus grande partie du traitement est faite par le matériel électronique, ce qui diminue considérablement - de 100 fois et plus - l'information à stocker lors d'une expérience, tout en conservant celle de l'amplitude et de la phase sur le milieu.
- Cette méthode permet d'utiliser des signaux très complexes, ce qui augmente beaucoup le rapport signal/bruit à la réception et permet de diminuer la puissance à l'émission.
- Les méthodes modernes de haute résolution pour l'analyse spectrale améliorent considérablement la précision de mesure des retards. Les estimations à partir des données expérimentales démontrent qu'après analyse spectrale et corrections de phase cette précision est suffisante pour mesurer la température moyenne sur un trajet acoustique de 100 km avec un écart type d'erreur ne dépassant pas  $0,003^{\circ}\text{C}$ , et pour estimer la vitesse moyenne des courants avec un écart type d'erreur de  $0,01\text{ m/s}$  (ceci à la fréquence centrale 100 Hz, bande passante 20 Hz, avec le rapport signal/bruit sur un hydrophone  $\sim 20\text{ dB/Hz}$ ).

Figure 1.

Evolution dans le temps du profil de célérité dans la zone de pente (lignes de niveau de célérité);  
 coordonnée horizontale: temps en heures;  
 coordonnée verticale: immersion en mètres.



On présente comme exemple l'expérience faite sur un trajet acoustique stationnaire dans la Mer Noire à l'été et l'automne 1992; la durée des observations a été de 21 jours. On a mené en même temps des mesures continues de l'état du chenal acoustique qui ont permis l'enregistrement de sa variabilité, y compris les ondes internes de haute fréquence. On a utilisé les méthodes et le matériel électronique d'analyse spectrale des retards. L'expérience a démontré l'existence d'une relation entre la structure du champ acoustique et les conditions bathymétriques sur le trajet. Les enregistrements de plusieurs jours révèlent la corrélation parfaite de la variabilité du champ acoustique à la réception avec les ondes internes de basse fréquence.

Les figures 1 et 2 présentent les résultats du traitement des données acquises aux cours des expériences dans le même laps de temps. La figure 1 montre le champ de célérité, et la figure 2 la caractéristique amplitude-phase du chenal. De cela on peut conclure à une bonne corrélation des deux processus.

Les expérimentations de ce genre permettent de proposer une méthode de surveillance acoustique qui serait très sensible aux variations du milieu et insensible à la composante constante de la fonction de Green du chenal

Effectivement, pour une surveillance, il est souvent souhaitable de pouvoir distinguer un processus périodique quelconque, par exemple une onde d'une période donnée ou un objet se déplaçant à la vitesse ou la période estimée, et d'éliminer en même temps la composante stable de la fonction de Green. La méthode de spectrométrie des retards permet de le faire. L'essentiel de cette méthode consiste à soustraire deux signaux reçus à la suite. S'il n'y a pas eu de variabilité des paramètres de propagation dans les régions traversées par une partie des rayons durant le temps écoulé, la soustraction des signaux venus par ces rayons donne de faibles fluctuations. Par contre, la soustraction des signaux arrivés par les rayons, dont les amplitudes ou les phases ont changé à cause d'une irrégularité traversée, donne des fluctuations considérables. Dans ce cas, en variant la fréquence de répétition des impulsions, on peut optimiser sa détection. On peut donc, pour ainsi dire, "capoter" l'irrégularité.

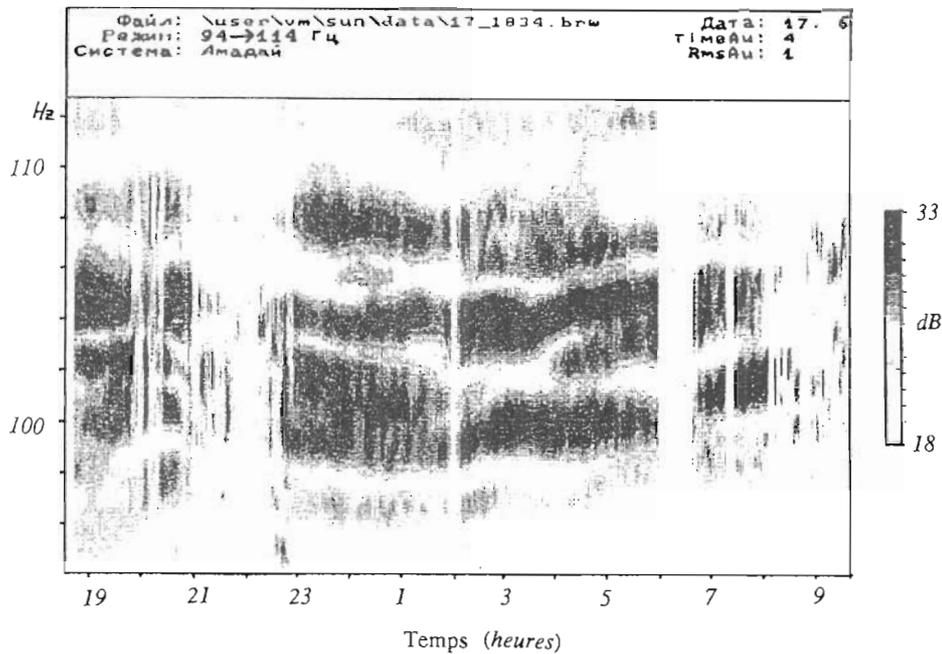


Figure 2. Evolution dans le temps de la caractéristique temps-fréquence du canal.

Cette méthode est bien connue en holographie laser bi-impulsionnelle et en radiolocation, où elle est baptisée "la méthode de soustraction des impulsions". En acoustique sous-marine, elle devient applicable seulement avec la mise en oeuvre de la sélection temporelle haute résolution des rayons par la méthode de spectrométrie des retards.

Un avantage supplémentaire de cette méthode est la possibilité de simplifier et rendre moins coûteux un système acoustique de surveillance du milieu, aussitôt que la soustraction des séquences temporelles est effectuée dans le module immergé du système. Dans ce cas, le signal de soustraction peut être transmis au centre de traitement en utilisant des signaux de bande étroite pour la transmission analogique, ou en communiquant peu d'information numérique. Cela simplifie et rend moins coûteuse la ligne de transmission, donc la partie la plus onéreuse d'un tel système. Il est évident que l'efficacité du système à la soustraction sera réduite à cause d'un niveau élevé des fluctuations, dans le cas où il y a des rayons diffusés par la surface en réception. Le système peut pourtant être réalisé dans le cas d'un trajet acoustique stationnaire, ou si un réseau de modules est installé sur le fond.

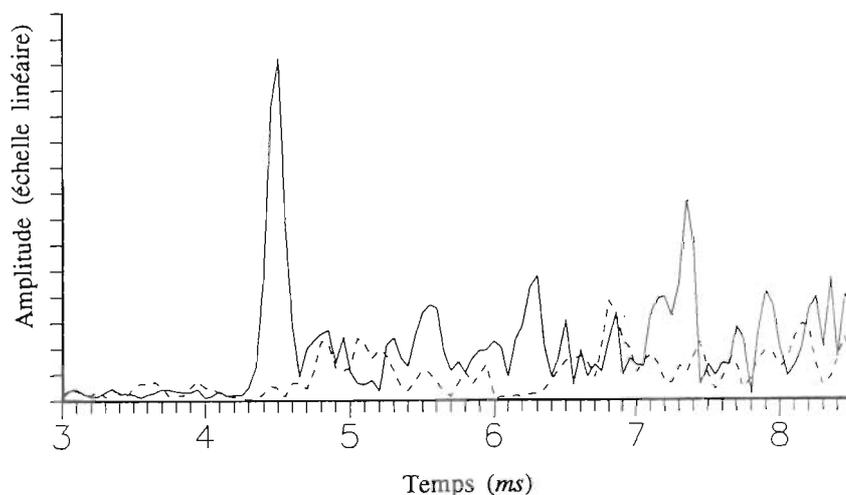


Figure 3. Signal sans (courbe pointillée) et avec (courbe solide) un diffuseur, après la soustraction.

L'efficacité de cette méthode est démontrée par une expérience pour laquelle on a mis dans un bassin de  $10^3 m^3$  deux hydrophones omnidirectionnels dont un émettait le signal LMF. Le signal reçu par le second hydrophone est composé du signal arrivé par le rayon direct et par les rayons qui ont subi plusieurs réflexions sur la surface, le fond et les parois du bassin. Dans les cas où il n'y a pas eu de variations dans le milieu, la soustraction de deux impulsions successives ne produit que de faibles fluctuations dues au mouvement des absorbeurs à la surface (la courbe pointillée de la figure 3). Dans les cas où une balle de 30 cm de diamètre est lancée dans le bassin, les signaux réfléchis par la balle apparaissent clairement dans la soustraction: le signal direct à 4,5 ms, les signaux réfléchis par les parois et le fond à 5,5 et 6,2 ms, le signal réfléchi par la surface libre à 7,3 ms, alors que le niveau maximal du signal écho ne dépasse pas un centième du niveau du signal initial.

## 2. TOMOGRAPHIE ACOUSTIQUE DE L'OcéAN À L'AIDE DES SIGNAUX MONOCHROMATIQUES

Voronovitch A.G., Gontcharov V.V.

*Institut d'océanologie Schirshov, Moscou*

Le principe de la tomographie de l'océan proposé par Munk et Wunsch [1] consiste à utiliser les retards de signaux se propageant le long des rayons différents pour la reconstitution de la structure des "inhomogénéités" dans l'océan. On peut aussi se servir pour cela d'autres caractéristiques du champ acoustique, par exemple, de l'amplitude et/ou de la phase d'un signal monochromatique reçu en des points différents par une antenne verticale. L'efficacité de cette méthode a été démontrée à l'aide de plusieurs modélisations numériques [2], [3]. Nous exposons ici les résultats d'une expérimentation utilisant cette méthode, qui a eu lieu en juin 1990 dans la mer de Norvège. On a utilisé alors une antenne de 560 m ayant 29 hydrophones. La construction de l'antenne et les expérimentations effectuées avec elle sont décrites en détail dans [4], [5].

On étudie d'abord la possibilité de reconstituer le champ de célérité  $c(x,z)$  à partir des mesures acoustiques, dans le cas où le champ est assez bien connu *a priori*. Le principe de la reconstitution est de maximiser la corrélation du champ mesuré sur les hydrophones  $\mathbf{P}^{(E)} = \{p_i^{(E)}\}$  ( $i = 1, 2, \dots, 29$ ) avec le champ  $\mathbf{P}^{(q)}$  modélisé numériquement pour le profil de célérité dépendant du paramètre  $q$ :

$$K(q) = (\mathbf{P}^{(E)}, \mathbf{P}^{(q)}) \|\mathbf{P}^{(E)}\|^{-1} \|\mathbf{P}^{(q)}\|^{-1} \left( \sum_{i=1}^N p_i^{(E)} p_i^{(q)*} \right) \left( \sum_{i=1}^N |p_i^{(E)}|^2 \right)^{-1/2} \left( \sum_{i=1}^N |p_i^{(q)}|^2 \right)^{-1/2},$$

alors que la valeur de  $q = 0$  correspond au champ mesuré de célérité. Il est évident que la valeur maximale de  $|K(q)| = 1$  est atteinte si les deux vecteurs  $\mathbf{P}^{(E)}$  et  $\mathbf{P}^{(q)}$  sont colinéaires. Au cours de l'expérience, on obtient que le maximum de  $|K(q)|$  est atteint pour  $q = 0,15$ , c'est-à-dire que le profil en modélisation était assez proche du profil mesuré, avec des variations au voisinage de 0,4 m/s.

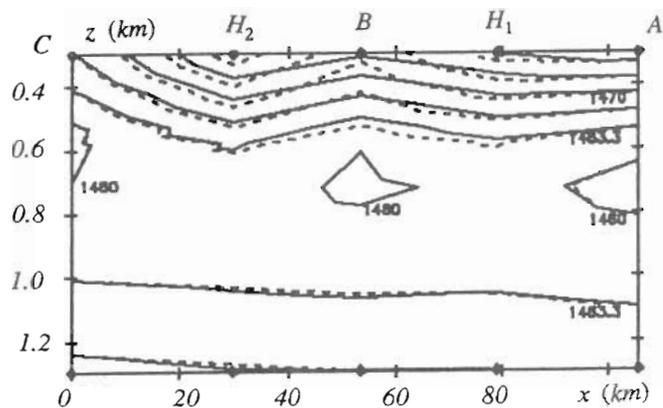
On utilise ensuite le vecteur  $\mathbf{q}$  des coefficients de développement du champ  $c(x,z)$  en fonctions empiriques orthogonales pour décrire les fluctuations de célérité, et on évalue l'écart quadratique  $F(\mathbf{q})$  du champ mesuré et du champ modélisé numériquement:

$$F(\mathbf{q}) = \min_{\beta} \left\{ \sum_{i=1}^N \left| \frac{p_i^{(E)}}{\|\mathbf{P}^{(E)}\|} - \beta \frac{p_i^{(q)}}{\|\mathbf{P}^{(q)}\|} \right|^2 \right\} = 1 - |K(\mathbf{q})|^2.$$

Le problème de reconstitution à l'aide de la méthode de concordance des champs est alors la recherche du vecteur  $\mathbf{q}$  correspondant au minimum de cette fonction. Les paramètres du fond peuvent également faire partie du vecteur  $\mathbf{q}$ . Dans de nombreux cas, on ne peut pas considérer que  $p_i^{(q)}$  dépende linéairement des paramètres  $\mathbf{q}$ , alors il faut utiliser des méthodes de modélisation permettant un calcul rela-

tivement rapide du gradient  $\nabla_{\mathbf{q}} F$ , par exemple la méthode adiabatique des modes ou des rayons.

Figure 1.



Le schéma fondé sur la théorie adiabatique des modes a été appliqué dans le cas d'un trajet de 55 km (avec 2 paramètres  $q_i$ ) et de 105,5 km (avec 6 paramètres  $q_i$ ). La qualité de la reconstitution a été assez bonne, comme le démontre la figure 1 qui représente le champ de célérité mesuré (courbes pointillées) et reconstitué (courbes solides). Nous considérons également le problème des fausses solutions de la reconstitution et la possibilité d'une reconstitution à partir de la mesure des phases des modes ou de l'intensité uniquement. Nous envisageons la voie de perfectionnement de la méthode exposée à l'aide des signaux large bande et des modèles avancés de modélisation du champ acoustique. Nous parlons des avantages et des inconvénients de la méthode de concordance des champs par rapport au schéma tomographique traditionnel.

1. W.H.Munk, C.Wunsch, *Ocean acoustic tomography: a scheme for large scale monitoring*, *Deep-sea Res.*, 1979, v.26A, n°2, pp.123-161.
2. E.C.Shang, *Ocean acoustic tomography based on adiabatic mode theory*, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1989, v.85, pp.1531-1537.
3. A.Tolstoy, O.Diachok, L.N.Frazer, *Acoustic tomography via matched field processing*, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1991, v.89, pp.1119-1127.
4. S.A.Dremutchev, V.G.Selivanov, I.A.Tchepurin, *Mesures de la structure du champ acoustique par une antenne verticale*, *Océanologie (URSS)*, 1990, v.30, n°5, pp.866-871.
5. A.G.Voronovitch, V.V.Gontcharov, I.A.Tchepurin, *Mesure du spectre modal d'un champ acoustique basse fréquence grand fond*, *DAN (URSS)*, 1991, v.317, n°3, pp.723-727.

### 3. DIAGNOSTIC ACOUSTIQUE DES INHOMOGÉNÉTÉS DE PETITE ÉCHELLE DANS L'OcéAN

Lysanov Iu.P., Sazonov I.A.

Institut d'acoustique Andreev, Moscou

Le son se propageant dans le chenal sous-marin peut être diffusé par des inhomogénéités aléatoires du milieu. Alors, une partie de l'énergie acoustique quitte le chenal, ce qui se manifeste par un amortissement supplémentaire du son. La valeur du coefficient d'amortissement et sa dépendance en fréquence sont déterminées par la fonction de corrélation des fluctuations de l'index de réfraction et les rayons de corrélation en horizontal et en vertical. Cela permet d'évaluer certains paramètres des inhomogénéités à partir de la mesure du coefficient d'amortissement. Dans ce travail, le problème est résolu pour les inhomogénéités de courte échelle.

Conformément aux données expérimentales obtenues dans de nombreuses régions de l'océan [1], la dépendance du coefficient d'amortissement  $\beta$  en fonction de la fréquence  $f$  suit la loi  $\beta \propto f^{3/2}$  pour  $f \in [0,1;10]$  kHz. Il se trouve pourtant, que cette loi n'a pas jusqu'à présent d'explication théorique. La raison éventuelle peut être le fait que, dans tous les cas considérés jusqu'à présent, les inhomogénéités étaient supposées isotropes, au moins localement. Par conséquent, la dépendance de  $\beta$  en  $f$  était toujours plus ou moins forte que  $f^{3/2}$ . Dans ce travail, les inhomogénéités sont supposées fortement anisotropes: de large échelle horizontale et de courte échelle en immersion, c'est-à-dire qu'elles sont assimilables à des "nappes" ou des "crêpes" dont le rapport de l'échelle horizontale à celle verticale est d'ordre de  $10^2 + 10^3$ . Cette structure des inhomogénéités correspond aux notions théoriques [2] et aux données expérimentales [3].

Présentons la fonction de corrélation de l'index de réfraction du milieu sous la forme:

$$(1) \quad B(\vec{\rho}) = \langle \mu^2 \rangle N_1(\vec{\xi}) N_2(\eta), \quad \vec{\rho} = \{\vec{\xi}, \eta\},$$

avec  $\langle \mu^2 \rangle$  l'écart type des fluctuations,  $N_1(\vec{\xi})$  et  $N_2(\eta)$  les coefficients de corrélation en horizontal et en vertical. Notons  $q_1$  et  $q_2$  les nombres d'onde horizontal et vertical,  $\xi_0$  et  $\eta_0$  les rayons de corrélation en horizontal et en vertical. La corrélation en horizontal est décrite par la fonction de Karmann d'ordre  $\nu = 1/4$ , à laquelle correspond le spectre énergétique  $G_1(q_{\perp}) \propto q_{\perp}^{-5/4}$  ( $q_{\perp} \xi_0 \gg 1$ ),  $G_1(q_{\perp}) \propto \text{const}$  ( $q_{\perp} \eta_0 \ll 1$ ). Dans ce cas, la forme de la fonction de corrélation en vertical n'a pas d'importance.

Nous obtenons pour le coefficient d'amortissement la formule suivante:

$$(2) \quad \beta = 1,08 \langle \mu^2 \rangle (k \eta_0) k / (k \eta_0)^{1/2} \chi_m^2,$$

d'après laquelle la dépendance en fréquence suit "la loi en 3/2". Notons par

ailleurs que si les inhomogénéités étaient isotropes, la dépendance fréquentielle de  $\beta$  serait faible pour toute valeur de  $\nu$ , et ne dépasserait pas la première puissance de  $f$ . La formule (2) manifeste une dépendance assez forte de  $\beta$  selon l'angle maximal du chenal  $\chi_m$ , ce qui peut être éventuellement observé en expérimentation. Du point de vue physique, ce résultat est évident, car plus l'angle  $\chi_m$  est petit, plus la fuite de l'énergie acoustique hors du chenal est notable.

L'évaluation de  $\beta$  dans le cas où  $k = 4,2 \text{ m}^{-1}$  ( $f = 1 \text{ kHz}$ ),  $\eta_0 = 1 \text{ m}$ ,  $k\xi_0 = 600$  ( $\xi_0/\eta_0 \approx 1,4 \cdot 10^2$ ),  $\chi_m = 7^\circ$ ,  $\langle \mu^2 \rangle = 8,4 \cdot 10^{-8}$ , donne  $\beta \approx 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ dB/km}$ , ce qui est assez proche de la grandeur de  $\beta$  calculée d'après la formule de Shihy-Helly [1].

La ressemblance de la dépendance de  $\beta$  en fréquence avec celle des données expérimentales permet de conclure que le modèle "en crêpe" des inhomogénéités correspondrait à la réalité physique. De plus, en admettant cette hypothèse sur la nature des inhomogénéités, on peut évaluer leur spectre horizontal et le paramètre  $M = \langle \mu^2 \rangle \eta_0 / \xi_0^{1/2}$  à partir de la mesure de  $\beta$ . Effectivement, comme les paramètres  $\langle \mu^2 \rangle$  et  $\eta_0$  peuvent être plus facilement mesurés expérimentalement, on peut alors évaluer le paramètre  $\xi_0$ , qui est plus difficile à mesurer, à partir de l'évaluation du paramètre  $M$ .

- 
- 1: R.A.Vadov, *Amortissement du son en basse fréquence dans l'océan*, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Problèmes de l'Acoustique de l'océan", Nauka Editions, Moscou, 1984, pp.31-42.
  - 2: K.D.Sabinin, M.G.Deev, *Rayon de Rossby local et paramètres des lentilles et tourbillons à l'intérieur de la thermocline dans l'océan*, *Océanologie (URSS)*, 1991, v.31, n°5, pp.714-719.
  - 3: V.S.Gostev, N.G.Potylitsyn, R.F.Schvatchko, *Modèle spectral des inhomogénéités de petite échelle de la célérité dans l'océan*, *Comptes rendus du 11e Toute-Union Congrès, section "D"*, Moscou, 1991, pp.109-111.

#### 4. DIAGNOSTIC D'UNE RÉGION MARINE A PARTIR DU CHAMP DE BRUIT AMBIANT

Furduev A.V.

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

Les résultats des recherches sur la dépendance des caractéristiques temps-échelle et spectro-énergétiques des champs du bruit, en fonction des paramètres bathymétriques, biologiques, géologiques et météorologiques, dans de nombreuses régions de l'océan, démontrent la possibilité de mettre en œuvre les méthodes dites "passives" de la surveillance acoustique du milieu marin, pour la région qui détermine le champ du bruit au point d'observation.

Nous démontrons dans ce travail la possibilité du diagnostic acoustique des régions marines à partir du champ du bruit, en donnant quelques exemples d'expérimentation.

Le bruit océanique dépend de la vitesse locale du vent, ce qui permet de mesurer celle-ci tout en restant sous la surface. L'utilisation d'une antenne permet alors de distinguer les rafales, d'estimer l'intensité d'une pluie ou grêle, d'évaluer la densité, la puissance et la directivité des sources du bruit.

Les spectres fréquentiel et angulaire du bruit dépendent du profil de célérité acoustique et des caractéristiques fréquentielle et angulaire du coefficient de réflexion par le fond, ce qui permet de reconstituer le profil de célérité et le coefficient de réflexion à partir des mesures par des antennes verticales.

Les mesures simultanées du champ du bruit pour un même angle par rapport à l'horizontale, mais en provenance du fond et de la surface, permettent de reconstituer le spectre de l'agitation de la surface à partir de l'analyse des fluctuations du bruit.

En observant le bruit sous des angles proches de l'horizontale, on peut évaluer les amplitudes et les fréquences des ondes internes à partir des variations observées. On peut également évaluer le coefficient de diffusion dans le volume par des inhomogénéités de nature biologique ou physique et contrôler les migrations journalières et saisonnières des couches de diffuseurs biologiques, à partir du niveau moyen du bruit dans le secteur angulaire "muet" qui est dû à la réfraction.

La dépendance en immersion du bruit basse fréquence et sa corrélation spatiale contiennent l'information sur la structure du fond et sur la concentration des gaz dans sa couche supérieure, ce qui témoigne de son activité biologique et de l'état écologique. Les fluctuations du bruit basse fréquence peuvent être utilisées pour surveiller l'activité des volcans sous-marins, les événements tectoniques et des explosions diverses. On peut également utiliser les bruits hydrodynamiques pour évaluer les paramètres de la turbulence et des courants près des hydrophones.

Au cours des expérimentations récentes effectuées par l'Institut d'acoustique Andreev, nous avons mis en œuvre la plupart des méthodes "passives" de la

surveillance acoustique des mers mentionnées ci-dessus, à l'aide de nouveaux modèles numériques du bruit marin. Notons que certains résultats ne sont pas convaincants et les problèmes correspondants exigent des vérifications expérimentales supplémentaires. Néanmoins, il est déjà clair qu'il est plus pratique dans certains cas d'explorer l'océan en utilisant l'information inhérente au champ de bruit.

Nous présentons avec la figure 1 un exemple d'observation expérimentale des fluctuations du champ de bruit à l'immersion 80 m dues à une onde interne du mode d'ordre deux d'amplitude 17 m environ, et à l'immersion 200 m, dues à une autre onde interne d'amplitude 9 m. Pour cela, nous avons installé à ces immersions deux antennes verticales de lobe principal d'ouverture  $\approx 3^\circ$  orienté horizontalement, et de lobes secondaires inférieurs à -30 dB.

C'est là un exemple d'une bonne corrélation des fluctuations du bruit et des variations du champ de célérité qui démontre la possibilité de la surveillance acoustique des ondes internes à partir du bruit ambiant.

La figure 2 donne un autre exemple illustrant la variabilité de la structure angulaire verticale du bruit dans le secteur de minimum créé au voisinage de l'horizontale par l'effet de refraction. Dans ce cas, la variabilité est due à une migration nocturne d'une couche diffusante, ce qui fait augmenter le coefficient volumique de diffusion à cause de la baisse de la fréquence de résonance des vessies nataoires des poissons peuplant cette couche. Cette expérimentation a été faite comme celle décrite ci-dessus, dans des conditions "grands fonds" (immersion  $\approx 4500$  m) avec un profil tropical typique. Le temps était bien stable, avec un vent de 6-7 m/s. Le coefficient volumique de diffusion à la fréquence 3,15 kHz variait de  $\approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ m}^{-1}$  dans la journée à  $\approx 10^{-7} \text{ m}^{-1}$  dans la nuit. Une mesure de ce genre permettrait d'établir la caractéristique fréquentielle du coefficient volumique de diffusion, et il est évident que l'utilisation d'une antenne de lobe bien étroit permettrait de reconstituer sa répartition en immersion. Il faut noter que, pour obtenir des résultats comparables à ceux qui sont présentés sur les figures 1 et 2, il faut avoir une antenne très sensible, ayant des lobes secondaires bien faibles.

Figure 1.

Observation des fluctuations du champ de bruit dues à une onde interne:

$P_1$  - sortie d'un hydrophone à l'immersion 80m;

$P_{\Sigma 80}$  et  $P_{\Sigma 200}$  - sorties de deux antennes horizontales aux immersions 80 et 200 m.

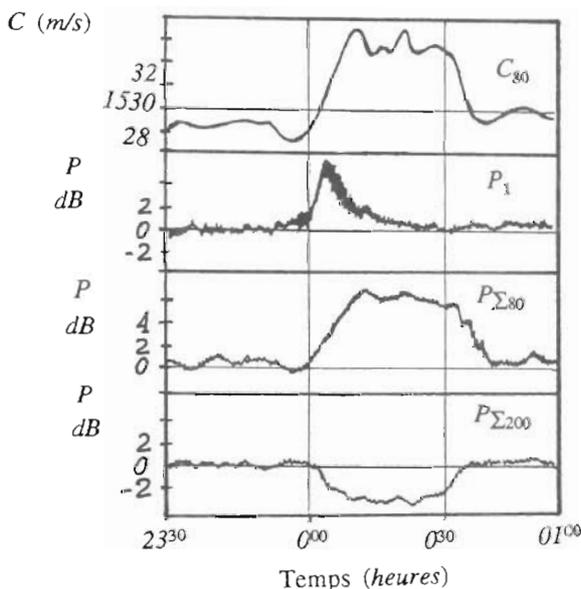
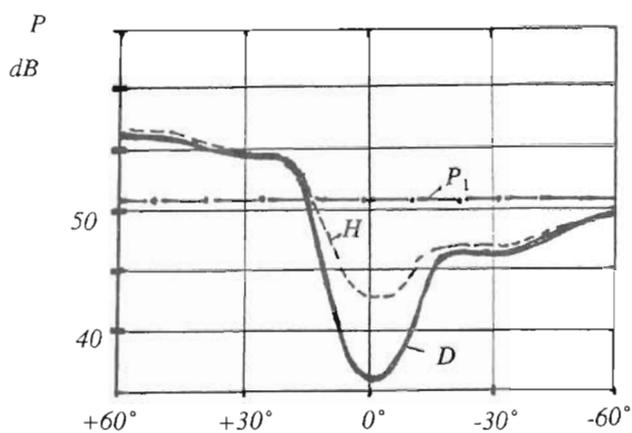


Figure 2.

Observation des fluctuations du champ de bruit dues aux migrations journalières d'une couche diffusante biologique:

*N* - niveau moyen dans la nuit (4 heures);

*J* - niveau moyen dans la journée (10 heures).



Dans ce travail, nous exposons également des résultats sur la reconstitution du coefficient de réflexion du fond, des caractéristiques des sources de bruit à la surface, sur l'étude de la possibilité de détection des coups de vent, des navires etc. Nous décrivons l'instrumentation et les méthodes de surveillance passive de régions marines à partir du bruit ambiant.

---

## 5. RECONSTITUTION DES CARACTÉRISTIQUES DES INHOMOGÉNÉITÉS OCÉANIQUES À PARTIR DE LA STRUCTURE TEMPORELLE DU SIGNAL ACOUSTIQUE

Netchaev A.G., Fokin V.N., Fokina M.S.

*Institut de physique appliquée, Nijni Novgorod*

Ce travail porte sur l'étude de la variante géométrique de la méthode de tomographie acoustique différentielle de l'océan. L'essentiel de cette méthode consiste à mettre à profit les variations de la célérité acoustique moyenne  $V$  pour des rayons différents. Soit un émetteur donnant un signal uniquement par le rayon d'angle  $\chi_i$ , et un récepteur à la distance  $a$  recevant l'énergie acoustique par le rayon de l'angle  $\chi_j$ . Si une inhomogénéité se trouve à la distance  $x_2$  de l'émetteur, le temps de propagation d'une impulsion de l'émetteur vers le récepteur est

$$T = x_2 / V_i + (a - x_2) / V_j .$$

Par conséquent, la dépendance temporelle de l'intensité du signal à la réception  $I(t)$  est déterminée par la répartition des variations de la célérité moyenne. Une analyse de  $I(t)$  dans le cas de la propagation multirayons et la connaissance de la structure des rayons rendent possible la sélection des signaux diffusés qui ont pris naissance à une certaine distance et à une certaine immersion, en utilisant un récepteur sans directivité.

Nous nous proposons d'étudier à l'aide d'une simulation numérique la possibilité de reconstitution spatiale de la répartition des caractéristiques du milieu dans le plan vertical dans les conditions de propagation multirayons. Nous considérons deux conditions types - chenaux superficiel et profond, - et une réception par un hydrophone isolé et par une antenne horizontale. La simulation numérique a été menée à l'aide du logiciel [1] utilisant la méthode des rayons.

En étudiant la structure temporelle des signaux diffusés pour un échantillonnage de neuf distances entre l'émetteur et le diffuseur, nous avons établi que les retards des signaux tombent souvent dans les intervalles temporels où il n'y a pas de signaux directs. Par conséquent, en utilisant la méthode d'une fenêtre temporelle glissante, on peut toujours "écraser" le champ direct et mesurer le faible signal diffusé. La comparaison des dépendances de  $T(x_2)$  et de  $T(t)$  accompagnée par une analyse de la structure angulaire, permet de reconstituer la répartition spatiale des diffuseurs et de leurs paramètres. Les procédés proposés permettent de "viser" à l'aide de l'antenne une région donnée dans le guide d'onde et "d'écraser" ainsi les signaux de réverbération en provenance d'autres régions.

Nous analyserons également l'influence sur la structure du signal diffusé de certains paramètres tels que les immersions de l'émetteur, du récepteur et des diffuseurs et les distances les séparant.

Nous démontrons à l'aide des simulations numériques que dans le cas d'une distance assez courte entre émetteur et récepteur ( $a \leq 100$  km) il est nécessaire de

tenir compte des rayons réfléchis par le fond. Dans le cas des grandes distances ( $a > 100 \text{ km}$ ), les rayons réfractés sont déjà suffisants pour que l'on puisse mettre en oeuvre la méthode étudiée.

La méthode de séparation des signaux diffusés proposée ici peut être réalisée avec n'importe quel émetteur d'impulsions acoustiques. Avec cette méthode, on n'a pas besoin du contrôle du temps d'émission et de réception. La méthode est stable par rapport aux variations des paramètres du chenal.

---

1: V.N.Fokin, M.S.Fokina, *Sur la modélisation du champ acoustique dans un guide d'ondes inhomogène à l'aide de la méthode géométrique*, *J.d'Acoustique (URSS)*, 1991, v.37, n°4, pp.782-788.

---

## 6. INTERFÉROMÉTRIE ACOUSTIQUE DANS L'OcéAN

Orlov E.F., Scharonov G.A.

*Institut d'océanologie Schirshov, Moscou*

L'investigation et la mesure des effets interférentiels acoustiques dans l'océan, dite interférométrie acoustique, attirent à présent une attention grandissante. Le perfectionnement des méthodes d'interférométrie ouvre de nouvelles possibilités pour les systèmes de diagnostic acoustique de l'océan et des fonds.

On peut observer deux types d'effets d'interférences dans le guide d'ondes océanique. Ce sont d'une part les effets qui se manifestent dans le signal reçu en un point et qui sont dus à la superposition des modes, dite "interférence locale", d'autre part, ceux qui apparaissent dans la sommation des signaux reçus en des points différents, dite "interférence spatiale". Les méthodes utilisant l'interférence locale ont été élaborées et appliquées dans plusieurs travaux [1]. L'essentiel des méthodes se résume à mesurer le spectre de la réponse impulsionnelle du milieu avec un traitement en deux dimensions des réalisations du spectre d'intensité, lorsqu'une source se déplace dans le guide d'ondes. Cela permet d'évaluer les paramètres de la répartition fréquence-échelle de l'intensité acoustique qui sont liés aux caractéristiques hydro-physiques du milieu. Les méthodes d'interférométrie utilisant l'interférence spatiale, sont étudiées spécialement en optique et radiophysique, et elles le sont peu en acoustique de l'océan [2].

Dans ce travail, nous nous proposons de passer en revue les résultats des travaux publiés et des recherches entreprises par des chercheurs. Nous considérons les méthodes de l'interférométrie spatiale avec une réception séparée et un traitement en deux étapes:

- 1) acquisition des interférogrammes dynamiques;
- 2) analyse en deux dimensions.

Nous présentons les résultats des études expérimentales de l'interférence spatiale des signaux des émetteurs sismo-acoustiques effectuées dans des zones littorales et dans des guides d'ondes de divers types. Nous analysons les dépendances fréquentielles de la corrélation spatiale des champs acoustiques basse fréquence.

- 
- 1: V.A.Zverev, E.F.Orlov (éds), "Interférence du son large bande dans l'océan", Edition de l'Institut de physique appliquée (IPA) de l'Acad. des Sc. d'URSS, Gorky, 1984.
  - 2: E.F.Orlov, G.A.Scharonov (éds), "Interférométrie acoustique dans l'océan", Edition de l'Institut Pacifique d'Océanologie (IPO) de la Section extrême-orientale de l'Acad. des Sc. de Russie, 1993.

## 7. MESURE DES CARACTÉRISTIQUES D'ÉLASTICITÉ ET DE L'ÉPAISSEUR DE LA GLACE LE LONG D'UN TRAJET ACOUSTIQUE

Khilko A.I., Schirokov V.N., Turtchin V.I.

*Institut de physique appliquée, Nijni Novgorod*

Il est d'actualité, pour certaines applications tomographiques, de tenir compte des effets d'une couche de glace sur la propagation acoustique. Plusieurs modèles du guide d'onde océanique tenant d'une certaine manière compte de la présence de la glace ont déjà été proposés. Leur application nécessite une connaissance des paramètres moyens d'élasticité et l'épaisseur de la couche de glace le long du trajet acoustique.

Dans ce travail, nous proposons une méthode de reconstitution de ces paramètres à partir de la mesure des caractéristiques temps-échelle d'un signal de sondage. Nous utilisons pour cela le traitement qui correspond au modèle simple du guide d'ondes océanique en présence d'une couche de glace. Ce modèle est composé d'une couche isocélère liquide reposant sur un fond élastique ou liquide et recouverte d'une couche élastique. Ce modèle, bien qu'il soit assez simplifié, permet souvent de mener une modélisation numérique satisfaisante de la propagation "petits fonds" ou dans les conditions d'un chenal superficiel.

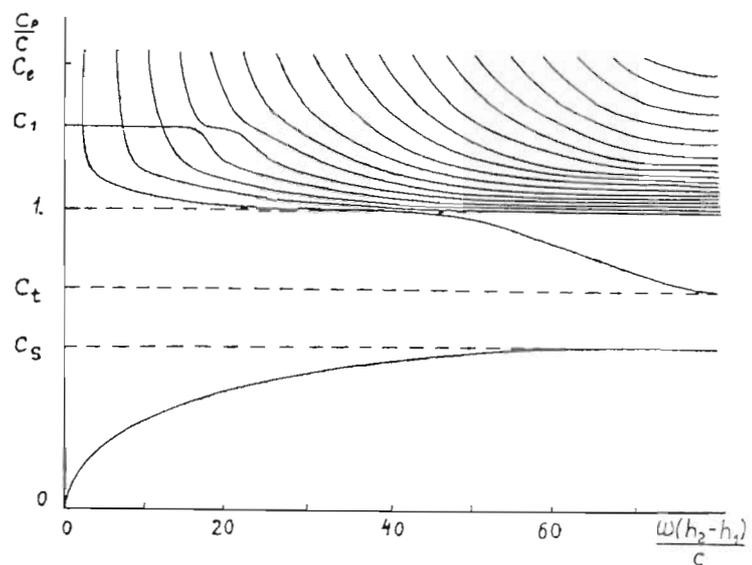
L'influence de la couche de glace sur la structure d'un champ acoustique dans le chenal se manifeste de manières différentes. Premièrement, les dépendances des vitesses de phase et de groupe des modes et de leurs fréquences critiques, fonctions de la fréquence, changent. La reconstruction des caractéristiques de la couche de glace à partir de cet effet relativement faible ne peut se faire qu'aux distances pas trop importantes, où l'influence des inhomogénéités du chenal n'est pas encore considérable. A une grande distance, il faut sélectionner des modes qui possèdent des vitesses de phase bien différentes pour que les fluctuations de phase n'entraînent pas le chevauchement des intervalles de leurs variations. En appliquant ce modèle, nous proposons de mesurer et d'utiliser pour la reconstitution les caractéristiques des modes liées aux oscillations propres (y compris celles d'élasticité) de la couche de glace, notamment celles des modes symétrique et antisymétrique d'ordre zéro dont les caractéristiques temps-échelle sont étudiées dans [1]. Sous l'approximation d'une couche fine, pour laquelle est remplie la conditions  $f \ll c_t/h_1$  (avec  $f$  la fréquence du son,  $h_1$  l'épaisseur de la couche de glace,  $c_t$  la célérité des ondes de cisaillement), les vitesses de phase de ces deux modes sont liées par des expressions [2]:

$$c_1 = 4 \sqrt{4c_t^2(c_1^2 - c_t^2)h_1^2\omega^2 / 3c_1^2}, \quad c_2 = 2 \frac{c_t}{c_1} \sqrt{c_1^2 - c_t^2},$$

avec  $c_t$  la célérité des ondes longitudinales dans la glace. Aux hautes fréquences ( $f \gg c_t/h_1$ ),  $c_1$  et  $c_2$  tendent asymptotiquement vers les célérités de l'ondes de Rayleigh d'un demi-espace de glace et de l'onde de Stoneley de l'interface eau-glace, dont les dépendances des paramètres d'élasticité de la glace sont également connues [2]. Les courbes dispersionnelles sont présentées sur la figure 1.

Figure 1.

Dépendances des vitesses de phase des modes en fonction de la fréquence d'émission.



Pour évaluer les caractéristiques de la glace sur un trajet acoustique, nous proposons d'appliquer la transformation du type Wigner à la dépendance fréquentielle du signal reçu. Dans ce cas, c'est la fréquence qui joue le rôle du temps. Ceci permet de retrouver les courbes de dispersion des vitesses de groupe des modes. Nous proposons des estimations *a priori* de l'intervalle de fréquences nécessaire pour la séparation des modes, qui dépend de la longueur du trajet, des paramètres d'antenne verticale à la réception, des conditions bathymétriques attendues, etc. Nous étudions la sensibilité des courbes dispersionnelles aux variations des caractéristiques du trajet telles que l'impédance et d'autres paramètres de la couche de glace, l'immersion moyenne du fond, etc.

1. E.L.Borodina, A.I.Khilko, V.N.Schirokov, *Formation de champs acoustiques par les modes écoulements et les ondes de cisaillement et de surface dans des guides d'ondes stratifiés avec peu de modes*, in: V.A.Zverev (éd.), "Formation des champs acoustiques dans des guides d'ondes océaniques", Edition de l'Institut de physique appliquée (IPA) de l'Acad. des Sc. d'URSS, Nijni Novgorod, 1991, pp.66-81.
2. W.M.Ewing, W.S.Jardetzky, F.Press, "Elastic Waves in Layered Media", New York, 1957.

## 8. TOMOGRAPHIE DES PETITS FONDS À L'AIDE DES DISLOCATIONS

Juravlev V.A., Kozelskii A.R., Kobozev I.K.,  
Kravtsov Iu.A., Migulin A.A.

*Institut de physique générale, Moscou*

Nous proposons dans ce travail une nouvelle méthode de détection des perturbations hydrodynamiques dans le guide d'ondes océanique fondée sur l'observation des dislocations du front de phase d'un champ acoustique. Les dislocations du front de phase se forment au voisinage des zéros interférentiels du champ d'ondes [1]. Un tour fait autour d'un zéro interférentiel change la phase de  $+2\pi$ .

Les ondes acoustiques basse fréquence ( $100 \div 500$  Hz) dans les conditions petits fonds (immersion  $50 \div 500$  m) possèdent une structure interférentielle assez complexe avec un nombre de dislocations [2] qui est suffisamment grand pour que l'on puisse espérer une assez grande probabilité de les détecter à l'aide d'un réseau d'hydrophones.

Une des particularités des dislocations est la sensibilité remarquable aux perturbations hydrodynamiques. Pour la première fois, cela s'est manifesté en 1983 dans l'expérimentation de l'Institut de physique générale (IPG) de l'Académie des Sciences d'URSS sur un trajet stationnaire, pour laquelle on a utilisé une chaîne horizontale d'hydrophones et le phasemètre multicanal [3]. Les variations locales brusques de la phase (atteignant  $60^\circ$ ), observées au cours des expérimentations aux distances  $100 \div 200$  m, peuvent être facilement interprétés dans les connaissances actuelles comme le résultat des passages des dislocations du champ au-dessus de la chaîne d'hydrophones.

Des évaluations numériques montrent que, sous l'influence des perturbations hydrodynamiques, les dislocations se déplacent plutôt horizontalement suivant la direction de la propagation de l'onde ou à contresens, et ce déplacement est assez rapide. Par exemple, pour une couche d'eau de  $100$  m, une variation de l'immersion initiale de  $30$  cm seulement due à une marée provoque à  $70$  km des déplacements des dislocations de l'ordre de plusieurs dizaines ou même centaines de mètres.

Le schéma le plus simple d'une expérimentation utilisant cette méthode peut être décrit comme suit. Une source acoustique  $S$  crée un champ acoustique qui est reçu par une chaîne d'hydrophones  $R$ . Dans le cas général, les dislocations  $D$  du front d'ondes peuvent se trouver assez loin de l'antenne. Alors, on doit faire qu'une des dislocations se trouve près de l'antenne. On peut provoquer des déplacements des dislocations en horizontal en variant la fréquence d'émission, puisque un changement de fréquence fait se déplacer horizontalement les dislocations à la distance  $\Delta r$ :  $\Delta r/r = \Delta\omega/\omega$  [2]. Par exemple, à la fréquence  $f = 300$  Hz et à la distance  $r = 10$  km, le changement de fréquence de  $1$  Hz provoque des déplacements horizontaux des dislocations de l'ordre de  $60$  m. Une fois une dislocation localisée entre deux hydrophones de l'antenne verticale, on peut mesurer la variation de la phase pour ces hydrophones ou les variations de la différence des phases.

---

Une autre configuration du système de mesure comporte une ligne de liaison entre l'antenne verticale et l'émetteur, par radio, par exemple. Alors, en réglant la fréquence d'émission, on peut fixer une dislocation sur l'antenne. Dans ce cas, l'information sur le chenal acoustique sera contenue dans le réglage de la fréquence d'émission.

L'analyse approfondie démontre que des courants tourbillonnaires d'énergie acoustique existent au voisinage d'une dislocation. On le détecte donc à l'aide des récepteurs combinés. Par conséquent, on peut proposer une autre méthode de détection des dislocations à partir de la mesure de la directivité du courant d'énergie.

Les études et les évaluations démontrent qu'on pourrait détecter, sur un trajet acoustique dans l'océan, des perturbations hydrodynamiques de divers types à partir de la méthode de détection des dislocations, notamment les perturbations dues aux marées, les déplacements des zones frontales, des perturbations localisées. Il n'est pas exclu qu'on puisse détecter par des méthodes de phase les inhomogénéités de la mesoéchelle (tourbillons synoptiques) et, sous certaines conditions, les changements climatiques de la température de l'océan (projet de Munk et Wunsch).

Certains problèmes de la mise en œuvre de la méthode proposée sont également abordés dans ce travail.

- 
1. J.F.Nye, M.V.Berry, *Dislocations in wave trains*, *Proc. Roy. Soc., London*, 1974, v.a336, pp.165-190.
  2. V.A.Juravlev, I.K.Kobozev, Iu.A.Kravtsov, *Dislocation du front de phase dans le guide d'ondes océanique et leurs manifestations dans les mesures acoustiques*, *J. d'Acoustique (URSS)*, 1989, v.36, n°2, pp.260-265.
  3. A.A.Migulin, V.G.Petnikov, A.Iu.Shmelev, *Horizontal refraction of low-frequency acoustic waves in the Barents sea stationary acoustic experiment*, *J. Acoust. Soc. Am.*, 1991, v.89, n°4., Part 2, pp.1982-1983.
  4. W.H.Munk, C.Wunsch, *Ocean acoustic tomography: a scheme for large-scale monitoring*, *Deep Sea Res.*, 1979, v.26A, n°2, pp.123-161.

## 9. INFLUENCE DES BULLES D'AIR DANS LA COUCHE SUPERFICIELLE SUR L'AMORTISSEMENT DES SIGNAUX ACOUSTIQUES

Gurbatov S.N., Pavlov I.V.

*Université d'État de Nijni Novgorod, Nijni Novgorod*

Il est bien connu que les bulles d'air, créées dans la couche superficielle à cause de l'agitation de la surface, sont essentielles pour l'échange de gaz entre l'atmosphère et les eaux. Comme leur présence influence beaucoup la propagation acoustique, on peut les étudier par des moyens acoustiques. Dans ce travail, nous étudions la possibilité d'évaluer la concentration des bulles à partir de la mesure de l'amortissement des signaux acoustiques. L'analyse est faite pour plusieurs modèles du guide d'ondes et de la couche de bulles. Elle est fondée sur des simulations numériques des pertes de propagation à l'aide de la méthode de l'intensité moyenne [1]. Nous utilisons pour cela les données des expérimentations sur la densité des bulles et leur répartition en rayons [2], [3].

Nous estimons analytiquement l'erreur due à la méconnaissance des paramètres du fond et démontrons que, dans le cas du guide d'ondes isocélère, le choix d'un modèle du fond n'est pas essentiel pour une évaluation assez correcte des pertes de propagation dues à une couche de bulles d'air. Pour le profil estival type de célérité (le chenal de fond) le problème devient pourtant plus difficile. Nous décrivons, à l'aide de l'approximation géométrique, les effets essentiels dus à l'influence d'une couche superficielle de bulles d'air sur la propagation guidée des signaux dans de tels guides d'ondes, et nous illustrons ces effets par des résultats des simulations numériques.

- 
1. L.M.Brekhovskikh, Iu.P.Lysanov, "Fundamentals on Ocean Acoustics", Springer-Verlag, New York, 1983.
  2. M.V.Hall, *J. Acoust. Soc. Am.*, 1989, v.86, n°3, pp.1103-1117.
  3. P.C.Wille, D.Geyer, in: Kerman B.R. (éd.), "Sea Surface Sound", 1988, pp.295-308.

---

## 10. SURVEILLANCE ACOUSTIQUE DES INHOMOGENÉITÉS PAR DES ANTENNES POURVUES DE PEU D'ÉLÉMENTS, AVEC APPLICATION DE LA MÉTHODE DU CHAMP SOMBRE

Borodina E.L., Gorskii S.M., Khilko A.I.

*Institut de physique appliquée, Nijni Novgorod*

Un intérêt scientifique considérable s'est manifesté ces derniers temps pour les problèmes de surveillance acoustique de l'océan et de la tomographie acoustique, dont l'essentiel revient à l'observation de la structure interne de l'océan et des éléments divers du type iceberg, champ de glace, rassemblement de poissons ou d'autres organismes marins, etc. La structure stratifiée des eaux océaniques complique beaucoup les solutions de ces problèmes par rapport aux solutions pour un espace homogène infini. De plus, ce sont les conditions de la propagation guidée qui permettent d'élaborer des schémas efficaces de la surveillance acoustique [1], grâce aux méthodes de traitement des signaux obtenus à l'aide d'une antenne verticale donnant la possibilité d'évaluer la structure modale ou les rayons du champ et d'appliquer les méthodes de résolution des problèmes inverses.

Dans ce travail, nous considérons le schéma conçu pour les cas où une inhomogénéité diffusante existe entre une source acoustique et une antenne horizontale formée de plusieurs hydrophones éloignés l'un de l'autre. Nous supposons néanmoins que l'étendue de l'antenne est suffisamment petite pour qu'on puisse négliger la dispersion intermodale.

A l'opposé des méthodes issues de l'optique, qui utilisent l'écrasement des lobes secondaires pour mieux distinguer un signal faible de diffraction, nous adaptons dans le même but une méthode analogue à celle du champ sombre, élaborée, elle aussi, d'abord en optique. Cette méthode est fondée sur la possibilité de sélectionner les spectres des signaux provenant de sources placées à des distances différentes de l'antenne [2], [3]. Pour la première étape, le signal à la réception est traité de façon à faire converger l'image de la source primaire, tout en laissant "floues" les images des sources secondaires qui produisent les signaux utiles diffractés. A l'étape suivante, nous développons le champ sous la forme du spectre de Fresnel et nous faisons la soustraction de ce spectre et de celui de la source primaire. Nous faisons ensuite converger le résultat en tout point de la région observée. Notons que cette méthode utilise d'une manière essentielle l'information *a priori* sur la source primaire.

L'image reconstituée à l'aide de cette méthode pour une inhomogénéité d'étendue 0,6 km, et parallèle à une antenne horizontale de 32 hydrophones de longueur 10 km, insonifiée par une source acoustique de fréquence 150 Hz, montre que le caractère discret de l'antenne produit une multiplication des images reconstituées. Ceci limite le champ de vision et permet de déterminer la position de l'inhomogénéité avec la précision d'une période de cette multiplication, ce qui peut donner de fausses solutions. Ce problème peut être résolu à l'aide du changement soit de la longueur de l'antenne sans changer le nombre d'hydrophones, soit de la fréquence et de l'éloignement de la source primaire. La période de la multiplication varie proportionnellement avec la fréquence, et les solutions ambiguës déplacent

par rapport à l'axe  $z$ . L'image de la même inhomogénéité reconstituée à l'aide d'une sommation incohérente des signaux de deux antennes éloignées l'une de l'autre montre que l'utilisation de deux directions est déjà suffisante pour la reconstitution de la position de l'inhomogénéité. La reconstruction plus précise peut être faite en utilisant plusieurs directions.

- 
- 1: S.M.Gorskii, V.A.Zverev, A.I.Khilko, *Particularités de la diffraction des champs acoustiques par des inhomogénéités localisées dans des guides d'ondes du type océanique*, in: V.A.Zverev (éd.), "Formation de champs acoustiques dans les guides d'ondes océaniques", Edition de l'Institut de physique appliquée (IPA) de l'Acad. des Sc. d'URSS, Nijni Novgorod, 1991, pp.82-114.
  - 2: E.L.Borodina, N.V.Gorskaia, S.M.Gorskii, *Capacités des méthodes d'ombre pour l'étude des champs diffractés dans les guides d'ondes*, in: V.A.Zverev (éd.), "Formation de champs acoustiques dans les guides d'ondes océaniques", Edition de l'Institut de physique appliquée (IPA) de l'Acad. des Sc. d'URSS, Nijni Novgorod, 1991, pp.174-199.
  - 3: E.L.Borodina, N.V.Gorskaia, S.M.Gorskii & al., *Filtrage spatial des images lors de la visualisation ultrasonore de grandes inhomogénéités*, J.d'Acoustique (Russie), 1992, v.38, n°6, pp.1004-1012.

---

## 11. APPLICATION DE LA MÉTHODE DE TOMOGRAPHIE ACOUSTIQUE POUR LA SURVEILLANCE DE LA TEMPÉRATURE MOYENNE DE L'OcéAN

Virovlianskii A.L.

*Institut de physique appliquée, Nijni Novgorod*

Le schéma classique de la tomographie acoustique de Munk et Wunsch [1] impose de résoudre un système d'équations linéaires. Ces équations relient les variations recherchées de température dans toutes les cellules élémentaires composant le guide d'ondes exploré et les variations des retards mesurés des rayons. Un manque d'équations dans ce système, qui se manifeste surtout si la distance de propagation est assez grande, nuit beaucoup à la précision de reconstitution de la température dans les cellules. On peut cependant espérer que cette erreur diminuerait considérablement, si on reconstituait la température moyennée sur des régions comportant plusieurs cellules élémentaires. Ce travail porte sur l'étude de cette approche, qui est d'un grand intérêt pour la surveillance acoustique des variations climatiques des champs de température de l'océan [2].

Pour résoudre ce système d'équations, on utilise un algorithme qui tient compte de l'information *a priori* sur la corrélation spatiale du champ de température. On obtient l'expression pour l'écart type de l'erreur de reconstitution de la température moyenne dans un guide d'ondes. Nous appliquons les formules évaluant l'influence des dimensions, de l'emplacement de la région étudiée et de l'imperfection du modèle statistique du champ de température qui est utilisé dans l'algorithme du traitement, sur la précision de reconstitution de la température moyenne. Nous considérons un exemple concret.

Les résultats de ce travail permettent notamment d'évaluer la disposition des émetteurs et des récepteurs assurant la meilleure précision de reconstitution de la température pour une région donnée dans un guide d'ondes.

- 
1. W.H.Munk, C.Wunsch, *Ocean acoustic tomography: a scheme for large scale monitoring*, *Deep-sea Res.*, 1979, v.26A,2, pp.123-161.
  2. J.L.Spiesberger, K.Metzger, J.A.Furgerson, *Listening for climatic temperature change in the North East Pacific: 1983-1989*, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1992, v.92, pp. 384-396.

**12. LE CHAMP ACOUSTIQUE  
DANS LES ZONES D'OMBRE GÉOMÉTRIQUE  
COMME SOURCE D'INFORMATION SUR LA STRUCTURE FINE  
DE LA STRATIFICATION DANS L'OcéAN**

**Gostev V.S., Nosova L.N., Schvatchko R.F.**

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

Le champ acoustique existant dans les zones d'ombre géométrique de l'océan profond n'est pas créé que par les réflexions sur le fond, mais aussi par des inhomogénéités de l'index de réfraction du milieu qui diffusent et réfractent le son et, éventuellement, par le chenal superficiel et des microcanaux dus à la structure fine des eaux dans l'océan. Autrement dit, le son peut pénétrer dans les zones (spatiales, temporelles ou angulaires) inaccessibles par l'acoustique géométrique. L'observation du champ acoustique dans les zones d'ombre géométrique permet d'obtenir des signaux "purs" dus aux effets énumérés, et d'avoir donc accès à l'information sur les processus de formation de ces signaux, ce qui peut être utilisé pour résoudre certains problèmes de tomographie acoustique de l'océan.

En étudiant les caractéristiques spectrales, angulaires et temporelles des signaux reçus dans les zones d'ombre géométrique, on peut tirer des conclusions sur la présence d'un chenal superficiel ou de microcanaux dans le profil de célérité et même évaluer leur immersion, épaisseur et étendue. Par exemple, nous avons observé en expérimentation une transmission du son d'une source de plusieurs kHz dans l'intérieur d'une zone d'ombre géométrique jusqu'à 25 km par un microchenal de quelques 10 m d'épaisseur.

Les caractéristiques spectrales, angulaires et temporelles du champ acoustique diffusé par des inhomogénéités fortement anisotropes de la structure fine de célérité, qui pénètre dans une zone d'ombre géométrique, nous fournissent l'information sur la position et les paramètres des volumes de diffusion, qui se localisent surtout au voisinage des caustiques dans les zones de convergence. Les résultats de ce travail sont d'un caractère général et peuvent être appliqués pour d'autres milieux stratifiés, tels que l'atmosphère, la croûte terrestre, etc.

### 13. RÉVERBÉRATION DANS UN GUIDE D'ONDES 2D ALÉATOIREMENT HÉTÉROGÈNE LORS D'UN SONDAGE IMPULSIONNEL

Ivakin A.N.

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

Admettons qu'une source acoustique dans le point  $\mathbf{R}_a = \{\mathbf{r}_a, z_a\}$  émet le signal  $U(t) = u(t)\exp\{-i\omega_0 t\}$ ,  $u \equiv 0$  si  $t < 0$  ou  $t > \tau$ . Présentons le spectre du champ en un point  $\mathbf{R} = \{\mathbf{r}, z\}$  comme composition des modes:

$$p_o(\omega, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}) = u(\omega - \omega_0) |\mathbf{r} - \mathbf{r}_a|^{-1/2} \sum_j \psi_j(\omega, z_a, z) \exp\{i\xi_j(\omega) |\mathbf{r} - \mathbf{r}_a|\},$$

où  $\psi_j$  et  $\xi_j$  sont l'amplitude et le nombre d'onde complexes du mode  $j$ ,  $u(\omega) = \int u(t)\exp\{-i\omega t\} dt / 2\pi$ .

Dans le cas où la bande du signal est étroite ( $\omega_0 \tau \gg 1$ ), le champ diffusé une fois par des inhomogénéités aléatoires du milieu peut être présenté comme suit:

$$\begin{aligned} p(t, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b) &= \sum_j \sum_n p_{jn}(t, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b) \exp\{-i\omega_0 t\}, \\ p_{jn}(t, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b) &= \int v_{jn}(t, |\mathbf{r} - \mathbf{r}_a|, |\mathbf{r} - \mathbf{r}_b|) J_{jn}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b) d^2\mathbf{r}, \\ v_{jn}(t, x_a, x_b) &= u(t - x_a/c_j - x_b/c_a) (x_a x_b)^{-1/2} \exp\{i\xi_j x_a + i\xi_n x_b\} |_{\omega=\omega_0}, \\ J_{jn}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b) &= \sum_n \zeta_n(\mathbf{r}) f_s(\Psi_j, \Psi_n, \mathbf{r}, z_n, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b) |_{\omega=\omega_0} + \\ &+ \int \varepsilon(\mathbf{r}, z) f_v(\Psi_j, \Psi_n, \mathbf{r}, z_n, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b) |_{\omega=\omega_0} dz, \end{aligned}$$

où  $\zeta_n$  et  $\varepsilon$  sont des fonctions aléatoires qui décrivent la rugosité des interfaces  $z = z_n$  du guide d'ondes et les fluctuations des paramètres acoustiques dues aux inhomogénéités de volume,  $f_{v,s}$  sont des fonctions déterminées à partir de la structure moyenne (stratifiée) du milieu [1],  $c_j = (\partial \text{Re} \xi_j / \partial \omega)^{-1}$  est la vitesse de groupe du mode  $j$ . La fonction  $p_{jn}(t, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b)$  a le sens d'enveloppe du signal transmis par le canal  $(j, n)$ , c'est-à-dire apporté par le mode d'indice  $n$  après la diffusion du mode d'indice  $j$ .

L'intensité moyenne de réverbération peut être évaluée comme suit:

$$\begin{aligned} \langle |p(t, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b)|^2 \rangle &= \sum_j \sum_n \langle |p_{jn}(t, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b)|^2 \rangle = \\ &= \sum_j \sum_n \int |v_{jn}(t, |\mathbf{r} - \mathbf{r}_a|, |\mathbf{r} - \mathbf{r}_b|)|^2 m_{jn}(t, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b) d^2\mathbf{r}, \\ m_{jn}(t, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b) &= \int \langle J_{jn}(\mathbf{r} + \beta/2, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b) J_{jn}^*(\mathbf{r} - \beta/2, \mathbf{R}_a, \mathbf{R}_b) \rangle \exp\{i\kappa_{jn}\beta\} d^2\beta, \\ \kappa_{jn} &= \text{Re} \xi_j(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a) / |\mathbf{r} - \mathbf{r}_a| + \text{Re} \xi_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}_b) / |\mathbf{r} - \mathbf{r}_b|. \end{aligned}$$

Les valeurs  $m_{jn}$  sont donc les coefficients locaux de diffusion du mode  $j$  dans le mode  $n$ ,  $\kappa_{jn}$  est le vecteur local de diffusion correspondant au coefficient  $m_{jn}$ .

Dans le cas où l'émetteur et le récepteur se différencient seulement par leurs immersions et où le milieu est statistiquement homogène et omnidirectionnel en horizontal, nous obtenons pour  $t \gg \tau$ :

$$\langle |p|^2 \rangle = E t^{-1} \sum_j \sum_n m_{jn} \exp\{-\alpha_{jn} t\}, \quad \alpha_{jn} = \text{Im}\{\xi_j + \xi_n\} / (\partial \text{Re}\{\xi_j + \xi_n\} / \partial \omega),$$

où  $E = 2\pi \int |u(t)|^2 dt$  est l'énergie totale du signal émis,  $\alpha_{jn}$  est le coefficient d'amortissement du signal réverbéré dû à la propagation et à la diffusion lors du parcours du canal  $(j,n)$ .

En utilisant ces évaluations, on peut estimer les coefficients  $m_{jn}$  et  $\alpha_{jn}$  à partir des enregistrements expérimentaux de signaux temporels de réverbération pour reconstituer ensuite les paramètres de la stratification moyenne et des inhomogénéités du milieu.

---

1. A.N.Ivakin, *Diffusion du son dans le fond marin par des perturbations des interfaces et par des inhomogénéités du milieu*, Dans ce recueil, n°28.

---

#### 14. SURVEILLANCE ACOUSTIQUE MULTIDIRECTIONNELLE DES INHOMOGÉNÉTÉS LOCALISÉES DANS UN GUIDE D'ONDES

Gorskaia N.V., Gorskii S.M., Khilko A.I., Schirokov V.N.

*Institut de physique appliquée, Nijni Novgorod*

Pour résoudre certains problèmes pratiques de reconstitution de la structure hydrophysique de l'océan, il est important de surveiller la position, les dimensions et les déformations des inhomogénéités. Dans ce but, on peut utiliser l'insonification acoustique des inhomogénéités et mesurer à une grande distance le champ diffusé. Nous utilisons le schéma de surveillance dans lequel les inhomogénéités se trouvent entre l'émetteur et l'antenne de réception. Ce schéma permet d'obtenir des signaux diffusés d'amplitude maximale dans le cas où les fluctuations des paramètres acoustiques du milieu dans les inhomogénéités sont faibles et ont de grandes dimensions par rapport à la longueur d'onde. Les rings, les lentilles d'eau chaude ou fraîche, les rassemblements de poissons et d'autres organismes marins présentent des exemples de telles inhomogénéités.

Ce schéma permet de reconstituer la structure spatiale des inhomogénéités à l'aide d'antennes verticales. La raison physique de ceci est la propagation multimodale (ou multirayon) qui est possible dans un guide d'onde. L'utilisation des antennes verticales et d'un traitement adapté à la structure du milieu non perturbé de référence permet de reconstituer, jusqu'à un certain degré, l'absorption et la diffusion par les inhomogénéités le long du trajet acoustique et d'évaluer à partir de cette information leur structure verticale [1]. Pour pouvoir reconstituer la structure horizontale des inhomogénéités, il faut utiliser des systèmes de réception développés en horizontal [2], [3].

Dans ce travail, nous étudions les principes de systèmes de surveillance acoustique d'inhomogénéités non stationnaires fondés sur la reconstitution de la répartition spatiale des sources acoustiques secondaires à partir des mesures faites par une antenne horizontale synthétisée. On considère dans ce cas que le temps nécessaire pour la formation du lobe est petit par rapport au temps caractéristique d'évolution des inhomogénéités. On suppose aussi que les inhomogénéités se trouvent à l'intérieur de la zone de Fresnel et que la source d'insonification se trouve dans la zone du champ lointain de l'antenne.

L'idée essentielle de la reconstitution consiste à focaliser le champ mesuré sur l'antenne en chaque point de la région observée. Formellement, cette procédure consiste à retrouver le spectre de Fresnel du champ sur l'antenne [2], [3]. La structure modale du guide d'ondes est prise en compte lors de la synthèse des images de Fresnel. Pour ce faire, il est nécessaire d'effectuer le filtrage modal à l'aide d'antennes verticales ou d'impulsions complexes et du filtrage adapté [4]. La synthèse d'images était accompagnée par le filtrage du champ d'insonification (réalisation de la méthode dite "du champ sombre"). Ce filtrage est nécessaire pour s'affranchir des fluctuations du champ d'insonification qui est bien plus fort que le champ diffusé. La reconstitution d'une image de Fresnel à partir de la répartition du champ acoustique sur une antenne permet de retrouver suffisamment bien la structure de l'inhomogénéité mais seulement dans la direction parallèle à

l'antenne. Pour une reconstitution plus complète en deux dimensions, il faut effectuer plusieurs observations sous plusieurs angles différents. Dans ce cas, on applique les méthodes tomographiques de reconstitution. La figure 1 présente l'exemple de reconstitution d'un objet de forme rectangulaire, qui se trouve entre une source et un système de réception et se retourne autour de son axe, ce qui a permis d'effectuer des observations sous des angles différents. On s'aperçoit que l'image reconstituée présente des distortions, dues au fait que la méthode utilisée entraîne aussi une reconstitution au voisinage de l'inhomogénéité de la structure d'interférence des champs des sources acoustiques secondaires.

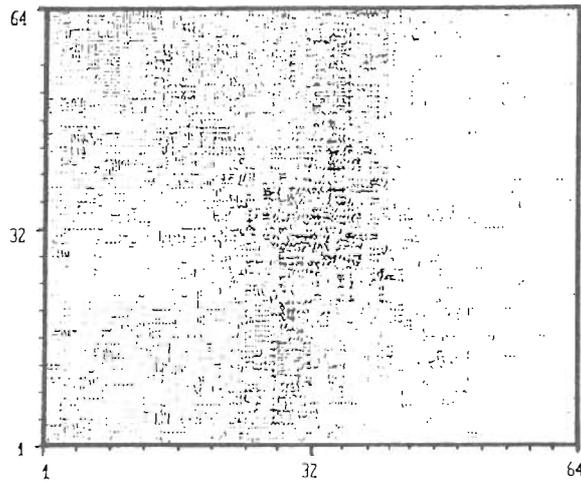


Figure 1. Image acoustique d'un rectangle ( $k = 5$ ,  $d = 2$ ).

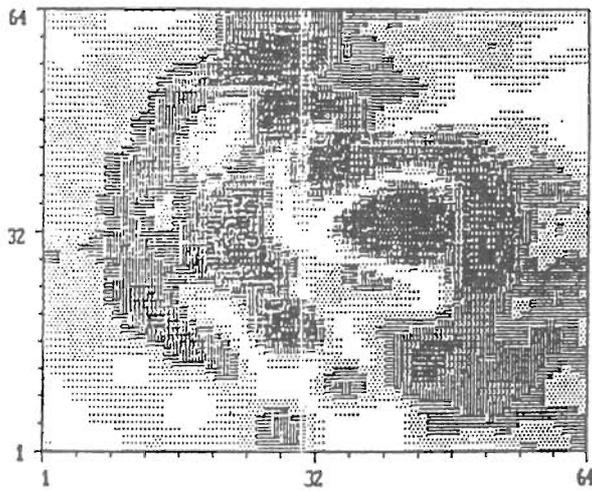


Figure 2. Image acoustique de trois cylindres.

---

La figure 2 présente l'image acoustique de trois cylindres verticaux de diamètres 2, 3 et 5 cm, reconstituée à partir des mesures effectuées à la fréquence d'insonification  $f = 140$  kHz. Comme guide d'ondes, on s'est servi d'une couche d'eau de 5 cm d'épaisseur qui se trouvait sur du caoutchouc. La longueur de l'antenne synthétisée était 28 cm, la distance jusqu'aux cylindres était 40 cm. Les distorsions de l'image sont dues à l'interférence des champs des sources secondaires et à l'interférence modale, car on n'a pas utilisé le filtrage modal dans cet exemple de reconstitution.

- 
- 1\* A.G.Netchaev, A.I.Khilko, *Diagnostic différentiel acoustique des inhomogénéités aléatoires dans l'océan*, *J.d'Acoustique* (URSS), 1988, v.34, n°2, pp.285-289.
  - 2\* E.L.Borodina, N.V.Gorskaia, S.M.Gorskii & al., *Capacités des méthodes d'ombrage en analyse de champs acoustiques diffractés dans les conditions de propagation guidée*, in: V.A.Zverev (éd.), *Formation de champs acoustiques dans les guides d'ondes*, Edition de l'Institut de physique appliquée (IPA) de l'Acad. des Sc. d'URSS, Nijni Novgorod, 1991, pp.174-200.
  - 3\* E.L.Borodina, N.V.Gorskaia, S.M.Gorskii & al., *Filtrage spatial d'images en visualisation par ultrason de grandes inhomogénéités*, *J.d'Acoustique* (Russie), 1992, v.38, n°6, pp.1004-1012.
  - 4\* N.V.Gorskaia, S.M.Gorskii, S.N.Gurbatov & al., *Etude sur la possibilité d'utilisation d'ondes modulées en fréquence pour l'investigation de la diffusion dans les guides d'ondes inhomogènes*, *J.d'Acoustique* (URSS), 1991, v.37, n°5, pp.914-921.

**15. PROBLÈME DE LA SÉLECTION TEMPORELLE  
DES MODES ET DES RAYONS  
LORS D'UN SONDAGE DU GUIDE D'ONDES OCÉANIQUE  
PAR DES SIGNAUX ACOUSTIQUES LARGE BANDE  
DANS LES CONDITIONS "PETITS FONDS"**

Kozelskii A.R., Migulin A.A., Petnikov V.G., Schmelev A.Ju.

*Institut de physique générale, Moscou*

Les problèmes essentiels de toute expérimentation tomographique utilisant des signaux impulsionnels large bande sont la stabilité du signal reçu et la possibilité de sélectionner les pics correspondant aux arrivées des modes ou des rayons. Une fois ces problèmes résolus, on peut aborder le problème inverse. Le succès des récentes expérimentations tomographiques pour les grands fonds est dû à l'utilisation d'émetteurs large bande basse fréquence. Une bande de  $100\text{ Hz}$  permet déjà de reconstituer les paramètres de certains processus dans l'océan, tels que les ondes internes. Pour les conditions "petits fonds", l'utilisation de tels signaux impulsionnels large bande se heurte à certaines difficultés dues essentiellement à une forte dispersion de ces signaux.

Dans le cas de la propagation à grande distance, on est obligé de passer aux basses fréquences à cause de l'amortissement des ondes acoustiques. Alors, la dispersion modale, dite aussi géométrique, devient plus apparente. De plus, la dispersion intermodale devient, elle aussi, plus apparente aux basses fréquences et avec l'accroissement de la bande des signaux, ce qui aboutit à un élargissement des pics à la réception. Dans ce cas, le problème de la sélection temporelle des modes composant le signal devient plus difficile.

Traditionnellement, on décrit le champ acoustique basse fréquence "petits fonds" à l'aide de l'approche modale. On a démontré dans [1] que l'approximation géométrique peut être appliquée dans ce cas avec succès, compte tenu du déplacement des rayons dans le fond [2]. Dans le cas "basse fréquence", le changement de la phase qui apparaît lors des interactions d'un rayon avec le fond, dépend beaucoup de la fréquence et, pour cette raison, la structure des rayons devient dépendante de la fréquence. L'approximation géométrique prenant en compte la dispersion dans le guide d'ondes permet donc d'identifier des pics dans le signal reçu. Cette étude porte surtout sur le problème de la sélection temporelle des modes et des rayons dans les conditions "petits fonds".

L'étude de ce problème est basée sur des simulations numériques effectuées pour des conditions "petits fonds", correspondant à une expérimentation effectuée à l'aide d'un sondage impulsionnel large bande [3]. Dans cette expérimentation, on a utilisé des signaux de bande  $25 + 95\text{ Hz}$ , linéairement modulés en fréquence (LMF) pour un trajet acoustique stationnaire. On a pu alors bien observer sept maxima dans la fonction de corrélation du signal reçu, repartis sur un intervalle de  $1\text{ s}$ . Essayons d'interpréter la structure du signal impulsionnel à l'aide des approximations géométrique et modale, compte tenu du déplacement des rayons au cours des réflexions par le fond. Cette interprétation est fondée sur les résultats de la simulation numérique de la sélection des modes et rayons dans le guide d'ondes de

---

Pekeris, dont les paramètres étaient voisins de ceux du chenal expérimenté. On a établi des zones à l'intérieur du plan fréquence-bande, correspondant à une sélection satisfaisante des modes et des rayons. Conformément à ce qu'on attendait *a priori*, cette sélection dépend beaucoup de la bande des signaux. Par contre, les zones de sélection des modes et celles des rayons ne sont pas identiques et ne se recouvrent que partiellement. La simulation numérique a démontré également qu'une bande optimale pour la sélection des modes ou des rayons peut être établie pour tout guide d'ondes et à toute fréquence centrale utilisée pour les sondages. L'élargissement temporel des signaux simulés selon les deux approximations est presque le même. Nous avons réussi à observer, au cours des expérimentations, des fluctuations faibles sur les retards des signaux correspondant aux rayons ou modes. Une analyse spectrale de ces fluctuations a donné deux maximums aux fréquences  $1,08 \text{ heure}^{-1}$  et  $8,5 \text{ heure}^{-1}$ , dus probablement à la turbulence à petite échelle et aux ondes internes faibles.

- 
1. C.T.Tindle, G.E.Bold, *Improved ray calculations in shallow water*, J.Acoust.Soc.Am., 1981, v.70, n°3.
  2. L.M.Brekhovskikh, "Waves in Layered Media", Academic Press, New York, 1960.
  - 3: B.G.Katsnelson, L.G.Kulapin, A.A.Migulin, V.G.Petnikov, J.d'Acoustique (Russie), 1992, v.38, n°2, pp.308-316.

## 16. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DES RETARDS DANS LES CONDITIONS "PETITS FONDS"

Kozelskii A.R., Mazanikov A.A., Migulin A.A.,  
Petnikov V.G., Schmelev A.Iu.

*Institut de physique générale, Moscou*

La précision  $\Delta t_i$  de mesure des retards des rayons ou des modes est une valeur primordiale en tomographie acoustique de l'océan [1], [2]. Cette précision dépend de plusieurs facteurs: des stabilités  $\Delta t_e$  et  $\Delta t_r$  des horloges aux points d'émission et de réception, de la durée  $T$  des impulsions, du rapport signal/bruit à la réception, de l'erreur  $\Delta R$  de mesure de la distance entre l'émetteur et le récepteur, qui peut changer d'une manière aléatoire si ceux-ci ne sont pas fixés au fond, des variations rapides des retards dues à la turbulence de petite échelle et aux ondes internes haute fréquence:

$$(1) \quad \Delta t_i = \Delta t_e + \Delta t_r + T(\omega/c)_i + \Delta R/c + \Delta t_r,$$

où  $c$  est la célérité moyenne.

Les évaluations de  $\Delta t_i$  dans les conditions "grands fonds" [2] ne sont pas du tout justifiées pour les conditions "petits fonds", où l'on est obligé de diminuer la distance et la fréquence ( $\approx 100$  Hz) à cause d'un amortissement élevé. De plus, dans les conditions "petits fonds", les processus hydrodynamiques, ont d'autres échelles spatiales et temporelles. Tous ces facteurs déterminent des fluctuations considérables des retards  $\Delta t_i$ .

Un autre problème assez compliqué en tomographie acoustique "petits fonds" basse fréquence large bande est le problème de stabilité de la forme des signaux impulsions à la réception. La variabilité horizontale des caractéristiques du guide d'ondes peut être la cause d'une grande variabilité des amplitudes des pics et de leur désagrégation, outre des variations des retards. Dans les cas où l'immersion du fond change, l'existence même des impulsions, ayant à la réception une forme relativement stable et des retards qui varient lentement, doit être contestée. Pour avoir une réponse à ce problème, il faudrait effectuer des mesures pour "calibrer" la région explorée et prouver par là l'existence d'une structure stable des signaux permettant d'évaluer correctement les retards  $\Delta t_i$ .

Les expérimentations ont été effectuées pour un trajet acoustique stationnaire dans les conditions "petits fonds" à l'aide de deux navires océanographiques bien positionnés [3]. La distance entre eux était de 13805 m. Nous avons utilisé des signaux de bande  $25 \div 45$  Hz, modulés linéairement en fréquence (MLF), émis par un émetteur immergé à 70 m. A la réception, on avait une chaîne verticale d'hydrophones mouillée au fond. Le traitement des signaux reçus comportait la corrélation avec le signal émis et la détection de l'enveloppe générale de la fonction de corrélation.

Cette enveloppe variait d'une impulsion à l'autre, cependant nous n'avons pas observé de changement considérable avec le temps. Dans la structure du signal, on

---

pouvait distinguer au moins 7 maximums étendus sur l'intervalle de 0,6 s. On peut interpréter ces maximums comme des signaux arrivés par des modes ou des rayons différents, ou par un groupe de rayons ou de modes. Les retards  $\Delta t_i$  correspondant aux maximums différents étaient de même ordre de grandeur de quelques millisecondes ( $\Delta t_1 = 2,8 \div 6,1$  ms,  $\Delta t_3 = 2 \div 4,4$  ms). La précision de l'horloge en expérimentation était 0,6 s. La grandeur  $T\omega/c$  était 0,2 et 0,5 ms pour le premier et le troisième maximums. Par conséquent, la cause la plus probable des erreurs expérimentales de mesure des retards était les variations du milieu de propagation dues à la turbulence de petite échelle.

L'expérimentation a démontré l'existence d'une structure relativement stable de la réponse impulsionnelle dans les conditions de propagation "petits fonds" avec un chenal de fond aux distances plus de 10 km, avec des fluctuations de l'ordre de quelques millisecondes. Par conséquent, il n'est pas nécessaire, dans de telles conditions, d'utiliser des systèmes de positionnement pour effectuer la surveillance acoustique de grandes inhomogénéités et pouvoir résoudre des problèmes inverses.

- 
1. W.H.Munk, C.Wunsch, *Ocean acoustique tomography: a scheme for large scale monitoring*, *Deep-sea Res.*, 1979, v.26A, n°2, pp.123-161.
  2. W.Home, P.Worcester, R.Spindel, *Ocean acoustique tomography: Mesoscale Velocity*, *J.Geophys.Res.*, 1987, v.92, n°4, pp.3685-3805.
  - 3\*. B.G.Katsnelson, L.G.Kulapin, A.A.Migulin, V.G.Petnikov, *Influence de la variabilité hydrodynamique sur la structure verticale interférentielle d'un champ acoustique dans un guide d'ondes*, *J.d'Acoustique (Russie)*, 1992, v.38, n°2, pp.308-316.

## 17. INFLUENCE DE LA PROPAGATION MULTIRAYONS SUR LA CORRÉLATION TEMPS-ÉCHELLE DES SIGNAUX ACOUSTIQUES

Kudriaschov V.M., Semionov V.P.

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

Nous utilisons dans ce travail l'approximation géométrique pour décrire un champ acoustique près de sa source. Soit  $x, y, z$  les coordonnées cartésiennes, l'axe  $z$  est dirigé vers le fond,  $\mathbf{r} = \{x, y\}$ , le guide d'ondes a une surface libre  $z = s(\mathbf{r})$ . Supposons la fonction  $s(\mathbf{r})$  statistiquement homogène et normale:

$$\langle s(\mathbf{r}) \rangle = 0, \quad \langle s(\mathbf{r} + \vec{\rho}) s(\mathbf{r}) \rangle = \sigma^2 R(\vec{\rho}), \quad R(0) = 1, \quad \langle (\nabla s(\mathbf{r}))^2 \rangle \ll 1,$$

où  $\langle \cdot \rangle$  est l'opération de moyennage statistique. Une source ponctuelle émet un signal aléatoire  $F(t) \exp\{-i\omega_0 t\}$ , avec  $\langle F(t+\tau) F^*(t) \rangle_t = B(\tau)$ ,  $B(\tau) \approx I$ , lorsque  $\tau < \tau_0$ , où  $\langle \cdot \rangle_t$  est l'opération de moyennage dans le temps. La pression acoustique est alors une sommation du signal et du bruit:  $p(\mathbf{r}, z, t) + p_N(t)$ . Le coefficient de corrélation du signal reçu est:

$$(1) \quad K_{1,2}(\tau) = Q_{1,2}(\tau) [Q_{1,1}(0) Q_{2,2}(0)]^{-1/2},$$

avec  $Q_{1,2}(\tau) = \langle p(\mathbf{r}_1, z_1, t_1) p^*(\mathbf{r}_2, z_2, t_2) \rangle + Q_N(\tau, \rho_{1,2})$ ,  $Q_N = \langle \langle p_{N1} p_{N2}^* \rangle_t \rangle$ ,  $\tau = t_1 - t_2$ ,  $\rho_{1,2}$  la distance entre les deux points.

Quand les points 1 et 2 se trouvent au voisinage de la surface, alors si  $\sigma = 0$ , le champ acoustique, non loin de la source, est formé par deux rayons: direct et réfléchi par la surface  $z = 0$ . En supposant que l'angle de rasance du rayon réfléchi soit plus grand que l'écart type des inclinaisons, nous obtenons dans le cas isocélère:

$$Q_{1,2}(\tau) = \exp\{-\omega_0 \tau\} \sum_{m=1}^2 \sum_{j=1}^2 (-1)^{1+j} B(\tau - (L_{1,1} - L_{j,2})/c) \frac{\exp\{ik(L_{1,1} - L_{j,2})\}}{L_{1,1} L_{j,2}} \cdot \exp\{-2k^2 \sigma^2 [(m-1)\sin^2 \chi_1 + (j-1)\sin^2 \chi_2 - 2(m-1)(j-1)\sin \chi_1 \sin \chi_2 R_{1,2}]\} + Q_N(\tau, \rho_{1,2}),$$

$$R_{1,2} = R_{1,2}(\Delta r, z_0/(z+z_0)), \quad k = \omega/c, \quad \tau = t_1 - t_2, \quad z = (z_1 + z_2)/2,$$

avec  $L_{m,n}$  la longueur de cycle du rayon  $m$  liant la source et le point  $n$ ,  $m = 1$  correspond au rayon direct,  $m = 2$  correspond au rayon réfléchi,  $\chi_n$  correspond au point  $n$ ,  $\Delta r$  est la distance entre les rayons à l'immersion  $z$ .

Si  $\chi_1 = \chi_2 = \chi$ , la fonction de corrélation est:

$$|K_s(\tau)| = (e^{-\alpha} - 1)^{-1} B(\tau - \Delta r \cos \chi / c) (\exp\{\alpha R_{1,2}\} - 1), \quad \alpha = 4K^2 \sigma^2 \sin^2 \chi,$$

et  $|K_s(\tau)| = R_{1,2} B(\tau - \Delta r \cos \chi / c)$  si  $\alpha \ll 1$ .

---

Supposons dans (1) que  $\beta_{m,j} = (L_{i,1} - L_{i,2})/c \ll \tau_0$  pour tout rayon. Alors, un signal aléatoire a des interférences presque comme un signal monochromatique. Dans le cas où  $\alpha \ll 1$  et le signal est bien plus puissant que le bruit, nous avons partout  $|K_{1,2}| \approx 1$ , sauf aux voisinages des minima du champ acoustique moyen  $\langle p \rangle$ . Cela signifie que le signal est pratiquement cohérent. Si, pourtant, les points 1 et 2 se trouvent au voisinage des zéros du champ  $\langle p \rangle$ , le coefficient de cohérence du champ  $|\langle p \rangle|^2 / \langle |p|^2 \rangle$  peut être petit et  $|K_{1,2}| \approx R_{1,2}$ . Par conséquent, on peut évaluer la fonction de corrélation de la surface rugueuse. Dans le cas où  $\alpha \gg 1$ , le signal réfléchi est constitué pratiquement du champ diffusé et il est incohérent avec le signal direct. Si les points 1 et 2 coïncident, les rayons s'ajoutent sans phase, sinon la valeur de  $|K_{1,2}|$  varie entre 1 et 0,5. Si le bruit est fort, la corrélation diminue encore plus lorsque les deux points s'éloignent. Si  $\alpha \ll 1$ , la valeur  $|K_{1,2}|$  hors des voisinages des nuls du champ cohérent est liée au rapport signal/bruit. Dans le cas où  $\beta_{m,n} \gg \tau_0$  avec  $m \neq n$ , les rayons ayant un retard nul s'ajoutent toujours sans phase si les points de réception coïncident. Si, de plus,  $\alpha \ll 1$ , il y a alors un maximum bien exprimé à  $\tau = \beta_{m,n}$  dans la fonction de corrélation. Si  $\alpha \gg 1$ , ce maximum disparaît pratiquement. Notons qu'une prise en compte d'une réfraction ne change pas notablement les conclusions présentées. La méthode et les résultats de ce travail peuvent être étendus aux cas où le champ acoustique est créé par un grand nombre de rayons.

**18. ÉVALUATION DE LA DIFFÉRENCE DES PHASES  
DES MODES DU GUIDE D'ONDES OCÉANIQUE  
À PARTIR DE LA STRUCTURE INTERFÉRENTIELLE  
DU CHAMP ACOUSTIQUE**

Kazarova A.Iu., Netchaev A.G.

*Institut de physique appliquée, Nijni Novgorod*

L'utilisation des méthodes adiabatiques de tomographie acoustique de l'océan [1], [2] permet de reconstituer des inhomogénéités synoptiques de célérité à partir des variations de la phase (ou des retards) des modes acoustiques (ou des rayons). Cependant, une mesure directe des caractéristiques de phase des modes dans l'océan présente un problème technique assez difficile que l'on ne peut pas résoudre dans tous les cas. De ce point de vue, il paraît plus raisonnable de développer des méthodes de reconstitution à partir des perturbations apparaissant dans les différences des phases des modes  $\varepsilon_{nm} = \delta\Psi_n - \delta\Psi_m$ , que l'on peut déterminer à partir de la mesure de la répartition spatiale de l'intensité - c'est-à-dire de la structure d'interférence - d'un champ acoustique.

Le problème de retrouver  $\varepsilon_{nm}$  dans le cas le plus facile,  $|\varepsilon_{nm}| \ll 1$ , se résume à la solution de l'équation algébrique:

$$(1) \quad \Delta I(x, z) = \sum_{i=1}^{N-1} K_i(x, z) \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i = \delta\Psi_i - \delta\Psi_{i+1},$$

avec

$$(2) \quad K_i(x, z) = -2 \sum_{n=1}^i \sum_{m=i+1}^N \varphi_n(z_s) \varphi_m(z_s) \varphi_n(z) \varphi_m(z) \sin\{(h_n - h_m)x\},$$

où

$\delta\Psi_j$  est la fluctuation de la phase du mode  $j$  qui est due aux inhomogénéités,  
 $N$  le nombre de modes,  
 $\Delta I$  la perturbation de l'intensité acoustique,  
 $K_i$  une matrice déterminée par les fonctions et valeurs propre du guide d'onde de référence.

Nous avons étudié numériquement la reconstitution des perturbations  $\varepsilon_i$  à partir des mesures de la structure verticale ( $\Delta I_j = \Delta I(x, z_j)$ ) et horizontale ( $\Delta I_j = \Delta I(x_j, z)$ ) des interférences dans un chenal profond et superficiel. La répartition initiale  $\tilde{\varepsilon}_{nm}$  de  $\varepsilon_{nm}$  était modélisée selon le modèle d'un tourbillon synoptique chaud ou froid. Pour résoudre l'équation (1), nous avons utilisé la méthode de régularisation de Tikhonov [3]. La structure modale du guide d'ondes de référence était modélisée à l'aide du programme [4]. Comme évaluation de la précision de reconstitution, nous avons calculé la valeur

$$\gamma = \left( \sum_i |\tilde{\varepsilon}_i - \varepsilon_i|^2 / \sum_i |\tilde{\varepsilon}_i|^2 \right)^2,$$

où  $\varepsilon_i$  sont les valeurs reconstituées.

---

Les simulations ont démontré que, si la condition  $|\varepsilon_{nm}| \ll 1$  était remplie, la reconstitution à partir des deux structures d'interférence, horizontale et verticale, était alors possible dans un chenal superficiel - par exemple, dans le chenal à gradient constant de célérité - pour toute paires de modes, et cela avec une précision assez haute ( $\gamma \leq 0,14$ ). Néanmoins, pour trouver une solution assez lisse et proche de la répartition initiale, il a fallu développer la fonction  $\varepsilon(i)$  sur les polynômes orthogonaux de Legendre. Dans un chenal profond (le chenal canonique, par exemple), l'utilisation d'une seule structure (horizontale ou verticale) de l'intensité acoustique ne permet pas une bonne reconstitution.

Dans le cas de certains tourbillons océaniques suffisamment puissants, la condition  $|\varepsilon_{nm}| \ll 1$  peut ne pas être remplie pour certaines paires de modes  $n, m$ . Alors, il est nécessaire, pour une reconstitution efficace, de prendre la transformée de Fourier par rapport à la coordonnée horizontale et de faire un filtrage des composantes pour lesquelles la condition n'est pas respectée (au premier chef ce sont celles de courte échelle).

- 
1. W.H.Munk, C.Wunsch, *Ocean acoustic tomography: a scheme for large scale monitoring*, *Deep-sea Res.*, 1979, v.26A, n°2, pp.123-161.
  - 2: V.Iu.Zaytsev, A.G.Netchaev, L.A.Ostrovskii, *Sur les capacités de la tomographie modale de l'océan*, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Acoustique du Milieu Océanique", Naouka Editions, Moscou, 1989, pp.98-106.
  - 3: A.N.Tikhonov, A.V.Gontcharskii, V.V.Stepanov, A.G.Iagola, "Algorithmes régularisants et information a priori", Naouka-Physmatgiz Editions, Moscou, 1983.
  - 4: I.A.Okhmelkova, I.A.Shereshevskii, "Calcul des modes dans un milieu stratifié", Préprint n°235, Edition de l'Institut de physique appliquée (IPA) de l'Acad. des Sc. d'URSS, Gorkii, 1989.

## 19. APPLICATION DE LA TRANSFORMATION DE WIGNER-VILLE POUR SOLUTION DES PROBLÈMES DU DIAGNOSTIC ACOUSTIQUE DES MILIEUX NON STATIONNAIRES AVEC DISPERSION

Belov A.I., Komarov A.G.

Filiale de l'Institut d'acoustique Andreev, Severomorsk

Actuellement, on utilise de plus en plus d'algorithmes de traitement d'information basés sur la présentation temps-fréquence des signaux. La transformation de Wigner présente l'exemple d'un tel algorithme. Pour un signal analytique  $X(t)$  cette transformation est définie comme une fonction de deux variables (temps  $t$  et fréquence  $f$ ):

$$W(t,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t+\tau/2) X^*(t-\tau/2) e^{-2\pi i f \tau} d\tau .$$

L'avantage principal de la transformation de Wigner est qu'elle n'utilise pas comme signal fondamental que des signaux monochromatiques, mais aussi le signal linéairement modulé en fréquence (LMF). Pour cette raison, la transformation de Wigner présente un moyen adapté pour évaluer la fréquence instantanée et le retard de groupe des signaux qui sont composés d'un nombre limité de composantes ne présentant pas de variations brutales de la fréquence instantanée. Nous présentons dans ce travail quelques exemples d'application de la transformation de Wigner à l'analyse de signaux hydroacoustiques obtenus au cours des expérimentations dans les conditions "petits fonds".

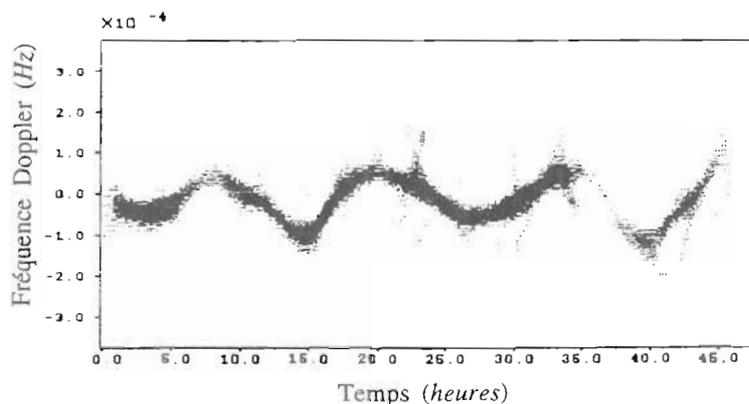
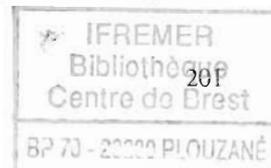


Figure 1.

La figure 1 montre des fluctuations typiques de l'enveloppe complexe d'un signal monochromatique de fréquence 100 Hz, pendant une observation de 48 heures sur un trajet acoustique stationnaire. La transformation de Wigner met au jour le



fait que la fréquence momentanée du signal est modulée selon une loi périodique d'une période principale qui est proche de la période des marées. Ceci démontre une influence importante des processus de marée sur la stabilité d'un champ acoustique.

La figure 2 présente les résultats de sélection des modes à l'aide du filtrage Doppler. Dans cette expérimentation, un émetteur en remorque de fréquence 17 Hz se déplaçait par rapport à un navire-récepteur en dérive, équipé d'une chaîne verticale d'hydrophones. Les signaux reçus étaient rapportés à la fréquence d'émission et normalisés par la décroissance moyenne du champ en distance. Le résultat de ce traitement après un moyennage sur toutes les immersions de réception est présenté sur la figure 2. On peut voir quatre modes dont les numéros sont indiqués sur la figure. La courbure des lignes que l'on remarque est due essentiellement à l'instabilité de la vitesse du bateau-remorqueur de l'émetteur. L'utilisation de la transformation de Fourier ne permettait pas de sélectionner les modes dans cet exemple.

Figure 2.

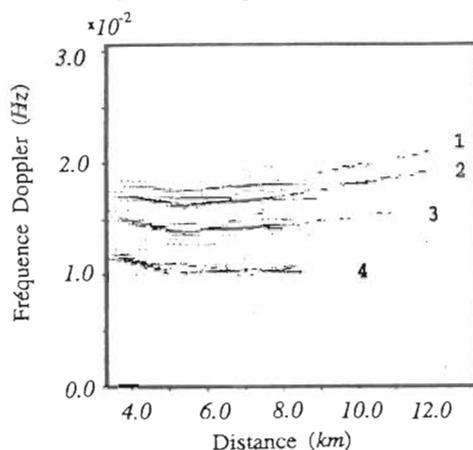
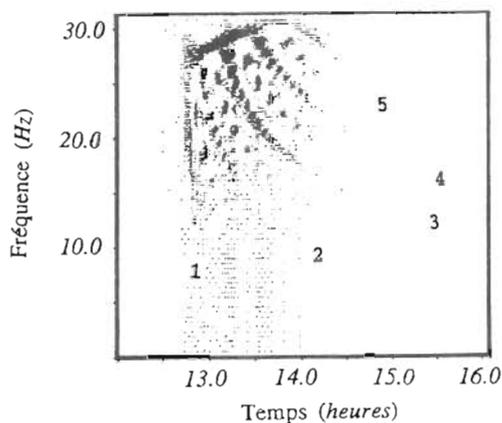


Figure 3.



La figure 3 présente la transformée de Wigner du signal d'une source explosive, reçu à 18,6 km et moyenné sur 5 explosions. L'image permet d'établir avec assurance les courbes de dispersion des cinq premiers modes. L'avantage de la transformation de Wigner par rapport à un sonagramme classique est dû à une compensation de la dispersion modale, car celle-ci est caractérisée par une dépendance approximativement linéaire du retard de groupe en fonction de la fréquence.

## 20. INFLUENCE DU COURANT GULF STREAM SUR LA STRUCTURE DES CHAMPS ACOUSTIQUES

Galkin O.P., Shvatchko L.V., Khartchenko E.A., Dymshits A.M.

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

La structure angulaire, temporelle et énergétique d'un champ acoustique dans l'océan et ses caractéristiques statistiques sont liées aux paramètres acoustiques et océanographiques de la masse d'eau. Pour avoir une évaluation supérieure de cette influence, plusieurs campagnes de mesure ont été faites dans la région du courant Gulf Stream, où les paramètres de la variabilité spatiale et temporelle du milieu sont proches des valeurs maximales.

Les quatre navires de l'Institut Acoustique Andreev ont effectué une étude de la région à explorer ( $320 \times 240 \text{ km}$ ) à l'aide de capteurs de température remorqués directement avant les mesures acoustiques pour préciser la position de l'axe du courant. De plus, on effectuait périodiquement des mesures du profil de célérité jusqu'à  $3000 \text{ m}$  d'immersion. Les mesures acoustiques étaient effectuées dans la 3ème zone de convergence à  $186 \text{ km}$  selon les deux sens sur un trajet acoustique à travers l'axe du courant par deux paires de navires. Dans chaque paire, un des navires émettait un signal pseudo-aléatoire et l'autre recevait sur une antenne verticale "Mozaïka" de lobe étroit ( $\approx 2^\circ$  à  $1 \text{ kHz}$ ) installée à  $250 \text{ m}$  d'immersion. Les émissions étaient effectuées "à tour de rôle" pour ne pas gêner la réception au navire proche.

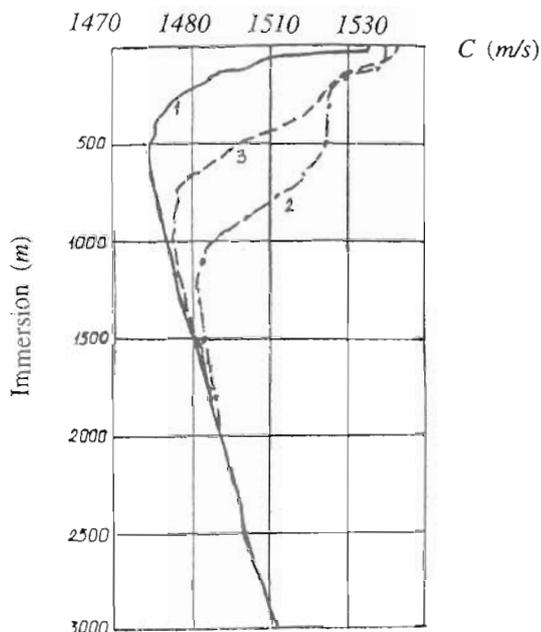
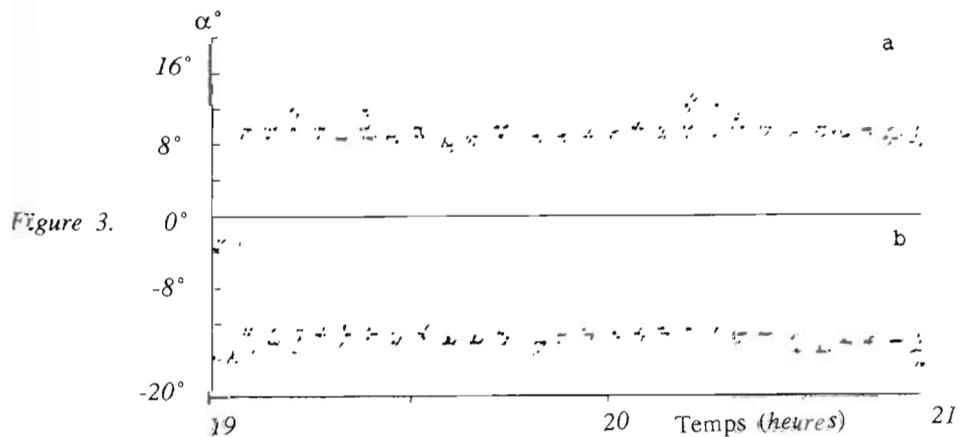
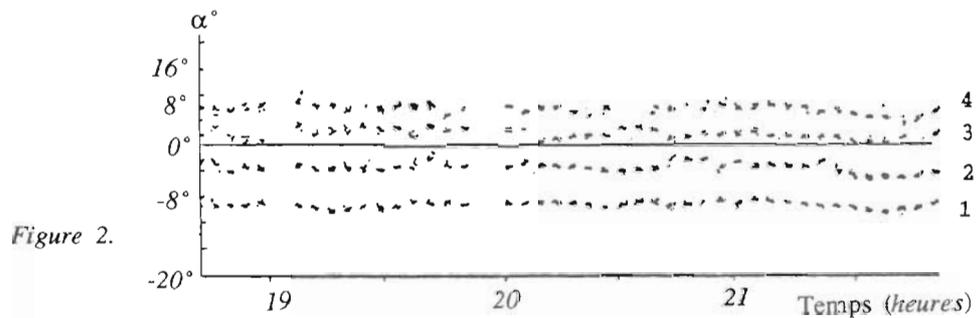


Figure 1.

La figure 1 présente les profils de célérité correspondant aux extrémités du trajet (profils nord-ouest 1 et sud-est 2) et le profil au milieu du trajet (3). Les figures 2 et 3 présentent l'évolution dans le temps du spectre angulaire du champ sur le plan temps-angle vertical (les angles positifs correspondent aux directions vers la surface). Le nombre plus petit de rayons sur la figure 3 est dû au fait que la structure angulaire du champ n'était plus la même et on n'arrivait pas à sélectionner tous les rayons par le lobe qu'on avait avec cette antenne. Par conséquent, à certains points sur la figure 3 correspond plus d'un rayon. La période caractéristique de la variabilité des structures angulaires représentées sur les deux graphiques est de 40-45 min. Cela démontre l'influence des ondes internes excitées dans la thermocline. Il a été remarqué qu'à l'extrémité sud-est du trajet le niveau minimal des fluctuations d'angle correspondait aux angles négatifs (fig.1, courbe 1). Dans ce cas, l'écart type des fluctuations d'angle est estimé à  $0,47^\circ$ . Pour d'autres directions (fig.1, courbes 2, 3, 4), l'écart type est plus grand:  $0,63^\circ$ ,  $0,67^\circ$ ,  $0,63^\circ$ . A l'extrémité nord-ouest, la structure angulaire du champ présente des écarts types plus importants  $\approx 0,7^\circ$ , ce qui peut être dû aux interférences entre les rayons non résolus.



Comme on s'y attendait, les estimations des écarts types des angles d'arrivée des rayons obtenues dans cette campagne de mesure sont supérieures aux valeurs obtenues dans d'autres régions de l'océan.

## 21. UTILISATION DES ÉMETTEURS PARAMÉTRIQUES POUR LE SONDAGE ACOUSTIQUE DE L'OcéAN

Esipov I.B., Naugolnykh K.A., Rybak S.A., Skrynnikov Iu.I.

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

L'utilisation des émetteurs paramétriques ouvre de nouvelles possibilités d'exploration de l'océan. Leurs particularités sont la large bande d'émission, le lobe de directivité étroit pratiquement sans lobes secondaires, l'indépendance de l'ouverture du lobe par rapport à la fréquence d'émission. Cela rend très efficace leur utilisation pour le sondage des fonds vis-à-vis des systèmes traditionnels. Le lobe très étroit joint aux fréquences relativement basses permet alors d'avoir une haute définition des sondages, avec une visualisation détaillée de la structure du fond [1].

L'utilisation des émetteurs paramétriques ouvre également des perspectives pour les systèmes d'observation hydroacoustique conçus pour les conditions "petits fonds", à cause d'une réduction considérable de la réverbération due au lobe étroit de directivité.

Dans les conditions "grands fonds", l'utilisation des émetteurs paramétriques assure l'excitation sélective des modes.

Les expérimentations récentes [2], [3] démontrent l'efficacité de l'émission paramétrique pour le sondage acoustique de l'océan à l'aide d'un faisceau étroit basse fréquence. Les données acquises [4] démontrent la possibilité de détection de grands tourbillons dans l'océan. Dans ces expérimentations, le trajet acoustique était de l'ordre de 1000 km, et les dimensions caractéristiques des tourbillons étaient au voisinage de 100 km.

Nous nous proposons donc d'analyser les résultats de ces expérimentations et de discuter certains modèles théoriques de l'émission paramétrique dans un milieu stratifié [5]. Nous considérons notamment le problème de l'émission paramétrique dans une zone d'un courant hétérogène  $U$ . Dans ce cas, nous négligeons les effets de diffusion et résolvons le problème de l'émission paramétrique dans un milieu dont le paramètre de non-linéarité est modulé par un courant hydrodynamique.

Avec l'approximation adiabatique, le champ acoustique excité  $p(\mathbf{r}, t)$  remplit alors l'équation

$$(1) \quad \Delta p - c^2 p_{tt} = -bp_{tt} - 2b(\mathbf{U}, \nabla_{\vec{r}}) p_0^2, \quad b = \epsilon/\rho c^2,$$

dont le premier terme de la partie droite décrit la génération des harmoniques d'ordres supérieurs dans le milieu non perturbé par le champ de pompage  $p_0$ , et le second terme de cette partie décrit l'influence du courant qui se manifeste comme modulation du paramètre  $\epsilon$  de non linéarité du milieu.

Avec l'approximation de Born, nous retrouvons le champ de la fréquence de différence  $\Omega$  en présence du courant.

Nous nous proposons également d'analyser la directivité de l'émission paramétrique comme fonction de la structure du courant à l'aide de la solution obtenue. Ce travail montre que la présence du courant entraîne l'apparition de maxima supplémentaires dans le lobe de directivité dont les angles et les amplitudes sont déterminés par la structure du courant:

$$(2) \quad p^2 \propto \varepsilon^2 \Omega^2 p_0^2 d^2 L_x q_x L_y q_y / 4 \rho c^4 r q_z ,$$

avec  $d$  la dimension de l'émetteur,  $q_{x,y}$  et  $L_{x,y}$  les composantes du spectre spatial et les échelles du courant.

- 
- 1<sup>a</sup> T.J.Muir, *Acoustique non linéaire et son rôle dans la géophysique des fonds marins*, in: Hempton L. (éd.), "Acoustique des fonds marins", Mir Edition, Moscou, pp.227-273.
  - 2<sup>a</sup> V.A.Andebura, D.M.Donskoi, V.Iu.Zaitsev, K.A.Naugolnykh, A.M.Sutin, *Champ acoustique d'un émetteur paramétrique puissant*, *J.d'Acoustique* (URSS), 1990, v.36, n°3, pp.548-550.
  - 3<sup>a</sup> V.A.Andebura, D.M.Donskoi, V.Iu.Zaitsev, K.A.Naugolnykh, A.M.Sutin, *Etude du champ d'un émetteur acoustique dans le chenal sous-marin*, in: Proc. du 11e Toute-Union Congrès d'Acoustique, Moscou, 1991, pp.74-76.
  - 4<sup>a</sup> I.B.Esipov, S.V.Zimenkov, A.I.Kalatchev, V.E.Nazarov, *Sondage d'un tourbillon océanique par le rayonnement acoustique paramétrique dirigé*, *J.d'Acoustique* (Russie), 1993 (accepté).
  - 5<sup>a</sup> K.A.Naugolnykh, S.A.Rybak, Iu.I.Skrynnikov, *Sur l'interaction non linéaire des ondes acoustiques dans un courant inhomogène*, *J.d'Acoustique* (Russie), 1993 (accepté).

## 22. PROPAGATION "GRANDE DISTANCE" DU SON D'UN ÉMETTEUR PARAMÉTRIQUE DANS L'OcéAN

Esipov I.B., Kalatchev A.I., Sokolov A.D.,  
Sutin A.M., Scharonov G.A.

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

Un émetteur paramétrique possède un lobe étroit de directivité tout en travaillant aux basses fréquences. De plus, il peut exciter sélectivement un groupe de modes acoustiques dans le guide d'ondes océanique. Néanmoins, les émetteurs de ce type sont coûteux, et il est plus pratique d'utiliser un émetteur hydroacoustique ordinaire en le faisant fonctionner en régime paramétrique. La première expérimentation de ce genre est présentée dans [1]. On a utilisé pour l'émission une antenne de puissance 24 kW et de 2x6 m<sup>2</sup> de taille, installée sur un flanc de coque d'un navire océanographique. Les fréquences de pompage se situaient dans l'intervalle 3,0 + 3,7 kHz, et la fréquence "différence" était située entre 200 et 700 Hz. La directivité de l'émission était assez haute, au voisinage de 4°.

Une telle directivité n'aurait pu être acquise à l'aide de méthodes usuelles. Dans les conditions "petits fonds", cette antenne paramétrique peut exciter le groupe de modes d'ordres inférieurs [2]. Des expérimentations récentes ont été menées dans l'océan Pacifique. Nous avons observé des signaux jusqu'aux distances 1000 km. Les mesures faites aux fréquences et distances différentes ont permis d'évaluer le coefficient d'amortissement acoustique dans les conditions de propagation d'un guide d'ondes hétérogène en distance. Nous avons également comparé le champ de l'émetteur paramétrique au champ d'un hydrophone traditionnel et avons établi la caractéristique fréquence-amplitude de l'émetteur paramétrique. Nous nous sommes servi de la bande suffisamment large de l'émission paramétrique pour émettre des signaux modulés en fréquence. Les signaux acquis ont subi le traitement optimal, et nous avons évalué les fonctions de corrélation des signaux émis et reçus. Nous avons ainsi réussi à observer des séquences d'impulsions correspondant aux signaux apportés par des modes différents.

- 
- 1: V.A.Andebura, D.M.Donskoi, V.Iu.Zaitsev, K.A.Naugolnykh, A.M.Sutin, *Champ acoustique d'un émetteur paramétrique puissant*, *J.d'Acoustique (URSS)*, 1990, v.36, n°3, pp.548-550.
  - 2: D.M.Donskoi, V.Iu.Zaitsev, K.A.Naugolnykh, A.M.Sutin, *Etude expérimentale du champ d'un émetteur acoustique paramétrique puissant dans les conditions petits fonds*, *J.d'Acoustique (Russie)*, 1993 (accepté).

### 23. TRANSDUCTEURS BASSE FRÉQUENCE LARGE BANDE GRANDE IMMERSION POUR LA SURVEILLANCE ACOUSTIQUE DE L'OCÉAN

Mironov M.A., Urusovskii I.A., Furduiev A.V.

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

Dans ce travail, on considère des possibilités d'améliorer le rendement des transducteurs basse fréquence et de se débarrasser de la nécessité d'avoir dans ces émetteurs un volume d'air pour la compensation. L'émetteur à piston (fig.1) possède le rendement maximal pour la fréquence de résonance quand le chargement du piston 1 est contrebalancé par le chargement élastique du volume 2 derrière le piston. L'introduction d'un degré de liberté mécanique supplémentaire à l'aide du piston intérieur 3 [1] élargit la bande de fréquences pour laquelle le chargement réactif est faible, puisque, dans ce cas, il n'est pas nul que pour les deux fréquences de résonance du système, mais aussi pour une fréquence d'antirésonance qui se trouve entre ces deux fréquences. Un choix correct des masses des pistons, de leurs surfaces et volumes relatifs séparés par la paroi interne 4, assure un assez bon rendement du transducteur dans une large bande de fréquences. Par exemple, un transducteur grand fond à deux pistons travaillant dans la bande  $60 + 80$  Hz, peut avoir le rendement  $\geq 75\%$  sur toute la bande, tandis que le transducteur à un piston a un rendement  $\approx 50\%$  pour la même bande. On peut utiliser un tube de résonance quart d'onde (figure 2, [2]) au lieu du transducteur à piston. On n'a pas besoin alors de volumes d'air à l'intérieur d'un tel transducteur, et le piston émetteur 1 se trouve dans le liquide. En utilisant un tube souple comme paroi de ce transducteur, on peut le raccourcir tout en accroissant son efficacité.

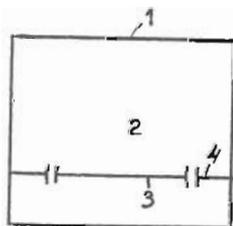


Figure 1.

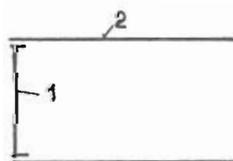


Figure 2.

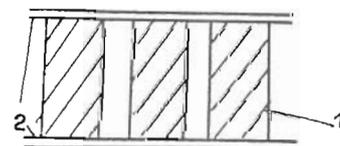


Figure 3.

On peut remplacer la compensation par air dans l'émetteur monopôle à piston par des ressorts mécaniques (fig.3) dont la flexibilité peut être comparable et même plus grande que celle du volume d'air derrière le piston. On peut utiliser comme ressorts des bandes de caoutchouc perforées 1 avec des renforts en métal 2, des amortisseurs en caoutchouc utilisés dans l'industrie [3], du caoutchouc poreux à l'intérieur, des tubes à parois épaisses, des tubes aplatis en métal [4]. L'utilisation de ces éléments permet de s'affranchir de la nécessité embarrassante du pompage de l'air.

- 
1. I.A.Urusovskii, *Chargement réactif des transducteurs de petite taille ondulatoire à n libertés*, *J.d'Acoustique (URSS)*, 1988, v.34, n°2, pp.306-314.
  2. Kai Gentarō, Ohgaki Masakatsu, Okujima Motoyoshi, *Control of resonance frequency of resonate tube sound source driven by piezo-ceramic flexural disk transducer*, *13 Int. Congr. Acoust. Belgrade*, 1989, v.4, pp.461-464.
  3. V.I.Dydra, *"Eléments en caoutchouc des appareils vibrationnels (constructions, méthodes pratiques de calcul)"*, *Naukova Dumka Editions, Kiev*, 1980.
  4. A.J.Shashaty, N.M.Kruchten, *Stress and deformation analysis of an acoustical compliance tube for use in underwater sound projectors*, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1979, v.66, n°6, pp.1826-1829.

---

## 24. TRANSDUCTEURS SOUS-MARINS BASSE FRÉQUENCE POUR LA SURVEILLANCE ACOUSTIQUE DE L'OcéAN ET DU FOND MARIN

Liovuschkin O.V., Penkin S.I.

*Institut de physique appliquée, Nijni Novgorod*

Le surveillance acoustique de l'océan aux distances de l'ordre de 1000 km exige l'utilisation de signaux de fréquence voisinant 200 Hz et de bande  $\geq 10\%$  [1]. Aux distances de l'ordre de 10000 km, ceux-ci devraient être de fréquence  $30 \div 70$  Hz et de bande  $25 \div 30\%$  [1], [2]. Le sondage acoustique des grands fonds et de la croûte terrestre au-dessous des océans, la surveillance des zones d'activité sismique exigent l'utilisation des signaux puissants large bande de quelques Hz ou dizaines de Hz. Nous considérons plusieurs constructions possibles pour l'émetteur de tels signaux.

Nous évaluons les caractéristiques de deux modèles d'émetteur de fréquence porteuse 200 Hz et de puissance acoustique  $\approx 200$  dB/ $\mu$ Pa, pouvant travailler aux immersions jusqu'à 1000 m. On peut obtenir de telles caractéristiques, avec une qualité  $\approx 3,7$ , à l'aide d'un émetteur rempli de gaz, d'un transducteur électromagnétique et de deux pistons bombés vibrant à contresens. L'émetteur ressemble à une lentille de diamètre 0,9 m et d'épaisseur 0,5 m. Son poids est 100 kg environ. Le rendement effectif est 70% environ à la fréquence centrale. Le poids des bouteilles d'air comprimé pour contrebalancer la pression extérieure est 230 kg pour l'immersion 1 km. Pour le facteur de qualité d'émetteur  $\approx 2$ , on peut avoir les caractéristiques désirées avec un émetteur dont les pistons sont de la même construction, dont les vibrations sont provoquées par un transducteur électrodynamique à transformateur contenant un liquide [3]. Le rendement à la fréquence centrale de cet émetteur est 70% environ, le diamètre 2 m, l'épaisseur 0,5 m, le poids  $\approx 600$  kg, le poids des bouteilles d'air comprimé  $\approx 300$  kg.

Nous avons également évalué les caractéristiques d'un émetteur de fréquence centrale variant de 30 Hz (à l'immersion 60 m) jusqu'à 70 Hz (à l'immersion 1 km) et de puissance acoustique  $\leq 208$  dB/ $\mu$ Pa, de la même construction que le premier, mais avec deux pistons aplatis. Le rendement de cet émetteur, qui a une bande de 12,5%, est évalué  $\approx 50\%$  à la fréquence centrale. La bande peut être étendue jusqu'à 25% grâce à une compensation du système vibrant, alors le rendement chutera à 25%, et la puissance acoustique jusqu'à 205 dB/ $\mu$ Pa. Le diamètre de cet émetteur est 1,2 m, l'épaisseur 0,5 m, le poids  $\approx 400$  kg. Les pistons sont maintenus à la position moyenne par des ressorts cylindriques.

Nous étudions également l'émetteur dont la fréquence de résonance mécanoacoustique peut être réglée. Sa partie essentielle contient un moteur électrique qui tourne une paire de balançoires. La fréquence est réglée à l'aide d'un changement de la pression et du volume de l'air à l'intérieur de l'émetteur. Nous avons étudié des émetteurs de fréquences  $6 \div 25$  Hz ayant un niveau acoustique de 197 dB/ $\mu$ Pa à 8 Hz et 210 dB/ $\mu$ Pa à 20 Hz, un rendement de 15% à 60% dans cette bande, des dimensions  $0,8 \times 0,8 \times 1,5$  m, un poids  $\approx 1500$  kg. Pour la bande  $15 \div 73$  Hz, les paramètres sont une puissance acoustique  $\leq 210$  dB/ $\mu$ Pa à la fréquence 32 Hz et un rende-

ment  $30 \div 60\%$ .

Nous avons fabriqué et expérimenté deux émetteurs:

■ un émetteur avec une paire de pistons aplatis et avec un transducteur électromagnétique (la fréquence centrale est  $40\text{ Hz}$  pour l'immersion  $60\text{ m}$ , le niveau acoustique  $\leq 206\text{ dB}/\mu\text{Pa}$ , le rendement  $50\%$  à la fréquence centrale, les dimensions  $1,2 \times 0,7 \times 0,2\text{ m}$ , le poids  $\approx 300\text{ kg}$ );

■ un prototype d'émetteur de fréquence de résonance réglable ayant un niveau acoustique de  $192\text{ dB}/\mu\text{Pa}$  à la fréquence  $20\text{ Hz}$  [4].

- 
1. W.H.Munk, C.Wunsch, *Ocean acoustic tomography: a scheme for large scale monitoring*, *Deep-sea Res.*, 1979, v.26A, n°2, pp.123-161.
  2. R.C.Spindel, *Acoustique source technology*, in: *Proc. of the First international meeting on global acoustic monitoring of the ocean, SCOR WG'96, 1992, La Jolla, Cal.*, pp.56-58.
  3. O.V.Liovushkin, S.I.Penkin, S.A.Sirko, *Emetteur acoustique sous-marin*, *Invention No 4871069/10 du 02/10/90, patente du 28/06/91*.
  4. O.V.Liovushkin, S.I.Penkin, *Low-frequency hydroacoustical sound sources for acoustical monitoring of the ocean*, in: *Proc. of the First international meeting on global acoustic monitoring of the ocean, SCOR WG'96, 1992, La Jolla, Cal.*, pp.48-52.

**25. ESTIMATION DE LA DÉPENDANCE  
DU COEFFICIENT DE RÉFLEXION PAR LE FOND  
EN FONCTION DE L'ANGLE ET DE LA FRÉQUENCE  
À PARTIR DE LA STRUCTURE INTERFÉRENTIELLE VERTICALE  
DU CHAMP ACOUSTIQUE D'UNE SOURCE PONCTUELLE  
DANS LES CONDITIONS PETITS FONDS**

**Kurtepov V.M.**

*Institut d'océanologie Schirshov, MOSCOU*

Il est particulièrement important de bien connaître le coefficient de réflexion du son par le fond, pour la modélisation des champs acoustiques basse fréquence dans les zones littorales petits fonds où ils subissent des réflexions multiples par les interfaces du chenal. Cela l'est également pour la solution des problèmes de la reconstitution tomographique de la structure du fond. Les méthodes classiques de mesure à l'aide des systèmes d'émetteurs et de récepteurs de lobe étroit sont cependant difficiles à mettre en oeuvre pour les basses fréquences. L'approche interférentielle serait donc intéressante pour la reconstitution de la dépendance angulaire et fréquentielle du coefficient de réflexion. Une réalisation de ce genre, avec l'insonification normale du fond, est décrite dans [1].

Présentons l'essentiel de cette méthode avec l'exemple d'un guide d'ondes homogène de profondeur  $H$  et de célérité acoustique  $C$ , qui repose sur un espace stratifié semi-infini (fig.1). Soit une source monochromatique de fréquence  $F$  au point  $(0, z_0)$ , au point  $(r, z)$  le champ acoustique peut alors être exprimé comme suit:

$$(1) \quad \Phi(r, z) = \Phi_0 + \sum_{n=1}^N (-1)^n \left[ V_{1,n}^n \Phi_{1,n} + V_{2,n}^n \Phi_{2,n} + V_{1,-n}^n \Phi_{1,-n} + V_{2,-n}^n \Phi_{2,-n} \right],$$

où  $\Phi_0 = R_{1,0}^{-1} \exp\{ikR_{1,0}\} - R_{2,0}^{-1} \exp\{ikR_{2,0}\}$  est le champ de source dans l'espace semi-infini limité par la surface libre,  $\Phi_{\alpha,\beta} = R_{\alpha,\beta}^{-1} \exp\{ikR_{\alpha,\beta}\}$  ( $\alpha = 1, 2$ ,  $\beta = n$ ) sont les champs acoustiques apportés par des rayons,  $k = 2\pi F/C$ ,  $R_{\alpha,\beta}$  sont les longueurs des rayons:

$$R_{1,n} = [r^2 + (z - z_0 + 2nH)^2]^{1/2}, \quad R_{2,n} = [r^2 + (z + z_0 + 2nH)^2]^{1/2},$$

$V_{\alpha,\beta} = V(F, \cos\chi_{\alpha,\beta})$  sont les coefficients de réflexion par le fond en fonction de la fréquence et du cosinus de l'angle du rayon par rapport à l'horizontale:  $\cos\chi_{\alpha,\beta} = r/R_{\alpha,\beta}$ , les "brackets" dans la formule (1) regroupent les rayons par quatre selon le nombre  $n$  de réflexions par le fond.

En utilisant l'approximation de la réflexion simple, nous obtenons:

$$(2) \quad |\Phi|^2 = |\Phi_0 - V_{1,1}\Phi_{1,1} + V_{2,1}\Phi_{2,1} + V_{1,-1}\Phi_{1,-1} + V_{2,-1}\Phi_{2,-1}|^2.$$

En prenant les parties réelles et imaginaires des coefficients complexes  $V_{\alpha,\beta}$  et les fonctions  $\Phi_{\alpha,\beta}$ ,  $\Phi_0$ :  $V_{2,1} = x_1 + ix_2$ ,  $V_{1,1} = x_3 + ix_4$ ,  $V_{2,-1} = x_5 + ix_6$ ,

$V_{1,-1} = x_7 + ix_8$ ,  $\Phi_{\alpha,\beta} = \Phi'_{\alpha,\beta} + \Phi''_{\alpha,\beta}$ ,  $\Phi_0 = \Phi'_0 + \Phi''_0$ , on peut transformer (2) en

$$(3) \quad \sum_{i=1}^8 x_i sL_i = DS, \text{ avec } DS = |\Phi|^2 - |\Phi_0|^2 - \sum_{k=1}^{16} SQ_k F_k(x_1, \dots, x_8),$$

où les coefficients  $sL_i$  et  $SQ_k$  s'expriment à l'aide de  $\Phi_{\alpha,\beta}$ , et  $\Phi_0$ ,  $F_k$  sont des fonctions quadratiques des  $\Phi_{\alpha,\beta}$ . L'expression (3) est une équation non linéaire par rapport aux huit valeurs inconnues  $x_i$ . On peut montrer que  $\cos \chi_{\alpha,\beta}$  et  $V_{\alpha,\beta}$  varient lentement avec l'immersion de la sorte qu'il existe un certain intervalle ( $z_{\min}, 0$ ), où les valeurs  $x_i$  sont pratiquement constantes. On peut alors compléter l'équation (3) par des équations analogues pour certain nombre d'immersion  $z = z_m$  ( $m = 1 \div M$ ) dans cet intervalle, ce qui donne un système de  $M$  équations:

$$(4) \quad \sum_{i=1}^8 x_i (sL_i)_{z=z_m} = (DS)_{z=z_m}, \quad m = 1 \div M.$$

Normalement, le système (4) contient plusieurs dizaines d'équations. Il a été résolu à l'aide d'une combinaison de la méthode de Newton et des carrés minimaux. Pour tout  $r$ , on détermine alors les coefficients de réflexion pour quatre valeurs voisines de  $\chi_1$ . En pratique, l'échantillonnage en angle doit être réalisé à l'aide d'un déplacement de la source. La figure 2 présente les résultats d'une simulation numérique de cette méthode, pour laquelle les paramètres du guide d'ondes étaient:  $C = 1,5 \text{ km/s}$ ,  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ ,  $H = 0,2 \text{ km}$ ,  $z_0 = 0,5 \text{ km}$ ; les paramètres du fond étaient:  $C_b = 1,54 \text{ km/s}$ ,  $\rho_b = 1,78 \text{ g/cm}^3$ , l'amortissement  $0,05 \text{ dB/km}$ , la fréquence  $F = 200 \text{ Hz}$ .

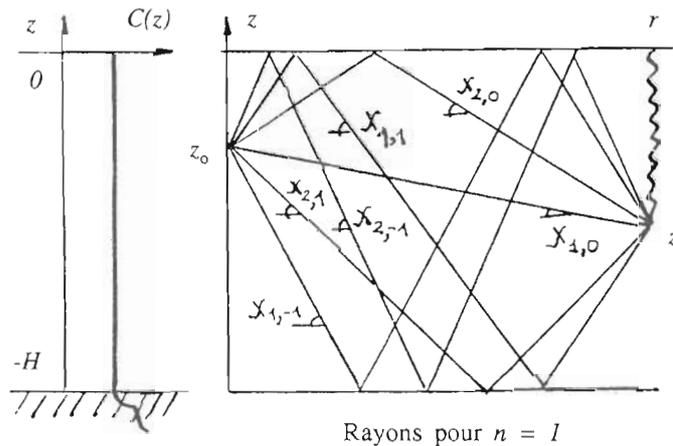


Figure 1.

Cette méthode peut être également appliquée au cas du guide d'ondes stratifié, avec réfraction et des zones de convergence des rayons. Dans ce cas, les données bathymétriques nécessaires peuvent être acquises simultanément avec le sondage acoustique.

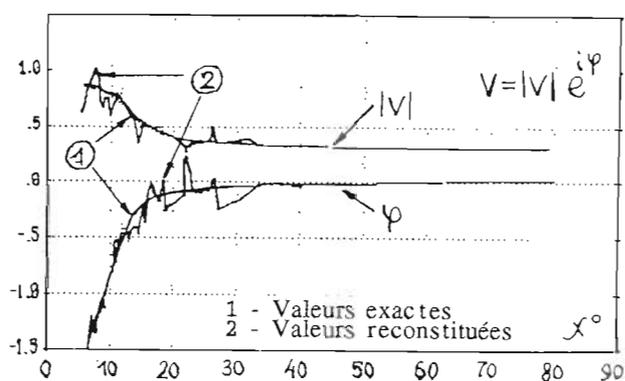


Figure 2.

1\* L.M.Antokolskii, V.I.Volovov, Détermination du coefficient de réflexion par le fond du son basse fréquence par petits fonds, *J.d'Acoustique (URSS)*, 1986, v.32, p.368.

## 26. TOMOGRAPHIE ACOUSTIQUE PASSIVE DU FOND DANS LES ZONES LITTORALES

Kurianov B.F.

*Institut d'océanologie Schirschov, Moscou*

Il est nécessaire de connaître la répartition de la célérité et de l'amortissement acoustiques dans le fond pour pouvoir résoudre de nombreux problèmes pratiques dans les zones littorales. Le moyen le plus courant consiste dans l'application des méthodes sismiques qui utilisent des impulsions puissantes basse fréquence du type explosion, et la réception par de longues antennes horizontales remorquées. Afin de reconstituer le profil de célérité, on mesure alors les hodographes temporels des ondes réfléchies et réfractées [1]. Ces méthodes exigent l'utilisation de coûteux appareils d'émission, de réception et de traitement, et elles ont des contraintes méthodiques, quand on les applique dans les zones littorales. De plus, comme les zones littorales sont en même temps des zones de pêche intensive, l'utilisation d'émetteurs impulsions très puissants, tels que les canons sismiques et les sparkers, présente un danger du point de vue de l'environnement et de l'écologie [2], [3]. Pour la reconstitution de la structure du fond, on recourt également à diverses méthodes acoustiques utilisant des signaux monochromatiques basse fréquence et la mesure des coupes horizontales du champ [4]. D'autres méthodes se servent d'un bateau en tant que source constante de bruit pour obtenir les hodographes des ondes réfractées. On pratique aussi la mesure des caractéristiques spatiales des modes déterminés par la structure du fond [6].

La particularité principale de la méthode proposée dans ce travail est l'absence totale de sources acoustiques localisées. Le sondage du fond se fait par les sources naturelles superficielles de bruit dont la répartition à la surface de la mer est plus ou moins homogène. La reconstitution des caractéristiques du fond se fait alors à partir de la mesure des hodographes temporels des ondes qui traversent le fond dans plusieurs directions. On peut donc baptiser cette méthode "la tomographie passive".

Le fondement théorique de cette méthode est le modèle du bruit basse fréquence dans l'océan stratifié [7]. Conformément à ce modèle, le champ du bruit est régi par trois facteurs:

- homogénéité et isotropie de la répartition des sources à la surface;
- conditions de la propagation guidée, avec le retour d'une partie de l'énergie acoustique dans le chenal grâce à la réfraction dans l'eau ou dans le fond;
- amortissement dans l'eau et dans le fond.

En l'absence de cet amortissement, le champ du bruit devient infini, bien que les amplitudes des sources à la surface soient finies. En présence d'un amortissement, cette croissance du caractère de résonance existe toujours, mais elle est limitée par l'amortissement. Dans les conditions petits fonds basse fréquence, la

croissance se manifeste dans les secteurs angulaires étroits correspondant aux modes propagatifs. Tout mode est une superposition de deux ondes planes se propageant en vertical à contresens, dont les phases sont liées à l'aide de relations connues et sont déterminées par les caractéristiques du fond. L'essentiel de la méthode consiste dans la mesure de la dépendance angulaire des retards des signaux reçus à contresens en vertical.

A titre d'exemple, considérons le modèle simple de milieu décrit comme suit:

- la célérité acoustique dans l'eau  $c_0$  est constante;
- la célérité acoustique dans le fond  $c(z)$  est une fonction continue croissante de  $z$ ;
- les densités de l'eau et dans le fond sont constantes;
- les amortissements dans l'eau et dans le fond sont faibles et peuvent être décrits à l'aide des composantes imaginaires des nombres d'onde dans l'eau  $k_0 = \omega/c_0(1+i\delta_0)$  et dans le fond  $k = n(z)\omega/c_0(1+i\delta(z))$ , avec  $n(z) = c_0/c(z)$ ;
- les sources du bruit à la surface sont décrites comme un champ aléatoire stationnaire et homogène de pression acoustique; à toute fréquence  $\omega$  il peut être développé sur les fonctions harmoniques non corrélées dépendant de  $\xi$  et ayant des amplitudes aléatoires  $\Pi(\xi)$ ; chaque fonction harmonique correspond alors à une onde plane se propageant dans la direction  $\theta$  par rapport à la verticale,  $\sin\theta = \xi/k_0$ .

En utilisant la méthode WKB [7], nous obtenons la formulation du champ du bruit dans l'eau:

$$p_0(\xi, z) = \Pi(\xi) \frac{\cos\{\psi - \eta_0 z\}}{\cos\{\psi - \eta_0 H\}}, \quad \psi = 2 \int_0^{\hat{z}} \sqrt{k_0^2 n^2(z) - \xi^2} dz - \pi/2,$$

où  $\eta_0 = \sqrt{k_0^2 - \xi^2}$ , et  $\hat{z}$  est le point tournant dans le fond du rayon correspondant à  $\xi$ , l'axe  $z$  est orienté vers le fond, et  $z = 0$  correspond à l'interface eau-fond. La croissance du bruit a lieu dans les directions correspondant à  $\xi_m$  définis par l'équation de dispersion

$$\cos\{\psi - \eta_0 H\} = 0, \quad \text{donc} \quad \int_0^{\hat{z}} \sqrt{k_0^2 n^2(z) - \xi_m^2} dz + \sqrt{k_0^2 - \xi_m^2} H = \pi(m-1/4).$$

A partir de la méthode décrite dans [7], on obtient la dépendance du bruit dans l'eau en immersion:

$$\overline{p_0^2} = \langle [ \iint p_0(\xi, z) d\xi ]^2 \rangle = 2\pi^2 p_0(\omega) \sum \frac{\xi_m \cos^2\{\psi_m - \eta_{0m} z\}}{(X_{0m} + X_m)(S_{0m} + S_m)},$$

où  $X_0 = \xi/\sqrt{k_0^2 - \xi^2}$  et  $X = \int dz \xi/\sqrt{k_0^2 n^2(z) - \xi^2}$  sont les moitiés des distances cycliques dans l'eau et dans le fond,  $S = \int k_0^2 n^2(z) \alpha(z) \sqrt{k_0^2 n^2(z) - \xi^2} dz$ ,  $S = k_0^2 H \alpha_0 \sqrt{k_0^2 - \xi^2}$  sont les facteurs d'amortissement sur les moitiés des cycles dans le fond et dans l'eau,  $p_0(\omega)$  est le spectre de puissance des sources du bruit.

Les dépendances du bruit dans l'eau qui sont oscillantes en immersion, sont dues à l'interférence des modes et pourraient être utilisées pour reconstituer  $c(z)$  et  $\alpha(z)$ . Pourtant, ceci n'est pas assez efficace à cause de la précision insuffisante de mesure de l'amplitude, et il est donc plus raisonnable de mesurer les différences des phases des ondes planes qui se propagent à contresens et forment les modes propagatifs. On obtient que le spectre réciproque des composantes verticales du mode d'ordre  $m$  à la fréquence  $\omega$  est

$$\overline{p_+ p_-^*} \approx p_o(\omega) \frac{\xi_m \exp\{-i(\psi_m - \eta_m z)\}}{(X_{om} + X_m)(S_{om} + S_m)}.$$

S'il y a une antenne verticale présente dans la couche d'eau dont le lobe est orienté vers les directions  $\theta$  et  $\pi - \theta$ , et s'il n'y a qu'un seul mode qui entre dans le lobe principal, et ceci pour la bande de fréquence utilisée  $\Delta\omega$ , alors l'intercorrélation des signaux reçus des deux directions est la transformée de Fourier du spectre réciproque:

$$B(\tau) = \int \overline{p_+ p_-^*} \exp\{i\omega\tau\} d\omega \approx \int_{\Delta\omega} d\omega \frac{P_o(\omega) \sin\theta}{(X_o + X)(S_o + S)} \exp\{i\omega(\tau - T_w(\theta) + \frac{z \cos\theta}{c_o})\},$$

avec  $T_w(\theta) = \psi/\omega = c_o^{-1} \int_0^z \sqrt{k_o^2 n^2(z) - \xi_m^2} dz$ ,  $[T_w(\theta)] =$  temps. L'hodographe  $T_w(\theta)$  est lié au retard  $\tau_{\max}(\theta)$  des ondes planes se propageant à contresens dans la direction  $\theta$  pour lequel la corrélation est maximale:

$$T_w(\theta) = \tau_{\max}(\theta) + \frac{2z}{c_o} \cos\theta,$$

où  $z$  est l'immersion du centre de l'antenne. L'hodographe a été introduit en acoustique pour la première fois par Weston [8] et, pour cette raison, nous le baptisons l'hodographe de Weston. C'est un invariant adiabatique et il a certaines particularités importantes. Notamment, il est toujours une fonction monotone de  $\theta$ , contrairement aux hodographes utilisés dans les méthodes sismiques. Dans la plupart des cas, la célérité acoustique croît avec l'immersion dans le fond, et une connaissance de l'hodographe  $T_w(\theta)$  permet de reconstituer  $n(z)$  en évitant les fausses solutions. Une fois  $n(z)$  reconstitué, on calcule  $X(\theta)$  et retrouve  $S(\theta)$  à partir des amplitudes des maximums de la fonction de corrélation pour des valeurs différentes de  $\theta$ . Enfin, on retrouve la dépendance du coefficient d'amortissement dans le fond  $\delta(z)$  à partir de l'équation intégrale, avec la fonction  $S(\theta)$  déjà connue.

Nous illustrons l'application de la méthode de la tomographie passive dans le cas d'un modèle très simple du guide d'ondes. Néanmoins, cette méthode peut être également appliquée dans les cas plus compliqués comportant des discontinuités de la densité aux interfaces eau-fond ou fond-sédiment, la réfraction dans l'eau, l'existence des ondes de cisaillement dans le sédiment, la présence des variations horizontales adiabatiques lentes des caractéristiques du milieu, etc.

En conclusion, énumérons les avantages principaux de cette méthode:

- mise en oeuvre simplifiée due à l'absence de la partie émetteur dans le système;
- conversion du bruit de la mer en un facteur utile pour le sondage acoustique;

- réduction considérable de l'intervalle dynamique de signaux à la réception;
- pas de problèmes d'identification des arrivées des impulsions;
- réduction considérable des longueurs des antennes verticales utilisées dans cette méthode par rapport aux antennes horizontales utilisées dans les méthodes sismiques;
- diminution considérable de l'erreur d'évaluation de l'amortissement dans le fond;
- absence de "pollution acoustique" des mers.

- 
- 1<sup>o</sup> K.Aki, P.Richards, "Seismologie qualitative", Mir Editions, Moscou, 1983.
  2. J.Dalen, G.Knutsen, in: "Progress in underwater acoustics", Merklinger Editions, Plenum, 1986.
  - 3: G.Matukov, "Destruction antropogène des systèmes écologiques de la mer de Barentz et de la mer Baltique", Apatity Editions, 1992.
  4. S.D.Rajah, J.F.Lynch, G.V.Frisk, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1987, v.83, n°3, pp.998-1017.
  - 5: A.Vedeneev, B.Kurianov, V.Gontcharov, *DAN (URSS)*, v.279, n°2, pp.328-331.
  6. W.Kuperman, M.Werby, K.Gilbert, G.Tango, in: *IEEE J.Oceanic Eng.*, 1985, v.OE-10, n°3, p.290.
  - 7: B.Kurianov, Bruits basse fréquence dans les guides d'ondes avec amortissement, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds) "Ondes acoustiques dans l'océan", Nauka Editions, Moscou, 1987, pp.184-198.
  8. D.Weston, *Proc.Phys.Soc.*, London, 1959, v.73, n°2, pp.365-384.

**27. ÉVALUATION DES PARAMÈTRES DU FOND  
À PARTIR DE LA COURBE DISPERSIONNELLE  
DU MODE ACOUSTIQUE D'ORDRE UN**

Lapin A.D.

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

Soit une couche liquide stratifiée, d'épaisseur  $h$ , reposant sur un espace solide semi-infini. Notons  $C$ ,  $C_1$  et  $C_t$  les célérités acoustiques dans la couche et celles des ondes de compression et de cisaillement dans l'espace solide,  $\rho$  et  $\rho_1$  les densités du liquide et du milieu solide. On peut obtenir les courbes de dispersion des modes à partir de la solution numérique de l'équation de dispersion:

$$D(\xi)ch\{\sqrt{\xi^2 - k^2} h\} + k_1^4 \alpha \frac{\rho}{\rho_1} \frac{sh\{\sqrt{\xi^2 - k^2} h\}}{\sqrt{\xi^2 - k^2}} = 0,$$

avec  $D(\xi) = [(2\xi^2 - k^2)^2 - 4\alpha\beta\xi^2]$  l'opérateur de Rayleigh,  $\xi$  le nombre d'onde du mode,  $\alpha = \sqrt{\xi^2 - k_1^2}$ ,  $\beta = \sqrt{\xi^2 - k_t^2}$ ,  $k_{1,t} = \omega/C_{1,t}$ ,  $k = \omega/C$ .

La figure 1 montre la dépendance du rapport  $v/c$  du paramètre  $kh$ , avec  $v = \omega\xi$  la célérité de phase du premier mode. Le calcul est fait pour  $\rho/\rho_1 = 0,4$ ,  $\sigma = 9,25$ ,  $C/C = 1,5$  et 2. Le mode d'ordre un n'a pas de fréquence critique. Avec  $kh \rightarrow 0$ , la célérité  $v$  tend vers la célérité  $C_p = (0,87 \pm 1,12\sigma)(1 + \sigma)^{-1}$  de l'onde superficielle de Rayleigh prenant naissance sur la surface libre du demi-espace solide, où  $\sigma$  est le coefficient de Poisson. Avec  $kh \rightarrow \infty$ , la célérité  $v$  tend vers la célérité de l'onde superficielle de Stoneley existant sur l'interface des deux demi-espaces dont l'un est solide et l'autre liquide. Le mode d'ordre un est l'onde superficielle de Rayleigh si  $kh \ll 1$  et correspond à l'onde superficielle de Stoneley si  $kh \gg 1$ .

Pour les "basses fréquences", on obtient la formule approchée pour la vitesse de phase du mode d'ordre un. Avec  $kh \ll 1$ , nous recherchons la solution de l'équation de dispersion sous la forme  $\xi = \xi_p + \xi'$ , avec  $\xi' \ll \xi_p$ ,  $\xi_p$  le nombre d'onde de l'onde de Rayleigh,  $D(\xi_p) = 0$ . Nous obtenons alors l'expression approchée  $\xi' = (\rho/\rho_1)A(\sigma)\xi_p^2 h$ , où  $A(\sigma)$  est défini à partir de la courbe 3 de la figure 2. La célérité de phase est égale à  $V = \omega\xi \approx C_p(1 - \xi'/\xi_p)$ , alors

$$V/C \approx C_p/C - (\rho/\rho_1)A(\sigma)kh.$$

La grandeur  $(\rho/\rho_1)A(\sigma)$  est égale à la tangente de l'angle d'inclinaison par rapport à la ligne droite qui affleure à la courbe de dispersion au point  $kh = 0$ .

On peut donc reconstituer les paramètres  $\rho_1$  et  $C_1$  (ou  $C_t$ ) du fond à partir des valeurs connues  $\rho$ ,  $C$  et  $C_1$  (ou  $C_t$ ), en utilisant la courbe de dispersion obtenue en expérimentation et les formules approchées. En effet, à partir de la courbe

expérimentale on obtient la célérité de l'onde superficielle de Rayleigh lorsque  $kh \rightarrow 0$  et l'angle  $\theta$  de la tangente. On retrouve alors le coefficient de Poisson à l'aide de la formule

$$\sigma = (C_p/C_t - 0,87)(1,12 - C_p/C_t)^{-1},$$

et la célérité de l'onde de compression comme suit:

$$C_1 = \sqrt{2(1-\sigma)(1-2\sigma)^{-1}} C_t.$$

La célérité de l'onde de compression dans le fond peut être reconstituée à l'aide des courbes 1 et 2 de la figure 2. Le rapport  $C_p/C_t$  étant connu, on reconstitue le coefficient de Poisson à l'aide de la courbe 1, et ensuite on reconstitue le rapport  $C_p/C_t$  à l'aide de la courbe 2.

On calcule alors la densité du fond à l'aide de la formule:

$$\rho_1 = - \rho A(\sigma)/tg\theta.$$

Figure 1.

Dépendance de la célérité de phase du paramètre  $kh$  pour le mode d'ordre un.

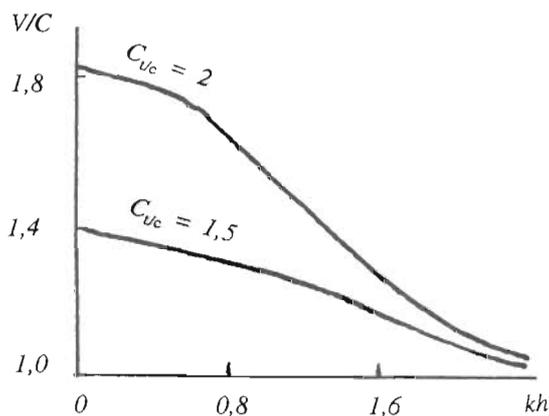
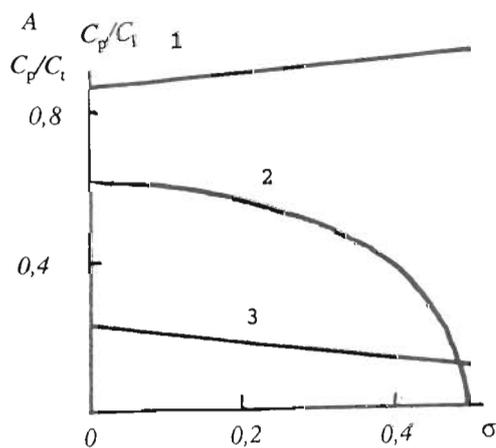


Figure 2.

Dépendance des grandeurs  $C_p/C_t$  (1),  $C_p/C_t$  (2) et  $A$  (3) en fonction du coefficient de Poisson  $\sigma$ .



**28. DIFFUSION DU SON DANS LE FOND MARIN  
PAR DES PERTURBATIONS DES INTERFACES  
ET PAR DES INHOMOGENÉITÉS DU MILIEU**

**Ivakin A.N.**

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

Le fond est un milieu hétérogène stratifié comportant en moyenne des inhomogénéités aléatoires de deux types: de volume (fluctuations des paramètres acoustiques du milieu) et de surface (rugosité de l'interface eau/fond et des interfaces dans le fond). On sait que les paramètres acoustiques du fond sont déterminés essentiellement par son état poreux caractérisé par le paramètre  $\eta$ .

Soit:

- $\eta(\mathbf{R}) = \eta(z) + \varepsilon(\mathbf{R})$ ,  $\langle \varepsilon \rangle = 0$ , avec  $\mathbf{R} = \{\mathbf{r}, z\}$ , où  $\eta(z) = \langle \eta \rangle$  est le paramètre moyen dépendant de la coordonnée verticale  $z$ ;
- les interfaces dans le fond définies par les fonctions  $z = z_n + \zeta_n(\mathbf{r})$ ,  $\langle \zeta_n \rangle = 0$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ ;
- un émetteur et un récepteur acoustiques se trouvant aux points  $\mathbf{R}_a = \{\mathbf{r}_a, z_a\}$  et  $\mathbf{R}_b = \{\mathbf{r}_b, z_b\}$  dans l'espace semi-infini liquide et homogène.

Le champ de diffusion simple créé par les inhomogénéités du fond peut être exprimé dans la zone de Fraunhofer comme suit:

$$p_1(\mathbf{R}_b) = -p_0(\mathbf{R}_1)G_0(|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_b|)(I_v + I_s),$$

$$I_{v,s} = \int J_{v,s}(\mathbf{r}) e^{i(\xi_a + \xi_b)(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)} d^2\mathbf{r},$$

avec  $\mathbf{R}_1 = \{\mathbf{r}_1, z_1\}$  un point donné sur la surface insonifiée du fond,  $G_0(x) = -exp\{ik_1x\}/4\pi x$  la fonction de Green de l'espace infini homogène,  $k_1$  le nombre d'onde dans l'eau,  $p_0(\mathbf{R}_1) = AG_0(|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_a|)$  le champ insonifiant le fond,  $\xi_{a,b} = k_1(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{a,b})/|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_{a,b}|$ ,

$$J_v(\mathbf{r}) = \int \varepsilon(\mathbf{r}, z) f(z) dz, \quad J_s(\mathbf{r}) = \sum \zeta_n(\mathbf{r}) \Delta\eta(z_n) f(z_n),$$

$$f(z) = [\Delta\beta/\Delta\eta + \xi_a\xi_b\Delta(1/\rho)/\Delta\eta]\varphi_1(z) + (\Delta\rho/\Delta\eta)\varphi_2(z),$$

où  $\beta = \beta(\eta(z))$  et  $\rho = \rho(\eta(z))$  représentent le module de compressibilité et la densité moyens du fond. Ils peuvent avoir des discontinuités  $\Delta\beta$  et  $\Delta\rho$  aux interfaces moyennes  $z = z_n$ , avec  $\Delta\eta(z_n) = \eta(z_n - 0) - \eta(z_n + 0)$ . Les discontinuités appropriées de  $\eta$  (pour  $z \neq z_n$ :  $\Delta\eta \rightarrow 0$  et  $\Delta/\Delta\eta = \partial/\partial\eta$ );  $\varphi_1(z)$  et  $\varphi_2(z)$  sont des fonctions continues définies comme suit:

$$\varphi_1(z) = \psi(z, \xi_a) \psi(z, \xi_b), \quad \varphi_2(z) = \rho^{-2} [d\psi(z, \xi_a)/dz] [d\psi(z, \xi_b)/dz],$$

avec  $\psi(z, \xi)$  la fonction décrivant le champ acoustique dans le milieu stratifié non perturbé avec les paramètres  $\rho(z)$  et  $\beta(z)$ . Elle satisfait à l'équation:

$$[\rho d(\rho^{-1} d/dz)/dz + k^2 - \xi^2] \psi(z, \xi) = 0 ,$$

avec  $k = k(z) = \omega(\beta\rho)^{1/2}$  le nombre d'onde moyen dans le fond et  $\omega$  la pulsation du son.

Les coefficients de diffusion du son par les inhomogénéités du fond  $m_v$  et par les perturbations des interfaces  $m_s$  sont définis comme suit:

$$m_{v,s} = \langle |I_{v,s}|^2 \rangle / (4\pi)^2 S ,$$

où  $S$  est la surface du fond insonifié. On obtient alors

$$m_v = \frac{\pi}{2} \int |f(z)|^2 \Phi_E(\mathbf{K}, z) dz , \quad m_s = \frac{1}{4} \sum |f(z_n)|^2 \alpha_n \Phi_{\zeta_n}(\mathbf{K}) ,$$

où  $\Phi_E$  est le spectre spatial des inhomogénéités de volume,  $\Phi_{\zeta_n}$  représente les spectres des perturbations des interfaces dans le fond,  $\alpha_n = [\Delta\eta(z_n)]^2$ ,  $\mathbf{K} = \xi_a + \xi_b$  est le vecteur de diffusion.

Les formules ci-dessus peuvent être utilisées pour obtenir l'information sur les spectres des inhomogénéités à partir de la mesure du coefficient de diffusion  $m = m_v + m_s$  par le fond, si la structure régulière du fond qui détermine les fonctions  $f(z)$  est connue. Pour y arriver, il faut cependant supposer *a priori* quel type d'inhomogénéités (de surface ou de volume) contribue plus au champ diffusé. Par exemple, dans le cas où il n'y a qu'un seul interface perturbé eau/fond ( $N = 1$ ), les spectres étant  $\Phi_E \propto \kappa^\mu$  et  $\Phi_\zeta \propto \kappa^\nu$ , le rapport des contributions des inhomogénéités de volumes et des perturbations de l'interface est:

$$q \propto \kappa^{\nu-\mu} l^{\nu-2} l_1^{2-\mu} l_z h \langle \varepsilon^2 \rangle / \alpha \langle \zeta^2 \rangle ,$$

où  $h$  est l'épaisseur de la couche diffusante,  $l_z$  et  $l_1$  sont les rayons de corrélation des inhomogénéités en vertical et en horizontal et  $l$  est le rayon de corrélation des perturbations de l'interface.

## 29. MODÉLISATION PHYSIQUE DE LA RÉTRODIFFUSION PAR LES NODULES Fe-Mn

Griaznova I.Iu.

*Université d'État de Nijni Novgorod, Nijni Novgorod*

Les nodules Fe-Mn peuvent être considérés comme des inhomogénéités discrètes, dures, reposant sur un milieu faiblement réfléchissant. Leurs forme, dimensions, distribution et concentration varient beaucoup dans l'océan, ce qui complique la modélisation mathématique des caractéristiques des signaux rétrodiffusés. Des expérimentations faites dans des conditions contrôlées aident à comprendre comment les paramètres des nodules, les caractéristiques du fond, la distribution des nodules et les paramètres du système de sondage modifient les caractéristiques de la rétrodiffusion. Nous nous intéressons surtout à la recherche des paramètres optimaux de sondage et aux limites de valabilité de l'approximation de Born.

Dans nos expérimentations, les modules Fe-Mn étaient simulés par des sphères de fer de rayon constant  $a$  placées de façon aléatoire sur un fond plat en caoutchouc. Nous étudions les caractéristiques d'amplitude des signaux rétrodiffusés en fonction:

- de la fréquence de sondage,
- du lobe de directivité du sondeur dont la dimension est  $d$ ,
- de l'angle d'incidence,
- de la concentration des diffuseurs,
- du rayon  $\rho_0$  de corrélation des diffuseurs sur le fond,
- de l'immersion.

Les expérimentations démontrent un bon accord avec le modèle fondé sur l'approximation de la diffusion simple, si  $ka \approx 1$ , avec une insonification faite suivant la normale au fond.

Nous proposons plusieurs modèles théoriques simplifiés qui ne s'écartent pas qualitativement des résultats expérimentaux, notamment en ce qui concerne les caractéristiques fréquentielles et les dépendances de l'intensité moyenne de la rétrodiffusion en fonction de la concentration et du paramètre  $d/\rho_0$ .

---

### 30. RECONSTITUTION DES CARACTÉRISTIQUES ACOUSTIQUES D'UN FOND ÉLASTIQUE STRATIFIÉ À PARTIR DE LA STRUCTURE SPATIALE DU CHAMP ACOUSTIQUE

Burlakova I.B., Kerjakov B.V., Fokin V.N., Fokina M.S.

*Institut de physique appliquée, Nijni Novgorod*

La méthode de tomographie acoustique Doppler est souvent utilisée pour la reconstruction des paramètres acoustiques du fond à partir des mesures directes d'un champ acoustique. Dans ce travail, nous considérons une méthode de reconstitution des paramètres du fond, constitué d'un espace élastique semi-infini recouvert par plusieurs couches liquides, à partir de la mesure d'une coupe horizontale de l'intensité d'un champ acoustique, formé par les rayons qui ont subi différentes réflexions par le fond. Dans ce but, nous nous servons des particularités de la dépendance angulaire du module et de la phase du coefficient de réflexion par le fond.

Avec l'application de l'approximation géométrique, le problème se réduit aux conditions aux limites des couches et à la recherche des coefficients de réflexion d'une onde plane par le système de plusieurs couches liquides recouvrant l'espace élastique. Nous appliquons la méthode du propagateur matriciel [2], [3] pour résoudre ce problème.

Les simulations numériques fondées sur cette approche permettent d'obtenir des conclusions sur l'influence des paramètres du fond stratifié, notamment des célérités des ondes de compression  $c_1$  et de cisaillement  $c_2$ , de la densité  $\rho$  et de l'épaisseur  $d$  des couches liquides, sur le module et la phase du coefficient de réflexion par le fond. Les régularités établies ont été appliquées pour la reconstitution des paramètres acoustiques des couches liquides et de l'espace élastique dans le fond, avec l'utilisation des données des expérimentations effectuées dans l'Atlantique au cours de la 8e campagne du navire océanographique "Académicien Sergey Vavilov".

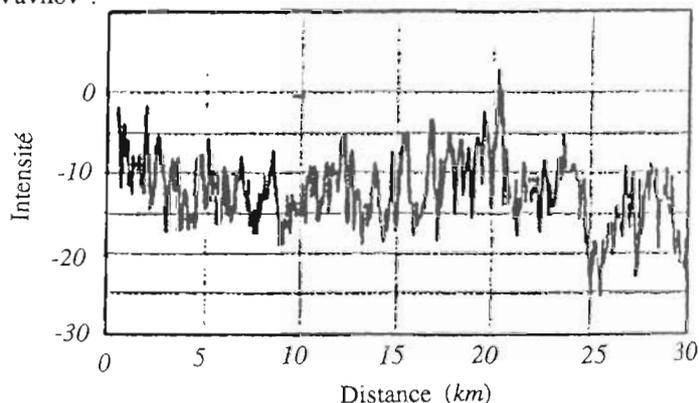


Figure 1.

La figure 1 présente les pertes par réflexion sur le fond d'un signal acoustique monochromatique de fréquence 133, 237 et 533 Hz. On définit ces pertes comme la différence entre les pertes mesurées pour un groupe de rayons ayant subi une seule réflexion par le fond, et les pertes calculées pour ce même groupe compte tenu de l'amortissement dans l'eau, mais dans le cas où le fond est parfaitement réfléchissant. L'immersion de l'émetteur et de l'hydrophone remorqué était de 50 m. Les expérimentations ont été effectuées dans une région ayant un fond assez plat de profondeur de l'ordre de 4,5 km. L'axe du chenal se trouvait à l'immersion  $1,2 \pm 1,5$  km.

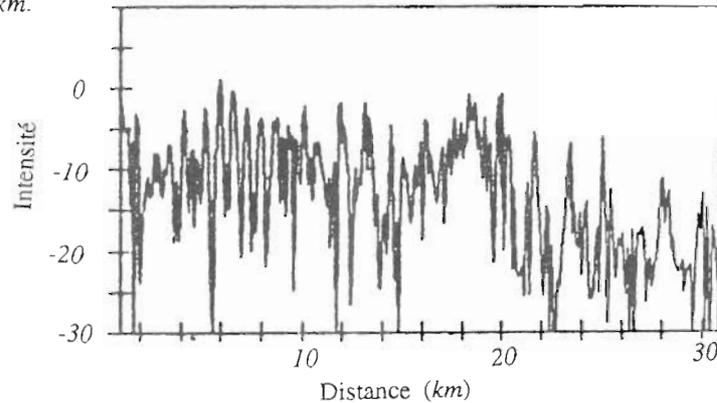


Figure 2.

La figure 2 présente le résultat d'une simulation numérique à l'aide du code [4] des pertes de propagation, faite pour le profil de célérité mesuré au cours de cette expérimentation, avec la supposition *a priori* qu'il y ait deux couches liquides sur l'espace élastique dans le fond, dont les paramètres étaient:

$$c_{11} = 1529 + i-1,0 \text{ m/s} , \rho_1 = 1,5 \text{ g/cm}^3 , d_1 = 1,8 \text{ m} ;$$

$$c_{12} = 1800 + i-15,0 \text{ m/s} , \rho_2 = 1,7 \text{ g/cm}^3 , d_2 = 25,0 \text{ m} ;$$

$$c_{1e} = 3500 + i-20,0 \text{ m/s} , c_{2e} = 800 + i-0,0 \text{ m/s} , \rho_e = 2,2 \text{ g/cm}^3 .$$

Les figures 1 et 2 démontrent un bon accord les valeurs expérimentales et simulées pour le modèle choisi du guide d'ondes.

- 1: I.B.Burlakova, V.N.Golubev, A.I.Jarov, A.G.Netchaev, Iu.V.Petukhov, M.M.Slavinskii, *Tomographie Doppler en Acoustique de l'océan, J.d'Acoustique (URSS)*, 1988, v.34, n°4, pp.756-758.
2. W.T.Thomson, *Transmission of elastic waves through a stratified solid material, J.Appl.Phys.*, 1950, v.21, n°2, pp.89-93.
- 3: L.M.Brekhovskikh, O.A.Godin, "Acoustique des milieux stratifiés", Naouka Eition, Moscou, 1989.
- 4: V.N.Fokin, M.S.Fokina, *A la simulation numérique de champs acoustiques dans des guides d'ondes inhomogènes à l'aide de la méthode des rayons, J.d'Acoustique (URSS)*, 1991, v.37, n°4, pp. 782-788.

---

### 31. VARIABILITÉ DU COEFFICIENT DE DIFFUSION DU SON PAR LES FONDS MARINS

Fokin A.V., Zotov A.I., Kuznetsova I.A.

*Institut de physique appliquée, Nijni Novgorod*

Lors de plusieurs expérimentations de mesure des caractéristiques locales de diffusion du son par des fonds océaniques [1], on a remarqué que le coefficient de diffusion varie considérablement, lorsque le système de mesure change de position. Cette variabilité est due à divers facteurs physiques et se manifeste aux échelles allant de plusieurs dizaines de centimètres jusqu'à des centaines de kilomètres. Dans ce travail, nous étudions la variabilité de l'échelle de plusieurs mètres jusqu'à plusieurs centaines de mètres, dite échelles "intermédiaires" [2]. Pour cela, nous avons exploré certains fonds dans l'Atlantique du Nord, en mers de Norvège et de Barentz, et nous avons étudié la diffusion du son à l'aide de la méthode impulsionnelle [3] aux fréquences  $f = 2, 4, 8$  et  $16$  kHz.

Pour l'émission des impulsions et la réception des signaux rétrodiffusés, nous avons utilisé le système hydroacoustique modernisé grands fonds [4] permettant de maintenir un système d'émission et de réception à  $30$  m au-dessus du fond, avec une profondeur atteignant  $6$  km. L'intensité à l'émission et la sensibilité de l'hydrophone à la réception assuraient un rapport signal/bruit suffisant pour mesurer les caractéristiques de diffusion jusqu'aux angles d'incidence de  $85^\circ$ . Le déplacement du système était provoqué par la dérive du bateau, dont la vitesse et la direction étaient enregistrées en permanence à l'aide d'un système de navigation par satellite.

Nous analysons les séries constituées par  $550 + 600$  impulsions de durée  $10f$ , séparées par l'intervalle de temps  $\Delta t = 1,5$  s. Le coefficient de diffusion  $m_s$  a été établi comme fonction de deux variables, l'angle d'incidence  $\theta$  et le temps d'émission, qui est en fait l'indice  $i$  d'impulsion:  $m_s(\theta, i\Delta t) \sim I_s(\theta, i\Delta t)$ , où  $I_s$  est l'intensité du signal rétrodiffusé estimée à l'aide du moyennage des carrés d'amplitude de plusieurs signaux consécutifs.

Cette méthode a permis de résoudre deux problèmes. Premièrement, d'établir une estimation statistique justifiée des paramètres de diffusion (dépendances angulaires et fréquentielles de la section efficace de diffusion), en utilisant une échelle de moyennage donnée. Deuxièmement, d'établir le spectre spatial de la variabilité horizontale de diffusion:

$$S(\theta, q) \sim \sum_i m_s(\theta, i\Delta t) \exp\{-j2\pi qi\Delta t\}.$$

Dans certains cas, ce spectre permet d'évaluer les paramètres géomorphologiques du fond [5]. Les mesures effectuées ont donné les spectres de la variabilité spatiale ayant une résolution en nombre d'onde correspondant à l'échelle de plusieurs mètres, ce qui est apparemment unique pour une région océanique du type "grands fonds".

Les mesures acoustiques ont été accompagnées de travaux géologiques et géomorphologiques. L'analyse de toutes les données acquises a fait apparaître plusieurs éléments intéressants sur les propriétés de diffusion. Les résultats révèlent que la variabilité spatiale de diffusion est liée étroitement à la structure géologique et géomorphologique du fond, et qu'il convient de l'étudier et de la prendre en considération pour l'élaboration des méthodes acoustiques d'exploration des fonds marins.

- 
- 1: A.I.Zolotov, A.V.Fokin, *Etude expérimentale des caractéristiques de diffusion du son par les grands fonds*, *Océanologie* (URSS), 1985, v.25, n°2, pp.219-223.
  - 2: L.M.Brekhovskikh, V.I.Volovov, Iu.P.Lysanov, *Variabilité spatiale du champ acoustique réfléchi par le fond océanique*, *DAN* (URSS), 1981, v.259, n°1, pp.205-208.
  - 3: V.I.Volovov, Iu.Iu.Jitkovskii, *Réflexion et diffusion du son par le fond océanique*, in: "Acoustique de l'océan: état actuel", Naouka Editions, Moscou, 1982, pp.157-163.
  - 4: A.I.Zotov, V.N.Kuznetsov, V.V.Saveliev, *Système grands fonds d'investigation acoustique*, *Océanologie* (URSS), 1984, v.24, n°1, pp.175-179.
  - 5: A.V.Fokin, "Caractéristiques des fluctuations des signaux acoustiques diffusés par le fond dans un chenal profond", *Thèse de Doctorat ès sciences mathématiques et physiques*, Moscou, 1986.

---

## 32. SURVEILLANCE ACOUSTIQUE NON LINÉAIRE DES MILIEUX DE STRUCTURE HÉTÉROGÈNE

**Bogdanov A.N., Skvortsov A.T.**

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

Il a été démontré récemment [1]-[3] que les milieux élastiques ayant des inhomogénéités de structure (granuleux, poreux, en bloc, avec des craquelures, etc.) sont caractérisés par une forte non-linéarité acoustique. Pour cette raison, la surveillance acoustique de ces milieux permet d'obtenir une information importante sur divers défauts: bulles de gaz, cavernes, craquelures, etc. Cette surveillance peut être utile en géophysique, pour suivre les formations des chutes de terre et des avalanches, les tensions intérieures dans les roches, la formation des fonds, etc.

Dans certains travaux, la dépendance de la non-linéarité d'un milieu élastique en fonction du caractère des défauts a été obtenue théoriquement en appliquant des suppositions simplifiant le problème: grains identiques, pression extérieure, etc. Dans cet exposé, nous présentons les résultats d'une modélisation numérique dont le but était d'étudier la dépendance des propriétés de non-linéarité d'un milieu en fonction de la concentration des défauts [2].

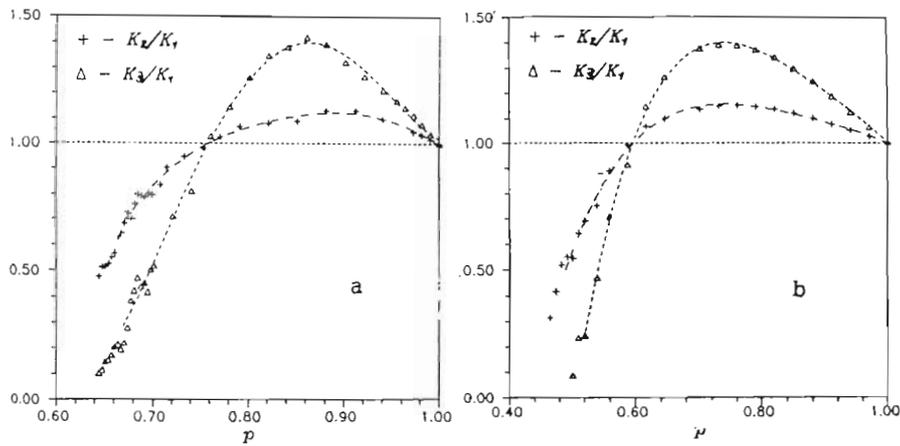
Le modèle du milieu structurellement hétérogène était un réseau de masses connectées par des élasticités non linéaires. Les cellules étaient triangulaires dans le cas de deux dimensions, et cubiques dans celui de trois dimensions. Comme énergie potentielle d'interaction des éléments, on a choisi l'expression:

$$U = \alpha(dr)^2/2 + \beta(dr)^{n+1}/(n+1) ,$$

avec  $dr$  la variation de la distance entre deux noeuds voisins du réseau,  $n$  le paramètre de non-linéarité.

Nous avons eu recours à la méthode de Monte-Carlo pour la modélisation des défauts du réseau. Ceux-ci étaient représentés par l'absence de  $qN = (1-p)N$  noeuds, pour  $N$  noeuds par unité de volume dans le réseau sans défauts. Donc,  $p$  était la concentration réelle de particules du milieu. Pour le calcul des modules d'élasticité on a recouru à la méthode de relaxation [4] adaptée ici pour le cas non linéaire.

Nous avons obtenu que, pour la valeur  $p = p^*$ , baptisée le seuil de percolation, tous les modules d'élasticité tendent vers zéro ( $p^* = 0,59 \pm 0,01$  dans le cas de deux dimensions, et  $p^* = 0,42 \pm 0,01$  dans le cas de trois dimensions). Au voisinage du seuil de percolation, la dépendance de tous les modules d'élasticité  $K_p$  est  $\propto (p-p^*)^{\nu_p}$ , avec  $\nu_p$  la puissance de percolation. Cette dépendance est différente pour les dimensions différentes du système et pour des ordres différents de la non-linéarité. Par exemple,  $\nu_1 = 2,6 \pm 0,5$ ,  $\nu_2 = 3,3 \pm 0,7$ ,  $\nu_3 = 4,3 \pm 1,0$  pour le réseau triangulaire (deux dimensions) et  $\nu_1 = 3,4 \pm 0,6$ ,  $\nu_2 = 4,0 \pm 1,0$ ,  $5,5 < \nu_3 < 8,5$  pour le réseau cubique (trois dimensions), donc les paramètres de non-linéarité décroissent avec l'approche du seuil.



Figures 1. Paramètres de non-linéarité d'ordre deux et trois en fonction du paramètre  $p$ :  
 a - deux dimensions;  
 b - trois dimensions.

La figure 1 présente les dépendances en  $p$  des paramètres de non-linéarité d'ordre deux et trois, dans les cas de deux dimensions (a) et de trois dimensions (b). Notons, que pour un intervalle assez étendu de la concentration  $p < 1$ , les paramètres de non-linéarité dépassent leurs valeurs pour  $p = 1$ , et ils tendent vers zéro en s'approchant du seuil de percolation.

1. K.A.Naugolnykh, L.A.Ostrovskii, "Processus d'ondes non linéaires en acoustique", Naouka Editions, Moscou, 1990.
2. A.N.Bogdanov, A.T.Skvortsov, Non linear wave processes in a granular medium, Proc.of 13th ISNA, Bergen, 1993.
3. I.I.Beliaeva, V.Iu.Zaitsev, L.A.Ostrovskii, Propriétés non linéaires d'acousto-élasticité des milieux granuleux, *J.d'Acoustique* (Russie), 1993, v.39, n°1, pp.25-32.
4. S.Feng, P.N.Sen, Percolation of elastic networks: new exponents and threshold, *Phys.Rev.Lett.*, 1984, v.52, n°3, pp.216-219.

---

### 33. INFLUENCE D'UN GUIDE D'ONDES SUPERFICIEL SUR LES CARACTÉRISTIQUES DE LA DIFFUSION DES ONDES ACOUSTIQUES PAR LA SURFACE AGITÉE DE L'OcéAN

Kliatchin B.I.

*Institut d'océanologie Shirshov, Moscou*

Dans les conditions de propagation acoustique réalisées dans l'océan, nous avons souvent affaire à un guide d'ondes superficiel près de la surface agitée. Dans ce cas, la célérité acoustique croît avec l'immersion. Ce guide d'ondes peut changer les caractéristiques de la diffusion du son par la surface. Ce travail porte sur l'étude théorique de ce phénomène.

Supposons qu'un espace semi-infini homogène côtoie le guide d'ondes superficiel. Soit une onde plane qui provient de cet espace et insonifie le guide d'ondes. Une partie de l'énergie diffusée est alors canalisée par le guide d'ondes et se propage le long de la surface. Cette énergie subit à l'évidence des diffusions multiples par la surface. L'autre partie de l'énergie diffusée quitte le guide d'ondes et repart dans l'espace semi-infini homogène. A chaque diffusion, une partie de l'énergie, qui est déjà probablement diffusée plusieurs fois, quitte également le guide d'ondes et retourne dans l'espace. C'est cette partie d'énergie qui est responsable des modifications des caractéristiques de la diffusion par la surface. L'homogénéité horizontale du problème est évidente. Nous écrivons l'équation de transfert du champ acoustique dans le guide d'ondes, laquelle est alors une équation de Fredholm du second type. Lorsque le coefficient de diffusion est le produit d'une fonction de l'angle d'insonification et d'une fonction de l'angle de diffusion, l'équation de transfert devient soluble. Nous définissons le coefficient effectif de diffusion par le système "surface agitée + guide d'ondes superficiel" dans une direction donnée comme le rapport entre l'intensité d'insonification dans l'espace homogène et l'intensité se propageant vers l'infini en suivant cette direction. Nous établissons que le coefficient effectif de la rétrodiffusion par la surface aux angles rasants est inférieur aux valeurs classiques, et nous retrouvons l'effet contraire aux angles avoisinant la verticale. On peut alors dire que la présence du guide d'ondes superficiel se manifeste comme un élargissement du spectre spatial de la surface.

**34. MÉTHODE DE L'IMMERSION  
POUR LA SOLUTION DES PROBLÈMES INVERSES  
DE LA PROPAGATIONS DES IMPULSIONS  
DANS LES MILIEUX STRATIFIÉS**

**Temtchenko V.V., Gulin O.E.**

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

La reconstitution des paramètres d'un milieu à partir de la mesure d'un champ acoustique est un problème important pour l'acoustique de l'océan. Ce travail porte sur une méthode théorique de résolution des problèmes inverses de la propagation des impulsions fondée sur la "Méthode de Submersion Invariante" (MSI).

Soit le champ acoustique qui, dans la couche de liquide  $L_0 < x < L$  aux profils de célérité  $C(x)$  et de densité  $\rho(x)$ , remplit l'équation

$$(1) \quad \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + [\ln\{\rho(x)\}] \frac{\partial}{\partial x} - C^2(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) U(x, x_0, t) - (2/C_2) \delta(x-x_0) \frac{\partial}{\partial t} f(t),$$

avec  $C(x) = C_1$ ,  $\rho(x) = \rho_1$  pour  $x < L_0$ ,  $C(x) = C_2$ ,  $\rho(x) = \rho_2$  pour  $x > L$ , et les conditions de continuité du champ  $U$  et de sa dérivée  $\partial U / \partial x$  aux interfaces de la couche ( $x = L_0, L$ ). Dans [1], [2], on formule le problème avec les valeurs initiales répondant au problème aux limites pour l'équation (1), dans le cas où  $f(t) = \theta(t) = \int \delta(t) dt$  :

$$(2) \quad \left( \frac{\partial}{\partial L} + \frac{2\rho(L)}{\Omega_2} \frac{\partial}{\partial t} \right) H_L(t) = \frac{2\rho(L)}{\Omega_1} \delta(t) - V(L) \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{\partial}{\partial t} H_L(t-\xi) \frac{\partial}{\partial \xi} H_L(\xi),$$

$$(3) \quad H_{L_0}(t) = \theta(t) 2\Omega_1 / (\Omega_1 + \Omega_2),$$

$$(4) \quad \left( \frac{\partial}{\partial L} + \frac{2\rho(L)}{\Omega_2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Psi_L(x, t) = V(L) \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{\partial}{\partial t} \Psi_L(x, t-\xi) \frac{\partial}{\partial \xi} H_L(\xi),$$

$$(5) \quad \Psi_L(x, t)|_{L=x} = H_x(t),$$

$$(6) \quad \frac{\partial}{\partial L} \tilde{U}_L(x, x_0, t) = V(L) \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{\partial}{\partial t} \Psi_L(x, t-\xi) \frac{\partial}{\partial \xi} \Psi_{L_0}(x_0, \xi),$$

$$(7) \quad \tilde{U}_L(x, x_0, t)|_{L=\max\{x, x_0\}} = \begin{cases} \Psi_L(x_0, t) & (x \leq x_0) \\ \Psi_L(x, t) & (x \geq x_0) \end{cases},$$

avec  $\tilde{U}_L(x, x_0, t) \equiv \tilde{U}_2(x, x_0, t)$ ,  $H_L(t) \equiv \tilde{U}_L(L, L, t)$ ,  $\Psi_L(x, t) \equiv \tilde{U}_L(x, L, t)$ ,

$V(L) = \rho(L)(1 - \Omega_2^2/\Omega^2(L))/2\Omega_2$ ,  $\Omega(L) = \rho(L)C(L)$ ,  $\Omega_1 = \rho_1 C_1$ ,  $\Omega_2 = \rho_2 C_2$ . La fonction  $H_L(t)$  décrit le champ rétrodiffusé par le milieu, et la fonction  $\Psi_L(x,t)$  décrit le champ existant dans le milieu si l'onde  $f = \theta(t)$  insonifie l'interface  $x = L$ .

Dans certains travaux, [1], [3] par exemple, on propose des procédures de reconstitution de l'impédance acoustique  $\Omega(x)$  à l'aide de la MSI. Elles n'utilisent dans le système (2)-(7) que les équations (2) et (3), ce qui signifie que l'on ne considère que les problèmes inverses de diffusion, alors que le système complet (2)-(7) permet d'aborder d'autres problèmes. Compte tenu du caractère de l'équation (4) et des valeurs initiales (5), on peut considérer le champ d'ondes  $\Psi_L(x,t)$  comme une fonctionnelle  $\Psi_L(x,t) = \mathcal{F}[H_X(t)]$ . En utilisant l'idée proposée dans [4], nous faisons l'approximation de l'impédance  $\Omega(x)$  à l'aide des fonctions pour lesquelles l'équation (2) possède des solutions analytiques. Nous pouvons donc trouver l'expression pour le fonctionnel  $\mathcal{F}[H_X(t)]$  et exprimer la fonction  $H_X(t)$  à l'aide du champ  $\Psi_L(x,t)$ :

$$(8) \quad H_X(t) = \tilde{\mathcal{F}}[\Psi_L(x,t), H_X(t)] .$$

D'habitude, l'équation (8) a la forme intégrale de Volterra d'ordre deux. La fonction  $H_X(t)$  dans (8) décrit le champ rétrodiffusé si la région hétérogène où l'on cherche  $\Omega(x)$ , se trouve dans l'intervalle  $(L_0, x)$ . Une fois  $H_X(t)$  déterminé à partir de (8), on peut recourir aux algorithmes de [1], [3] pour retrouver  $\Omega(x)$ . Si l'émetteur se trouve à l'intérieur du milieu, le champ  $\tilde{U}_L(x, x_0, t)$  remplit les équations (6) et (7), et la procédure de recherche de  $\Omega(x)$  est complétée par l'équivalent de (8):

$$\Psi_L(\hat{x}, t) |_{\hat{x} = \max\{x, x_0\}} = \tilde{\mathcal{F}}_1[\tilde{U}_L(x, x_0, t), \Psi_L(\hat{x}, t) |_{\hat{x} = \max\{x, x_0\}}] ,$$

qui, lui aussi, est d'habitude de forme intégrale.

Les modèles numériques réalisant l'approche décrite ci-dessus permettent de résoudre davantage de problèmes inverses d'acoustique que ceux déjà considérés [1], [3], [4]. Nous espérons que la méthode proposée assure en pratique une assez bonne reconstitution des paramètres bathymétriques de l'eau et du fond à l'aide du sondage impulsionnel de l'océan.

- 
- 1: A.G.Bugrova, V.I.Kliatskin, *Méthode de submersion et résolution des problèmes inverses dans les milieux stratifiés*, *Nouvelles des Universités (URSS), série Radiophysique*, 1989, v.32, n°3, pp.321-330.
  - 2: V.I.Kliatskin, "Méthode de submersion pour la théorie de propagation des ondes", *Naouka Editions*, 1986.
  - 3: J.P.Coronez, M.E.Davison, R.J.Krueger, *Direct and inverse scattering in the time domain via invariant imbedding equation*, *J.Acoust.Soc.Am.*, 1983, v.74, n°5, pp.1535-1541.
  - 4: V.V.Temtchenko, O.E.Gulin, *Problème unidimensionnel de diffusion des impulsions par une couche d'un milieu inhomogène. Solutions analytiques et algorithmes numériques*, in: "Ondes et diffraction-90", 1990, Moscou, v.1, pp.167-170.

## 35. ESTIMATION DES PARAMÈTRES DES SIGNAUX MULTIMODAUX OU MULTIRAYONS

Baronkin V.M.

*Institut d'acoustique Andreev, Moscou*

Le début de toute surveillance acoustique d'un milieu consiste à mesurer les caractéristiques des champs acoustiques; à partir de ces caractéristiques, on procède ensuite à sa reconstitution.

Dans la plupart des cas d'applications pratiques, un champ acoustique peut être décrit par un modèle multirayons ou multimodal de propagation. C'est le cas de la tomographie acoustique de l'océan [1], [2], ou de l'acoustique industrielle. Le problème ci-dessus devient alors le problème d'évaluation des paramètres des rayons ou des modes. Pour un signal multirayon, les paramètres à estimer, en chaque point d'observation, sont les amplitudes complexes des rayons, les retards, les angles d'arrivée et le nombre de rayons propres. La présence imminente d'un bruit et une nature éventuellement stochastique du signal émis (dans le cas d'un diagnostic passif à partir du bruit ambiant, par exemple) exigent l'utilisation des méthodes de traitement statistique de signaux. Alors, plusieurs problèmes surgissent:

- élaboration des algorithmes optimisés d'évaluations des paramètres;
- développement des procédures d'évaluation efficaces, du point de vue numérique;
- élaboration des méthodes d'estimation de la qualité de ces algorithmes.

Ce sont des problèmes difficiles et certains d'entre eux n'ont pas encore de solution.

Considérons d'abord le problème général que voici. Nous observons dans le temps et dans l'espace un champ

$$z(t, \mathbf{x}) = \sum_{k=1}^m a_k s_k(t, \mathbf{x}; \bar{\Theta}_k) + \xi(t, \mathbf{x}),$$

où  $a_k$ ,  $\bar{\Theta}_k$  ( $k = 1, \dots, m$ ),  $m$  sont des paramètres inconnus du signal qui sont à estimer,  $s_k(\cdot)$  est le signal qui peut être déterministe ou aléatoire,  $\xi(\cdot)$  est le bruit dont les caractéristiques statistiques peuvent être partiellement connus. Nous supposons pour la suite que  $\xi$  est un bruit gaussien avec  $\langle \xi \rangle = 0$  et dont la fonction de corrélation est  $R_\xi(t, \mathbf{x}, t', \mathbf{x}'; \mathbf{v})$ , avec  $\mathbf{v}$  un vecteur de paramètres inconnu. Par exemple, cela pourrait être les niveaux du bruit dans les éléments d'une antenne ou les paramètres du spectre angulaire du bruit ambiant, etc.

Dans ce modèle généralisé des signaux multirayons ou multimodaux nous obtenons les principaux résultats suivants:

- Nous établissons quelles doivent être les structures des algorithmes optimisés basés sur le principe du maximum de vraisemblance.

- Nous élaborons des procédures efficaces itératives d'estimation des paramètres à évaluer.
- Nous proposons la méthode générale d'évaluation de l'efficacité locale des estimations de paramètres.
- Nous avons étudié la sensibilité des algorithmes d'estimation élaborés aux données initiales.

En nous fondant sur l'approche générale développée dans ce travail, nous avons étudié en détail plusieurs problèmes concernant la surveillance acoustique de l'océan.

- Evaluation des amplitudes complexes, des retards et du nombre de rayons propres pour divers modèles de signal en émission, y compris le modèle du signal aléatoire de type du bruit ambiant [3], [4].
- Sélections de signaux entrecroisés.
- Evaluation des amplitudes et des valeurs propres des modes à l'aide d'une antenne horizontale.

- 
- 1<sup>o</sup> V.V.Gontcharov, V.M.Kurtepov, *Modélisations numériques en tomographie de l'océan*, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Acoustique du milieu océanique", Nauka Editions, Moscou, 1989, pp.107-115.
  - 2<sup>o</sup> V.Iu.Zaytsev, A.G.Netchaev, L.A.Ostrovskii, *Sur les capacités de la tomographie modale de l'océan*, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Acoustique du milieu océanique", Nauka Editions, Moscou, 1989, pp.98-106.
  - 3<sup>o</sup> V.M.Baronkin, Iu.I.Tujilkin, *Mesure d'amplitude et de phase dans des signaux complexes multirayons*, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Problèmes de l'acoustique de l'océan", Nauka Editions, Moscou, 1984, pp.133-143.
  - 4<sup>o</sup> V.M.Baronkin, *Méthodes statistiques d'analyse des champs acoustiques dans l'océan*, in: I.B.Andreeva, L.M.Brekhovskikh (éds), "Acoustique du milieu océanique", Nauka Editions, Moscou, 1989, pp.186-202.

**36. UTILISATION DES SIGNAUX LARGE BANDE  
DANS LES SYSTÈMES DE TÉLÉMÉTRIE ET DE TÉLÉGUIDAGE  
PAR VOIE ACOUSTIQUE  
DES STATIONS AUTONOMES OCÉANOGRAPHIQUES**

**Morozov A.K., Derevnin V.A.**

*Institut d'océanologie Shirshov, Moscou*

Les stations autonomes de fond et les flotteurs sont des éléments essentiels pour les systèmes de surveillance de l'océan. Traditionnellement, leur repérage se fait soit en régime autonome, soit à partir d'un navire à l'aide d'un système acoustique de téléguidage. Dans ce dernier cas, on utilise des signaux complexes large bande modulés en fréquence pour augmenter leur portée et s'affranchir des parasites qui interviennent à cause de la propagation multirayons. Pour le traitement optimal, on utilise alors l'estimation de la réponse impulsionnelle du chenal. On a également recours au traitement adapté, ce qui réduit malheureusement la vitesse de transfert de l'information, complique les algorithmes de traitement et la mise en oeuvre, tout en la rendant plus coûteuse.

Nous nous proposons d'analyser de tels systèmes de transmission de l'information numérique à base de microprocesseurs.

Les expérimentations ont été menées dans l'Atlantique et en Mer Noire. Les distances étudiées atteignaient 50 km. Le contrôle simultané de la sortie de la ligne de communication et des signaux émis a été réalisé. Les expériences ont démontré l'intérêt pratique des signaux codés large bande pour la mise en oeuvre des systèmes de télémétrie et de téléguidage des stations océanographiques autonomes. L'utilisation de tels signaux assure une probabilité d'erreur inférieure à 0,001, alors que le rapport de l'énergie totale du signal reçu et de la densité spectrale du bruit par bit d'information communiquée était 9 dB pour la vitesse de transmission 16 bit/s, et 12 dB pour 56 bit/s.

- 
- 1<sup>o</sup> A.K.Morozov, B.B.Semenovitch, A.N.Kholmogorov, *Système de transmission de l'information océanologique à partir d'une station flotteur*, *Océanologie (URSS)*, 1987, v.27, n°3, pp.525-531.
  - 2<sup>o</sup> A.K.Morozov, *Propriétés corrélatives d'une séquence de signaux récursifs*, *Nouvelles des Universités (URSS)*, série Radioélectronique, 1988, pp.59-62.

---

Imprimé par INSTAPRINT S.A.  
1-2-3, levée de la Loire - LA RICHE - B.P. 5927 - 37059 TOURS Cedex  
Tél. 47 38 16 04

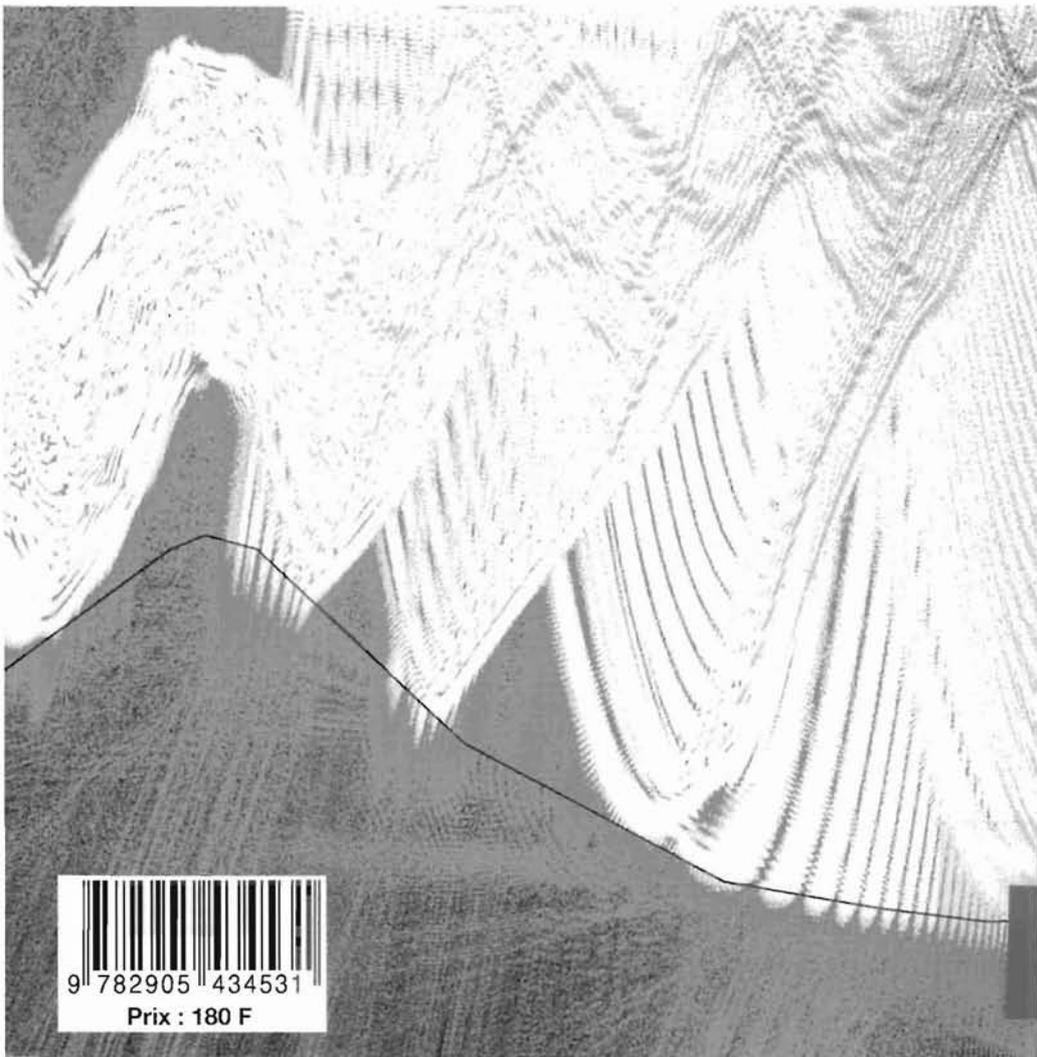
Dépôt légal 2<sup>ème</sup> trimestre 1994

*Handwritten signature*

ASPECTS RÉCENTS de  
L'ACOUSTIQUE SOUS-MARINE RUSSE

La réputation de l'acoustique sous-marine russe n'est plus à faire. Elle a beaucoup apporté connaissance de l'océan, du mouvement des masses d'eau, des interfaces eau-sédiments, de la biomasse. Pendant son séjour à l'Ifremer, Mikhaïl Galaktionov de l'Institut d'acoustique Andreev de Moscou a traduit des travaux inédits en Occident de ses collègues russes et composé lui-même quelques chapitres. La première partie de l'ouvrage comporte certaines communications in extenso de la dernière école-conférence de Moscou "Acoustique de l'Océan" (1992), elles portent sur de nombreux problèmes théoriques d'actualité. La seconde partie est constituée des notes de la 2<sup>ème</sup> conférence de la société russe qui a eu lieu en juin 1993 et est consacrée à la contribution de l'acoustique à la surveillance du milieu et de l'environnement.

Par cet ouvrage, les acousticiens français auront une idée plus précise de l'état des recherches dans les principaux centres de Russie et feront connaissance avec de nombreux chercheurs russes et de l'orientation de leurs travaux. Ceci présente un grand intérêt pour les spécialistes de la discipline et de ses applications dans la recherche, l'industrie, la défense.



Prix : 180 F