

Ecole Centrale de Nantes

ÉCOLE DOCTORALE

Sciences pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture

Année 2009-2010

N° B.U. :

Thèse de DOCTORAT

Spécialité : DYNAMIQUE DES FLUIDES ET TRANSFERTS

Présentée et soutenue publiquement par :

JEAN-BAPTISTE - SAULNIER

le 4 décembre 2009
à l'Ecole Centrale de Nantes

TITRE

CLIMATOLOGIE FINE DES SYSTEMES DE VAGUES POUR L'ETUDE DES SYSTEMES HOULOMOTEURS

JURY

Président : Jérôme BROSSARD, Professeur, Laboratoire des Ondes et Milieux Complexes, Université du Havre

Rapporteurs : Michel BENOIT, Docteur HDR, Laboratoire National d'Hydraulique et Environnement, EDF R&D, Chatou
António Carlos MENDES, Professeur agrégé, Dep^{to} de Eng^a Electromecânica, Universidade da Beira Interior, Covilhã

Examineur : Fernando VELOSO GOMES, Professeur, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto

Membres invités: Teresa PONTES, Docteur, Laboratório Nacional de Energia e Geologia, Lisbonne
Marc PREVOSTO, Docteur, Service Hydrodynamique et Océano-Météo, IFREMER, Brest

Directeurs de thèse : Alain H. CLEMENT (France) / António F. de O. FALCAO (Portugal)
Laboratoires : L.M.F. de l'E.C.N. (Nantes) / I.D.M.E.C. de l'I.S.T. (Lisbonne)
Co-encadrants : Marc PREVOSTO / Teresa PONTES
Laboratoires : I.F.R.E.M.E.R. (Brest) / I.N.E.T.I.-L.N.E.G. (Lisbonne)

N° ED : 498-80

Ecole Centrale de Nantes

ÉCOLE DOCTORALE

Sciences pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture

Année 2009-2010

N° B.U. :

Thèse de DOCTORAT

Spécialité : DYNAMIQUE DES FLUIDES ET TRANSFERTS

Présentée et soutenue publiquement par :

JEAN-BAPTISTE - SAULNIER

le 4 décembre 2009
à l'Ecole Centrale de Nantes

TITRE

CLIMATOLOGIE FINE DES SYSTEMES DE VAGUES POUR L'ETUDE DES SYSTEMES HOULOMOTEURS

JURY

- Président : Jérôme BROSSARD, Professeur, Laboratoire des Ondes et Milieux Complexes, Université du Havre
- Rapporteurs : Michel BENOIT, Docteur HDR, Laboratoire National d'Hydraulique et Environnement, EDF R&D, Chatou
António Carlos MENDES, Professeur agrégé, Dep^{to} de Eng^a Electromecânica, Universidade da Beira Interior, Covilhã
- Examineur : Fernando VELOSO GOMES, Professeur, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto
- Membres invités: Teresa PONTES, Docteur, Laboratório Nacional de Energia e Geologia, Lisbonne
Marc PREVOSTO, Docteur, Service Hydrodynamique et Océano-Météo, IFREMER, Brest

Directeurs de thèse : Alain H. CLEMENT (France) / António F. de O. FALCAO (Portugal)
Laboratoires : L.M.F. de l'E.C.N. (Nantes) / I.D.M.E.C. de l'I.S.T. (Lisbonne)
Co-encadrants : Marc PREVOSTO / Teresa PONTES
Laboratoires : I.F.R.E.M.E.R. (Brest) / I.N.E.T.I.-L.N.E.G. (Lisbonne)

N° ED : 498-80

Résumé en français

Ces travaux portent sur la caractérisation spectrale des états de mer dans le cadre du développement de systèmes récupérateurs de l'énergie des vagues (SREVs). Jusqu'alors, cette caractérisation s'est limitée à des paramètres globaux basiques tels que la hauteur significative et la période moyenne des vagues. Les présents travaux soulignent notamment, à l'aide de modèles simplifiés, que cette description est insuffisante car un SREV montre encore une grande variabilité en termes de production moyenne, ces deux paramètres étant fixés par ailleurs. On s'intéresse donc à raffiner cette description en considérant des caractéristiques de vagues nouvelles, comme le groupement de vagues, lui-même lié à la largeur de bande de l'état de mer. Les approches classiques – spectrales – sur l'étude descriptive des groupes de vagues et la littérature permettent de dégager un certain nombre de paramètres spectraux (ν , κ , Q_p , ε_0 , B_w ...). On observe ensuite la sensibilité de modèles de SREVs offshore simplifiés (modèles fréquentiels linéaires) à ces paramètres de largeur globale. La question de l'estimation déterministe de performance moyenne (dans le cas de convertisseurs non-linéaires) est également abordée, étant elle-même liée à cette caractéristique.

Un état de mer étant constitué de plusieurs systèmes de vagues (houles, mer de vent), il est encore possible de raffiner sa description grâce à une approche multi-système. Celle-ci permet en outre de suivre ces systèmes indépendamment dans le temps et l'espace. Un algorithme d'analyse spatio-temporelle est proposé et illustré à cet égard.

Enfin, l'influence de ces raffinements est observée en différents sites (Portugal, Mer du Nord, Californie) sur des cas de SREVs divers (systèmes axi-symétriques linéaires, SEAREV 3D d'hydrodynamique non-linéaire), et montre que dans tous les cas, le raffinement apporté permet de mieux caractériser la production à court et long terme de ces dispositifs.

Mots-clés : énergie des vagues, systèmes houlomoteurs, groupement de vagues, largeur spectrale, état de mer, densité spectrale, système de vagues, cohérence spatio-temporelle, simulations numériques, processus gaussiens, modèles stochastiques.

Titre et résumé en anglais

Refined wave climatology as a contribution to the design of wave energy conversion systems

This work focuses on the refinement of sea-states spectral characterisation in the frame of the development of wave energy converters (WECs). Until now, this characterisation has been limited to the consideration of basic global parameters such as the significant wave height and mean wave period. The present work namely underlines – thanks to simplified numerical models – that such a description is not sufficient to account for the performance of WECs, for they still exhibit a large variability in terms of mean production while wave energy and period are fixed. It is therefore needed to refine this description by introducing new wave characteristics, such as the wave groupiness, which is itself related to the sea-state's spectral bandwidth. The classical – spectral – approaches, allowing a statistical analysis of wave groups along with other works in the literature, permit to draw a set of relevant spectral parameters (ν , κ , Q_p , ε_0 , B_w ...). The sensitivity of simplified offshore WEC models (linear in the frequency domain) to these parameters is then observed. The question of deterministic mean power estimation – namely in the case of non-linear models – is also raised, for it is also related somehow to the bandwidth of the wave field.

A sea-state is actually made of a superimposition of various wave systems (as swells and wind-sea). It is then possible to refine even more its description, namely through the multi-system approach. The latter enables indeed to track wave systems in both time and space independently of each other. An algorithm for the automatic spatiotemporal analysis is proposed and illustrated to this end.

Lastly, the influence of such description refinements (wave groupiness and multi-system approach) is observed at several locations (Portugal, North Sea, California) by considering various WEC models (linear axi-symmetric heaving devices, 3D SEAREV with non-linear hydrodynamics): in all cases, it is shown that both extended descriptions allow for a better characterisation of the mean WEC performance at both short and long term.

Key-words : wave energy, WECs, wave groupiness, spectral bandwidth, sea-state, spectral density, wave system, spatiotemporal coherence, numerical simulations, Gaussian processes, stochastic models.

Discipline : Sciences de l'Ingénieur

Remerciements

Etant donné le caractère bicéphale (luso-français) – voire tétracéphale ! (quatre institutions mises en jeu: ECN, IST, IFREMER et INETI) – de l'orientation de cette thèse, je me dois de remercier un grand nombre de personnes, aussi bien du côté français que du côté portugais.

Tout d'abord, je remercie très chaleureusement les membres portugais du jury, à commencer par mon directeur de thèse, António Falcão, professeur émérite de l'IST de Lisbonne, pour sa disponibilité sans faille et ses nombreux soutiens, notamment administratifs. Je remercie également António Carlos Mendes, professeur de l'université de Beira Interior, qui a accepté d'être rapporteur, ainsi que Fernando Veloso Gomes, professeur de l'université de Porto. Enfin, je salue M^{me} Teresa Pontes de l'INETI/LNEG de Lisbonne, pour le co-encadrement portugais de cette thèse, ainsi que pour toutes ces années passées au Portugal à son contact, qui m'auront apporté beaucoup. Je la remercie d'autant plus que, sans elle, ni son désir d'explorer plus avant le phénomène de groupement et la largeur spectrale dans le cadre de la récupération de l'énergie des vagues, cette thèse n'aurait probablement jamais vu le jour.

Je remercie ensuite la partie française du jury, et en premier lieu mon directeur de thèse Alain Clément, pour le suivi continu de cette thèse malgré les distances, aussi bien à Lisbonne qu'à Brest. Je remercie également M. Jérôme Brossard, professeur de l'université du Havre, ainsi que M. Michel Benoît d'EDF, qui a bien voulu être rapporteur de la thèse. Enfin, je remercie mon co-encadrant français, M. Marc Prevosto du centre IFREMER de Brest, avec qui je n'aurai pas eu une seule conversation technique qui n'ait eu d'issue fructueuse.

Je tiens à remercier ensuite celles et ceux qui m'ont aidé au sein des différentes institutions impliquées.

A l'INETI (LNEG) de Lisbonne, je remercie très sincèrement:

Paulo Justino, lequel, très tôt, m'a fait découvrir le "fameux" article de Tucker *et al.*;

João Campos Henriques et Paulo Costa, pour leur aide inlassable dans le domaine informatique;

José Cândido, Miguel Bruck et André Candelária, pour leur contact amical tout au long de ces années au service de l'énergie des vagues, et pour les conversations diverses et variées que nous avons eues dans ce domaine;

Toutes les personnes du Département des Energies Renouvelables de l'INETI, du directeur jusqu'au plus petit *bolseiro*, à qui je dois beaucoup, ne serait-ce que pour la part d'humanité qu'ils ont introduite dans ma vie professionnelle et personnelle (je ne les nomme pas, ils sont trop nombreux).

A l'IST, je remercie:

Pierpaolo Ricci, sans qui de nombreuses études développées dans ce rapport n'auraient sans doute jamais pu être menées, et avec qui pas une soirée lisboète n'a été perdue pour la science;

Tous les individus de l'étage étudiantin du bâtiment de mécanique (Miguel Lopes, entre autres, et une pensée toute particulière pour le regretté Afonso Tiago, disparu à Berlin en début d'année 2009).

Plus généralement, au Portugal, je tiens à remercier:

José de Bettencourt, d'Ecosphere, qui m'a notamment transmis ses connaissances relatives à la décomposition empirique modale d'Hilbert-Huang;

Rui Capitão, du LNEC de Lisbonne, pour son accueil et sa disponibilité lors de mes recherches bibliographiques sur le groupement de vagues;

Le personnel du Wave Energy Centre de Lisbonne (António Sarmento, Frank Neumann, Ana Brito e Melo, Janete Gonçalves, Sofia Patrício et Marco Alves, entre autres), pour leur bonne humeur continuelle et les visites à la centrale de Pico;

Henrique Oliveira Pires, pour son intérêt bonhomme vis-à-vis de mes travaux;

João Cruz, de Garrad Hassan, et Miguel Prado, de Teamwork Technology, pour les échanges constructifs que nous avons eus, notamment dans le cadre du réseau WAVETRAIN.

A l'ECN, je remercie:

Aurélien Babarit, pour sa franche disponibilité et sa patience au sujet des modèles numériques et codes hydrodynamiques en tous genres (SHEBWEC, "ABHIL3D", Aquatimes, SEAREV3D, ...), ainsi que son intérêt croissant pour mes travaux de thèse;

Toutes les personnes de l'école touchant de près ou de loin à la question de l'énergie des vagues, et tous ceux qui m'ont aidé grandement dans mes déboires administratifs.

Au centre IFREMER de Brest, je remercie:

Christophe Maisondieu, pour nos discussions passionnantes sur le suivi spatio-temporel des systèmes de vagues, et sur les vagues en général; je le remercie également pour l'intérêt notoire qu'il a porté à mes travaux de façon générale;

Marie-Aurélié Kerbirou, anciennement en post-doctorat au centre, pour ses explications et éclaircissements sur l'algorithme de l'application SPOP;

Michel Olagnon, pour ses conseils relatifs aux statistiques de vagues et simulations numériques de champs de vagues;

Tina Odaka, pour son aide active et efficace à l'implémentation séquentielle du code de SEAREV 3D sur le serveur de calcul Caparmor;

Fabrice Ardhuin, du SHOM, pour sa foison de données spectrales du modèle WaveWatch III en libre accès, dont j'ai pu largement bénéficier;

Nicolas Raillard, pour ses conseils en analyse variographique;

Tous les collègues – personnel, post-docs, thésards et stagiaires – du service HO, qui m'ont rapidement accueilli sur le site, malgré mon intrusion quelque peu baroque.

Plus internationalement, je ne peux manquer de remercier, dans le désordre: George Smith, de l'université d'Exeter, pour sa gentillesse et son soutien lors de conférences internationales; Jeffrey Hanson, de l'USACE-ERDC, qui m'a transmis de nombreuses publications sur la séparation des systèmes de vagues; Lars Bergdahl, de l'université de Chalmers de Göteborg, pour son aimable participation dans le cadre du réseau WAVETRAIN; José Carlos Nieto-Borge, de l'université d'Alcalá, et Harald Krogstad, du NTNU de Trondheim, pour les conversations édifiantes que vous avons eues.

Je remercie également le Rijkswaterstaat, pour la libre utilisation de données de bouées en Mer du Nord; la société ARGOSS, pour celle de données du modèle WaveWatch III dans le Golfe de Gascogne; enfin, le réseau européen WAVETRAIN (Marie Curie), pour l'expérience unique qu'il m'a permis de vivre, ainsi que tous ses membres, étudiants comme directeurs d'étude, qui sont désormais devenus des collègues, pour ne pas dire des amis.

Enfin, je ne peux déceimment clore ces deux pages de remerciements sans adresser ma plus vive gratitude à tous ceux – famille, collègues et amis – qui, de près ou de loin, m'ont soutenu dans l'élaboration de cette thèse, dans les crêtes et surtout dans les creux, dans les meilleurs moments comme dans les pires, les souffrances psychiques et surtout physiques, qui n'ont pas eu raison de moi au cours de ces presque quatre années de thèse.

«Eloï, Eloï, lama sabacthani ?»

(Mc, 15,34)

Table des matières

1	INTRODUCTION	1
I	Identification des caractéristiques de groupage pour l'étude de performance des systèmes houlomoteurs	8
2	Etudes descriptives du groupement de vagues	9
2.1	Introduction	9
2.2	Densité spectrale d'énergie et moments spectraux	11
2.3	Théorie des trains de hautes vagues indépendantes	13
2.4	Chaîne de Markov pour hauteurs de vagues successives	15
2.4.1	Méthode de Kimura	15
2.4.2	Méthode de Kimura spectrale	16
2.5	Méthodes d'enveloppes	17
2.5.1	Enveloppe de Hilbert	17
2.5.2	Enveloppe de List	20
2.6	S.I.W.E.H.	21
2.7	Spectres d'enveloppe pour signaux gaussiens	23
2.8	Décomposition de Hilbert-Huang et spectre de Hilbert	26
2.9	Paramètres de groupement pour la zone de Nazaré (Portugal)	32
2.10	Conclusion sur la caractérisation spectrale du groupement	46
3	Forme spectrale globale et production moyenne des systèmes houlomoteurs	47
3.1	Introduction	47
3.2	Modélisation simple d'un système linéaire à un degré de liberté	48
3.3	Sensibilité à la forme spectrale d'un système pilonnant axi-symétrique à deux degrés de liberté	55
3.4	Statistiques de groupes pour le système linéaire simple	67
3.5	Influence de la largeur spectrale sur les simulations temporelles	71
3.5.1	Erreur d'estimation de la variance d'un signal gaussien centré simulé	71
3.5.2	Application à l'estimation numérique de H_{m0}^2 et $\overline{P_{PTO}}$ (système linéaire)	74
3.5.3	Application à l'estimation numérique de $\overline{P_{PTO}}$ (système non-linéaire)	81
3.6	Modélisation d'un système avec inertie et caractérisation du groupement	87

3.6.1	Filtrage de la puissance instantanée par volant d'inertie	88
3.6.2	Cuve de stockage d'énergie à court-terme avec puissance de sortie nominale	93
3.7	Conclusion sur la forme spectrale globale et son influence sur la production moyenne des systèmes houlomoteurs	100
 II Description raffinée des états de mer et suivi spatio-temporel des systèmes de vagues		102
4	Représentation unimodale et multimodale des états de mer	103
4.1	Représentation unimodale	103
4.2	Sensibilité à la représentation unimodale d'un système linéaire directionnel	106
4.3	Représentation multimodale	110
4.4	Conclusion sur la représentation uni- et multimodale des états de mer . .	112
5	Extraction, suivi temporel et identification des systèmes de vagues	113
5.1	Extraction des systèmes de vagues	113
5.1.1	Partitionnement de spectres directionnels $E(f, \theta)$	114
5.1.2	Partitionnement de spectres omnidirectionnels $E(f)$	115
5.2	Evolution et suivi temporels des systèmes de vagues	116
5.2.1	Dynamique des mers de vent et des houles	116
5.2.2	Regroupement de partitions, paramétrisation et suivi temporel . .	121
5.3	Conclusion sur l'extraction, le suivi temporel et l'identification des systèmes de vagues	126
6	Cohérence et suivi spatio-temporels des systèmes de vagues	127
6.1	Géostatistique et analyse variographique	127
6.1.1	Semi-variogramme et covariogramme	127
6.1.2	Spécificité de l'étude spatiale des états de mer	133
6.2	Suivi spatio-temporel des systèmes de vagues extraits	133
6.2.1	Appariement spatio-temporel de systèmes de vagues à petite échelle (local)	133
6.2.2	Appariement par suivi des structures homogènes à méta-échelle (global)	135
6.2.3	Algorithme de suivi spatio-temporel des systèmes de vagues homogènes	136
6.2.4	Exemples d'application	142
6.3	Conclusion sur la cohérence et le suivi spatio-temporels des systèmes de vagues	159
 III Effet du raffinement sur les estimations de performance des systèmes houlomoteurs		160
7	Estimation de production à long-terme de systèmes linéaires	161

TABLE DES MATIÈRES

7.1	Estimation de production à long-terme d'un système linéaire axisymétrique en représentation unimodale à largeur spectrale variable	161
7.2	Comparaison des représentations uni- et multimodale pour l'estimation de production à long-terme d'un système linéaire directionnel	164
7.3	Conclusion sur l'estimation de production à long-terme de systèmes linéaires	164
8	Etude de la performance d'un système récupérateur directionnel non-linéaire sur un site Californien	166
8.1	Objectifs et contexte	166
8.2	Code de simulation numérique du SREV utilisé et hypothèses de travail .	168
8.3	Climat de vagues utilisé	174
8.4	Résultats des simulations	183
8.4.1	Analyse des résultats vis-à-vis du spectre global	185
8.4.2	Analyse des résultats vis-à-vis de la partition active	190
8.4.3	Dispersion des estimations numériques	191
8.5	Conclusion sur l'étude de performance du système non-linéaire	192
9	CONCLUSIONS	194
IV	Annexes	199
A	Paramètres spectraux de largeur de bande	200
A.1	Les paramètres spectraux de la littérature	200
A.2	Influence du lissage du spectre discrétisé sur la valeur numériques des paramètres spectraux	205
A.3	Influence de la haute-fréquence de coupure sur la valeur des paramètres .	208
B	Note sur la modélisation du signal d'élévation en série de Fourier	213
B.1	Série de Fourier d'un signal d'élévation	213
B.2	Simulation de signaux gaussiens à partir de données spectrales	215
C	Note sur les spectres Q_p	217
C.1	Le spectre Q_p unimodal	217
C.2	Généralisation à n systèmes : formulation multimodale	220
C.3	Formulation bimodale	223
D	Modélisation fréquentielle d'un récupérateur linéaire pilonnant à un degré de liberté	225
E	Détermination matricielle d'associations indirectes	227

Table des figures

1.1	Centrale d'énergie des vagues de l'île de Pico aux Açores (a), atténuateur articulé (profileur) <i>Pelamis</i> installé au Portugal (b), et bouée pilonnante O.P.T. <i>PowerBuoy</i> en cours d'installation dans le New Jersey (c).	2
1.2	Données statistiques de ressource énergétique de l'atlas européen WE-RATLAS.	4
2.1	Groupe de vagues sur un signal temporel d'élévation (hauteurs de vagues successives de passage à zéro en montant supérieures à 2m)	10
2.2	Définition d'un train de hautes vagues et d'un train total	14
2.3	Signal d'élévation et enveloppes par transformée de Hilbert.	18
2.4	Effet de séparation sur l'enveloppe du signal d'élévation	19
2.5	Idem Fig. 2.3 avec enveloppes de List	20
2.6	Idem Fig. 2.3 avec SIWEH et fonction d'enveloppe au carré $\Pi(t)$	22
2.7	Spectres de variance de deux signaux d'élévation (a&c) et de leurs enveloppes de Hilbert (b&d) interpolées (Eq. (2.44)) estimés à Nazaré (Portugal).	24
2.8	Fréquence instantanée (haut) et amplitude (bas) d'une FMI.	26
2.9	Décomposition empirique modale	28
2.10	Spectre de Hilbert	30
2.11	Densité d'énergie instantanée	30
2.12	Durée moyenne (a) et énergie moyenne des groupes (b) en fonction du niveau d'énergie adimensionalisé $IE^*/IE(t)$	31
2.13	Position géographique de la bouée Waverider (Nazaré, Portugal).	32
2.14	T_{02} en fonction de T_z à Nazaré (mars 2004).	34
2.15	Evolution des paramètres H_s , T_p , T_{-10} , Q_p , et P_w à Nazaré (mars 2004).	35
2.16	Evolution des périodes T_p , T_z , T_{02} et T_{-10} à Nazaré (mars 2004).	36
2.17	Evolution des paramètres de largeur spectrale ε_0 , ε_1 , ε_2 et κ à Nazaré (mars 2004).	36
2.18	Paramètres ε_0 , ε_1 , ε_2 en fonction de κ calculés à Nazaré (mars 2004).	37
2.19	Evolution des paramètres de groupement B_w , β , C , GF_{Hilb} , GF_{Π} , GF_{SIWEH} et GF_{IE} à Nazaré (mars 2004).	38
2.20	Signaux $\eta(t)$, $SIWEH(t)$, $\Pi(t)$, et $IE(t)$ obtenus à Nazaré (1 ^{er} mars, 0h).	39
2.21	Signaux $\eta(t)$, $SIWEH(t)$, $\Pi(t)$, et $IE(t)$ obtenus à Nazaré (3 mars, 9h).	40
2.22	Facteur β en fonction de B_w calculés à Nazaré (mars 2004).	41
2.23	GF_{IE} en fonction de GF_{SIWEH} à Nazaré (mars 2004).	42

TABLE DES FIGURES

2.24	Paramètres spectraux ε_0 (a), κ (b), Q_p (c) et B_w (d) en fonction du facteur de groupement GF_{SIWEH} à Nazaré (mars 2004).	44
2.25	Paramètres spectraux ε_0 (a), κ (b), Q_p (c) et B_w (d) en fonction du facteur de groupement GF_{IE} à Nazaré (mars 2004).	45
3.1	Modèle mécanique d'absorbeur ponctuel à un degré de liberté.	48
3.2	Spectres cible (Bretschneider, bleu foncé) et simulé (bleu clair) de la variance de l'élévation de surface η (a), carré du module de l'impédance de la vitesse de pilonnement \dot{z} (b), et spectres cible (mauve foncé) et simulé (mauve clair) et de la vitesse en pilonnement de la bouée axi-symétrique (c).	51
3.3	Bouée IPS pilonnante.	55
3.4	Configurations de la bouée IPS (IPS1, 2, 3 et 4) : fonction de transfert de puissance (PTF).	56
3.5	Stations FF (Figueira da Foz, Portugal) et K13 (Pays-Bas).	57
3.6	Distribution de χ_P pour les configurations IPS1 et IPS2 à FF (gauche) et K13 (droite) : valeur moyenne, 5 ^e et 95 ^e centiles et résultats obtenus pour une forme spectrale de type Bretschneider.	58
3.7	Distribution de χ_P pour les configurations IPS3 et IPS4 à FF (gauche) et K13 (droite) : valeur moyenne, 5 ^e et 95 ^e centiles et résultats obtenus pour une forme spectrale de type Bretschneider.	59
3.8	Largeur de capture χ_P en fonction de ε_0 à FF pour $T_{-10} = 7s$ pour la configuration IPS1 ; interpolation quadratique et coefficient de détermination R^2	61
3.9	Coefficient R^2 de la distribution de χ_P en fonction de T_{-10} pour chaque paramètre spectral pour IPS1 à FF (a) et K13 (b) ; puissance moyenne extraite en kW correspondante (points rouges).	62
3.10	Coefficient R^2 de la distribution de χ_P en fonction de T_{-10} pour chaque paramètre spectral pour IPS2 à FF (a) et K13 (b) ; puissance moyenne extraite en kW correspondante (points rouges).	63
3.11	Coefficient R^2 de la distribution de χ_P en fonction de T_{-10} pour chaque paramètre spectral pour IPS3 à FF (a) et K13 (b) ; puissance moyenne extraite en kW correspondante (points rouges).	64
3.12	Coefficient R^2 de la distribution de χ_P en fonction de T_{-10} pour chaque paramètre spectral pour IPS4 à FF (a) et K13 (b) ; puissance moyenne extraite en kW correspondante (points rouges).	65
3.13	Statistiques de groupes de hauteurs de vagues successives (haut) et de pics de puissance successifs (bas) pour $\eta(t)$ et $P_{PTO}(t)$ simulés sur 3600s (état de mer cible Bretschneider) ; les longueurs moyennes de trains de hautes vagues (a) et de train total (b) sont données en fonction de la hauteur adimensionnelle $2\rho^*/H_s$; celles des trains de pics élevés (c) et de train total (d) sont donnés en fonction de la puissance adimensionnelle $P_{PTO}^*/\overline{P_{PTO}}$; les courbes numériques obtenues avec les équations (2.33), (3.35) & (3.36) sont représentées en bleu.	69

TABLE DES FIGURES

3.14 Simulation numérique d'un modèle axisymétrique pilonnant : puissance extraite instantanée (kW) et multiples (grisés) de la puissance moyenne extraite $\overline{P_{PTO}(t)}$ (rouge).	70
3.15 Distribution de H_{m0}^2 calculé sur 300 simulations de durée $T = 100, 300, 600, 1200, 1800$ et $3600s$ (a-f) de l'élévation de surface libre $\eta(t)$; valeur moyenne (μ) et écart-type (σ) de chaque distribution.	76
3.16 Moyennes (axe gauche) et écarts-type (axe droit) théoriques de H_{m0}^2 (trait plein) et de son estimateur calculé sur des échantillons (marqueurs); les résultats sont donnés en valeur absolue [m^2] (a) et relative (b) (moyennes et écarts-type des échantillons divisés par la moyenne théorique), pour un état de mer cible de type Bretschneider ($H_{m0} = 2m$ et $T_p = 10s$, <i>méthode a</i>).	77
3.17 Moyennes (axe gauche) et écarts-type (axe droit) théoriques de $\overline{P_{PTO}}$ (pointillés) et de son estimateur calculé sur des échantillons de simulation d'une bouée récupératrice d'énergie (linéaire) dans le domaine temporel (cercles) pour un état de mer cible de type Bretschneider ($H_{m0} = 2m$ et $T_e = 7s$, <i>méthode a</i>); les résultats numériques obtenus en ne simulant la surface libre qu'avec des phases aléatoires (<i>méthode b</i>) sont représentés avec des étoiles.	79
3.18 Distribution de l'estimateur de $\overline{P_{PTO}}$ sur 300 simulations pour les durées $T = 100, 300, 600, 1200$ et $3600s$ (a-e) – hors régime transitoire – du modèle de système houlomoteur pilonnant axisymétrique linéaire simulé dans le domaine temporel; distribution gaussienne paramétrée par la valeur moyenne et l'écart-type de chaque distribution (les paramètres μ et σ sont exprimés en kW).	80
3.19 Schéma de bouée pilonnante récupératrice d'énergie munie d'un système de conversion hydraulique (accumulateur à gaz et moteur hydraulique, voir Ricci <i>et al.</i> , 2008; Saulnier <i>et al.</i> , 2009).	81
3.20 Moyennes (axe gauche) et écarts-type (axe droit) de $\overline{P_{PTO}}$ obtenus sur des échantillons de simulation d'une bouée récupératrice d'énergie (hydraulique non-linéaire) dans le domaine temporel (cercles) pour un état de mer cible de type Bretschneider ($H_{m0} = 2m$ et $T_e = 7s$); les résultats numériques obtenus en ne simulant la surface libre qu'avec des phases aléatoires (<i>méthode b</i>) sont représentés avec des étoiles.	82
3.21 Spectres d'état de mer estimés par bouée accélérométrique à Figueira da Foz (Portugal) : le 26 octobre 1983 à 12h (a), le 7 décembre 1989 à 0h (c) et le 24 avril 1994 à 9h (e) (Saulnier et Pontes, 2006); idem Fig. 3.20 pour les spectres estimés correspondants (a,c,e).	84
3.22 Largeur spectrale de vitesse de pilonnement d'un système linéaire équivalent en fonction de T (Eq. (3.49)) obtenue sur les simulations de spectres cible Bretschneider ($H_{m0} = 2m$ et $T_e = 7s$) (a) et les spectres estimés à Figueira da Foz (198310261200, 198912070000, et 199404240900 resp.)(b,c,d).	85

TABLE DES FIGURES

3.23 Paramètres de largeur spectrale $\Lambda(Hz)$, ε_0 et κ en fonction de la largeur spectrale de vitesse du système linéaire équivalent $\bar{\Lambda}_v(Hz)$ (Eq (3.49)) pour les quatre états de mer Bretschneider ($H_{m0} = 2m$ et $T_e = 7s$), FF198310261200, FF198912070000, et FF199404240900.	86
3.24 Simulation d'une bouée axisymétrique pilonnante munie d'un volant d'inertie, pour $\mu = 0$ (pas d'inertie), $\mu = 5s$ (inertie faible), $\mu = 25s$ (inertie moyenne), et $\mu = 100s$ (inertie importante) sur un état de mer Bretschneider ($H_s = 2m$, $T_p = 8s$).	89
3.25 Idem Fig. 3.24 sur un état de mer mixte (houle : $H_s = 1m$, $T_p = 11s$, $Q_p = 5$; mer du vent : $H_s = 1m$, $T_p = 5s$, $Q_p = 2$).	90
3.26 Spectres-cible des états de mer simulés sur les figures 3.24 & 3.25 : houle (courbe noire) et mer mixte houle-mer du vent (courbe rouge).	91
3.27 Fonction d'intercorrélation des signaux de puissance $P_{e1}(t)$, $P_{e2}(t)$ et $P_{e3}(t)$ centrés réduits avec les signaux d'énergie $SIWEH(t)$ (a) et $IE(t)$ (b) centrés réduits.	92
3.28 Simulation d'une bouée axisymétrique pilonnante avec inertie par cuve de stockage à court-terme (sans limite supérieure) sur un état de mer Bretschneider ($H_s = 2m$, $T_p = 8s$, <i>méthode a</i>).	94
3.29 Espérance (axe gauche, bleu) et écart-type (axe droit, vert) de l'estimateur du facteur de qualité Φ_q obtenus sur des échantillons de 300 simulations de la bouée pilonnante avec les méthodes <i>a</i> (cercles) et <i>b</i> (étoiles) en fonction de la durée de simulation T	95
3.30 Espérance du facteur de qualité $\Phi_q(600s)$ (axe droit, trait mauve) sur des états de mer cibles Bretschneider de Q_p croissant (de 1 à 7), estimée à partir d'échantillons de 300 simulations de la bouée pilonnante ; paramètres d'étroitesse ε_2 et $\varepsilon_{z,2}$ correspondants (axe gauche, tirets bleus et rouges).	96
3.31 Statistiques de groupes sur la puissance de sortie du dispositif avec cuve de stockage en fonction de la puissance nominale adimensionnelle ($P_s^* = P_{nom}/\overline{P_{PTO}}$) : espérance du facteur de qualité $\Phi_{q,P_{nom}}(1200s)$ (a), durée moyenne de décharge (échelle log.)(b), et énergie moyenne déchargée (échelle log.)(c).	97
3.32 Simulation d'une bouée axisymétrique pilonnante avec inertie par cuve de stockage à court-terme (avec limite supérieure à $1000kJ$) sur un état de mer Bretschneider ($H_s = 2m$, $T_p = 8s$, <i>méthode a</i>).	98
3.33 Espérance du facteur de qualité $\Phi_q(1200s)$ en fonction du seuil de stockage maximal (kJ) sur des échantillons de 300 simulations pour un état de mer cible Bretschneider ($H_s = 2m$, $T_p = 8s$) simulé avec les méthodes <i>a</i> et <i>b</i>	98
3.34 Facteur de qualité $\Phi_q(1200s)$ estimé en fonction du facteur de groupement GF_{SIWEH} du signal d'élévation sur un échantillon de 500 simulations pour un état de mer cible Bretschneider ($H_s = 2m$, $T_p = 8s$) simulé avec la <i>méthode b</i>	99
4.1 Distribution \cos^{2s} pour $s = 1$ à 6.	104

TABLE DES FIGURES

4.2	Exemple de spectre directionnel [$m^2.s/rad$] synthétique de type Bretschneider avec distribution angulaire en cos^{2s} pour $s = 2$	105
4.3	Fonction de transfert directionnelle de puissance [$kW.m^{-2}$] du SEAREV linéarisé (représentation polaire, la fréquence augmentant avec le rayon) ; ici, le dispositif est orienté de telle manière que sa proue soit au nord (0°).	107
4.4	Spectres originaux (gauche) et représentations unimodales correspondantes (droite) pour deux dates à l’Ile d’Yeu (modèle WWIII) : le 1 ^{er} janvier 2008 à minuit (a) et le 3 janvier 2008 à 12h (b) ; les spectres unimodaux sont de forme Bretschneider ($Q_p = 2$) à distribution directionnelle de type cos^{2s} avec $s = 40$	108
4.5	Production moyenne (kW) réelle (courbe bleue) et estimée (courbe rouge) du dispositif sur les deux mois de données à l’Ile d’Yeu (haut) ; écart relatif (%) entre les deux valeurs de production (bas).	109
4.6	Exemple de décomposition d’un spectre en systèmes individuels par l’application SPOP (Kerbiriou <i>et al.</i> , 2007).	111
5.1	Principe de partitionnement d’un spectre par séparation des bassins versants [<i>extrait de Hanson et Phillips (2001)</i>].	114
5.2	Evolution de la fréquence de pic ($rad.s^{-1}$) des vagues générées par un vent constant de 30nds en fonction du temps (a), et de la hauteur significative pour trois vitesses de vent différentes sur une zone donnée (b) [<i>Extraits de Price et Bishop, 1974</i>].	117
5.3	Localisation des sources de houles observées en Europe de l’Ouest [<i>Extrait de Kerbiriou (2007)</i>].	119
5.4	Evolution temporelle typique de la fréquence de pic d’une houle (H) et d’une mer de vent (M), avec fréquence de séparation (f_s).	120
5.5	Partitionnement par méthode des bassins versants (<i>watershed</i>) sur SPOP d’un spectre multimodal avant (a), et après (b) regroupements éventuels : ici, une partition de houle et une partition de mer de vent toutes deux d’énergie négligeable ont été respectivement rattachées à un système de houle proche et à la mer de vent de l’état de mer.	121
5.6	Exemple de formes paramétriques (en fréquence – courbes rouges) ajustées aux partitions extraites d’un spectre donné sans (a) et avec (b) correction des influences mutuelles ; la courbe bleue correspond à la densité originale tandis que la verte correspond à la densité obtenue en sommant les formes ajustées [<i>extrait de Kerbiriou, 2007</i>].	123
5.7	Suivi temporel de la fréquence de pic (a) des systèmes de vagues extrait par SPOP dans le Golfe de Gascogne au cours du mois d’avril 2005 ; régression sur l’évolution de la fréquence de pic des houles identifiées, avec fréquences de coupure associées (b) (voir Gjevik <i>et al.</i> , 1988) [attention, les couleurs ne correspondent pas entre les deux figures].	124
5.8	Suivi temporel de la direction de pic (a) et de la hauteur significative (b) des systèmes de vagues extrait par SPOP dans le Golfe de Gascogne au cours du mois de mars 2005.	125
5.9	Origine des trains de houles identifiés sur la figure 5.7(b).	126

TABLE DES FIGURES

6.1	Semi-variogramme estimé et modèle.	129
6.2	Points de contrôle du modèle WWIII en Bretagne sud.	130
6.3	Distribution de la hauteur significative H_{m0} moyenne en Bretagne sud de janvier à mai 2008.	131
6.4	Distribution de l'écart-type de la hauteur significative H_{m0} en Bretagne sud de janvier à mai 2008.	131
6.5	Variogramme de H_{m0} centrée-réduite estimé et ajusté (modèle gaussien) sur la zone Bretagne sud le 1 ^{er} janvier 2008 à minuit (a), le 13 janvier à 9h (b), et le 10 février à minuit (c) où les sous-ensembles de portée similaire sont grisés (d).	132
6.6	Modèles de co-variogramme pour la fréquence de pic f_p : linéaire (Eq. (6.11)), gaussien (Eq. (6.12)), exponentiel (Eq. (6.13)), sphérique (Eq. (6.14)) et extrema (défaut, Eq. (6.2.3)).	139
6.7	Zone du Golfe de Gascogne ($1.25^\circ \times 1^\circ$) : 9 points (données ARGOSS). . .	143
6.8	Regroupement et suivi spatio-temporel des systèmes de vagues cohérents : regroupement instantané (a), suivi temporel des structures (b), représentation vectorielle des champs de systèmes (c), idem vue de dessus (d – gauche) et covariogramme correspondant obtenu pour tous les couples de systèmes (d – droite) pour la zone Golfe de Gascogne.	145
6.9	Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone Golfe de Gascogne (Point 1) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c); les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.	146
6.10	Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone Golfe de Gascogne (Point 3) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c); les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.	147
6.11	Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone Golfe de Gascogne (Point 5) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c); les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.	148
6.12	Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone Golfe de Gascogne (Point 7) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c); les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.	149
6.13	Séquence de l'évolution spatio-temporelle des systèmes de vagues observés sur la zone Golfe de Gascogne par pas de 3h, le 1 ^{er} avril 2005 de minuit (a) à 15h (f).	151
6.14	Zone de l'île d'Yeu : 4 points (données S.H.O.M.).	152
6.15	Regroupement et suivi spatio-temporel des systèmes de vagues cohérents : regroupement instantané (a), suivi temporel des structures (b), représentation vectorielle des champs de systèmes (c), idem vue de dessus (d – gauche) et covariogramme correspondant obtenu pour tous les couples de systèmes (d – droite) pour la zone de l'île d'Yeu.	154

TABLE DES FIGURES

6.16	Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone île d'Yeu (Point 1) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c) ; les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.	155
6.17	Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone île d'Yeu (Point 2) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c) ; les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.	156
6.18	Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone île d'Yeu (Point 3) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c) ; les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.	157
6.19	Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone île d'Yeu (Point 4) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c) ; les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.	158
7.1	Largeur de capture χ_P du dispositif IPS4 en fonction de ε_1 pour des spectres de $T_{-10} \approx 7.5s$ estimés à Figueira da Foz et spectres Q_p analytiques.	163
8.1	Aperçu tridimensionnel de la carène <i>DES1129</i> du SEAREV (a) – les vagues incidentes provenant des x négatifs –, et schéma technique latéral (plan xOz) simplifié du dispositif (b).	168
8.2	Energie extraite instantanée (en kJ) par le dispositif simulé en ondes régulières, avec ($\beta = 30^\circ$, colonne de droite) ou sans ($\beta = 0^\circ$, colonne de gauche) incidence, pour les périodes $T_{exc} = 8s(a,b)$, $10s(c,d)$, et $12s(e,f)$, la hauteur crête-à-creux étant de $2m$	170
8.3	Nouvelle discrétisation du spectre issu de WWIII pour le site de Californie NDBC 46063, le 20 janvier à $3h$	171
8.4	Puissance moyenne (kW) extraite par le SEAREV en ondes régulières en fonction de la période (colonne de gauche) et de la fréquence (colonne de droite) de l'onde incidente, pour trois angles d'incidence différents : $\beta = 0(a,b)$, $15^\circ(c,d)$, et $30^\circ(e,f)$; on donne les valeurs de puissance moyenne calculée sur toute la simulation (500s, en partant de la position de repos : courbe rouge) et en régime permanent (400 dernières secondes de simulation : courbe bleue).	173
8.5	Zone Californie : sites NDBC 46063 et 46069, au large de Santa Barbara et de Los Angeles.	175
8.6	Suivi temporel au point NDBC 46063 (issu du suivi spatio-temporel de covariogramme linéaire [0.6,0.3,0.1] effectué sur les deux points de la figure 8.5) de la fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c) des systèmes de vagues extraits au cours du mois de janvier 2007 ; les données en jaune concernent le vent local (fréquence de séparation – Eq. (5.6) – sur (a) et direction moyenne sur (b)).	176

TABLE DES FIGURES

8.7	Partition “active” extraite du spectre du 20 janvier 2007 (cf. Fig. 8.3), densité spectrale en fréquence et distribution directionnelle associées (attention, les directions ne correspondent par à la réalité car cette partition est directement issue des routines de SPOP, où le vecteur des directions est modifié pour faciliter l’extraction).	177
8.8	Suivi temporel des paramètres $f_{p,sa}$ et f_p (a), $H_{m0,sa}$ et H_{m0} (b), et $P_{w,sa}$ et P_w en échelle log. (c) sur les séquences de partitions actives au cours du mois de janvier 2007 au point NDBC 46063.	178
8.9	Id. Fig. 8.8 pour les paramètres $\varepsilon_{2,sa}$ et ε_2 (a), $\varepsilon_{0,sa}$ et ε_0 (b), et κ_{sa} et κ (c).	179
8.10	Id. Fig. 8.8 pour les paramètres $Q_{p,sa}$ et Q_p (a), et $Q_{e,sa}$ et Q_e (b).	180
8.11	Id. Fig. 8.8 pour les paramètres Λ_{sa} et Λ (a), et $B_{w,sa}$ et B_w (b).	181
8.12	Id. Fig. 8.8 pour les paramètres $\sigma_{f,sa}$ et σ_f (a), et $\sigma_{T,sa}$ et σ_T (b).	182
8.13	Puissance moyenne extraite par le SEAREV estimée sur les neuf séquences du mois de janvier 2007 au point NDBC 46063 en échelle linéaire (a) et logarithmique (b); largeurs de capture associées au spectre global (χ_P , Eq. (3.28)) et à la partition active ($\chi_{P,sa}$, Eq. (8.1)) en échelle logarithmique (c).	184
8.14	Puissance extraite moyenne estimée (kW) en fonction de la puissance omnidirectionnelle P_w (kW/m) globale de l’état de mer (en échelle linéaire (a) et logarithmique (b)) sur les séquences de partitions actives au cours du mois de janvier 2007 au point NDBC 46063.	185
8.15	Largeur de capture χ_P en fonction des paramètres Λ (a) et B_w (b).	187
8.16	Idem Fig. 8.15 en fonction des paramètres Q_p (a) et Q_e (b).	187
8.17	Idem Fig. 8.15 en fonction des paramètres ε_2 (a) et ε_0 (b).	188
8.18	Idem Fig. 8.15 en fonction des paramètres σ_f (a), σ_T (b) et κ (c).	189
8.19	Largeur de capture $\chi_{P,sa}$ en fonction des paramètres $Q_{e,sa}$ (a) et Λ_{sa} (b).	190
8.20	Puissance extraite moyenne estimée (kW) en fonction de la puissance omnidirectionnelle $P_{w,sa}$ (kW/m) de la partition active de l’état de mer vis-à-vis du SEAREV (en échelle linéaire (a) et logarithmique (b)).	191
8.21	Ecart-type en fonction de la moyenne de l’estimateur de puissance \hat{P}_{PTO} au sein des échantillons de simulations temporelles du SEAREV sur le site californien, et régression linéaire.	192
A.1	Densité spectrale d’énergie (Bretschneider) en fréquence (a) et en période (b).	202
A.2	Spectres JONSWAP utilisés par Rye (1977).	209
A.3	Stabilité des paramètres ε_4 (a), ε_2 (b), ε_1 (c), ε_0 (d) et κ (e) à la fréquence de coupure haute (adimensionalisée par la fréquence de pic, échelle logarithmique), calculés sur les spectres JONSWAP de la figure A.2.	211
A.4	Stabilité des paramètres Q_p (a), Q_e (b), B_w (c, en Hz) et Λ (d, en Hz) à la fréquence de coupure haute (adimensionalisée par la fréquence de pic, échelle logarithmique), calculés sur les spectres JONSWAP de la figure A.2.	212
C.1	Exemples de spectres Q_p ($Q_p = 1, 2, 3, 145, 5$) et spectres JONSWAP ($\gamma = 3.3$), pour lesquels $H_{m0} = 2m$ et $T_{-10} = 10s$	220

TABLE DES FIGURES

C.2	Exemple de spectre multimodal résultant de la superposition de quatre spectres Q_p ($H_{m0} = 2m$ et $T_p \approx 8s$)	221
C.3	Spectre directionnel (a&b) d'origine de la densité spectrale de la figure C.2.	222
C.4	Exemples de spectres bimodaux résultant de la superposition de deux spectres tels que $H_{m0} = 2m$, $T_{-10} = 10s$, $\eta = 0.6$, $Q_{p1} = 1, 1.5, \dots, 4$, $Q_{p2} = 2$ et $\tau = 1.5$ (a) et $\varphi = 0.4$ (b).	224
D.1	Bouée pilonnante simulée.	225

Liste des tableaux

2.1	Caractéristiques du site de Nazaré (Portugal).	32
3.1	Caractéristiques spectrales des spectres de Figueira da Foz (Portugal) simulés (Saulnier et Pontes, 2006).	83
4.1	Statistiques sur la composition des états de mer (nombre de houles “H” et mers de vent “MDV”) observés dans le Golfe de Gascogne sur l’année 2005 à partir de données du modèle WaveWatch III (Kerbirou, 2007). . .	106
7.1	Erreur d’estimation (%) de production annuelle des quatre configurations de bouée IPS par rapport à la valeur de référence E_{ex} (MWh/an) à Figueira da Foz pour différentes méthodes d’estimation à long-terme (E_{Bret} , E_{Eps0} , E_{Eps1} et E_{Bw}).	163
7.2	Erreur d’estimation (%) de production annuelle des quatre configurations de bouée IPS par rapport à la valeur de référence E_{ex} (MWh/an) à la station K13 pour différentes méthodes d’estimation à long-terme (E_{Bret} , E_{Eps0} , E_{Eps1} et E_{Bw}).	164
A.1	Paramètres des spectres JONSWAP de la figure A.2.	209

Chapitre 1

Introduction

Parmi les énergies marines renouvelables en plein essor en ce début de XXI^e siècle, l'énergie des vagues de l'océan, colossale et inépuisable, est certainement l'une de celles qui suscite le plus de fascination. Les usines marémotrices et les hydroliennes (sortes d'éoliennes sous-marines actionnées par les courants marins), les centrales d'énergie thermique des mers ou encore les éoliennes offshore, entre autres, s'optimisent autour d'un petit nombre de technologies relativement abouties. Les systèmes récupérateurs de l'énergie des vagues (SREV, aussi appelés *systèmes houlomoteurs*¹), en revanche, se déclinent en une large gamme de dispositifs et de technologies, dont la liste est susceptible de s'allonger au moindre élan de l'imagination – fertile – d'un nouvel inventeur avisé.

Si la mer et les vagues paraissent familiers à tous, d'aucuns doutent encore de la possibilité de convertir leur énergie (cinétique et potentielle) en électricité, alors même que de nombreux procédés offshore et côtiers ont d'ores et déjà fait leurs preuves. La centrale houlomotrice de l'île de Pico aux Açores (Fig. 1.1(a)) fonctionnant sur le principe de la colonne d'eau oscillante, l'atténuateur articulé *Pelamis*² (Fig. 1.1(b)) testé dans les Orcades et au Portugal, ou encore la bouée *PowerBuoy*³ (Fig. 1.1(c)) installée ou en cours d'installation en divers sites de l'Océan Pacifique, ne sont que quelques exemples parmi d'autres illustrant la réalité de cette nouvelle source d'énergie, ainsi que la formidable diversité des dispositifs houlomoteurs existants.

La difficulté principale de l'extraction d'énergie des vagues réside dans son caractère aléatoire, irrégulier, presque insaisissable. L'énergie varie d'une vague à l'autre, d'un état de mer à l'autre, d'un jour, d'un mois, d'une saison, voire d'une année à l'autre. Le développement de systèmes récupérateurs doit donc prendre en compte cette variabilité à diverses échelles afin d'être en mesure de fournir au réseau électrique, quelles que soient les conditions maritimes, un niveau de puissance satisfaisant et stabilisé. Pour ce faire, la donnée préalable et indispensable à toute étude digne de ce nom est celle de la ressource

¹Bien que l'appellation soit abusive, car en général, les dimensions limitées des structures ne permettent pas de récupérer l'énergie des vagues de trop basse fréquence, comme celles des longues houles (inférieures à $0.1Hz$)

²<http://www.pelamiswave.com/>

³<http://www.oceanpowertechnologies.com/>

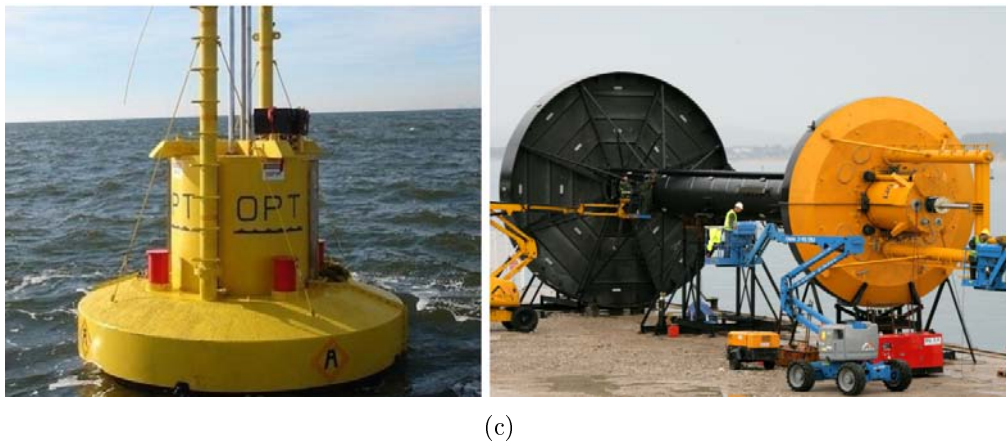
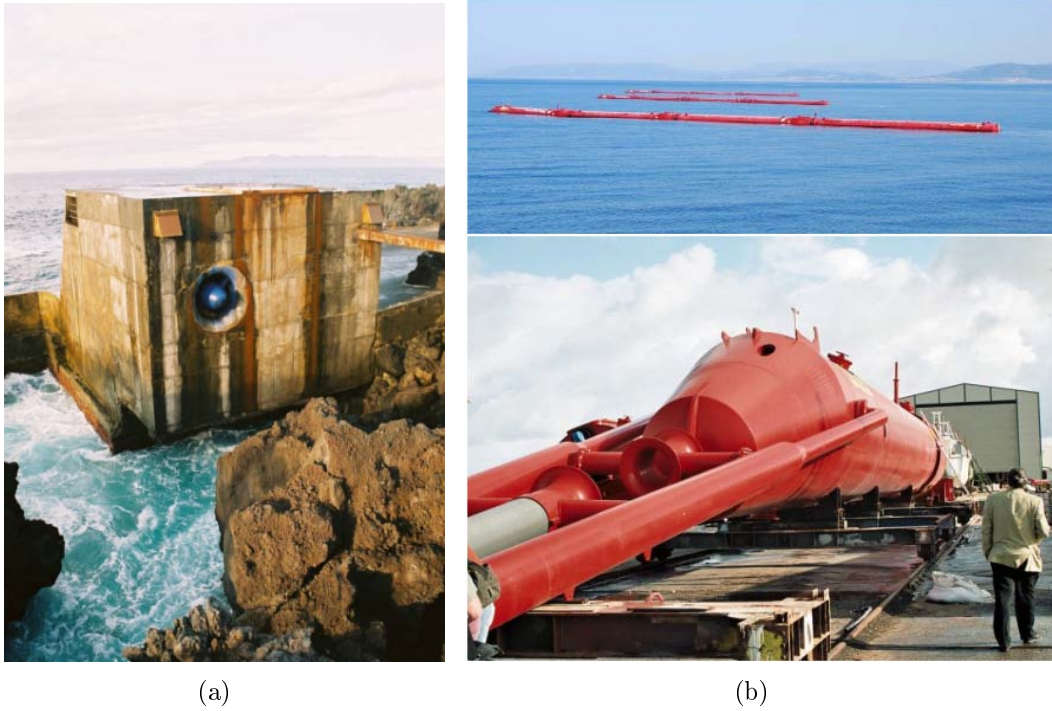


FIG. 1.1: Centrale d'énergie des vagues de l'île de Pico aux Açores (a), atténuateur articulé (profileur) *Pelamis* installé au Portugal (b), et bouée pilonnante O.P.T. *PowerBuoy* en cours d'installation dans le New Jersey (c).

(ou potentiel) énergétique disponible, c'est-à-dire l'énergie des vagues potentiellement récupérable au regard des caractéristiques de l'état de mer.

L'étude minutieuse du climat de vagues moyen observé dans les océans remonte sans doute à l'époque où les hommes, sur leurs navires, commencent à estimer la hauteur significative⁴ – liée au degré de sévérité – et la période de vague moyenne des états de mer rencontrés en route. Hogben et Lumb (1967) recueillent ainsi plus d'un million d'observations effectuées par plusieurs centaines de navires volontaires entre 1953 et 1961. Les tableaux d'occurrences conjointes H_s/T_m et les histogrammes qui en résultèrent ont été utilisés pendant plusieurs décennies comme référence pour la navigation militaire et commerciale.

Pour la construction de structures offshore fixes – de plus en plus complexes à mesure que les ressources pétrolières se raréfient – et dans le cadre de la recherche océanographique, la connaissance des variations du champ de vagues en des zones données a sans cesse dû être approfondie. C'est ainsi que les premières mesures par bouées accélérométriques ont permis, au début des années 1960 (voir par exemple Cartwright et Smith, 1964), d'estimer les paramètres de vagues de façon un peu plus scientifique. De nouveau, des tables statistiques raffinées seront produites à partir de ces estimations locales. L'amélioration de l'estimation spectro-directionnelle des états de mer fera l'objet de nombreux travaux jusqu'à la fin des années 1980 (Mitsuyasu *et al.*, 1975; Long, 1980).

Avec les premiers ordinateurs apparaissent les premiers codes de calcul de propagation spatio-temporelle de 1^{re}, 2^e, et surtout 3^e génération comme le code WAM (The WAMDI Group, 1988). Les paramètres intégrés sur les spectres obtenus sont alors comparés à ceux provenant des quelques bouées en place disponibles aux sites correspondants, ainsi que d'autres moyens de mesures émergents (satellites et altimètres radar) afin de déterminer des lois correctives à chacun de ces moyens de mesure, selon leur degré de fiabilité. Depuis les années 1990, il est possible de calculer les spectres directionnels d'états de mer en n'importe quel point des océans avec une précision fort acceptable⁵ (voir notamment Komen *et al.*, 1994; Ardhuin *et al.*, 2008).

En ce qui concerne le domaine très particulier de l'énergie des vagues, les premiers travaux relatifs à l'étude de la ressource énergétique ont été effectués au Royaume-Uni, par Mollison (Mollison, 1985), entre autres. Puis, au début des années 1990, un programme de recherche européen (JOULE) financé par la commission européenne dressa un rapport de recommandations sur l'étude de ressource énergétique des vagues, qui aboutit à la réalisation de l'atlas européen *WERATLAS*⁶ (Pontes *et al.*, 1997; Pontes,

⁴ H_s , hauteur moyenne (en m) estimée visuellement par un observateur expérimenté, souvent assimilée à la hauteur $H_{1/3}$ obtenue par analyse vague par vague, égale à la moyenne du tiers supérieur des hauteurs.

⁵Site internet de la base de données ERA40 : <http://www.ecmwf.int/products/data/archive/descriptions/e4/index.html>, et du modèle WaveWatch : <http://polar.ncep.noaa.gov/waves/wavewatch/>

⁶<http://www.ineti.pt/download.aspx?id=23D554A7272EB9BC553C12D3D78B845D>

1998). Cet atlas, produit à partir de données issues du modèle WAM et validées par les biais de mesures *in situ*, fournit des données statistiques annuelles et saisonnières en 85 points de la côte Atlantique européenne et de la Mer Méditerranée (voir Fig. 1.2). Les statistiques proposées s’articulent autour de paramètres de hauteur, période, direction et puissance omnidirectionnelle (proportionnelle, en grande profondeur, à la période d’énergie moyenne T_e et au carré de H_s , en kW/m) moyens des vagues. Or, cette description – bien que déjà très riche – souffre de ne pas comporter d’autres paramètres de vagues auxquels les systèmes houlomoteurs sont potentiellement sensibles. A ce jour, et à notre connaissance, aucun atlas ne comporte de paramètres complémentaires allant en ce sens.

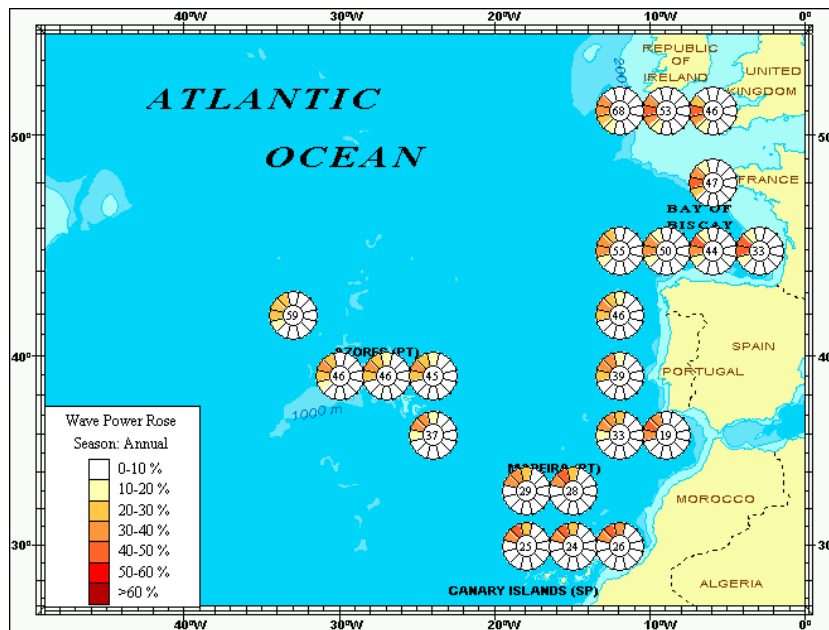


FIG. 1.2: Données statistiques de ressource énergétique de l’atlas européen WERATLAS.

Pourtant, les systèmes récupérateurs d’énergie des vagues, ainsi que toutes les structures physiques soumises à l’action des vagues, sont sensibles au phénomène de groupement des vagues. Ce phénomène se caractérise par la succession visible de plusieurs vagues aux propriétés bien particulières dans un champ de vagues donné. Le critère généralement utilisé est celui de la hauteur crête-à-croix, paramètre directement lié à l’énergie de la vague. Une succession de hautes vagues peut en effet entraîner des désagréments majeurs pour les structures car des charges importantes répétées peuvent parfois en venir à bout – à l’instar du *Batavia*, navire marchand hollandais échoué sur des hauts-fonds au large des côtes australiennes et intégralement détruit en quelques jours par les vagues, proie facile des flots impétueux. Il en est ainsi pour les plateformes pétrolières offshore, dont la structure doit régulièrement faire face à des états de mer violents. Le concept de groupe de hautes vagues est donc apparu historiquement de façon tout à fait naturelle afin d’étudier la survie des structures en mer, qu’elles soient avec ou sans vitesse d’avance.

Dans le cadre très particulier des systèmes récupérateurs d'énergie des vagues, le phénomène de groupement – bien qu'il serve également à étudier leur survie – est perçu de façon très différente. Loin d'être un aspect "néfaste" du milieu environnant, il va conditionner le comportement – et donc la production – du système selon que celui-ci possède ou non une capacité de stockage à court-terme importante (son *inertie*). Il s'agit donc d'un paramètre important pour le dimensionnement d'engins récupérateurs d'énergie et des systèmes de conversion installés sur ces mêmes engins (réseaux hydrauliques avec accumulateurs à gaz et moteur hydraulique, turbines à air, réservoirs de déversement – *overtopping* –, convertisseurs linéaires directs, etc.).

Le comportement du système houlomoteur muni de son (ou ses) convertisseur(s) est en général étudié au moyen de modèles numériques, de modèles physiques utilisés en bassin d'essais, ou même en mer en tant que prototypes ou démonstrateurs. La caractérisation des états de mer dans tous les cas est assurée par la donnée des densités spectrales d'énergie du champ de vagues, qu'elles soient directionnelles ($E(f, \theta)$) ou non ($E(f)$). Cette donnée décrit le processus – spatio-temporel – de la surface de l'eau dans lequel évolue le dispositif. Elle permet, ainsi qu'on l'a suggéré plus haut, de calculer des paramètres spectraux représentatifs de l'état de mer pertinents pour le design des SREVs, tels que la hauteur significative intégrée H_{m0} ($\equiv H_s$), la période d'énergie T_{-10} (aussi notée T_e) et, éventuellement, la direction moyenne de propagation $\bar{\theta}$. Une telle caractérisation, on l'a vu, reste incomplète puisque les états de mer sont parfois formés de plusieurs systèmes de vagues superposés (houles et mers du vent) donnant lieu à des formes spectrales complexes : d'autres paramètres permettant de rendre compte de ces particularités spectrales doivent y être ajoutés.

Le groupement de vagues est une caractéristique à même de compléter cette description puisque, comme cette étude va le démontrer, le phénomène est fortement lié à la forme du spectre en fréquence – aussi appelée plus prosaïquement *largeur spectrale*. Dans la littérature, plusieurs paramètres spectraux de groupement/largeur spectrale ont été proposés dans une optique descriptive du climat ; la première partie de cette étude s'attache à rechercher les paramètres auxquels les systèmes de récupération sont sensibles, notamment au regard de leur production. On y présente tout d'abord les différentes approches d'étude du phénomène de groupement de vagues existantes, qu'elles soient reliées à un paramètre spectral ou non (Chapitre 2). On distingue en effet les méthodes statistiques pour processus stationnaires à largeur de bande étroite (enveloppe, chaîne de Markov, ...) des méthodes déterministes pour signaux instationnaires (SIWEH, décomposition modale empirique de Hilbert-Huang). Dans tous les cas, l'objectif est de relier les paramètres de groupes à un paramètre spectral.

La partie descriptive du phénomène de groupement lié à la forme spectrale globale des états de mer ayant été abordée, l'étude se poursuit par la relation entre ces paramètres et la production moyenne des systèmes houlomoteurs *offshore* oscillants (Chapitre 3). Il s'agit là d'approches simplifiées et théoriques permettant de mieux cerner la sensibilité des systèmes à l'effet du groupement, c'est-à-dire de leur production moyenne à

la forme spectrale globale (approche probabiliste) et/ou aux groupes de vagues au sein d'enregistrements à durée finie (approche déterministe). Des modèles insensibles à la directionnalité des vagues (dispositifs axisymétriques) sont utilisés afin de ne focaliser que sur la forme spectrale en fréquence [L'influence de la directionnalité sur le groupement ne faisant pas partie des objectifs de ces travaux, elle n'y est point abordée]. On s'attachera à observer l'effet du groupement sur les engins récupérateurs d'énergie aussi bien dans le domaine fréquentiel que dans le domaine temporel, ce qui pose le problème de l'estimation de paramètres statistiques de performance (puissance extraite en moyenne sur un état de mer, facteur de qualité moyen de fonctionnement du convertisseur, ...) déterministes à comparer à des valeurs probabilistes. Ceci conduit, on le verra, à s'interroger parallèlement sur la méthode même de simulation numérique d'un processus gaussien sur une durée finie T – en l'occurrence, le processus d'élévation de la surface libre, ici – où, là encore, la largeur spectrale joue un rôle important. A partir d'un système linéaire pilonnant, on observe les signaux de puissance extraite instantanée sous forme de pics, sur le groupement desquels des statistiques de groupes peuvent être formulées, et l'application de modèles de conversion avec inertie simplifiés : volant d'inertie pour une puissance de sortie variable par filtrage de la puissance instantanée, et cuve de stockage d'énergie à court-terme pour une puissance de sortie nominale. Dans toute cette première partie, la largeur spectrale du processus d'élévation est considérée de façon globale, c'est-à-dire sur tout l'intervalle de fréquence de définition. Toutefois, les structures mécaniques étant plus sensibles à certaines gammes de fréquences (et directions) qu'à d'autres, une description plus détaillée des états de mer est à envisager dans un deuxième temps.

La deuxième partie traite de la description fine des états de mer, et notamment leur nature multimodale, en ce qu'ils sont parfois formés de la rencontre de plusieurs systèmes de vagues coexistants (houles et mer de vent) d'origines très diverses. Il en résulte que les densités spectrales d'énergie correspondant à ces états de mer ont très souvent un aspect multimodal, et dont les pics représentent des trains d'ondes d'origines climatiques indépendantes. Il convient donc de souligner la supériorité de la description multimodale (ou "multisystème") sur la description unimodale – très couramment utilisée en construction navale, ingénierie offshore et côtière –, qui se veut une représentation simplifiée des états de mer réels, ainsi que le prouvent les mesures effectuées en mer par satellites ou par bouées, entre autres (Chapitre 4). La description multisystème permet de mieux analyser l'évolution des états de mer conformément à la physique océanique, via celle des systèmes de vagues individuels qui les composent ainsi que leurs interactions possibles. Une telle étude est possible grâce à l'extraction et au suivi temporel des systèmes (Chapitre 5), et même à leur suivi spatio-temporel, dont l'implémentation pratique est ici mise en oeuvre en s'inspirant d'outils géostatistiques classiques (Chapitre 6). L'étude de la sensibilité dans l'espace et dans le temps des engins récupérateurs d'énergie à ces systèmes de vagues devient donc possible grâce à cette analyse.

La troisième et dernière partie de ces travaux étudie l'impact du raffinement de la représentation des états de mer – et des systèmes de vagues – sur l'estimation à court

et long terme de production moyenne des dispositifs récupérateurs. On observe alors leur sensibilité à la largeur spectrale des systèmes de vagues auxquels ils sont le plus résonants : représentation unimodale à largeur spectrale variable pour des dispositifs pilonnants axisymétriques installés au Portugal et en Mer du Nord, et représentation multimodale pour le modèle SEAREV en Californie.

A l'issue de la présentation de ces travaux, les conclusions les plus significatives concernant la pertinence du groupement/largeur spectrale des états de mer, ainsi que leur éventuelle description multisystème mise en évidence par un suivi temporel et spatial des systèmes de vagues, pour l'étude des systèmes houlomoteurs, clôturent cette thèse.

Première partie

Identification des caractéristiques de
groupage pour l'étude de performance
des systèmes houlomoteurs

Chapitre 2

Etudes descriptives du groupement de vagues

2.1 Introduction

Le groupement de vagues est une caractéristique des vagues importante pour le dimensionnement des navires, des structures offshore flottantes ainsi que des constructions côtières. Une succession locale de hautes vagues peut avoir de grosses conséquences sur les structures, soit en excitant des modes de résonance indésirables à très basses fréquences, soit en suscitant des efforts hydrodynamiques répétés pouvant endommager les structures à plus ou moins long terme, voire aller jusqu'à leur ruine totale. Il en va de même pour la résistance des systèmes récupérateurs d'énergie des vagues, pour lesquels le groupement peut constituer un paramètre déterminant dans le dimensionnement global et celui des convertisseurs d'énergie mécanique en énergie électrique. Au-delà de la simple étude d'événements rares liés à la survie des structures, l'étude générale des groupes de vagues présente aussi un intérêt particulier pour le comportement et la production des systèmes dans des états de mer ordinaires, c'est-à-dire pour des conditions de vagues fréquemment observées, ne mettant pas en péril les structures et pour lesquels leur performance a été optimisée (conditions de fonctionnement nominal), mais auxquelles le système est sensible du point de vue de la conversion d'énergie.

A partir des travaux de Rice (Rice, 1944, 1945) dès la fin de la Seconde Guerre Mondiale, le groupement de vagues a été étudié de façon accrue en ingénierie offshore et en construction navale. La caractérisation des groupes se fait communément en considérant les hauteurs de vagues crête à creux successives (par passage à zéro en montant ou en descendant) qui dépassent un niveau de hauteur donné (cf. Fig. 2.1). Cette définition se justifie par le fait que l'énergie de la vague est directement reliée au carré de sa hauteur. Par la suite, on considérera que le terme « vague » employé pour les groupes se définit comme la portion d'un signal d'élévation délimitée par deux passages successifs à zéro en montant (*zero up-crossing*).

L'étude statistique de groupement la plus simple se fait en analysant les signaux

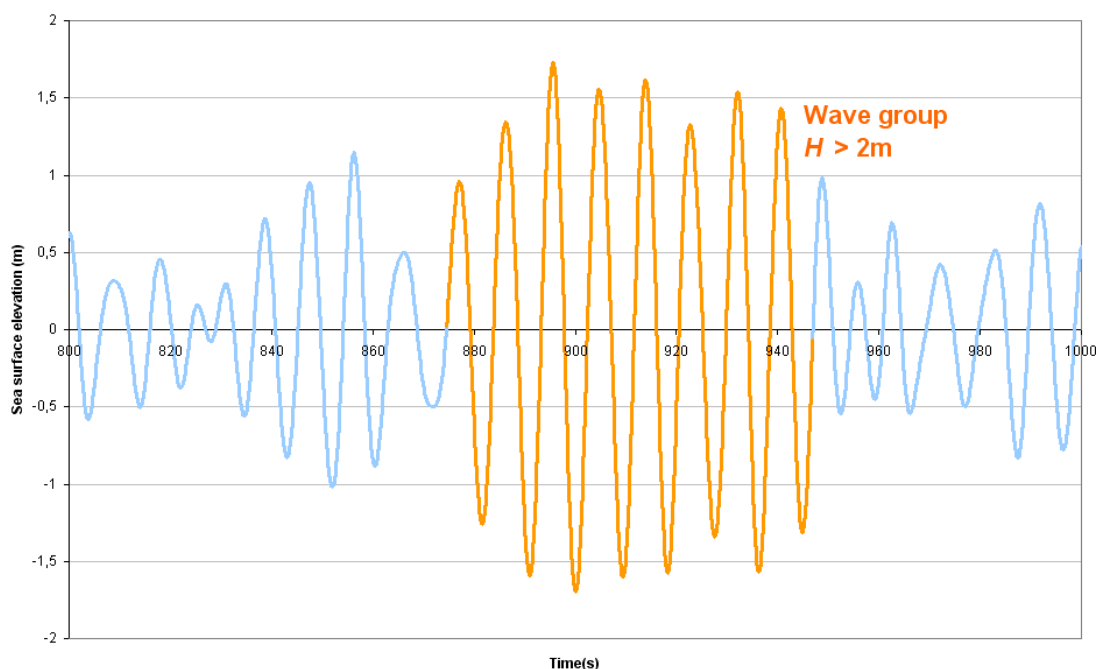


FIG. 2.1: Groupe de vagues sur un signal temporel d'élévation (hauteurs de vagues successives de passage à zéro en montant supérieures à 2m)

vague par vague, lorsqu'ils existent. Très souvent, ces signaux d'élévation de la surface ne sont pas disponibles et l'on recourt alors à la donnée du contenu spectral de la mesure, c'est-à-dire à la densité spectrale d'énergie $E(f)$, estimée notamment à partir de mesures *in situ* par bouées accélémétriques (Wavec, Waverider) et dont le signal d'origine mesuré n'est pas nécessairement conservé après l'analyse spectrale. Par hypothèse de stationnarité, il est communément admis que vingt ou trente minutes de mesure sont suffisantes pour estimer le spectre de l'état de mer sur quelques heures, et *a fortiori* pour des mesures de bouée qui peuvent être répétées toutes les heures ou toutes les trois heures. Le signal d'origine – relativement court – fournit donc uniquement une estimation du processus. Il est donc capital de pouvoir caractériser le groupement à partir de données spectrales, ce qui a fait l'objet de très nombreuses études à partir des années 1970. De plus, on a pu montrer que le modèle classique utilisé pour modéliser des vagues aléatoires (linéaire et gaussien) rendait parfaitement compte du phénomène de groupement observé en mer (Tucker *et al.*, 1984; Elgar *et al.*, 1984). Ainsi, la simulation de signaux d'élévation permet de reproduire de façon satisfaisante le phénomène à partir de l'estimée spectrale en l'absence du signal d'origine.

A partir de l'observation – notamment formulée par Goda (Goda, 1970) – que le groupement de vagues est plus prononcé lorsque la largeur spectrale se réduit, quelques approches spectrales ont été proposées : soit liées à l'enveloppe du signal (Rice, 1944, 1945; Ewing, 1973; Longuet-Higgins, 1984), soit liées à la corrélation des hauteurs de vagues successives (Goda, 1976; Kimura, 1980). Ces études se fondent sur des para-

mètres spectraux à partir desquels il est possible d'obtenir des statistiques de groupes (longueur et durée) caractéristiques du processus donné, c'est-à-dire de l'état de mer. Ces approches ont été validées à partir de mesures et de simulations, sous certaines hypothèses relatives à l'étroitesse du spectre, entre autres, dans la limite du champ d'application de ces méthodes.

Outre la hauteur, l'énergie des vagues elle-même a été aussi un critère utilisé pour définir le groupement. A partir des années 1980, l'attention s'est focalisée plus particulièrement sur les signaux d'énergie instantanée, qui pour la plupart dérivent peu ou prou du carré du signal d'élévation ou de son enveloppe (Hudspeth et Medina, 1988; Funke et Mansard, 1980; Thompson et Seelig, 1984). Pour décrire les variations de ces signaux, de nombreux paramètres de groupement ont été proposés. Parmi les méthodes les plus récentes mises en œuvre pour l'étude des signaux (non-linéaires et instationnaires) dans le domaine temporel et l'étude du groupement en particulier, on compte notamment la méthode des ondelettes (voir par exemple Liu, 2000) et la décomposition de Hilbert-Huang (Huang *et al.*, 1998; Schlurmann *et al.*, 2002).

Cette première partie passe en revue les différentes méthodes d'approches présentées succinctement ci-dessus. La méthode des ondelettes n'est en revanche pas abordée au profit de la méthode de décomposition de Hilbert-Huang. Une étude comparative de ces deux méthodes est présentée dans Schlurmann *et al.* (2002). La représentation spectrale du processus d'élévation est rappelée en guise de préambule.

2.2 Densité spectrale d'énergie et moments spectraux

L'élévation de la surface libre de l'océan $\eta(t, x, y)$ est communément assimilée à un processus gaussien centré (i.e. de moyenne nulle), stationnaire, homogène et ergodique, sur une fenêtre de quelques heures et de quelques kilomètres carrés. En un point donné $P(x, y)$ de la surface de l'océan, la fonction d'auto-corrélation $R(\tau)$ du signal $\eta(t)$ défini sur $[-\frac{T}{2}; \frac{T}{2}]$ s'écrit

$$\begin{aligned} R(\tau) &= R_{\eta\eta}(\tau) = E[\eta(t)\eta(t + \tau)] = \overline{\eta(t)\eta(t + \tau)} \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \eta(t)\eta(t + \tau) dt \end{aligned} \quad (2.1)$$

où la barre désigne la valeur moyenne temporelle, confondue ici avec la moyenne $E[\cdot]$ d'un ensemble lorsqu'il s'agit de signaux discrets ou continus. Cette fonction est paire et réelle, et sa transformée de Fourier $G(\omega)$ (à un facteur 2π près) également paire et réelle, s'écrit

$$G(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{1}{2\pi} \mathcal{F}\{R(\tau)\}(\omega) \quad (2.2)$$

ou, exprimée selon les fréquences en Hz

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-2i\pi f\tau} d\tau = \mathcal{F}\{R(\tau)\}(f) \quad (2.3)$$

puisque $\omega = 2\pi f$, et réciproquement (*théorème de Wiener-Khinchine*)

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \\ &= 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{2i\pi f\tau} df \end{aligned} \quad (2.4)$$

[Les formulations complètes relatives aux définitions et opérations liées aux transformées de Fourier, produits de convolution, etc. ne sont pas nécessairement rappelées en détail ici par soucis de concision, aussi nous renvoyons à des ouvrages de référence sur le traitement du signal et les probabilités appliquées comme Papoulis (1991) ou Ochi (1988)].

La densité spectrale de variance (unilatérale, ou “one-sided”) $E(\omega)$ ($m^2.s.rad^{-1}$) du signal est alors définie par

$$E(\omega) = E_{\eta}(\omega) = E_{\eta\eta}(\omega) = \begin{cases} 2G(\omega) & \text{si } \omega \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.5)$$

Par commodité, les indices “ η ” ou “ $\eta\eta$ ” ne sont en général pas apposés aux symboles de fonctions liées au signal d’élévation $\eta(t)$. En revanche, lorsqu’on a affaire à des fonctions et densités croisées (fonctions d’intercorrélation par exemple) ces indices sont rétablis dans les notations afin éviter toute confusion. Pour les notations relatives aux densités spectrales adoptées dans ce rapport, $E(\omega)$ désigne l’estimation du spectre du processus mesuré, et $S(\omega)$ le spectre exact du processus observé. Mis à part les spectres analytiques utilisés pour les modèles de mers du vent et de houles (JONSWAP, Bretschneider/Pierson-Moskowitz, ...), la notation par défaut adoptée ici est celle de l’estimateur $E(\omega)$.

Il est courant d’exprimer la densité spectrale en fonction de la fréquence f (Hz) au lieu de la pulsation ω ($rad.s^{-1}$). Exprimée en $m^2.s$, elle s’obtient par

$$E(f) = \left| \frac{d\omega}{df} \right| E(\omega) = 2\pi E(\omega) \quad (2.6)$$

Les moments spectraux à l’ordre n ($m^2.s^{-n}$) sont définis par

$$m_n = (2\pi)^{-n} \int_0^{\infty} \omega^n E(\omega) d\omega = \int_0^{\infty} f^n E(f) df \quad (2.7)$$

D'après les équations (2.4) et (2.5), la variance de l'élévation vaut par exemple

$$R(0) = \overline{\eta^2(t)} = \int_0^\infty E(f) df = m_0 \quad (2.8)$$

Les moments spectraux sont très utiles par la suite car on verra qu'ils permettent de formuler de façon simple de nombreux paramètres spectraux caractérisant l'état de mer, notamment la hauteur significative spectrale H_{m0} , définie par

$$H_{m0} = 4\sqrt{m_0} \quad (2.9)$$

2.3 Théorie des trains de hautes vagues indépendantes

Goda (Goda, 1976) établit des statistiques sur la longueur des groupes de vagues successives, c'est à dire leur nombre, en supposant que les hauteurs de vagues sont statistiquement indépendantes. Soit p la probabilité qu'une hauteur de vague h dépasse un seuil h^* , et q la probabilité qu'elle y soit inférieure ou égale, on a naturellement l'égalité

$$p = 1 - q \quad (2.10)$$

où $q = P[h : h \leq h^*]$. Goda utilise ensuite la distribution de Rayleigh $f_{R1}(h)$ pour modéliser les probabilités sur les hauteurs, conformément à la théorie des signaux gaussiens à bande étroite, soit

$$p = \int_{h^*}^\infty f_{R1}(h) dh = \int_{h^*}^\infty \frac{h}{4m_0} e^{-h^2/8m_0} dh = e^{-h^{*2}/8m_0} \quad (2.11)$$

Partant, on peut démontrer (voir Longuet-Higgins, 1984) que les probabilités respectives qu'un train de hautes vagues H (*high run*) et un train total G (*total run*, train délimité par deux départs de trains de hautes vagues successifs, cf. figure 2.2) comportent j vagues sont

$$P_H(j) = p^{j-1}q \quad (2.12)$$

$$P_G(j) = \frac{pq}{p-q}(p^{j-1} - q^{j-1}) \quad (2.13)$$

Les longueurs moyennes de ces trains \bar{H} et \bar{G} valent donc

$$\bar{H} = \sum_{j=1}^\infty jP_H(j) = \frac{1}{q} = \frac{1}{1-p} \quad (2.14)$$

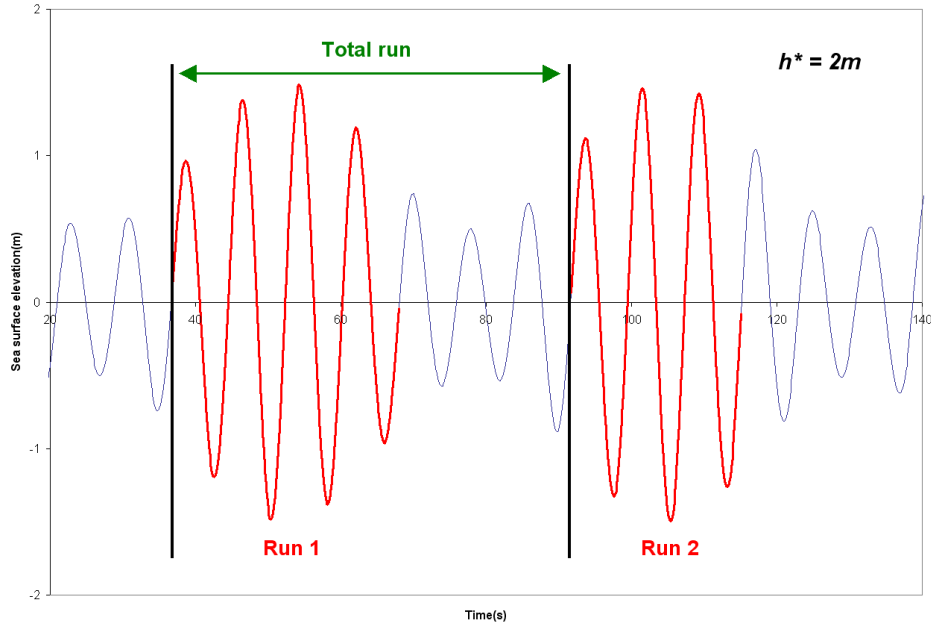


FIG. 2.2: Définition d'un train de hautes vagues (*run* ou *high run*) et d'un train total (*total run*)

$$\bar{G} = \sum_{j=1}^{\infty} j P_G(j) = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{p(1-p)} \quad (2.15)$$

d'écart-type

$$\sigma_H = \sqrt{\overline{H^2} - \bar{H}^2} = \frac{\sqrt{p}}{q} = \frac{\sqrt{p}}{1-p} \quad (2.16)$$

$$\sigma_G = \sqrt{\frac{p}{q^2} + \frac{q}{p^2}} \quad (2.17)$$

En réalité, les hauteurs de vagues successives observées en mer sont dépendantes, et cette dépendance augmente à mesure que la largeur du spectre diminue. Ce point a notamment été démontré par Goda (Goda, 1976) qui évalue l'acuité du spectre au moyen du paramètre spectral Q_p , par lui introduit

$$Q_p = \frac{2}{m_0^2} \int_0^{\infty} f E^2(f) df \quad (2.18)$$

Il est donc admis que cette théorie est juste asymptotiquement pour des spectres à bande spectrale large, ce qui a été confirmé par de nombreux auteurs, comme Elgar *et al.* (1984). Cependant, ces mêmes auteurs relèvent un paradoxe théorique dans son utilisation, qui est de supposer une distribution de Rayleigh pour les hauteurs sachant

que le spectre n'est pas à bande étroite. Ces équations restent malgré tout valables, car ce type de distribution est observé expérimentalement dans des mers à large bande spectrale.

2.4 Chaîne de Markov pour hauteurs de vagues successives

Sawnhey (1963) et Rye (1974), entre autres, ont démontré la dépendance des hauteurs de vagues successives en analysant des enregistrements d'élévation de surface et de pression. Rye utilise le coefficient de corrélation entre hauteurs successives dans un signal

$$r_m = \frac{1}{\sigma_h^2(N-m)} \sum_{i=1}^{N-m} (h_i - \bar{h})(h_{i+m} - \bar{h}) \quad (2.19)$$

dans lequel N représente le nombre de hauteurs (ou vagues) mesurées, m l'écart entre vagues considérées (en nombre de vagues), h_i les hauteurs successives du signal, \bar{h} et σ_h la hauteur moyenne et l'écart-type respectivement. Ces auteurs montrent que lorsque m augmente, le coefficient de corrélation diminue très rapidement, ce qui prouve la faible mais réelle dépendance entre vagues successives (cas $m = 1$).

2.4.1 Méthode de Kimura

Kimura (1980) modélise cette dépendance avec une chaîne de Markov au premier ordre, en supposant que les hauteurs directement consécutives sont corrélées, mais pas les autres. Autrement dit, $r_1 \neq 0$ et $r_i = 0$, $i > 1$. Les probabilités conditionnelles de dépassement du niveau-seuil sont alors modélisées par des distributions conjointes de Rayleigh $f_{R2}(h_1, h_2)$ pour les hauteurs directement successives, en faisant l'hypothèse que les processus sont à bande étroite et que par conséquent, les hauteurs sont égales à deux fois l'amplitude de vague (pour les détails, voir notamment Longuet-Higgins, 1984)

$$p_+ = \frac{\int_{h^*}^{\infty} \int_{h^*}^{\infty} f_{R2}(h_1, h_2) dh_1 dh_2}{\int_{h^*}^{\infty} f_{R1}(h) dh} \quad p_- = \frac{\int_0^{h^*} \int_0^{h^*} f_{R2}(h_1, h_2) dh_1 dh_2}{\int_0^{h^*} f_{R1}(h) dh} \quad (2.20)$$

avec

$$f_{R2}(h_1, h_2) = \frac{h_1 h_2}{16m_0^2(1-\kappa^2)} I_0\left(\frac{\kappa h_1 h_2}{4m_0(1-\kappa^2)}\right) e^{-\frac{h_1^2 + h_2^2}{8m_0(1-\kappa^2)}} \quad (2.21)$$

dans laquelle la fonction $I_0(\cdot)$ désigne la fonction de Bessel modifiée du 1^{er} ordre définie sur \mathbb{R}_+

$$I_0(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{z \cos \theta} d\theta \equiv 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{z^{2i}}{(2^i i!)^2} \quad (2.22)$$

et où κ est un paramètre de corrélation entre hauteurs de vagues successives. Cette nouvelle formulation inclut donc la dépendance des vagues successives : p_+ représente la probabilité conditionnelle qu'une hauteur de vague dépasse strictement le niveau-seuil, sachant que la précédente le dépasse également ; de la même façon, p_- représente la probabilité conditionnelle qu'une hauteur de vague soit en dessous du niveau-seuil sachant que la précédente aussi. Cette théorie aboutit aux résultats statistiques suivants sur la longueur moyenne des groupes

$$\overline{H} = \frac{1}{1-p_+} \quad \overline{G} = \frac{1}{1-p_+} + \frac{1}{1-p_-} = \overline{H} + \overline{L} \quad (2.23)$$

dans laquelle L désigne un train de vagues basses (*low run*), c'est à dire le complément d'un train de hautes vagues H au sein d'un même train total G . Le paramètre de corrélation κ est lié au coefficient r_1 par (voir Uhlenbeck, 1943; Middleton, 1960)

$$r_1 = \frac{E(\kappa) - \frac{1}{2}(1 - \kappa^2)K(\kappa) - \frac{\pi}{4}}{1 - \frac{\pi}{4}} \quad (2.24)$$

où les fonctions $E(\kappa)$ et $K(\kappa)$ représentent les intégrales elliptiques complètes de 1^{er} et 2^e ordre respectivement

$$K(\kappa) = \int_0^{\pi/2} (1 - \kappa^2 \sin^2 \theta)^{-\frac{1}{2}} d\theta \quad E(\kappa) = \int_0^{\pi/2} (1 - \kappa^2 \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}} d\theta \quad (2.25)$$

2.4.2 Méthode de Kimura spectrale

Le problème majeur de la méthode de Kimura réside dans le calcul des paramètre et coefficient de corrélation κ et r_1 qui ne peuvent être évalués qu'à partir du traitement du signal donné, ce qui revient à se passer de l'étude statistique.

A partir des travaux de Arhan et Ezraty (Arhan et Ezraty, 1978), Battjes et Van Vledder (Battjes et van Vledder, 1984) ont proposé une formulation spectrale du paramètre de corrélation κ permettant d'éviter l'analyse du signal d'origine. Ce paramètre est fonction d'un intervalle de temps τ représentatif de l'écart moyen entre vagues, c'est-à-dire une période moyenne de vagues telle que $\overline{T} \equiv T_{01} = m_0/m_1$ ou encore la période moyenne *zuc* (i.e. par passage à zéro en montant) $T_z \equiv T_{02} = \sqrt{m_0/m_2}$. Il s'écrit

$$\begin{aligned} \kappa = \kappa(\tau) &= \frac{1}{m_0} \left| \int_0^\infty E(f) e^{2i\pi f\tau} df \right| \\ &= \frac{1}{m_0} \sqrt{\left(\int_0^\infty E(f) \cos(2\pi f\tau) df \right)^2 + \left(\int_0^\infty E(f) \sin(2\pi f\tau) df \right)^2} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Comme elle fait appel à une formulation spectrale pour le calcul du paramètre de corrélation, cette méthode a été appelée *méthode de Kimura spectrale* (voir Liu *et al.*, 1993; Masson et Chandler, 1993). Elgar *et al.* (1984) font toutefois remarquer que, puisque la dépendance des vagues consécutives augmente avec la diminution de la largeur de bande, les hauteurs de vagues séparées de plus d'une vague dans des états de mer à bande très étroite peuvent être substantiellement corrélées (i.e. $r_i > 0$, $i > 1$), ce qui conduit à penser que la méthode de Kimura ne convient pas pour l'étude de groupement dans des processus à bande très étroite, alors même que le paramètre spectral κ converge asymptotiquement vers sa valeur réelle mesurée.

2.5 Méthodes d'enveloppes

2.5.1 Enveloppe de Hilbert

Au lieu de considérer des suites de hauteurs de vagues consécutives, Rice (Rice, 1944, 1945), Longuet-Higgins (Longuet-Higgins, 1957) et Nolte et Hsu (Nolte et Hsu, 1972), entre autres, travaillent sur le signal d'enveloppe afin de déterminer les propriétés de groupement du processus d'élévation à bande étroite considéré. Le signal $\eta(t)$ est classiquement modélisé par la somme d'un grand nombre de composantes monochromatiques indépendantes de phases aléatoires φ_j uniformément distribuées sur $[0; 2\pi]$

$$\eta(t) = \sum_j \eta_j \cos(\omega_j t + \varphi_j) = \Re \left\{ \sum_j \eta_j e^{i(\omega_j t + \varphi_j)} \right\} \quad (2.27)$$

où les amplitudes η_j sont calculées directement à partir de la densité spectrale $E(f)$ (ou $E(\omega)$) discrétisée¹

$$\eta_j^2 = 2E(\omega_j)\Delta\omega_j = 2E(f_j)\Delta f_j \quad (2.28)$$

avec $\omega_j = 2\pi f_j$ la pulsation en radians correspondant à la fréquence f_j , et Δf_j ($\Delta\omega_j$) l'intervalle de discrétisation en fréquence. Le signal peut être réécrit

¹Il s'agit là néanmoins d'une écriture abusive puisque – ainsi que le rappellent Tucker et al (Tucker *et al.*, 1984) – de telles simulations mèneraient à des résultats erronés sur les statistiques de vagues. Il faut en réalité tirer les amplitudes aléatoirement selon certaines distributions (ici, Rayleigh), dont les paramètres sont eux déterminés à partir du spectre. Nous renvoyons pour cela à l'Annexe B.

$$\eta(t) = \Re\{\underline{A}(t)e^{i\bar{\omega}t}\} \quad (2.29)$$

où

$$\bar{\omega} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{T_{01}} = 2\pi f_{01} = 2\pi \frac{m_1}{m_0} \quad (2.30)$$

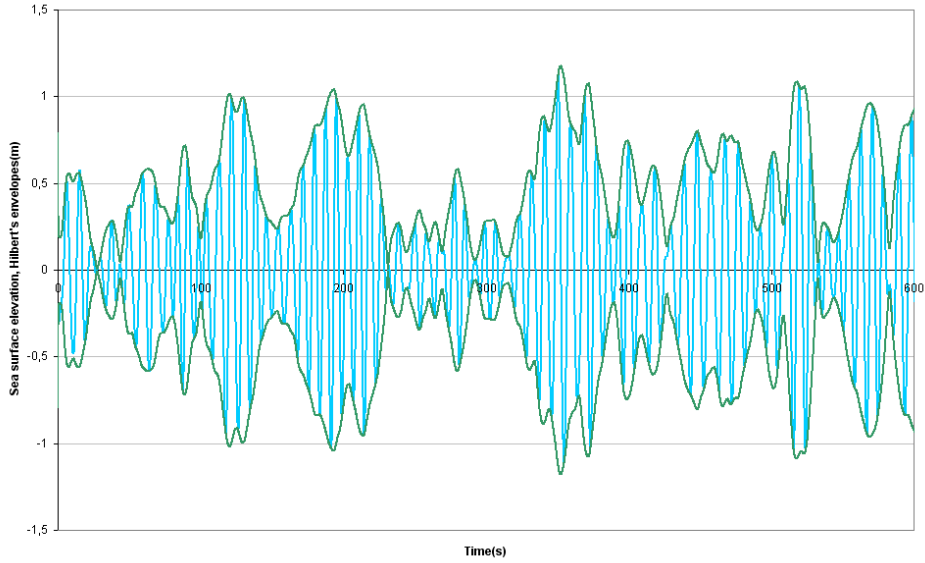


FIG. 2.3: Signal d'élévation et enveloppes par transformée de Hilbert.

La fonction d'enveloppe du signal s'écrit

$$\rho(t) = \sqrt{\eta^2(t) + \hat{\eta}^2(t)} \quad (2.31)$$

où $\hat{\eta}(t)$ désigne la transformée de Hilbert de $\eta(t)$, c'est-à-dire

$$\hat{\eta}(t) = \frac{1}{\pi} P \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta(s)}{t-s} ds \right] = \sum_j \eta_j \sin(\omega_j t + \varphi_j) \quad (2.32)$$

où $P[\cdot]$ désigne la valeur principale de Cauchy (voir Bendat et Piersol, 1986). Au vu de la formulation linéaire adoptée (Eq. (2.27)), cette transformation revient simplement à introduire un retard de phase de $\pi/2$ dans les cosinus de la série, soit changer les cosinus en sinus. Un exemple de fonction d'enveloppe $\rho(t)$ est illustré sur la figure 2.3 où le symétrique de l'enveloppe par rapport aux abscisses est également représenté.

Le signal $\eta(t)$ étant gaussien, on montre que la fonction d'enveloppe $\rho(t)$ et sa dérivée temporelle $d\rho/dt$ sont distribuées suivant une densité de probabilité de Rayleigh et

normale respectivement. Soit ρ^* le niveau-seuil correspondant à la moitié de la hauteur de vague de référence pour la définition des groupes ($\rho^* = h^*/2$), on obtient les expressions suivantes pour les longueurs moyennes de trains de hautes vagues et trains totaux (voir Longuet-Higgins, 1984)

$$\bar{H} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\sqrt{1+\nu^2}}{\nu} \right) \frac{\sqrt{m_0}}{\rho^*} \quad \bar{G} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\sqrt{1+\nu^2}}{\nu} \right) \frac{\sqrt{m_0}}{\rho^*} e^{\frac{\rho^{*2}}{2m_0}} \quad (2.33)$$

où ν est le paramètre d'étroitesse défini par Longuet-Higgins

$$\nu = \sqrt{\frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1} \quad (2.34)$$

Celui-ci recommande de calculer ce paramètre sur un intervalle de fréquence délimité par les fréquences de coupure basse et haute $0.5f_p$ et $1.5f_p$ respectivement, afin de limiter l'influence des très basses et très hautes fréquences (peu énergétiques) dans le calcul des moments spectraux (Eq. (2.7)). On distinguera par la suite le paramètre ν du paramètre ε_2 , ce dernier étant calculé sur tout l'intervalle de fréquence (cf. Annexe A). En multipliant finalement les expressions (2.33) par une période de vague moyenne (T_{01} , T_{02} , ...) on obtient facilement des statistiques sur les durées de groupes.

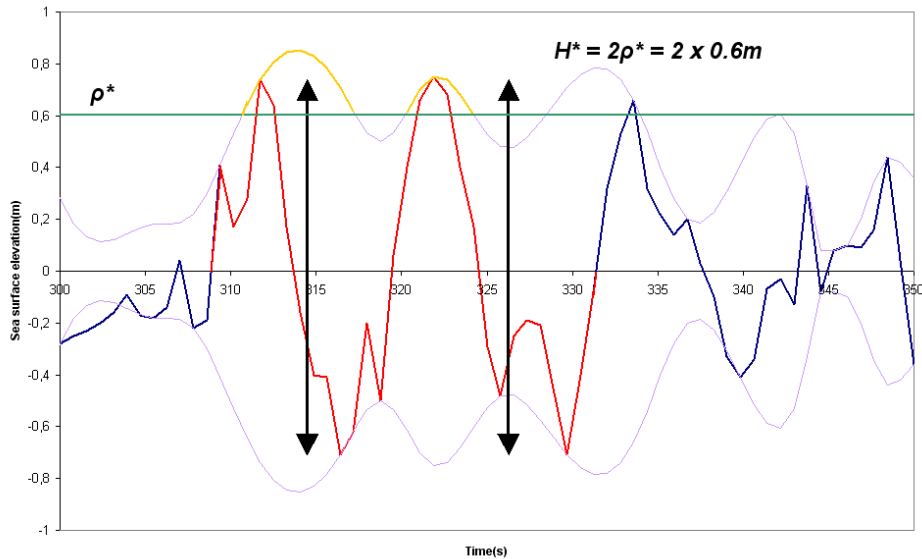


FIG. 2.4: Effet de séparation sur l'enveloppe du signal d'élévation : un groupe de deux vagues successives (portion de signal rouge) est coupé en deux par l'enveloppe.

Cette méthode, malgré son extrême simplicité numérique, présente d'importantes limites relevées entre autres par Masson et Chandler (Masson et Chandler, 1993). Puisque les groupes de vagues sont étudiés via le signal d'enveloppe, les vagues réelles ne sont plus considérées. Or, il advient parfois que l'enveloppe dépasse brièvement le niveau-seuil ρ^* sans que les hauteurs de vagues correspondantes ne dépassent le niveau $h^* = 2\rho^*$.

On aboutit alors à une sous-estimation globale des longueurs de groupes par rapport à l'analyse vague par vague. Longuet-Higgins, conscient de ce problème, propose alors un schéma correctif afin de prendre en compte cet effet dans le calcul statistique, mais critiqué par ces mêmes auteurs. En outre, Masson et Chandler relèvent un autre problème inhérent à la méthode et non pris en compte par le schéma correctif qui est celui de l'*effet de séparation* engendré par les fluctuations de l'enveloppe, comme illustré sur la figure 2.4. En effet, l'enveloppe peut, à l'inverse du problème précédent, repasser brièvement en dessous du niveau-seuil alors que le groupe de vagues n'est pas interrompu, ce qui le divise en deux groupes plus petits et fausse encore le calcul des longueurs moyennes de groupes. Néanmoins, Masson et Chandler concèdent que l'effet de séparation et le schéma correctif se compensent sur un intervalle intermédiaire de longueurs moyennes de groupes.

2.5.2 Enveloppe de List

List (1991) propose une technique alternative de calcul d'enveloppe, qui se fonde essentiellement sur le filtrage de la valeur absolue $|\eta(t)|$ de $\eta(t)$, et qui présente l'avantage de pouvoir contrôler le bruitage de l'enveloppe dû aux hautes fréquences, contrairement à l'enveloppe de Hilbert (Fig. 2.5).

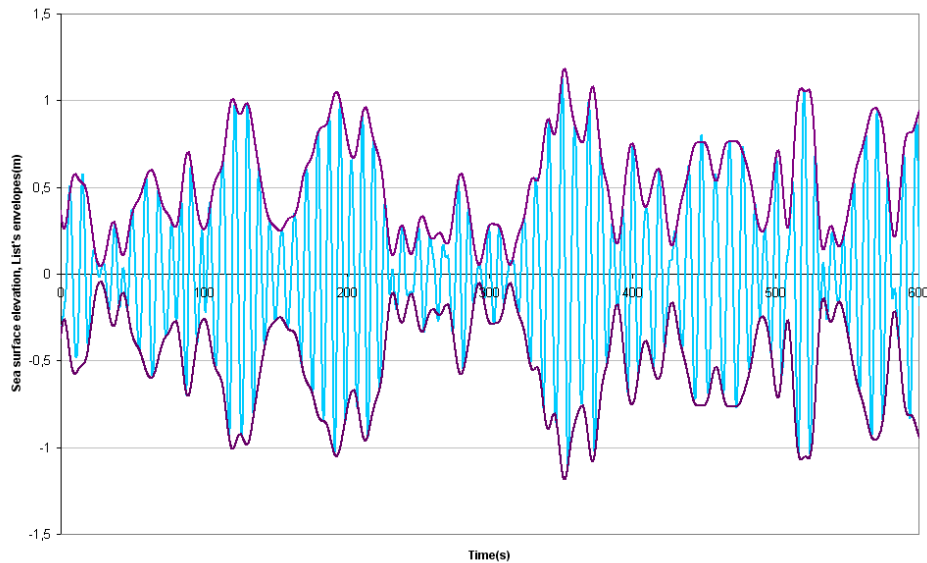


FIG. 2.5: Idem Fig. 2.3 avec enveloppes de List (List, 1991).

Il propose en outre un facteur de groupement GF_{List} calculable à partir de son signal d'enveloppe $\rho_{List}(t)$ qu'il compare au facteur de groupement du SIWEH (cf. § 2.6) :

$$GF_{List} = \frac{\sqrt{2}\sigma_{\rho_{List}}}{\rho_{List}(t)} \quad (2.35)$$

où σ_{List} et $\overline{\rho_{List}(t)}$ désignent respectivement l'écart-type et la valeur moyenne de l'enveloppe. Ce facteur, qui – de même que celui du SIWEH – décrit la variabilité de cette enveloppe, prend des valeurs entre 0 (sinusoïde) et 1, mais dépend beaucoup du filtrage effectué, par construction. Pour des signaux à bande étroite, cette enveloppe s'apparente à l'enveloppe $\rho(t)$ obtenue par transformée de Hilbert, ainsi que le suggèrent les figures 2.3 et 2.5. On peut démontrer que pour l'enveloppe $\rho(t)$ le facteur de groupement défini par List est constant et vaut (cf. Tayfun et Lo, 1989)

$$\begin{aligned} GF_{Hilb} &= \frac{\sqrt{2}\sigma_\rho}{\overline{\rho(t)}} = \frac{\kappa(0)}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{\kappa^2(0)}{16} + \frac{\kappa^4(0)}{24} + \dots} \\ &= \sqrt{2} \sqrt{\frac{4}{\pi} - 1} \\ &\approx 0.74 \end{aligned} \tag{2.36}$$

2.6 S.I.W.E.H.

Pour étudier les groupes sur un signal d'élévation donné, Funke et Mansard (Funke et Mansard, 1980) se sont intéressés aux signaux d'énergie instantanée plutôt qu'aux signaux d'enveloppe ou de hauteur de vague instantanée, $H(t) = 2\rho(t)$ (Medina et Hudspeth, 1987, 1990; Hudspeth et Medina, 1988). Dans ce but, ils ont proposé le calcul d'un signal d'énergie instantanée moyennée sur la période de pic T_p par un filtre de Bartlett : le S.I.W.E.H. (*Smoothed Instantaneous Wave Energy History*)

$$SIWEH(t) = \frac{1}{T_p} \int_{-\infty}^{\infty} \eta^2(t + \tau) Q(\tau) d\tau \tag{2.37}$$

où $Q(\tau)$ désigne le filtre de Bartlett, défini par

$$Q(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{T_p} & , |\tau| < T_p \\ 0 & , |\tau| \geq T_p \end{cases} \tag{2.38}$$

Le facteur de groupement du SIWEH est alors obtenu par

$$\begin{aligned} GF_{SIWEH} &= \frac{1}{\overline{SIWEH(t)}} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (SIWEH(t) - \overline{SIWEH(t)})^2 dt} \\ &= \frac{\sigma_{SIWEH}}{\overline{SIWEH(t)}} \end{aligned} \tag{2.39}$$

avec T la durée du signal et $\overline{SIWEH(t)}$ et σ_{SIWEH} la moyenne et l'écart-type du SIWEH respectivement. On montre facilement que

$$\overline{SIWEH(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T SIWEH(t) dt = \sigma_\eta^2 \equiv m_0 \quad (2.40)$$

Funke et Mansard ont obtenu des valeurs de groupement comprises entre 0.4 et 1 à partir de six mois de mesures en Mer du Japon. Ils ont aussi prouvé qu'à un même spectre de variance $E(f)$ pouvaient correspondre plusieurs types de groupements, contrôlables à partir du facteur de groupement cible et de la distribution des phases par un processus numérique itératif de synthèse de signaux, alors même que le modèle de vagues gaussien impose un tirage aléatoire suivant une distribution uniforme. Il en résulte que le processus engendré n'est plus tout à fait gaussien.

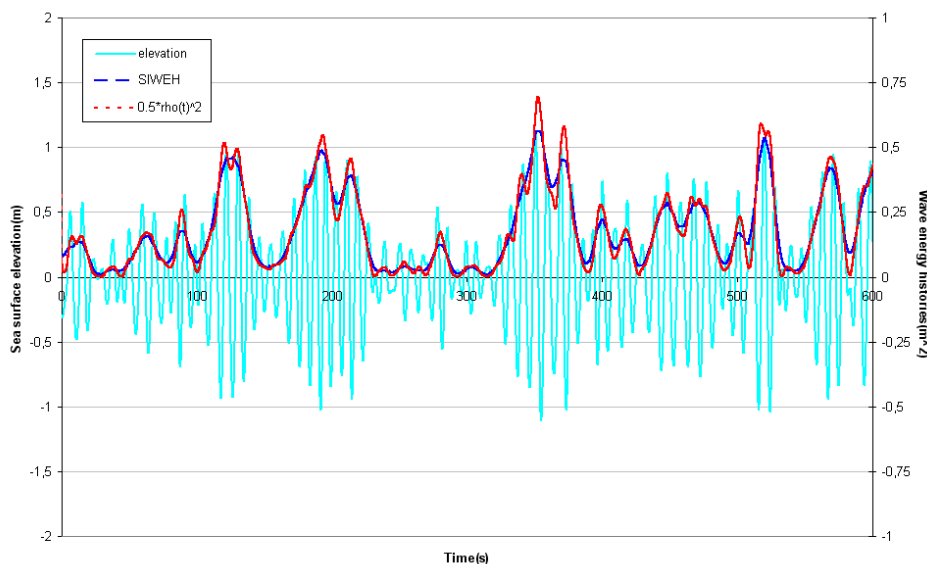


FIG. 2.6: Idem Fig. 2.3 avec SIWEH (Funke et Mansard, 1980) et fonction d'enveloppe au carré $\Pi(t)$ (Medina et Hudspeth, 1990)

Hudspeth et Medina (1988) ont cependant mis en doute la capacité du GF_{SIWEH} à être un facteur de groupement efficace, notamment à cause du filtrage imposé à des signaux à large bande. Tout comme List (1991), ils affirment que ce facteur est très sensible au filtrage effectué par la fenêtre de Bartlett et remettent en cause le choix de la période de pic T_p comme période de référence pour le produit de convolution (Eq. (2.37)). Une autre période plus appropriée, telle que $T_{02} (\equiv T_z)$, peut être une alternative judicieuse selon les cas.

La figure 2.6 compare le SIWEH et le carré de l'enveloppe de Hilbert $\Pi(t)$ ($= \rho^2(t)/2 = H^2(t)/8$) calculés pour le même signal d'élévation que les figures 2.3 et 2.5. Medina et Hudspeth (Medina et Hudspeth, 1990) ont en effet démontré que $\Pi(t)$ est le

signal qui isole exactement les composantes basse-fréquence de $\eta^2(t)$, et peut donc être comparé au SIWEH. Sur cette figure, la période utilisée pour le filtre de Bartlett est la période moyenne T_z (obtenue par analyse vague par vague) et non T_p . On remarque que dans le cas de ce signal à bande étroite, les deux signaux se suivent relativement bien.

2.7 Spectres d'enveloppe pour signaux gaussiens

De nombreux auteurs se sont intéressés à la densité spectrale de variance de l'enveloppe des signaux gaussiens : citons notamment Rice (1944, 1945), Nolte et Hsu (1972), Bendat et Piersol (1986) et Medina et Hudspeth (1990), entre autres. Tous ces travaux aboutissent à des expressions analytiques du spectre d'enveloppe faisant intervenir le terme de convolution

$$\Psi(f) = \int_0^\infty E(\varphi)E(f + \varphi) d\varphi \quad (2.41)$$

Tayfun et Lo (1989) revoient en détail le calcul théorique des spectres des puissances paires et impaires du signal d'enveloppe. Ils obtiennent en particulier pour le signal $\rho^2(t)$ une formulation exacte du spectre

$$E_{\rho^2(t)}(f) = 8\Psi(f) \quad (2.42)$$

tandis que pour le signal $\rho(t)$, seule une expression approchée est obtenue

$$E_\rho(f) \approx \frac{4 - \pi}{m_0} \Psi(f) \quad (2.43)$$

Si le signal d'élévation est gaussien – et donc modélisé, entre autres, avec des phases aléatoires sur $[0; 2\pi]$ –, on montre que ces spectres sont monotones et décroissants, de sorte qu'en théorie leur maximum est atteint en $f = 0$ (valeur moyenne). Tayfun et Lo obtiennent également l'expression analytique du spectre du SIWEH pour lequel ils observent les mêmes propriétés. Funke et Mansard (1980) identifient un maximum à leurs spectres de SIWEH correspondant à une fréquence non nulle et dont la forme spectrale est elle-même modifiée par les différences de phases, ce qui est réfuté par la démonstration théorique de Tayfun et Lo.

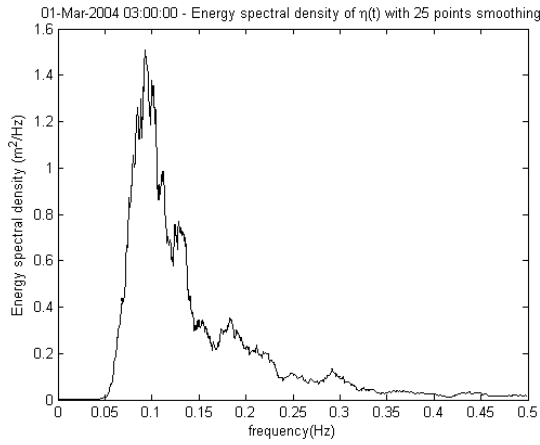
Prevosto (1988) interpole le spectre d'enveloppe (Eq. (2.43)) avec la forme exponentielle simple

$$S_\rho(f) = Ce^{-f/\beta} \quad (2.44)$$

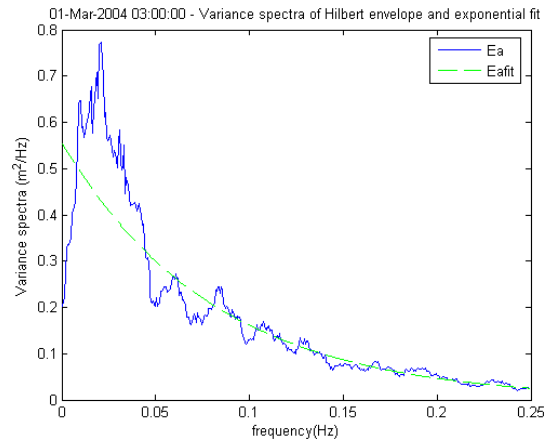
où le facteur β s'assimile théoriquement au paramètre spectral de largeur de bande (en Hz)

$$\begin{aligned}
 B_w &= \frac{4}{m_0^2} \int_0^\infty E^2(f)(f - \bar{f})^2 df \\
 &= \frac{4}{m_0^2} \int_0^\infty E^2(f)\left(f - \frac{m_1}{m_0}\right)^2 df
 \end{aligned}
 \tag{2.45}$$

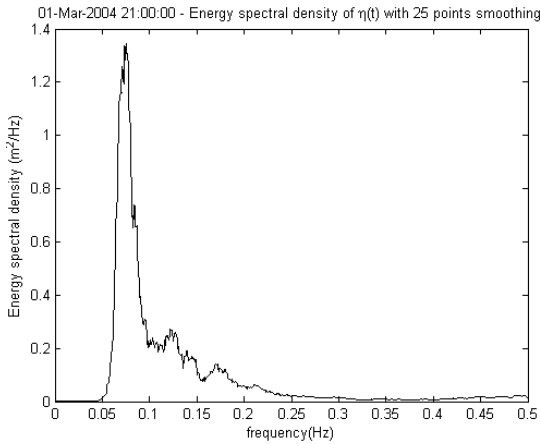
Bien entendu, ce type de paramètre est adapté pour des spectres $E(f)$ à un pic, tout comme Q_p . B_w et la valeur β obtenue par interpolation du spectre d'enveloppe constituent dans ce cas d'intéressants paramètres de groupement pour des signaux gaussiens.



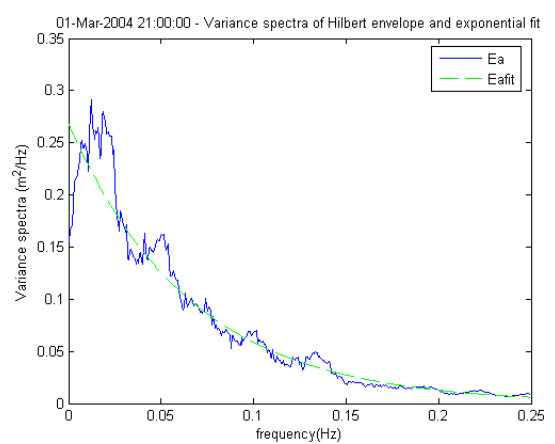
(a) $E_\eta(f)$ - 01/03/04, 3h



(b) $E_\rho(f)$ et $S_\rho(f)$, 01/03/04, 3h
($C=0.56 \text{ m}^2 \cdot \text{s}$, $\beta=0.081 \text{ Hz}$)



(c) $E_\eta(f)$ - 01/03/04, 21h



(d) $E_\rho(f)$ et $S_\rho(f)$, 01/03/04, 21h
($C=0.27 \text{ m}^2 \cdot \text{s}$, $\beta=0.066 \text{ Hz}$)

FIG. 2.7: Spectres de variance de deux signaux d'élévation (a&c) et de leurs enveloppes de Hilbert (b&d) interpolées (Eq. (2.44)) estimés à Nazaré (Portugal).

A partir des équations (2.41) et (2.44), il vient

$$C = \frac{4 - \pi}{m_0} \Psi(0) = \frac{4 - \pi}{m_0} \int_0^\infty E^2(f) df \quad (2.46)$$

Ce paramètre, exprimé en $m^2.s$, est très lié au contenu énergétique de l'état de mer (l'intégrale du carré du spectre divisé par l'intégrale du spectre m_0). Remarquons de plus que ce paramètre est – à un coefficient multiplicatif m_0 près – proche de la largeur spectrale équivalente Λ , présentée en annexe A. La détermination pratique des paramètres C et β est illustrée sur les figures 2.7(a-d), où sont représentés les spectres de variance de deux signaux mesurés en mer ainsi que de leur enveloppe de Hilbert. Les spectres d'enveloppe (Fig. 2.7(b)&(d)) sont interpolés et les deux paramètres sont ainsi obtenus. C correspond à la valeur d'intersection du spectre avec l'axe des ordonnées ($f = 0$), tandis que β caractérise la décroissance du spectre en fréquence : plus β est petit, plus la décroissance est importante.

2.8 Décomposition de Hilbert-Huang et spectre de Hilbert

Huang *et al.* (1998) présentent un nouveau mode d'analyse spectrale de signaux temporels utilisant la transformée de Hilbert (Eq. (2.32)). Cette méthode peut être vue comme une généralisation de la transformée de Fourier appliquée aux processus non-linéaires et instationnaires. Selon ces auteurs, la transformée de Fourier fait intervenir des composantes fréquentielles non physiques et donc non appropriées pour décrire les phénomènes observés, mais aussi et surtout, elle n'a de sens qu'en faisant des hypothèses de linéarité et de stationnarité de la surface. La décomposition de Hilbert-Huang fait intervenir le concept de fréquence instantanée, dont l'introduction est justifiée moyennant certaines hypothèses liées à la distribution des maxima locaux, c'est-à-dire la largeur de bande spectrale. Un signal peut être ainsi décomposé en une somme finie de signaux indépendants qui vérifient ces hypothèses et pour lesquels la fréquence instantanée peut être calculée. Ces signaux issus de la décomposition sont appelés *Fonctions Modales Intrinsèques* (*Intrinsic Mode Functions*, IMF ou FMI) et caractérisent chacun une échelle de temps particulière du processus observé.

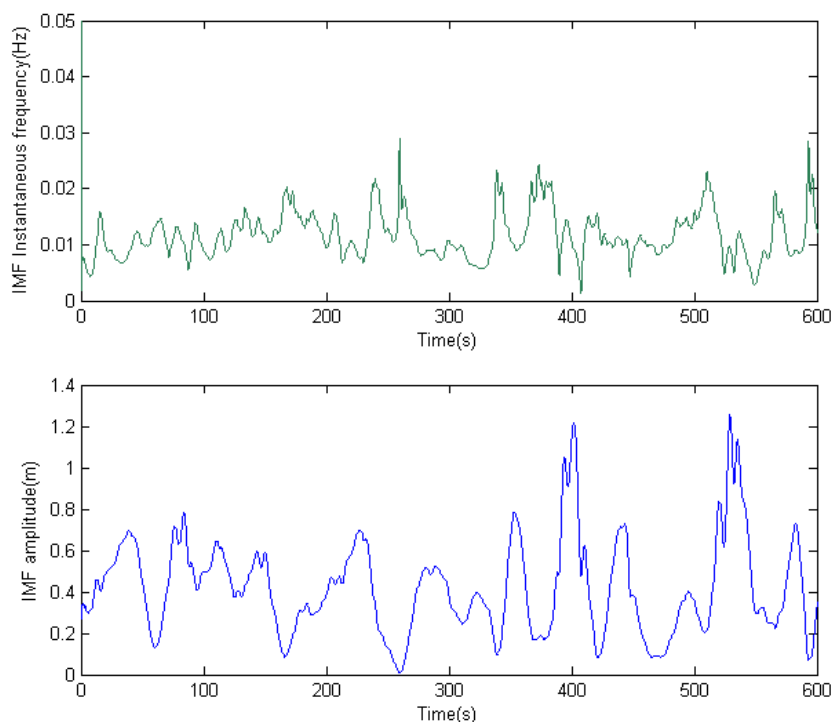


FIG. 2.8: Fréquence instantanée (haut) et amplitude (bas) d'une FMI.

Contrairement aux composantes d'une série de Fourier, les FMI sont loin d'être monochromatiques puisque leur fréquence et amplitude instantanées varient avec le temps,

ainsi que le montre la figure 2.8. A partir d'une telle décomposition, Huang *et al* calculent la distribution d'énergie instantanée du signal en fréquence, appelée *spectre de Hilbert*.

L'analyse spectrale de Hilbert-Huang repose sur deux étapes. Dans un premier temps, il s'agit d'effectuer la décomposition du signal en un nombre fini de FMI et d'un résidu. Cette étape est appelée *Décomposition Empirique Modale* (*Empirical Mode Decomposition*, EMD ou DME), car dépendante de critères arbitrairement choisis, d'où l'existence d'une infinité de décompositions possibles. Une FMI doit souscrire aux propriétés suivantes :

1. sur le signal entier, le nombre d'extrema locaux et de passages à zéro doivent être égaux à 1 près ; la distance moyenne entre deux extrema caractérise alors une échelle particulière du phénomène observé ;
2. à chaque instant, la somme des enveloppes supérieure et inférieure (définies par les maxima et minima locaux respectivement) doit être nulle, ce qui signifie graphiquement que les deux enveloppes doivent être quasi-symétriques.

Un signal en lui-même a peu de chance d'être une FMI de par la présence d'aspérités en haute-fréquence et de changements rapides de la courbure : si l'on calcule sa transformée de Hilbert (le signal de quadrature), la représentation de son enveloppe complexe $\eta(t) + i\hat{\eta}(t)$ laissera apparaître des boucles qui ne circonscrivent pas l'origine et engendrent des fréquences instantanées négatives (voir notamment Stansell *et al.*, 2004). La DME a donc pour but de séparer les échelles de temps du signal en différentes composantes à bande spectrale étroite et pour lesquelles la fréquence instantanée est, par construction, physiquement concevable puisque toujours positive. L'avantage de séparer le signal en plusieurs FMI est également de pouvoir obtenir une meilleure représentation graphique du spectre de Hilbert, comme on le verra par la suite.

La décomposition en FMI est effectuée par un procédé itératif de tamisage (*sifting process*, voir Huang *et al.*, 1998; Veltcheva, 2002) dont les paramètres sont librement fixés, et qui s'achève par l'obtention d'un résidu. Un exemple de décomposition est illustré sur la figure 2.9. A la fin de la décomposition, le signal $\eta(t)$ a été décomposé en n FMI $c_j(t)$ et un résidu res , ce qui s'écrit

$$\eta(t) = \sum_{j=1}^n c_j(t) + res \quad (2.47)$$

La seconde étape de l'analyse consiste à calculer la transformée de Hilbert de chacune des FMI notées $\hat{c}_j(t)$, comme dans l'équation (2.32),

$$\hat{c}_j(t) = \frac{1}{\pi} P \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_j(s)}{t-s} ds \right] \quad (2.48)$$

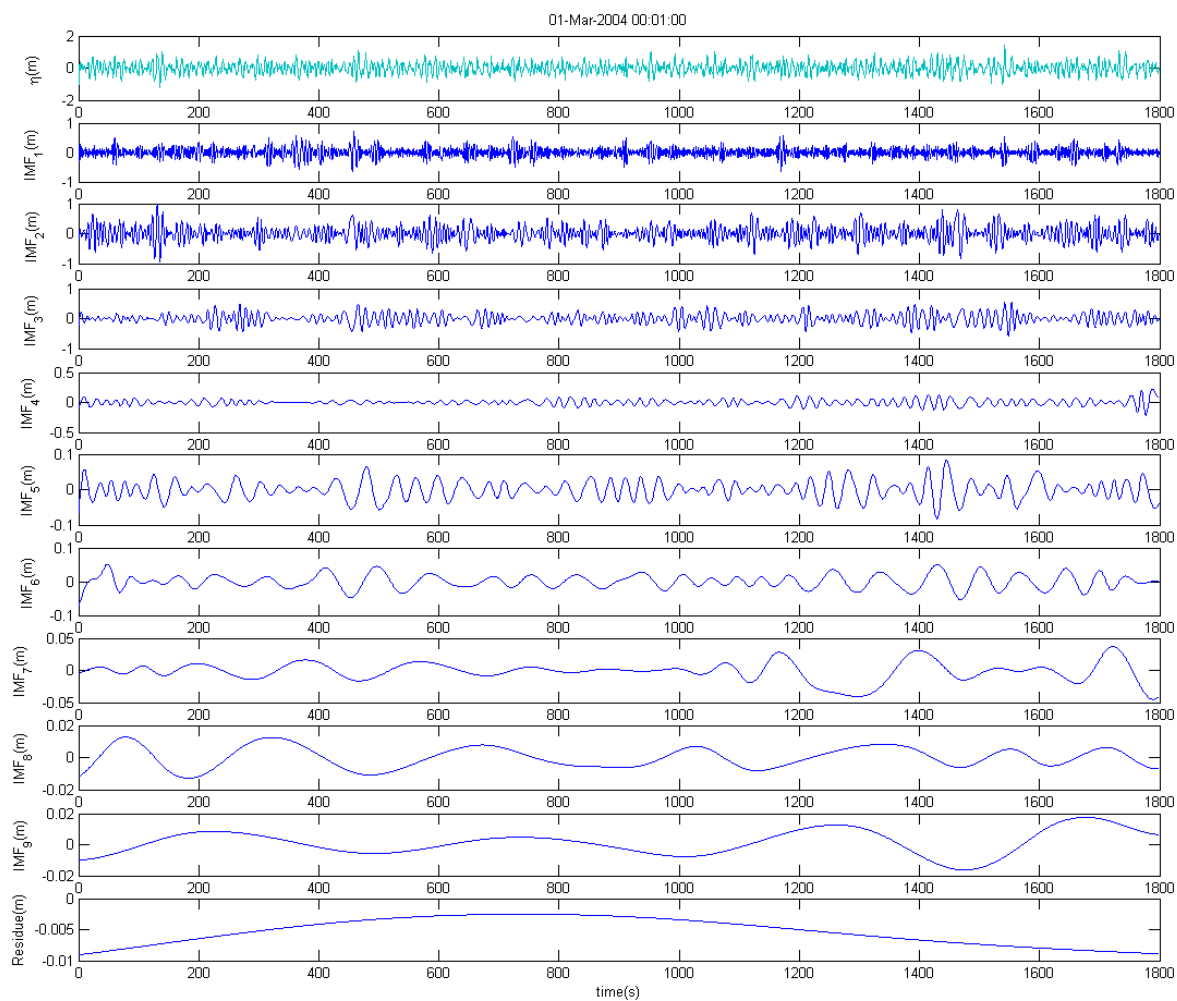


FIG. 2.9: Décomposition empirique modale : le signal d'origine (haut), ses FMI successives (8) et un résidu (bas).

Le signal d'enveloppe complexe d'une FMI s'écrit alors

$$z_j(t) = c_j(t) + i\hat{c}_j(t) = \tilde{a}_j(t)e^{i\tilde{\varphi}_j(t)} \quad (2.49)$$

où l'amplitude $\tilde{a}_j(t)$, la phase $\tilde{\varphi}_j(t)$, et la pulsation $\tilde{\omega}_j(t)$ instantanées sont calculées par

$$\tilde{a}_j(t) = |z_j(t)| = \sqrt{c_j^2(t) + \hat{c}_j^2(t)} \quad (2.50)$$

$$\tilde{\varphi}_j(t) = \arg(z_j(t)) \equiv \arctan\left(\frac{\hat{c}_j(t)}{c_j(t)}\right) \quad (2.51)$$

$$\tilde{\omega}_j(t) = \frac{d\tilde{\varphi}_j(t)}{dt} \quad (2.52)$$

Ainsi, le signal d'origine se réécrit

$$\eta(t) = \sum_{j=1}^n \tilde{a}_j(t) e^{i \int_0^t \tilde{\omega}_j(s) ds} \quad (2.53)$$

expression dans laquelle le résidu a été volontairement omis. En effet, il s'agit généralement d'une composante liée à une oscillation de très grande période (et parfois de très grande énergie) qui n'est pas fondamentale dans l'étude du phénomène à observer. L'équation (2.53) permet de souligner la similitude avec la décomposition en série de Fourier, pour laquelle amplitude et pulsation sont constantes en fonction du temps.

Le spectre de Hilbert, noté $\tilde{H}(\tilde{\omega}, t)$ représente la distribution de l'amplitude instantanée des FMI en fonction de la fréquence instantanée et du temps. Un tel spectre est illustré sur la figure 2.10. Le fait de disposer de plusieurs FMI permet effectivement de voir plusieurs tracés dans le plan temps-fréquence et donc d'avoir une meilleure vision globale du spectre.

On calcule le niveau de densité d'énergie instantanée du signal, noté $IE(t)$, par

$$IE(t) = \int_{\omega} \tilde{H}^2(\tilde{\omega}, t) d\tilde{\omega} \quad (2.54)$$

Ce signal permet d'analyser les variations d'énergie du signal $\eta(t)$ dans le temps, et peut donc être comparé à $SIWEH(t)$ ou $\Pi(t)$. La figure 2.11 représente un signal d'élévation et le signal d'énergie instantanée associé obtenu par DME.

Le spectre marginal $\tilde{h}(\tilde{\omega})$

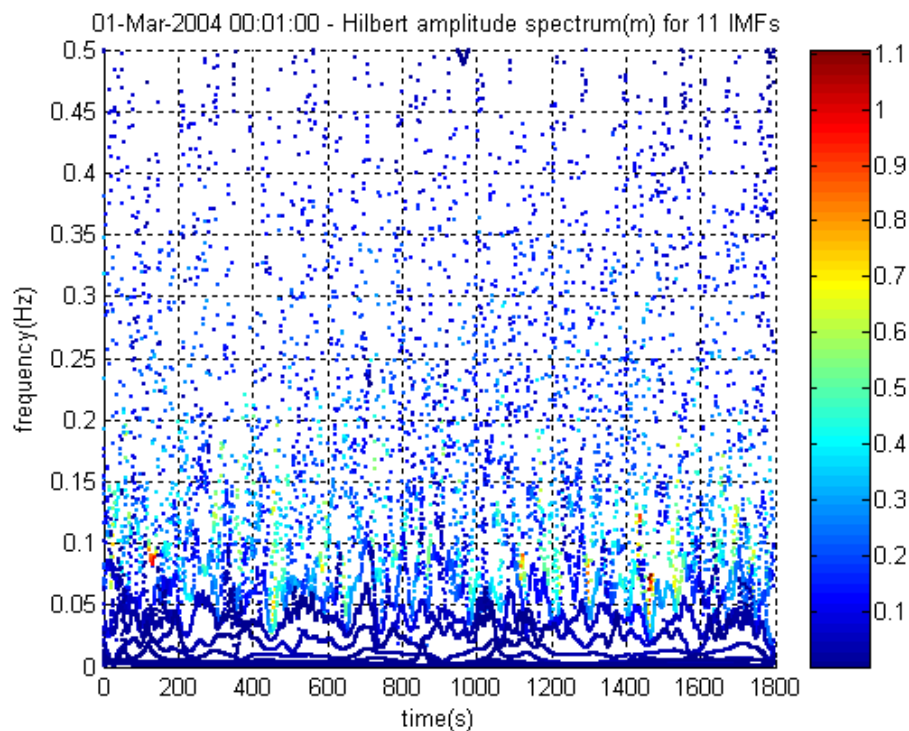


FIG. 2.10: Spectre de Hilbert : amplitude instantanée (m) des FMI en fonction du temps (abscisses) et de la fréquence instantanée (ordonnées).

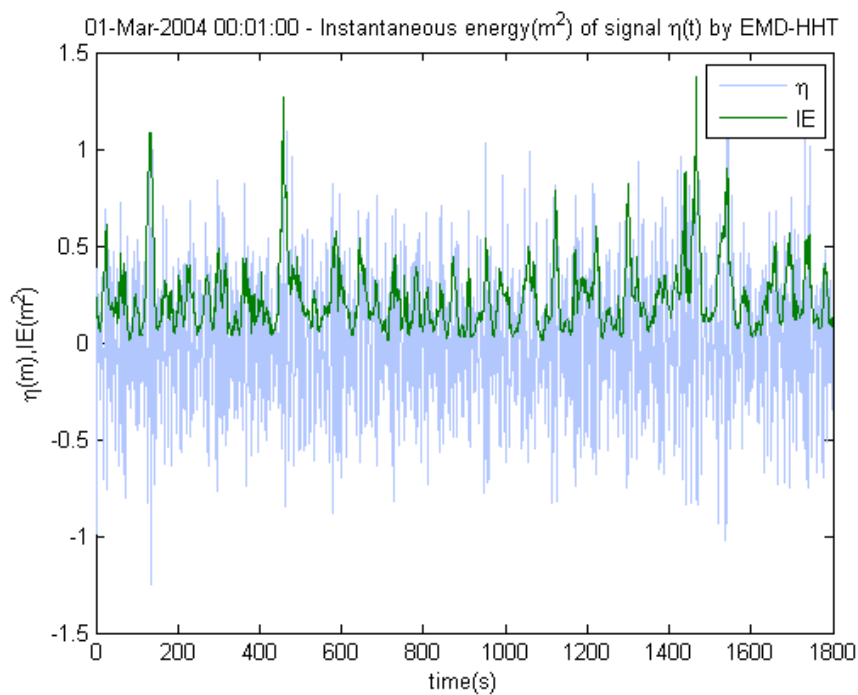


FIG. 2.11: Signal d'élévation (bleu clair) et niveau de densité d'énergie instantanée (vert).

$$\tilde{h}(\tilde{\omega}) = \int_0^T \tilde{H}^2(\tilde{\omega}, t) dt \quad (2.55)$$

peut être comparé au spectre obtenu par transformée de Fourier, bien que les fréquences n'aient pas tout à fait la même signification dans les deux cas.

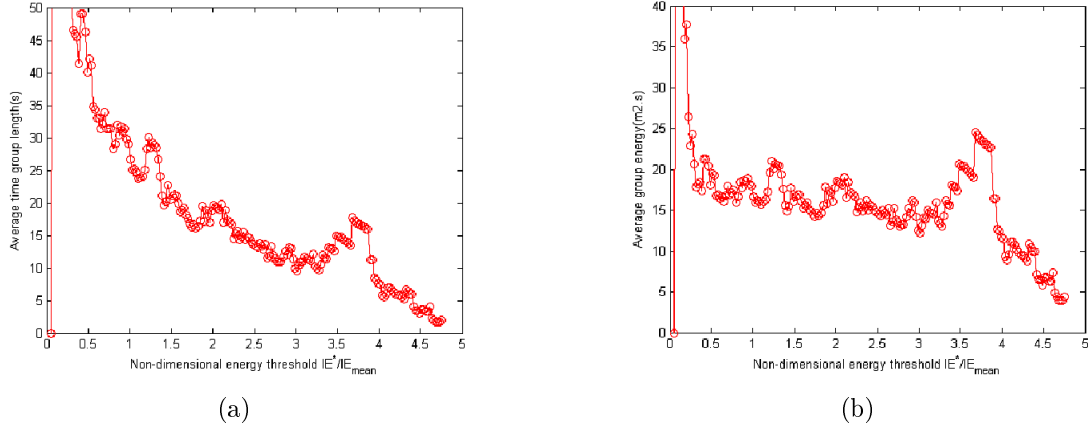


FIG. 2.12: Durée moyenne (a) et énergie moyenne des groupes (b) en fonction du niveau d'énergie adimensionalisé $IE^*/IE(t)$.

En fixant un niveau-seuil d'énergie IE^* pour le signal $IE(t)$, les portions du signal qui dépassent cette valeur constituent alors des groupes d'énergie assimilables à des trains de hautes vagues (voir Veltcheva, 2002). En calculant la durée moyenne de dépassement du niveau-seuil par le signal d'énergie instantanée, on obtient un paramètre statistique de durée de groupe noté \bar{t}_{gr} . Pour chaque groupe identifié, on peut ensuite calculer l'énergie de groupe E_{gr} , définie par

$$E_{gr} = \int_{t_{gr}} IE(t) dt = \int_{t_{gr}} \int_{\omega} \tilde{H}^2(\tilde{\omega}, t) d\tilde{\omega} dt \quad (2.56)$$

dont la valeur moyenne sur le signal \bar{E}_{gr} constitue un paramètre statistique d'énergie moyenne de groupe. Ces deux paramètres sont illustrés sur les figures 2.12(a&b) en fonction du niveau-seuil d'énergie adimensionalisé par la valeur moyenne du signal $IE(t)$ ($IE^*/IE(t)$).

Tant pour $SIWEH(t)$ que pour $IE(t)$, il est intéressant de relier les paramètres de groupement proposés par leurs auteurs à des paramètres bien connus. Cette étude fait l'objet de la partie suivante.

2.9 Paramètres de groupement pour la zone de Nazaré (Portugal)

A partir de données de mesure recueillies par bouée accélérométrique sur un site typique de la côte ouest portugaise, on réalise une analyse spectrale classique ainsi qu'un traitement dans le domaine temporel afin d'observer les liens qui unissent entre eux les paramètres de groupement déjà recensés.



FIG. 2.13: Position géographique de la bouée Waverider (Nazaré, Portugal).

TAB. 2.1: Caractéristiques du site de Nazaré (Portugal).

Données de bouée	
Coordonnées spatiales	[39°37'36"; 09°09'13"]
Profondeur d'eau locale	~ 50 m
Dispositif de mesure	Bouée Waverider directionnelle
Fréquence des mesures	Toutes les 3 h
Taux d'échantillonnage	1.28 Hz
Durée des enregistrements	30 min
Taux de couverture	99.6 % (247/248)

Les données de bouée Waverider consistent en des mesures de l'élévation de la surface de l'eau par double intégration de l'accélération du flotteur, la bouée étant disposée au

large de Nazaré (Fig. 2.13). Des enregistrements de trente minutes sont effectués toutes les trois heures. Parmi ces données ne sont étudiées ici que celles du mois de mars 2004. La profondeur locale est d'environ 50m si bien que le site constitue une zone favorable à l'implantation de parcs houlomoteurs (compromis satisfaisant entre niveau d'énergie des vagues disponible peu atténué par les effets de profondeur, distance à la côte raisonnable pour la pose et le coût des câbles électriques sous-marins, impacts visuels et sonores négligeables, etc.). Les caractéristiques principales du site sont données dans le tableau 2.1.

Le taux de couverture des données sur le mois de mars 2004 est élevé ($> 99\%$) et c'est pourquoi ce mois a été choisi pour l'étude, afin d'assurer une bonne continuité des observations dans le temps. Le site de Nazaré est sujet à des états de mer dominés par des houles de nord-ouest; les densités spectrales estimées sont donc étroites et à pic relativement marqué *a priori*.

Pour chaque enregistrement, on traite les données dans les domaines temporel et fréquentiel pour l'étude des paramètres de groupement, comportant les étapes suivantes :

- Etude vague par vague des signaux : calcul des paramètres $H_s (= 4\sigma_\eta)$ (m) et T_z (s);
- Estimation du spectre $E(f)$ et calcul des paramètres spectraux (H_{m0} , T_{02} , T_{-10} , ...);
- Calcul du SIWEH et facteur de groupement;
- Calcul de l'enveloppe de Hilbert et facteur de groupement;
- Analyse spectrale de Hilbert-Huang.

Les détails des calculs numériques sont brièvement donnés ci-dessous :

- L'estimation du spectre $E(f)$ est effectuée par transformée de Fourier rapide (FFT) du signal d'élévation puis convolution avec une fenêtre rectangulaire à 25 points pour le lissage (moyenne mobile);
- Les paramètres spectraux (cf. Annexe A pour une présentation exhaustive de tous les paramètres) sont calculés sur l'intervalle de fréquence $[0.05Hz; 0.5Hz]$;
- On suppose des conditions de profondeur finie pour les calculs de nombres d'onde et de vitesses de groupe, selon la théorie linéaire (cf. Eq. (2.61));
- La période de référence utilisée pour le calcul spectral de κ est T_{02} ;
- La période de lissage de la fenêtre de Bartlett utilisée pour le calcul du SIWEH est T_p , ainsi que le suggèrent Funke et Mansard (1980);
- Les spectres de variance théorique et estimé de l'enveloppe du signal d'élévation (supposé gaussien) sont calculés, et la forme spectrale d'interpolation (Eq. (2.44)) est déterminée par régression linéaire du logarithme du spectre estimé (jusqu'à 0.25 Hz) : les paramètres C et β sont obtenus via cette régression.

Sur la figure 2.14 on compare les paramètres T_z et T_{02} , T_z ayant été calculé grâce

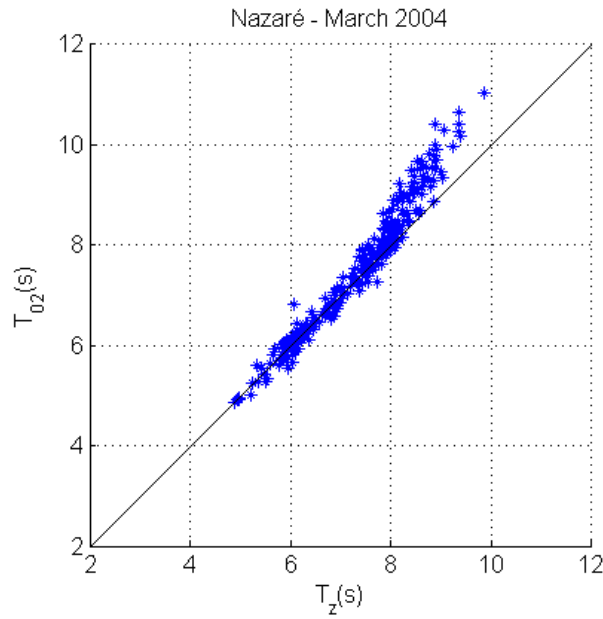


FIG. 2.14: T_{02} en fonction de T_z à Nazaré (mars 2004).

à une analyse vague par vague, et T_{02} à partir des moments d'ordre 0 et 2 du spectre estimé. Les deux paramètres semblent relativement corrélés, du moins jusqu'à une période de 8s, à partir de laquelle le paramètre spectral surestime le paramètre mesuré sur le signal. Ceci est très probablement dû au fait que le paramètre T_{02} est très sensible aux fréquences de coupure ($[0.05Hz; 0.5Hz]$). Calculer T_{02} sur les spectres non tronqués (non représenté) a pour effet de diminuer légèrement sa valeur, de sorte qu'un biais – négatif cette fois – apparaît pour les périodes les plus basses.

L'évolution des paramètres de vagues principaux au cours du mois de mesure est présentée sur la figure 2.15 : la hauteur significative (quatre fois l'écart-type du signal), la période de pic T_p , la période moyenne d'énergie T_{-10} , le facteur d'acuité de Goda Q_p , et le flux d'énergie par unité de front d'onde P_w (ou puissance des vagues omnidirectionnelle), qui s'obtient par (Mollison, 1985)

$$P_w = \rho g \int_0^\infty c_g(f) E(f) df \quad (2.57)$$

où $c_g(f)$ désigne la vitesse de groupe ($m.s^{-1}$) de la composante f ; P_w s'exprime généralement en $kW.m^{-1}$. La vitesse de groupe s'exprime par

$$c_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (2.58)$$

et s'obtient grâce à l'équation de dispersion issue de la théorie linéaire

$$\omega^2 = gk \tanh(kh) \quad (2.59)$$

d'où, pour une pulsation ω et une profondeur d'eau h données

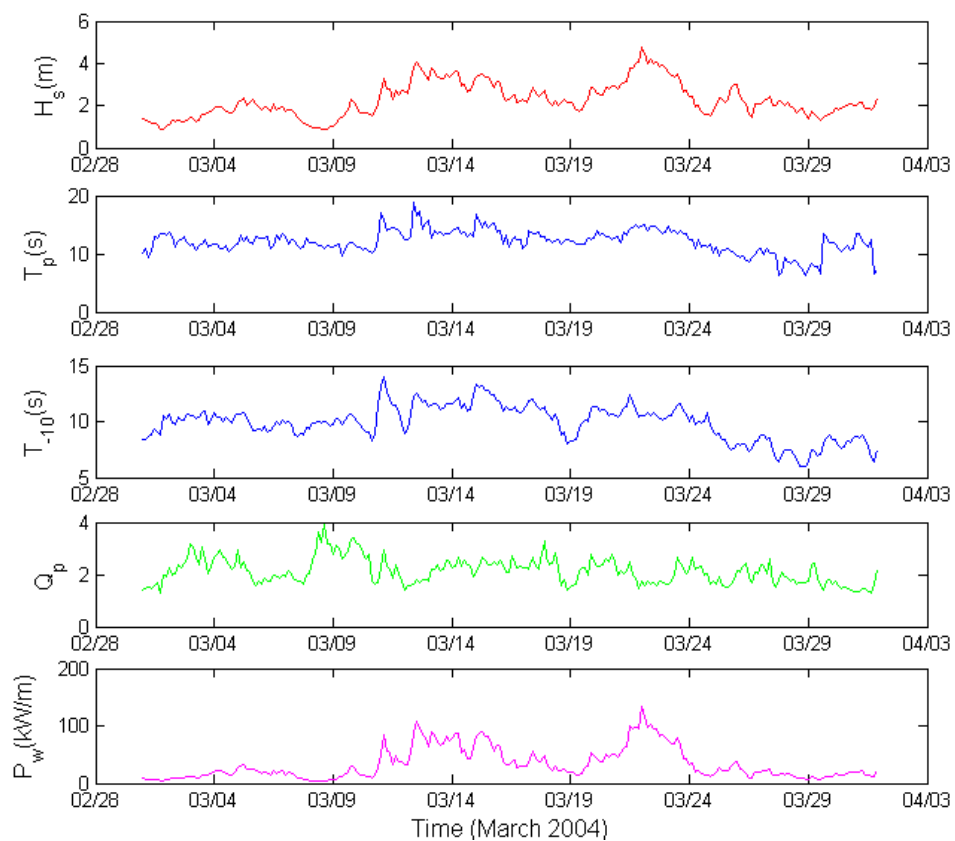


FIG. 2.15: Evolution des paramètres H_s , T_p , T_{-10} , Q_p , et P_w à Nazaré (mars 2004).

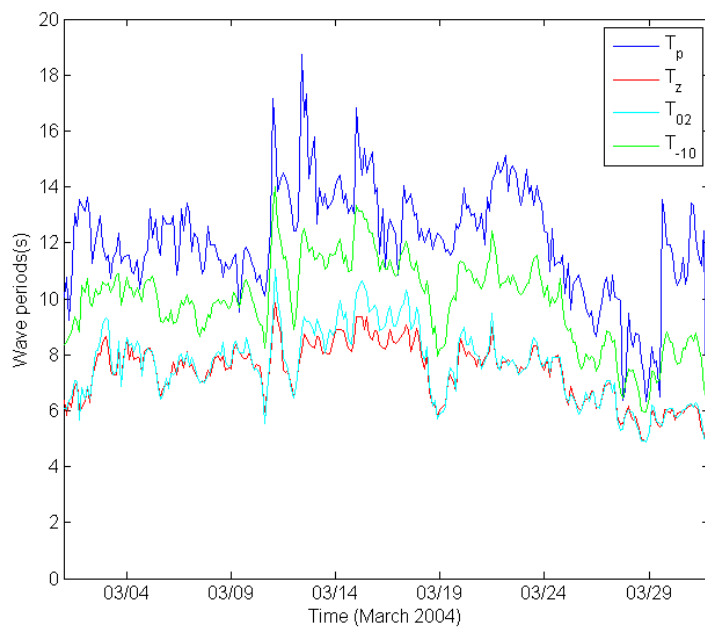


FIG. 2.16: Evolution des périodes T_p , T_z , T_{02} et T_{-10} à Nazaré (mars 2004).

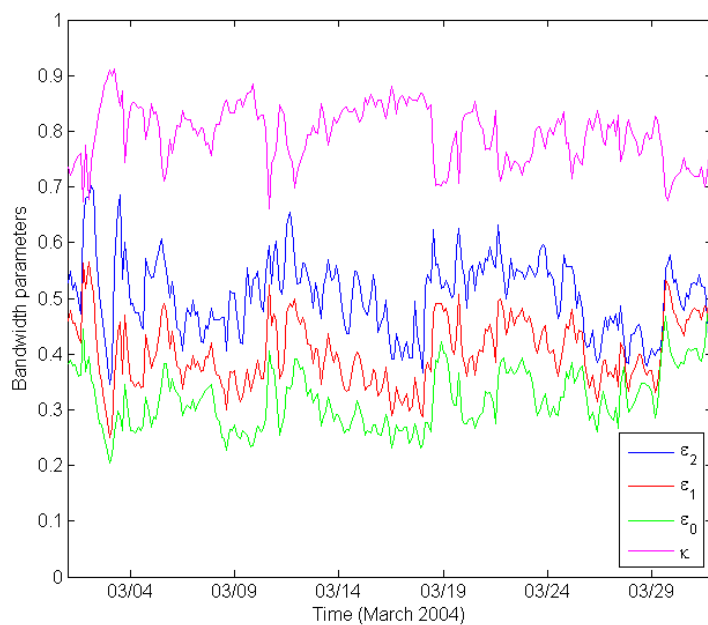


FIG. 2.17: Evolution des paramètres de largeur spectrale ϵ_0 , ϵ_1 , ϵ_2 et κ à Nazaré (mars 2004).

$$c_g(\omega, h) = \frac{\omega}{2k} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right) \quad (2.60)$$

$$= \frac{c_\phi}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right) \quad (2.61)$$

où $c_\phi = \omega/k$ désigne la vitesse de phase (ou vitesse de crête) des vagues.

Comme souligné plus haut, le calcul de Q_p est physiquement acceptable puisqu'on observe en majorité des spectres à un pic et que les spectres ont été suffisamment lissés pour limiter le biais dans le calcul de Q_p (2x25 degrés de liberté). Les graphiques mettent en lumière deux événements énergétiques majeurs autour du 13 et du 23 mars, au cours desquels H_s dépasse $3.5m$ et P_w atteint $100kW/m$. On observe également une grande variabilité pour les paramètres Q_p (1.3 à 3.9) et P_w (4 à $134kW/m$). Les fluctuations des périodes T_p , T_z , T_{02} et T_{-10} sont représentées plus précisément sur la figure 2.16, où la corrélation de T_z et T_{02} est bien observée, surtout pour les valeurs les plus basses.

L'évolution des paramètres de largeur spectrale ε_0 , ε_1 , ε_2 et κ obtenus à partir des moments d'ordre -2 à 2 est illustrée sur la figure 2.17. Les paramètres de type ε sont d'autant plus petits que les spectres sont étroits, tandis que le coefficient de corrélation κ doit au contraire augmenter, ce qui est bien observé sur la figure. On remarque également que les paramètres de type ε sont d'évolution relativement similaire, le paramètre ε_2 étant celui des trois qui présente les valeurs et les variations les plus élevées.

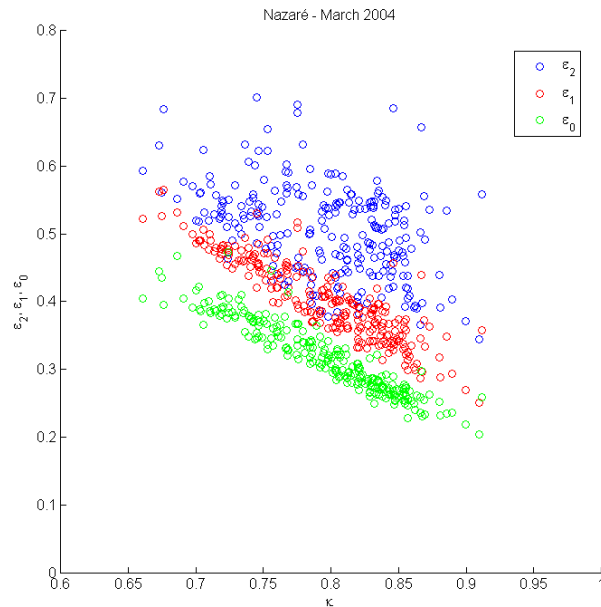


FIG. 2.18: Paramètres ε_0 , ε_1 , ε_2 en fonction de κ calculés à Nazaré (mars 2004).

La distribution de chacun de ces trois paramètres est représentée sur la figure 2.18 en fonction de κ auquel ε_0 se révèle le plus corrélé. Notons que ce lien est d'autant plus fort que les formes spectrales sont en grande majorité unimodales. Le lien serait sans doute moins marqué pour des états de mer plus complexes (superposition de houles et de mers de vent). Les paramètres B_w et β sont comparés l'un à l'autre sur la figure 2.22 ; ces deux paramètres présentent une certaine corrélation, mais avec un biais très marqué pour les faibles largeurs de bande. Toutefois, B_w et β ne devraient être égaux que si les spectres de variance $E(f)$ suivaient la forme exponentielle indiquée par Prevosto (1988), ce qui n'est pas le cas dans la réalité. La valeur de β peut également être affectée par le type d'interpolation effectuée sur le spectre de variance de l'enveloppe.

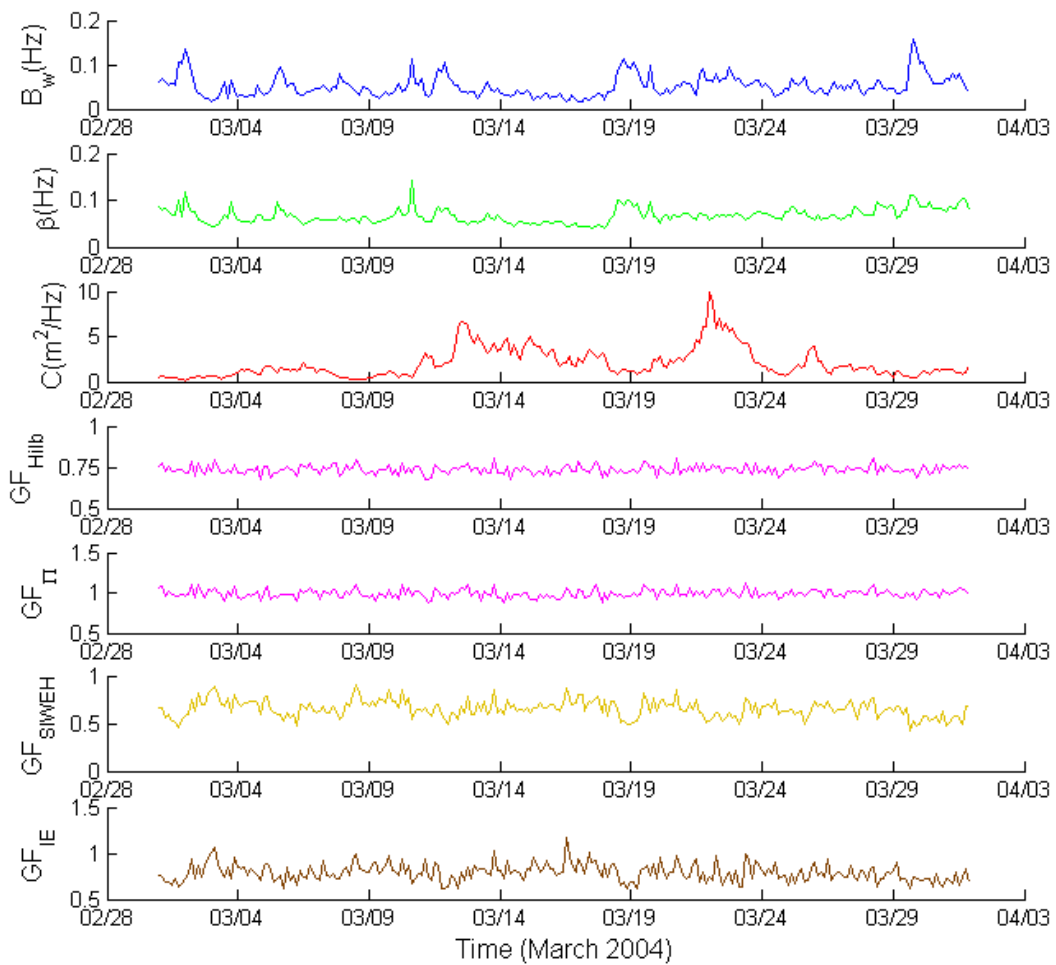


FIG. 2.19: Evolution des paramètres de groupement B_w , β , C , GF_{Hilb} , GF_{Π} , GF_{SIWEH} et GF_{IE} à Nazaré (mars 2004).

Afin d'observer les liens possibles qui unissent groupement et forme spectrale lorsque le groupement est analysé dans le domaine temporel, on étudie plus particulièrement les paramètres suivants : B_w , β , C , GF_{Hilb} (Eq. (2.35)&(2.36)), GF_{SIWEH} (Eq. (2.39)), GF_{Π} et GF_{IE} (id. GF_{SIWEH} pour $\Pi(t)$ et $IE(t)$ respectivement). Leur évolution est

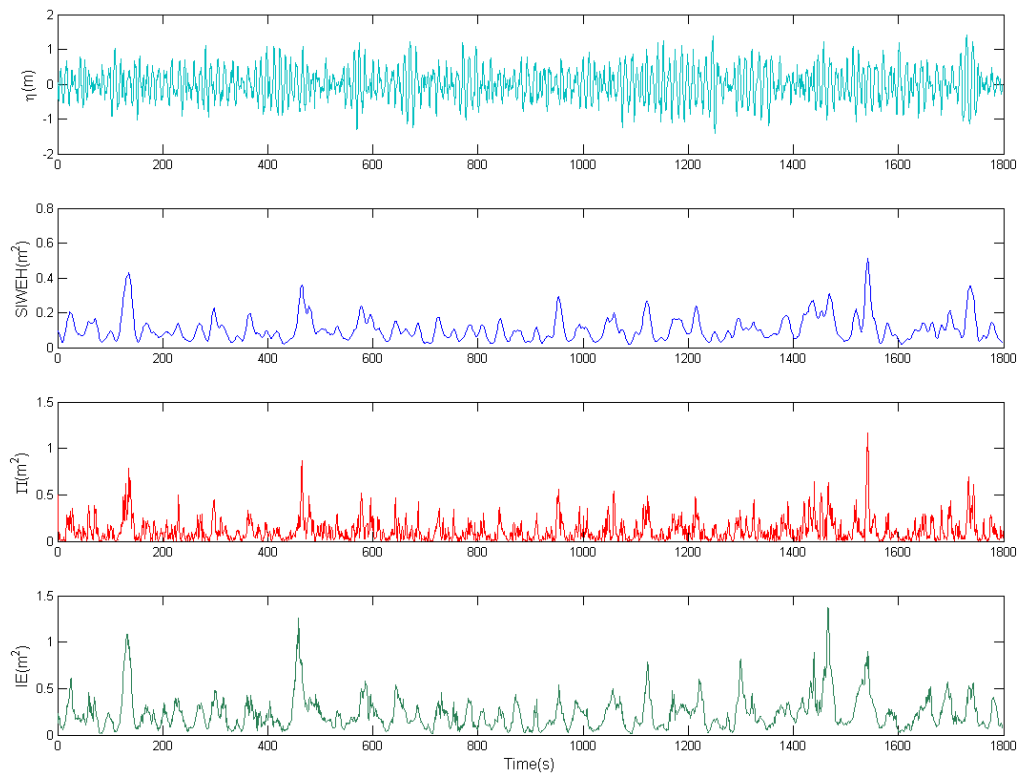


FIG. 2.20: Signaux $\eta(t)$, $SIWEH(t)$, $\Pi(t)$, et $IE(t)$ obtenus à Nazaré (1^{er} mars, 0h).

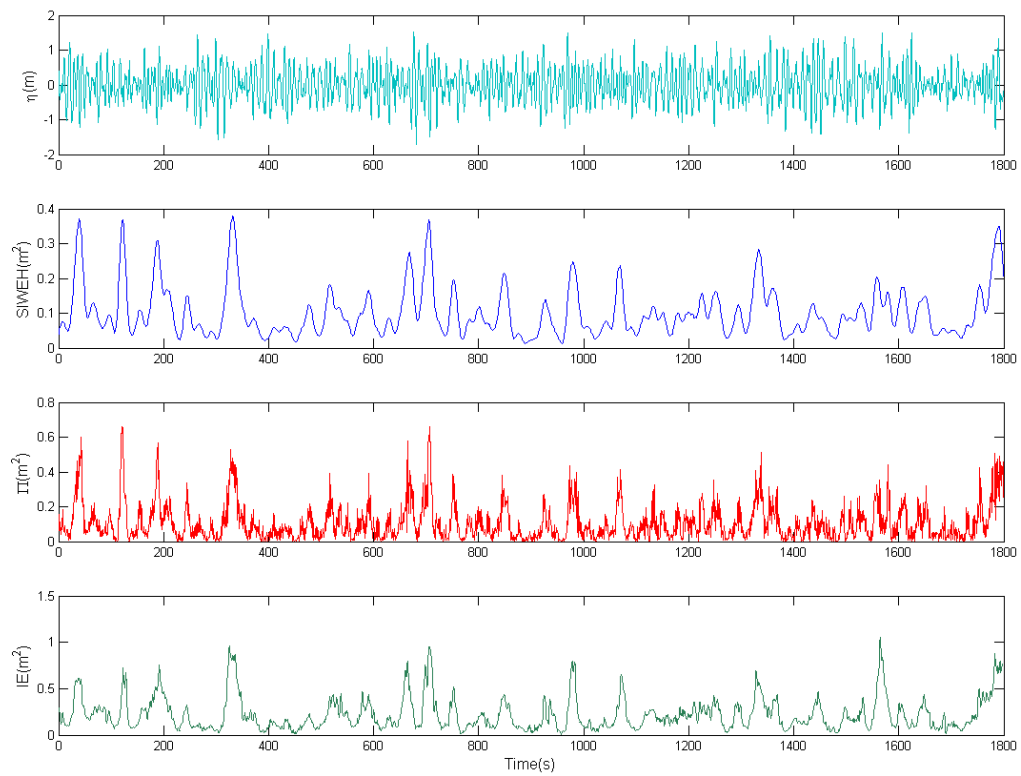


FIG. 2.21: Signaux $\eta(t)$, $SIWEH(t)$, $\Pi(t)$, et $IE(t)$ obtenus à Nazaré (3 mars, 9h).

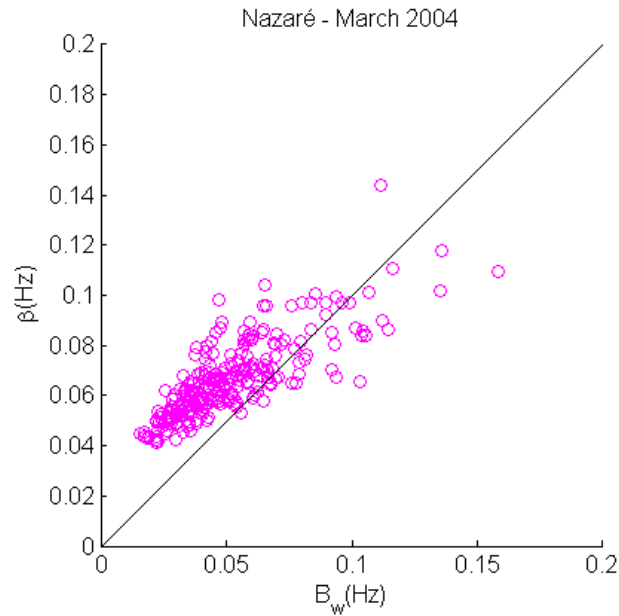


FIG. 2.22: Facteur β en fonction de B_w calculés à Nazaré (mars 2004).

présentée sur la figure 2.19.

Sur la figure 2.19, on note que

- B_w et β sont très proches en termes de fluctuations, avec une variabilité plus marquée pour B_w ;
- le facteur C suit les mêmes variations que les paramètres H_s et P_w (cf. Fig. 2.15), ce qui était prévisible au vu de l'équation (2.46) ;
- le facteur de groupement GF_{Hilb} oscille autour de sa valeur théorique (~ 0.74 , cf. (2.36)) ;
- le facteur GF_{Π} oscille autour de sa valeur théorique également (1, d'après les expressions générales sur les moyennes d'enveloppes, voir Tayfun et Lo, 1989) ;
- les facteurs GF_{Hilb} et GF_{IE} suivent des variations similaires.

Les facteurs de groupement GF_{Hilb} et GF_{Π} ne présentent pas d'intérêt particulier en pratique puisque statistiquement, leur valeur est déterminée par le spectre du processus d'élévation (voir en particulier l'équation (2.36)). En revanche, GF_{SIWEH} et GF_{IE} offrent plus de variabilité, et il est intéressant de voir dans quelle mesure ces deux facteurs sont reliés aux autres paramètres spectraux. La figure 2.23 montre la corrélation des deux facteurs, et permet d'observer qu'ils sont sensiblement comparables, à un biais près.

Les figures 2.20 & 2.21 montrent les variations des signaux $\eta(t)$, $SIWEH(t)$, $\Pi(t)$, et $IE(t)$ pour deux séquences de mesures effectuées à Nazaré (1^{er} mars, 0h, et 3 mars, 9h). Les signaux d'énergie détectent globalement les mêmes groupes d'énergie. Le signal

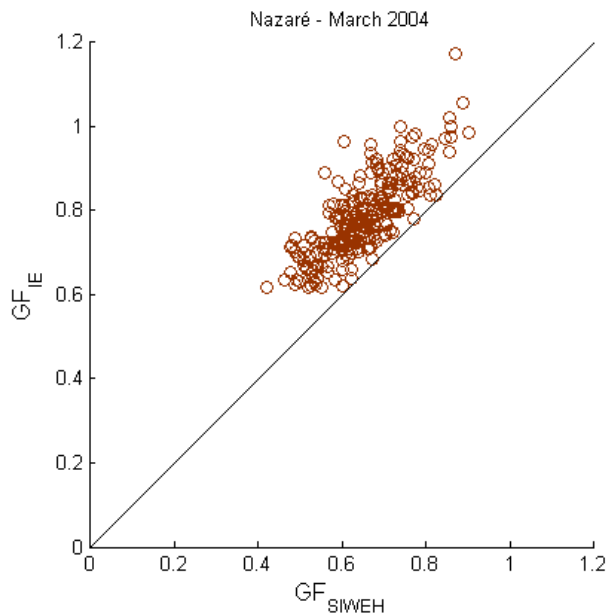


FIG. 2.23: GF_{IE} en fonction de GF_{SIWEH} à Nazaré (mars 2004).

$\Pi(t)$, lié au carré de l'enveloppe, est clairement plus bruité que les deux autres. Le signal le moins bruité est $SIWEH(t)$, ayant été filtré au préalable par une fenêtre de Bartlett. Le signal $IE(t)$ offre une sensibilité aux zones d'énergie légèrement différente toutefois, notamment pour les groupes d'énergie plus importants. En effet, les pics d'énergie entre deux groupes identifiés ne sont pas toujours caractérisés de la même manière : $IE(t)$ peut identifier deux groupes d'énergie équivalente là où $SIWEH(t)$ et $\Pi(t)$ identifient deux groupes d'intensités différentes, et réciproquement. En ce sens, l'analyse spectrale de Hilbert-Huang apporte une sensibilité aux groupes d'énergie des vagues alternative et complémentaire à celle des signaux bien connus $SIWEH(t)$ et $\Pi(t)$.

Dans les figures 2.24 & 2.25, on compare les paramètres spectraux ε_0 , κ , Q_p et B_w au facteur de groupement GF_{SIWEH} puis GF_{IE} . Il est clair que des corrélations fortes existent avec les paramètres spectraux, notamment pour GF_{SIWEH} . On retrouve les mêmes corrélations pour GF_{IE} mais de façon légèrement moins marquée toutefois. Le filtrage du SIWEH a un effet certain sur la valeur du facteur de groupement, et le bruit des signaux d'énergie est en partie à l'origine de ces différences.

Ce cas d'étude montre que le groupement observé en utilisant des méthodes d'analyse de signaux temporels (SIWEH et Hilbert-Huang en l'occurrence) est également lié aux paramètres spectraux de groupement et de largeur spectrale, en particulier à ε_0 et κ . Rappelons que les signaux étudiés ici satisfont aux conditions de calcul de ces paramètres : états de mer à un système de vague prédominant et à largeur de bande spectrale étroite, signal temporel long (30min), lissage important (2x25 degrés de liberté) donc biais limité sur l'estimation de paramètres comme Q_p , B_w , etc. (cf. Annexe A). En revanche, les variations de groupement et de largeur spectrale ne semblent pas particu-

lièrement corrélées aux variations énergétiques des états de mer (cf. Fig. 2.15&2.19).

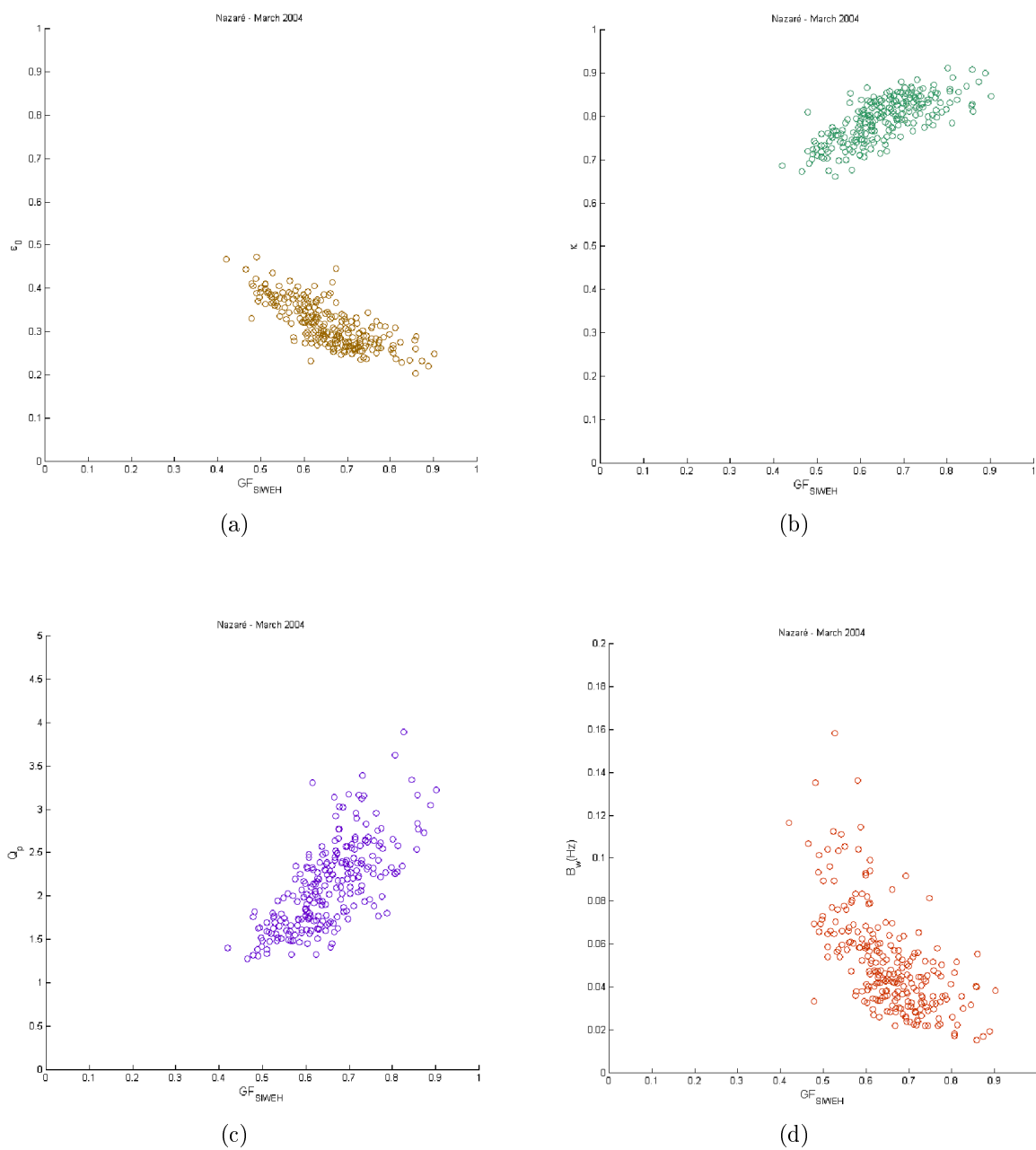


FIG. 2.24: Paramètres spectraux ε_0 (a), κ (b), Q_p (c) et B_w (d) en fonction du facteur de groupement GF_{SiWEH} à Nazaré (mars 2004).

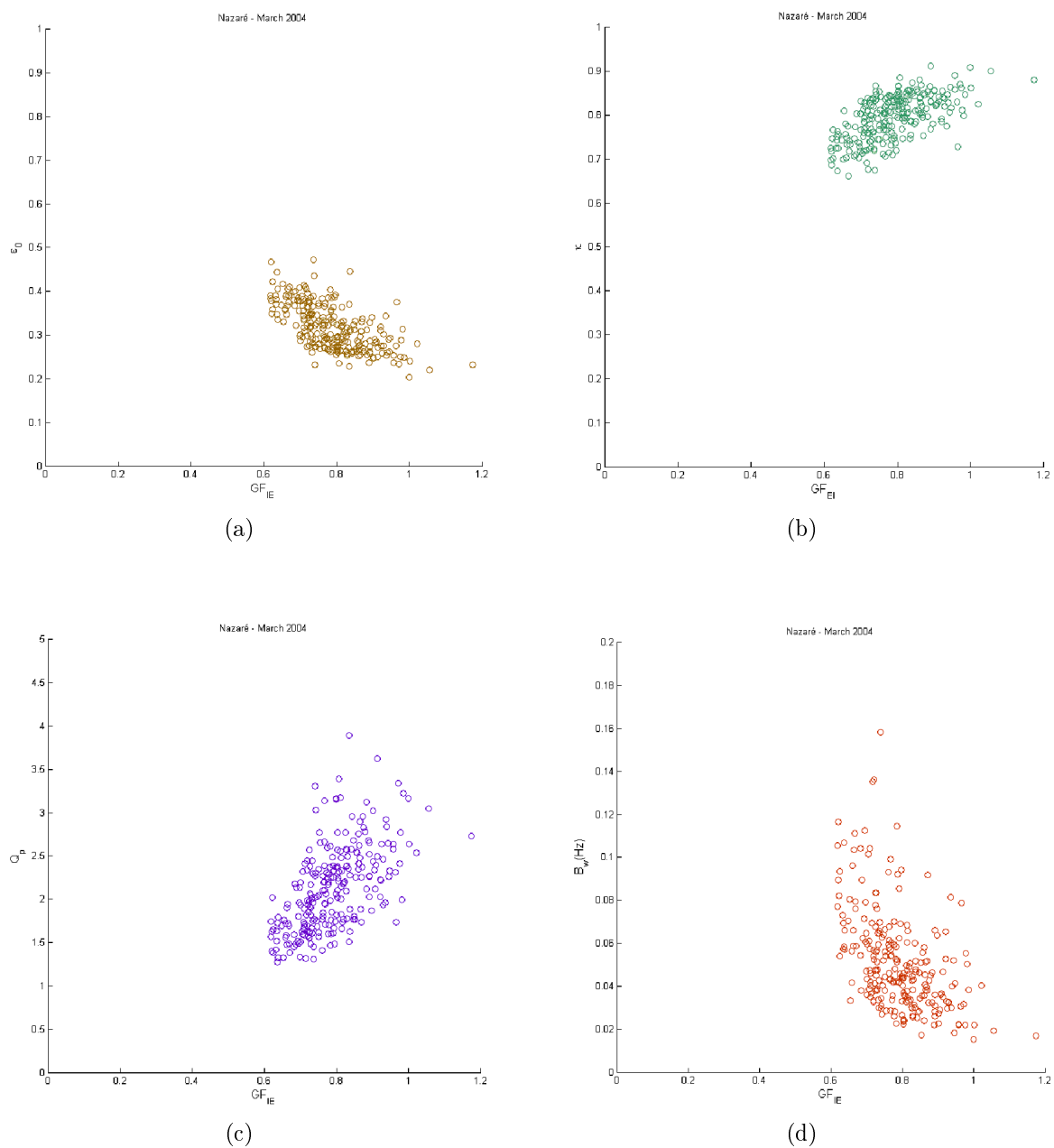


FIG. 2.25: Paramètres spectraux ε_0 (a), κ (b), Q_p (c) et B_w (d) en fonction du facteur de groupement GF_{IE} à Nazaré (mars 2004).

2.10 Conclusion sur la caractérisation spectrale du groupement

Ce chapitre a permis de mettre en exergue les liens théoriques et pratiques qui unissent le phénomène de groupement de vagues et la largeur de bande de la densité spectrale d'énergie de l'élévation de surface, quelle que soit la caractérisation du phénomène (enveloppe, hauteurs successives, groupes d'énergie).

L'annexe A récapitule les paramètres spectraux de groupement et largeur spectrale (étroitesse, acuité, ...) recensés dans la littérature et pour la plupart présentés au cours de ce chapitre. Au final, neuf paramètres sont présentés, sous forme de paramètres dimensionnels (Hz) et adimensionnels. Cette annexe comprend les formulations mathématiques, ainsi que les limites pratiques de leur calcul numérique, en particulier le lissage des estimations spectrales. Il est ainsi démontré que sur des densités spectrales estimées, le calcul de paramètres tels que Q_p est systématiquement biaisé (influence de la précision de l'estimation, en *degrés de liberté*), mais pas celui des moments spectraux m_n . En outre, une étude de stabilité des paramètres à la fréquence de coupure y est présentée, suivant l'exemple de Rye (Rye, 1977). Elle démontre que les paramètres de type " ε " sont généralement peu stables avec la haute fréquence de coupure hormis ε_0 , les autres paramètres montrant pour leur part une convergence assez rapide.

Chapitre 3

Forme spectrale globale et production moyenne des systèmes houlomoteurs

3.1 Introduction

Ce chapitre traite du lien existant entre caractéristiques de forme spectrale globale de l'état de mer et production moyenne d'énergie par un système houlomoteur. Il s'agit en effet de montrer, au moyen d'approches simplifiées (systèmes pilonnants omnidirectionnels ici), comment le comportement des systèmes est affecté par les variations de forme spectrale globale, synthétisée par la donnée d'au moins trois paramètres : l'énergie (m_0 , $H_{m0} \equiv H_s$), la période moyenne ($T_{-10} \equiv T_e, T_z, T_p$) et la largeur spectrale (paramètres présentés au chapitre 2 et en Annexe A).

On procède tout d'abord à une étude théorique avec la modélisation d'un système linéaire dans le domaine fréquentiel, dont l'objectif est de démontrer pourquoi, à énergie et période moyenne fixées, groupement de vagues et largeur spectrale ne suffisent pas à caractériser la production des systèmes en général, mais seulement de façon approximative, dépendante de leur réponse dynamique propre (leur impédance mécanique ou *fonction de transfert*). Ceci sera illustré par l'étude de systèmes axisymétriques linéaires de différentes impédances, et donc de sensibilités différentes aux états de mer sur deux sites océaniques particuliers (Portugal et Mer du Nord). On appliquera ensuite la théorie d'enveloppe de Hilbert pour signaux gaussiens à bande étroite aux signaux de sortie d'un système linéaire (pilonnement, vitesse et puissance instantanée extraite) pour obtenir des statistiques sur les pics de puissance extraite instantanée par ce système.

Dans le cas de systèmes modélisés de façon plus réaliste, les non-linéarités peuvent être importantes, notamment dans le cas de systèmes contrôlés par *latching* (système de maintien en position à court-terme en vue de maximiser la récupération d'énergie), ou d'autres effets dus aux convertisseurs d'énergie eux-mêmes (turbines à eau ou air, circuits hydrauliques, convertisseurs directs, etc.), ou aux efforts extérieurs (efforts de second-ordre, efforts hydrodynamiques, ancrage, courants, vent, vagues extrêmes, ...). De telles non-linéarités nécessitent de recourir à des modèles décrits dans le domaine temporel

par des équations intégro-différentielles permettant de simuler le comportement d'un dispositif donné sur un champ de vagues de durée finie. Or, la forme spectrale globale joue un rôle significatif dans la simulation de signaux gaussiens tels que $\eta(t)$. Elle a par conséquent une influence sur la précision des estimations de puissance moyenne extraite par un système récupérateur, ce que l'on illustre avec des modèles simplifiés linéaires et non-linéaires. Enfin, on observe dans le domaine temporel la sensibilité au groupement de systèmes linéaires équipés de convertisseurs capacitifs que l'on modélise simplement en considérant un volant à inertie ou une cuve de stockage à court-terme, et qui rendent le système global non-linéaire.

3.2 Modélisation simple d'un système linéaire à un degré de liberté

Le modèle de système houlomoteur le plus simple est celui d'un oscillateur à un degré de liberté en pilonnement excité par une houle incidente $\eta(t)$ dont les amplitudes sont suffisamment petites devant les longueurs d'onde pour que la théorie linéaire des vagues soit applicable. L'absorption d'énergie étant modélisée par un amortissement linéaire (C_{PTO}), le système constitue un filtre linéaire. Le modèle est supposé ponctuel et axisymétrique autour de l'axe vertical normal au plan d'eau au repos : il n'est donc pas sensible à la directionnalité des vagues (*absorbeur ponctuel*).

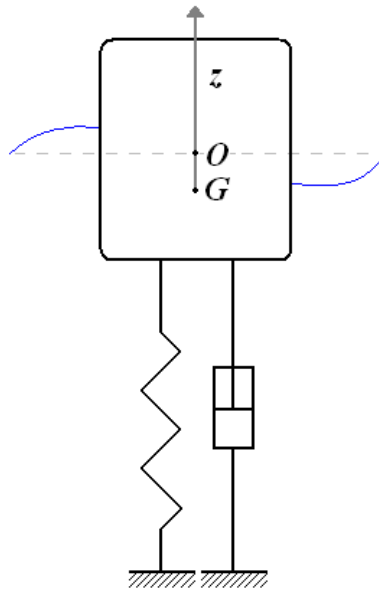


FIG. 3.1: Modèle mécanique d'absorbeur ponctuel à un degré de liberté.

Sur la figure 3.1, le point O désigne le centre du repère, de cote nulle au niveau de la surface de l'eau au repos, et G le centre de gravité du flotteur. L'équation mécanique

du système projetée sur l'axe vertical (Oz) dans le domaine temporel (avec les $z > 0$ orientés vers le haut) s'écrit

$$m\ddot{z}(t) = F_e(t) + F_r(t) + F_h(t) + F_{PTO}(t) \quad (3.1)$$

où m désigne la masse du système, $F_e(t)$ la force d'excitation verticale des vagues sur le système, $F_r(t)$ la force de radiation verticale (vagues engendrées par les mouvements du corps), $F_h(t)$ la force de rappel hydrostatique de l'eau de mer, et $F_{PTO}(t)$ l'effort vertical du convertisseur – appelé plus couramment *PTO*, *Power Take-Off* – sur le flotteur. Chacun de ces efforts étant linéaire vis-à-vis des mouvements verticaux du flotteur, si l'on considère que le système est soumis à une excitation harmonique de pulsation ω , l'équation mécanique (3.1) se réduit à

$$\underline{z}(\omega) = \underline{H}_{z\eta}(\omega)\underline{\eta}(\omega) \quad (3.2)$$

où

– $\underline{z}(\omega)$ représente l'amplitude complexe du mouvement z , soit

$$z(t) = \Re\{\underline{z}(\omega)e^{i\omega t}\} \quad (3.3)$$

– $\underline{\eta}(\omega)$ l'amplitude complexe de l'élévation η au point O, soit

$$\eta(t) = \Re\{\underline{\eta}(\omega)e^{i\omega t}\} \quad (3.4)$$

– $\underline{H}_{z\eta}(\omega)$ la fonction de transfert complexe reliant l'élévation η au pilonnement z .

La fonction de transfert $\underline{H}_{z\eta}(\omega)$ se compose de termes mécaniques provenant, entre autres, des efforts énumérés dans l'équation (3.1). Il est possible de généraliser l'équation (3.2) à deux degrés de liberté ou plus du flotteur, auquel cas la fonction de transfert $\underline{H}_{z\eta}(\omega)$ met en jeu des termes de couplage (ex : embardée-roulis, cavement-tangage, ...).

Plus couramment, pour décrire la capacité de récupération d'énergie du système, on considère la vitesse plutôt que le déplacement, la puissance extraite instantanée y étant directement liée. A partir de l'équation (3.2) on écrit l'amplitude complexe de la vitesse comme la dérivée temporelle de l'amplitude complexe du mouvement, soit

$$i\omega\underline{z}(\omega) = i\omega\underline{H}_{z\eta}(\omega)\underline{\eta}(\omega) = \underline{H}_{\dot{z}\eta}(\omega)\underline{\eta}(\omega) \quad (3.5)$$

où $\underline{H}_{\dot{z}\eta}(\omega)$ est la fonction de transfert liant l'élévation η à la vitesse $\dot{z} = dz/dt$, aussi appelée *impédance (complexe) mécanique* du système. L'expression de l'impédance complexe d'un système pilonnant à un degré de liberté tel que celui représenté sur la figure 3.1 est du type (cf. Falnes, 2002)

$$\underline{H}_{\dot{z}\eta}(\omega) = \frac{\underline{\Phi}(\omega)}{[B(\omega) + C_{PTO}] + i[\omega(m + A(\omega)) - \frac{\rho g S}{\omega}]} \quad (3.6)$$

où

- $\underline{\Phi}(\omega)$ est une fonction de transfert complexe reliant l'élévation η à la force d'excitation F_e , avec $F_e(t) = \Re\{\underline{F}_e(\omega)e^{i\omega t}\}$, soit

$$\underline{F}_e(\omega) = \underline{\Phi}(\omega)\underline{\eta}(\omega) \quad (3.7)$$

- $A(\omega)$ est la masse ajoutée du flotteur,
- $B(\omega)$ le coefficient de radiation du flotteur,
- C_{PTO} l'amortissement de PTO,
- ρ la masse volumique de l'eau de mer,
- S la surface d'intersection entre le plan d'eau au repos et le flotteur.

Les coefficients $A(\omega)$ et $B(\omega)$ peuvent être approchés à l'aide de codes numériques de résolution du problème potentiel linéarisé (WAMIT, Aquadyn, ...) ou par transformée de Fourier des réponses impulsionnelles obtenues avec des codes de résolution dans le domaine temporel (ACHIL3D, TIMIT, ...), ou encore calculés analytiquement à partir de résultats théoriques en profondeur infinie pour des formes de carène simples (voir par exemple Evans, 1976).

L'élévation de surface libre $\eta(t)$ étant gaussienne et centrée, les sorties $z(t)$ et $\dot{z}(t)$ le sont également par linéarité, et les spectres en fréquence de variance de ces deux derniers signaux s'expriment respectivement par

$$E_{zz}(f) = |\underline{H}_{z\eta}(f)|^2 E(f) \quad (3.8)$$

et

$$E_{\dot{z}\dot{z}}(f) = |\underline{H}_{\dot{z}\eta}(f)|^2 E(f) = (2\pi f)^2 |\underline{H}_{z\eta}(f)|^2 E(f) = (2\pi f)^2 E_{zz}(f) \quad (3.9)$$

Ainsi, le système, de par sa mécanique, réalise un filtrage du signal d'excitation, et ses mouvements seront connus à partir du moment où l'impédance $\underline{H}_{\dot{z}\eta}(\omega)$ sera connue. Les spectres de variance relatifs aux mouvements du flotteur sont *a priori* plus étroits que le spectre d'entrée, ne serait-ce que par la réduction de l'intervalle de réponse (Fig. 3.2).

La force instantanée exercée par le convertisseur linéaire sur le système se définit par

$$F_{PTO}(t) = -C_{PTO}\dot{z}(t) \quad (3.10)$$

d'où la puissance instantanée extraite par le dispositif

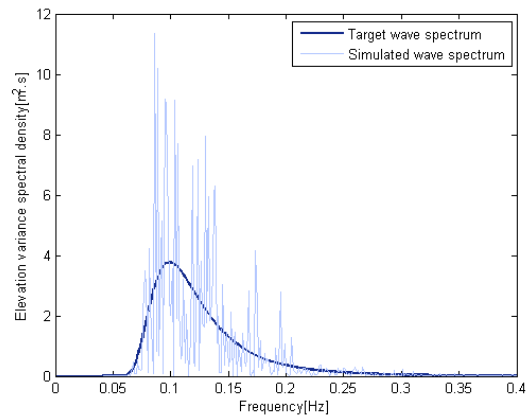
$$P_{PTO}(t) = -F_{PTO}(t)\dot{z}(t) = C_{PTO}\dot{z}^2(t) \quad (3.11)$$

Puisque par hypothèse \dot{z} est gaussienne centrée, la puissance extraite moyenne vaut

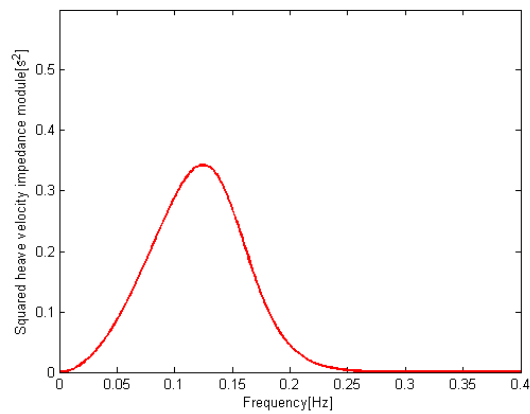
$$\overline{P_{PTO}(t)} = \overline{C_{PTO}\dot{z}^2(t)} = C_{PTO}\overline{\dot{z}^2(t)} = C_{PTO}\sigma_{\dot{z}}^2 \quad (3.12)$$

où

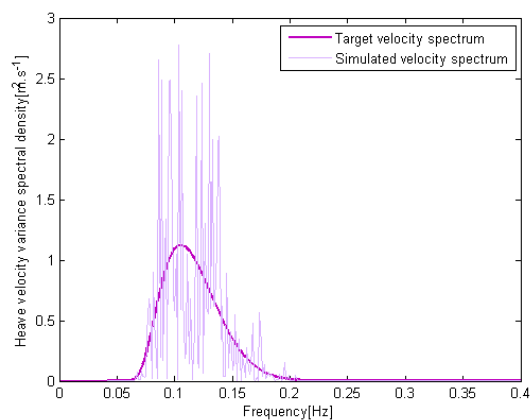
$$\sigma_{\dot{z}}^2 = \int_0^\infty E_{\dot{z}\dot{z}}(f) df = m_{z0} = \int_0^\infty |\underline{H}_{\dot{z}\eta}(f)|^2 E(f) df \quad (3.13)$$



(a)



(b)



(c)

FIG. 3.2: Spectres cible (Bretschneider, bleu foncé) et simulé (bleu clair) de la variance de l'élévation de surface η (a), carré du module de l'impédance de la vitesse de pilonnement \dot{z} (b), et spectres cible (mauve foncé) et simulé (mauve clair) et de la vitesse de pilonnement de la bouée axi-symétrique (c).

Il vient donc

$$\overline{P_{PTO}(t)} = \overline{P_{PTO}} = C_{PTO} \int_0^\infty |\underline{H}_{z\eta}(f)|^2 E(f) df \quad (3.14)$$

Ainsi, la puissance moyenne extraite par un tel système est proportionnelle à la variance de sa vitesse (degré de liberté du convertisseur : ici, le pilonnement), c'est-à-dire à l'intégrale du produit du carré du module de son impédance $|\underline{H}_{z\eta}(f)|^2$ et du spectre de l'élévation $E(f)$. Il est intéressant de remarquer que, ces deux dernières fonctions étant réelles, positives et de carré intégrable, on peut former l'inégalité de Cauchy-Schwartz

$$\begin{aligned} \overline{P_{PTO}} = C_{PTO} \int_0^\infty |\underline{H}_{z\eta}(f)|^2 E(f) df &\leq \sqrt{\int_0^\infty C_{PTO}^2 |\underline{H}_{z\eta}(f)|^4 df} \cdot \sqrt{\int_0^\infty E^2(f) df} \\ &\leq \Pi_{PTF} \cdot \frac{m_0}{\sqrt{\Lambda}} \end{aligned} \quad (3.15)$$

où le terme Π_{PTF} dépend uniquement des caractéristiques dynamiques du système modélisé, et où le paramètre de largeur spectrale équivalente $\Lambda(Hz)$ exprimé par

$$\Lambda = \frac{m_0^2}{\int_0^\infty E^2(f) df} \quad (3.16)$$

est présenté en Annexe A, §A.1. Cette inégalité permet de majorer la puissance moyenne extraite par le système en séparant les caractéristiques du système de celles de l'état de mer. Ainsi, sur un état de mer quelconque caractérisé par son énergie (m_0 ou H_{m0}) et sa largeur de bande (Λ), et connaissant d'autre part Π_{PTF} , on peut immédiatement majorer l'espérance de la puissance extraite. Le cas d'égalité survient lorsque les deux fonctions $C_{PTO}|\underline{H}_{z\eta}(f)|^2$ et $E(f)$ sont liées linéairement : la majoration sera donc d'autant plus proche de la valeur exacte (Eq. (3.14)) que leurs formes spectrales sont semblables et qu'elles se superposent parfaitement.

Par ailleurs, au regard de l'équation (3.11), on remarque que $P_{PTO}(t)$ est une variable aléatoire distribuée selon une loi de χ^2 à un degré de liberté, de variance

$$\begin{aligned} \sigma_{P_{PTO}}^2 &= \overline{\left(P_{PTO}(t) - \overline{P_{PTO}}\right)^2} \\ &= 2\overline{P_{PTO}}^2 \\ &= 2C_{PTO}^2 \sigma_z^4 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Il en résulte que les variations de $P_{PTO}(t)$ sont d'autant plus importantes que la valeur moyenne $\overline{P_{PTO}}$ est élevée. Le groupement qui influence la production moyenne du système est donc celui qui influence directement σ_z^2 , c'est-à-dire celui du signal $\dot{z}(t)$ et non celui de $\eta(t)$. Cet exemple simple dans le domaine fréquentiel permet de comprendre

simplement pourquoi le groupage des vagues incidentes (i.e. la forme du spectre $E(f)$) n'a pas *a priori* de conséquences directes sur le comportement du système houlomoteur à l'échelle d'un état de mer. Selon la dynamique du système, un certain groupement de vagues peut avoir une incidence particulière sur la production moyenne ou non.

Pour terminer, nous allons donner une expression analytique du spectre de variance de $P_{PTO}(t) : E_{P_{PTO}}(f)$. Considérons le carré d'un signal gaussien (centré) $x(t)$ tel que : $y(t) = x^2(t)$. Ce signal peut être décomposé en

$$y(t) = \overline{y(t)} + \tilde{y}(t) \quad (3.18)$$

où $\overline{y(t)}$ représente la valeur moyenne et $\tilde{y}(t)$ la partie fluctuante de moyenne nulle du signal. La fonction d'auto-corrélation $R_{\tilde{y}\tilde{y}}(\tau)$ de $\tilde{y}(t)$ s'écrit (Eq.(2.1))

$$\begin{aligned} R_{\tilde{y}\tilde{y}}(\tau) &= \overline{\tilde{y}(t)\tilde{y}(t+\tau)} = \overline{(y(t) - \overline{y(t)})(y(t+\tau) - \overline{y(t+\tau)})} \\ &= \overline{y(t)y(t+\tau)} - \overline{y(t)}^2 \\ &= \overline{x(t)x(t)x(t+\tau)x(t+\tau)} - \overline{y(t)}^2 \\ &= \overline{x(t)x(t)^2} + 2\overline{x(t)x(t+\tau)^2} - \overline{y(t)}^2 \\ &= \overline{2x(t)x(t+\tau)^2} \\ &= 2R_{xx}^2(\tau) \end{aligned} \quad (3.19)$$

où la propriété

$$\overline{x^2(t)y^2(t)} = \overline{x^2(t)} \cdot \overline{y^2(t)} + 2\overline{x(t)y(t)}^2 \quad (3.20)$$

pour deux signaux gaussiens centrés $x(t)$ et $y(t)$ a été appliquée (voir Papoulis, 1991). Calculer la transformée de Fourier de ce signal d'auto-corrélation équivaut à calculer le produit de convolution de $R_{xx}(\tau)$ (c'est-à-dire la densité spectrale bilatérale de variance de $x(t)$, $G_x(f)$, Eq. (2.4)) avec elle-même, soit

$$\begin{aligned}
 G_{\tilde{y}}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \mathcal{F}\{R_{\tilde{y}\tilde{y}}(\tau)\}(\omega) \\
 &= \frac{1}{2\pi} \cdot 2\mathcal{F}\{R_{xx}(\tau)R_{xx}(\tau)\}(\omega) \\
 &= \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{2\pi} \mathcal{F}\{R_{xx}(\tau)\}(\omega) * \mathcal{F}\{R_{xx}(\tau)\}(\omega) \\
 &= \frac{1}{2\pi^2} \cdot (2\pi)^2 G_x(\omega) * G_x(\omega) \\
 &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega - \sigma)G_x(\sigma) d\sigma \\
 &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_x(\omega - \sigma)\tilde{E}_x(\sigma) d\sigma \\
 &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_x(\sigma)\tilde{E}_x(\omega + \sigma) d\sigma
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

où, $G_x(\omega)$ étant réelle et paire par définition, $\tilde{E}_x(\omega)$ désigne le spectre bilatéral défini tel que $\tilde{E}_x(\omega) = 2G_x(\omega)$ sur l'intervalle $] -\infty; \infty[$ (et dont l'intégrale sur ce même intervalle vaut $2m_{x0}$). La densité spectrale unilatérale de variance de $\tilde{y}(t)$ s'écrit donc, pour $\omega > 0$

$$\begin{aligned}
 E_{\tilde{y}}(\omega) &= 2G_{\tilde{y}}(\omega) \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_x(\sigma + \omega)\tilde{E}_x(\sigma) d\sigma \\
 &= \int_0^{\infty} E_x(\sigma) (E_x(\sigma + \omega) + E_x(|\sigma - \omega|)) d\sigma
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

[On retrouve par exemple cette formulation dans Tayfun et Lo (1989). Remarquons que la densité spectrale de variance de $y(t)$ serait égale à cette dernière (la valeur moyenne a été ignorée par simplification)].

Dans le cas particulier où $y(t) = C_{PTO} \dot{z}^2(t) = P_{PTO}(t)$, c'est-à-dire $y(t) = (C_{PTO}^{\frac{1}{2}} \dot{z}(t))^2$ carré d'un signal gaussien de moyenne nulle, nous obtenons ainsi le spectre

$$E_{P_{PTO}}(f) = C_{PTO}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_{\dot{z}}(\phi + f)\tilde{E}_{\dot{z}}(\phi) d\phi \tag{3.23}$$

exprimé selon la fréquence en Hz , où $\tilde{E}_{\dot{z}}(f)$ désigne le spectre bilatéral de $\dot{z}(t)$. Cette expression analytique est utilisée par la suite pour calculer le spectre de variance de la puissance extraite théorique sur un état de mer de spectre donné, et la comparer au spectre estimé à partir de réalisations du processus défini.

3.3 Sensibilité à la forme spectrale d'un système pilonnant axi-symétrique à deux degrés de liberté

Qualitativement, et à l'aide des équations précédentes, si le module de l'impédance montre une résonance autour de la période prédominante des vagues incidentes ainsi qu'une forme de pic relativement aplatie, on peut s'attendre à ce que le groupement de vagues et celui des mouvements du système soient bien corrélés. Au contraire, dans le cas d'une réponse à bande étroite ne recouvrant pas l'intervalle de fréquences prédominantes du champ de vagues, les propriétés de groupement de ce dernier ne permettront pas de caractériser le fonctionnement du système.

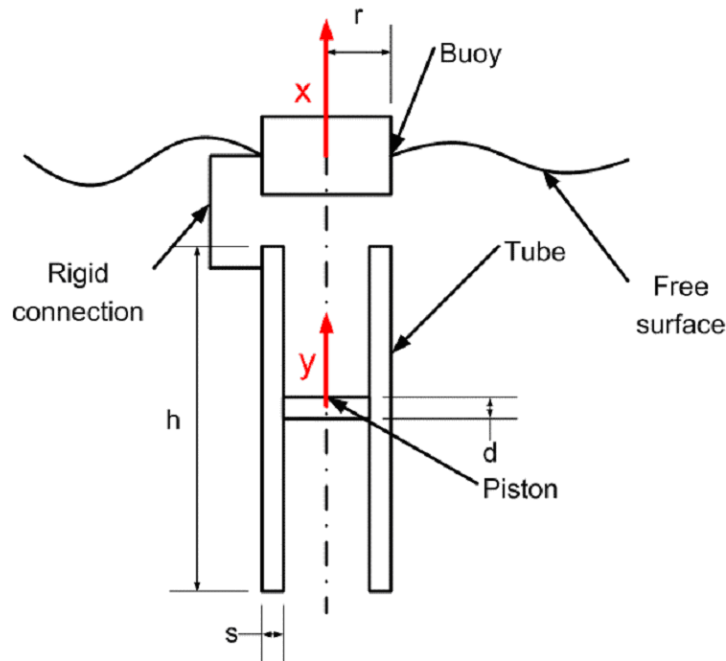


FIG. 3.3: Bouée IPS pilonnante.

Une étude sur cette sensibilité est réalisée en considérant un modèle de récupérateur linéaire à deux degrés de liberté de type IPS¹. Il s'agit d'une bouée pilonnante liée rigidement à un tube vertical (premier degré de liberté, x) dans lequel se meut librement un piston pilonnant (second degré de liberté, y), comme illustré sur la figure 3.3. Le mouvement relatif entre les deux éléments mobiles $\delta = x - y$ est récupéré par le biais d'un convertisseur linéaire (amortissement C_{PTO}). Pour plus de détails sur la modélisation numérique de ce système, on renvoie à Saulnier *et al.* (2007a,b).

L'impédance complexe du système reliant le signal d'élévation $\eta(t)$ au mouvement relatif $\delta(t)$ est calculée à partir des coefficients hydrodynamiques de chacun des deux

¹voir par exemple le site de l'IPS *OWEC Buoy* (<http://www.ips-ab.com/>) ou de l'AquaBuOY (<http://www.finavera.com/>) pour des prototypes industriels.

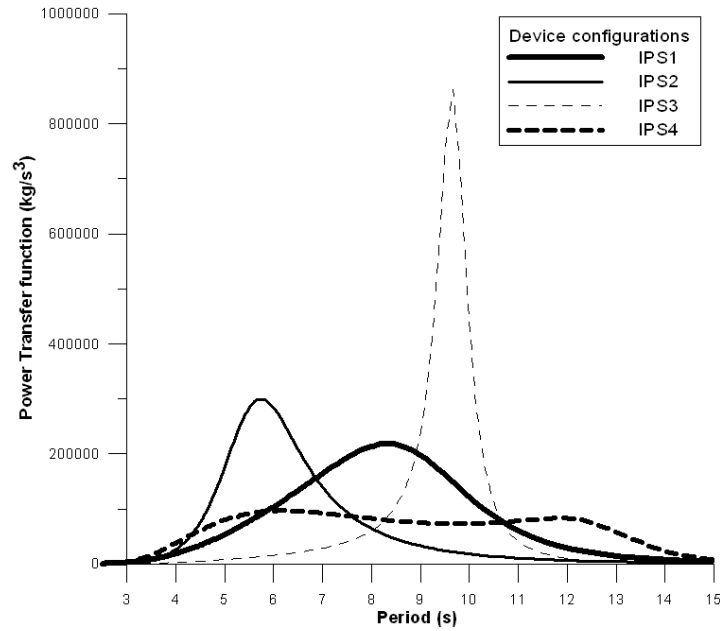


FIG. 3.4: Configurations de la bouée IPS (IPS1, 2, 3 et 4) : fonction de transfert de puissance (PTF).

éléments mobiles du système (bouée, tube et piston interne mobile) à l'aide du logiciel WAMIT, et on étudie quatre configurations dynamiques particulières définies par leurs coefficients de PTO (raideur additionnelle K_{PTO} et amortissement C_{PTO}). La figure 3.4 représente ces quatre configurations en fonction de la période de vagues sous forme de fonctions de transfert de puissance, notées $PTF(f)$, et définies par

$$PTF(f) = C_{PTO} |\underline{H}_{z\eta}(f)|^2 \quad (3.24)$$

de sorte que, d'après l'équation (3.14),

$$\overline{P_{PTO}} = \int_0^\infty PTF(f) E(f) df \quad (3.25)$$

Ces quatre réponses sont notées IPS1, IPS2, IPS3 et IPS4 (cf. Fig. 3.4) :

- IPS1 : réponse moyenne à bande large, résonance autour de 8-9s ;
- IPS2 : réponse moyenne à bande étroite, résonance autour de 6s ;
- IPS3 : réponse élevée à bande très étroite, résonance autour de 9-10s ;
- IPS4 : réponse basse à bande très large sur l'intervalle [5s ; 12s].

La sensibilité de ces configurations à la largeur spectrale a été analysée sur des états de mer dont les spectres ont été estimés par bouées accélérométriques sur la côte Atlantique (station *FF*, Figueira da Foz, Portugal) et en Mer du Nord (station *K13*, Pays-Bas). Les mesures pour la station FF ont été réalisées sur la période 1981-1994 (~26500

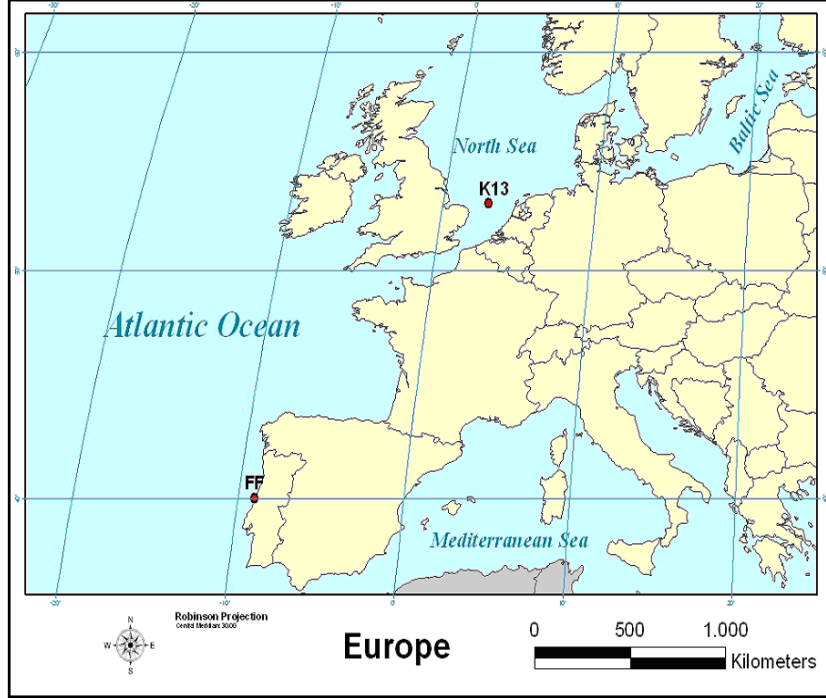


FIG. 3.5: Stations FF (Figueira da Foz, Portugal) et K13 (Pays-Bas).

spectres) par bouées Wavec et Waverider à la localisation $40^{\circ}13'33''\text{N}$, $09^{\circ}06'00''\text{O}$, où la profondeur d'eau est d'environ 90m . Les mesures pour la station K13 ont été effectuées par bouée Wavec sur la période 1993-2002 (~ 23300 spectres) à la localisation $53^{\circ}12'17''\text{N}$, $03^{\circ}03'10''\text{E}$, à une profondeur d'environ 30m . Ces deux sites sont représentés sur la carte présentée en figure 3.5.

Afin d'évaluer la sensibilité de chaque configuration à la largeur spectrale, il convient d'observer un paramètre de puissance extraite moyenne indépendant de la puissance (omnidirectionnelle) incidente des vagues P_w (Eq. (2.57)). D'après l'équation (2.61) et l'équation de dispersion des vagues (2.59), on remarque que la vitesse de groupe en profondeur infinie ($h \rightarrow \infty$) se réduit à

$$c_g = \frac{g}{4\pi f} \quad (3.26)$$

d'où, dans ce cas précis, on obtient analytiquement

$$P_w = \frac{\rho g^2}{4\pi} m_{-1} = \frac{\rho g^2}{4\pi} H_{m0}^2 T_{-10} \approx 0.4906 H_{m0}^2 T_{-10} \quad (3.27)$$

A FF, la profondeur est suffisante pour admettre des conditions de profondeur infinie, de sorte que l'équation (3.27) peut être utilisée. A K13 en revanche, la profondeur d'eau est relativement faible; les conditions de profondeur finie obligent à connaître la

vitesse de groupe exacte à cette profondeur (Eq. (2.61)) afin de calculer l'intégrale de l'équation (2.57). Une fois la valeur de la puissance incidente connue, on forme le ratio

$$\chi_P = \frac{\overline{P_{PTO}}}{P_w} \quad (3.28)$$

aussi appelée *largeur de capture* du système car il est homogène à une distance (m). Il est à noter que ce ratio ne dépend pas du contenu énergétique du spectre m_0 . Les seuls paramètres susceptibles d'avoir une influence sur sa valeur sont la période moyenne et la largeur spectrale. Si l'on fixe la période moyenne des vagues (ici, T_{-10}), seule la forme spectrale fera varier *a priori* la largeur de capture. Ainsi, il est possible d'évaluer la performance du système récupérateur d'énergie sur un état de mer $E(f)$ par le biais de ce ratio et de le comparer à d'autres conditions d'état de mer de même période d'énergie.

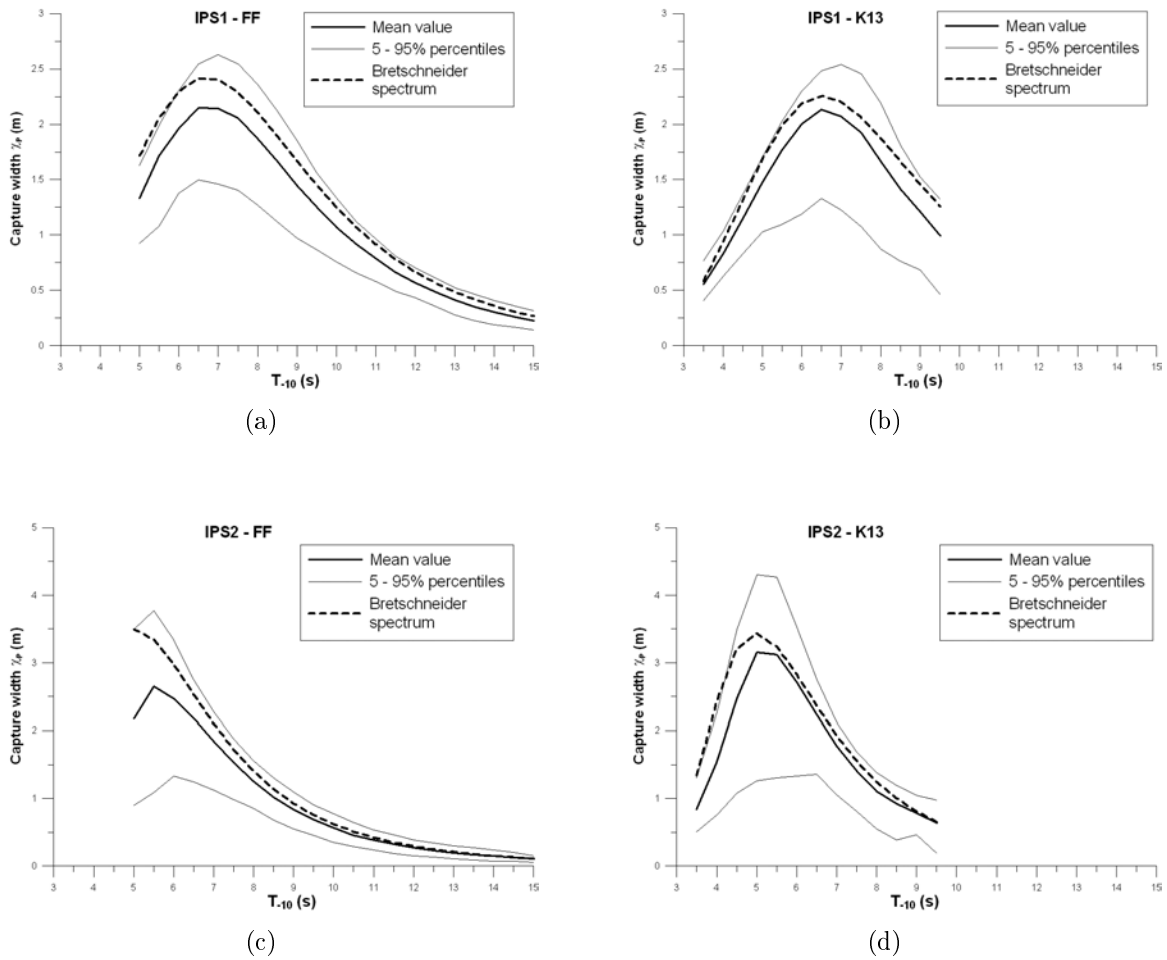


FIG. 3.6: Distribution de χ_P pour les configurations IPS1 et IPS2 à FF (gauche) et K13 (droite) : valeur moyenne, 5^e et 95^e centiles et résultats obtenus pour une forme spectrale de type Bretschneider.

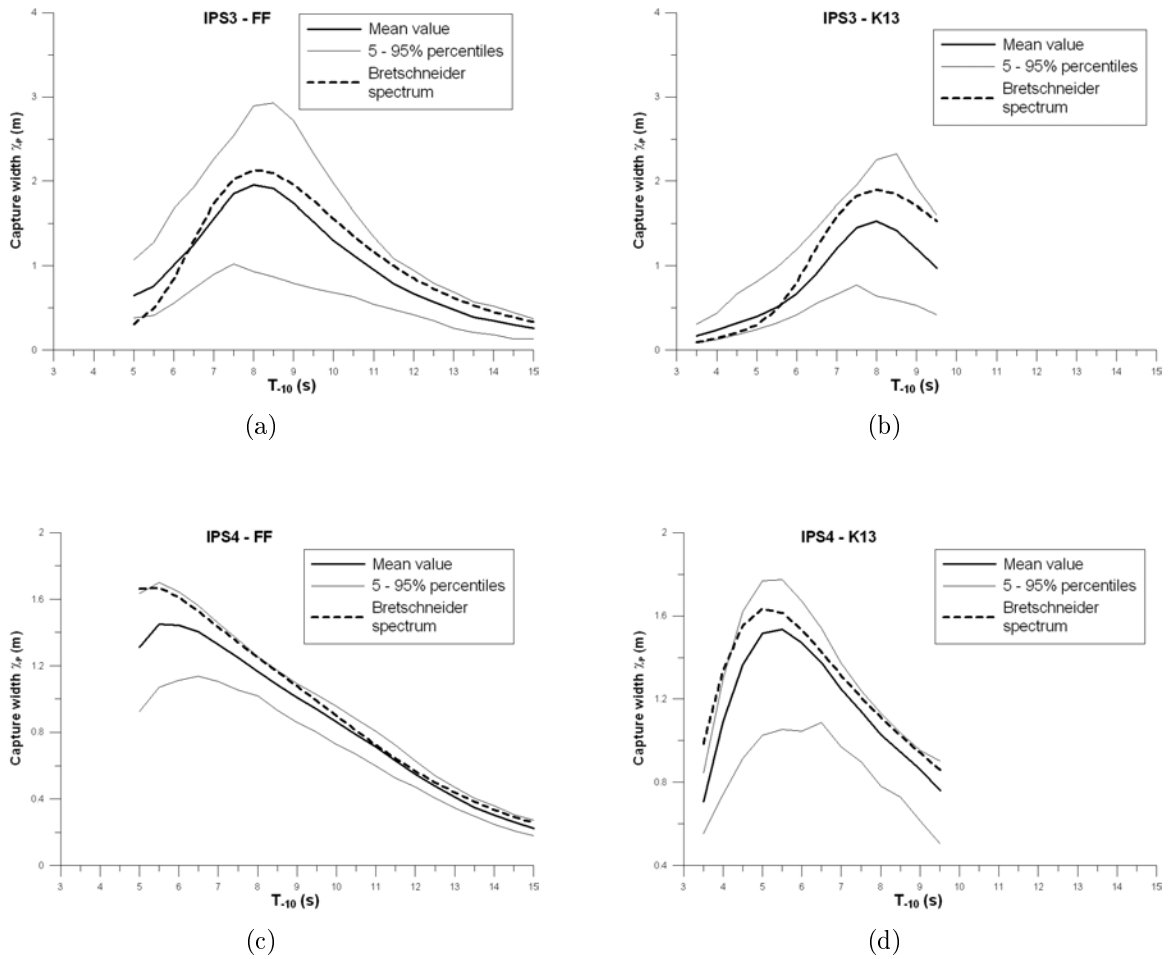


FIG. 3.7: Distribution de χ_P pour les configurations IPS3 et IPS4 à FF (gauche) et K13 (droite) : valeur moyenne, 5^e et 95^e centiles et résultats obtenus pour une forme spectrale de type Bretschneider.

Pour chacun de deux sites d'observation FF et K13, on regroupe les spectres ayant une valeur de T_{-10} égale à $\{5s, 5.5s, \dots, 14.5s, 15s\}$ à FF et égale à $\{3.5s, 4s, \dots, 9s, 9.5s\}$ à K13, avec une tolérance de 2% sur la période dans les deux cas. Il en résulte respectivement 21 et 13 sous-ensembles de spectres à FF et K13, dont le plus petit ne renferme pas moins de 50 spectres afin d'assurer une bonne représentativité climatique pour cette valeur de T_{-10} . On observe alors pour chaque sous-ensemble la distribution de la largeur de capture χ_P calculée par le modèle fréquentiel pour chaque état de mer $E(f)$, et pour chacune des quatre configurations envisagées. Les distributions obtenues sur les deux sites (valeur moyenne, 5^e et 95^e centiles) en fonction de la période moyenne d'énergie T_{-10} sont représentées sur les figures 3.6 et 3.7, où les configurations IPS sont disposées côte à côte et sur le même intervalle de périodes afin de faciliter l'observation conjointe sur les deux sites. La largeur de capture obtenue avec un état de mer à forme spectrale fixe modélisé par un spectre Bretschneider est ajoutée à titre de comparaison à ces courbes.

Le climat de vagues aux deux sites d'observation est très différent, puisque la côte portugaise fait face à de nombreuses houles provenant de tempêtes survenues dans l'Atlantique Nord (Caraïbes, Etats-Unis, Grönland, Açores, ...), tandis qu'en Mer du Nord les états de mer sont dominés par des mers du vent d'étendues variables pouvant parfois être très énergétiques. Les vagues à FF sont donc plus longues qu'à K13, ce qui explique pourquoi les courbes des figures 3.6 et 3.7 ne sont pas exactement définies sur les mêmes valeurs de périodes. Néanmoins, elles peuvent être comparées sur l'intervalle commun $[5s; 9.5s]$, où les distributions de largeur de capture observées montrent de nombreuses similarités, les différences étant principalement dues à la définition de la puissance de vagues incidente d'une part (conditions de profondeur infinie et finie respectivement, Eq. (3.27)&(2.57)), et au type de formes spectrales observées sur chaque site d'autre part (les pics spectraux de houles et de mers du vent ne sont pas nécessairement du même type). Sur chacune de ces figures, on constate que la forme spectrale a une grande influence sur la largeur de capture, et l'intervalle de sensibilité sur lequel cette influence est la plus significative dépend manifestement des caractéristiques de résonance de chacune des configurations IPS (Fig. 3.4). Ceci est notamment visible sur la figure 3.6. Ainsi, la forme spectrale se révèle être un paramètre très influent sur la production pour des états de mer dont les périodes de vagues prédominantes coïncident avec l'intervalle de réponse du système. En dehors de cet intervalle, la forme spectrale a une influence mineure sur la production.

Les courbes obtenues en considérant des états de mer de type Bretschneider surestiment de façon générale la valeur moyenne de largeur de capture. Les prévisions de performance établies à partir de ce modèle d'état de mer peuvent donc être biaisées par rapport à la réalité en surestimant systématiquement la production réelle (voir Partie II).

Afin de caractériser un peu plus précisément la sensibilité des systèmes à la largeur spectrale, on peut s'intéresser à la distribution des valeurs de χ_P au sein d'un même sous-ensemble de données spectrales pour un site et une période d'énergie T_{-10} donnés,

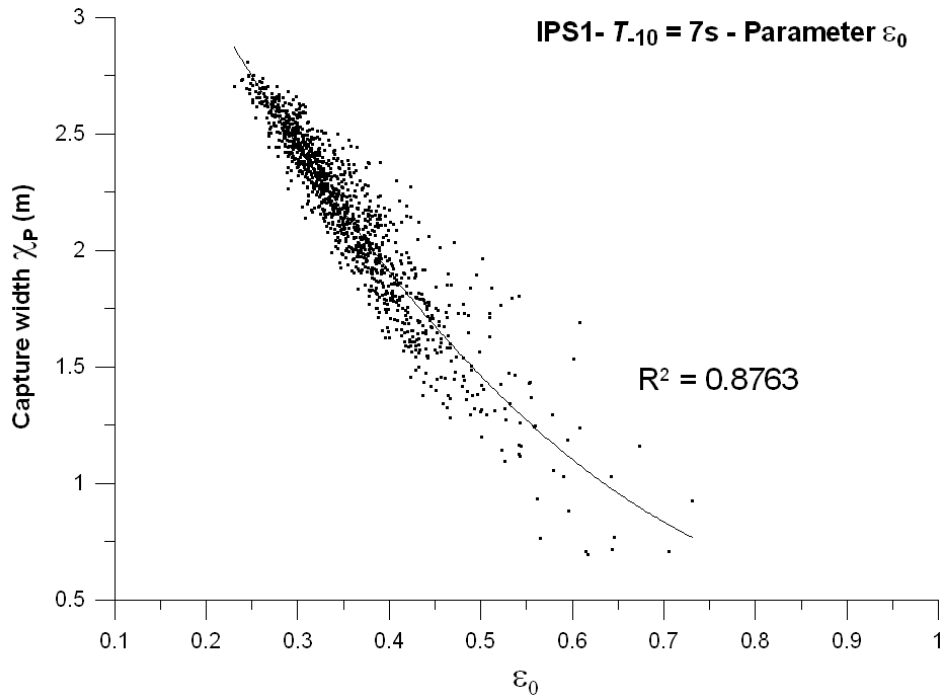
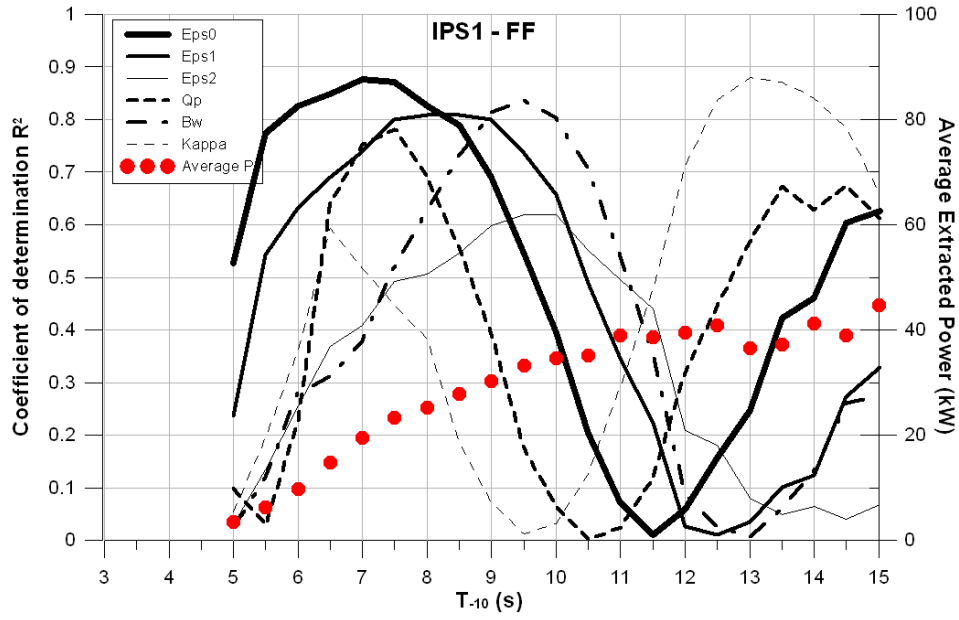


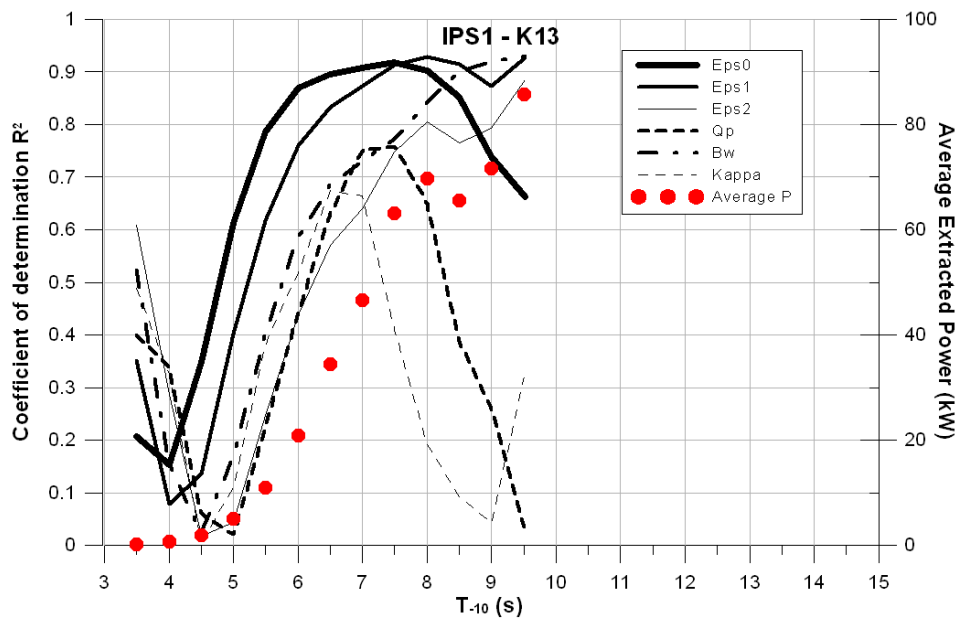
FIG. 3.8: Largeur de capture χ_P en fonction de ε_0 à FF pour $T_{-10} = 7s$ pour la configuration IPS1 ; interpolation quadratique et coefficient de détermination R^2 .

et observer la dépendance de ces valeurs à celles des paramètres de largeur spectrale. Pour cela, outre la largeur de capture χ_P , les paramètres $\{\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, Q_p, \kappa, B_w\}$ sont également calculés sur chaque spectre du sous-ensemble, et l'on représente graphiquement les nuages de points de χ_P en fonction de ces paramètres afin d'en observer la cohérence via le coefficient de détermination obtenu par interpolation quadratique (au sens des moindres carrés). Le cas éloquent de la sensibilité au paramètre ε_0 pour la configuration IPS1 dans le sous-ensemble $T_{-10} = 7s$ à FF est illustré sur la figure 3.8. Le coefficient de détermination R^2 (erreur quadratique de l'estimation divisée par l'erreur quadratique réelle) est utilisé ici comme indicateur de sensibilité de χ_P aux paramètres de largeur spectrale : si la largeur de capture est très sensible au paramètre (corrélation forte), le nuage de points laissera entrevoir une tendance, que l'on interpole par une loi quadratique dont le coefficient de détermination caractérisera la pertinence (proche de 1) ; si, au contraire, le nuage de points est isotropique (corrélation nulle), aucune tendance ne se dessine et le coefficient sera faible (proche de zéro). Sur l'exemple de la figure 3.8, la valeur de R^2 est proche de 0.88, c'est-à-dire une corrélation fortement marquée, ce qui est confirmé par l'inspection visuelle.

Pour éviter les frais d'une analyse visuelle et qualitative sur chaque distribution, le calcul systématique du coefficient R^2 est effectué afin de caractériser numériquement la sensibilité des systèmes aux paramètres $\{\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, Q_p, \kappa, B_w\}$. Ce calcul est mené sur les deux sites pour les quatre configurations IPS1, IPS2, IPS3 et IPS4. Les figures 3.9, 3.10, 3.11 et 3.12 montrent les sensibilités obtenues en fonction de la période

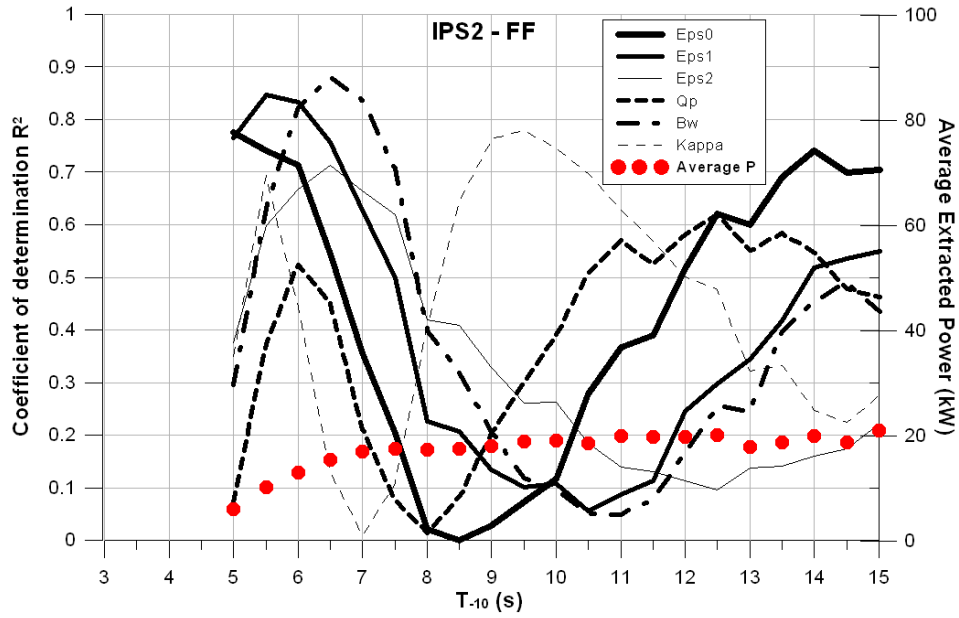


(a)

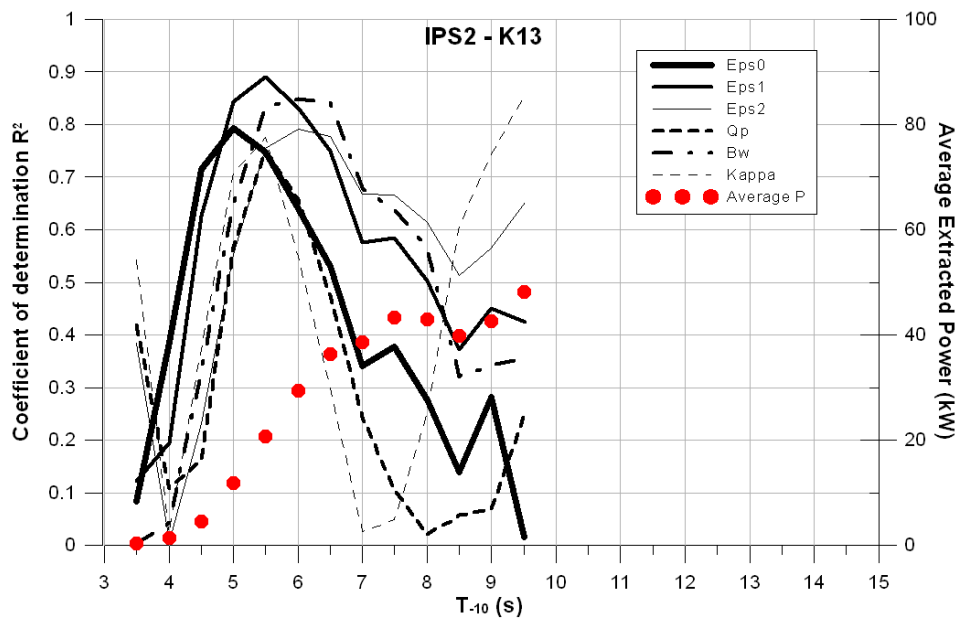


(b)

FIG. 3.9: Coefficient R^2 de la distribution de χ_P en fonction de T_{-10} pour chaque paramètre spectral pour IPS1 à FF (a) et K13 (b); puissance moyenne extraite en kW correspondante (points rouges).



(a)



(b)

FIG. 3.10: Coefficient R^2 de la distribution de χ_P en fonction de T_{-10} pour chaque paramètre spectral pour IPS2 à FF (a) et K13 (b); puissance moyenne extraite en kW correspondante (points rouges).

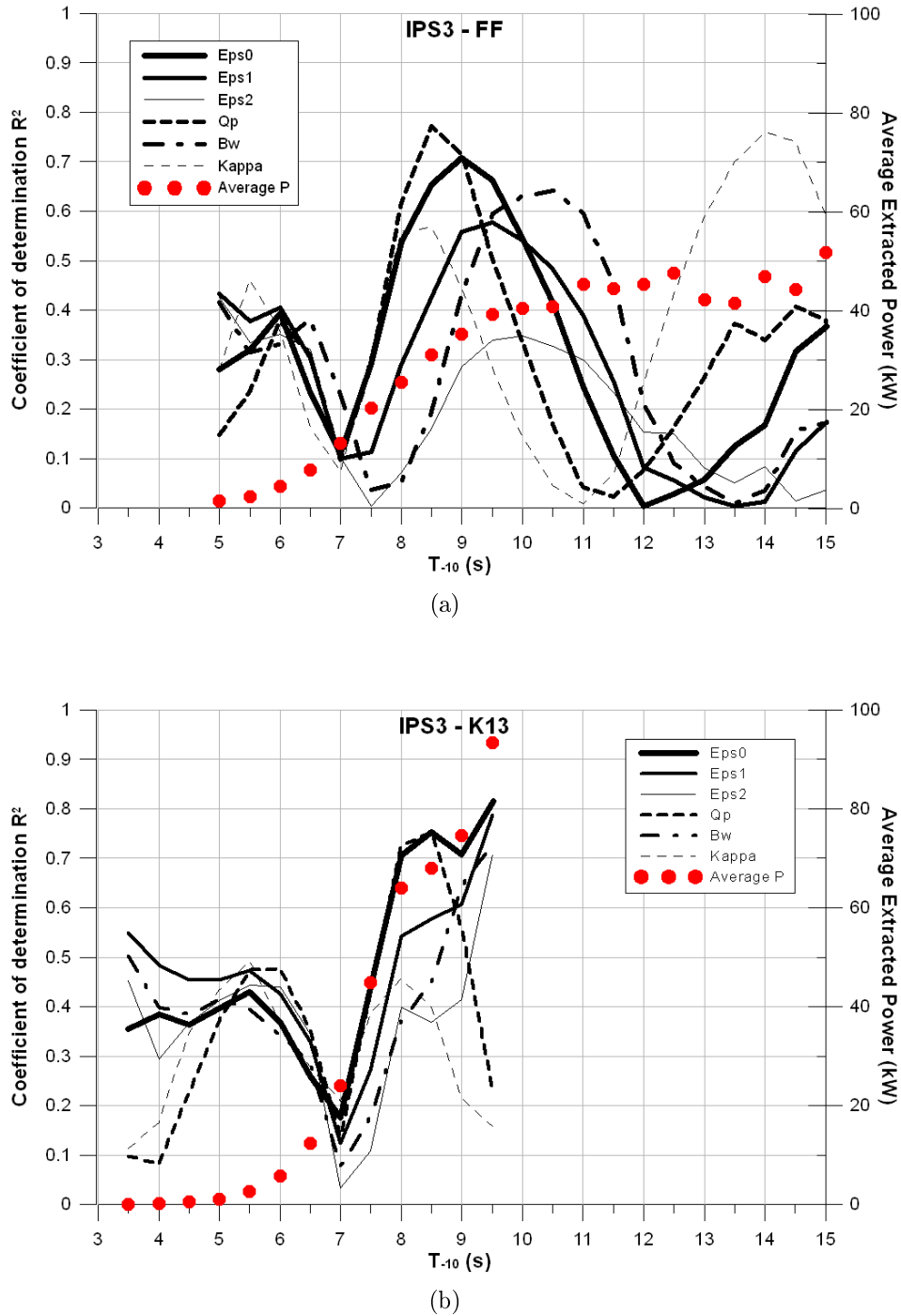
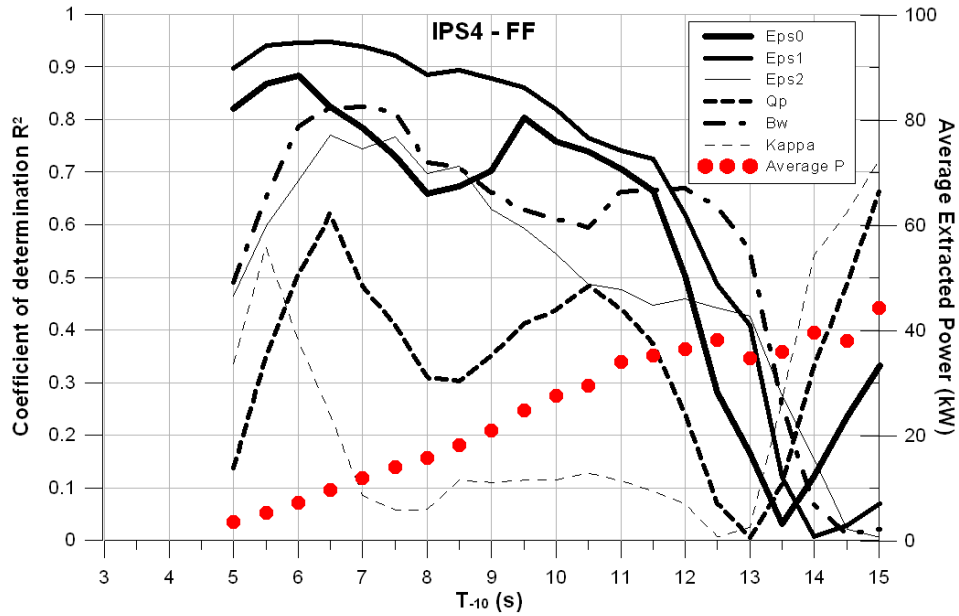
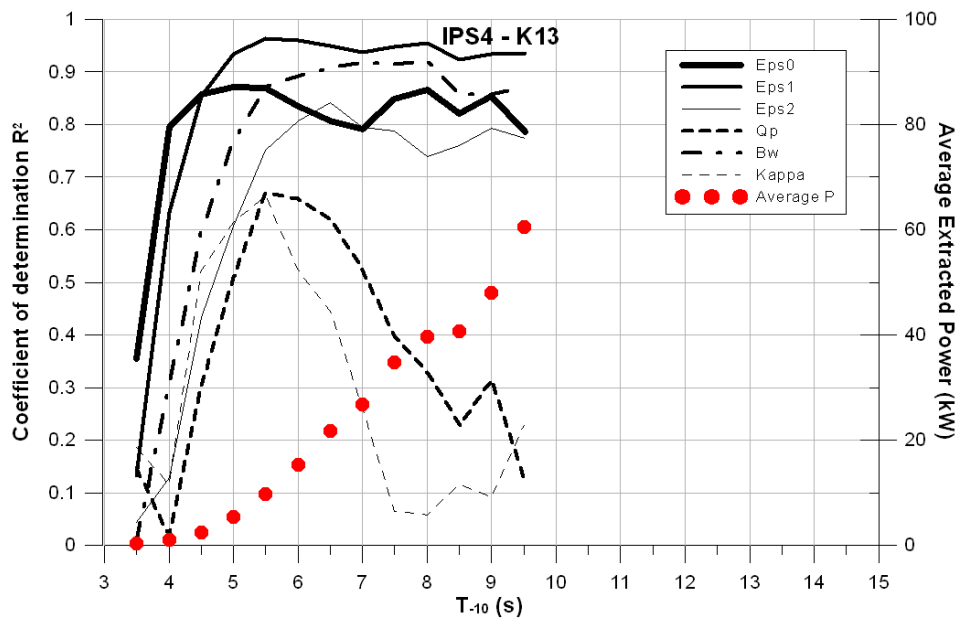


FIG. 3.11: Coefficient R^2 de la distribution de χ_P en fonction de T_{-10} pour chaque paramètre spectral pour IPS3 à FF (a) et K13 (b); puissance moyenne extraite en kW correspondante (points rouges).



(a)



(b)

FIG. 3.12: Coefficient R^2 de la distribution de χ_P en fonction de T_{-10} pour chaque paramètre spectral pour IPS4 à FF (a) et K13 (b); puissance moyenne extraite en kW correspondante (points rouges).

moyenne d'énergie T_{-10} . La puissance moyenne extraite par le système dans chaque sous-ensemble est également donnée à titre indicatif. Comme dans les figures 3.6 et 3.7, les abscisses sont identiques pour FF et K13 afin de permettre les comparaisons entre les deux sites.

Afin de faciliter la compréhension de ces graphiques, on peut considérer par exemple que la sensibilité de la largeur de capture est forte lorsque R^2 est supérieur à 0.70. Ainsi, il est manifeste que certains paramètres semblent plus à même de caractériser la sensibilité des configurations que d'autres, notamment ε_0 , ε_1 et B_w . Cette sensibilité est une fois de plus très corrélée avec la réponse fréquentielle des dispositifs aux deux sites. Par exemple, χ_P se montre très sensible au paramètre ε_0 sur l'intervalle [5s;9s] pour la configuration IPS1 aussi bien à FF qu'à K13 (Fig 3.9). Le paramètre de corrélation κ , en revanche, semble donner quelques bons résultats sur des intervalles de périodes systématiquement détachés des autres, comme à FF pour les configurations IPS1, IPS2 et IPS3 (Fig. 3.9(a), 3.10(a), 3.11(a) ; à K13, cela n'est pas très visible à cause de l'intervalle de définition des périodes d'énergie). Les intervalles de sensibilité sont généralement proches de la bande-passante des dispositifs et l'on peut noter que la largeur de ces intervalles est liée à la largeur des fonctions de transfert de puissance (Fig. 3.4). Ainsi, les deux cas extrêmes IPS3 (à bande étroite sur [8s;11s]) et IPS4 (à bande large sur [4s;14s]) montrent des intervalles de sensibilité respectivement étroit (Fig. 3.11(a)) et large (Fig. 3.12), ce qui est conforme à ce que l'on pouvait attendre. On observe les mêmes tendances pour les configurations IPS1 et IPS2 (Fig. 3.9 et 3.10) puisque la première est à bande passante plus large que la seconde.

Ainsi, on peut dire que plus le système est à large bande de résonance et plus il sera sensible à la largeur spectrale du spectre d'état de mer, caractérisée par des paramètres tels que ε_0 , ε_1 et B_w . L'une des conséquences pratiques de ces observations est que si le dispositif est muni d'une loi de contrôle qui lui permet de modifier sa bande passante d'un état de mer à l'autre de façon à ce que celle-ci coïncide toujours avec les périodes de vagues prédominantes sans être trop étroite (ce qui est toujours souhaitable *a priori*), sa production moyenne sera fortement sensible à la largeur spectrale des vagues. De façon générale, on observe de grandes similarités entre les graphiques relatifs à FF et à K13, ce qui montre que la caractérisation de la largeur spectrale via des paramètres spectraux est adéquate pour étudier la sensibilité des systèmes en des sites de climats très différents. Les paramètres spectraux sont en effet moins sensibles aux légères variations de forme des spectres qu'à la distribution de l'énergie en fréquence. Les paramètres ε_2 , Q_p , et κ ne sont en revanche pas conseillés pour ce genre d'étude, soit que le coefficient de détermination R^2 soit trop faible en général (ε_2 , Q_p), soit qu'il ne soit pas élevé sur des intervalles de période pertinents (κ).

3.4 Statistiques de groupes pour le système linéaire simple

Il est tentant d'appliquer les méthodes spectrales d'étude sur les groupes aux signaux de sortie du système linéaire à un degré de liberté ($z(t)$ et $\dot{z}(t)$, gaussiens, cf. §3.2) afin d'obtenir les statistiques sur les groupes d'amplitudes de mouvement et de vitesses, et de prévoir ainsi les mouvements extrêmes et les groupes de pics de puissance $P_{PTO}(t)$. En l'occurrence, on applique ici la méthode d'enveloppe (de Hilbert, cf. §2.5.1), et on définit pour cela les moments spectraux des signaux $z(t)$ et $\dot{z}(t)$

$$\begin{aligned} m_{zn} &= \int_0^\infty f^n E_z(f) df \\ &= \int_0^\infty f^n |H_{z\eta}(f)|^2 E_\eta(f) df \end{aligned} \quad (3.29)$$

et

$$\begin{aligned} m_{\dot{z}n} &= \int_0^\infty f^n E_{\dot{z}}(f) df \\ &= 4\pi^2 \int_0^\infty f^{n+2} |H_{z\eta}(f)|^2 E_\eta(f) df \end{aligned} \quad (3.30)$$

En reprenant la méthode d'enveloppe pour signaux gaussiens à bande étroite appliquée à $z(t)$ et $\dot{z}(t)$ pour les niveaux de référence ρ_z^* et $\rho_{\dot{z}}^*$ respectivement (Eq. (2.33)), on aboutit aux expressions

$$\bar{H}_z = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\sqrt{1 + \nu_z^2}}{\nu_z} \right) \frac{\sqrt{m_{z0}}}{\rho_z^*} \quad \bar{G}_z = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\sqrt{1 + \nu_z^2}}{\nu_z} \right) \frac{\sqrt{m_{z0}}}{\rho_z^*} e^{\rho_z^{*2}/2m_{z0}} \quad (3.31)$$

et

$$\bar{H}_{\dot{z}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\sqrt{1 + \nu_{\dot{z}}^2}}{\nu_{\dot{z}}} \right) \frac{\sqrt{m_{\dot{z}0}}}{\rho_{\dot{z}}^*} \quad \bar{G}_{\dot{z}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\sqrt{1 + \nu_{\dot{z}}^2}}{\nu_{\dot{z}}} \right) \frac{\sqrt{m_{\dot{z}0}}}{\rho_{\dot{z}}^*} e^{\rho_{\dot{z}}^{*2}/2m_{\dot{z}0}} \quad (3.32)$$

pour les longueurs de groupes de hauteurs successives de $z(t)$ et $\dot{z}(t)$, avec ν_z et $\nu_{\dot{z}}$ définis respectivement par

$$\nu_z = \sqrt{\frac{m_{z0}m_{z2}}{m_{z1}^2} - 1} \quad (3.33)$$

$$\nu_{\dot{z}} = \sqrt{\frac{m_{\dot{z}0}m_{\dot{z}2}}{m_{\dot{z}1}^2} - 1} \quad (3.34)$$

On en déduit les statistiques sur les groupes de pics de $P_{PTO}(t)$ dépassant un certain seuil P_{PTO}^* , en supposant d'une part que, du fait de la largeur de bande étroite, les

hauteurs de $\dot{z}(t)$ crête-à-creux sont égales à deux fois la valeur de l'enveloppe, et d'autre part, qu'à une hauteur de vitesse correspondent deux pics de puissance, soit

$$\bar{H}_{P_{PTO}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\sqrt{1 + \nu_z^2}}{\nu_z} \right) \frac{\sqrt{m_{z0}}}{\rho_z^*} \quad (3.35)$$

$$\bar{G}_{P_{PTO}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{\sqrt{1 + \nu_z^2}}{\nu_z} \right) \frac{\sqrt{m_{z0}}}{\rho_z^*} e^{\rho_z^{*2}/2m_{z0}} \quad (3.36)$$

où $\rho_z^* = \sqrt{P_{PTO}^*/C_{PTO}}$ (cf. Eq. (3.11)). Afin de vérifier la validité de cette approche, on simule le comportement d'une bouée pilonnante à un degré de liberté sur un état de mer de type Bretschneider ($H_{m0} = 2m$, $T_p = 8s$, *méthode a*, cf. Annexe B) sur 3600s. Les statistiques théoriques sur les longueurs moyennes de groupes de hauteurs de vagues successives (Eq. (2.33)) ainsi que de pics de puissance successifs (Eq. (3.35) & (3.36)) sont calculées à partir des estimations spectrales $E(f)$ et $E_z(f)$ non filtrées (paramètre $\varepsilon_{z,2}$ au lieu de ν_z), puis sont comparées aux valeurs obtenues sur la simulation temporelle.

Les résultats de cette analyse sont illustrés sur les figures 3.13(a-d). La durée de simulation étant très importante, et les spectres $E(f)$ et $E_z(f)$ étant à largeur de bande limitée ($\varepsilon_2 \approx 0.39$, $\varepsilon_{z,2} \approx 0.19$), les statistiques de groupement issues de la simulation suivent relativement bien les courbes théoriques. De même, les statistiques sur les groupes de pics de puissance de $P_{PTO}(t)$ – adimensionalisée par la puissance moyenne extraite \bar{P}_{PTO} – corrént parfaitement la théorie (sauf pour des valeurs de seuil de puissance très élevées dont la description précise nécessiterait des échantillons de durées supérieures). On remarque par exemple que sur cet état de mer, le nombre moyen de pics dépassant la valeur de puissance moyenne est voisin de 4, un tel groupe se répétant en moyenne tous les 8 pics (i.e. à peu près toutes les 4 vagues). Pour un niveau égal à cinq fois la puissance moyenne, on observe en moyenne des groupes de 2 pics se répétant tous les 26 pics (i.e. à peu près toutes les 13 vagues). Un extrait de cette simulation est présenté sur la figure 3.14, où l'on donne la puissance absorbée instantanée ainsi que les multiples de la puissance moyenne sur toute la simulation $\bar{P}_{PTO}(t)$ (niveau rouge).

Pour un tel modèle, il est donc possible de connaître les statistiques liées au groupement des pics de puissance sur des états de mer communs grâce à l'approche spectrale. Ce type d'information présente un intérêt certain pour le dimensionnement de convertisseurs capacitifs, comme ceux présentés au §3.6.

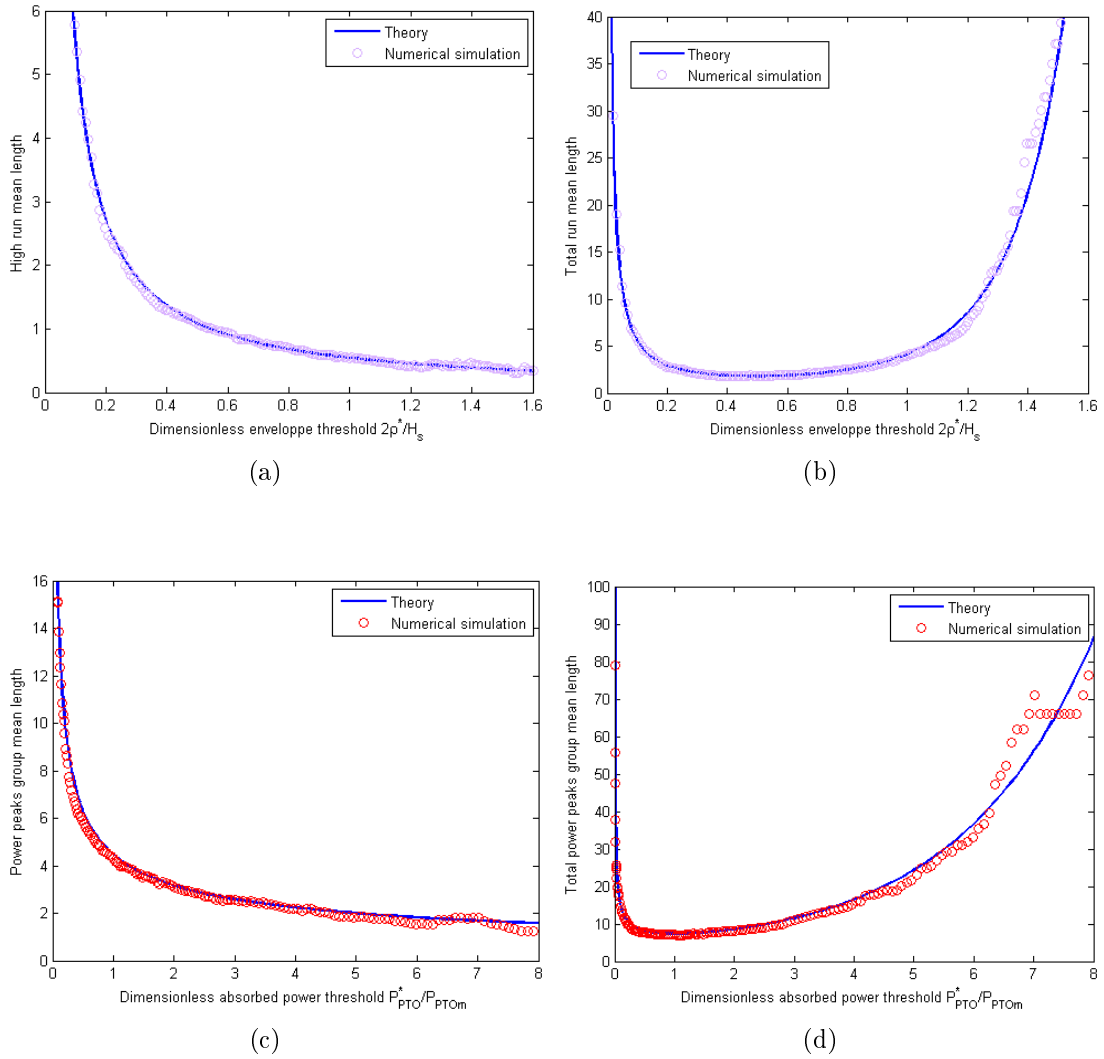


FIG. 3.13: Statistiques de groupes de hauteurs de vagues successives (haut) et de pics de puissance successifs (bas) pour $\eta(t)$ et $P_{PTO}(t)$ simulés sur 3600s (état de mer cible Bretschneider) ; les longueurs moyennes de trains de hautes vagues (a) et de train total (b) sont données en fonction de la hauteur adimensionnelle $2\rho^*/H_s$; celles des trains de pics élevés (c) et de train total (d) sont données en fonction de la puissance adimensionnelle P_{PTO}^*/P_{PTOm} ; les courbes numériques obtenues avec les équations (2.33), (3.35) & (3.36) sont représentées en bleu.

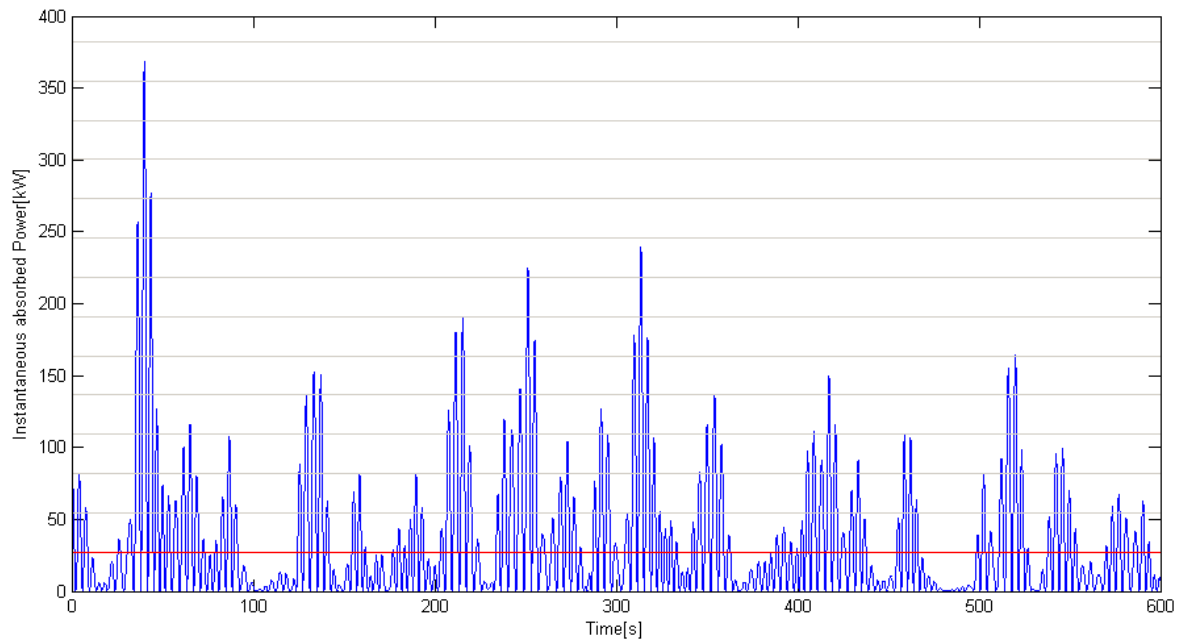


FIG. 3.14: Simulation numérique d'un modèle axisymétrique pilonnant : puissance extraite instantanée (kW) et multiples (grisés) de la puissance moyenne extraite $\overline{P_{PTO}(t)}$ (rouge).

3.5 Influence de la largeur spectrale sur les simulations temporelles

La présente partie est consacrée aux problèmes pratiques posés par l'estimation de la puissance moyenne extraite par un dispositif récupérateur ayant pour entrée un champ de vagues simulé à partir d'un état de mer cible particulier. On observe que la largeur spectrale de ce dernier, une fois encore, joue un rôle prépondérant puisqu'elle influence directement la précision de l'estimation de puissance extraite, ainsi qu'il est démontré dans ce qui suit.

3.5.1 Erreur d'estimation de la variance d'un signal gaussien centré simulé

Rappelons tout d'abord – quitte à nous répéter – que le processus d'élévation de surface de l'océan $\eta(t, x, y)$ est généralement assimilé à un processus gaussien centré, stationnaire, homogène et ergodique. La propriété d'ergodicité permet notamment d'affirmer que la valeur moyenne d'une réalisation $\eta_T(t)$ d'un processus donné sur un intervalle de temps $[0; T]$ constitue une estimation *non-biaisée* de sa moyenne théorique (zéro ici, puisque le processus est défini comme centré) vers laquelle elle devrait converger à mesure que la durée T tend vers l'infini (voir Papoulis, 1991). Dans le cas de modèles hydro-mécaniques linéaires définis dans les parties précédentes, n'importe quel signal de sortie $u(t)$ de ces systèmes se retrouve, *de facto*, gaussien. Les résultats qui suivent sont donc valables aussi bien pour le signal $\eta(t)$ que $\dot{z}(t)$, le processus de vitesse du degré de liberté lié au convertisseur d'énergie mécanique en énergie électrique (Fig. 3.1).

On peut montrer (voir par exemple Max, 2004; Papoulis, 1991) que pour le signal gaussien centré $u(t)$, la variance de la valeur estimée de la fonction d'auto-corrélation $R_{uu}(\tau)$ sur l'intervalle $[0; T]$ suffisamment long pour un écart temporel τ donné est approchée par l'expression

$$\sigma_{R_{uu}(\tau)}^2 = \text{var} [R_{uu}(\tau)] \approx \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} [R_{uu}^2(\theta) + R_{uu}(\theta + \tau)R_{uu}(\theta - \tau)] d\theta \quad (3.37)$$

Dans le cadre des applications abordées ici, les simulations seront toujours considérées comme « suffisamment longues », et on négligera le caractère approché de l'égalité dans l'équation (3.37) (approximation exacte à un biais près, proportionnel à $1/T$, voir Papoulis, 1991). Comme $\overline{u^2(t)} = \sigma_u^2 = R_{uu}(0)$, il vient, pour $\tau = 0$,

$$\sigma_{R_{uu}(0)}^2 = \frac{2}{T} \int_{-\infty}^{\infty} R_{uu}^2(\theta) d\theta \quad (3.38)$$

Ainsi que le remarque Max (2004), si l'on considère un bruit blanc de largeur de bande B – c'est-à-dire un signal dont la densité spectrale d'énergie est constante sur cet intervalle et nulle partout ailleurs – et de longueur T , la variance de $R_{uu}(0)$ se réduit à

$$\sigma_{R_{uu}(0)}^2 = \frac{R_{uu}^2(0)}{BT} \quad (3.39)$$

Autrement dit, l'estimation de $R_{uu}(0)$ obtenue sur une réalisation $u_T(t)$ définie sur $[0; T]$ convergera vers la valeur théorique caractéristique du processus à mesure que la durée T de la réalisation et la largeur de bande spectrale B augmente. L'erreur d'estimation est donc inversement proportionnelle à la racine carrée de leur produit. Comme le rappelle cet auteur, il est important de souligner ce fait car *l'idée que la durée de simulation doit être aussi grande que le signal comporte des composantes de basses fréquences est encore très répandue*. Seule la largeur spectrale compte en réalité pour juger de la pertinence du choix de la durée T .

Dans le cas d'un processus aléatoire gaussien caractérisé par sa densité spectrale d'énergie $E_u(f)$, nous allons voir que l'erreur commise sur l'estimation de $R_{uu}(\tau)$ ne dépend également que de T et de la forme spectrale de $E_u(f)$ (largeur de bande et énergie). Si cette densité est connue, la variance de $R_{uu}(0)$ pourra être calculée de façon exacte en fonction de T .

En effet, comme la fonction $R_{uu}(\tau)$ est définie sur \mathbb{R} et de carré sommable (paire, bornée, elle tend vers zéro rapidement), le théorème de Parseval (cf. Annexe B, Eq. (B.11)) peut s'appliquer, ce qui permet d'écrire

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} R_{uu}^2(\theta) \, d\theta &= \int_{-\infty}^{\infty} |R_{uu}^2(\theta)| \, d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{F}\{R_{uu}(\theta)\}(\omega)|^2 \, d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |2\pi G_u(\omega)|^2 \, d\omega \\ &= 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |G_u(\omega)|^2 \, d\omega \\ &= 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} G_u^2(\omega) \, d\omega \\ &= 2 \int_0^{\infty} G_u^2(f) \, df \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} E_u^2(f) \, df \end{aligned} \quad (3.40)$$

où l'on a utilisé les équations (2.2)&(2.5), d'où, d'après l'égalité (3.38),

$$\begin{aligned} \sigma_{R_{uu}(0)}^2 &= \frac{2}{T} \cdot \left(\frac{1}{2} \int_0^{\infty} E_u^2(f) \, df \right) \\ &= \frac{1}{T} \int_0^{\infty} E_u^2(f) \, df \end{aligned} \quad (3.41)$$

Par ailleurs, on peut montrer (voir Ochi, 1988) que l'estimateur de la variance σ_u^2

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{1}{N_{PTS}} \sum_{i=1}^{N_{PTS}} {}^i u_T^2$$

sur une réalisation (séquence) $({}^i u_T)$ donnée de $u(t)$ de N_{PTS} points (de durée $T = (N_{PTS} - 1)\Delta t \approx N_{PTS}\Delta t$ pour $N_{PTS} \gg 1$) est une variable aléatoire distribuée selon une loi de χ^2 à N_{PTS} degrés de liberté, de moyenne σ_u^2 et de variance $\frac{2}{N_{PTS}}\sigma_u^4$, convergeant vers une distribution normale à mesure que $N_{PTS} \rightarrow \infty$. Ceci est toutefois exact si l'on fait l'hypothèse d'indépendance statistique des variables aléatoires $({}^i u_T)$. Or, plus le pas de temps Δt d'une simulation est faible, plus la dépendance entre deux valeurs successives ${}^i u_T$ et ${}^{i+1} u_T$ est susceptible d'augmenter. Notons $\sigma_{R_{uu}(0)-i.s.}^2$ cette variance sous hypothèse d'indépendance statistique, qui s'écrit donc

$$\begin{aligned} \sigma_{R_{uu}(0)-i.s.}^2 &= \frac{2}{N_{PTS}}\sigma_u^4 = \frac{2}{N_{PTS}}m_{u0}^2 \\ &= \frac{2m_{u0}^2}{1 + \frac{T}{\Delta t}} \\ &\approx \frac{2\Delta t}{T}m_{u0}^2 \end{aligned} \quad (3.42)$$

On introduit maintenant la *largeur spectrale équivalente* Λ_u (Hz) du processus $u(t)$ définie par (cf. Eq. (3.16) et Annexe A, Eq. (A.16))

$$\Lambda_u = \frac{m_{u0}^2}{\int_0^\infty E_u^2(f) df} \quad (3.43)$$

En combinant les équations (3.41), (3.42) et (3.43), il vient

$$\begin{aligned} \sigma_{R_{uu}(0)}^2 &= \frac{1}{T} \int_0^\infty E_u^2(f) df \\ &= \frac{1}{T} \frac{m_{u0}^2}{\Lambda_u} \\ &= \sigma_{R_{uu}(0)-i.s.}^2 \frac{N_{PTS}}{2T\Lambda_u} \\ &= \frac{\sigma_{R_{uu}(0)-i.s.}^2}{2\Delta t\Lambda_u} \\ &= \sigma_{R_{uu}(0)-i.s.}^2 \frac{f_{Nyq}}{\Lambda_u} \end{aligned} \quad (3.44)$$

où f_{Nyq} représente la fréquence de Nyquist, fréquence maximale observable pour la fréquence d'échantillonnage f_e , et définie par $f_{Nyq} = f_e/2 = 1/(2\Delta t)$, le pas temporel de

simulation Δt étant exprimé en s . Il appert donc de ce résultat que la variance exacte de l'estimateur de la variance du signal simulé sera proportionnelle à la valeur obtenue sous hypothèse d'indépendance statistique, de constante multiplicative égale au ratio de la fréquence de Nyquist f_{Nyq} sur la largeur spectrale équivalente Λ_u . Si ces deux valeurs sont égales (i.e. pas de calcul déterminé à partir de la largeur spectrale du processus), tout se passe comme si l'hypothèse d'indépendance était acquise. Néanmoins, celle-ci reste très sensible d'un processus à un autre et par voie de conséquence, elle constitue une hypothèse très forte, peu praticable dans la majorité des cas ($f_{Nyq} \in [0.05Hz; 0.30Hz]$).

3.5.2 Application à l'estimation numérique de H_{m0}^2 et $\overline{P_{PTO}}$ (système linéaire)

Partant, nous allons considérer successivement les deux processus gaussiens centrés suivants : $u_a(t) = 4\eta(t)$ et $u_b(t) = \sqrt{C_{PTO}}\dot{z}(t)$. Dans le premier cas, on remarque que

$$\begin{aligned} R_{u_a u_a}(0) &= \overline{u_a^2(t)} = 16\overline{\eta^2(t)} \\ &= 16R(0) \\ &= 16m_0 = H_{m0}^2 \end{aligned} \tag{3.45}$$

De même, dans le second, il vient

$$\begin{aligned} R_{u_b u_b}(0) &= \overline{u_b^2(t)} = C_{PTO}\overline{\dot{z}^2(t)} \\ &= C_{PTO}R_{\dot{z}\dot{z}}(0) = C_{PTO}\sigma_{\dot{z}}^2 \\ &= C_{PTO}m_{\dot{z}0} = \overline{P_{PTO}(t)} = \overline{P_{PTO}} \end{aligned} \tag{3.46}$$

Ainsi, l'écart-type de la distribution des paramètres H_{m0}^2 et $\overline{P_{PTO}}$ au sein d'un ensemble contenant un très grand nombre de simulations temporelles de durée finie T ($u_{aT}(t)$ et $u_{bT}(t)$) est connu et vaut respectivement

$$\begin{aligned} \sigma_{H_{m0}^2} &= \frac{16}{\sqrt{T}} \sqrt{\int_0^\infty E^2(f) df} \\ &= \frac{16m_{u0}}{\sqrt{T\Lambda}} \\ &= \frac{H_{m0}^2}{\sqrt{T\Lambda}} \end{aligned} \tag{3.47}$$

où le paramètre Λ est calculé sur le spectre $E(f)$ (on rappelle que par commodité, $E_{\eta\eta}(f) = E_\eta(f) = E(f)$), et

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\overline{P_{PTO}}} &= \frac{C_{PTO}}{\sqrt{T}} \sqrt{\int_0^\infty E_z^2(f) df} \\
 &= \frac{C_{PTO} m_{z0}}{\sqrt{T} \Lambda_z} \\
 &= \frac{\overline{P_{PTO}}}{\sqrt{T} \Lambda_z}
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

où le paramètre Λ_z est calculé sur le spectre de vitesse $E_z(f)$. Les moyennes (non biaisées) de ces distributions sont exactement connues grâce aux moments spectraux d'ordre zéro dans les équations (3.45)&(3.46).

Ces formulations montrent que l'erreur d'estimation de ces deux paramètres est directement influencée par la largeur spectrale des densités $E(f)$ et $E_z(f)$ respectivement. Les distributions les plus intéressantes ici concernent la puissance moyenne extraite, mais l'étude de l'estimation du paramètre H_{m0}^2 permet de valider la cohérence des simulations temporelles avec la théorie. Les figures 3.15(a-f) montrent l'allure des distributions obtenues pour 300 simulations de $T = 100$ à $3600s$ avec un pas de temps $\Delta t = 0.1s$, suivant la méthode correcte de simulation de signaux gaussiens rappelée dans Tucker *et al.* (1984) et décrite en Annexe B (*méthode a*). Pour chaque simulation, on aura pris soin en effet de tirer les modules et les phases de façon aléatoire (lois de Rayleigh et uniforme respectivement), afin d'obtenir des statistiques sur les paramètres de sortie qui ne soient pas biaisées. L'état de mer cible $E(f)(= S(f))$ simulé en entrée du modèle est de type Bretschneider de $H_{m0} = 2m$ et $T_p = 10s$. Les figures 3.16(a&b) synthétisent – en valeur absolue (a) et relative (b) – les résultats précédents en fonction de la durée de simulation (d'autres durées ont été simulées pour mieux observer la décroissance de l'écart-type). La concordance des données des ensembles avec les valeurs théoriques permet de valider la méthode de simulation précitée. On remarque en particulier la décroissance en $T^{-1/2}$ de l'écart-type du carré de la hauteur significative calculée sur les échantillons. L'équation (3.44) est également vérifiée, avec $f_{Nyq} = 5Hz$ et $\Lambda = 0.115Hz$.

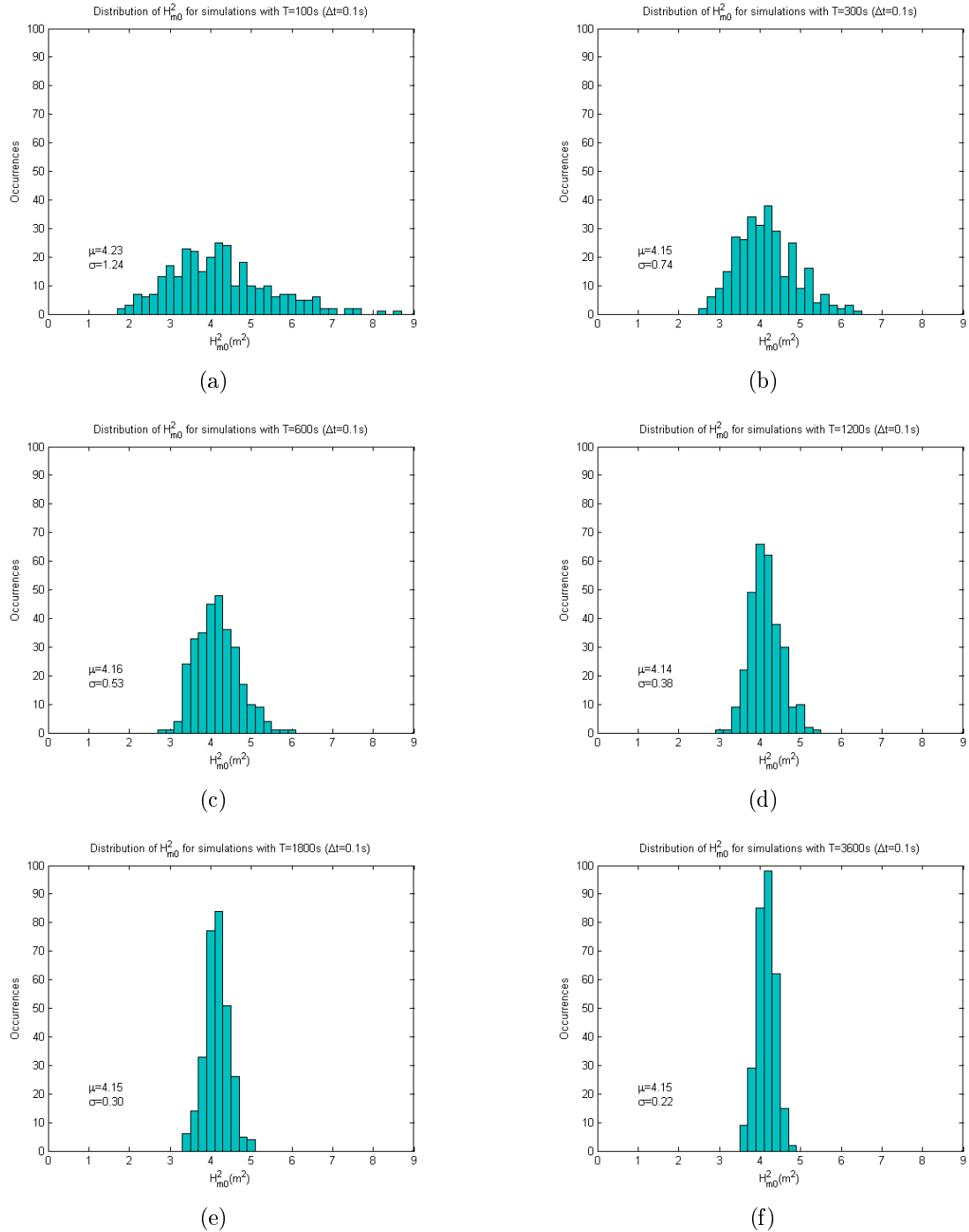
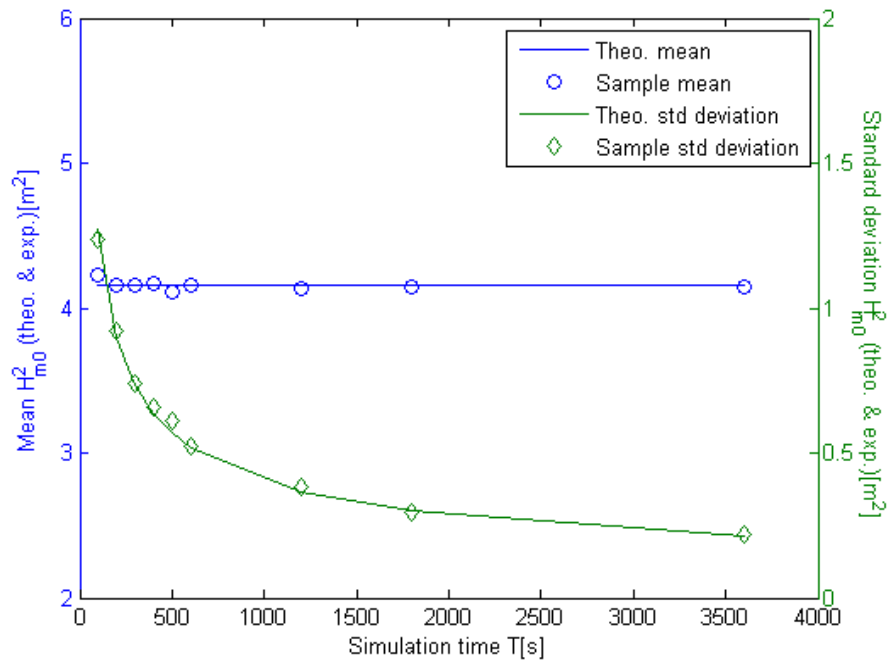
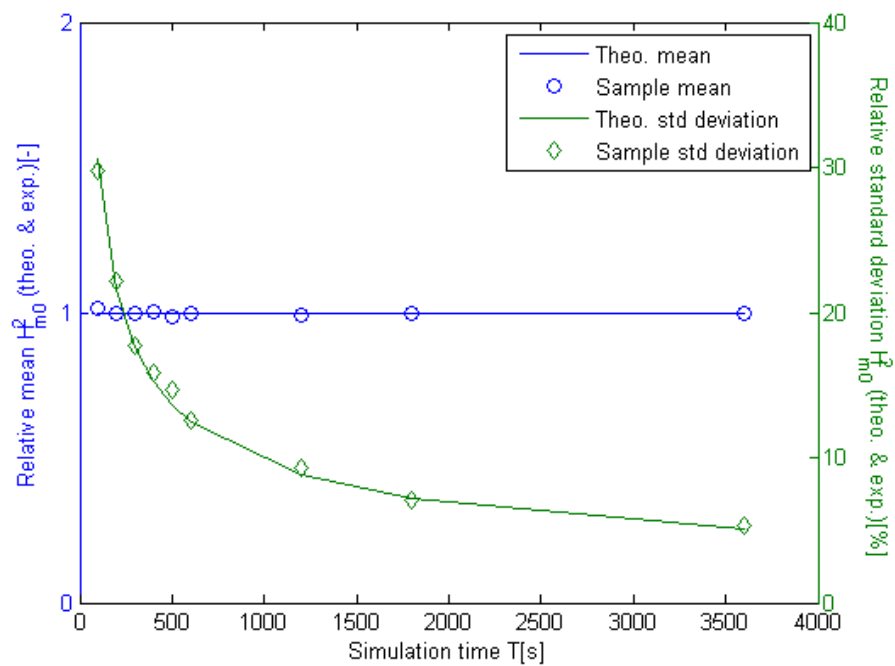


FIG. 3.15: Distribution de H_{m0}^2 calculé sur 300 simulations de durée $T = 100, 300, 600, 1200, 1800$ et $3600s$ (a-f) de l'élévation de surface libre $\eta(t)$; valeur moyenne (μ) et écart-type (σ) de chaque distribution.



(a)



(b)

FIG. 3.16: Moyennes (axe gauche) et écarts-type (axe droit) théoriques de H_{m0}^2 (trait plein) et de son estimateur calculé sur des échantillons (marqueurs); les résultats sont donnés en valeur absolue [m^2] (a) et relative (b) (moyennes et écarts-type des échantillons divisés par la moyenne théorique), pour un état de mer cible de type Bretschneider ($H_{m0} = 2m$ et $T_p = 10s$, méthode a).

Pour un système linéaire donné, la densité spectrale d'énergie de la vitesse instantanée $E_z(f)$ est connue à partir du moment où celle de l'état de mer $E(f)$ l'est aussi (Eq. (3.9)). De même que pour le paramètre H_{m0}^2 , l'erreur sur l'estimation de $\overline{P_{PTO}}$ doit donc diminuer avec la racine carrée de la durée de simulation T et de la largeur spectrale Λ_z , selon l'équation (3.48). Il est également intéressant de noter l'aggravement de l'erreur d'estimation avec le niveau de puissance moyenne extraite P_{PTO} . Les figures 3.18(a-e) illustrent les distributions de $\overline{P_{PTO}}$ obtenues pour 300 simulations d'une bouée axisymétrique pilonnante pour les mêmes durées de simulations que H_{m0}^2 et un état de mer cible de type Bretschneider ($H_{m0} = 2m$ et $T_e = 7s$, soit $T_p \approx 8.2s$). La différence réside ici dans le fait que le calcul numérique du comportement instantané de la bouée est effectué par résolution de l'équation (3.1) dans le domaine temporel (aussi appelée équation de Cummins, 1962), et non par le simple calcul d'une transformée de Fourier inverse, ce qui mènerait sensiblement aux mêmes résultats que pour H_{m0}^2 (cf. Annexe D). La bouée considérée (voir Ricci *et al.*, 2008; Saulnier *et al.*, 2009) est caractérisée par un rayon et un tirant d'eau de $5m$. Le convertisseur mécanique est modélisé par un coefficient d'amortissement $C_{Pto} = 200000kg.s^{-1}$. [Pour tout détail relatif à la modélisation de ce dispositif ainsi qu'à la résolution numérique de l'équation de Cummins, l'auteur renvoie à ces deux dernières références, élaborées en collaboration avec P. Ricci de l'*Instituto Superior Técnico*]. Pour chaque durée de simulation T , on aura pris le soin d'ôter un régime transitoire – régime chaotique initial dû aux conditions initiales de repos – arbitrairement fixé à $T_{RT} = 200s$. Les simulations sont donc réalisées au final sur une durée $T + T_{RT} = T + 200s$: les valeurs moyennes et écarts-type des distributions sont calculés sur un régime « permanent » (dynamiquement acceptable) correspondant aux T dernières secondes de chacune des simulations. Le système mécanique observé étant linéaire, la valeur exacte de la puissance moyenne extraite ainsi que l'écart-type de la distribution de l'estimateur sont connus. On peut donc comparer les valeurs obtenues par simulation dans le domaine temporel avec les valeurs théoriquement attendues, représentées sur la figure 3.17. Les estimations de la puissance extraite moyenne obtenues y semblent en excellente adéquation avec la théorie, où l'on a également représenté les résultats obtenus en ne simulant la surface libre qu'avec des phases aléatoires (*méthode b*, couramment employée en ingénierie offshore, voir Olagnon *et al.*, 1990). Cette simplification, on le voit, permet de réduire la dispersion des estimations et ce de façon d'autant plus importante que la durée de simulation est élevée, tandis qu'elle n'induit visiblement aucun biais. Cette question fait tout particulièrement l'objet d'une communication présentée par l'auteur à l'E.W.T.E.C. 2009 (Saulnier *et al.*, 2009).

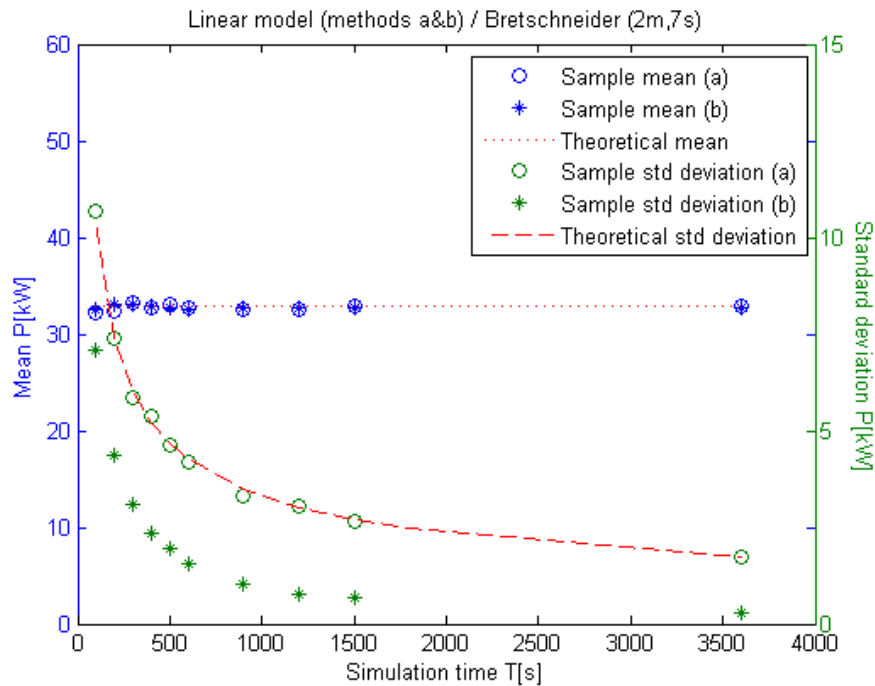


FIG. 3.17: Moyennes (axe gauche) et écarts-type (axe droit) théoriques de $\overline{P_{PTO}}$ (pointillés) et de son estimateur calculé sur des échantillons de simulation d'une bouée récupératrice d'énergie (linéaire) dans le domaine temporel (cercles) pour un état de mer cible de type Bretschneider ($H_{m0} = 2m$ et $T_e = 7s$, méthode a) ; les résultats numériques obtenus en ne simulant la surface libre qu'avec des phases aléatoires (méthode b) sont représentés avec des étoiles.

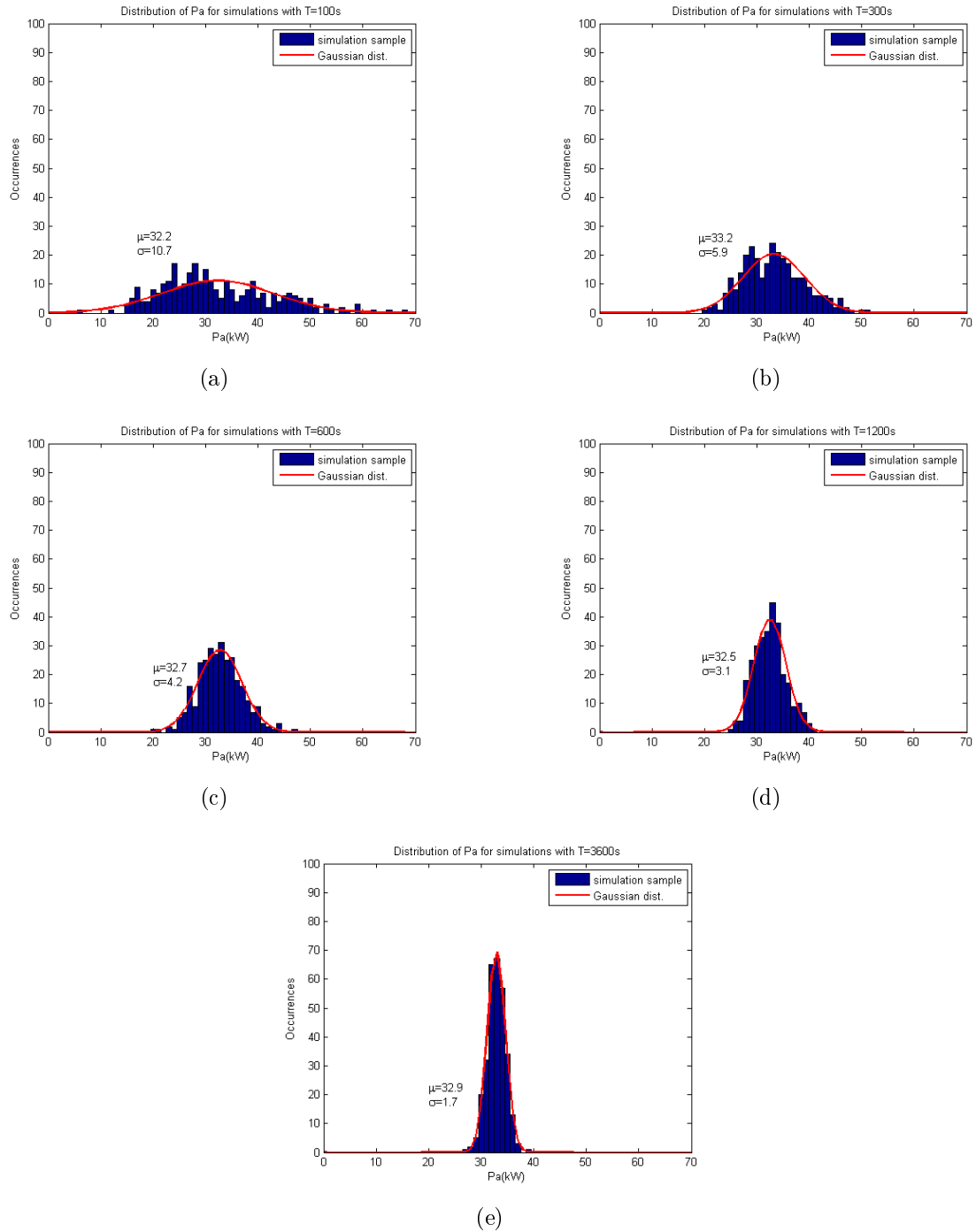


FIG. 3.18: Distribution de l'estimateur de $\overline{P_{PTO}}$ sur 300 simulations pour les durées $T = 100, 300, 600, 1200$ et $3600s$ (a-e) – hors régime transitoire – du modèle de système houlomoteur pilonnant axisymétrique linéaire simulé dans le domaine temporel; distribution gaussienne paramétrée par la valeur moyenne et l'écart-type de chaque distribution (les paramètres μ et σ sont exprimés en kW).

3.5.3 Application à l'estimation numérique de $\overline{P_{PTO}}$ (système non-linéaire)

En dernier lieu, nous nous intéressons aux estimations obtenues dans des cas plus réalistes du point de vue du développement de systèmes houlomoteurs : la simulation d'un dispositif axisymétrique muni d'un convertisseur électro-mécanique non-linéaire (circuit hydraulique avec accumulateur à gaz) sur des états de mer réels estimés par bouée accélérométrique. Ces travaux sont intégralement présentés dans la communication de l'auteur (Saulnier *et al.*, 2009).

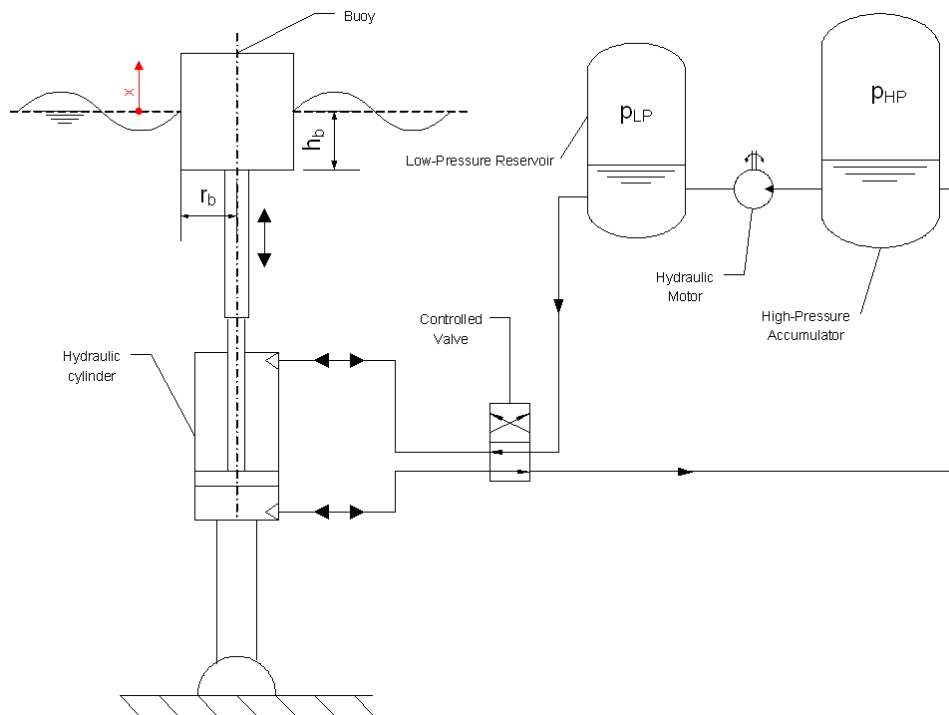


FIG. 3.19: Schéma de bouée pilonnante récupératrice d'énergie munie d'un système de conversion hydraulique (accumulateur à gaz et moteur hydraulique, voir Ricci *et al.*, 2008; Saulnier *et al.*, 2009).

Le système houlomoteur étudié est semblable au modèle précédent du point de vue géométrie (bouée pilonnante de mêmes dimensions). En revanche, l'amortissement des mouvements de pilonnement est réalisé par un vérin hydraulique, qui pompe de l'huile dans un accumulateur à gaz haute-pression. L'huile sous pression est ensuite déchargée dans un réservoir basse-pression via un moteur hydraulique, ce qui permet de transformer l'énergie hydraulique stockée à court-terme par le système en énergie électrique (Fig. 3.19). L'inertie d'un tel dispositif est donc essentiellement déterminée par les dimensions de l'accumulateur à gaz, le niveau de pression du gaz, ainsi que le débit d'huile autorisé dans le moteur hydraulique. Pour de plus amples détails sur ce type de convertisseur électro-mécanique pour la récupération de l'énergie des vagues, nous renvoyons notamment à Falcão (2005, 2007) et Henderson (2006). Le système d'équations non-

linéaires à résoudre dans le domaine temporel est intégralement formulé dans Ricci *et al.* (2008) et Saulnier *et al.* (2009) (méthode de Prony pour le calcul du terme de radiation et résolution temporelle de l'équation différentielle par algorithme de Runge-Kutta d'ordre cinq à pas variable).

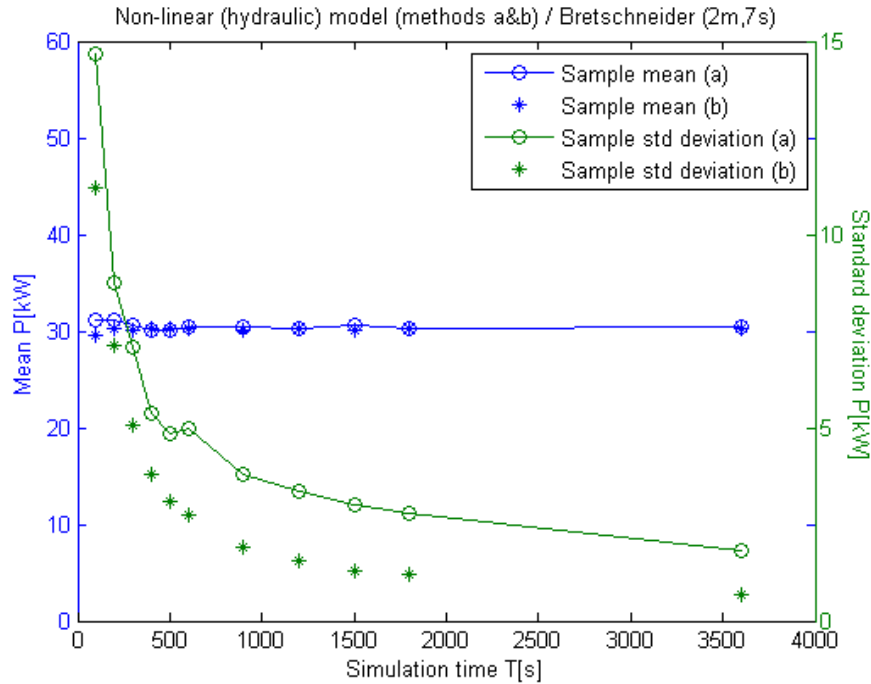


FIG. 3.20: Moyennes (axe gauche) et écarts-type (axe droit) de $\overline{P_{PTO}}$ obtenus sur des échantillons de simulation d'une bouée récupératrice d'énergie (hydraulique non-linéaire) dans le domaine temporel (cercles) pour un état de mer cible de type Bretschneider ($H_{m0} = 2m$ et $T_e = 7s$); les résultats numériques obtenus en ne simulant la surface libre qu'avec des phases aléatoires (*méthode b*) sont représentés avec des étoiles.

Dans un premier temps, on estime la puissance moyenne extraite par le dispositif sur un état de mer de type Bretschneider ($H_{m0} = 2m$ et $T_e = 7s$) en considérant différents ensembles de 300 tirages de durée de simulation T fixée, comme précédemment. De la même façon, une durée de phase transitoire de 200s est ôtée pour le calcul de la puissance moyenne extraite sur chaque simulation. Ici encore, on distingue les résultats obtenus en simulant l'élévation de la surface libre $\eta(t)$ avec amplitudes et phases aléatoires (*méthode a*) et phases aléatoires seules (*méthode b*). Ces résultats sont donnés sur la figure 3.20. Le système modélisé n'étant plus linéaire dans le domaine fréquentiel, les valeurs de puissance extraite moyenne d'ensemble ainsi que les écarts-type théoriques (Eq. (3.14) & (3.48)) deviennent caduques. Cependant, il est intéressant de remarquer que les courbes obtenues sur la figure 3.20 sont très semblables à celles de la figure 3.17. En effet, la décroissance de l'écart-type pour les deux méthodes de simulation (cercles et étoiles verts) reste inchangée. Notons également que la *méthode b* induit des estimations de dispersion moindre, et d'autant plus faible relativement que la durée de simulation

augmente. De façon générale, l'estimation de la puissance moyenne d'ensemble ne semble pas affectée par l'utilisation de l'une ou l'autre méthode.

TAB. 3.1: Caractéristiques spectrales des spectres de Figueira da Foz (Portugal) simulés (Saulnier et Pontes, 2006).

Ref.	FF198310261200	FF198912070000	FF199404240900
$H_{m0}(m)$	0.93	1.86	2.35
$T_{-10}(s)$	9.22	10.77	8.48
$T_p(s)$	9.41	13.33	8.70
ε_0	0.286	0.342	0.368
κ	0.615	0.492	0.354
$\Lambda(Hz)$	0.081	0.087	0.137
$P_w(kW/m)$	4.0	19.6	23.8

Considérons maintenant des états de mer plus réalistes, en simulant trois spectres cibles estimés par bouée accélérométrique à Figueira da Foz au Portugal, à une profondeur d'eau d'environ 82m (données issues d'un rapport du projet WAVETRAIN, Saulnier et Pontes, 2006). Les caractéristiques spectrales de ces quelques états de mer "représentatifs" du climat de Figueira da Foz sont données dans le tableau 3.1, où la largeur de bande spectrale équivalente Λ a été ajoutée ; les densités spectrales correspondantes sont quant à elles reproduites sur les figures 3.21(a,c,e). Les résultats des estimations numériques de la puissance moyenne extraite sont donnés en parallèle à ces figures (b,d,f). Au regard des tendances obtenues, on peut légitimement penser que les non-linéarités de convertisseur observées ici, ainsi que les formes spectrales complexes considérées (états de mer multi-systèmes) n'entraînent pas de variations majeures vis-à-vis des tendances théoriques précédentes, relatives au cas particulier d'un système linéaire. Ainsi, la décroissance importante de l'écart-type avec la durée de simulation est toujours observable, et plus abrupte pour la *méthode b* que pour la *méthode a* de simulation, tandis que l'estimation de puissance moyenne d'ensemble ne semble pas biaisée en utilisant la *méthode b*.

Afin d'observer le rôle joué par la largeur spectrale des processus cible d'entrée de ces simulations, on calcule la largeur spectrale (de vitesse de pilonnement) Λ_v d'un modèle linéaire équivalent (cf. Eq. (3.48)) en fonction de la durée de simulation T , telle que

$$\Lambda_v(T) = \frac{1}{T} \cdot \left(\frac{\overline{P_{PTO}}(T)}{\sigma_{P_{PTO}}(T)} \right)^2 \quad (3.49)$$

Ce paramètre est calculé pour le spectre Bretschneider ($H_{m0} = 2m$ et $T_e = 7s$) à partir des résultats de la figure 3.20, ainsi que les trois spectres estimés précédents (Fig. 3.21). On représente graphiquement la valeur prise par ce paramètre (ainsi que sa valeur moyenne) dans chaque cas sur les figures 3.22(a-d), où les deux méthodes de simulation sont comparées (*a* en bleu et *b* en rouge). Pour chaque cas d'état de mer, on remarque que la *méthode a* permet de retrouver une valeur de Λ_v relativement stable en fonction de T , ce qui suggère que la décroissance de l'écart-type de la puissance moyenne

CHAPITRE 3. FORME SPECTRALE GLOBALE ET PRODUCTION MOYENNE
DES SYSTÈMES HOULOMOTEURS

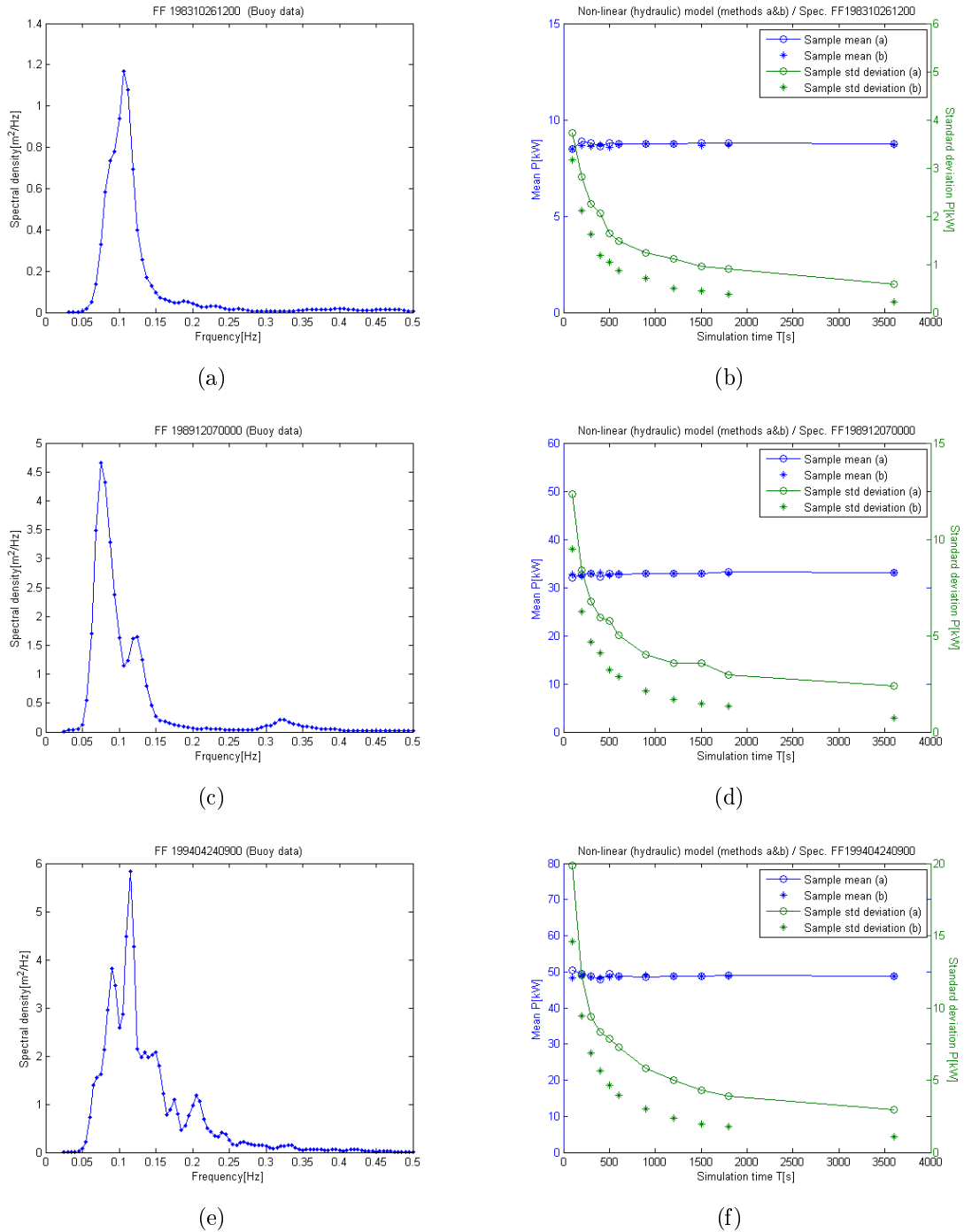


FIG. 3.21: Spectres d'état de mer estimés par bouée accélérométrique à Figueira da Foz (Portugal) : le 26 octobre 1983 à 12h (a), le 7 décembre 1989 à 0h (c) et le 24 avril 1994 à 9h (e) (Saulnier et Pontes, 2006) ; idem Fig. 3.20 pour les spectres estimés correspondants (a,c,e).

estimée avec cette méthode suit une loi en $T^{-1/2}$, de même qu'un récupérateur linéaire, contrairement à la *méthode b* pour laquelle la largeur spectrale Λ_v n'est pas stable (décroissance plus forte de l'écart-type de puissance).

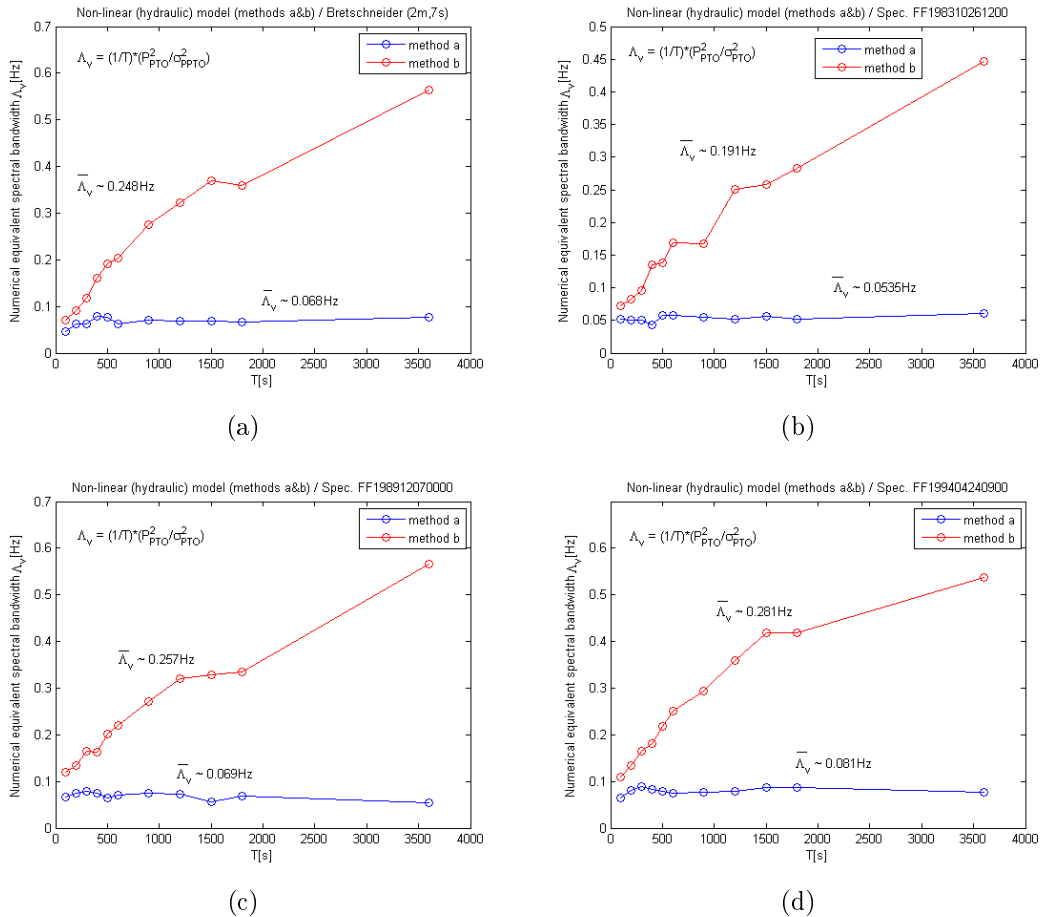


FIG. 3.22: Largeur spectrale de vitesse de pilonnement d'un système linéaire équivalent en fonction de T (Eq. (3.49)) obtenue sur les simulations de spectres-cible Bretschneider ($H_{m0} = 2m$ et $T_e = 7s$) (a) et les spectres estimés à Figueira da Foz (198310261200, 198912070000, et 199404240900 resp.)(b,c,d).

Sur la figure 3.23, on représente $\bar{\Lambda}_v(Hz)$ en fonction des paramètres Λ , ε_0 et κ correspondant au spectre Bretschneider ($H_{m0} = 2m$ et $T_e = 7s$), FF198310261200, FF198912070000, et FF199404240900. Même si ces états de mer présentent des périodes moyennes d'énergie très variables (de $7s$ à $10.8s$), on remarque malgré tout une certaine corrélation du paramètre de largeur spectrale de vitesse du système linéaire équivalent avec celle du champ de vagues. Cela signifie donc qu'en augmentant la largeur spectrale d'un spectre cible auquel le système non-linéaire est sensible, on tend à augmenter la largeur spectrale de la réponse du système linéaire équivalent définie par l'équation (3.49), et donc à diminuer la dispersion de l'estimateur de puissance pour un niveau de puissance donné, tout comme pour un système linéaire simple.

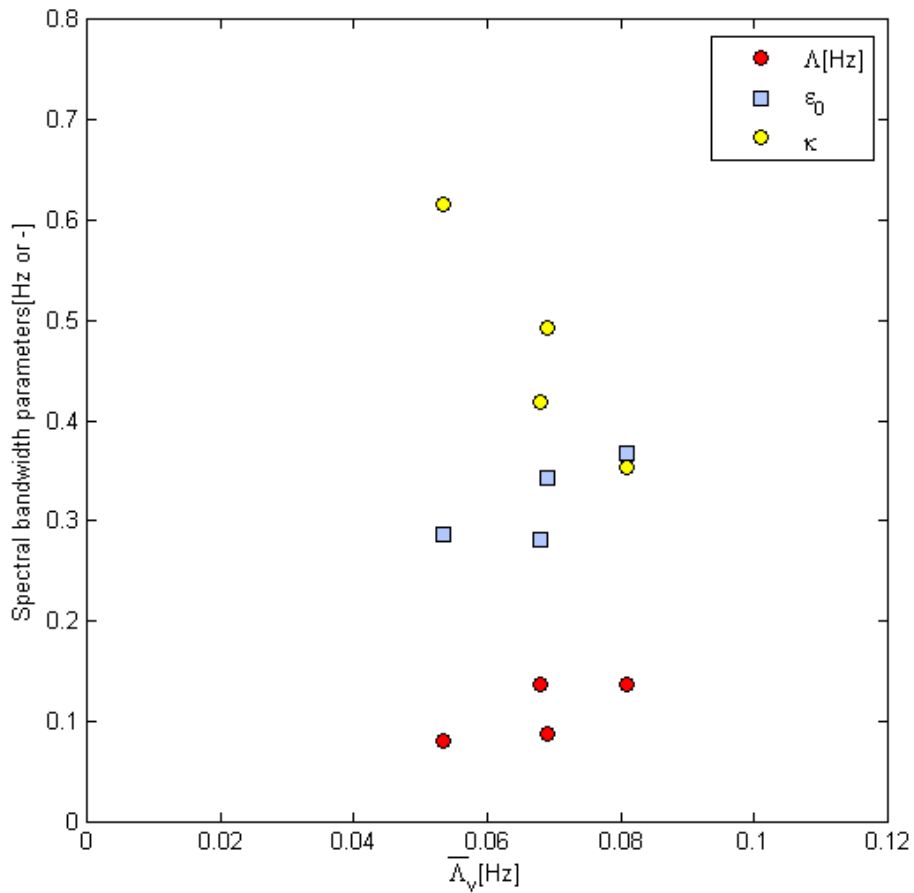


FIG. 3.23: Paramètres de largeur spectrale $\Lambda(Hz)$, ε_0 et κ en fonction de la largeur spectrale de vitesse du système linéaire équivalent $\overline{\Lambda}_v(Hz)$ (Eq (3.49)) pour les quatre états de mer Bretschneider ($H_{m0} = 2m$ et $T_e = 7s$), FF198310261200, FF198912070000, et FF199404240900.

3.6 Modélisation d'un système avec inertie et caractérisation du groupement

L'un des avantages de la modélisation linéaire est son extrême simplicité de mise en oeuvre numérique, notamment lorsque les coefficients hydrodynamiques du flotteur sont connus, ainsi que la possibilité d'obtenir des résultats théoriques à partir des densités spectrales du champ de vagues incident. Le processus d'élévation étant estimé à partir de mesures, on calcule le comportement exact du système à partir de ces données, sachant que les estimations spectrales sont considérées comme représentatives du processus sur une heure à trois heures de réalisation (intervalle de temps courant entre deux calculs ou estimations de spectres successifs). La résolution des équations dynamiques dans le domaine temporel présente l'inconvénient d'être coûteuse en temps de calcul, et ce d'autant plus que l'erreur sur l'estimation de la production moyenne diminue avec le temps de simulation (cf. §3.5), d'où la nécessité de travailler avec de longues simulations, ou bien de prendre la moyenne de plusieurs simulations plus courtes. La modélisation fréquentielle, quant à elle, présente l'avantage de donner directement l'espérance exacte du processus estimé. Lorsque la modélisation se raffine et inclut des modèles non-linéaires de convertisseurs d'énergie plus réalistes, comme des circuits hydrauliques avec accumulateurs à gaz et moteurs couplés à des générateurs électriques (Falcão, 2005; Henderson, 2006; Josset *et al.*, 2007), turbines à air pour systèmes à colonnes d'eau oscillante (Falcão, 2002), turbines à eau basse pression pour réservoirs à déversement (ex : Wave Dragon, Kofoed, 2002), générateurs directs (ex : AWS, Polinder *et al.*, 2005), etc., le domaine fréquentiel devient impraticable.

Outre les principes physiques sur lesquels ils se fondent, les systèmes récupérateurs d'énergie des vagues se caractérisent également par la capacité de leur convertisseur à stocker l'énergie extraite à court-terme – ce que l'on a appelé l'*inertie* du convertisseur. Cette propriété est facilement appréhendée lorsque l'on considère deux convertisseurs particuliers pour le cas du flotteur simple à un degré de liberté. Les mouvements de pilonnement peuvent être récupérés de (au moins) deux manières : soit via un générateur linéaire direct (inertie faible), soit un convertisseur hydraulique avec accumulateur à très haute pression (inertie importante). Dans le premier cas, l'énergie mécanique est directement transformée en électricité : toutes les fluctuations de puissance mécanique (fluctuations de vitesse) sont reproduites en sortie du générateur. Dans le second cas, l'énergie mécanique est directement transformée en énergie hydraulique (pression dans l'accumulateur) elle-même reconvertie en énergie électrique à la sortie de l'accumulateur par une vanne à débit constant alimentant un moteur hydraulique couplé à un générateur : l'accumulateur réalise donc un stockage de l'énergie à court terme dont les caractéristiques varient avec les dimensions de la cuve, le niveau de pression interne, le débit en sortie, etc. Les fluctuations de puissance à l'entrée de l'accumulateur seront donc amorties par ce stockage "tampon", contrairement au générateur direct qui, comme son nom l'indique, ne stocke quasiment aucune énergie que ce soit sous forme mécanique ou électrique.

Il s'agit là d'un point d'une importance majeure pour le développement d'engins récupérateurs d'énergie des vagues, car un convertisseur à inertie trop faible oblige à utiliser un lourd ensemble de transformateurs électriques afin de lisser la puissance de sortie (hacheurs, redresseurs, onduleurs, ...) – ce qui engendre des pertes électriques non négligeables –, tandis qu'un convertisseur à inertie trop haute, donc à puissance de sortie relativement stabilisée, peut ne pas atteindre les niveaux de performance d'un convertisseur direct en raison des pertes mécaniques, hydrauliques, électriques, ... internes. Le meilleur compromis doit être trouvé par les développeurs selon les circonstances, le recours à des lois de contrôle optimisées permettant par la suite de réguler l'inertie selon le convertisseur employé. Bien entendu, l'étude du groupage des vagues trouve là un intérêt certain, notamment pour le dimensionnement des convertisseurs.

3.6.1 Filtrage de la puissance instantanée par volant d'inertie

Il est possible de reproduire le stockage à court-terme d'un système linéaire en couplant sa sortie (vitesse de pilonnement et puissance extraite instantanées) à un modèle simple de volant d'inertie modulable. La puissance extraite par le flotteur $P_{PTO}(t)$, considérée comme puissance aérodynamique d'entrée : $P_a(t) = P_{PTO}(t)$, alimente directement le volant suivant l'équation (en négligeant toutes les pertes d'énergie inhérentes au dispositif, par simplicité)

$$P_{PTO}(t) \equiv P_a(t) = P_e(t) + \frac{I}{2K} \frac{dP_e(t)}{dt} \quad (3.50)$$

où $P_e(t)$ est la puissance électrique (électromagnétique) instantanée du rotor installé sur l'axe du volant, fonction de la vitesse de rotation instantanée $\Omega(t)$ via la loi de contrôle que l'on impose : $P_e(t) = K\Omega^2(t)$, I est l'inertie du volant autour de son axe de rotation ($kg.m^2$), et K la constante de la loi de contrôle précédente ($kg.m^2.s^{-1}$). En effet, en négligeant les pertes par frottement du rotor (voir Falcão, 2002), l'équation dynamique du rotor s'écrit

$$P_a(t) - P_e(t) = I\Omega(t) \frac{d\Omega(t)}{dt} \quad (3.51)$$

qui est équivalente à l'équation (3.50). L'inertie du convertisseur est définie ici par la constante de temps $\mu = I/2K$ (s). L'équation (3.50) est en effet analogue à l'équation électrique d'un circuit RC de résistance $R(\equiv 1/2K)$ et de capacité $C(\equiv I)$, pour lequel le produit $\tau = RC$ définit la constante de temps du circuit, c'est-à-dire le temps mis par le système pour atteindre $\sim 63\%$ de la valeur du régime permanent. A loi de contrôle du rotor fixée (K), plus l'inertie mécanique du volant (I) est grande, plus sa capacité de stockage d'énergie à court-terme (μ) sera élevée.

Par conservation de l'énergie, si le volant est au repos au début et à la fin de la simulation, il vient

$$\overline{P_{PTO}(t)} = \overline{P_a(t)} = \overline{P_e(t)} \quad (3.52)$$

ce que l'on doit observer en pratique sur des simulations dont la durée est très grande devant la constante de temps μ .

Soit $E_{P_{PTO}}(f)$ la densité spectrale de variance du signal $P_{PTO}(t)$ (Eq. (3.23)), on démontre facilement que la densité spectrale de puissance électrique du rotor $E_{P_e}(t)$ vaut

$$E_{P_e}(f) = \frac{E_{P_{PTO}}(f)}{1 + \left(\frac{I}{2K}\right)^2 4\pi^2 f^2} = \frac{E_{P_{PTO}}(f)}{1 + (2\mu\pi f)^2} \quad (3.53)$$

A l'instar du circuit RC, le volant d'inertie réalise un filtrage des hautes fréquences (passe-bas). Pour toute fréquence $f > 0$, $E_{P_e}(f) < E_{P_{PTO}}(f)$, ce qui implique que la variance du signal $P_e(t)$ est toujours inférieure à celle de $P_{PTO}(t)$, d'où de moindres fluctuations. De plus, le spectre $E_{P_e}(f)$ tend vers zéro avec f plus rapidement que $E_{P_{PTO}}(f)$, d'où une fréquence d'oscillation plus faible que le signal d'entrée. Le signal de puissance électrique $P_e(t)$ apparaît donc plus lissé et plus stabilisé que le signal $P_{PTO}(t)$.

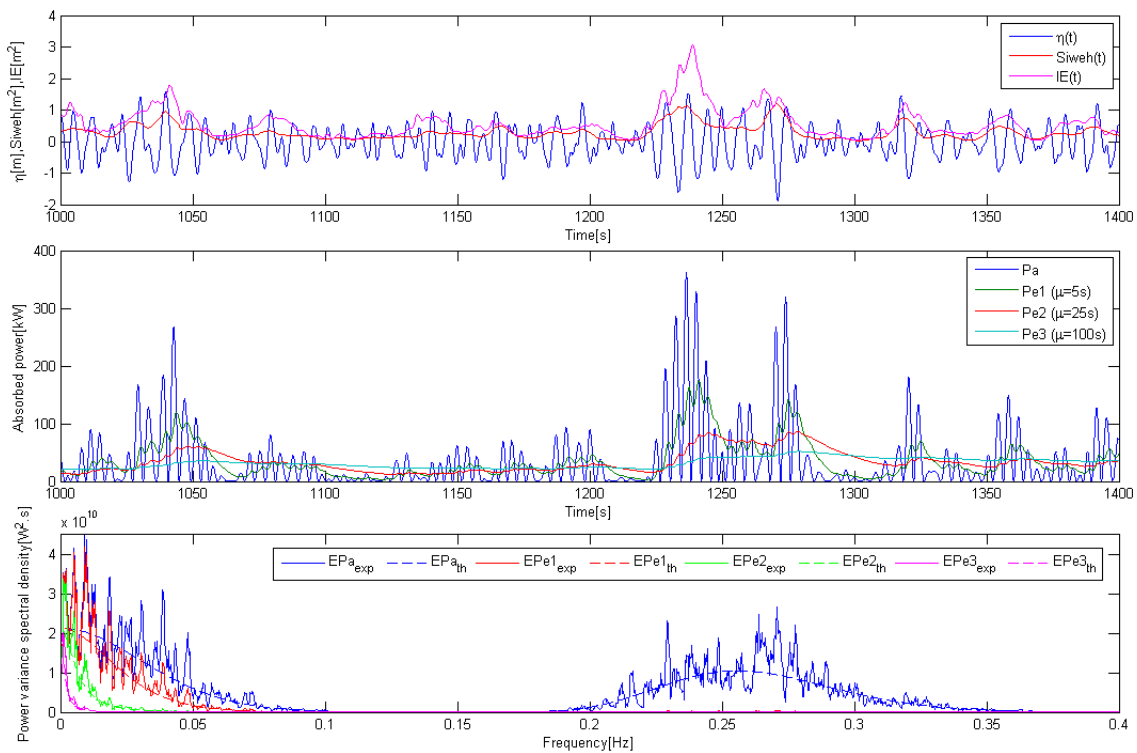


FIG. 3.24: Simulation d'une bouée axisymétrique pilonnante munie d'un volant d'inertie, pour $\mu = 0$ (pas d'inertie), $\mu = 5s$ (inertie faible), $\mu = 25s$ (inertie moyenne), et $\mu = 100s$ (inertie importante) sur un état de mer Bretschneider ($H_s = 2m$, $T_p = 8s$).

Une simulation temporelle de la bouée pilonnante récupératrice d'énergie (cf. §3.2) munie d'un convertisseur à volant d'inertie non dissipatif est illustrée sur les figures 3.24 & 3.25 (hors régime transitoire). Quatre configurations sont simulées : pas d'inertie (système amorti classique, $\mu = 0$), inertie faible ($\mu = 5s$), inertie moyenne ($\mu = 25s$) et inertie importante ($\mu = 100s$). On donne le signal d'élévation de la surface libre et les

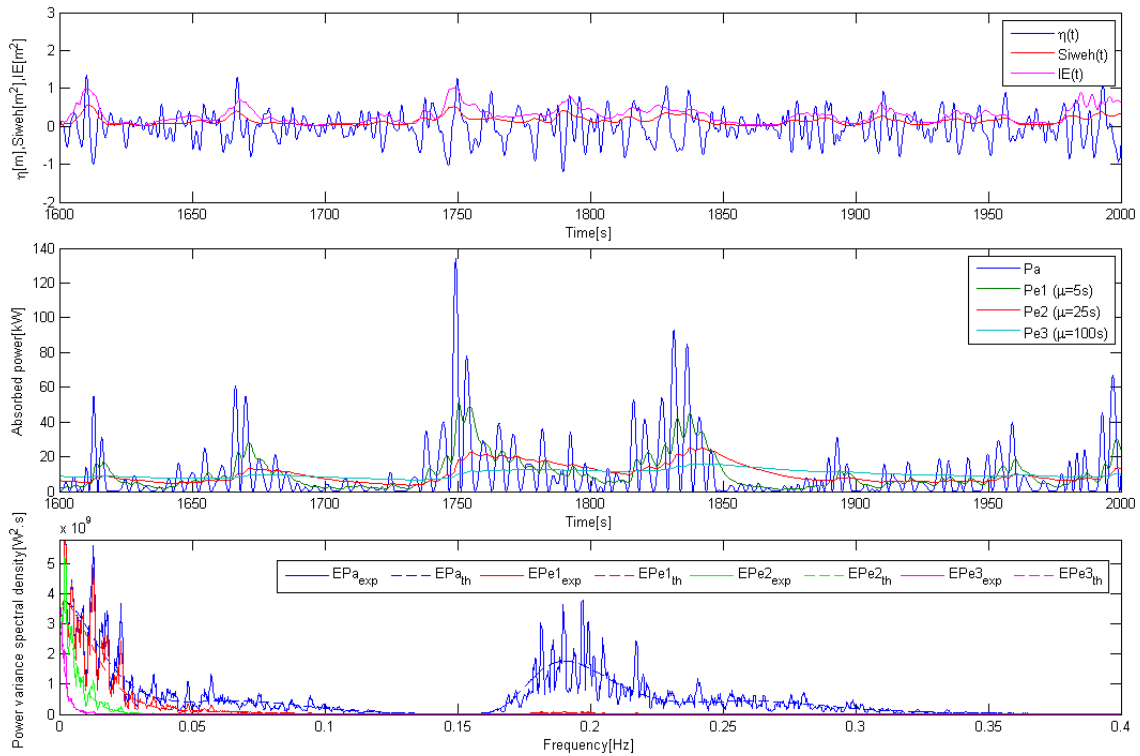


FIG. 3.25: Idem Fig. 3.24 sur un état de mer mixte (houle : $H_s = 1m$, $T_p = 11s$, $Q_p = 5$; mer du vent : $H_s = 1m$, $T_p = 5s$, $Q_p = 2$).

signaux $SIWEH(t)$ et $IE(t)$ correspondants, sachant que deux états de mer différents sont simulés (sur 3600s avec amplitudes et phases aléatoires, *méthode a*) : un système (houle de $H_s = 2m$, $T_p = 8s$, et $Q_p = 2$, Fig. 3.24) et deux systèmes superposés (houle de $H_s = 1m$, $T_p = 11s$, et $Q_p = 5$, et mer du vent de $H_s = 1m$, $T_p = 5s$, et $Q_p = 2$, Fig. 3.25) modélisés par des formes spectrales de type Bretschneider à acuité Q_p variable (Fig. 3.26 ; cf. Annexe C). Les densités spectrales estimées et théoriques de la puissance électrique au rotor $P_e(t)$ y sont également reportées (Eq. (3.23) & (3.53)).

Les quatre signaux de puissance sont très différents : le lissage opéré par le volant d'inertie est manifeste, puisque d'un signal $P_a(t)$ ($\mu = 0$) très fluctuant montrant parfois des pics très élevés ($> 300kW$) on passe à des signaux de puissance $P_{e1}(t)$, $P_{e2}(t)$, et $P_{e3}(t)$ de plus en plus rectilignes, $P_{e3}(t)$ variant très peu autour de sa valeur moyenne (29.1kW et 10.1kW respectivement). La sensibilité aux groupes de vagues va donc décroissant avec l'inertie μ du système.

Pour valider cette assertion, on représente sur les figures 3.27(a&b) la fonction d'intercorrélation des signaux de puissance $P_{e1}(t)$, $P_{e2}(t)$ et $P_{e3}(t)$ centrés réduits avec les signaux d'énergie respectifs $SIWEH(t)$ et $IE(t)$ centrés réduits également, définie ici pour deux signaux temporels $x(t)$ et $y(t)$ par (cf. Eq. (2.1))

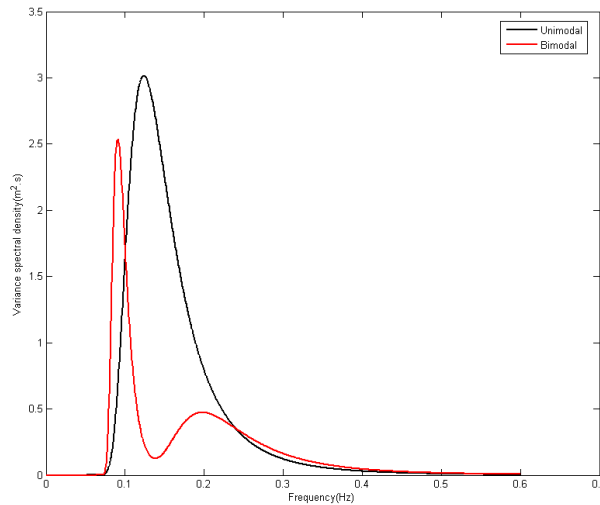


FIG. 3.26: Spectres-cible des états de mer simulés sur les figures 3.24 & 3.25 : houle (courbe noire) et mer mixte houle-mer du vent (courbe rouge).

$$R_{yx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)y(t - \tau) dt \quad (3.54)$$

et moyennée sur la durée d'intégration numérique (estimation "sans biais" sur Matlab). L'état de mer cible est le spectre Bretschneider de la figure 3.26 simulé avec amplitudes et phases aléatoires (*méthode a*) sur 3600s. Pour les deux signaux d'énergie, on observe que l'intercorrélacion est d'autant plus grande que l'inertie est faible : la meilleure corrélation est en effet obtenue pour la configuration $\mu = 5s$. Du fait du lissage, cette corrélation est même plus prononcée que pour le cas de la puissance absorbée $P_{PTO}(t)$. On note également que les pics d'intercorrélacion apparaissent à des écarts temporels d'autant plus grands que l'inertie du volant est élevée (5s, 8s et 11s pour $P_{e1}(t)$, $P_{e2}(t)$ et $P_{e3}(t)$ respectivement dans le cas de l'intercorrélacion avec le *SIWEH*). Dans le domaine temporel, l'utilisation de signaux d'énergie tels que *SIWEH*(t) et *IE*(t) pour détecter les groupes semble donc intéressante puisque, comme on le voit, les signaux de puissance de sortie y sont sensiblement corrélés (l'état de mer ici est choisi de telle sorte qu'il corresponde à l'intervalle de résonance de la bouée).

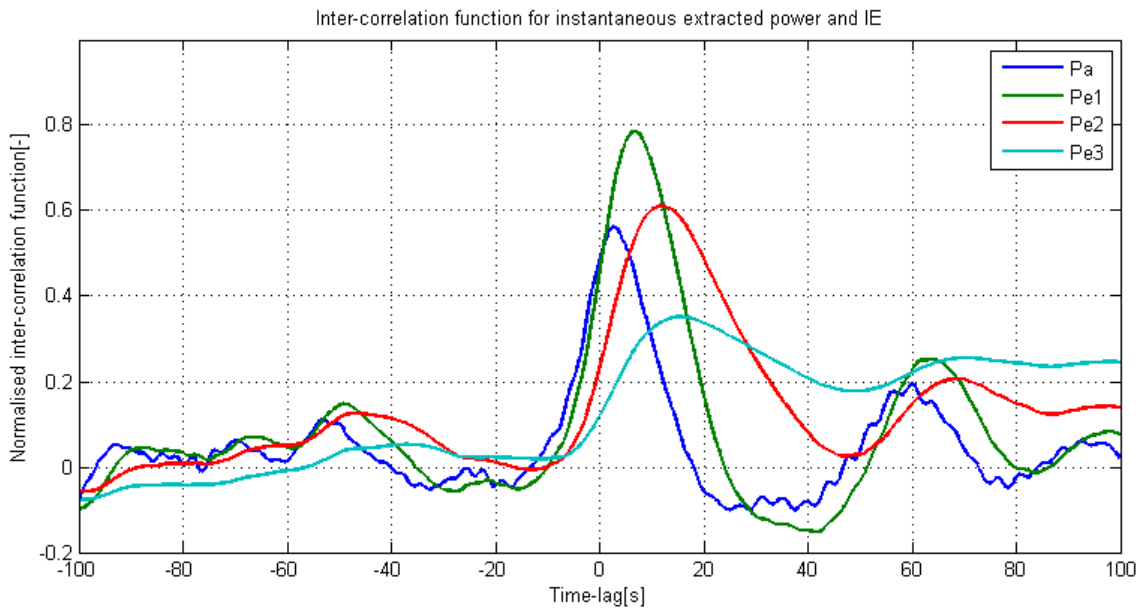
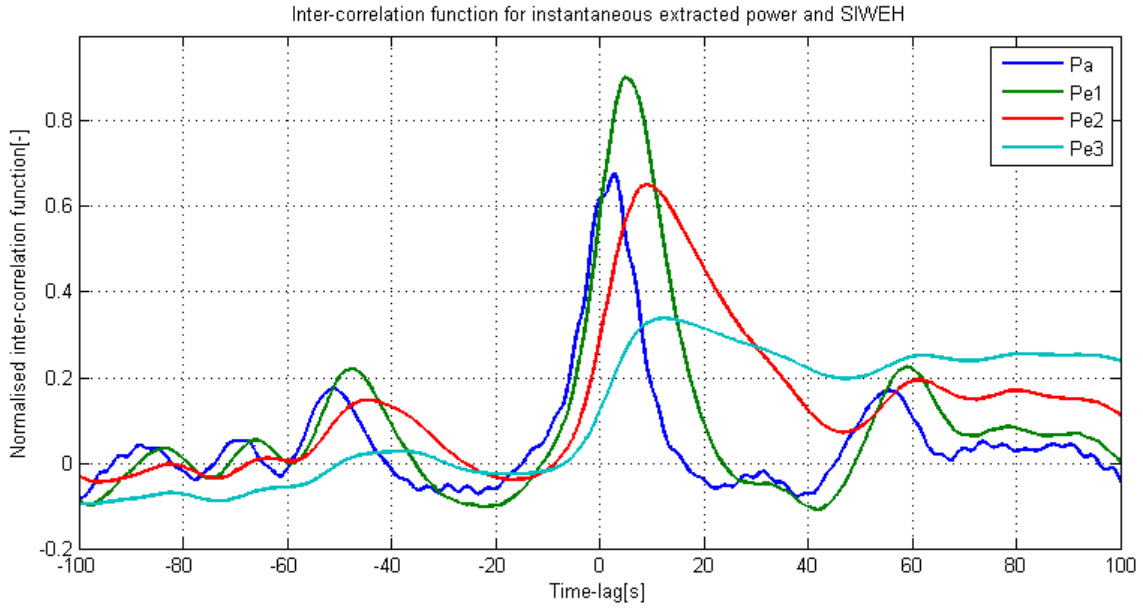


FIG. 3.27: Fonction d'intercorrélacion des signaux de puissance $P_{e1}(t)$, $P_{e2}(t)$ et $P_{e3}(t)$ centrés réduits avec les signaux d'énergie $SIWEH(t)$ (a) et $IE(t)$ (b) centrés réduits.

3.6.2 Cuve de stockage d'énergie à court-terme avec puissance de sortie nominale

Un autre modèle possible pour un dispositif réel muni d'un convertisseur relié à un réseau électrique consiste à considérer sa puissance de sortie $P_s(t)$ comme binaire (moteur hydraulique) : soit elle est égale à sa puissance nominale P_{nom} , soit elle est nulle. Dans ce dernier cas, le système se trouve exclusivement en charge grâce à une cuve de stockage d'énergie instantanée $E_{capa}(t)$. Autrement, le système est en charge si la puissance absorbée instantanée est supérieure à P_{nom} , ou en décharge dans le cas contraire, le défaut de puissance étant compensé par l'énergie déjà stockée dans la cuve. A chaque instant i_t de la simulation numérique, on suit donc un algorithme du type :

Si $E_{capa}(i_t) > E_{min}$ et système en charge à $i_t - 1$
ou $E_{capa}(i_t) > P_{nom}\Delta t$ et système en décharge à $i_t - 1$, Faire

- $P_s(i_t) = P_{nom}$
- statut à $i_t =$ décharge
- $E_{capa}(i_t + 1) = E_{capa}(i_t) + (P_{PTO}(i_t) - P_{nom}) * \Delta t$

Si non Faire

- $P_s(i_t) = 0$
- $E_{capa}(i_t + 1) = E_{capa}(i_t) + P_{PTO}(i_t) * \Delta t$

Fin Si

[E_{min} est choisi ici tel que $E_{min} = P_{nom} * T_{min}(20s)$, et $E_{capa}(0) = 0$]. La cuve de stockage n'a pas de limite supérieure dans un premier temps. La puissance de sortie est donc bien intermittente, comme le montre la figure 3.28 pour une simulation de 1200s de la bouée pilonnante linéaire dans le domaine fréquentiel (*méthode a* pour un état de mer cible Bretschneider de $H_s = 2m$ et $T_p = 8s$).

Sur une simulation donnée de durée T , on définit un facteur de qualité (ou taux de fonctionnement) $\Phi_{q,P_{nom}}(T)[\%]$ correspondant à une puissance nominale donnée $P_{nom}[kW]$, tel que

$$\Phi_{q,P_{nom}}(T) = \frac{\sum \tau(P_s = P_{nom})}{T} \quad (3.55)$$

c'est-à-dire le ratio de la durée totale (en cumulé) où $P_s(t) = P_{nom}$ sur la durée de simulation T . Ce facteur dépend clairement des caractéristiques de groupement de vagues et constitue ainsi un paramètre pertinent pour l'étude de dimensionnement de systèmes de conversion similaires. Ici, la puissance nominale est prise égale à la valeur de la puissance extraite moyenne par le système linéaire sur le processus cible envisagé ($P_{nom} = \overline{P_{PTO}}$, cf. Eq. (3.14)), et l'on notera par simplicité $\Phi_q(T) = \Phi_{q,\overline{P_{PTO}}}(T)$.

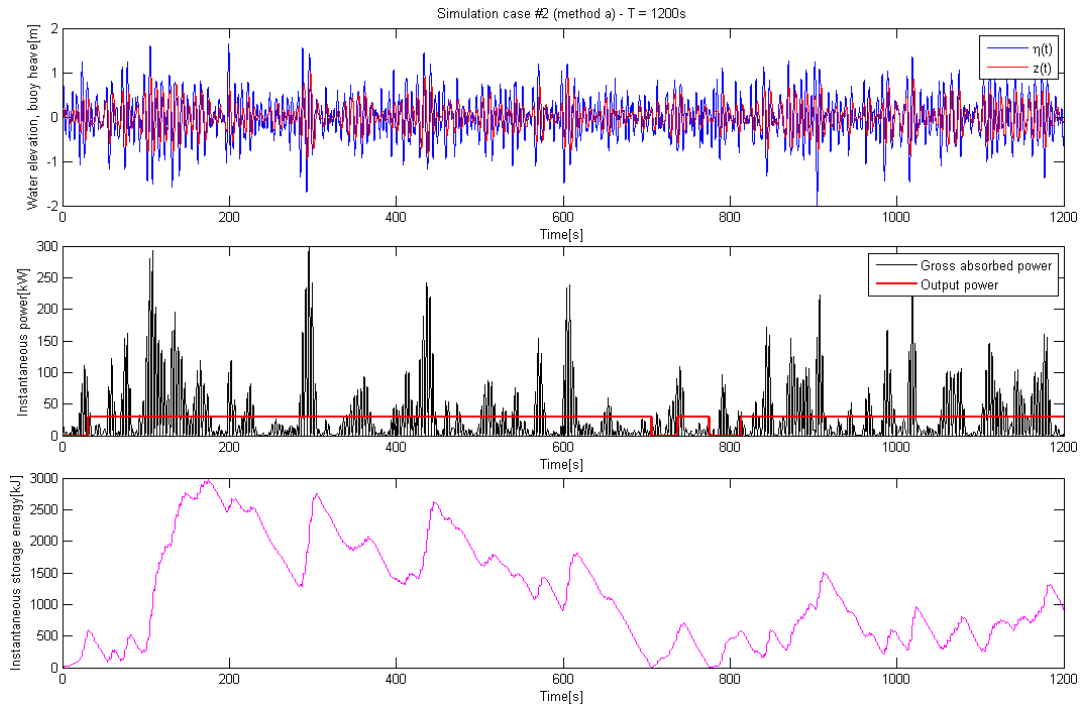


FIG. 3.28: Simulation d’une bouée axisymétrique pilonnante avec inertie par cuve de stockage à court-terme (sans limite supérieure) sur un état de mer Bretschneider ($H_s = 2m$, $T_p = 8s$, méthode *a*).

On observe tout d’abord l’effet de la méthode de simulation (*a* ou *b*) sur l’estimation du facteur de qualité moyen attendu $E[\Phi_q(T)]$ sur l’état de mer cible considéré, pour lequel la puissance moyenne extraite théorique est de $29.1kW$ (système sans inertie) et pour différentes durées de simulation (échantillons de 300 simulations à chaque fois). Les résultats (valeurs moyennes et écarts-type) sont représentés sur la figure 3.29 : on observe que la *méthode b* engendre un léger biais dans l’estimation de ce facteur en le surestimant systématiquement par rapport à la *méthode a*, tout en diminuant la dispersion de l’estimateur. Pour les deux méthodes, l’espérance du facteur de qualité augmente avec la durée de simulation, au-delà de 90%. La valeur asymptotique est en revanche difficile à déterminer, car la convergence des courbes n’est pas encore tout à fait marquée. On déduit de ce graphique que plus la simulation est représentative du processus, et plus l’estimation du facteur de qualité du processus est élevée.

Observons ensuite la variabilité de l’espérance de $\Phi_q(600s)$ avec la largeur spectrale, ici contrôlée par le facteur Q_p d’un spectre Bretschneider généralisé. La figure 3.30 donne les résultats obtenus sur des échantillons de 300 simulations, pour Q_p allant de 1 à 7, avec les valeurs de ε_2 et $\varepsilon_{z,2}$ correspondantes. Cette figure montre une nette décroissance quasi-linéaire de $E[\Phi_q(600s)]$ en fonction de Q_p ; d’après les résultats du §3.5, on sait que diminuer la largeur spectrale du processus nécessite d’augmenter la durée de simulation à précision d’estimateur égale (Eq. (3.47) & (3.48)), ou, de façon plus prosaïque : « *plus la largeur spectrale diminue, plus il faut simuler longtemps.* »

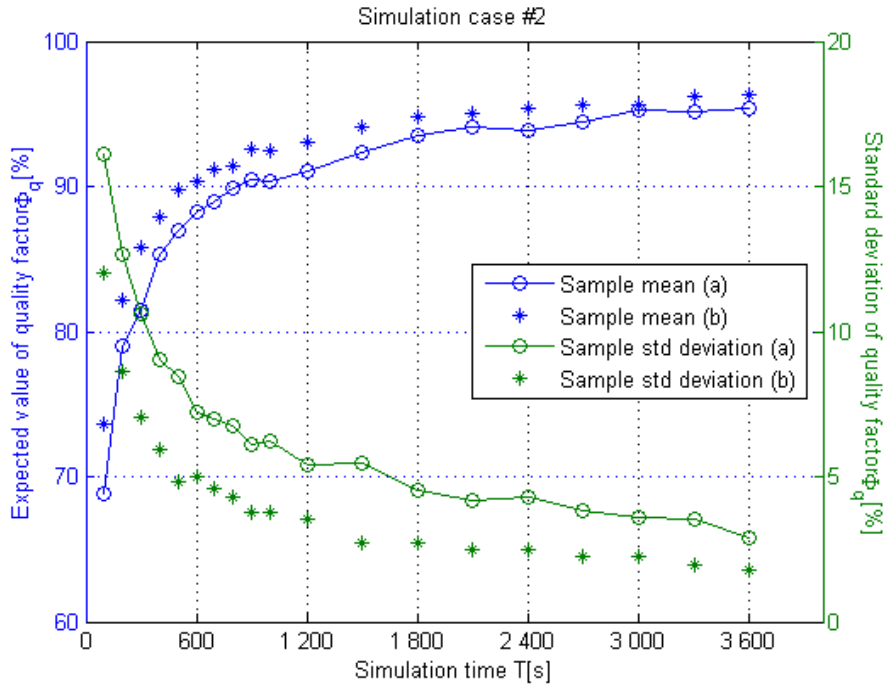


FIG. 3.29: Espérance (axe gauche, bleu) et écart-type (axe droit, vert) de l'estimateur du facteur de qualité Φ_q obtenus sur des échantillons de 300 simulations de la bouée pilonnante avec les méthodes a (cercles) et b (étoiles) en fonction de la durée de simulation T .

Sur les figures 3.31(a-c), on représente divers paramètres de groupage moyens liés au fonctionnement du dispositif en fonction de la puissance nominale choisie, ici adimensionnée par la puissance $\overline{P_{PTO}}$: l'espérance de $\Phi_{q,P_{nom}}(1200s)$ (a), la durée moyenne (s) des phases de décharge (où $P_s = P_{nom}$) (b), et l'énergie moyenne déchargée ($P_{nom} * \tau(P_s = P_{nom})$, en kJ) lors de ces événements (c). On donne sur chacune de ces figures les 10^e et 90^e centiles des distributions obtenues. Toutes ces estimations sont obtenues à partir de simulations du dispositif sur 1200s avec la méthode a . La dispersion sur l'estimation de $\Phi_{q,P_{nom}}(1200s)$ semble assez réduite d'après la figure 3.31(a) ; en outre, on observe un palier légèrement inférieur à 100% jusqu'à $P_s^* = 1$, à partir duquel le facteur suit une décroissance de type exponentiel, pour tomber à 12% lorsque $P_s^* = 8$. La durée moyenne de décharge (Fig. 3.31(b)) atteint une valeur maximale pour $P_s^* = 1$ puis décroît de la même façon. De même, l'énergie moyenne de décharge atteint un pic en $P_s^* = 1$ et croît ensuite de nouveau avec P_s^* . Le critère $P_s^* = 1$ apparaît donc comme un choix optimal dans le design du convertisseur lorsque la cuve a une limite de stockage élevée.

En réalité, une cuve de stockage possède une capacité limitée : on peut donc fixer une limite arbitraire de stockage (en kJ), ce qui modifie sensiblement la puissance de sortie du dispositif, comme le montre la figure 3.32 où cette limite a été fixée à 1000kJ (à comparer à la figure 3.28). Le facteur de qualité est en général réduit, puisque la

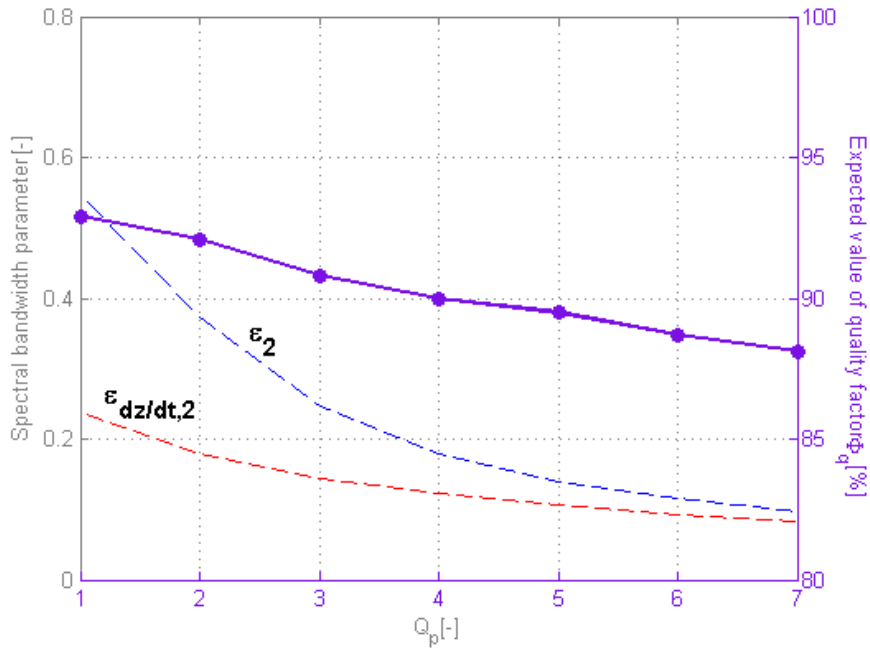
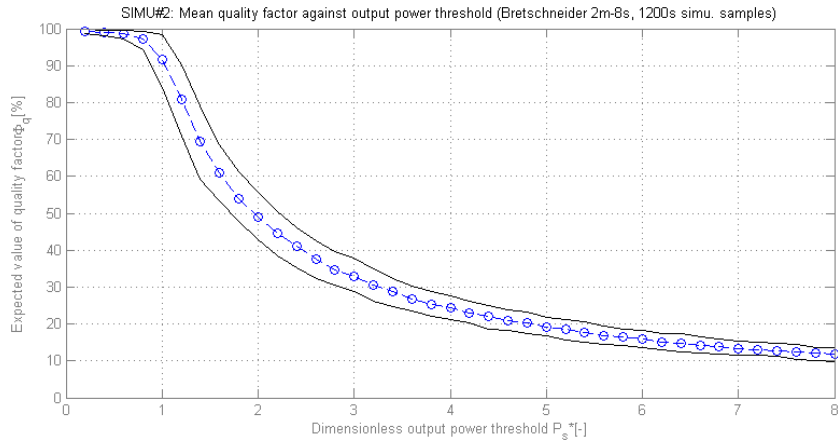


FIG. 3.30: Espérance du facteur de qualité $\Phi_q(600s)$ (axe droit, trait mauve) sur des états de mer cibles Bretschneider de Q_p croissant (de 1 à 7), estimée à partir d'échantillons de 300 simulations de la bouée pilonnante ; paramètres d'étalement ε_2 et $\varepsilon_{z,2}$ correspondants (axe gauche, tirets bleus et rouges).

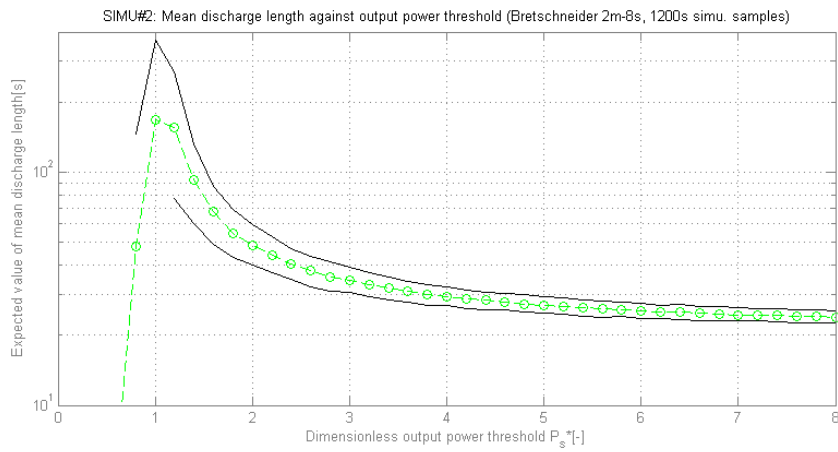
capacité de stockage est elle-même réduite.

La figure 3.33 représente $E[\Phi_q(1200s)]$ en fonction du seuil de stockage maximal E_{max} obtenue selon les deux méthodes de simulation de la surface libre (*a* et *b*) pour le même état de mer cible que précédemment. La capacité de la cuve augmente avec E_{max} , ce qui explique que les courbes soient croissantes en fonction de ce paramètre. On note qu'un biais d'estimation apparaît à partir de $E_{max} = 1500kJ$ en utilisant la *méthode b*, qui surestime ensuite systématiquement la *méthode a* une fois encore.

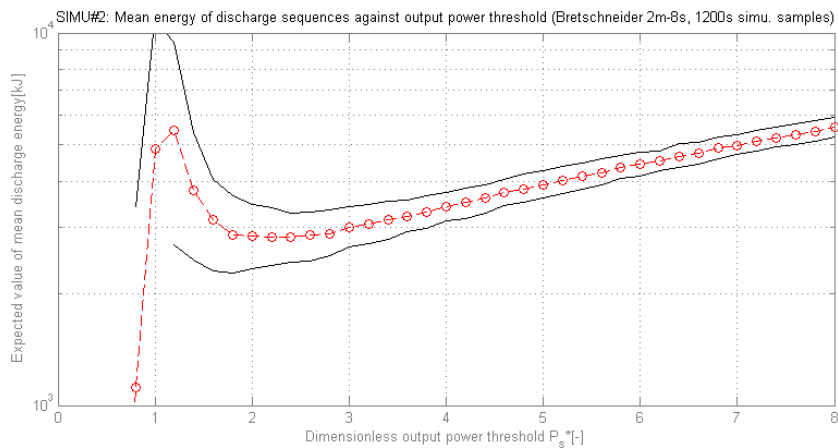
Dans le cas du volant d'inertie tout comme dans le cas de la cuve de stockage (Fig. 3.27(a&b)), il est manifeste que le groupement temporel a une influence directe sur les signaux de sortie du système (puissance – électrique – de sortie). Lorsque l'on simule le champ de vagues incident avec la *méthode a*, la valeur moyenne des estimateurs de paramètres de performance comme la puissance ou le facteur de qualité correspond à la valeur cible du processus (estimation sans biais), et la dispersion observée est en partie due à la variabilité des formes spectrales simulées. Avec la *méthode b* en revanche, l'énergie du champ de vagues étant toujours la même – le spectre simulé étant toujours le spectre cible – on peut d'une part observer parfois un biais par rapport à la *méthode a* (c'est le cas pour la taux de fonctionnement), et d'autre part légitimement penser que la variabilité des estimateurs n'est due qu'à celle des phases des harmoniques du signal d'élévation en entrée, c'est-à-dire au groupement, comme l'ont bien compris



(a)



(b)



(c)

FIG. 3.31: Statistiques de groupes sur la puissance de sortie du dispositif avec cuve de stockage en fonction de la puissance nominale adimensionnelle ($P_s^* = P_{nom}/\overline{P_{PTO}}$) : espérance du facteur de qualité $\Phi_{q,P_{nom}}$ (1200s)(a), durée moyenne de décharge (échelle log.)(b), et énergie moyenne déchargée (échelle log.)(c).

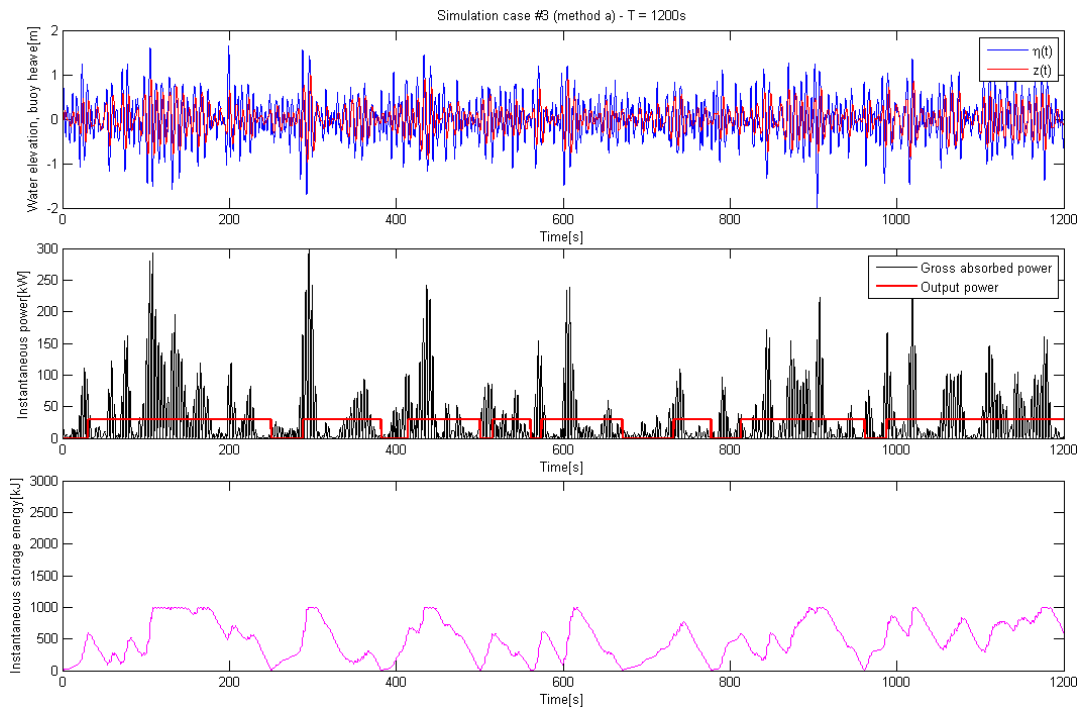


FIG. 3.32: Simulation d'une bouée axisymétrique pilonnante avec inertie par cuve de stockage à court-terme (avec limite supérieure à 1000kJ) sur un état de mer Bretschneider ($H_s = 2\text{m}$, $T_p = 8\text{s}$, méthode a).

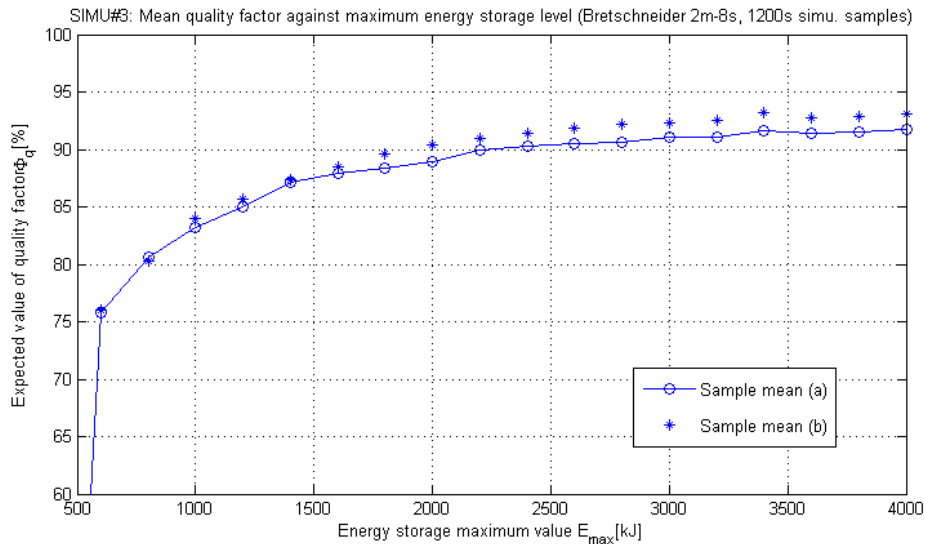


FIG. 3.33: Espérance du facteur de qualité $\Phi_q(1200\text{s})$ en fonction du seuil de stockage maximal (kJ) sur des échantillons de 300 simulations pour un état de mer cible Bretschneider ($H_s = 2\text{m}$, $T_p = 8\text{s}$) simulé avec les méthodes a et b .

Funke et Mansard. D'où l'interrogation suivante : si la réponse d'un système récupérateur (sa puissance de sortie) suit raisonnablement les variations d'un signal d'énergie (de groupes) comme le $SIWEH(t)$, la valeur de l'estimateur sur une simulation avec phases aléatoires peut-elle être expliquée par celle du facteur de groupement correspondant (GF_{SIWEH}) ? [La question s'applique d'ailleurs aussi bien au $SIWEH(t)$ qu'au signal $IE(t)$ issu de la décomposition empirique modale d'Hilbert-Huang, mais étant donnée la similarité relative des deux signaux, on se limitera à $SIWEH(t)$].

Afin de se faire une idée de la réponse, on observe le lien entre le facteur de qualité $\Phi_q(1200s)$ et le facteur de groupement GF_{SIWEH} sur 500 simulations du même spectre Bretschneider avec la *méthode b* et sans limite de stockage de la cuve. Pour le calcul du $SIWEH(t)$, on ne considère aucune phase transitoire, de même que pour le calcul du facteur de qualité jusqu'à présent. Le résultat – éloquent – est donné sur la figure 3.34 : le nuage de points est parfaitement isotropique et n'esquisse donc pas la moindre corrélation. Sur cet exemple, on en conclut que le facteur GF_{SIWEH} (et par extension tout facteur similaire comme GF_{IE} , GF_{Π} , ...) est inapte à caractériser le groupement pour l'étude d'un tel convertisseur. Rappelons que ce facteur s'assimile au coefficient de variation du signal d'énergie, c'est-à-dire sa variabilité relative. Un paramètre plus pertinent, plus corrélé aux estimateurs de performance – s'il existe –, serait à définir.

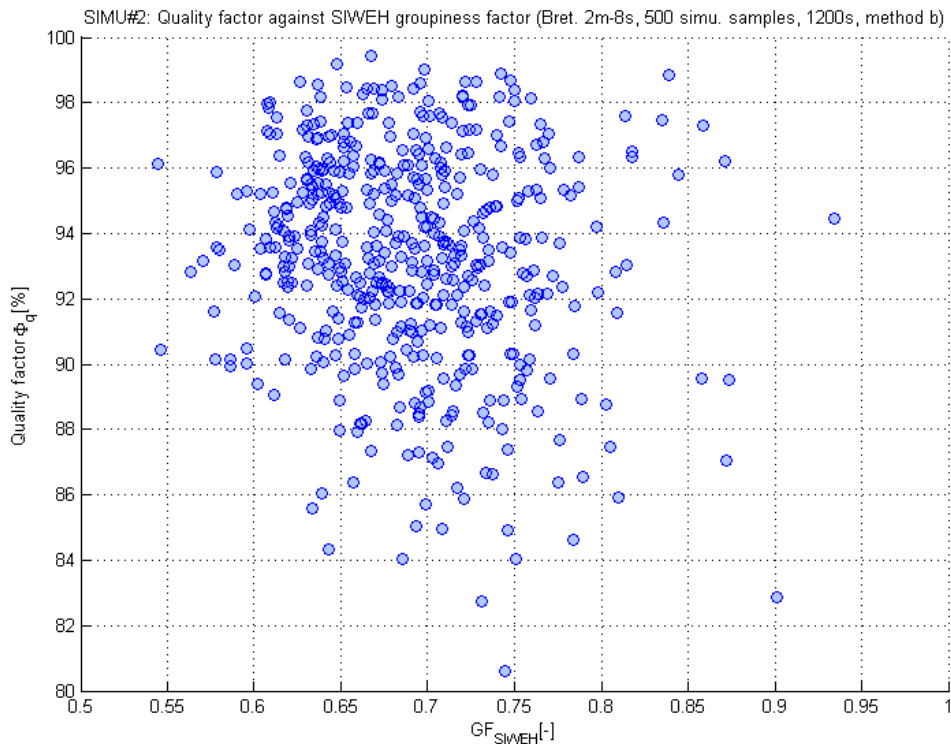


FIG. 3.34: Facteur de qualité $\Phi_q(1200s)$ estimé en fonction du facteur de groupement GF_{SIWEH} du signal d'élévation sur un échantillon de 500 simulations pour un état de mer cible Bretschneider ($H_s = 2m$, $T_p = 8s$) simulé avec la *méthode b*.

3.7 Conclusion sur la forme spectrale globale et son influence sur la production moyenne des systèmes houlomoteurs

Ce chapitre a permis de mieux comprendre la sensibilité des systèmes houlomoteurs oscillants à la largeur spectrale globale des états de mer. Il a été notamment démontré que plus le dispositif était résonant vis-à-vis des fréquences principales des vagues incidentes, et plus sa sensibilité à la largeur spectrale était forte. En outre, cette sensibilité est apparue d'autant plus significative que la gamme de réponse du système était large (cas de la configuration IPS4). Dans ces conditions, des paramètres de largeur spectrale tels que ε_0 et ε_1 se sont montrés adéquats pour caractériser la performance des systèmes (largeur de capture) lorsque la hauteur significative H_s et la période d'énergie T_e étaient fixées par ailleurs. Ce chapitre a clos avec la considération de convertisseurs capacitifs (turbines, accumulateurs à gaz, etc.) simplifiés dans le domaine temporel. On a observé que plus l'inertie du dispositif était grande (ex : turbine à air munie d'une loi de contrôle), et plus la corrélation de la puissance – variable – de sortie avec les groupes des vagues incidentes – identifiés par des signaux d'énergie instantanée de l'élévation tels que $SIWEH(t)$ et $IE(t)$ (mais pas par des facteurs de groupement de type GF_{SIWEH} cependant) – diminuait en se décalant dans le temps. Pour un système à puissance de sortie nominale (ex : accumulateur à gaz couplé à un moteur hydraulique), on a montré, d'une part, que le taux de fonctionnement moyen du système complet augmentait avec la durée de simulation T , et d'autre part, que celui-ci augmentait avec la largeur de bande de l'état de mer pour une durée de simulation fixée (sous réserve que le système mécanique y soit raisonnablement résonant).

Par ailleurs, ce chapitre a illustré l'application d'une méthode spectrale de groupement (méthode d'enveloppe) aux groupes de hauteurs de vitesse instantanée (du degré de liberté lié à la conversion d'énergie), ce qui permet d'en déduire des statistiques théoriques sur les groupes de pics de puissance convertie instantanée. Une analyse vague par vague des résultats d'une simulation numérique longue d'un dispositif linéaire a permis de valider les formulations théoriques obtenues.

Enfin, le rôle de la largeur spectrale globale vis-à-vis de l'estimation de paramètres de vagues moyens, et *a fortiori* de paramètres de production moyenne de systèmes houlomoteurs à partir de simulations menées dans le domaine temporel, a été clairement identifié. Ceci a illustré le fait qu'en modélisation dynamique temporelle, la largeur spectrale a non seulement un effet sur la réponse propre probable du dispositif, selon qu'il est résonant ou non, mais également sur la dispersion des valeurs de l'estimateur de puissance moyenne convertie. Ainsi, plus la largeur spectrale augmente, plus la dispersion de l'estimateur diminue, et donc meilleure est la précision de l'estimation. Au cours de cette étude, il a été également démontré que simuler l'état de mer avec la *méthode b* n'entraînait pas de biais sur l'estimation de performance moyenne par rapport à la *méthode a*, tout en réduisant la dispersion de l'estimateur.

Ce chapitre clôt donc la partie consacrée à la largeur spectrale globale de l'état de mer et son effet sur la performance de systèmes peu sensibles à la directionnalité des vagues (axisymétriques, ici), ce qui constitue en soi un premier raffinement climatologique important lorsque l'on représente l'état de mer par sa densité spectrale $E(f)$. La partie suivante raffine un peu plus la cette description en considérant les systèmes de vagues constitutifs de l'état de mer, ce qui ajoute la dimension directionnelle dans la caractérisation globale, à partir des densités spectro-directionnelles $E(f, \theta)$.

Deuxième partie

Description raffinée des états de mer et
suivi spatio-temporel des systèmes de
vagues

Chapitre 4

Représentation unimodale et multimodale des états de mer

4.1 Représentation unimodale

La plupart des études de design et de dimensionnement de structures offshore et de navires se fondent sur une représentation unimodale de états de mer. Historiquement, la description des conditions maritimes se limite aux paramètres de hauteur significative, période et direction moyennes ou de pic, qui constituent les données basiques pour l'évaluation de l'état de mer global, et notamment son degré de sévérité. La hauteur significative en diverses régions des océans était en effet estimée visuellement à bord de navires militaires et commerciaux (Hogben et Lumb, 1967), bien avant que l'on ne commençât à mesurer l'élévation de la surface de l'océan (bouées, radars, sondes, altimètres, satellites, ...). La forme spectrale est inconnue, et l'on modélise l'état de mer comme un seul et même système de vagues grâce à des modèles paramétriques en fréquence (et direction) pour représenter la densité spectrale $S(f)$ ou directionnelle $S(f, \theta)$.

Plusieurs formes spectrales paramétriques en fréquence ont été proposées dans la littérature – certaines d'entre elles ayant déjà été présentées précédemment – et sont ajustées à l'aide des données globales de hauteur et période (éventuellement du vent local), comme les spectres JONSWAP (Hasselmann *et al.*, 1973), Pierson-Moskowitz (Pierson et Moskowitz, 1964), Bretschneider (Bretschneider, 1959), Wallops (Huang *et al.*, 1981), entre autres. Le spectre directionnel $S(f, \theta)$ et la densité spectrale d'énergie en fréquence $S(f)$ sont reliés par

$$S(f, \theta) = S(f) \cdot D(f, \theta) \quad (4.1)$$

où $D(f, \theta)$ désigne la fonction de distribution directionnelle, qui peut éventuellement dépendre de la fréquence et satisfait la condition de normalisation

$$\int_0^{2\pi} D(f, \theta) d\theta = 1 \quad (4.2)$$

On trouve diverses formes paramétriques directionnelles dans la littérature, par exemple chez Benoit *et al.* (1997), Krogstad *et al.* (1997) ou dans le rapport C.O.S.T. (Kahma *et al.*, 2005, §2.5, p. 35-50) : \cos^{2s} , gaussienne, wrapped-normal, Poisson, von Mises, ... chacune d'elles pouvant être déterminée à partir de la direction et de l'étalement moyens de l'état de mer. La formulation la plus couramment utilisée est la distribution \cos^{2s} (Mitsuyasu *et al.*, 1975) définie par

$$D(\theta) = D(f, \theta) = \frac{\Gamma(s+1)}{2\sqrt{\pi}\Gamma(s+\frac{1}{2})} \cdot \cos^{2s} \left(\frac{\theta - \bar{\theta}}{2} \right) \quad (4.3)$$

autour d'une direction moyenne $\bar{\theta}$, où la fonction Gamma (Γ) est définie en annexe C, et où le paramètre d'étalement s est d'autant plus grand que la distribution angulaire est réduite (cf. Fig. 4.1). Sur la figure 4.2, on montre à titre d'exemple le cas d'un spectre synthétique construit à partir d'une forme Bretschneider et \cos^{2s} avec $s = 2$ (large étalement).

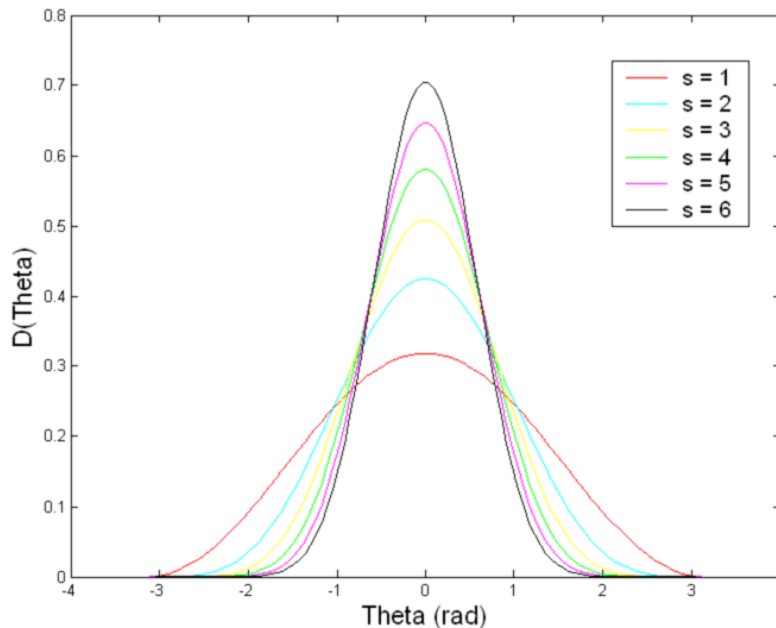


FIG. 4.1: Distribution \cos^{2s} pour $s = 1$ à 6.

Lorsque la densité spectrale $E(f)$ est estimée à partir de mesures, il est difficile de connaître avec exactitude la distribution angulaire de l'énergie dans chaque bande de fréquence. Une bouée accélérométrique enregistrant ses mouvements selon trois degrés de liberté (pilonnement/roulis/tangage ou pilonnement/cavalement/embarquée) ne permet en effet de ne calculer que les quatre premiers coefficients de la série de Fourier de la fonction de distribution $D(f, \theta)$ (ordres 1 et 2). On recense un certain nombre

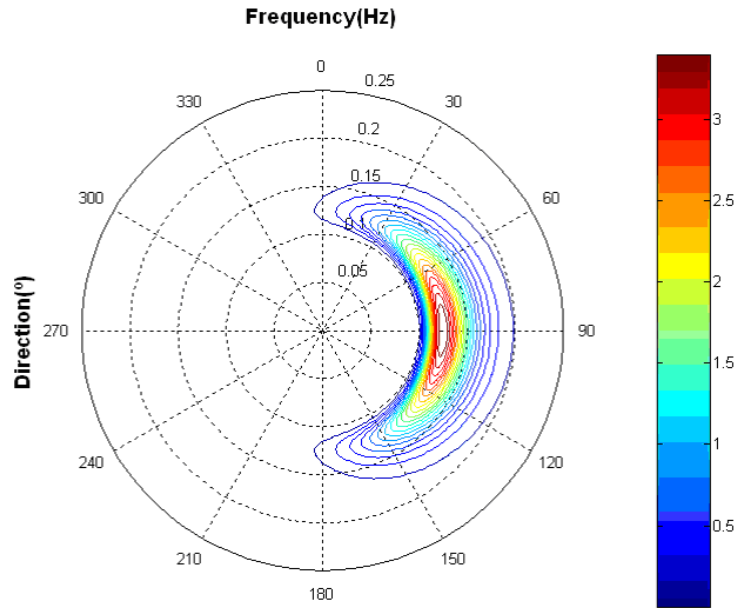


FIG. 4.2: Exemple de spectre directionnel $[m^2.s/rad]$ synthétique de type Bretschneider avec distribution angulaire en \cos^{2s} pour $s = 2$.

de méthodes pour évaluer cette fonction à partir de ces coefficients, que Benoit *et al.* (1997) passent en revue de façon très exhaustive : série de Fourier tronquée et pondérée, maximum de vraisemblance, maximum d'entropie, méthode bayésienne, ... Au vu de la relative complexité de la mise en œuvre technique (bouées, capteurs, réseaux) et numérique (algorithmes itératifs parfois complexes) à déployer pour connaître avec précision le contenu spectral d'un état de mer, les méthodes paramétriques unimodales fondées sur un très petit nombre de caractéristiques (énergie, fréquence, direction, et éventuellement étalements fréquentiel et angulaire) s'avèrent extrêmement pratiques pour le dimensionnement de structures en ingénierie navale, côtière et offshore.

Ainsi, Oliveira-Pires *et al.* (1999) évaluent le paramètre d'étalement s moyen pour les sites d'observation de l'atlas européen sur la ressource en énergie des vagues WERATLAS (Pontes *et al.*, 1997; Pontes, 1998) à partir de résultats du modèle de propagation WAM, ce qui permet de raffiner la description des états de mer moyens observés dans l'Océan Atlantique et en Mer Méditerranée (direction et étalement moyens observés).

Le fait de considérer la forme spectrale des états de mer comme une information importante ou non divise les océanographes des ingénieurs hydrodynamiciens. Lorsque les premiers observent en détail la dynamique des interactions de houles et de mers de vent, les derniers ne s'intéressent qu'à l'état de mer global du point de vue de son énergie. Or, comme on l'a vu au chapitre précédent, la répartition de l'énergie dans le plan fréquence-direction ne peut être systématiquement réduite à la considération d'un état de mer unimodal, au risque de simuler des états de mer très éloignés de leur réalité physique.

Pour mieux appréhender cette réalité, il est intéressant d'évaluer la fréquence d'observation d'états de mer unimodaux en un site donné, ou, à l'inverse, les occurrences d'états de mer bi- ou multimodaux. Guedes-Soares (1984) réunit les observations (densités spectrales estimées) rapportées par de nombreuses études menées dans l'Océan Atlantique et aboutit, selon le niveau de hauteur significative globale, à un pourcentage situé entre 10% et 30% d'occurrences de spectres bimodaux, d'autant plus faible que H_s diminue, avec une moyenne proche de 22%. De même, Kerbiriou (2007), utilisant cette fois-ci des données spectrales issues du modèle de hindcast WaveWatch III (Tolman, 2002) dans le Golfe de Gascogne sur l'année 2005 sépare les systèmes de vagues des spectres directionnels grâce à l'application SPOP (cf. §5) et obtient les statistiques données dans le tableau 4.1. Celles-ci montrent que dans 38% des cas, les états de mer sont unimodaux, et dans au moins 38% des cas également, bimodaux (houle + mer de vent, deux houles, ...), les états de mer restants étant multimodaux à trois systèmes au moins. L'hypothèse d'états de mer unimodaux pour simuler le comportement dynamique des structures soumises à l'action d'un champ de vagues semble donc peu réaliste au vu des observations et résultats de modèles, du moins en ce qui concerne l'Océan Atlantique.

TAB. 4.1: Statistiques sur la composition des états de mer (nombre de houles "H" et mers de vent "MDV") observés dans le Golfe de Gascogne sur l'année 2005 à partir de données du modèle WaveWatch III (Kerbiriou, 2007).

		H		
		0	1	2
MDV	0	0	34%	9%
	1	4%	29%	11%
	2	n.c.	8%	n.c.

4.2 Sensibilité à la représentation unimodale d'un système linéaire directionnel

On étudie ici le comportement d'un système linéaire dans le domaine fréquentiel, de fonction de transfert de puissance connue (Fig. 4.3). Il s'agit ici d'une version linéarisée du SEAREV (présenté au §8), dont le mouvement de tangage est récupéré via un amortissement linéaire.

On étudie la réponse du dispositif sur deux mois de données spectrales issues du modèle WaveWatchIII (du 1^{er} janvier 2008 à minuit au 3 mars 2008 à 9h, par pas de 3h) au site de l'Île d'Yeu (46.68°N, 2.38°O) à une profondeur d'eau d'environ 31m. Les spectres directionnels $S(f, \theta)$ sont directement convolués à la fonction $PTF(f, \theta)$ du système (ramenée à une orientation fixe du flotteur selon $\beta = 270^\circ$, direction moyenne des vagues locales) selon l'équation

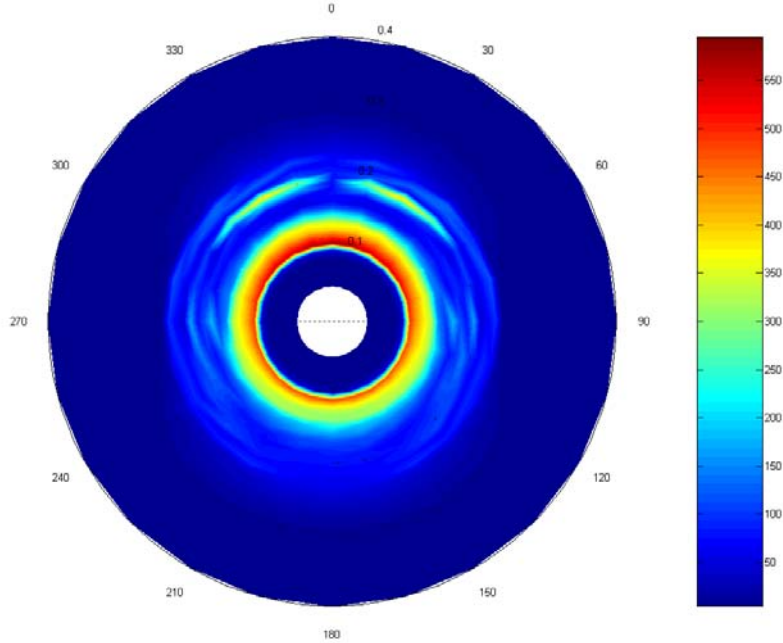


FIG. 4.3: Fonction de transfert directionnelle de puissance [$kW.m^{-2}$] du SEAREV linéarisé (représentation polaire, la fréquence augmentant avec le rayon) ; ici, le dispositif est orienté de telle manière que sa proue soit au nord (0°).

$$\overline{P_{PTO}} = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty PTF(f, \theta) S(f, \theta) df d\theta \quad (4.4)$$

obtenue à partir de l'équation (3.25) étendue au spectro-directionnel, pour donner la valeur de puissance extraite probable sur l'état de mer considéré. Parallèlement, les données globales de chaque spectre (H_{m0} et T_p) sont isolées afin de reproduire l'état de mer unimodal correspondant (Bretschneider, voir Annexe C), dont les caractéristiques d'étalement en fréquence et direction sont telles que $Q_p = 2$ et $s = 40$ (distribution de type \cos^{2s} , cf. Eq. (4.3)) [Ces valeurs ont été fixées à partir d'observations moyennes sur le site.]

Sur les figures 4.4(a&b), on montre deux cas particuliers de spectres directionnels, l'un (a) à un système (houle), l'autre (b) à deux systèmes (houle + mer de vent), accompagnés de la représentation unimodale correspondante. Dans le premier cas (a), la structure de l'état de mer est inchangée puisque le nombre de systèmes de vagues est le même (un seul) ; les différences interviennent au niveau de la forme spectrale, qui à l'origine montre une distribution directionnelle dépendante de la fréquence, ce que le modèle de distribution utilisé ici est incapable de reproduire, par construction. Le pic spectral est donc sous-estimé tandis que la largeur spectrale apparaît plus importante que le spectre d'origine. Dans le second cas (b), l'état de mer observé est bimodal, composé d'une houle et d'une mer de vent de directions principales bien distinctes. La représentation unimodale est ici clairement déficiente : d'une part, elle néglige l'énergie provenant

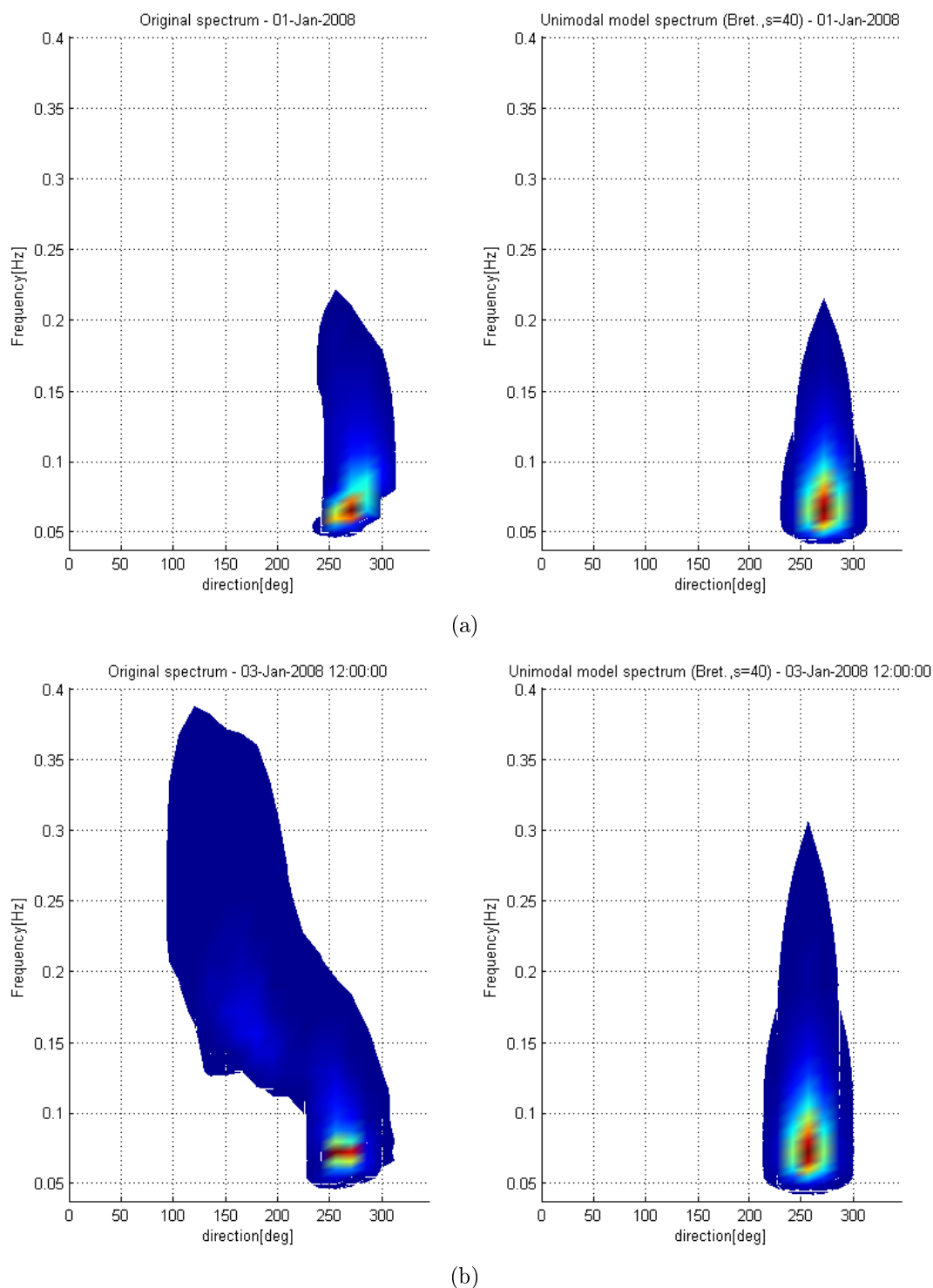


FIG. 4.4: Spectres originaux (gauche) et représentations unimodales correspondantes (droite) pour deux dates à l'Île d'Yeu (modèle WWIII) : le 1^{er} janvier 2008 à minuit (a) et le 3 janvier 2008 à 12h (b); les spectres unimodaux sont de forme Bretschneider ($Q_p = 2$) à distribution directionnelle de type \cos^{2s} avec $s = 40$.

de la mer de vent, et ainsi la perturbation dynamique engendrée par l'interaction des deux champs de vagues distincts ; d'autre part, elle attribue toute l'énergie de l'état de mer au pic principal, c'est-à-dire ici la houle, et surestime donc sa contribution réelle.

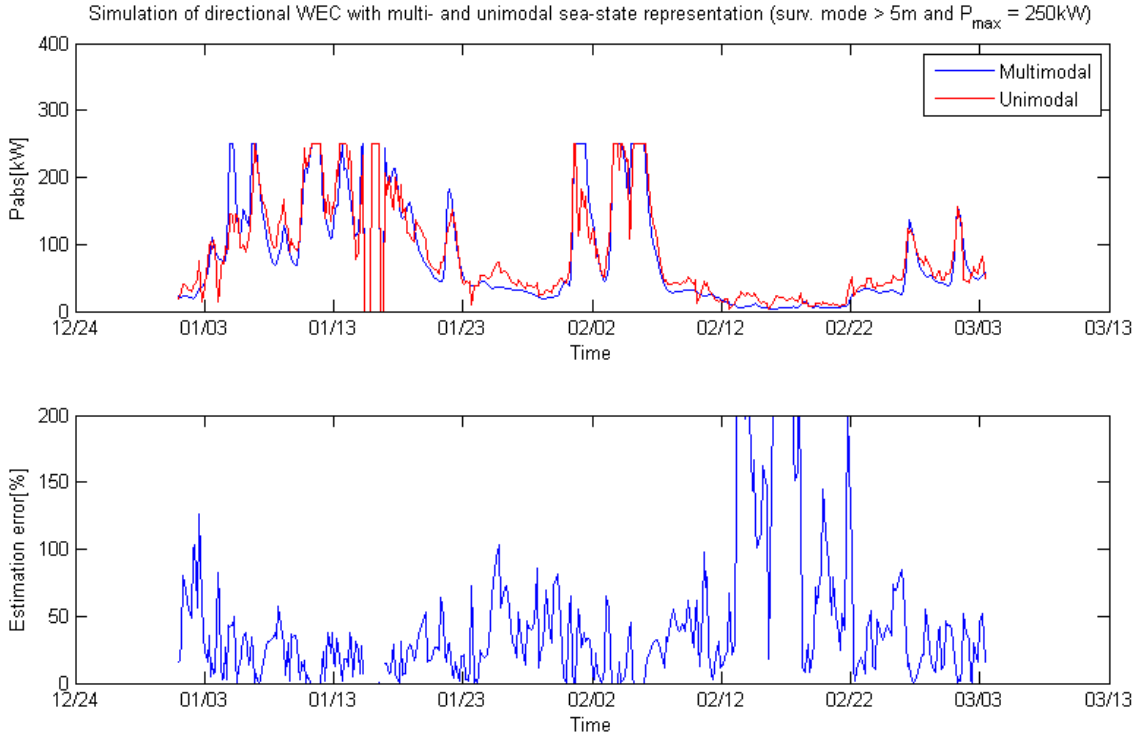


FIG. 4.5: Production moyenne (kW) réelle (courbe bleue) et estimée (courbe rouge) du dispositif sur les deux mois de données à l'Ile d'Yeu (haut) ; écart relatif (%) entre les deux valeurs de production (bas).

La puissance moyenne extraite sur ces deux mois pour les deux modes de représentation est donnée sur la figure 4.5(haut). On précise que le système est programmé pour passer en mode de survie (soit $\overline{P_{PTO}} = 0$) lorsque la hauteur significative de l'état de mer dépasse $5m$, et le dispositif de conversion est bridé à la puissance maximale de $250kW$. Ces précisions expliquent la présence de paliers à la puissance maximale et de brutales chutes de production. Sur la figure du bas, on donne l'écart relatif (%) entre l'estimation par représentation unimodale et la valeur probable sur l'état de mer observé. Comme on peut le voir, cet écart est rarement négligeable, et d'autant plus important que le niveau de production est faible. La représentation unimodale parfois sous-estime, parfois surestime, la courbe de puissance exacte, mais elle donne de façon générale une estimation peu fiable de la production réelle, même si l'on ne peut lui dénier une cohérence approximative. La moyenne de la puissance extraite probable est de $85.5kW$, tandis qu'elle atteint $80.8kW$ en représentation unimodale, soit une erreur de 5.7% sur l'estimation globale.

D'autres exemples montrant l'inadéquation de la modélisation unimodale sont pré-

sentés en partie III (§7) avec d'autres systèmes de récupération d'énergie.

4.3 Représentation multimodale

Représenter les états de mer en considérant les systèmes de vagues individuels (houles et mer de vent locale) – unimodaux par hypothèse – permet de reproduire plus fidèlement la forme spectrale de l'état de mer. Cette représentation suppose d'extraire et d'identifier les systèmes sur les spectres directionnels (ou omnidirectionnels), ce que l'on étudiera plus précisément au chapitre suivant.

Dans un premier temps, conformément aux observations faites précédemment, plusieurs auteurs ont proposé des formes spectrales bimodales analytiques en fréquence, notamment Ochi et Hubble (1976), Guedes-Soares (1984), Torsethaugen et Haver (2004), entre autres. De même, on propose en Annexe C une formulation constituée de la somme de deux spectres Bretschneider à acuité de pic variable (spectres “ Q_p ”). Dans tous ces exemples, la formulation revient toujours à définir au moins six paramètres, trois pour chaque système, c'est-à-dire l'énergie (H_{m0}), la fréquence de pic (ou autre), et la largeur spectrale (paramètre γ dans le cas de formes de type JONSWAP). Toute réduction du nombre de paramètres impose alors certaines hypothèses physiques préalables (ex : le spectre de houle est un JONSWAP à γ contrôlable tandis que celui de mer de vent est tel que $\gamma = 1$, soit un spectre de mer de vent développée, de type Pierson-Moskowitz, etc.).

De façon générale, pour représenter un état de mer multimodal à n systèmes de vagues, on devra fixer un certain nombre de paramètres descriptifs des systèmes de vagues, identiques à ceux définis dans le cas d'un état de mer unimodal, c'est-à-dire des vecteurs d'état : $\vec{p}_i = \{H_{m0i} \ f_{pi} \ \theta_{pi} \dots\}^t$. L'état de mer est ensuite modélisé par une matrice

$$\Sigma = [\vec{p}_1 \ \vec{p}_2 \ \dots \ \vec{p}_n] \quad (4.5)$$

En pratique, on observe rarement plus de quatre ou cinq systèmes significatifs au sein d'un même état de mer. Cependant, plus le nombre de paramètres du vecteur d'état augmente et plus la modélisation de l'état de mer s'alourdit. De façon raisonnable, il conviendrait que l'on s'en tînt à la donnée des paramètres synthétiques suivants : *hauteur significative* (H_{m0i} ou m_{0i}), *fréquence de pic* (f_{pi}), *largeur spectrale* (paramètre de forme selon le spectre : γ_i , Q_{pi} , etc.), *direction de pic* (θ_{pi}) et *étalement directionnel* (s_i , cf. Eq. (4.3), écart-type σ_i , etc.), en faisant l'hypothèse que la directionnalité (direction et étalement) de chaque système individuel est invariante avec la bande de fréquence. Soit un total de 25 paramètres descriptifs de l'état de mer au maximum pour le cas de cinq systèmes.

L'application SPOP, présentée au chapitre suivant, permet d'accéder automatiquement à une telle représentation – à l'aide de formes analytiques de type JONSWAP

(éventuellement modifiées pour les houles de basses fréquences) – et permet d’identifier plus finement les systèmes de vagues en présence sur un intervalle de temps donné. La figure 4.6 illustre comment l’on peut réduire l’information d’un spectre directionnel entier à une matrice paramétrique descriptive de chaque système de vagues composant l’état de mer (en colonnes) et permettant de le reconstruire par la suite. Dans ce cas précis, l’état de mer est constitué de trois systèmes, dont deux houles de nord-ouest et une mer de vent de ouest-sud-ouest. On remarque que l’étalement directionnel de la mer de vent est plus important que celui des houles, tandis que la forme spectrale contrôlée par le paramètre γ est très différente d’un système à l’autre : la première houle, relativement jeune (i.e. les premières composantes fréquentielles du train d’ondes), est très étroite, alors que la seconde, plus âgée et persistante, est assez large ($\gamma \approx 1$) à tel point qu’il pourrait aussi bien s’agit d’une mer de vent développée ; la mer de vent est en cours de développement puisque son paramètre de forme γ est encore supérieur à 1.

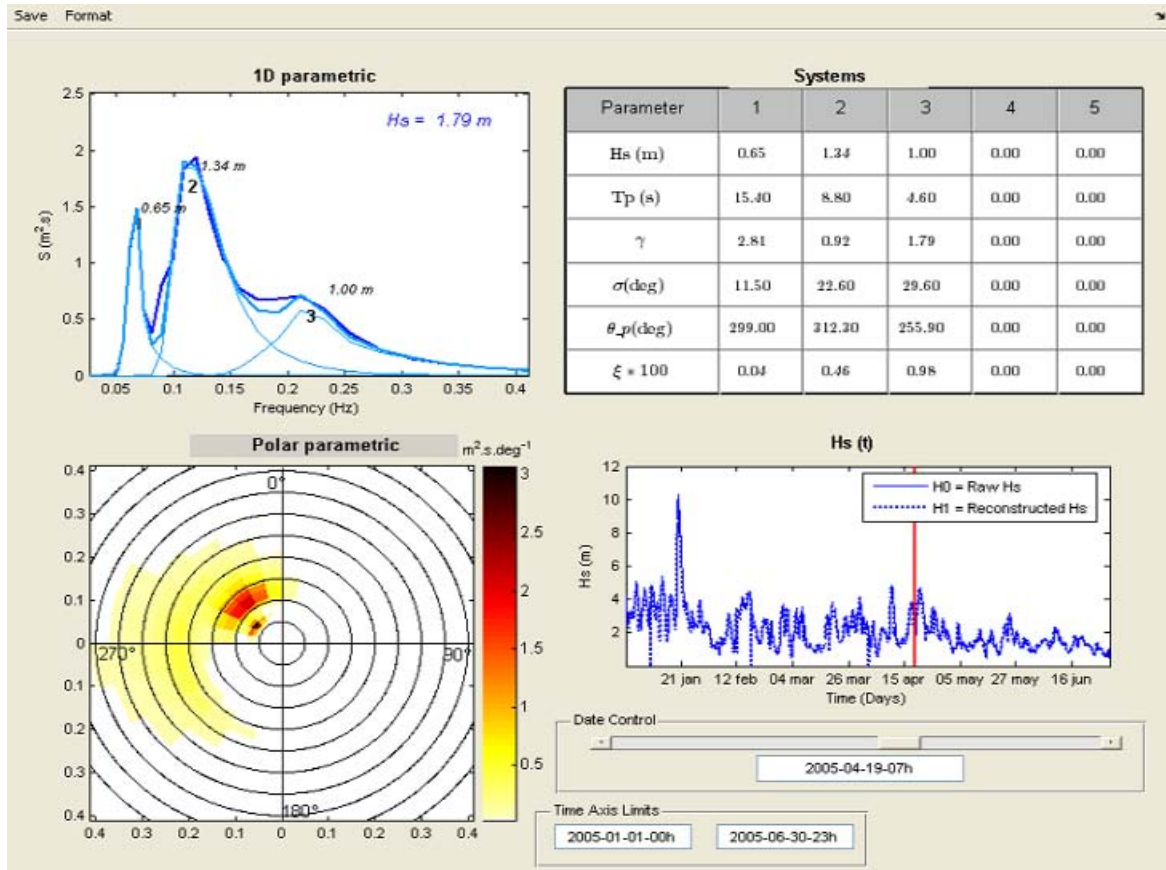


FIG. 4.6: Exemple de décomposition d’un spectre en systèmes individuels par l’application SPOP (Kerbiriou *et al.*, 2007).

4.4 Conclusion sur la représentation uni- et multimodale des états de mer

Ce chapitre a rappelé les deux modes de représentation spectrale possibles des états de mer. L'un – classique et usuel en ingénierie offshore – consiste à modéliser les états de mer en fréquence et direction de façon unimodale, à partir de paramètres synthétiques de l'état de mer complet (H_s , T_p ou T_e , θ_p). Une telle représentation ne permet pas de retranscrire la physique océanique de façon fidèle (les états de mer sont loin d'être toujours unimodaux dans la réalité), et de fait, mène inévitablement à des approximations et erreurs d'estimation de production moyenne lorsque l'on simule le comportement de systèmes houlomoteurs en des sites d'exploitation donnés. L'autre mode de représentation, multimodal – encore très peu répandu –, caractérise pour sa part les états de mer en considérant séparément leurs composantes modales (houles et mers de vent), ce qui permet de le reconstituer de façon extrêmement précise. Une telle représentation apparaît donc infiniment plus pertinente d'un point de vue physique. Elle a été notamment illustrée dans ce chapitre par l'utilisation de l'outil SPOP.

Chapitre 5

Extraction, suivi temporel et identification des systèmes de vagues

Ce chapitre expose les étapes principales permettant, à partir d'une séquence de densités spectrales directionnelles $E(t, f, \theta)$ calculées par des modèles de propagation ou estimées par des mesures en un point donné de l'océan, d'extraire les systèmes de vagues cohérents dans le temps afin de les identifier plus facilement. On illustrera quelques-unes de ces étapes par des résultats issus de l'application SPOP (sur Matlab), développée à l'*IFREMER* (Kerbiriou, 2007) et qui permet le traitement automatique et séquentiel de ces opérations jusqu'à la production de statistiques climatologiques complètes.

5.1 Extraction des systèmes de vagues

Cette première étape consiste à partitionner un spectre $E(t, f, \theta) = E(f, \theta)$ discrétisé à l'instant t , c'est-à-dire découper une matrice fréquence-direction (avec continuité en direction) en un nombre fini de partitions, représentant chacune un système de vagues différent constitutif – *a priori* – de l'état de mer. Plusieurs techniques existent à ce jour pour effectuer le partitionnement de façon automatique, que ce soit pour les spectres directionnels $E(f, \theta)$ ou pour les densités spectrales omnidirectionnelles $E(f)$. Citons l'article récent de Portilla *et al.* (2009) qui en fait une présentation exhaustive. Les auteurs ayant abordé sa mise en oeuvre numérique sont principalement Gerling (Gerling, 1992), Hasselmann et al (Hasselmann *et al.*, 1996), Voorrips et al (Voorrips *et al.*, 1997), Hanson et Phillips (Hanson et Phillips, 2001), et Aarnes et Krogstad (Aarnes et Krogstad, 2001). Citons également Rodríguez et Guedes-Soares (Rodríguez et Guedes-Soares, 1999) et Wang et Hwang (Wang et Hwang, 2001), qui se sont attachés pour leur part à effectuer un partitionnement de type séparation spectre unimodal/multimodal sur des densités spectrales estimées $E(f)$, en l'absence d'information directionnelle.

5.1.1 Partitionnement de spectres directionnels $E(f, \theta)$

Structure arborescente de Gerling

Gerling (Gerling, 1992) propose une méthode arborescente de nivellement par le bas, où l'on recherche les niveaux d'énergie (de zéro au pic principal) à partir desquels la partie émergente du spectre n'est plus connexe. Ces niveaux permettent d'identifier des zones – connexes – du spectre correspondant aux systèmes finaux, après regroupements éventuels. Le premier niveau – le plus bas – sépare les pics principaux (“branches”) du spectre de la “base” (ou “racine”), dont le contenu énergétique n'est pas toujours négligeable. Cet algorithme permet donc d'extraire des systèmes mais ne partitionne pas intégralement le spectre, comme le remarquent Aarnes et Krogstad (2001).

Technique des bassins versants

L'algorithme proposé par Hasselmann (Hasselmann *et al.*, 1996) et repris par plusieurs auteurs, notamment Hanson et Phillips (2001) et Voorrips *et al.* (1997), partitionne le spectre en affectant à chaque composante de $E(f, \theta)$ l'indice du maximum local auquel il mène en suivant le chemin de plus grande pente. La recherche de ce chemin peut être simplifiée en remontant de proche en proche par les valeurs maximales contiguës, comme illustré sur la figure 5.1. La réunion de toutes les partitions complémentaires obtenues reconstitue le spectre initial. Si l'on retourne le spectre de sorte que les pics deviennent des crevasses et réciproquement, cet algorithme revient à déterminer les lignes de séparation des bassins versants de la topographie obtenue, c'est-à-dire les zones où l'eau, soumise à la gravité, s'accumule et stagne. Une routine de recherche des bassins versants est disponible sur Matlab (*watershed*) : cette routine a été choisie pour l'implémentation dans l'application SPOP.

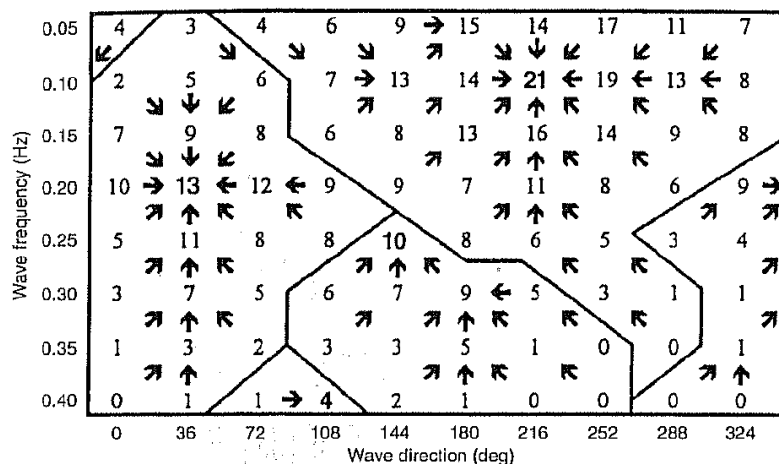


FIG. 5.1: Principe de partitionnement d'un spectre par séparation des bassins versants [extrait de Hanson et Phillips (2001)].

5.1.2 Partitionnement de spectres omnidirectionnels $E(f)$

Dans le cas de spectres omnidirectionnels $E(f)$, les mêmes algorithmes peuvent être utilisés avec de nouveaux critères (Voorrips *et al.*, 1997), bien que n’atteignant pas la précision d’analyse obtenue avec un spectre directionnel (l’intégration de l’énergie sur les directions influence la forme spectrale globale). En effet, l’extraction de systèmes par la séparation des pics ne conduit pas toujours à des résultats cohérents avec la réalité. Comme on le verra plus loin (§5.2.1), on peut séparer en théorie houles et mer de vent au sein d’un même état de mer $E(f)$ en définissant une *fréquence de séparation* (Hz) au-delà de laquelle les composantes spectrales sont associées à la mer du vent local. En l’absence d’une telle donnée, d’autres méthodes ont été proposées pour permettre d’effectuer une telle séparation à partir des informations spectrales. Nous en évoquons deux dans ce qui suit.

Critère de discrimination statistique des pics spectraux (Rodríguez et Guedes-Soares, 1999)

Lorsque l’on estime une densité spectrale telle que $E(f)$ à partir d’un enregistrement donné de l’élévation de la surface de l’eau, il est inévitable d’obtenir du bruit, ce qui oblige à lisser le spectre à travers divers procédés (analyse spectrale par blocs – périodogramme –, lissage par moyenne mobile) et ce de façon optimale afin de ne pas perdre trop d’information. Si, dans l’absolu, les pics spectraux de la densité obtenue correspondent à des pics d’énergie réels de l’état de mer que l’on essaye d’identifier – c’est-à-dire les systèmes de vagues en présence –, en pratique, des pics issus de la variabilité statistique (ou *artefacts*) peuvent demeurer visibles malgré le lissage effectué. De plus, la variabilité statistique de l’estimation est d’autant plus importante que la taille de l’échantillon analysé est limitée (caractérisée en général par le nombre de *degrés de liberté* de la densité spectrale). Ainsi, plus le nombre de degrés de liberté d’origine de la densité spectrale estimée est faible, plus il va falloir lisser la densité pour limiter les artefacts spectraux. En suivant ce raisonnement, Rodríguez et Guedes-Soares (1999) concluent que pour savoir si un pic spectral est “réel”, il faut et il suffit que sa hauteur (par rapport au point de selle précédent, en valeur logarithmique) soit supérieure à un certain critère dépendant de la précision de l’estimation (nombre de degrés de liberté) et d’un intervalle de confiance sur la variabilité statistique des composantes spectrales (selon une loi de χ^2 , voir l’Annexe A). Ce critère logarithmique présente l’avantage d’être indépendant de la fréquence, par construction, et cohérent avec la procédure numérique d’estimation. Toutefois, il nécessite un nombre de degrés de liberté élevé en général (>18) et dépend, une fois encore, d’un niveau de confiance arbitraire à définir préalablement.

Critère de la cambrure maximale (Wang et Hwang, 2001)

Wang et Hwang (2001) proposent un critère de séparation houle/mer de vent en conditions de profondeur infinie fondé sur la détermination du maximum d’une fonction de cambrure moyenne du champ de vagues $\alpha(f^*)$ (ratio de la hauteur significative H_{m0}

sur la longueur d'onde moyenne $\lambda_{02} = gT_{02}^2/2\pi$) à partir de la fréquence f^* , exprimée par

$$\begin{aligned} \alpha(f^*) &= \frac{H_{m0, f \geq f^*}}{\lambda_{02, f \geq f^*}} = \frac{4\sqrt{m_{0, f \geq f^*}}}{\left(\frac{gT_{02, f \geq f^*}^2}{2\pi}\right)} \\ &= \frac{8\pi m_{2, f \geq f^*}}{g\sqrt{m_{0, f \geq f^*}}} \end{aligned} \quad (5.1)$$

où l'indice " $f \geq f^*$ " signifie que le paramètre est obtenu par intégration sur l'intervalle $[f^*; +\infty[$. En traçant $\alpha(f^*)$ en fonction de la fréquence, on identifie facilement le maximum obtenu, dont la fréquence associée est assimilée à la fréquence de séparation réelle de l'état de mer, en appliquant éventuellement un coefficient correcteur selon le cas. Cette méthode permet donc de séparer des systèmes sans se fonder sur les pics, mais plutôt sur une information lissée par intégration sur les fréquences supérieures à f^* . Elle a notamment été implémentée par le *National Data Buoy Center* (N.D.B.C.) pour traiter les données spectrales issues de ses nombreuses bouées accélérométriques déployées le long des côtes nord-américaines. De bons résultats sont obtenus par le NDBC pour des mers de vent naissantes et soutenues ; en revanche, cette méthode surestime la fréquence de séparation réelle lors de mers de vent en cours d'amortissement ou en cas de vents faibles sur houle dominante¹.

5.2 Evolution et suivi temporels des systèmes de vagues

5.2.1 Dynamique des mers de vent et des houles

Systèmes de mer de vent

En théorie linéaire, les vagues de haute-fréquence générées par le vent se dispersent selon l'équation (2.59) sur une ouverture angulaire relativement importante (crêtes courtes), et ce d'autant plus que ces vagues sont directement influencées par les fluctuations rapides d'énergie et de direction du vent local. L'énergie transmise aux vagues par le vent s'accumule au cours du temps, les vagues étant elles-mêmes soumises à des interactions non-linéaires, de telle sorte que d'une part, la fréquence de pic des trains d'ondes générés diminue, et d'autre part, leur hauteur significative augmente, comme le montrent les figures 5.2(a&b).

Plus la fréquence de pic diminue et plus l'état de mer se stabilise autour d'une forme spectrale proche d'un spectre JONSWAP ($\gamma = 1$) ou Pierson-Moskowitz/Bretschneider. On dit alors que la mer est "formée", c'est-à-dire que les sources (flux énergétique positif du vent sur la surface) et les puits d'énergie (interactions non-linéaires entre composantes spectrales, dissipation par moutonnement et turbulences, interactions vagues/courants

¹<http://www.ndbc.noaa.gov/windsea.shtml>

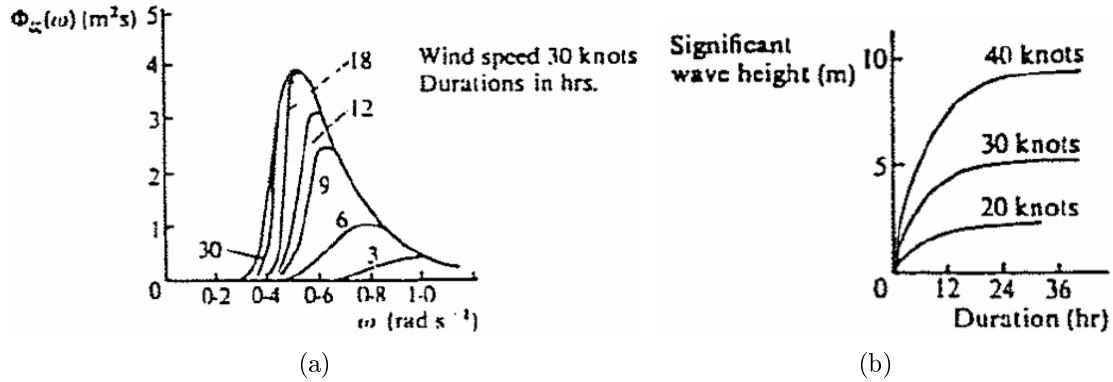


FIG. 5.2: Evolution de la fréquence de pic ($rad.s^{-1}$) des vagues générées par un vent constant de $30nds$ en fonction du temps (a), et de la hauteur significative pour trois vitesses de vent différentes sur une zone donnée (b) [Extraits de Price et Bishop, 1974].

et ondes internes/ondes de surface, friction éventuelle avec le fond en faible profondeur ...) relatifs à la surface de l'océan se compensent presque parfaitement.

On définit couramment une mer de vent par rapport à la vitesse moyenne U_w du vent local (prise à une certaine altitude, généralement entre 10 et 20m) en faisant l'hypothèse que la vitesse de phase c_ϕ de ses vagues définie par (Eq. (2.59) en profondeur infinie)

$$\begin{aligned}
 c_\phi &= \frac{\omega}{k} \\
 &= \frac{g}{\omega} \\
 &= \frac{g}{2\pi f}
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

ne peut excéder une certaine fraction β de U_w , c'est-à-dire

$$c_\phi = \frac{g}{2\pi f} \leq \beta U_w \tag{5.3}$$

appelé également critère sur l'âge de vague (rapport de la vitesse des vagues par la vitesse du vent) local. En général, la valeur prise par le paramètre β se situe entre 1 et 1.5, la valeur la plus courante étant 4/3. Certains raffinent encore ce critère en considérant la directionalité relative du vent et du système de vague, de directions moyennes respectives θ_w et $\bar{\theta}$. Si l'écart angulaire (minimal) absolu entre les deux, que l'on note δ , reste en dedans d'un certain secteur (par exemple, $\delta \leq 90^\circ$), les composantes de la mer de vent sont alors définies telles que

$$c_\phi \leq \beta U_w \cos \delta \tag{5.4}$$

ce qui, d'après l'équation (5.2), permet de définir la fréquence de séparation houle/mer de vent

$$f_s = \frac{g}{2\pi\beta U_w \cos\delta} \quad (5.5)$$

Si l'on se passe de l'information directionnelle, on peut simplement s'en tenir à la condition moins restrictive (5.3), identique à (5.4) sous hypothèse d'alignement directionnel du système avec le vent ($\delta = 0$), soit

$$f_s = \frac{g}{2\pi\beta U_w} \quad (5.6)$$

Cela signifie qu'un vent soutenu de vitesse moyenne $U_w = 10m.s^{-1}$ donnera lieu à une mer de vent caractérisée par des vagues de fréquence minimale proche de $0.12Hz$, ce qui correspond en profondeur infinie à une longueur d'onde maximale de l'ordre de $110m$. Les vagues de fréquences inférieures seront considérées comme faisant partie d'un (ou plusieurs) système(s) de houle.

Systèmes de houle

Une houle se définit comme le produit dispersé et propagé d'événements climatiques de forte intensité (tempêtes) survenus à très grande distance. Très conservatives, les houles peuvent parcourir des milliers de kilomètres et traverser les océans. Il est ainsi fréquent d'observer sur la côte Atlantique européenne des houles de très grande longueur d'onde générées initialement dans les Caraïbes ou le long de la côte est des Etats-Unis et du Canada jusqu'au Gröenland. Comme le rayon de courbure à la zone réceptrice (i.e. la distance à la zone de génération en suivant les grands cercles) est très élevé, l'étalement directionnel de ces systèmes est significativement réduit par rapport au système généré à l'origine, d'où l'apparence de longues vagues à larges crêtes, parallèles les unes aux autres. L'énergie des trains d'une houle se propage grossièrement à la vitesse de groupe de la fréquence dominante (cf. Hanson et Phillips, 2001), qui se trouve égale à la vitesse moyenne sur la distance de propagation d_{prop} à l'instant t pendant la durée $t - t_0$, soit, d'après l'équation (3.26)

$$\frac{d_{prop}}{t - t_0} = \frac{g}{4\pi f} \quad (5.7)$$

Autrement dit, en un point fixe d'observation (zone réceptrice), la fréquence moyenne d'un champ de houle généré au loin augmente au cours du temps, et ce d'autant plus vite que la zone de génération (zone émettrice) est proche. On peut comprendre ce phénomène de dispersion lorsque l'on jette un caillou à l'eau : les ondes de fréquences les plus basses (les plus longues), plus rapides, se propagent en premier, suivies des ondes de fréquences croissantes en rides concentriques de plus en plus serrées. L'équation (5.7) est utilisée pour estimer la distance de génération d'une houle, puis, grâce à l'information directionnelle du système, évaluer la zone géographique où l'événement météorologique qui en est à l'origine s'est produit (cf. Fig. 5.3). Pour des applications et implémentations numériques de cette théorie, on renvoie notamment à Hanson et Phillips (2001)

et Kerbiriou (2007).

La figure 5.4 illustre l'évolution temporelle idéale et typique de la fréquence de pic d'une houle et d'une mer de vent locale coexistant au sein des mêmes états de mer, avec vent forcissant au début (f_s diminue). On remarque qu'à un certain moment, houle et mer de vent peuvent avoir des fréquences de pic très proches, de sorte qu'en cas de proximité directionnelle, il n'est pas rare de voir de tels systèmes fusionner l'un avec l'autre. A cause des fluctuations de vent et des perturbations de tous ordres au cours de la propagation (météorologie, courants, géographie, ...), il n'est cependant pas toujours possible d'observer des évolutions aussi nettes dans le suivi des mers de vent et des houles, ce qui peut compliquer l'étape d'identification des systèmes de vagues.

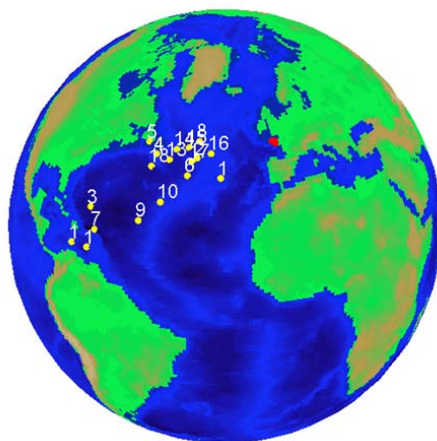


FIG. 5.3: Localisation des sources de houles observées en Europe de l'Ouest [*Extrait de Kerbiriou (2007)*].

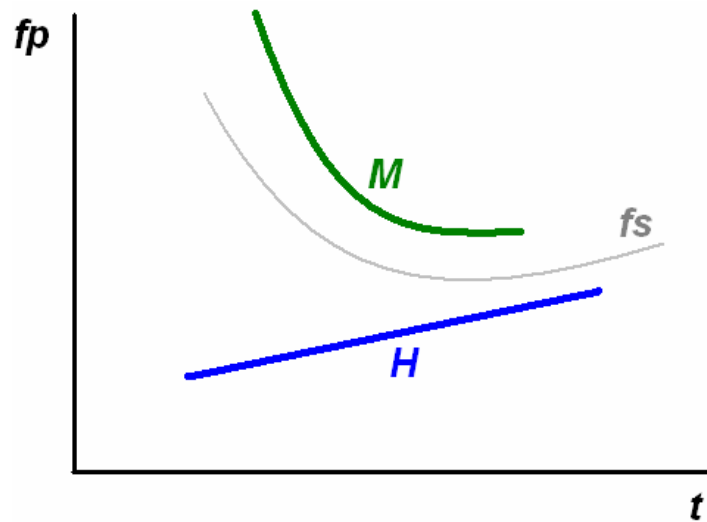


FIG. 5.4: Evolution temporelle typique de la fréquence de pic d'une houle (H) et d'une mer de vent (M), avec fréquence de séparation (f_s).

5.2.2 Regroupement de partitions, paramétrisation et suivi temporel

Regroupement de partitions

On définit *a priori* une partition de houle comme une partition caractérisée par une fréquence de pic inférieure à la fréquence de séparation houle/mer de vent qui, lorsque les données de vent ne sont pas accessibles, peut être en pratique prise autour d'une valeur moyenne par défaut allant de $0.12Hz$ à $0.15Hz$ selon les sites d'observation. À l'inverse, une partition de mer de vent est caractérisée par une fréquence de pic supérieure à cette valeur limite.

Lorsque deux partitions extraites d'un spectre, notamment par une méthode de bassins versants, sont considérées comme trop proches l'une de l'autre en fréquence et en direction, il est parfois physiquement préférable de les regrouper en un seul et même système. Hasselmann *et al.* (1996) considèrent que deux partitions de houles telles que la distance (module dans le plan complexe) entre leur pics est inférieure à une fraction de l'ordre de 0.5 fois l'étalement spectral moyen de ces deux partitions sont regroupables. De même, si la hauteur du "point de selle" entre les deux partitions – c'est-à-dire la valeur minimale du spectre le long du chemin convexe menant d'un pic à un autre – est supérieure à une fraction de l'ordre de 0.7 fois celle du plus petit des deux pics, elles sont regroupées. Quant aux partitions qui souscrivent à la condition (5.4), elles sont d'office rassemblées en une seule et même partition de mer de vent.

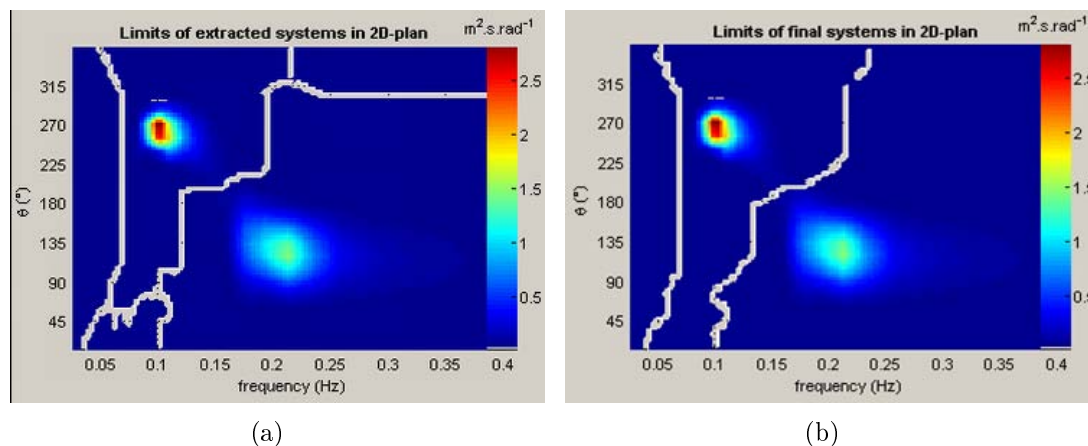


FIG. 5.5: Partitionnement par méthode des bassins versants (*watershed*) sur SPOP d'un spectre multimodal avant (a), et après (b) regroupements éventuels : ici, une partition de houle et une partition de mer de vent toutes deux d'énergie négligeable ont été respectivement rattachées à un système de houle proche et à la mer de vent de l'état de mer.

Dans SPOP, Kerbiriou (2007) utilise des critères similaires, et fixe des écarts arbitraires par défaut (modifiables par l'utilisateur) de détermination de regroupement ou

non pour les conditions suivantes : deux partitions sont regroupées si l'écart angulaire des pics ne dépasse pas 40° , et si l'écart entre les fréquences de pic est inférieur à 2 incréments fréquentiels (ceci permet de ne pas différencier les cas de houles et de mers de vent lorsque le vecteur de définition des fréquences suit une progression géométrique, comme c'est le cas notamment pour des données issues de modèles de propagation). De même, si une partition ne représente qu'une fraction négligeable de l'énergie totale du spectre (4% par défaut), elle est automatiquement rattachée à la partition significative la plus proche en fréquence. La figure 5.5(a&b) présente un exemple de partitionnement de spectre effectué par SPOP avant et après cette étape de regroupement.

Paramétrisation des partitions

Au minimum, on réduit l'information spectrale issue de l'extraction (et du regroupement) de systèmes à la donnée des paramètres d'énergie, de période et direction de pic, soit un nombre de paramètres égal à trois fois le nombre de partitions. Pour une séquence temporelle de spectres donnée, ces paramètres servent donc à suivre l'évolution des systèmes dans le temps selon ces trois caractéristiques (cf. Hanson et Phillips, 2001; Aarnes et Krogstad, 2001, entre autres).

Il est cependant intéressant d'aller plus loin dans cette étape de paramétrisation des systèmes, et ce pour au moins deux raisons. La première est que le partitionnement conduit à considérer un système comme une partition, c'est-à-dire une portion de spectre extraite "à l'emporte-pièce", sans lien avec les autres composantes spectro-directionnelles, ce qui n'est pas toujours physiquement correct. Une telle hypothèse serait admissible si une partition était clairement séparée de toutes les autres dans le plan fréquence-direction, de sorte que les frontières de cette partition auraient une valeur spectrale quasi-nulle. En réalité, un système s'étale et vient interagir avec les éventuels systèmes contigus au-delà de sa propre partition. En chaque composante du spectre, il y a donc une contribution de tous les systèmes, aussi minime soit-elle, et la partition obtenue doit être épurée de ces contributions externes. A l'inverse, on doit connaître son influence à l'extérieur de la partition. Cette procédure est appelée *correction des influences mutuelles* dans SPOP et peut s'effectuer aussi bien sur le spectre directionnel que sur la densité spectrale omnidirectionnelle. La seconde raison – directement liée au problème précédent – est que la simple donnée de ces trois paramètres par système, certes synthétique, ne permet cependant pas de *reconstruire* le spectre. En ajustant des formes paramétriques bien choisies en fréquence et direction (JONSWAP, \cos^{2s} , ...), on peut, d'une part, paramétriser le spectre de façon beaucoup plus fine (des paramètres d'étalement directionnel et de largeur/forme spectrale sont souvent nécessaires en plus de l'énergie et des fréquence et direction de pic), et d'autre part, reconstruire totalement la densité spectrale originale à partir de ces formes, avec une erreur résiduelle minimale. Cela est du moins vrai si l'on a pris en compte les influences mutuelles des systèmes. Si aucune correction n'est effectuée lors des ajustements, le spectre reconstruit risque d'être plus énergétique que le spectre d'origine du fait de l'énergie des systèmes hors partition, qui n'a pas été prise en compte (voir Fig. 5.6(a)). Il faut donc ajuster des formes

paramétriques de telle sorte que d'une part, la forme spectrale finale soit la plus proche possible de la forme originale, et d'autre part, que l'énergie totale de chaque spectre ajusté représentant le système corresponde au mieux à celle de la partition (Fig. 5.6(b)).

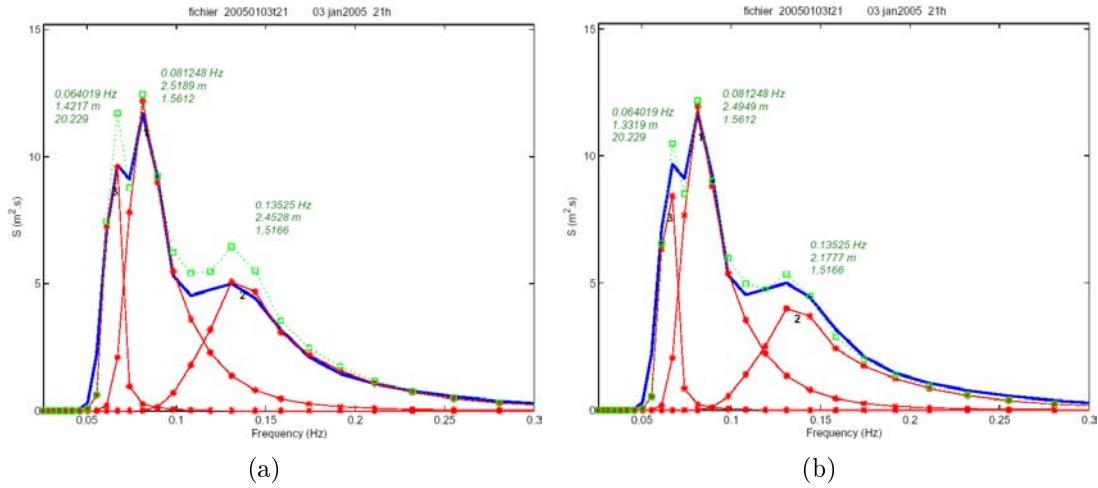


FIG. 5.6: Exemple de formes paramétriques (en fréquence – courbes rouges) ajustées aux partitions extraites d'un spectre donné sans (a) et avec (b) correction des influences mutuelles; la courbe bleue correspond à la densité originale tandis que la verte correspond à la densité obtenue en sommant les formes ajustées [extrait de Kerbirou, 2007].

Dans SPOP, on ajuste tout d'abord une forme spectrale de type JONSWAP (pour les mers de vent) ou JONSWAP-modifié (puissance de décroissance du pic modifiable pour les houles) puis une distribution directionnelle (\cos^{2s}) aux partitions intégrées en direction et fréquence respectivement, le spectre du système étant obtenu par simple multiplication des deux formes selon l'équation (4.1). L'optimisation de ces ajustements conduit à la détermination d'un ensemble de paramètres d'ajustement de type $\{H_{m0}, f_p, \gamma, \theta_p, s\}^t$ pour chaque système. Afin de prendre en compte les éventuelles influences mutuelles des systèmes dans le spectre global – qui est la somme de tous ces systèmes – on peut par exemple jouer sur l'énergie des partitions pour minimiser les écarts quadratiques avec la forme originale. Dans SPOP, une routine de résolution approchée d'une équation matricielle de type $A \cdot X = B$ est utilisée afin de calculer les coefficients de correction d'énergie optimaux de chaque partition, en se fondant sur les valeurs du spectre résultant aux pics (voir Kerbirou, 2007, p. 37) : la somme des spectres corrigés en un pic donné doit être au plus près de la valeur exacte du spectre original. En effet, l'équation matricielle qui en résulte n'est pas toujours résoluble du fait de la dépendance des termes de la matrice. C'est pourquoi, dans la pratique, on a très souvent recours à une solution approchée.

Suivi temporel des systèmes

Grâce à l'extraction puis au regroupement des systèmes de vagues, et grâce à la fréquence de séparation calculée à partir des données de vent (Eq. (5.5) ou (5.6)) ou fixée à une valeur arbitraire déterminée à partir d'observations, une première identification des systèmes composant l'état de mer en "houle" ou "mer de vent" est possible. Néanmoins, certains cas litigieux nécessitent de recourir à l'évolution temporelle des systèmes de vagues afin de confirmer, ou éventuellement infirmer, la première identification, notamment par l'observation des évolutions de f_p , θ_p et H_s par rapport aux données de vent local (vitesse et direction moyennes) lorsqu'elles sont disponibles.

On trouve chez Gerling (1992) une première approche pour l'appariement de deux partitions, sur un domaine spatio-temporel donné. Si deux partitions sont, d'une part, suffisamment proches en espace et en temps (typiquement, l'intervalle de temps entre deux mesures de spectres pour la proximité temporelle), et d'autre part, de paramètres descriptifs suffisamment proches également (en valeur absolue ou relative selon les paramètres), ils sont appariés. Les limites de ces critères peuvent bien entendu varier d'un jeu de données à un autre, étant donnée leur nature arbitraire.

Voorrips *et al.* (1997) adoptent un raisonnement similaire pour le suivi temporel, en ajoutant une condition, celle de la correspondance des types de partitions (houle ou mer de vent), ce qui dès lors ne permet plus de revenir sur la première identification, considérée comme définitive. Cette méthode est notamment implémentée par Aarnes et Krogstad (2001).

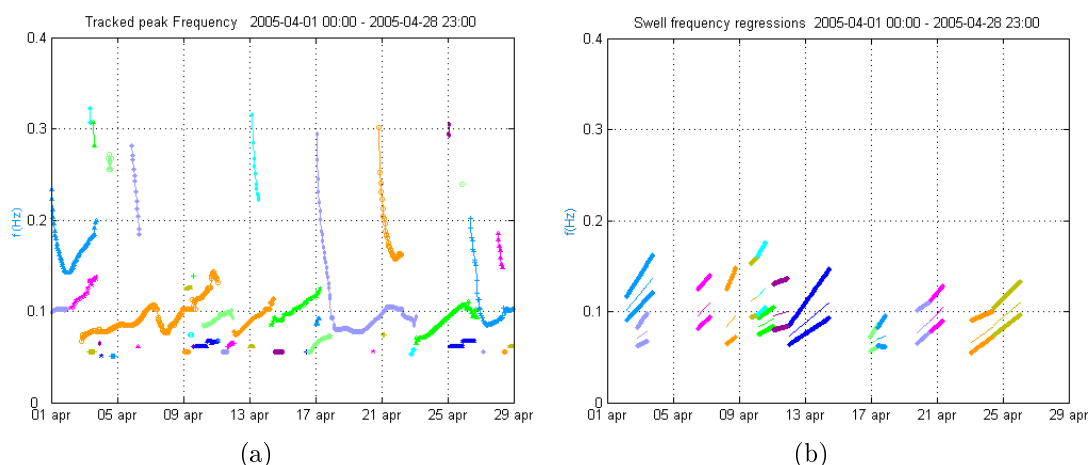


FIG. 5.7: Suivi temporel de la fréquence de pic (a) des systèmes de vagues extrait par SPOP dans le Golfe de Gascogne au cours du mois d'avril 2005 ; régression sur l'évolution de la fréquence de pic des houles identifiées, avec fréquences de coupure associées (b) (voir Gjevik *et al.*, 1988) [attention, les couleurs ne correspondent pas entre les deux figures].

Dans SPOP, Kerbirou (2007) utilise le même type de critères, sans test sur la nature

des partitions. On en donne les résultats de suivi temporel pour un point dans le Golfe de Gascogne en avril 2005 aux figures 5.7(a&b), 5.8(a&b) et 5.9. Selon que la fréquence de pic de la partition se situe au-dessus ou en dessous de la fréquence de séparation (Fig. 5.7), on est alors capable de classifier le système suivi en houle ou en mer de vent si cette condition est maintenue sur plus de 70% de la durée totale du système. En effectuant une régression linéaire – éventuellement par morceaux (cf. Fig. 5.7(b)) – sur les courbes d'évolution temporelle de la fréquence de pic des systèmes de houles cohérents et persistants identifiés, on est alors en mesure de déterminer l'origine spatiale et temporelle de la houle observée, grâce à l'équation (5.7) (Fig. 5.9). Ajoutons pour être tout à fait complet que l'évolution temporelle de la largeur spectrale des houles doit en théorie permettre d'extraire également des informations au sujet de la dimension et de la durée des tempêtes ayant généré ces systèmes (Gjevik *et al.*, 1988).

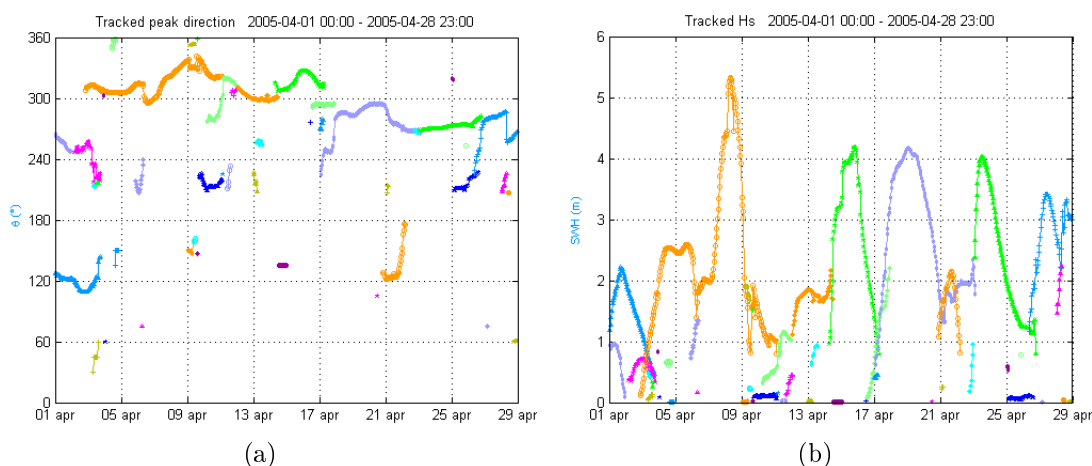


FIG. 5.8: Suivi temporel de la direction de pic (a) et de la hauteur significative (b) des systèmes de vagues extrait par SPOP dans le Golfe de Gascogne au cours du mois de mars 2005.

Cet exemple de suivi temporel confirme les évolutions théoriques des systèmes développées au §5.2.1 (Fig. 5.4). Les houles, en basse fréquence, proviennent en majorité d'un large secteur angulaire d'ouest (Fig. 5.9) – en marquant entre elles une certaine continuité temporelle – tandis que les mers de vent, isolées en haute fréquence, proviennent de directions beaucoup plus aléatoires (Fig. 5.8(a)). L'évolution de leur hauteur significative est en générale croissante puis décroissante, comme le montre la figure 5.8(b) ; l'évolution énergétique des houles est plus complexe, car elle peut être perturbée par l'immixtion d'une mer de vent proche, comme c'est le cas ici vers le 18 avril, où l'algorithme rattache la mer du vent tournante à la houle en cours, proche en fréquence, sur laquelle elle s'aligne. La figure 5.7(a) montre toutefois que certaines houles ne sont pas parfaitement suivies tout au long de leur évolution, et ce pour diverses raisons : ruptures de continuité dues à des données manquantes (extraction de systèmes à revoir), critères de suivi inadaptés pour certains cas très particuliers, entre autres. La corrélation des systèmes de vagues en espace peut permettre de remédier à cette segmentation, qui

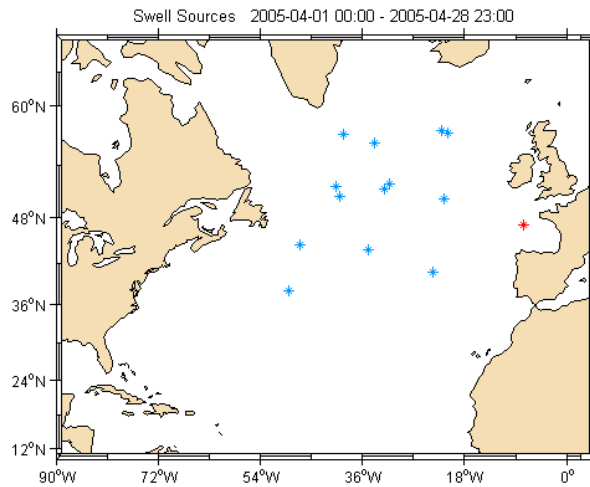


FIG. 5.9: Origine des trains de houles identifiés sur la figure 5.7(b).

peut parfois fausser les statistiques climatologiques découlant de l'analyse multi-système.

5.3 Conclusion sur l'extraction, le suivi temporel et l'identification des systèmes de vagues

Ce chapitre, introductif au chapitre 6, a permis de rappeler brièvement l'état de l'art concernant les procédures d'extraction de systèmes de vagues sur les séquences de densités spectro-directionnelles $E(t, f, \theta)$. Une attention toute particulière a été consacrée à la méthode de suivi temporel des systèmes de vagues extraits, illustrée une fois encore avec l'application SPOP, afin d'en affiner l'identification en houle ou mer de vent. Les connaissances acquises sur la dynamique temporelle de systèmes individuels permettent en effet d'aborder plus sereinement la mise en œuvre de leur suivi spatio-temporel, qui fait l'objet du chapitre suivant, et permet un suivi plus fin et plus complet que le suivi temporel ponctuel.

Chapitre 6

Cohérence et suivi spatio-temporels des systèmes de vagues

6.1 Géostatistique et analyse variographique

Pour entrer dans l'étude de la cohérence spatiale des systèmes de vagues, on peut commencer par s'inspirer des méthodes pratiquées en géostatistique (voir notamment Cressie, 1993). L'une des plus fondamentales en est l'analyse variographique, brièvement présentée dans ce chapitre.

6.1.1 Semi-variogramme et covariogramme

Soit $Z(\vec{s})$ une variable aléatoire (v.a.) spatiale définie au point $\vec{s} = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ à valeurs dans \mathbb{R} et suivant une loi de distribution quelconque. Si l'on considère un ensemble fini de points (\vec{s}) caractérisés par une telle v.a., c'est-à-dire un domaine spatial $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2$, on parle alors d'une *fonction aléatoire* : $\{Z(\vec{s}), \vec{s} \in \mathcal{D}\}$. Il peut s'agir d'un champ de température, d'un taux de précipitation, de concentration de minerai, etc. On suppose alors que :

- la fonction est **continue** sur \mathcal{D} ,
- la fonction est **stationnaire de second ordre** sur \mathcal{D} , c'est-à-dire que ses moments d'ordre 1 (moyenne) et 2 (variance, covariance, variogramme) ne dépendent pas de la position spatiale, mais uniquement de la distance relative entre les deux points (pour l'ordre 2).

Plus le domaine spatial d'étude se réduit et plus cette dernière hypothèse peut être facilement invoquée. Dans ce qui suit, on supposera également que la fonction est **isotropique**, c'est-à-dire que la corrélation spatiale du champ n'est pas affectée par la directionalité des points (dépendances selon certains axes du plan), mais seulement par la distance.

On définit alors le semi-variogramme $\gamma(h)$ comme la différence de la variance totale et de la covariance, c'est-à-dire

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (6.1)$$

où $C(h)$ désigne la fonction de covariance (aussi appelée *covariogramme*), laquelle ne dépend que de la distance euclidienne $h = \|\vec{s}_1 - \vec{s}_2\|$ pour tout couple $(\vec{s}_1, \vec{s}_2) \in \mathcal{D}^2$, soit

$$\begin{aligned} C(h) &= C(\vec{s}_1, \vec{s}_2) = C(\|\vec{s}_1 - \vec{s}_2\|) \\ &= E[(Z(\vec{s}_1) - m(\vec{s}_1))(Z(\vec{s}_2) - m(\vec{s}_2))] \end{aligned} \quad (6.2)$$

et

$$\begin{aligned} C(0) &= C(\vec{s}_1, \vec{s}_1) = E[(Z(\vec{s}_1) - m(\vec{s}_1))^2] \\ &= \text{var}[Z(\vec{s}_1)] \end{aligned} \quad (6.3)$$

soit encore, puisque par hypothèse de stationnarité $m(\vec{s}_1) = m(\vec{s}_2)$,

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= C(0) - C(h) \\ &= \text{var}[Z(\vec{s}_1)] - C(\vec{s}_1, \vec{s}_2) \\ &= E[(Z(\vec{s}_1) - m(\vec{s}_1))^2] - E[(Z(\vec{s}_1) - m(\vec{s}_1))(Z(\vec{s}_2) - m(\vec{s}_2))] \\ &= \frac{1}{2} \cdot E[(Z(\vec{s}_1) - Z(\vec{s}_2))^2] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \text{var}[Z(\vec{s}_1) - Z(\vec{s}_2)] \end{aligned} \quad (6.4)$$

d'où le nom de *semi-variogramme*, ou plus simplement et par abus de langage *variogramme*. Le variogramme décrit à la fois la continuité et la corrélation de la structure spatiale du champ Z étudié sur le domaine \mathcal{D} . Il est en général croissant avec la distance h entre deux points et comporte les caractéristiques suivantes (Fig. 6.1) :

- **portée** : distance à partir de laquelle les valeurs du champ ne sont plus corrélées (covariance nulle) et où γ devient égal à la variance de la fonction Z ;
- **palier** : valeur asymptotique (égale à la variance de Z) prise pour $h \rightarrow +\infty$;
- **pépite** : valeur de γ lorsque $h \rightarrow 0^+$ (il y a discontinuité de la fonction puisque $\gamma(0) = 0$) qui correspond aux variations à très petite échelle, souvent assimilée à l'erreur de mesure.

En pratique, le semi-variogramme isotrope est estimé par

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \cdot \sum_{\|\vec{s}_i - \vec{s}_j\|=h} (Z(\vec{s}_i) - Z(\vec{s}_j))^2 \quad (6.5)$$

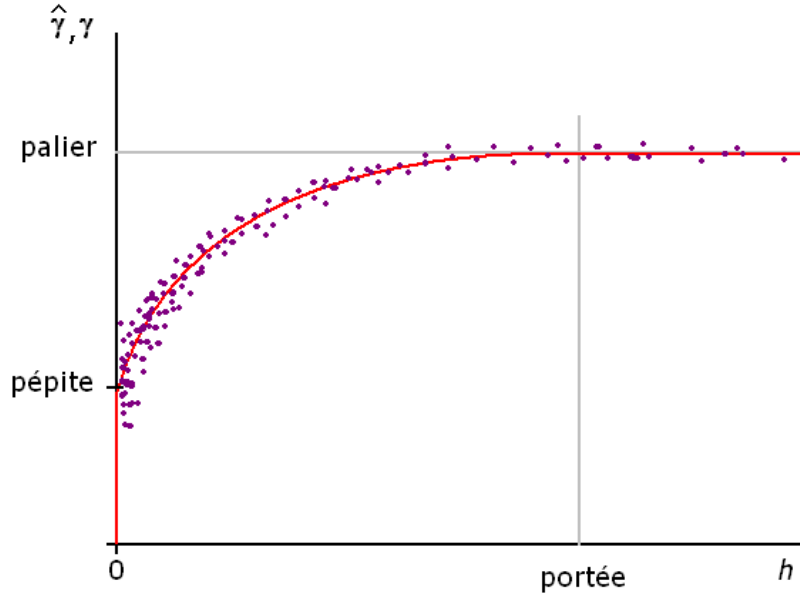


FIG. 6.1: Semi-variogramme estimé et modèle.

en admettant une certaine tolérance sur h afin d'avoir suffisamment de couples (\vec{s}_i, \vec{s}_j) pour l'estimation de $\gamma(h)$ (le nombre de points en pratique est limité). On modélise ensuite ce variogramme en ajustant un modèle paramétrique (pépitique, puissance, sphérique, gaussien, exponentiel, ... cf. Baillargeon, 2005) au nuage de points $(\hat{\gamma})$ obtenu. Cette étape s'avère sans aucun doute la plus délicate et la plus sensible, notamment dans les techniques d'interpolation spatiale par *krigeage* où la qualité de l'analyse variographique est capitale. Ici, on s'inspirera du concept de variogramme – et surtout de covariogramme – pour caractériser la similarité de deux variables, telles que des paramètres de systèmes de vagues.

On peut illustrer l'usage du variogramme en observant un paramètre intégré comme la hauteur significative H_{m0} sur une zone maritime étendue (44 points en Bretagne sud, données du modèle WWIII toutes les 3h, Fig. 6.2, cf. Ardhuin *et al.*, 2008). Pour que l'hypothèse de stationnarité puisse être invoquée, il faut que la v.a. soit à moyenne (ici, temporelle) constante sur tout le domaine \mathcal{D} , ce qui n'est pas le cas (Fig. 6.3). Pour travailler avec une variable qui possède de telles propriétés, il suffit de réduire H_{m0} à la variable centrée $h_{m0} = \frac{H_{m0} - \overline{H_{m0}}}{\sigma_{H_{m0}}}$ où $\overline{H_{m0}}$ et $\sigma_{H_{m0}}$ désignent respectivement la moyenne et l'écart-type temporels du paramètre H_{m0} (Fig. 6.3&6.4). Les variogrammes estimés obtenus (Eq. (6.5)) au 1^{er} janvier à minuit, au 13 janvier à 9h et au 10 février 2008 à minuit sont représentés dans les figures 6.5(a-d). Le modèle d'ajustement utilisé ici est gaussien (voir §6.2.3, Eq. (6.12)). Selon les époques, le variogramme laisse entrevoir une structure mono-(b) ou multi-champs (a&c). Ces deux dernières figures mettent clairement en exergue le fait que le modèle n'est pas toujours approprié pour le domaine étudié, et que celui-ci mériterait d'être scindé en deux voire trois sous-domaines plus homogènes (Fig. 6.5(d)), sur lesquels un modèle de semi-variogramme plus adapté à

la portée de la v.a. pourrait être ajusté. Il va de soi que le domaine géographique de Bretagne sud est trop étendu spatialement pour que l'hypothèse de stationnarité d'une telle v.a. y soit valide.

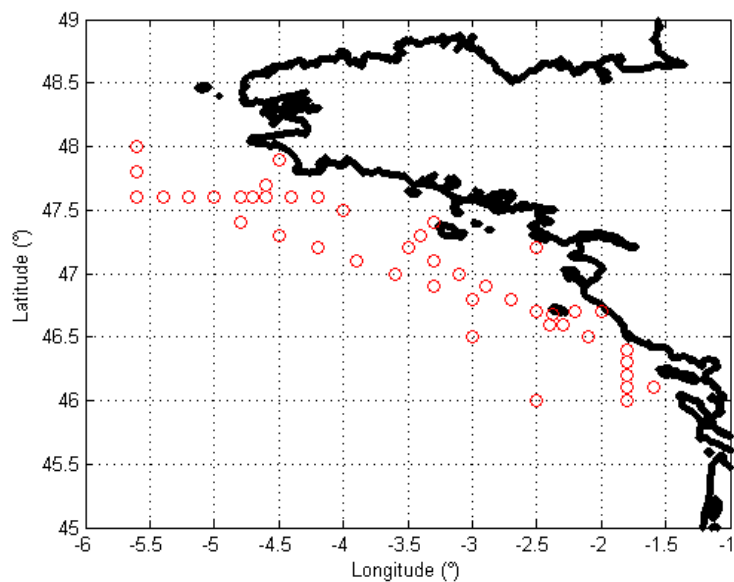


FIG. 6.2: Points de contrôle du modèle WWIII en Bretagne sud.

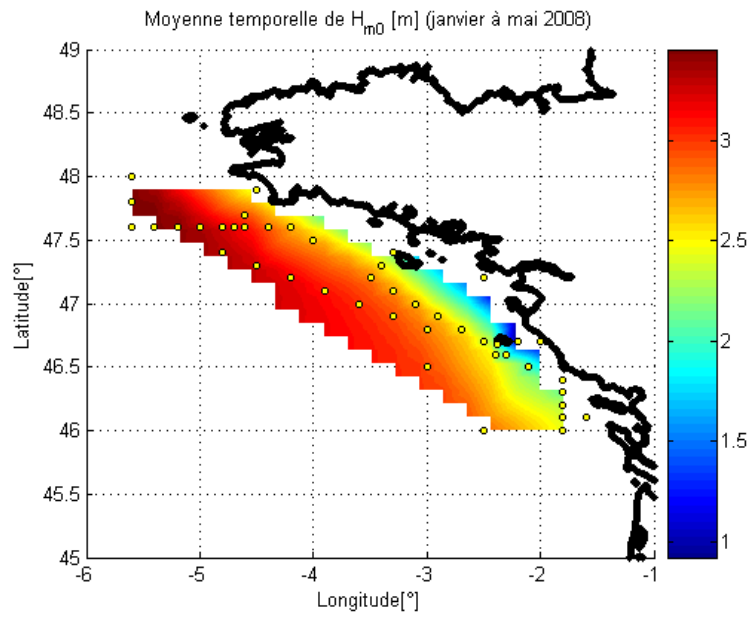


FIG. 6.3: Distribution de la hauteur significative H_{m0} moyenne en Bretagne sud de janvier à mai 2008.

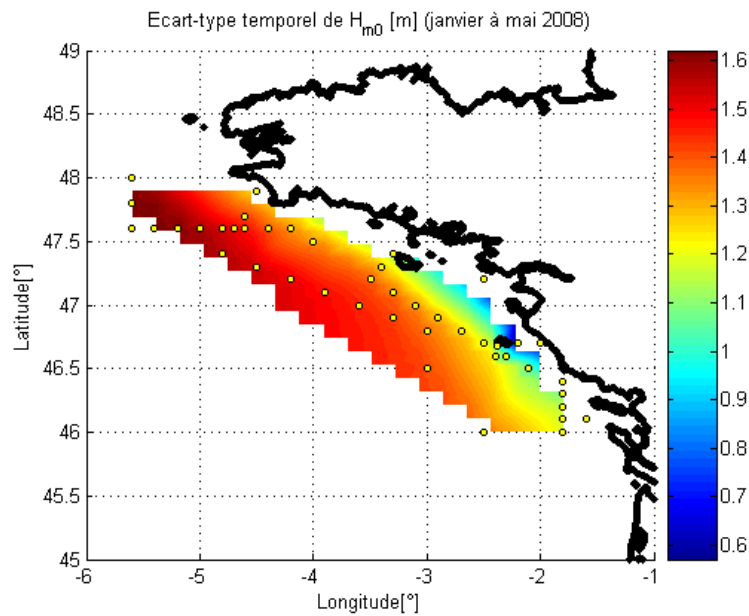


FIG. 6.4: Distribution de l'écart-type de la hauteur significative H_{m0} en Bretagne sud de janvier à mai 2008.

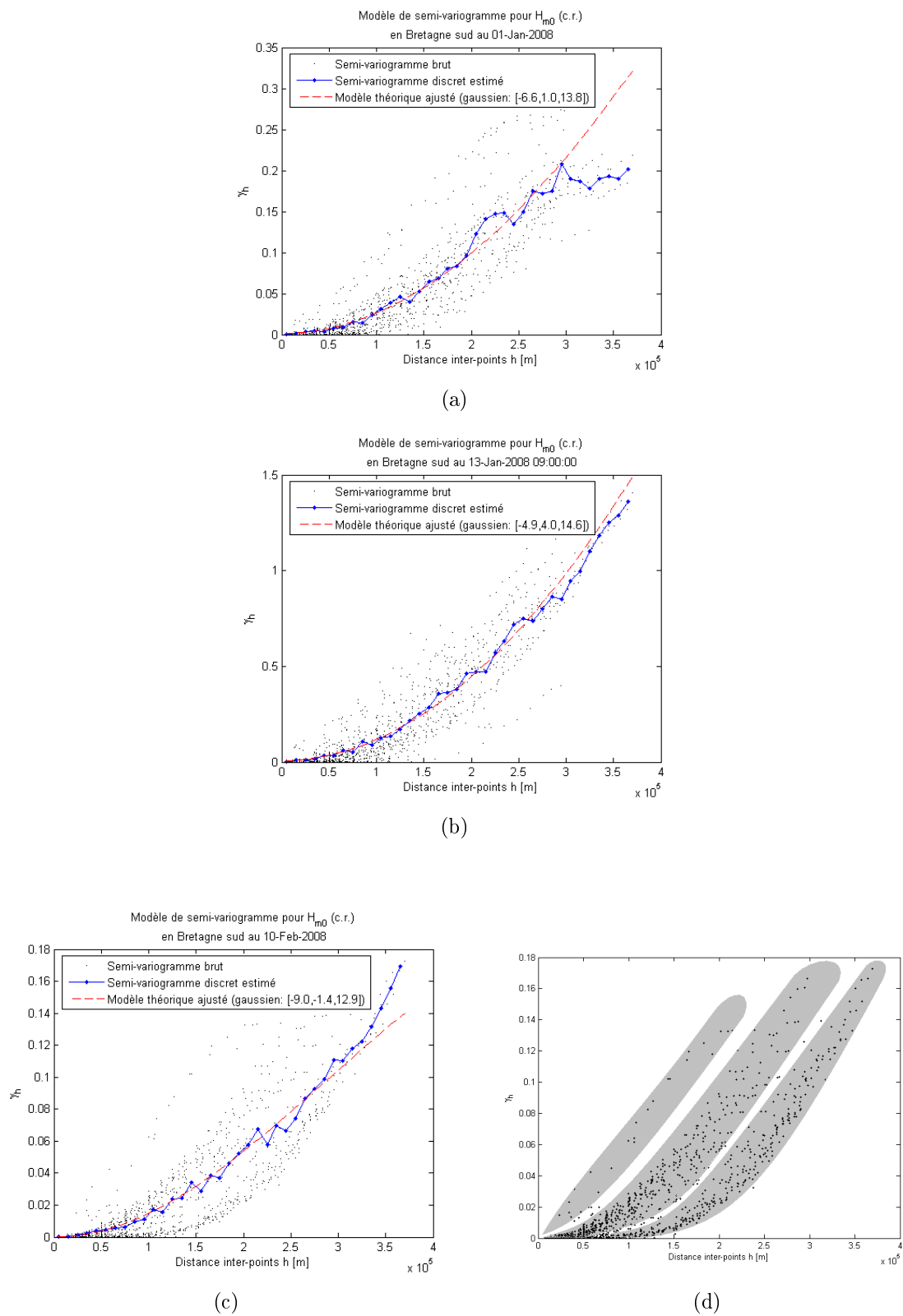


FIG. 6.5: Variogramme de H_{m0} centrée-réduite estimé et ajusté (modèle gaussien) sur la zone Bretagne sud le 1^{er} janvier 2008 à minuit (a), le 13 janvier à 9h (b), et le 10 février à minuit (c) où les sous-ensembles de portée similaire sont grisés (d).

6.1.2 Spécificité de l'étude spatiale des états de mer

Si les hypothèses de continuité et de stationnarité des états de mer peuvent être admises par principe pour permettre d'étudier l'évolution spatio-temporelle de paramètres de vagues globaux tels que la hauteur significative, la puissance moyenne des vagues, la direction moyenne de propagation, etc., l'étude de la cohérence spatiale des états de mer fondée sur une description fine des systèmes de vagues qui les composent possède une double spécificité, qui constitue en même temps une double difficulté :

- caractériser un système de vagues à l'aide d'un seul paramètre (H_{m0}, P_w, \dots) ne suffit pas : il faut en réalité considérer un ensemble de N_{par} paramètres – le vecteur d'état du système : $\vec{p} = \{f_p \ \theta_p \ m_0 \dots\}^t \in \mathcal{G}$, où $\mathcal{G} \subset \mathbb{R}^{N_{par}}$ désigne l'ensemble de définition des vecteurs d'état \vec{p} ;
- un état de mer résulte de la superposition de systèmes de vagues ; en d'autres termes, en un point donné $P(\vec{s})$ du domaine \mathcal{D} et un instant t , l'état de mer peut être synthétisé par une matrice d'état (Eq. (4.5))

$$\Sigma_{(\vec{s},t)} = [\vec{p}_{\vec{s},t,1} \ \vec{p}_{\vec{s},t,2} \ \dots \ \vec{p}_{\vec{s},t,n}]$$

où $n = n(\vec{s}, t)$ désigne le nombre de systèmes individuels composant l'état de mer. A un instant t , sur une région océanique \mathcal{D} donnée décrite par N_P points d'observation, on considère ainsi un ensemble de N_P matrices $\Sigma_{(\vec{s},t)}$ dont le nombre de colonnes peut varier d'un point à l'autre.

L'étude de la cohérence spatiale des états de mer devient donc rapidement inextricable si l'on s'en tient aux outils variographiques usuels, construits autour d'une, voire deux (cas du *co-krigeage*) variable(s) uniquement. Nous proposons ici une approche exploratoire pour la résolution de ce problème à petite échelle, c'est-à-dire sur un domaine spatio-temporel d'étude restreint où les hypothèses de stationnarité spatiale et temporelle sont admises par principe.

6.2 Suivi spatio-temporel des systèmes de vagues extraits

6.2.1 Appariement spatio-temporel de systèmes de vagues à petite échelle (local)

Soit $\mathcal{F} = \mathcal{D} \times \mathcal{T}$ une fenêtre spatio-temporelle, où $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2$ représente le domaine géographique, et $\mathcal{T} \subset \mathbb{R}$ la fenêtre temporelle d'étude. On admettra que les champs de systèmes de vagues observés sont quasi-stationnaires sur \mathcal{F} , et ce d'autant plus que la fenêtre \mathcal{F} est restreinte.

On décrit les champs en un nombre fini N_c de points d'observation spatio-temporels et tels que $N_c = N_t \times N_P$, N_t étant le nombre d'instantants d'observations et N_P le nombre de points géographiques issus de la discrétisation spatio-temporelle. On ne s'intéressera ici qu'à des configurations telles que N_P ne varie pas dans le temps et où l'incrément temporel est constant (1-3h). Les données de modèle de prévision WaveWatch III ou WAM se prêtent idéalement à ce type d'étude (grille et pas de temps fixes).

En chaque point $P_{i,j} = P(\vec{s}_i, t_j)$, on s'autorise jusqu'à n_{smax} systèmes de vagues extraits, si bien que sur \mathcal{F} on recense N_s systèmes, tels que $N_c \leq N_s \leq N_c n_{smax}$. On définit alors une application

$$\begin{aligned} A : \mathcal{G} \times \mathcal{G} &\longrightarrow [0; 1] \subset \mathbb{R} \\ (\vec{p}_1, \vec{p}_2) &\longmapsto \lambda \end{aligned} \quad (6.6)$$

où le scalaire λ caractérise l'assimilabilité de deux systèmes de vagues extraits \vec{p}_1 et \vec{p}_2 . Il peut s'agir d'une combinaison linéaire du type

$$\lambda = A(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \sum_{i=1}^{N_{par}} \lambda_i g_i(\vec{p}_1, \vec{p}_2) \quad (6.7)$$

où les fonctions $g_i(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ sont un ensemble de fonctions comparatives à valeurs dans l'intervalle $[0; 1] \in \mathbb{R}$ telles que $g_i(\vec{p}_1, \vec{p}_2) \rightarrow 1$ à mesure que $\vec{p}_1 \rightarrow \vec{p}_2$, et les λ_i des coefficients de pondération tels que $\sum_i \lambda_i = 1$. La valeur de ces coefficients permet d'ajuster l'influence relative de chacun des paramètres descriptifs (composantes du vecteur d'état). En appliquant cette fonction d'appariement à chacun des couples possibles de systèmes de vagues recensés sur \mathcal{F} (N_s systèmes recensés soit $\frac{1}{2}(N_s - 1)(N_s - 2)$ couples), le résultat peut se présenter sous la forme d'une matrice d'appariement spatio-temporel $M_{A_{\mathcal{F}}}$ telle que

$$M_{A_{\mathcal{F}}} = \begin{pmatrix} A(\vec{p}_1, \vec{p}_1) & A(\vec{p}_1, \vec{p}_2) & \dots & A(\vec{p}_1, \vec{p}_{N_s}) \\ A(\vec{p}_2, \vec{p}_1) & A(\vec{p}_2, \vec{p}_2) & \dots & A(\vec{p}_2, \vec{p}_{N_s}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A(\vec{p}_{N_s}, \vec{p}_1) & A(\vec{p}_{N_s}, \vec{p}_2) & \dots & A(\vec{p}_{N_s}, \vec{p}_{N_s}) \end{pmatrix} \quad (6.8)$$

Cette matrice est symétrique, par symétrie de la fonction A , et les termes de sa diagonale valent tous 1. En fixant un certain seuil $A_{min} \in [0; 1]$, on définit la matrice $\hat{M}_{A_{\mathcal{F}}}$ telle que $\hat{M}_{A_{\mathcal{F}},ij} = 1$ si $M_{A_{\mathcal{F}},ij} \geq A_{min}$, et 0 sinon. $\hat{M}_{A_{\mathcal{F}}}$ est symétrique et binaire par construction : elle décrit la structure d'appariement spatio-temporel brut des systèmes de vagues sur la fenêtre \mathcal{F} . Toutefois, cette matrice doit subir quelques transformations afin d'être physiquement cohérente. En effet, en l'état, si trois systèmes de vagues \vec{p}_i , \vec{p}_j et \vec{p}_k extraits de \mathcal{F} tels que $\hat{M}_{A_{\mathcal{F}},ij} = \hat{M}_{A_{\mathcal{F}},jk} = 1$, $\hat{M}_{A_{\mathcal{F}},ik}$ peut tout à fait valoir zéro. Or, – même si directement ils ne le sont pas – les systèmes de vagues \vec{p}_i et \vec{p}_k

doivent en toute logique être appariés indirectement. Les opérations sur les termes de la matrice qui permettent de mettre à jour ces associations indirectes sont exposées dans l'Annexe E. Elle se fait de manière itérative jusqu'à convergence vers une matrice que l'on note $\tilde{M}_{A_{\mathcal{F}}}$ diagonalisable par blocs : cette matrice décrit la structure d'appariement spatio-temporel finale des systèmes de vagues extraits sur \mathcal{F} , et groupe les systèmes en un nombre fini de sous-ensembles disjoints.

6.2.2 Appariement par suivi des structures homogènes à méta-échelle (global)

Sur une fenêtre \mathcal{F} donnée, caractérisée par des dimensions temporelles et spatiales de l'ordre de l'heure et de la dizaine de kilomètres de côté, on peut considérer que la première étape (locale) a regroupé les systèmes appartenant à des structures homogènes cohérentes à petite (ou micro-)échelle, ce que l'on a appelé *appariement local*. A une échelle d'ordre supérieur (fenêtre Φ) – ou “méta-échelle” – la cohérence de ces structures observées sur des sous-ensembles $\{\mathcal{F}_i\}$ tels que $\forall i, \mathcal{F}_i \subset \Phi$, peut être étudiée à son tour, par *appariement global*. Le regroupement des structures cohérentes se fait ainsi du plus local au plus global, les dimensions des fenêtres devant être astucieusement choisies. Cependant, l'étude à méta-échelle se distingue de la précédente à plusieurs titres :

- comme tout processus globalisateur, les particularités locales s'effacent à mesure que l'échelle augmente au détriment de la résolution physique, de sorte que le nombre de paramètres comparatifs – caractéristiques des nouveaux champs à étudier et moyennés sur chaque fenêtre locale – peut être réduit. Par exemple, si à petite échelle (\mathcal{F}) la fréquence de pic, la direction de pic et la hauteur significative des systèmes sont nécessaires à la détermination des structures homogènes, la cohérence de ces dernières à méta-échelle peut reposer simplement sur la comparaison de leurs fréquence et direction de pic moyens ;
- de plus, si la stationnarité des systèmes de vagues est admise par principe à petite échelle, elle diminue fortement à méta-échelle, de sorte qu'il est nécessaire de tenir compte de la proximité spatio-temporelle des différentes fenêtres $\mathcal{F}_i \subset \Phi$.

Les échelles utilisées dans la suite de cette thèse sont les suivantes :

- **petite échelle** : un intervalle de temps entre deux résultats spectraux pour le temporel (de une heure à trois heures, laps de temps sur lequel la stationnarité des états de mer est généralement admise en ingénierie offshore et côtière), et une zone géographique contenue dans un carré d'au plus quelques centaines de kilomètres de côté (idem) ;
- **méta-échelle** : de quelques jours à quelques mois pour le temporel ; pas d'extension géographique pour le spatial.

Dans ce schéma très particulier, la cohérence locale s'assimile donc à la cohérence spatiale des systèmes de vagues, en un instant ou un intervalle de temps donné, tandis que la cohérence globale s'assimile à la cohérence temporelle des structures homogènes locales, suivant un ordre chronologique (d'un pas de temps au suivant). Un tel schéma ne constitue qu'une possibilité parmi beaucoup d'autres. Il a été tout naturellement choisi ici par souci de simplicité de programmation, et renvoie directement au schéma implémenté par Kerbirou (Kerbirou *et al.*, 2007) dans l'application SPOP, où l'observation spatiale se limite à la considération d'un point géographique uniquement (cohérence temporelle pure). La structure de l'algorithme employé est détaillée ci-après.

6.2.3 Algorithme de suivi spatio-temporel des systèmes de vagues homogènes

L'algorithme proposé se structure en trois étapes successives : la première procède à un regroupement spatial auto-adaptatif des systèmes homogènes à chaque pas de temps ; la deuxième raffine ces regroupements en distinguant notamment les structures spatiales homogènes dites "fixes" et "flottantes" ; la troisième enfin se charge de réaliser le suivi temporel de ces structures.

Regroupement spatial auto-adaptatif

La première étape – spatiale – reprend globalement la séquence exposée précédemment, en ne se fondant que sur les paramètres de fréquence de pic (f_p), direction de pic (θ_p) et hauteur significative (H_s ou H_{m0}) de chaque système de vague extrait, issu ici de l'extraction effectuée grâce à l'application SPOP. Chaque système de vague est donc décrit par le vecteur d'état $\vec{p} = \{f_p, \theta_p, H_s\}^t$.

Soient $(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = (\vec{p}_{\vec{s}_1, t}, \vec{p}_{\vec{s}_2, t})$ les vecteurs d'état de deux systèmes observés aux points \vec{s}_1 et \vec{s}_2 à l'instant t tels que $\vec{p}_1 = \{f_{p1}, \theta_{p1}, H_{s1}\}^t$ et $\vec{p}_2 = \{f_{p2}, \theta_{p2}, H_{s2}\}^t$ respectivement. La fonction spatiale d'appariement $A(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ (Eq. (6.6)) est calculée par défaut par

$$\begin{aligned}
 A(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = & a_{fs} * \left[\frac{\min(f_{p1}, f_{p2})}{\max(f_{p1}, f_{p2})} \right] + \\
 & a_{ts} * \left[1 - \frac{\min(|\theta_{p1} - \theta_{p2}|, 360 - |\theta_{p1} - \theta_{p2}|)}{180} \right] + \\
 & a_{hs} * \left[\frac{\min(H_{s1}, H_{s2})}{\max(H_{s1}, H_{s2})} \right]
 \end{aligned} \tag{6.9}$$

où a_{fs} , a_{ts} , et a_{hs} sont des coefficients de pondération des paramètres d'état des systèmes et tels que $a_{fs} + a_{ts} + a_{hs} = 1$. La fréquence de pic étant un paramètre relativement stable dans l'espace et dans le temps, on peut attribuer plus de poids relatif au coefficient a_{fs} .

A l'inverse, la hauteur significative pouvant varier de façon non négligeable d'un site à un autre, de par la variabilité naturelle des régimes de vent ainsi que de l'éventuelle distorsion énergétique introduite à l'étape d'extraction qui reste inappréciable (séparation des systèmes par principe des bassins versants, regroupements, corrections mutuelles, ...), on peut se permettre d'attribuer moins de poids relatif au coefficient a_{hs} . D'où l'inégalité générale

$$a_{hs} \leq a_{ts} \leq a_{fs} \quad (6.10)$$

Les critères de similarités physiques sont ainsi fusionnés en un seul coefficient (scalaire) qui tient compte de la proximité conjointe et relative de tous les paramètres à la fois, contrairement à d'autres critères absolus empiriques et indépendants proposés pour le même genre d'études par d'autres auteurs (cf. § 5.2.2). On ne cherche donc pas ici à contraindre les résultats de suivi selon un certain modèle, mais à effectuer un regroupement qualitatif en s'astreignant d'a priori physiques forts. Cela permet notamment de revenir sur les critères communs de séparation houle/mer de vent, entre autres, et d'observer leurs limites le cas échéant.

L'expression (6.9) est celle proposée par défaut, mais il est possible d'en envisager d'autres en s'inspirant des formulations de modèles variographiques les plus usitées en géostatistique : gaussienne, exponentielle, sphérique, ... voir Baillargeon (2005), notamment pour les paramètres de fréquence de pic et de hauteur significative. La fonction comparative liée à la direction de pic est quant à elle conservée comme dans la formulation (6.9) (modèle de sensibilité linéaire). En guise d'exemple, on illustre quelques modèles possibles de covariogrammes (de pépité nulle) pour la fréquence de pic :

- *modèle linéaire* :

$$g(f_{p1}, f_{p2}) = 1 - \frac{2|f_{p1} - f_{p2}|}{f_{p1} + f_{p1}} \quad (6.11)$$

- *modèle gaussien* :

$$g(f_{p1}, f_{p2}) = \exp \left[-4 \left(\frac{|f_{p1} - f_{p2}|}{f_{p1} + f_{p1}} \right)^2 \right] \quad (6.12)$$

- *modèle exponentiel* :

$$g(f_{p1}, f_{p2}) = \exp \left[- \frac{|f_{p1} - f_{p2}|}{f_{p1} + f_{p1}} \right] \quad (6.13)$$

- *modèle sphérique* :

$$\begin{aligned} g(f_{p1}, f_{p2}) &= 1 - \frac{3}{2}\rho - \frac{1}{2}\rho^3, \quad \rho \leq 1 \\ &= 0, \quad \rho > 1 \end{aligned} \quad (6.14)$$

où

$$\rho = \frac{|f_{p1} - f_{p2}|}{\frac{f_{p1} + f_{p1}}{2}}$$

- *modèle extrema (défaut)* :

$$g(f_{p1}, f_{p2}) = \frac{\min(f_{p1}, f_{p2})}{\max(f_{p1}, f_{p2})}, (f_{p1} f_{p2}) \neq (0, 0) \quad (6.15)$$

Chacun de ces modèles est illustré aux figures 6.6(a-e). Comme le suggèrent ces figures, chacune de ces fonctions bivariées vaut 1 lorsque les paramètres d'entrée sont égaux (axe $y = x$) et diminue avec l'écart relatif pour s'annuler lorsque cet écart est trop important. Chaque modèle propose une sensibilité différente : le palier (= 1) est plus ou moins aplati selon le modèle, et les décroissances vers zéro plus ou moins abruptes. Si l'on classe qualitativement ces modèles du plus discriminant au plus tolérant, on obtient dans cet ordre les modèles sphérique, extrema, exponentiel, linéaire et gaussien. Ces cinq modèles sont testés par la suite pour les appariements de systèmes et de structures homogènes (pour f_p et H_s).

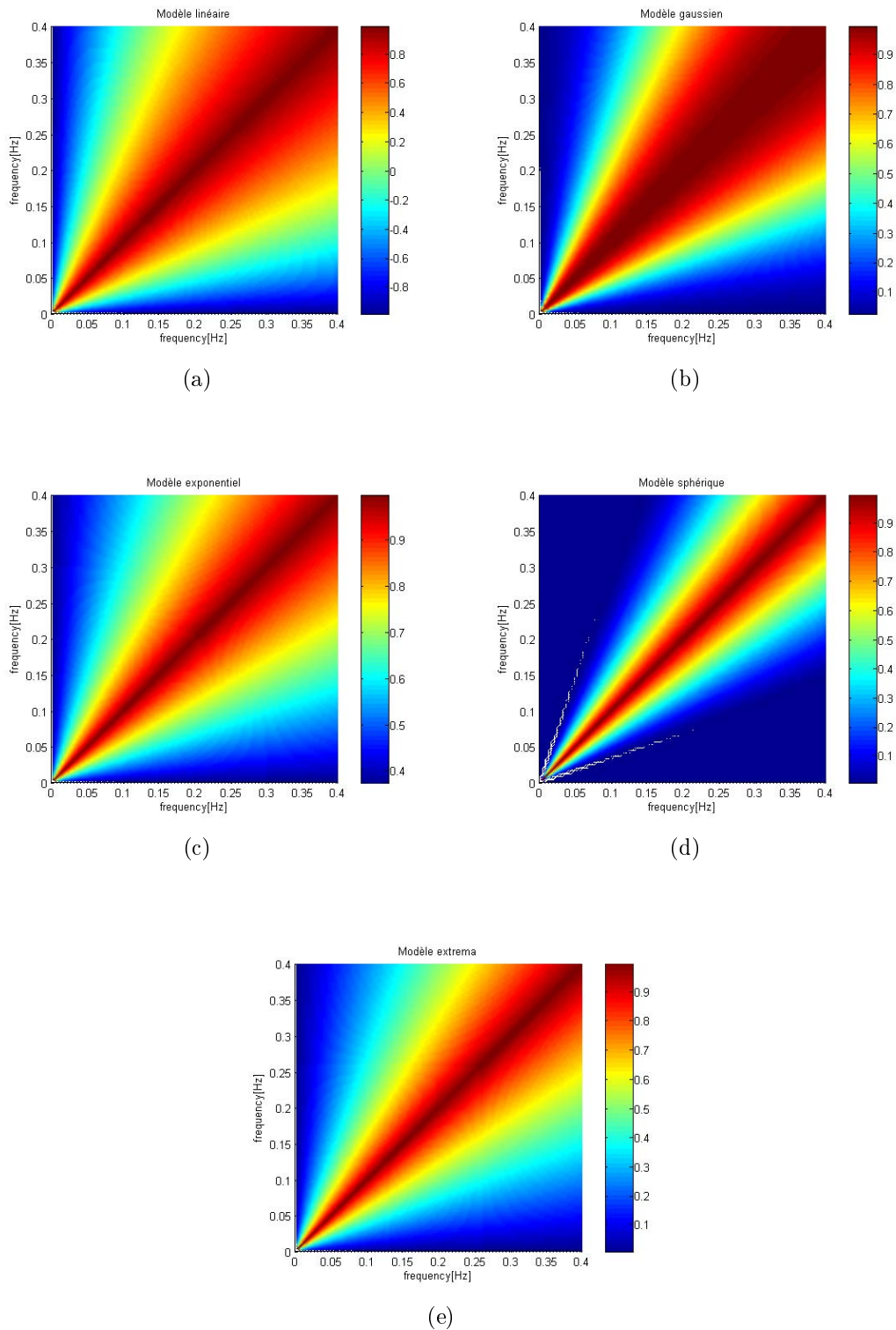


FIG. 6.6: Modèles de co-variogramme pour la fréquence de pic f_p : linéaire (Eq. (6.11)), gaussien (Eq. (6.12)), exponentiel (Eq. (6.13)), sphérique (Eq. (6.14)) et extrema (défaut, Eq. (6.2.3)).

En considérant tous les systèmes extraits à l'instant t sur la zone spatio-temporelle envisagée, on construit la matrice d'appariement M_A . On définit ensuite un seuil minimal A_{min} (ex : 0.8) afin de déterminer si deux systèmes observés peuvent être assimilés à un même événement ou non. On construit alors, à partir de la matrice M_A , la matrice \hat{M}_A (binaire) que l'on traite de façon à mettre à jour toutes les associations indirectes de systèmes, comme décrit précédemment. On vérifie ensuite que chacune de ces nouvelles associations correspondent dans M_A à des valeurs de fonction d'appariement suffisamment élevées elles aussi (supérieures à un seuil $A_{minind} < A_{min}$, ex : 0.6). On partitionne ainsi l'ensemble des systèmes observés en sous-ensembles disjoints appelés *structures homogènes*.

Si les regroupements effectués n'entraînent pas de redondance géographique, c'est-à-dire que ces associations ne regroupent pas deux systèmes observés au même point géographique, alors le regroupement spatial à l'instant t est jugé satisfaisant et l'on passe au pas de temps suivant. Dans le cas contraire, c'est-à-dire s'il y a au moins une redondance géographique dans les regroupements effectués et/ou que la valeur minimale de la fonction d'appariement des associations indirectes est inférieure à la valeur minimale acceptable A_{minind} , on incrémente légèrement le seuil A_{min} (de 1% par exemple) et on recommence la procédure. En incrémentant ce seuil, on rend les conditions d'appariement direct plus sévères, ce qui augmente le nombre de partitions et limite de plus en plus les risques de redondance géographique. La procédure peut être itérée plusieurs fois jusqu'à ce que les critères soient satisfaits. C'est pourquoi la procédure de regroupement est dite auto-adaptative.

A la fin d'une itération, tous les systèmes non-regroupés sont considérés comme des structures individuelles isolées. Chaque structure issue de ces regroupements est caractérisée à méta-échelle par ses fréquence et direction de pic moyens (la hauteur significative étant un paramètre trop variable et donc peu pertinent pour caractériser une structure homogène, comme on l'a déjà indiqué précédemment).

Raffinement du regroupement spatial par différenciation de structures fixes et flottantes

Avant de passer à l'étape de regroupement temporel des structures, il est utile de revenir sur les regroupements effectués à l'étape précédente afin de déterminer, pour chaque structure obtenue, si celle-ci peut ou non être fusionnée avec une autre, sur le même état de mer. En effet, le processus itératif de regroupement spatial décrit précédemment tend à isoler les systèmes de vagues entre eux par le fait qu'il évite à tout prix la redondance géographique. Cette étape post-spatiale est donc surtout utile lorsque l'extraction a décelé deux systèmes "proches" au même point, mais qui sont en réalité des artefacts correspondant à une seule et même structure. Il est donc nécessaire de revenir sur ces regroupements, en distinguant pour cela les structures dites "fixes" et les structures dites "flottantes".

Une structure homogène est dite *fixe* si l'on est assuré de son existence physique (typiquement, une houle homogène observée en tous les points). Une structure est dite *flottante* si cette certitude n'est pas acquise, soit du fait du très petit nombre de systèmes regroupés (un ou deux, par exemple), soit de la grande variabilité des paramètres des systèmes. Par définition, une structure flottante peut être rattachée en seconde analyse à une structure fixe, mais pas l'inverse. De même, deux structures flottantes ne sauraient être rattachées directement, non plus que deux structures fixes – qui doivent rester aussi indépendantes les unes des autres que possible.

Dans le présent algorithme, on propose plusieurs critères de différenciation de structures fixes et flottantes, sachant que toutes les structures sont considérées comme flottantes initialement. Le premier d'entre eux considère une structure comme fixe si le nombre de systèmes regroupés est significatif : par exemple, si ce nombre est supérieur à 70% du nombre total de points géographiques observés. Un second critère est de considérer une structure comme fixe si elle est suffisamment éloignée en fréquence moyenne d'une structure fixe déjà référencée et telle qu'il n'y ait pas d'autre structure intermédiaire les séparant. Si deux structures – dont l'une est fixe – sont complémentaires spatialement (pas de redondance géographique) et que leurs fréquences et directions moyennes sont proches, alors les deux structures sont regroupées. On itère ce processus sur tout l'historique jusqu'à ce qu'il n'y ait plus aucun regroupement. Les caractéristiques des structures fixes et flottantes obtenues au final sont recalculées (fréquence f_{pm} et direction θ_{pm} moyennes) et le nombre de structures identifiées réactualisé.

Suivi temporel des structures homogènes

Cette dernière étape consiste à relier les structures homogènes cohérentes entre elles d'un pas de temps à l'autre. On vérifie tout d'abord qu'au premier instant d'observation, toutes les structures établies sont fixes, de sorte qu'aucun regroupement entre elles ne peut plus survenir. Si ce n'est pas le cas, on en tiendra compte dans l'interprétation du suivi aux premiers instants. A chaque structure on affecte un code (quatre lettres), une couleur (pour la visualisation graphique) et un âge instantané (nombre d'instant d'observation du système, depuis son apparition jusqu'à l'instant t).

A chaque instant $i_t > 1$, on note $n_{sid}(i_t)$ le nombre de structures homogènes établies et on construit la matrice de suivi $\hat{M}_{B_{\mathcal{F}}}$ de $n_{sid}(i_t - 1)$ lignes et $n_{sid}(i_t)$ colonnes, semblable à $\hat{M}_{A_{\mathcal{F}}}$, dont les termes valent 1 si (zéro sinon)

$$B_{ij} = a_{ft} * \left[\frac{\min(f_{pm,i}, f_{pm,j})}{\max(f_{pm,i}, f_{pm,j})} \right] + a_{tt} * \left[1 - \frac{\min(|\theta_{pm,i} - \theta_{pm,j}|, 360 - |\theta_{pm,i} - \theta_{pm,j}|)}{180} \right] \geq B_{min} \quad (6.16)$$

où l'indice i se rapporte à celui de la structure correspondante à l'instant $i_t - 1$ et j à celui de la structure correspondante à l'instant i_t . Les coefficients de pondération tem-

porelle en fréquence et direction a_{ft} et a_{tt} respectivement sont tels que $a_{ft} + a_{tt} = 1$ et peuvent changer selon que les structures comparées se trouvent en haute ou basse bande de fréquences (ex : $(a_{ft}, a_{tt}) = (0.7, 0.3)$ pour $f < 0.12Hz$ et $(a_{ft}, a_{tt}) = (0.3, 0.7)$ pour $f > 0.12Hz$), afin de privilégier les rapprochements en fréquence pour les houles et en direction pour les mers de vent. Le seuil B_{min} est fixé initialement à une valeur quelconque (ex : 0.8).

Pour chaque ligne de cette matrice, c'est-à-dire pour chaque structure homogène établie à l'instant $i_t - 1$, on s'assure que si l'on a au moins deux structures à i_t associées à la structure considérée, il y a au plus une structure référencée comme fixe parmi elles (*première condition*). Puis, on vérifie que le regroupement spatial de deux structures à i_t n'entraîne pas de redondance géographique telle que le nombre de systèmes en un point excède 2 (au sens strict), ou que s'il est égal à 2, le nombre de points redondants est supérieur au seuil de 70% du nombre de points géographiques total (*seconde condition*). Tant que ces deux conditions ne sont pas vérifiées, on incrémente le seuil B_{min} et l'on recalcule la nouvelle matrice $\hat{M}_{B_{\mathcal{F}}}$. Lorsqu'elles le sont, on observe les colonnes de la matrice de suivi obtenue : si l'on a associé une structure à i_t à deux structures ou plus à $i_t - 1$, on n'associe finalement que la structure la plus proche en fréquence (les termes de la matrice deviennent nuls pour les autres). Si la somme des termes de la colonne est nulle, cela signifie qu'une structure est apparue, à laquelle on affecte un code, une couleur et un âge.

On termine en travaillant sur les lignes de la matrice, afin d'affecter à chaque structure homogène à i_t non naissante les code, couleur et âge(+1) de la structure à $i_t - 1$ à laquelle elle a été associée.

6.2.4 Exemples d'application

L'algorithme de suivi spatio-temporel exposé dans ce qui précède est implémenté numériquement en langage Matlab, avec comme données d'entrée les fichiers *.mat* issus de SPOP, dont on exploite tout particulièrement les données d'extraction (les informations liées au suivi ponctuel ne sont pas prises en compte). Les données spectrales ($E(f, \theta)$) utilisées ici proviennent du modèle WaveWatchIII mis en oeuvre par la société ARGOSS (<http://www.argoss.nl/>) et le S.H.O.M. (*Service Hydrographique et Océanographique de la Marine*, Brest, voir Ardhuin *et al.*, 2008) d'autre part. On considère deux zones d'étude, l'une relativement étendue (neuf points dans le Golfe de Gascogne) et l'autre plus réduite (quatre points autour de l'île d'Yeu). L'incrément temporel dans l'un et l'autre cas est de une heure et trois heures respectivement.

Les résultats et leur sensibilité vis-à-vis des paramètres de l'algorithme étant difficiles à reproduire par écrit, on se limitera à l'exposé de résultats satisfaisants obtenus grâce à cette méthode, permettant une étude approfondie de l'évolution spatio-temporelle des systèmes de vagues homogènes observés sur les sites en question.

Suivi spatio-temporel dans le Golfe de Gascogne

La zone envisagée est décrite à la figure 6.7 où l'on considère neuf points de contrôle d'une grille de $1.25^\circ \times 1^\circ$ (lon. x lat.). Les résultats spectraux sont fournis par la société néerlandaise ARGOSS. On s'intéresse plus particulièrement à la période du mois d'avril 2005 avec un incrément temporel d'une heure, soit 670 spectres en chaque point environ.

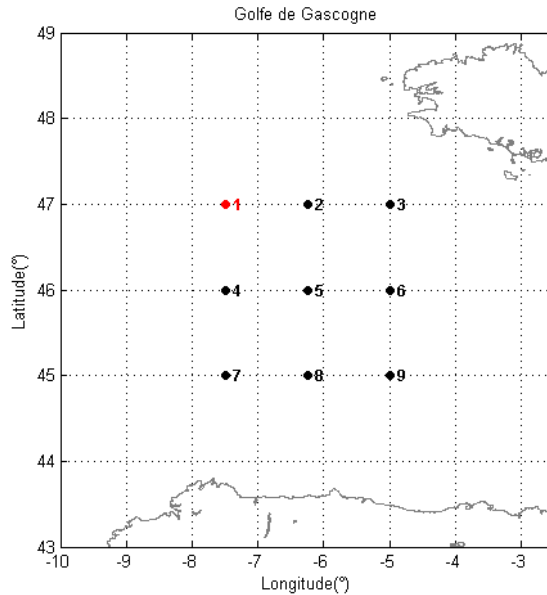


FIG. 6.7: Zone du Golfe de Gascogne ($1.25^\circ \times 1^\circ$) : 9 points (données ARGOSS).

L'extraction des systèmes de vagues effectuée grâce à SPOP est réalisée en prenant tous les paramètres par défaut (JONSWAP-2, \cos^{2s} , correction des influences mutuelles 1D, étalement directionnel constant en fréquence). Pour l'algorithme de suivi spatio-temporel, on choisit un modèle de covariogramme de type linéaire avec $(a_{fs}, a_{ts}, a_{hs}) = (0.7, 0.3, 0)$. Le paramètre de hauteur significative des systèmes est jugé trop variable sur la zone et donc peu fiable pour détecter les structures homogènes.

On illustre les étapes successives de l'algorithme aux figures 6.8(a-d) correspondant aux états de mer du 17 avril 2005 à 18h dans l'espace, où l'axe vertical est associé à la fréquence de pic : regroupement des systèmes en structures homogènes (a), suivi temporel des structures (b), représentation vectorielle des champs de systèmes homogènes (c) où les vecteurs ont pour direction celle du système et une norme proportionnelle à sa hauteur significative, et vue de dessus accompagnée du covariogramme correspondant (Eq. (6.9) avec modèle linéaire pour f_p et H_s , Eq. (6.11)) en fonction de la distance orthodromique séparant les points géographiques. Dans tous les graphiques spatiaux, les données en jaune concernent le vent local (fréquence de séparation, Eq. (5.6), et direction moyenne). Ils mettent en évidence la présence simultanée d'une mer de vent et de trois houles, nettement distinctes au regard de la fréquence de pic. La représentation vectorielle (Fig. 6.8(c)) montre que ces trois houles se situent dans un secteur

angulaire relativement restreint, alors que la mer de vent se propage selon une direction très variable. Le covariogramme permet de rendre compte de la cohérence spatiale des systèmes – comparés les uns aux autres – à l’instant considéré : la corrélation est forte pour de faibles distances entre les points (et théoriquement égale à 1 pour une distance nulle), puis suit une décroissance plus ou moins marquée en fonction de la distance, selon le niveau de corrélation de la structure, à l’instar d’un covariogramme classique (cf. Eq. (6.1)&(6.2) et Fig. 6.1). Ainsi, on observe que la cohérence spatiale de la mer de vent est moins marquée que celle des houles, avec une dispersion et une décroissance plus importantes.

On donne ensuite l’évolution des paramètres f_p , θ_p et H_s des systèmes aux figures 6.9, 6.10, 6.11 et 6.12, obtenue grâce à cet algorithme aux points 1, 3, 5 et 7 respectivement (voir Fig. 6.7). La cohérence spatio-temporelle des systèmes de vagues – et donc des états de mer – est aisément mise en évidence sur ces graphiques, où l’on constate le passage de trains de vagues de même origine aux différents points d’observation, comme par exemple la houle notée ‘BUDA’, observée sur environ sept jours en moyenne. La houle ‘WANE’ est scindée en deux parties si bien qu’elle pourrait être considérée comme la succession de deux houles différentes. Toutefois, sa continuité en direction et la jonction visible au point 3 (Fig. 6.10(a)) font que l’algorithme n’a identifié qu’une seule houle. Notons que pour la houle ‘BUDA’, la cohérence spatiale permet de revenir sur l’extraction des systèmes, notamment lorsque le spectre présentait deux pics – qui étaient donc des artefacts – au lieu d’un seul (autour du 10 avril). L’algorithme employé permet de réunir ces portions de systèmes qui appartiennent résolument à la même houle.

Bien que l’aire géographique d’étude soit relativement importante (les points les plus distants le sont d’environ 300km), on retrouve la cohérence de certaines mers de vent étendues, comme ‘SICI’, ‘UUGE’ ou ‘KIJU’. En revanche, certains autres événements liés à des particularités locales du champ de vent étant éventuellement très variables d’un site à un autre, leur faible cohérence spatiale ne permet pas d’établir de structure homogène, ce qui nuit au suivi temporel ponctuel (voir par exemple la succession des événements ‘KAWO’, ‘YAOU’ et ‘AITI’ à la figure 6.10(a)).

Comme le prévoit la théorie sur l’évolution temporelle des houles (cf. §5.2.1), leur fréquence de pic mesurée en un point fixe augmente en fonction du temps. Les augmentations brutales de pente s’expliquent par la coexistence de mers de vent proches en direction – identifiées ou non – qui déplacent l’énergie (et donc le pic de la houle) vers les hautes fréquences. La fusion de la houle ‘SOCO’ avec la mer de vent ‘UUGE’ est particulièrement intéressante de ce point de vue, car elle illustre le problème épineux de la détermination du type de système résultant d’une telle fusion : est-ce toujours une houle, ou bien est-ce une mer de vent ? En termes de fréquence de pic, il s’agit clairement de la continuité de la houle ‘SOCO’, donc d’une houle. En termes d’énergie (hauteur significative), la mer de vent ‘UUGE’ est plus importante que la houle ‘SOCO’ et semble donc venir l’englober et lui succéder tout naturellement : le système observé serait donc toujours ‘UUGE’. Suivant les fonctions d’appariement ou covariogrammes utilisés, les

CHAPITRE 6. COHÉRENCE ET SUIVI SPATIO-TEMPORELS DES SYSTÈMES DE VAGUES

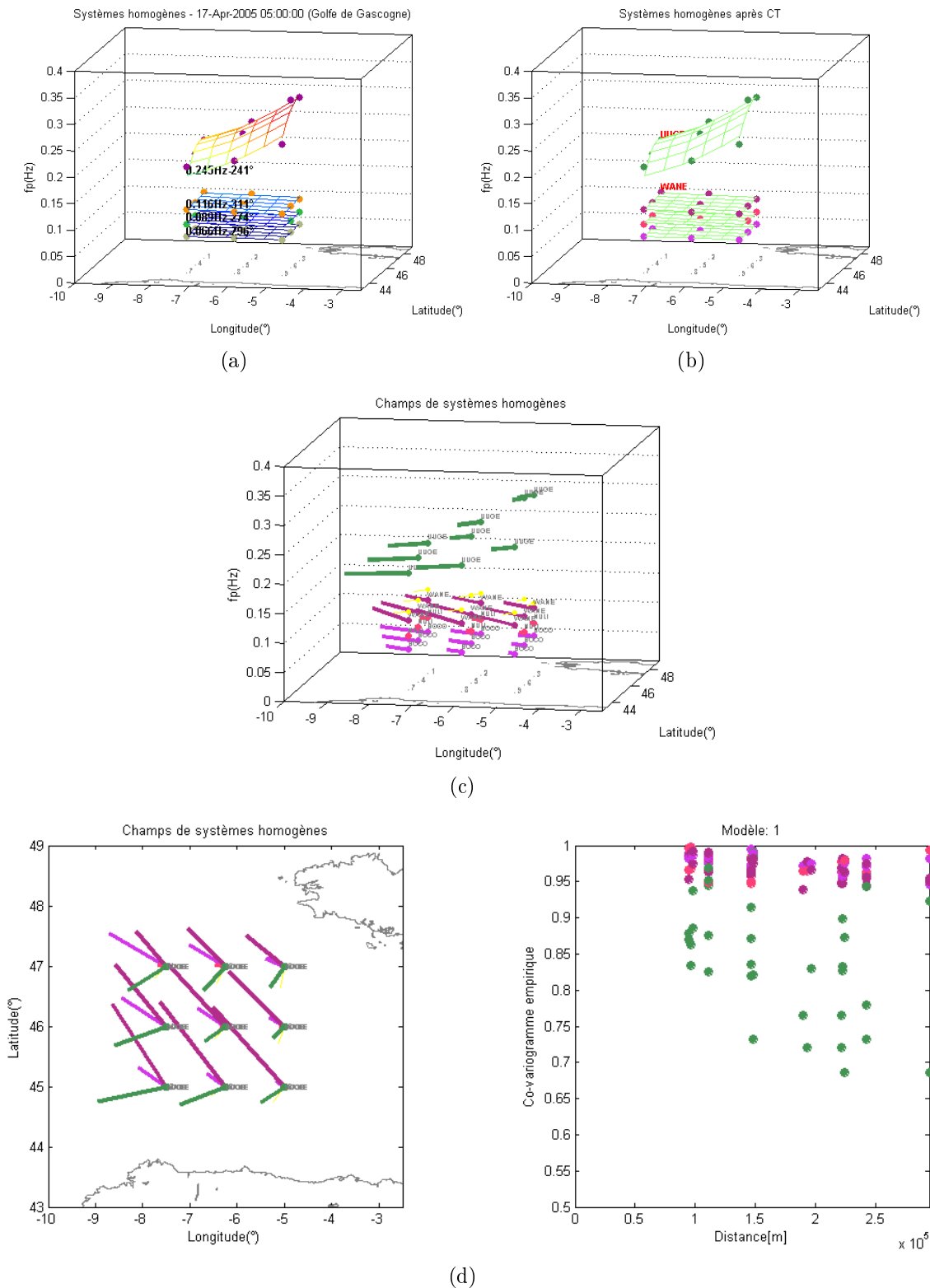
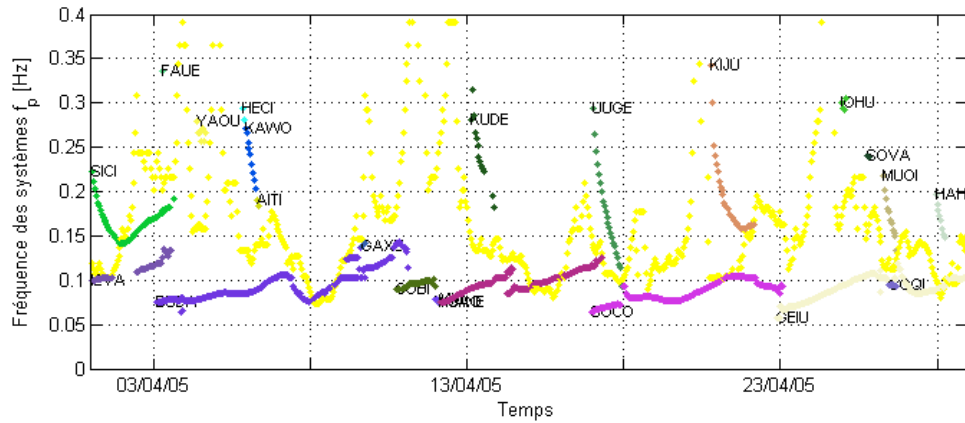
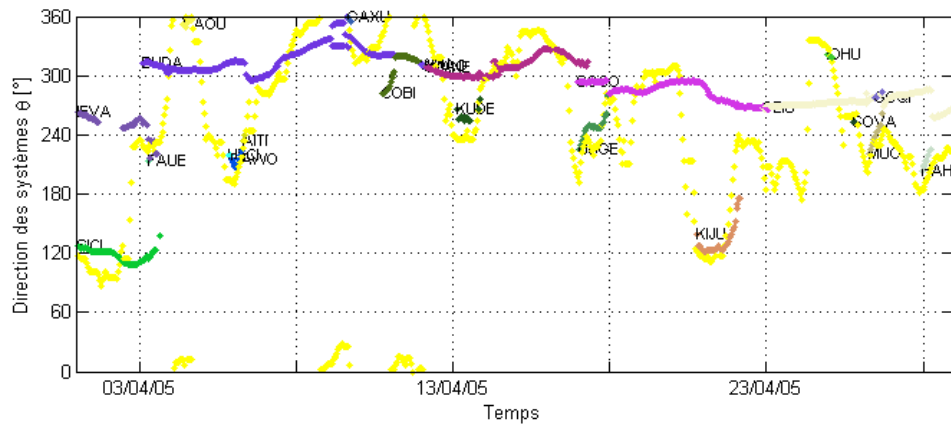


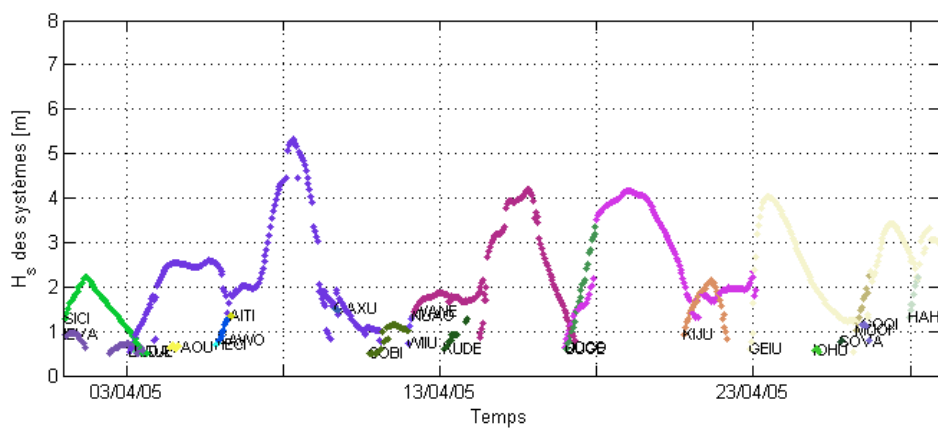
FIG. 6.8: Regroupement et suivi spatio-temporel des systèmes de vagues cohérents : regroupement instantané (a), suivi temporel des structures (b), représentation vectorielle des champs de systèmes (c), idem vue de dessus (d – gauche) et covariogramme correspondant obtenu pour tous les couples de systèmes (d – droite) pour la zone Golfe de Gascogne.



(a)

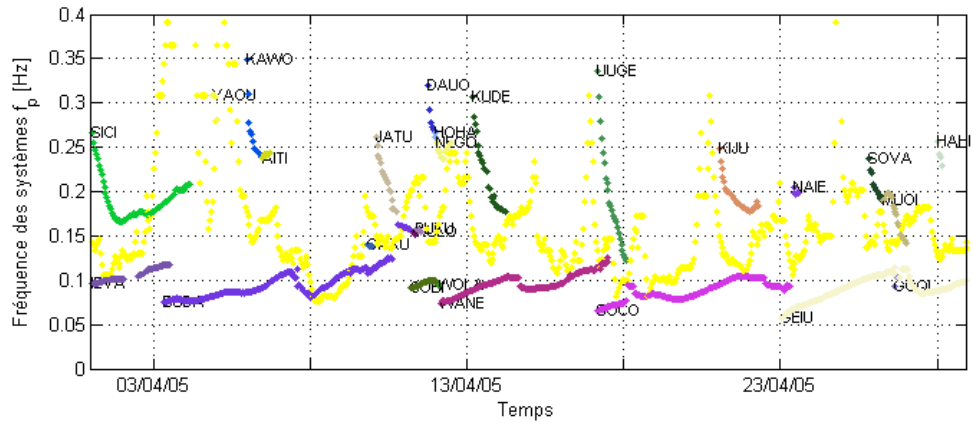


(b)

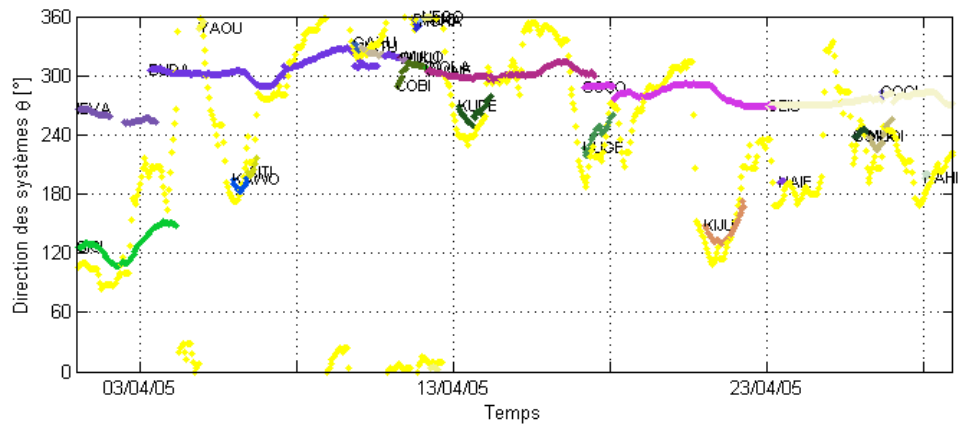


(c)

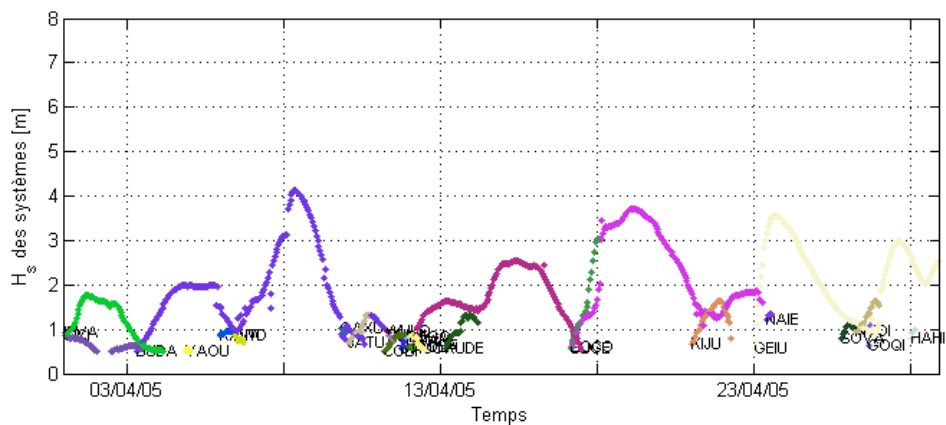
FIG. 6.9: Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone Golfe de Gascogne (Point 1) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c) ; les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.



(a)

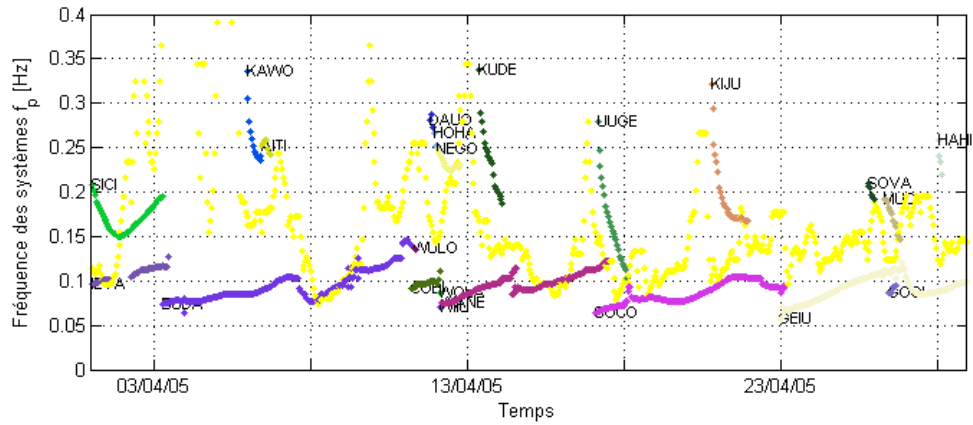


(b)

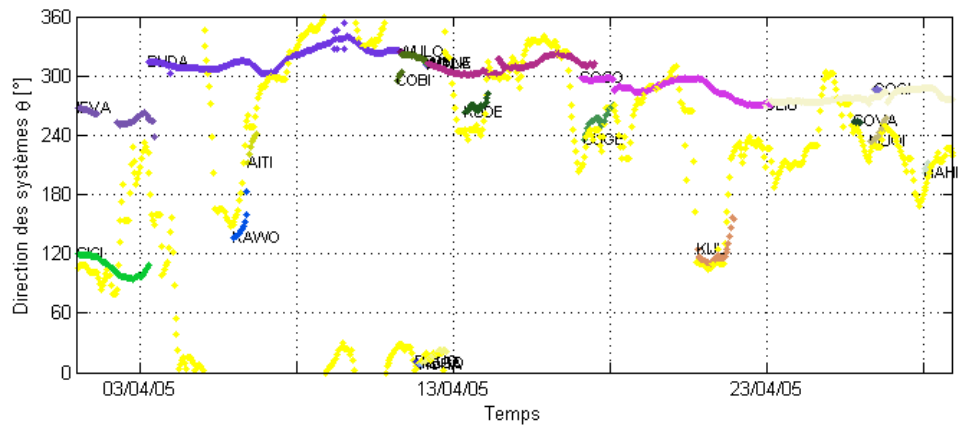


(c)

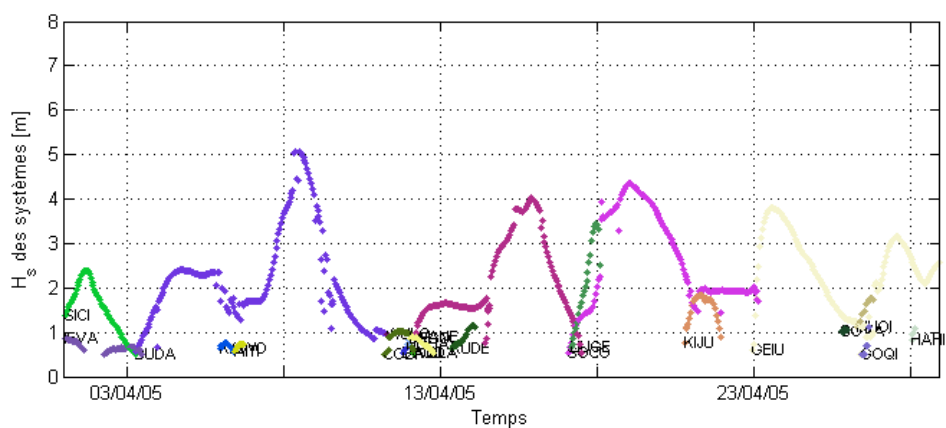
FIG. 6.10: Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone Golfe de Gascogne (Point 3) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c) ; les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.



(a)

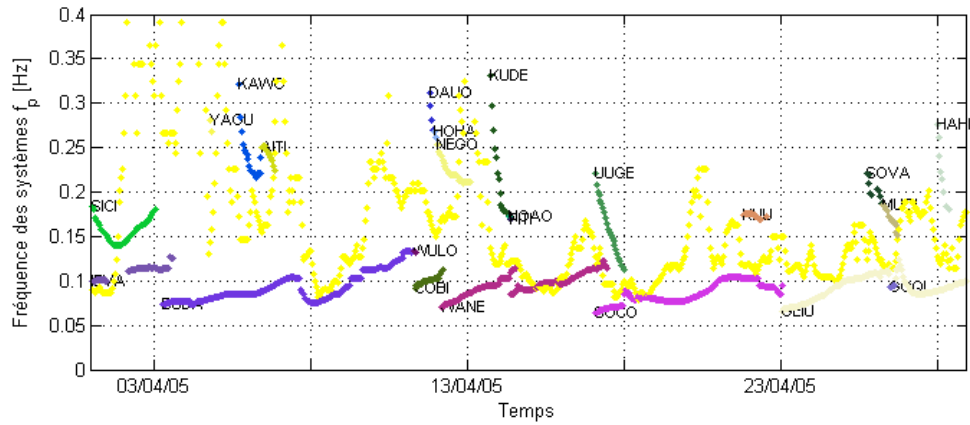


(b)

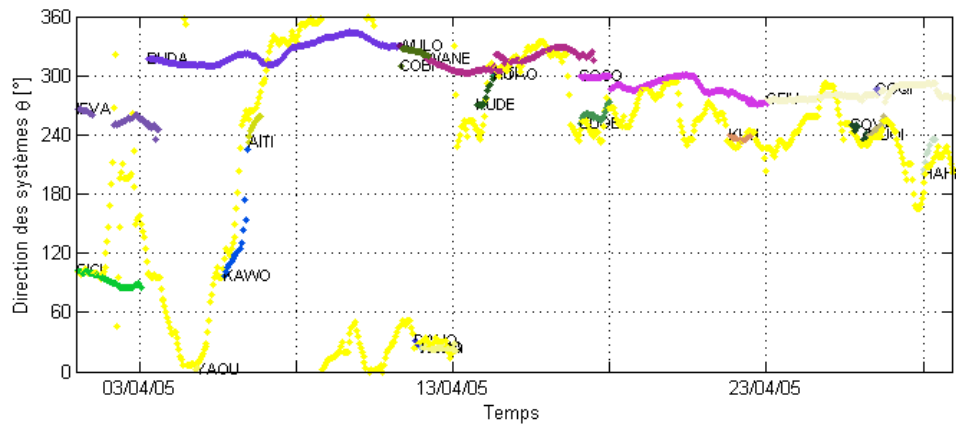


(c)

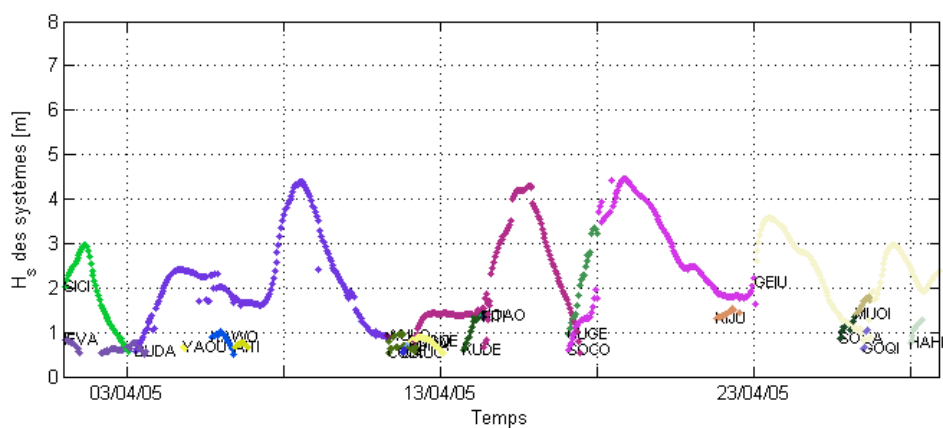
FIG. 6.11: Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone Golfe de Gascogne (Point 5) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c) ; les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.



(a)



(b)



(c)

FIG. 6.12: Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone Golfe de Gascogne (Point 7) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c) ; les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.

résultats proposent l'une et l'autre interprétation, de sorte que la houle 'SOCO' peut être considérée comme étant de très courte durée ou non. On opte ici plutôt pour une continuité de la houle, redynamisée par la fusion avec la mer de vent 'UUGE' alignée sur elle et qui la fait perdurer dans le temps. On observe une fusion similaire entre les systèmes 'GEIU' (houle) et 'MUOI' (mer de vent).

De façon générale, il est intéressant de remarquer l'évolution de la hauteur significative des différents systèmes : celles-ci suivent des courbes en cloche (croissance, pic, décroissance), dont le pic d'énergie coïncide avec une fréquence de pic particulière. Dans le cas d'une houle (e.g. 'SOCO', 'GEIU'), ce pic énergétique apparaît au milieu de la séquence d'observation (fréquence médiane), alors que pour une mer de vent (e.g. 'SICI', 'KIJU'), il apparaît souvent en fin de séquence – avant fusion éventuelle avec une houle proche – ou de façon plus générale lorsque celle-ci atteint sa fréquence de pic la plus basse.

Afin d'illustrer l'évolution spatio-temporelle des systèmes de vagues homogènes sur la zone, on donne dans les figures 6.13(a-f) une séquence de six instants successifs espacés de trois heures à chaque fois, où les états de mer observés sont dominés par une mer de vent d'est et une houle d'ouest.

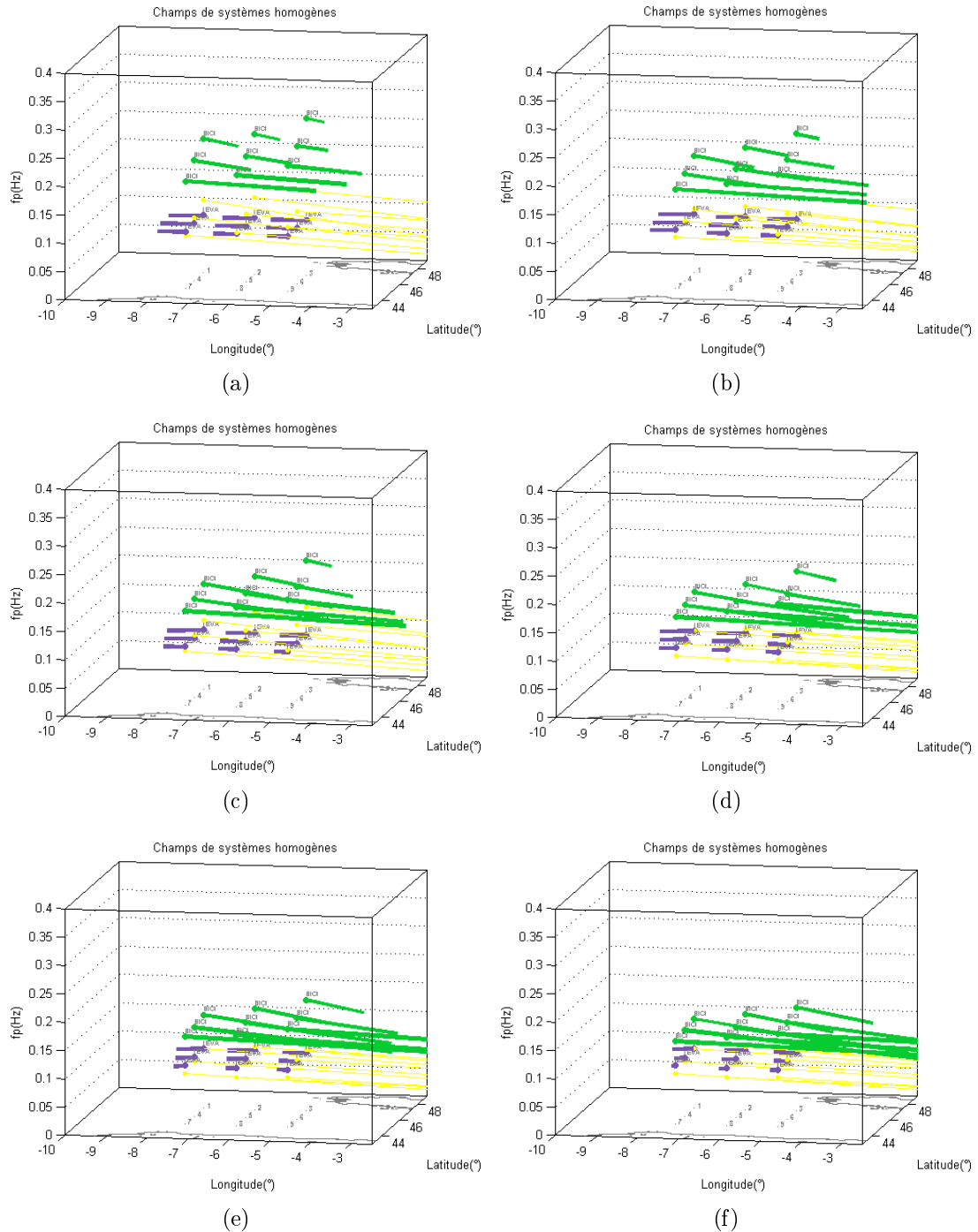


FIG. 6.13: Séquence de l'évolution spatio-temporelle des systèmes de vagues observés sur la zone Golfe de Gascogne par pas de 3h, le 1^{er} avril 2005 de minuit (a) à 15h (f).

Suivi spatio-temporel au large de l'île d'Yeu

La zone étudiée est cette fois-ci plus réduite géographiquement que la précédente, et représentée à la figure 6.14 : on considère quatre points de contrôle autour de l'île d'Yeu, dont deux se situent au large de l'île. Les résultats spectraux sont fournis ici par le SHOM (Ardhuin *et al.*, 2008), obtenus grâce au modèle WaveWatch III à partir de champs de vent issus du Centre Européen de Prévision (*ECMWF, European Centre for Medium-Range Weather Forecasts*¹). On s'intéresse plus particulièrement à la période du mois février 2008 (bissextille) avec un incrément temporel de trois heures, soit un total de 240 spectres environ.

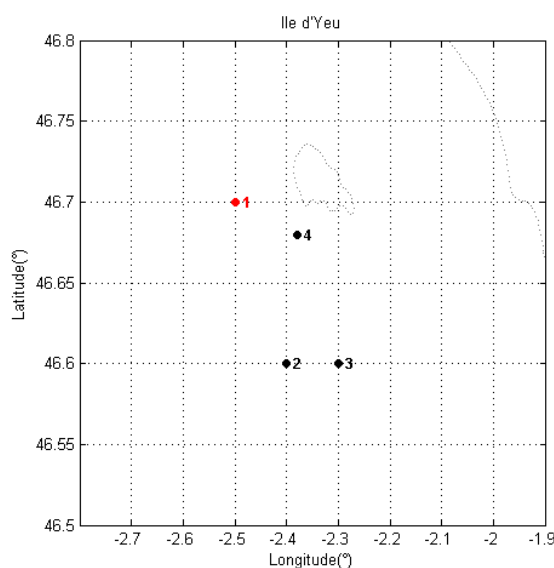


FIG. 6.14: Zone de l'île d'Yeu : 4 points (données S.H.O.M.).

Ici encore, l'extraction des systèmes de vagues est effectuée grâce à SPOP en prenant tous les paramètres par défaut. Pour l'algorithme de suivi spatio-temporel en revanche, on choisit cette fois un modèle de covariogramme de type extrema avec $(a_{fs}, a_{ts}, a_{hs}) = (0.7, 0.3, 0)$. On ne tient donc pas compte de la hauteur significative, une fois encore.

De même que précédemment, on illustre les étapes successives de l'algorithme aux figures 6.15(a-d) correspondant aux états de mer du 17 avril 2005 à 18h dans l'espace. Ceux-ci mettent en évidence la présence simultanée d'une mer de vent et de deux houles, dont l'une est naissante. La houle et la mer de vent principales ('PALA' et 'AIAU' respectivement) se propagent dans deux directions bien différenciées, et l'on remarque en sus la présence d'une très légère mer du vent ('TAOO') très localisée aux points 1 et 2 : la fréquence de séparation (en jaune, Fig. 6.15(c)) pousse à considérer le système 'AIAU' comme la mer du vent local, alors qu'il s'agit très probablement d'un système

¹<http://www.ecmwf.int/>

généralisé à quelque distance proche, lui-même en déclin car il n'est plus entretenu par le vent local (qui entre-temps a tourné). Le vent local, en effet, n'est ici responsable que du système 'TAOO'.

Ces observations sont confirmées par l'évolution des paramètres f_p , θ_p et H_s des systèmes aux figures 6.16, 6.17, 6.18 et 6.19, obtenue aux points 1 à 4 respectivement (voir Fig. 6.14). Dans cet extrait climatique, on n'observe pas de fusion de mer de vent dans la houle. Les deux types de systèmes restent parfaitement isolés, et les houles se succèdent avec une certaine continuité directionnelle, suggérant une continuité spatio-temporelle similaire des événements les ayant générés au loin (perturbation commune à l'origine?). Terminons en remarquant que la fenêtre géographique semble ici satisfaisante pour assurer le suivi spatio-temporel des systèmes de vagues jusqu'à une fréquence de $0.35Hz$, soit une très grande majorité des systèmes de vagues observés dans ce jeu de données.

CHAPITRE 6. COHÉRENCE ET SUIVI SPATIO-TEMPORELS DES SYSTÈMES DE VAGUES

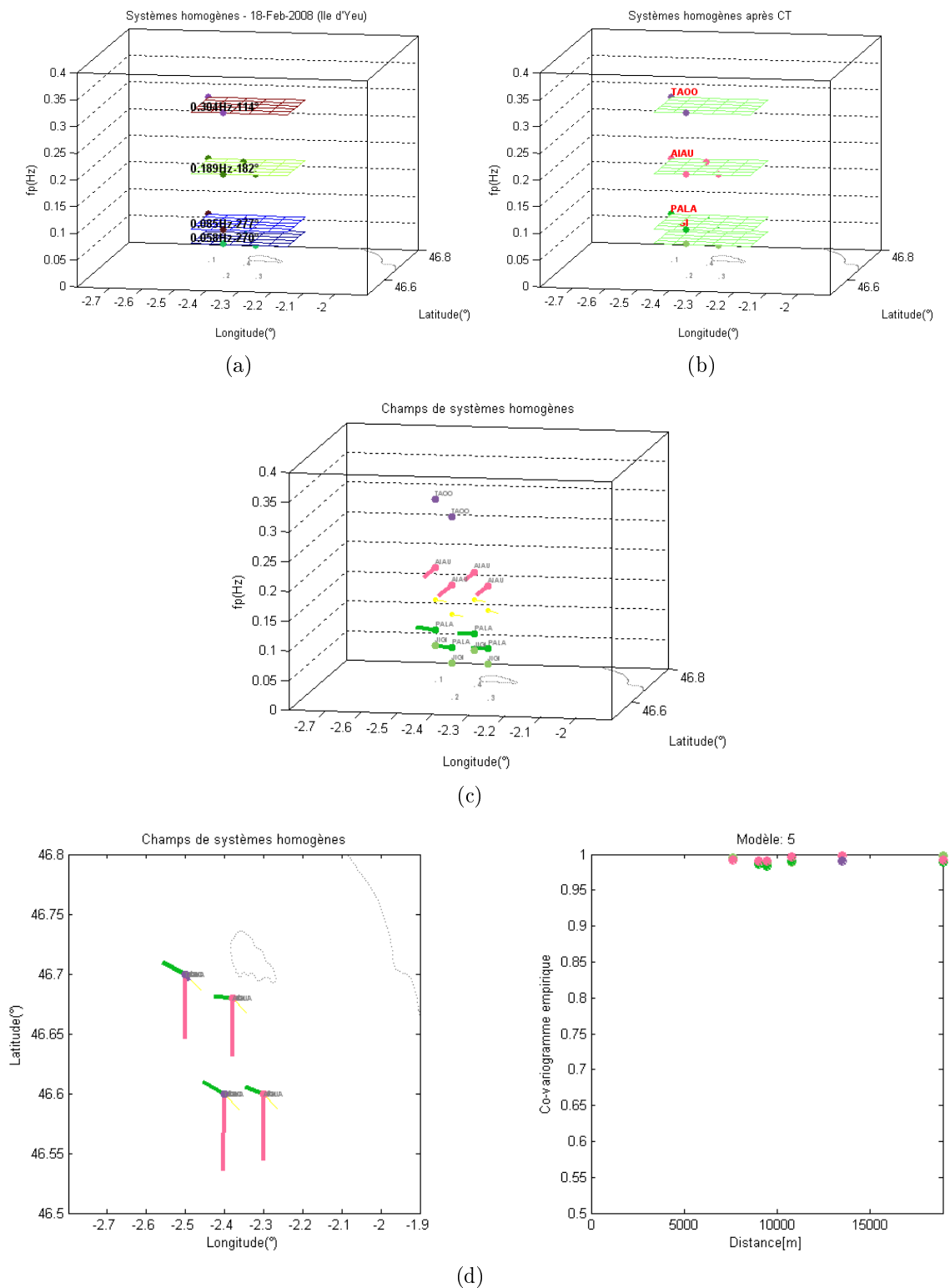
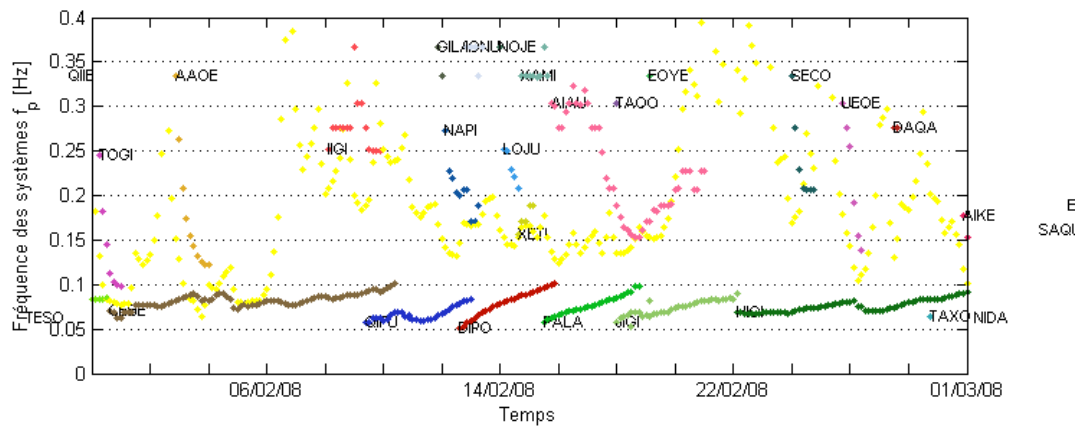
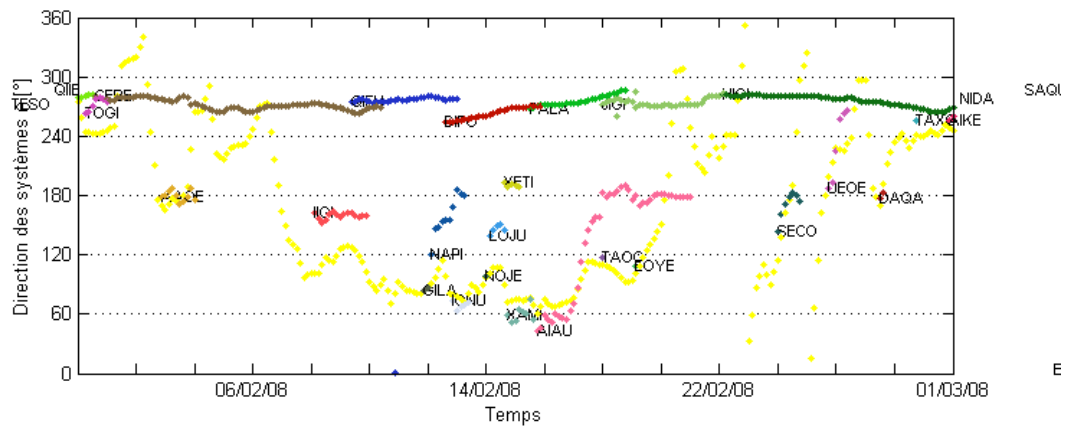


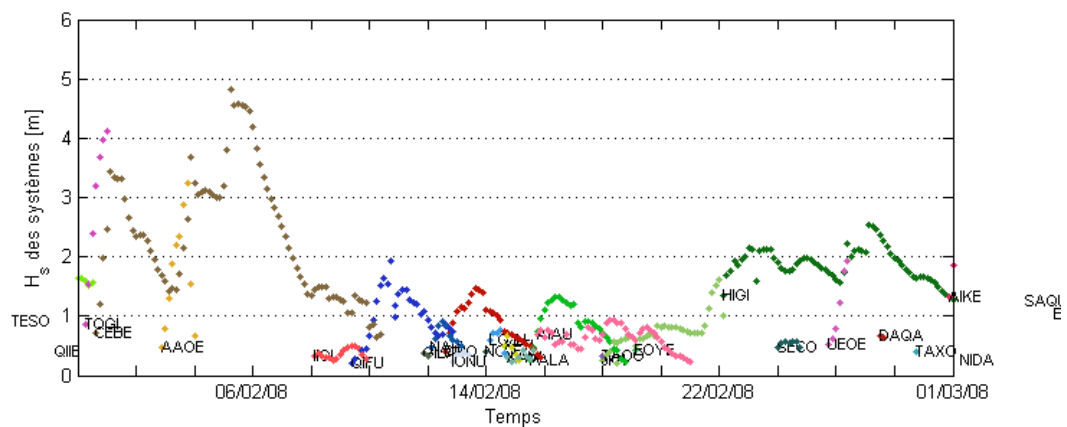
FIG. 6.15: Regroupement et suivi spatio-temporel des systèmes de vagues cohérents : regroupement instantané (a), suivi temporel des structures (b), représentation vectorielle des champs de systèmes (c), idem vue de dessus (d – gauche) et covariogramme correspondant obtenu pour tous les couples de systèmes (d – droite) pour la zone de l'île d'Yeu.



(a)



(b)



(c)

FIG. 6.16: Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone île d'Yeu (Point 1) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c) ; les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.

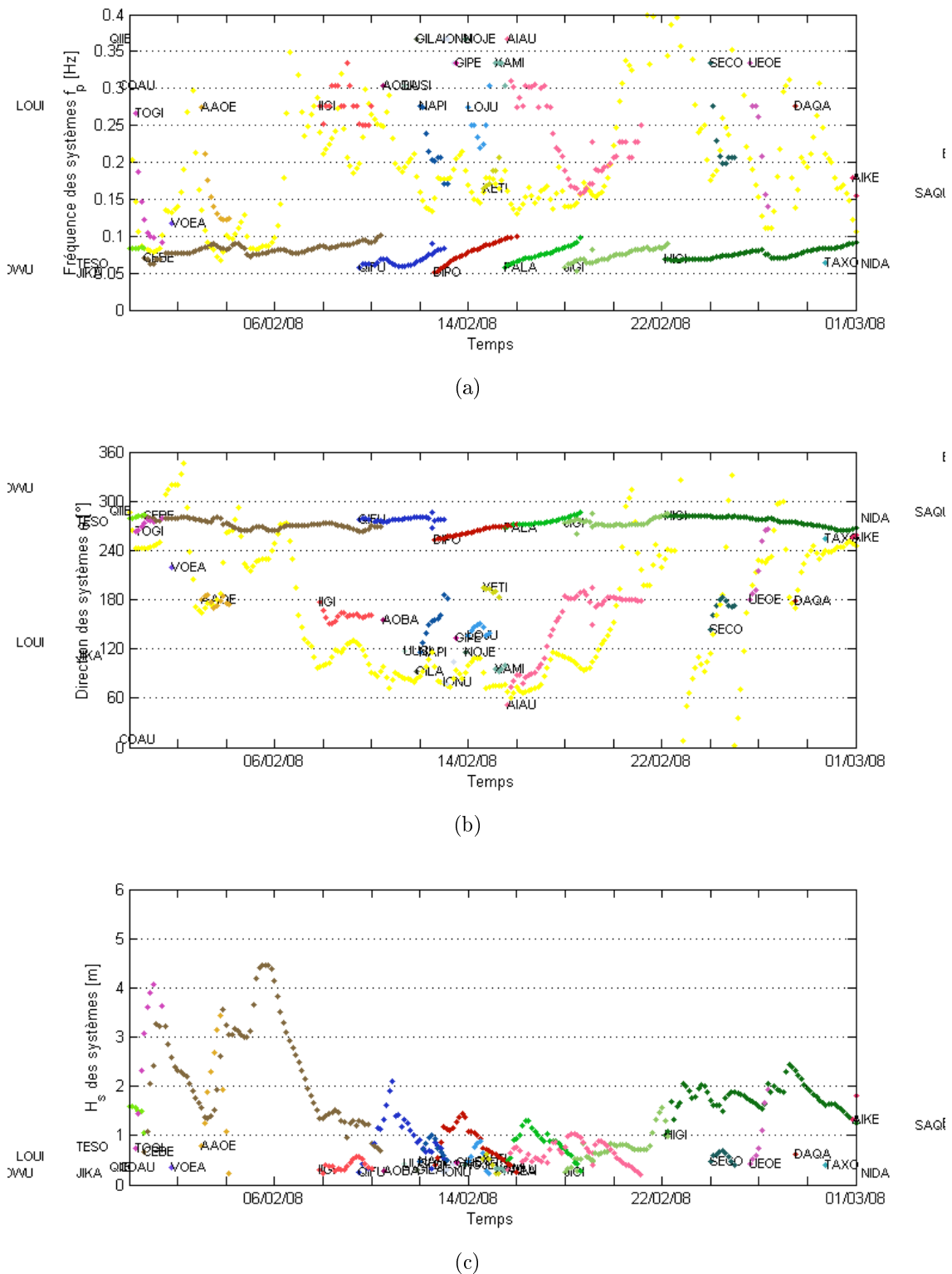


FIG. 6.17: Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone île d'Yeu (Point 2) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c) ; les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.

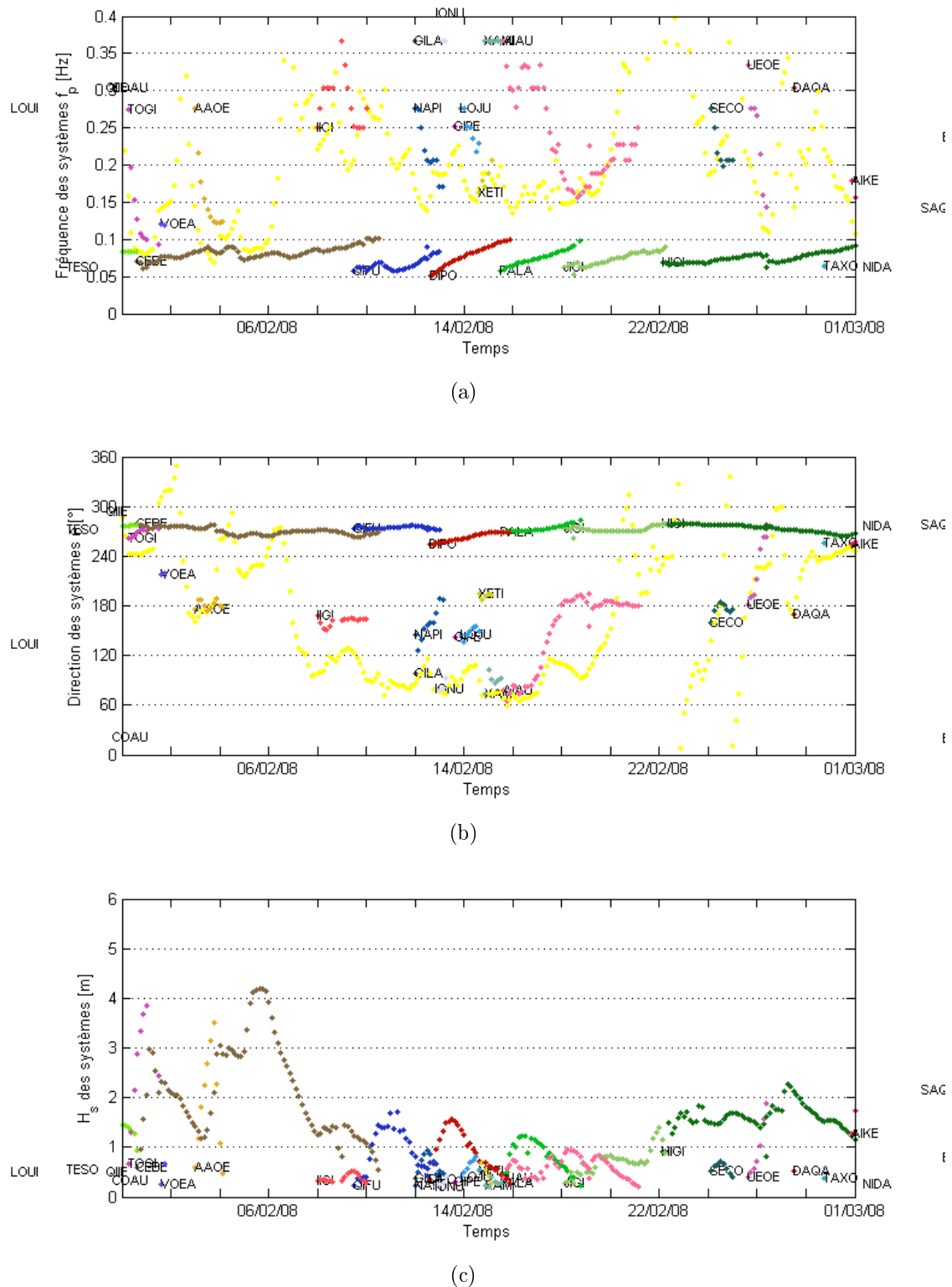


FIG. 6.18: Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone île d'Yeu (Point 3) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c) ; les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.

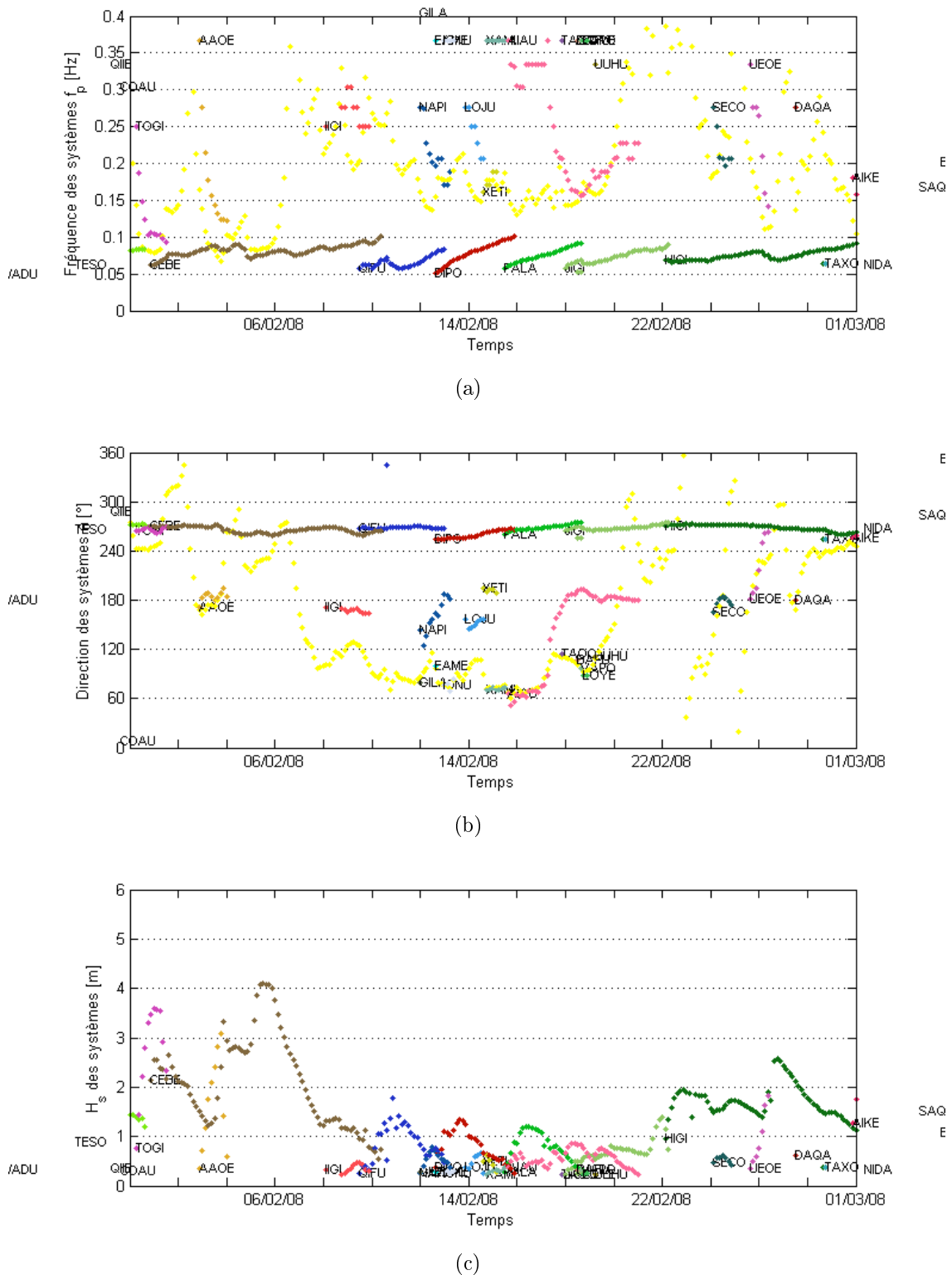


FIG. 6.19: Suivi des systèmes de vagues par corrélation spatio-temporelle pour la zone île d'Yeu (Point 4) : fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c) ; les données de vent (fréquence de séparation et direction moyenne) sont représentées en jaune.

6.3 Conclusion sur la cohérence et le suivi spatio-temporels des systèmes de vagues

Dans ce chapitre, on a proposé un algorithme de suivi spatio-temporel des systèmes de vagues fondé sur des outils d'analyse variographique classiques (co-variogrammes), illustré sur deux zones géographiques données d'étendues spatiales très différentes (Golfe de Gascogne et île d'Yeu respectivement). Les résultats obtenus mettant en exergue la cohérence spatiale des systèmes de vagues et la cohérence temporelle des structures homogènes de façon très satisfaisante, cette méthode d'analyse – exploratoire – a donc pu être validée favorablement.

Ce type d'étude est rendu possible grâce à la représentation multimodale des états de mer. Bien qu'elle relève certes plus de l'océanographie, cette étude présente un intérêt certain pour l'estimation de performance de systèmes houlomoteurs en conditions de mer réelles. Ce second niveau de raffinement, tout comme le premier (exposé dans les chapitres 2 et 3), est appliqué dans les chapitres qui suivent, afin d'observer l'amélioration de l'estimation de production moyenne à court et long terme de tels dispositifs.

Troisième partie

Effet du raffinement sur les estimations de performance des systèmes houlomoteurs

Chapitre 7

Estimation de production à long-terme de systèmes linéaires

Ce chapitre reprend brièvement deux cas d'étude où l'on a comparé des estimations de production à long-terme (estimations annuelles) de dispositifs donnés en représentation unimodale (à forme spectrale fixe) et en représentations raffinées (unimodale à largeur spectrale modulable et multimodale).

7.1 Estimation de production à long-terme d'un système linéaire axisymétrique en représentation unimodale à largeur spectrale variable

Dans la continuité des travaux exposés au §3.3, une étude comparative à long-terme entre différentes méthodes d'estimation de l'énergie annuelle extraite par le dispositif axisymétrique décliné sous ses quatre configurations a été menée et présentée par l'auteur conjointement avec P. Ricci en conférences internationales (Saulnier *et al.*, 2007a,b). On rappelle que les états de mer sont représentés en fréquence seulement, dont les densités spectrales sont estimées par bouées Waverider et Wavec aux deux sites d'observation FF (~ 25300 spectres sur treize ans) et K13 (~ 23000 spectres sur neuf ans), où des états de mer dominés par des houles et des mers de vent respectivement sont observés en grande majorité (spectres de forme unimodale).

Au préalable, on calcule la valeur de production "exacte" en chaque site pour tous les spectres, que l'on ramène à une énergie totale extraite E_{ex} sur un an d'exploitation (MWh annuels) en multipliant la puissance moyenne annuelle obtenue (somme des puissances divisée par le nombre total de spectres) par la durée d'exploitation annuelle sous hypothèse de non-défaillance technique ($365 \times 24h = 8760h$). Pour cela, on fait l'hypothèse que les échantillons sont homogènes et représentatifs du climat local (spectres équi-répartis). Ce chiffre de production annuelle est utilisé comme référence à laquelle les estimations issues des autres méthodes d'estimation détaillées ci-après seront comparées.

Les estimations à long-terme de production reprennent la méthode dite “classique”, qui synthétise la donnée de ressource énergétique en tableaux d’occurrences conjointes $H_s - T_e$ (ou $H_{m0} - T_{-10}$, ici) et les multiplie cellule par cellule à un tableau de puissance moyenne correspondant. Le pas de discrétisation des hauteurs est de $0.5m$ et de $1s$ pour les périodes afin d’avoir une description raffinée du climat de vagues. Ici, on considère une troisième dimension à ces tableaux, qui est celle de la largeur spectrale (ε_0 , ε_1 , B_w , entre autres), et dont la discrétisation change en fonction du paramètre (tranches de 0.1 pour ε_0 et ε_1 , $0.025Hz$ pour B_w , ...). Il s’agit donc de produire des tableaux à trois entrées hauteur-période-largeur spectrale pour la ressource (observations à partir des données de bouée) ainsi que pour la production moyenne. On suppose en effet que, à H_{m0} et T_{-10} données, la production moyenne du système varie encore de façon significative et s’explique en partie par la variabilité de ce troisième paramètre (voir les figures 3.6(a-d), 3.7(a-d) & 3.8). Le tableau de puissance moyenne est bâti en utilisant des spectres Q_p (Annexe C) comme représentatifs de chaque cellule : le paramètre Q_p qui correspond à la largeur spectrale centrale de la cellule est calculé par dichotomie. Sur la figure 7.1, on représente les résultats de production du dispositif IPS4 en termes de largeur de capture χ_P (Eq. (3.28)) pour des spectres observés à Figueira da Foz de $T_{-10} \approx 7.5s$ (+/-2%) en fonction de leur paramètre de largeur spectrale ε_1 , et on leur superpose les résultats obtenus pour des spectres Q_p de même T_{-10} (de hauteur quelconque puisque le système est linéaire et que χ_P est indépendant de l’énergie) en faisant varier leur forme spectrale (ε_1 équivalent). Sur cet exemple parmi d’autres, la concordance des résultats est fort satisfaisante et permet de justifier l’emploi d’un tel modèle de spectres pour bâtir les tableaux de puissance moyenne extraite. Ces tableaux – ressource et puissance – sont donc construits pour les quatre configurations de bouées IPS présentées au §3.3 sur les deux sites FF et K13 en considérant les paramètres de largeur spectrale ε_0 , ε_1 et B_w .

Par la suite, les tableaux sont multipliés cellule par cellule et l’énergie totale est ramenée à une période équivalente d’un an. On note ces trois nouvelles estimations E_{Eps0} , E_{Eps1} et E_{Bw} . On note aussi E_{Bret} l’estimation d’énergie annuelle extraite en représentant les états de mer avec des spectres Bretschneider (forme spectrale fixe : $Q_p = 2$). Les résultats de ces estimations sont donnés dans les tableaux 7.1 & 7.2 en MWh/an pour E_{ex} , et en pourcentage d’erreur (positif ou négatif) par rapport à cette référence pour les autres.

Ces résultats suggèrent plusieurs commentaires. Tout d’abord, que la configuration IPS1 paraît appropriée pour les sites FF et K13, le chiffre de production annuelle étant satisfaisant dans les deux cas. IPS2 semble en revanche plus adaptée au climat de Mer du Nord, où les vagues sont en moyenne plus courtes. IPS3 s’avère une configuration extrêmement sensible de par sa gamme de réponse fréquentielle trop étroite (elle majore les estimations à FF mais les minore à K13). Quant à IPS4, sa réponse est trop large et correspond à des niveaux de production moins intéressants que IPS1 et IPS2. On en déduit également que, si les estimations par spectre Bretschneider seul (E_{Bret}) peuvent à la rigueur être adoptées en Mer du Nord (K13) où les erreurs d’estimation sont faibles

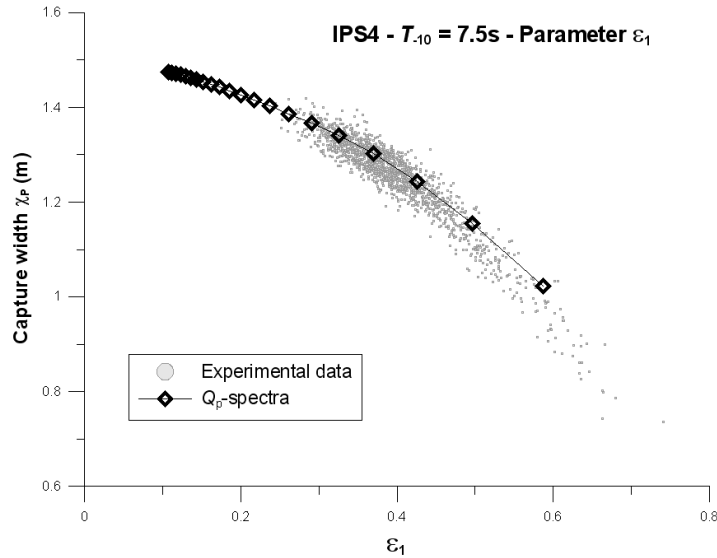


FIG. 7.1: Largeur de capture χ_P du dispositif IPS4 en fonction de ε_1 pour des spectres de $T_{-10} \approx 7.5s$ estimés à Figueira da Foz et spectres Q_p analytiques.

TAB. 7.1: Erreur d'estimation (%) de production annuelle des quatre configurations de bouée IPS par rapport à la valeur de référence E_{ex} (MWh/an) à Figueira da Foz pour différentes méthodes d'estimation à long-terme (E_{Bret} , E_{Eps0} , E_{Eps1} et E_{Bw}).

FF	IPS1	IPS2	IPS3	IPS4
E_{ex}	251.4	156.4	266.6	193.1
E_{Bret}	12.4%	5.2%	18.8%	4.8%
E_{Eps0}	5.8%	2.6%	10.7%	1.2%
E_{Eps1}	6.7%	6.2%	9.7%	1.1%
E_{Bw}	1.3%	5.9%	1.5%	-2.6%

(<1.4%, hors IPS3, qui reste un cas très particulier), elles se révèlent médiocres sur la côte Atlantique (FF) où l'erreur dépasse parfois 12% (12.4% pour IPS1 et 18.8% pour IPS3) en surestimant à chaque fois la valeur de référence. Dans tous les cas sur ce site, l'introduction de la largeur spectrale est utile pour réduire les écarts observés avec les chiffres de référence. A K13, l'estimateur E_{Bw} n'est pas conseillé ; en revanche, E_{Eps1} paraît parfaitement précis (<1% hors IPS3).

Il est à noter que la discrétisation des paramètres de vagues dans les tableaux d'occurrences conjointes et de puissance peut encore être raffinée. On s'est limité ici à une discrétisation standard, et n'entraînant pas trop de cas à envisager (le nombre de cellules est déterminé par le produit des trois discrétisations). Le cas du paramètre Λ n'a pas été abordé à l'époque de ces travaux ; nous ne présentons donc pas de résultats relatifs à ce paramètre.

TAB. 7.2: Erreur d'estimation (%) de production annuelle des quatre configurations de bouée IPS par rapport à la valeur de référence E_{ex} (MWh/an) à la station K13 pour différentes méthodes d'estimation à long-terme (E_{Bret} , E_{Eps0} , E_{Eps1} et E_{Bw}).

K13	IPS1	IPS2	IPS3	IPS4
E_{ex}	177.7	194.6	89.4	119.8
E_{Bret}	1.4%	-0.5%	26.4%	1.2%
E_{Eps0}	-1.2%	-4.5%	24.5%	-1.4%
E_{Eps1}	0.1%	-0.1%	21.3%	0.8%
E_{Bw}	9.0%	13.1%	9.8%	7.1%

7.2 Comparaison des représentations uni- et multimodale pour l'estimation de production à long-terme d'un système linéaire directionnel

Kerbiriou (2007) a effectué une étude similaire à celle présentée au §4.2 pour le dispositif SEAREV modélisé dans le domaine temporel sur une durée d'observation d'un an (2004-2005) dans le Golfe de Gascogne (données de la société ARGOSS, modèle WaveWatchIII). Elle compare la puissance moyenne annuelle récupérée par le système en considérant les états de mer d'entrée modélisés de façon unimodale et multimodale, après extraction, identification et paramétrisation des systèmes de vagues grâce à l'application SPOP. Différentes orientations du dispositif sont envisagées. Les résultats obtenus pour l'orientation de puissance moyenne optimale montrent que la représentation unimodale sous-estime d'environ 8% la représentation multimodale paramétrée (103kW en multimodal contre environ 95kW en unimodal). Pour plus de détails concernant ces travaux, on renvoie à Kerbiriou (2007) et Kerbiriou *et al.* (2007).

7.3 Conclusion sur l'estimation de production à long-terme de systèmes linéaires

Ce chapitre, bien que relativement succinct, a permis d'illustrer les deux niveaux de raffinement de description exposés dans cette thèse, à savoir : unimodal à largeur spectrale variable pour le l'étude de comportement de systèmes linéaires axisymétriques (via les spectres " Q_p "), et multimodal pour celui d'un système linéaire directionnel. Le premier a notamment montré que l'inclusion d'un paramètre de largeur spectrale tel que ε_0 ou ε_1 dans les tableaux d'occurrences conjointes et matrices de puissance associées (troisième paramètre) permettait de réduire substantiellement l'erreur d'estimation à long-terme, sous réserve que le dispositif ne soit pas à largeur de bande trop étroite (cas de la configuration IPS3). En outre, les deux types de systèmes étudiés ont clairement permis de souligner le caractère inapproprié de la modélisation unimodale à forme spec-

*CHAPITRE 7. ESTIMATION DE PRODUCTION À LONG-TERME DE
SYSTÈMES LINÉAIRES*

trale fixe (ex : Bretschneider) pour des estimations à long-terme, excepté en des zones très spécifiques comme en Mer du Nord, où l'application d'un modèle standard de mer développée a conduit à des erreurs d'estimation relativement minimales.

Chapitre 8

Etude de la performance d'un système récupérateur directionnel non-linéaire sur un site Californien

8.1 Objectifs et contexte

On se propose de reprendre l'étude de la sensibilité de la production d'un SREV à la largeur de bande spectrale de l'état de mer (voir §3.3) en tenant cette fois-ci compte :

- de la description multi-système des états de mer,
- des non-linéarités du système mécanique simulé (non-linéarités hydrodynamiques, ici)

Après avoir déterminé à quel(s) système(s) de vagues le dispositif est le plus sensible, c'est-à-dire dans quels intervalles de fréquence et direction le système est le plus résonant, on cherche à caractériser la largeur spectrale de ces systèmes – outre celle du spectre global. Ici, il s'agira typiquement de mers de vent, la houle ayant *a priori* peu d'effet sur le comportement du système ($f < 0.10Hz$). Lorsque le SREV est omnidirectionnel (axisymétrique), la directionnalité des vagues importe peu, et l'on peut légitimement travailler sur la largeur de bande de la densité spectrale omnidirectionnelle $E(f)$: c'est ce qui a fait l'objet du sous-chapitre §7.1. Dans tout autre cas, il est préférable de séparer les systèmes de vagues en présence afin de travailler plus précisément sur celui (ceux) dont l'énergie sera majoritairement “récupérée” par le SREV – et que l'on nommera dans la suite pour plus de simplicité *système(s) actif(s)*.

Si l'on est capable d'estimer la puissance moyenne extraite sur un état de mer cible de densité spectrale directionnelle $E(f, \theta)$, alors on peut chercher à évaluer les caractéristiques spectrales des systèmes de vagues actifs, à savoir : l'énergie (m_0, H_{m0}), la période/fréquence d'énergie moyenne (T_{-10}, f_{-10}), la largeur de bande spectrale ($\varepsilon_0, \kappa, Q_p, \Lambda, \dots$) et la puissance du train d'onde (P_w). On peut y adjoindre des paramètres caractérisant la directionnalité des vagues, bien que ceux-ci ne s'avèrent pas forcément

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN

utiles ici. En effet, lorsque le SREV est aligné sur la direction principale du système actif et se montre dynamiquement peu sensible aux variations directionnelles des vagues dans un secteur angulaire relativement ouvert (mouvement de roulis et lacet limités), les caractéristiques directionnelles des systèmes peuvent être raisonnablement considérées comme peu influentes. C'est en particulier le cas du SREV à l'étude ici, dont le mouvement de tangage est exclusivement récupéré, et pour lequel de grandes amplitudes de roulis et de lacet sont *a priori* indésirables, donc limitées en conséquence.

Notons ici $\overline{P_{PTO}} = E[\hat{P}_{PTO}]$ (kW) la valeur moyenne des puissances moyennes – déterministes – estimées sur chaque simulation du spectre cible $E(f, \theta)$, que l'on suppose proche de la valeur moyenne – probabiliste – obtenue avec un nombre infini de simulations du même état de mer. Notons maintenant (cf. Eq. (3.28))

$$\chi_{P,sa} = \frac{\overline{P_{PTO}}}{P_{w_{sa}}} \quad (8.1)$$

la largeur de capture du SREV sur ce système de vagues particulier, où $P_{w_{sa}}$ désigne la puissance par unité de front d'onde des vagues du système actif ($P_{w_{sa}} \leq P_w$), calculée en condition de profondeur infinie selon l'équation (3.27) avec la hauteur significative et la période d'énergie du système actif. Par ailleurs, le paramètre χ_P (§3.3) est également calculé en considérant la puissance P_w du spectre global. Ces paramètres constituent une mesure de la performance du SREV sur un état de mer donné, ne dépendant pas de l'énergie (H_{m0}^2) ni de la position fréquentielle (T_{-10}) *a priori*.

L'objectif de cette étude est d'observer l'éventuelle corrélation qui existe entre la largeur de capture du dispositif et la largeur spectrale de l'état de mer et des systèmes actifs caractérisée par des paramètres comme

- $\varepsilon_2, \varepsilon_0$
- Q_p, Q_e
- κ
- $\Lambda(Hz)$
- $B_w(Hz)$
- ...

Bien que le concept de largeur de capture puisse être intuitivement associé à la largeur physique du corps flottant et donc à la largeur des crêtes de vagues incidentes elles-mêmes, on rappelle que le SREV n'est pas censé y être particulièrement sensible. La variabilité de χ_P et $\chi_{P,sa}$ doit donc être expliquée par celle de la largeur de bande spectrale des vagues incidentes. C'est ce que nous allons essayer d'observer dans le présent chapitre.

8.2 Code de simulation numérique du SREV utilisé et hypothèses de travail

Le SREV simulé correspond à la carène *DES1129* du SEAREV (S.E.A.R.E.V., *Système Electrique Autonome de Récupération de l'Energie des Vagues*, cf. Babarit, 2005) inventé à l'École Centrale de Nantes, et représenté sur la figure 8.1(a). Ce système est conçu pour être essentiellement excité en tangage; sa forme très caractéristique n'est d'ailleurs pas sans rappeler celle des fameux *ducks* de Salter (Salter, 1980). La coque, approximativement cubique (arête $\approx 15m$), est amarrée au niveau de ses quatre arêtes verticales. Celle-ci renferme une roue pendulaire de masse élevée ($\sim 400t$), d'axe de rotation parallèle à celui du tangage de la coque, mais de fréquence de résonance différente. La coque en tangage et le pendule ne sont donc pas excités à la même fréquence, et on récupère l'énergie du mouvement de rotation relatif α de ces deux oscillateurs (cf. Fig. 8.1(b)) via un absorbeur linéaire de coefficient d'absorption $C_{PTO} = 10^7 kg.m^2.s^{-1}$ (ou $N.m.s$).

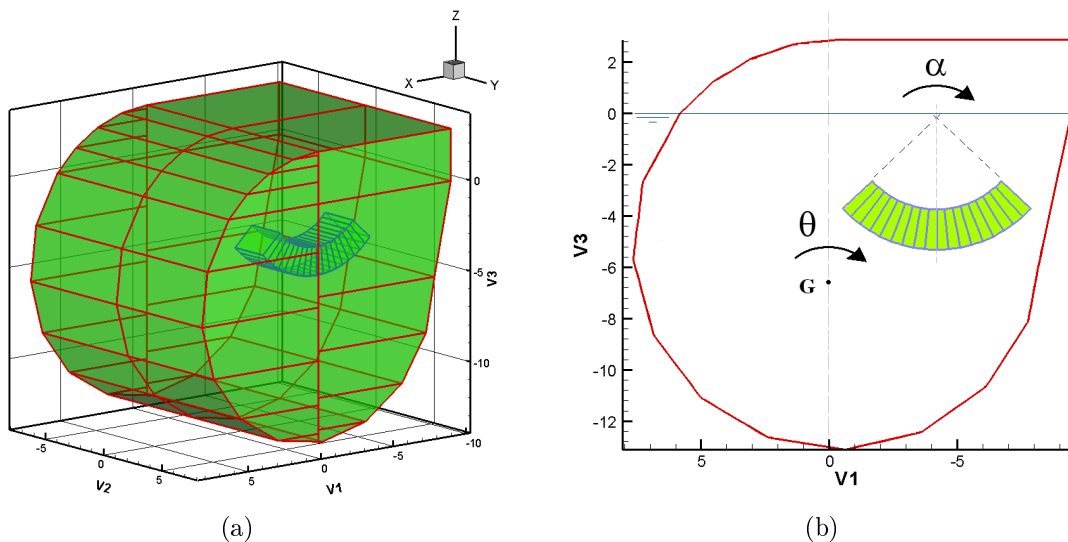


FIG. 8.1: Aperçu tridimensionnel de la carène *DES1129* du SEAREV (a) – les vagues incidentes provenant des x négatifs –, et schéma technique latéral (plan xOz) simplifié du dispositif (b).

Afin de limiter les éventuels mouvements de roulis et lacet dans les simulations, on les restreint en appliquant des raideurs fictives $K_{44} = 10^9 N.m.rad^{-1}$ (φ), et $K_{66} = 10^8 N.m.rad^{-1}$ (ψ). Ainsi, on privilégie les mouvements de tangage au détriment du roulis et du lacet, ce qui permet d'observer plus facilement la sensibilité du SREV à la largeur spectrale, c'est-à-dire aux groupes de vagues.

Le code de simulation – développé à l'E.C.N. – résout l'équation intégréo-différentielle de Cummins (Cummins, 1962) dans le domaine temporel grâce à un schéma de résolution

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN

de type Runge-Kutta d'ordre 4. Les efforts de radiation (masses ajoutées et réponses impulsionnelles) et diffraction (force d'excitation des ondes incidentes) sont obtenus grâce aux résultats préalables des codes de résolution du problème de diffraction-radiation tridimensionnel (ACHIL3D, Clément, 1997) pour la carène au repos, sous hypothèses de profondeur infinie et de petits mouvements (approche linéarisée). Les non-linéarités hydrodynamiques proviennent du calcul des efforts de Froude-Krylov (forces de pression instantanées sur la carène) exacts à chaque pas de temps. Ces efforts étant du même ordre que les propres efforts d'excitation, il est important de les connaître de façon précise à chaque instant, et ce d'autant plus que l'on simule un corps flottant dans ses six degrés de liberté en conditions d'état de mer plus ou moins énergétiques (grandes amplitudes de mouvement possibles). Habituellement, par simplicité, les efforts de pression sur la carène sont linéarisés en supposant que la forme de carène varie peu, ce qui peut parfois induire de grands écarts avec le comportement dynamique réel du dispositif, notamment lorsque les mouvements de pilonnement, tangage et lacet sont d'amplitude importante.

Dans cette étude, on supposera que le corps évolue en conditions de profondeur infinie. Pour chaque simulation, on considère un incrément temporel $\Delta t = 0.05s$ pour la résolution des équations du mouvement, et on simule le SREV sur une durée de $500s$, le corps étant initialement au repos. De ce fait, il faut estimer au préalable la durée de la phase transitoire, durant laquelle le corps passe de la position de repos à un régime aléatoire permanent. Afin d'évaluer grossièrement cette durée, on observe la réponse du SREV en ondes régulières pour les incidences $\beta = 0, 15^\circ$, et 30° , la hauteur crête-à-croix étant fixée à $2m$ et les périodes de vagues s'échelonnant de $2s$ à $16s$. Au regard des courbes d'énergie extraite instantanée (kJ) dans les figures 8.2(a-f) par le dispositif pour les cas $\beta = 0^\circ$ et $T_{exc} = 8, 10, 12s$ (a,c,e) et $\beta = 30^\circ$ et les mêmes périodes (b,d,f), on constate que la puissance extraite moyenne pour l'harmonique considérée (i.e. la pente moyenne vers laquelle converge la courbe temporelle d'énergie) semble correctement stabilisée dans tous les cas pour $t \geq 100s$. On considérera donc que, quel que soit l'état de mer, le système initialement au repos est en régime aléatoire permanent dès que $t \geq T_{RT} = 100s$. Pour le calcul de la puissance moyenne extraite par le SREV sur une simulation numérique de durée $T = T_{RT} + T_{simu}$ secondes donnée, on ne tiendra pas compte des 100 premières secondes, ce qui correspond à une simulation réelle du système (i.e. avec conditions initiales dynamiquement réalistes) sur $T_{simu} = T - T_{RT} = 400s$.

La durée nominale de $500s$ de simulation a été fixée arbitrairement : elle constitue un compromis acceptable entre durée de régime aléatoire permanent (pour l'observation dynamique) et temps de calcul numérique. Le code a été optimisé pour une définition des fréquences des composantes de vagues selon une progression arithmétique, i.e. telles que $f_i = i * f_0$, avec $f_0 = 1/T$ (harmoniques de décomposition en série de Fourier). Il n'est donc pas possible de définir un vecteur de fréquences quelconque ; raffiner les fréquences à l'envi est également déconseillé sous peine d'accroître déraisonnablement le temps de calcul. La figure 8.3 montre le changement de discrétisation effectué entre la donnée brute issue de WWIII (Californie, le 20 janvier 2007 à 3h) et la donnée épurée

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN

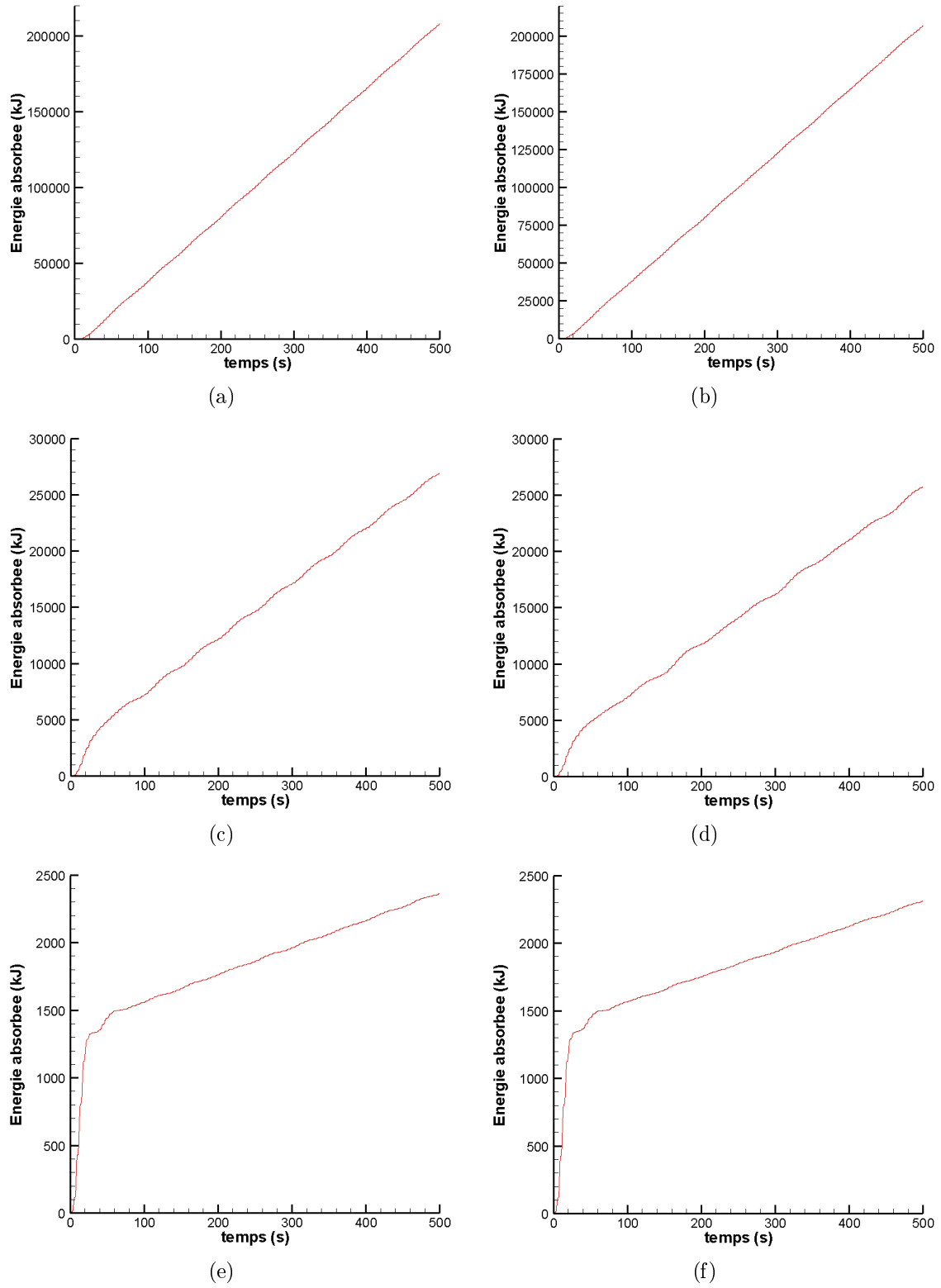


FIG. 8.2: Energie extraite instantanée (en kJ) par le dispositif simulé en ondes régulières, avec ($\beta = 30^\circ$, colonne de droite) ou sans ($\beta = 0^\circ$, colonne de gauche) incidence, pour les périodes $T_{exc} = 8s$ (a,b), $10s$ (c,d), et $12s$ (e,f), la hauteur crête-à-croix étant de $2m$.

– qui minimise le nombre de composantes en ôtant les composantes directionnelles de trop faible énergie – puis rééchantillonnée modélisant le champ de vagues d'entrée du code de simulation. Une légère perte d'énergie est à déplorer, comme on peut le voir sur la valeur de hauteur significative avant et après rediscrétisation du spectre. Toutefois, la prise en compte de toutes les composantes directionnelles mènerait inévitablement à une durée de simulation exagérée. Précisons enfin que les spectres sont simulés jusqu'à une fréquence de coupure minimale de $0.25Hz$.

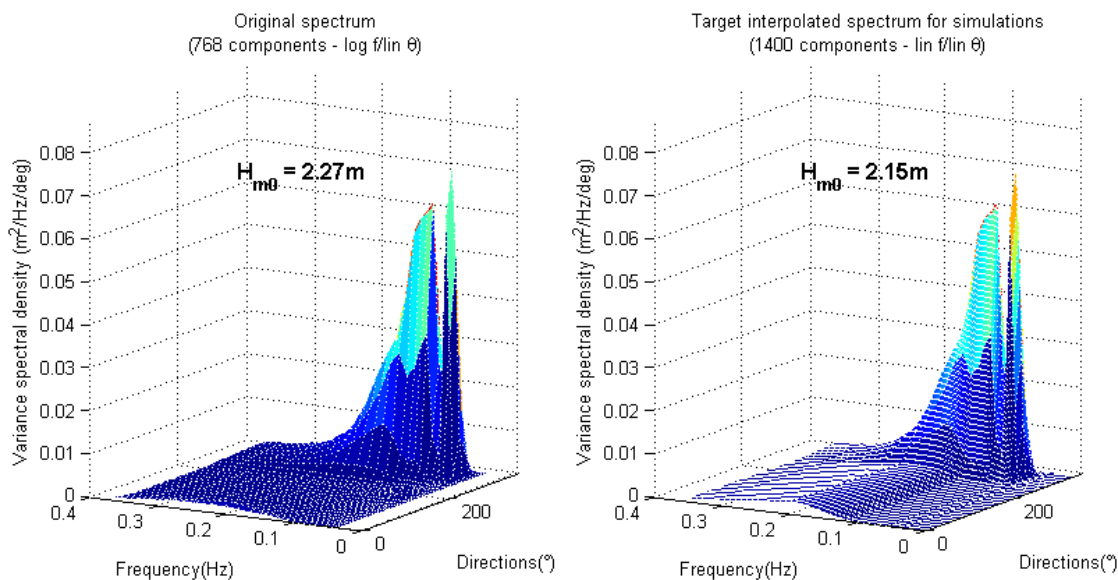


FIG. 8.3: Nouvelle discrétisation du spectre issu de WWIII pour le site de Californie NDBC 46063, le 20 janvier à 3h.

Une seule simulation, même relativement longue (ici, de l'ordre de quelques centaines de secondes), ne permet cependant pas de converger vers la valeur moyenne probable de puissance extraite sur l'état de mer cible considéré. C'est pourquoi il est nécessaire d'effectuer plusieurs simulations du même spectre cible, afin d'approcher cette valeur en calculant la moyenne des estimateurs obtenus. Au vu des conclusions des travaux exposés au §3.5 ainsi que dans Saulnier *et al.* (2009), on simulera chaque état de mer en fréquence et direction ($f_0 = \Delta f = 1/500 = 0.002Hz$, $\Delta\theta = 15^\circ$) avec des phases aléatoires uniquement (*méthode b*), l'amplitude de chaque composante (f, θ) étant égale à

$$A(f_i, \theta_j) = \sqrt{2S(f_i, \theta_j)\Delta f \Delta\theta}$$

Dans le cas d'un système axisymétrique pilonnant – muni d'un convertisseur non-linéaire de surcroît – on a en effet montré qu'en utilisant une telle méthode de simulation, l'estimation de la puissance moyenne n'était pas biaisée par rapport à la méthode de simulation théorique (amplitudes et phases aléatoires, *méthode a*), et convergeait plus vite vers la valeur moyenne du processus. On suppose donc ici que ces conclusions sont valides dans le cas de notre dispositif tridimensionnel, ce qui permet de limiter le nombre de

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN

simulations à une vingtaine, chacune d'elles étant particulièrement coûteuse en temps de calcul¹. Afin de réaliser toutes ces simulations de façon automatique et simultanée, le code a été compilé sur le serveur de calcul CAPARMOR Phase II (IFREMER), sur lequel le lancement de seize simulations simultanées (soit seize processeurs) est autorisé par utilisateur.

Sur les figures 8.4(a-f), on a représenté la puissance moyenne extraite en ondes régulières par le SEAREV en fonction de la période (et fréquence) d'excitation, pour les trois cas d'incidence de vagues décrits précédemment. Elle est calculée en prenant en compte le régime transitoire ou non. Ces figures suggèrent les réflexions suivantes :

1. l'estimation de puissance avec et sans régime transitoire n'est pas particulièrement modifiée, excepté pour les très grandes valeurs de puissance, où les écarts absolus peuvent être significatifs (de l'ordre de $50kW$ pour $T_{exc} = 9s$, soit moins de 10% d'écart relatif sur la valeur hors régime transitoire) ;
2. l'incidence des vagues de 0 à 30° ne semble pas induire de grosses variations de performance, puisque le système extrait environ $10kW$ de moins à 30° qu'en incidence frontale (sur un peu moins de $600kW$) ;
3. quel que soit l'angle d'incidence dans le secteur considéré, le système extrait de l'énergie sur l'intervalle de période d'excitation $[6s; 10s]$ essentiellement, avec un pic d'extraction autour de $9s$; en termes de fréquence d'excitation, le convertisseur se montre particulièrement sensible entre $0.10Hz$ et $0.17Hz$, tout en le restant – mais plus faiblement – jusqu'à $0.30Hz$.

Le SREV se montre donc très peu sensible à la directionnalité des vagues dès lors qu'il est aligné avec la direction principale, du moins dans un secteur de plus ou moins 30° . La gamme de fréquences auxquelles le dispositif est le plus sensible correspond essentiellement à celles des mers de vent et houles vieillissantes (fin du train de houle). Dans l'extraction des systèmes actifs, on écartera donc les houles de basse fréquence ainsi que les systèmes de mers de vent trop jeunes (de fréquences supérieures à $0.20Hz$).

¹De deux à trois heures de calcul en moyenne par simulation (~ 1000 composantes) pour un processeur AMD Athlon 64 de 2.40GHz et 2Go de RAM ; certaines simulations montent à ~ 2000 composantes, soit autour de six heures de calcul.

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE CALIFORNIEN

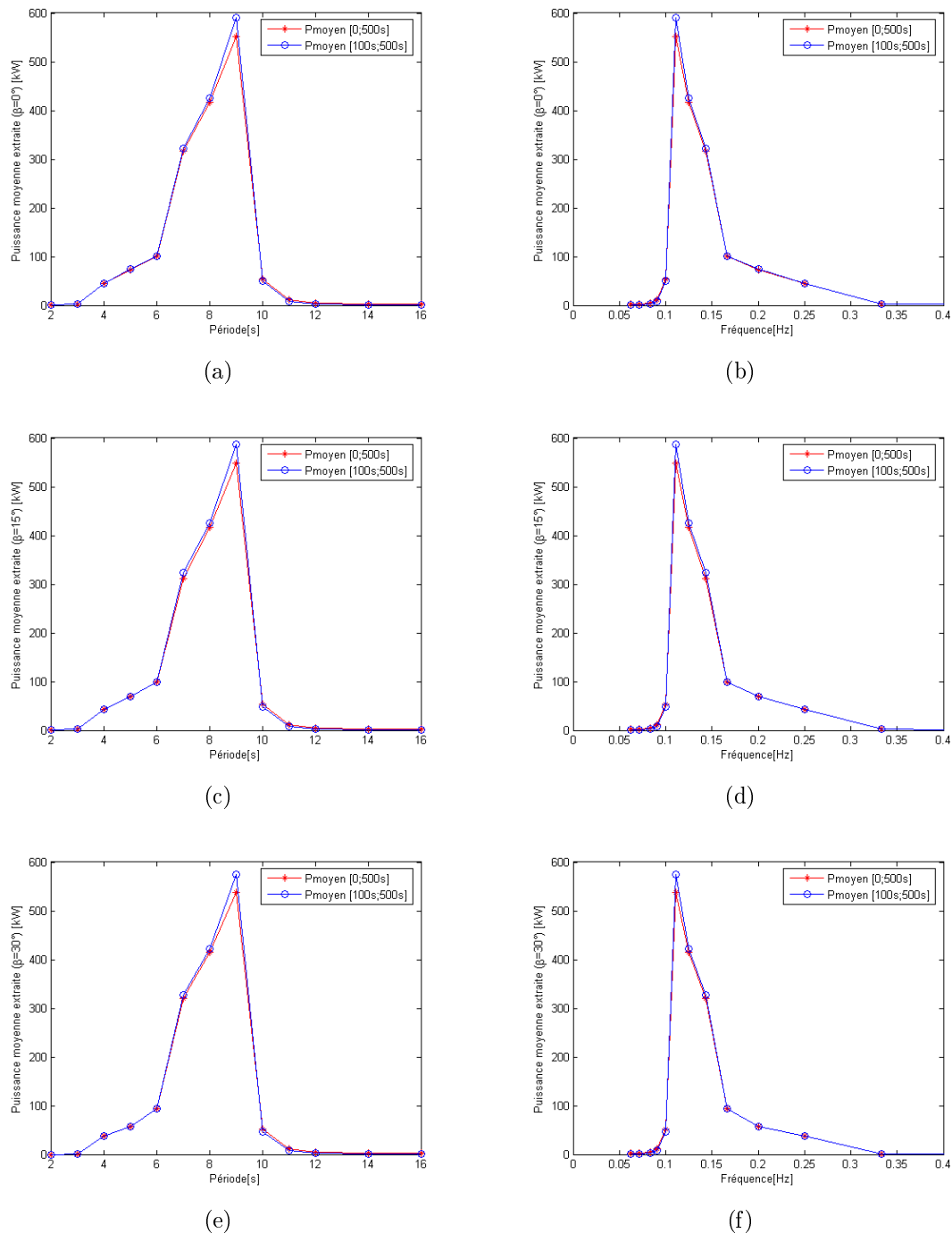


FIG. 8.4: Puissance moyenne (kW) extraite par le SEAREV en ondes régulières en fonction de la période (colonne de gauche) et de la fréquence (colonne de droite) de l'onde incidente, pour trois angles d'incidence différents : $\beta = 0$ (a,b), 15° (c,d), et 30° (e,f) ; on donne les valeurs de puissance moyenne calculée sur toute la simulation (500s, en partant de la position de repos : courbe rouge) et en régime permanent (400 dernières secondes de simulation : courbe bleue).

8.3 Climat de vagues utilisé

Afin d'étudier la sensibilité du dispositif au groupement de vagues, il faut simuler son comportement sur des séquences d'états de mer telles que :

- la direction des systèmes de vagues les plus fréquents (houles et mers de vent) varie peu : cela permet de déterminer une valeur de cap constante pour la structure flottante (ancrages fixes) ;
- l'étalement directionnel de ces systèmes soit relativement restreint : ainsi le flotteur est moins sensible à la directionalité des crêtes ;
- l'on distingue nettement les systèmes de vagues actifs des systèmes passifs (houles de $f_p < 0.1Hz$ et mers de vent de $f_p > 0.2Hz$) sans chevauchements trop prononcés, et dont le nombre d'occurrences soit satisfaisant (autrement, on ne travaillerait que sur des cas particuliers) ;
- il existe une grande variation en termes d'énergie (P_w) : ainsi cette sensibilité peut être évaluée sur des séquences à niveaux d'énergie très différents.

Le site respectant ces conditions – et dont les données spectrales de vagues sont disponibles – choisi pour cette étude correspond au point de mesure californien NDBC 46063 situé au large de Santa Barbara ($34^{\circ}16'21''N$, $120^{\circ}41'55''O$, Fig. 8.5) et baptisé *Point Conception*. Plusieurs années durant, le NDBC y a mis en place une bouée directionnelle mesurant différents paramètres océanographiques – dont les estimations de densité spectrale de l'élévation ainsi que les quatre premiers coefficients de Fourier de la fonction de distribution directionnelle –, bien que les données utilisées ici proviennent du modèle WWIII utilisé par le SHOM (les champs de vent en entrée provenant eux-mêmes de l'ECMWF). La profondeur d'eau où se trouve la bouée est d'environ $632m$, tout en restant relativement proche de la côte, et ce du fait d'un plateau continental très abrupt le long des côtes californiennes. Bien que constituant un problème d'ingénierie non-négligeable pour la pose de câbles sous-marins reliant un parc à la côte, les conditions bathymétriques sont optimales pour faire l'hypothèse de profondeur infinie dans la présente étude. Les spectres issus du modèle WWIII sont donnés avec un pas de temps de $3h$, et l'on ne considérera que les données relatives au mois de janvier 2007, soit 240 spectres successifs (le 31 janvier n'est pas pris en compte).

Grâce à SPOP, les systèmes de vagues présents sur cette séquence sont extraits, puis on en effectue le suivi spatio-temporel (covariogramme de type linéaire [0.6,0.3,0.1]) en s'appuyant sur la même extraction effectuée en un point proche (NDBC 46069, $33^{\circ}39'0''N$, $120^{\circ}12'0''O$, *South Santa Rosa Island*, cf. Fig. 8.5). Les résultats du suivi de f_p , θ_p et H_{m0} sont donnés à la figure 8.6(a-c).

Ces résultats mettent en exergue la quasi mono-directionnalité des systèmes observés autour de $\sim 300^{\circ}$ (Fig. 8.6(b)), que ce soient les houles ou les mers de vent. Les occurrences de coexistence houles/mer de vent sont nombreuses, et les mers de vent atteignent des niveaux d'énergie relativement élevés (jusqu'à $4m$). La mer de vent 'CUHI' est divisée ici en deux épisodes successifs : une première formation de mer de vent dont la

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN

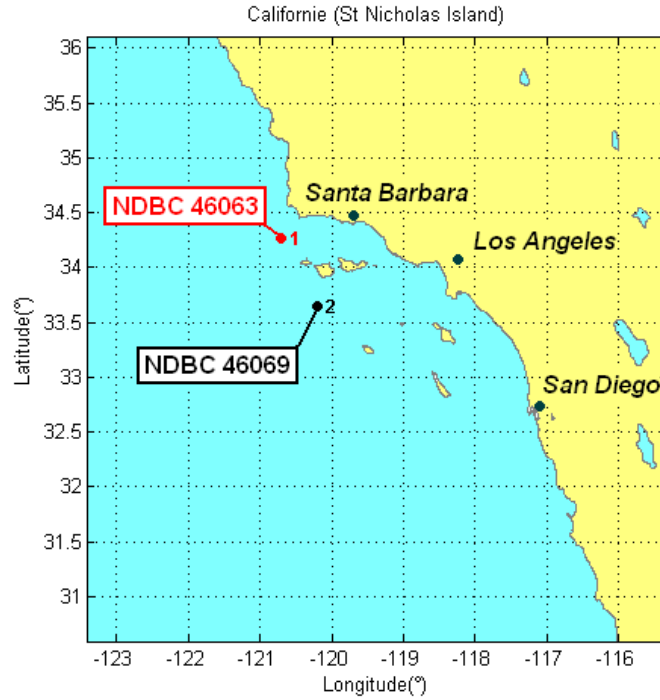


FIG. 8.5: Zone Californie : sites NDBC 46063 et 46069, au large de Santa Barbara et de Los Angeles.

fréquence de pic ne descend pas en dessous de $0.15Hz$, puis un second forçissement, plus important, qui mène la fréquence de pic jusqu'à $0.08Hz$, sans fusion cependant avec la houle 'OEBI' de direction de propagation proche. Il n'y a pas non plus de fusion observable pour la mer de vent 'QOWO' avec cette même houle, très persistante (observée sur 11–12 jours). En revanche, le maximum local de la courbe d'évolution de f_p de la houle 'MAUA', contemporain d'une séquence de deux mers de vent 'FEMO' et 'AEWU' de faible énergie ($H_{m0} < 1m$), laisse penser qu'une fusion a eu lieu, comme on le confirmera par la suite.

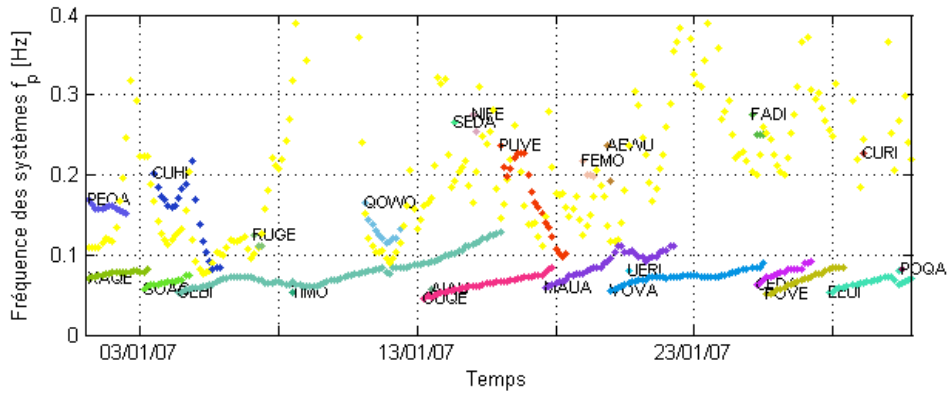
On conserve des données de Point Conception les systèmes (partitions, ici) actifs, définis par $0.1Hz < f_p < 0.2Hz$ et tels que le chevauchement soit minime, comme décrit dans le cahier des charges plus haut (Fig. 8.7). Les partitions sont gardées telles quelles, sans ajustement avec des formes paramétriques.

De ces partitions (indice "sa") intégrées sur la direction, on calcule les paramètres spectraux suivants (cf. Annexe A) :

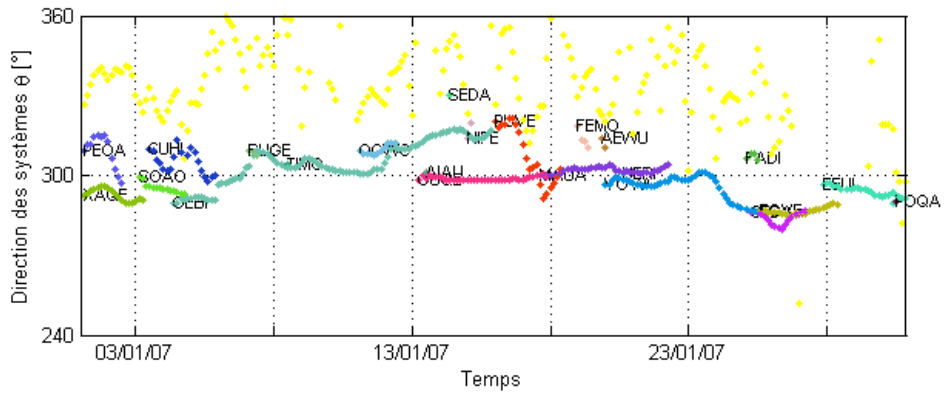
$$\{H_{m0,sa}, T_{-10,sa}, T_{p,sa}, T_{01,sa}, P_{w,sa}, \varepsilon_{2,sa}, \varepsilon_{0,sa}, \sigma_{f,sa}, \sigma_{T,sa}, Q_{p,sa}, Q_{e,sa}, \kappa_{sa}, \Lambda_{sa}, B_{w,sa}\} \quad (8.2)$$

les paramètres directionnels étant laissés de côté dans le cas de cette étude. Comme on l'a vu, les systèmes de vagues proviennent en grande majorité d'un secteur directionnel

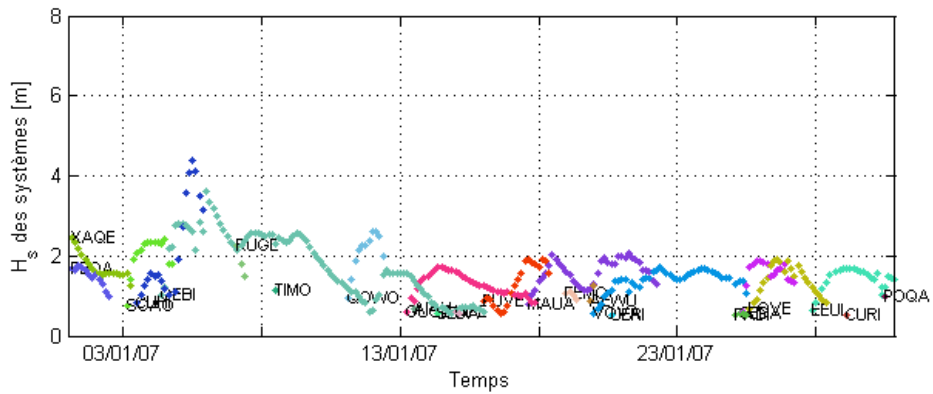
CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN



(a)



(b)



(c)

FIG. 8.6: Suivi temporel au point NDBC 46063 (issu du suivi spatio-temporel de covariorgramme linéaire $[0.6,0.3,0.1]$ effectué sur les deux points de la figure 8.5) de la fréquence de pic (a), direction de pic (b) et hauteur significative (c) des systèmes de vagues extraits au cours du mois de janvier 2007 ; les données en jaune concernent le vent local (fréquence de séparation – Eq. (5.6) – sur (a) et direction moyenne sur (b)).

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN

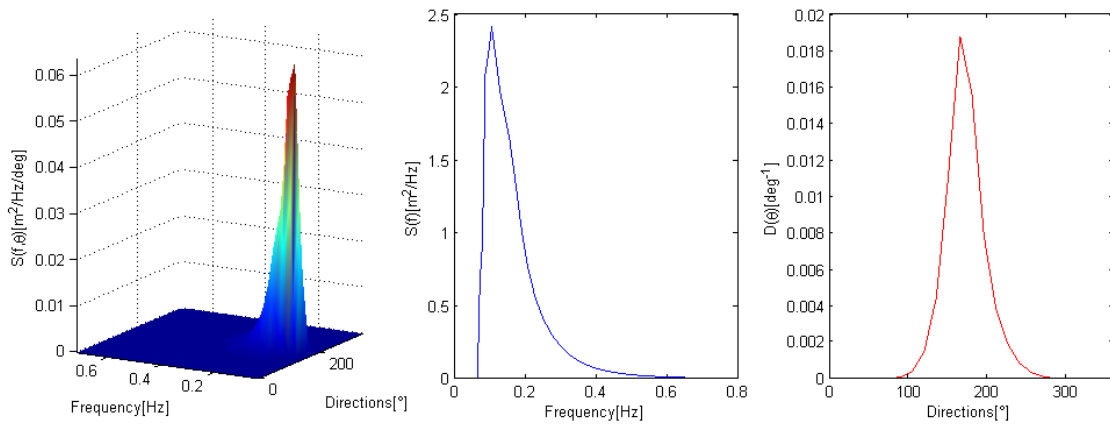


FIG. 8.7: Partition “active” extraite du spectre du 20 janvier 2007 (cf. Fig. 8.3), densité spectrale en fréquence et distribution directionnelle associées (attention, les directions ne correspondent pas à la réalité car cette partition est directement issue des routines de SPOP, où le vecteur des directions est modifié pour faciliter l’extraction).

centré sur $\sim 300^\circ$ avec une dispersion angulaire très réduite. L’extraction de systèmes a permis de voir en effet que le paramètre s obtenu par ajustement des partitions était majoritairement inclus dans l’intervalle $[15;36]$, soit une dispersion angulaire maximale de l’ordre de 40° autour de la direction moyenne. Les paramètres de (8.2) sont également calculés pour le spectre global, et notés sans indice. Précisons que dans ces calculs, les fréquences de coupure correspondent aux bornes de définition fréquentielle des densités spectrales (le cas de ε_2 y est tout particulièrement sensible, comme le montre l’Annexe A).

Il n’est cependant pas toujours possible d’observer un système actif sur chaque état de mer. C’est pourquoi on ne retient de ces données de janvier 2007 que quelques séquences, sur lesquelles un système de vagues actif se distingue nettement : en général il s’agit d’une mer de vent, mais il peut aussi bien s’agir d’une fin de houle. On essaie d’isoler au mieux l’intégralité de ces événements, quitte parfois à considérer des systèmes de fréquence de pic légèrement en dehors de l’intervalle $[0.1\text{Hz};0.2\text{Hz}]$. Cela permet d’observer aussi la variation des paramètres du système sur une grande partie de son évolution temporelle. On isole ainsi neuf séquences de données, liées chacune à un système bien particulier. Les figures 8.8(a-c), 8.9(a-c), 8.10(a&b), 8.11(a&b) et 8.12(a&b) montrent l’évolution des paramètres de (8.2) pour le système actif ainsi que pour le spectre global. Ces séquences correspondent donc – par ordre d’apparition – aux systèmes : ‘PEOA’ (n° 1), ‘CUHI’ (n° 1&2), ‘RUGE’ (n° 4), ‘QOWO’ (n° 5), ‘OEBI’ (n° 6), ‘PUVE’ (n° 7), ‘FEMO’ (n° 8) et ‘MAUA’ (n° 9).

A cause de l’extraction de systèmes (ici, par méthode des bassins versants) ainsi que du regroupement de partitions dans SPOP, le suivi des paramètres spectraux du système actif peut présenter quelques discontinuités, en particulier les paramètres de largeur spectrale. Si la fréquence de pic et l’énergie de la partition restent cohérentes au vu de l’évolution temporelle, les fréquences de coupure et les regroupements éven-

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN

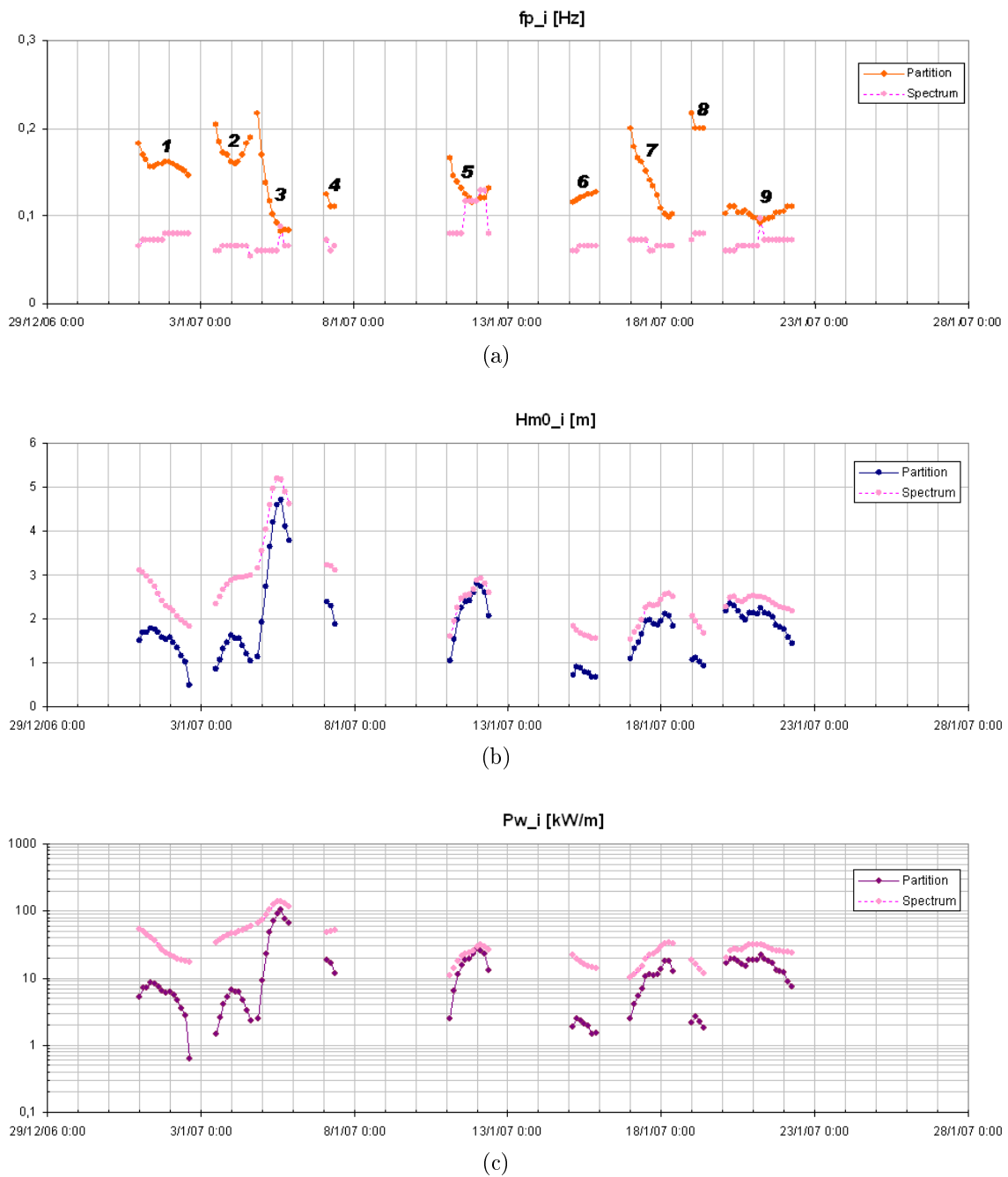


FIG. 8.8: Suivi temporel des paramètres $f_{p,sa}$ et f_p (a), $H_{m0,sa}$ et H_{m0} (b), et $P_{w,sa}$ et P_w en échelle log. (c) sur les séquences de partitions actives au cours du mois de janvier 2007 au point NDBC 46063.

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN

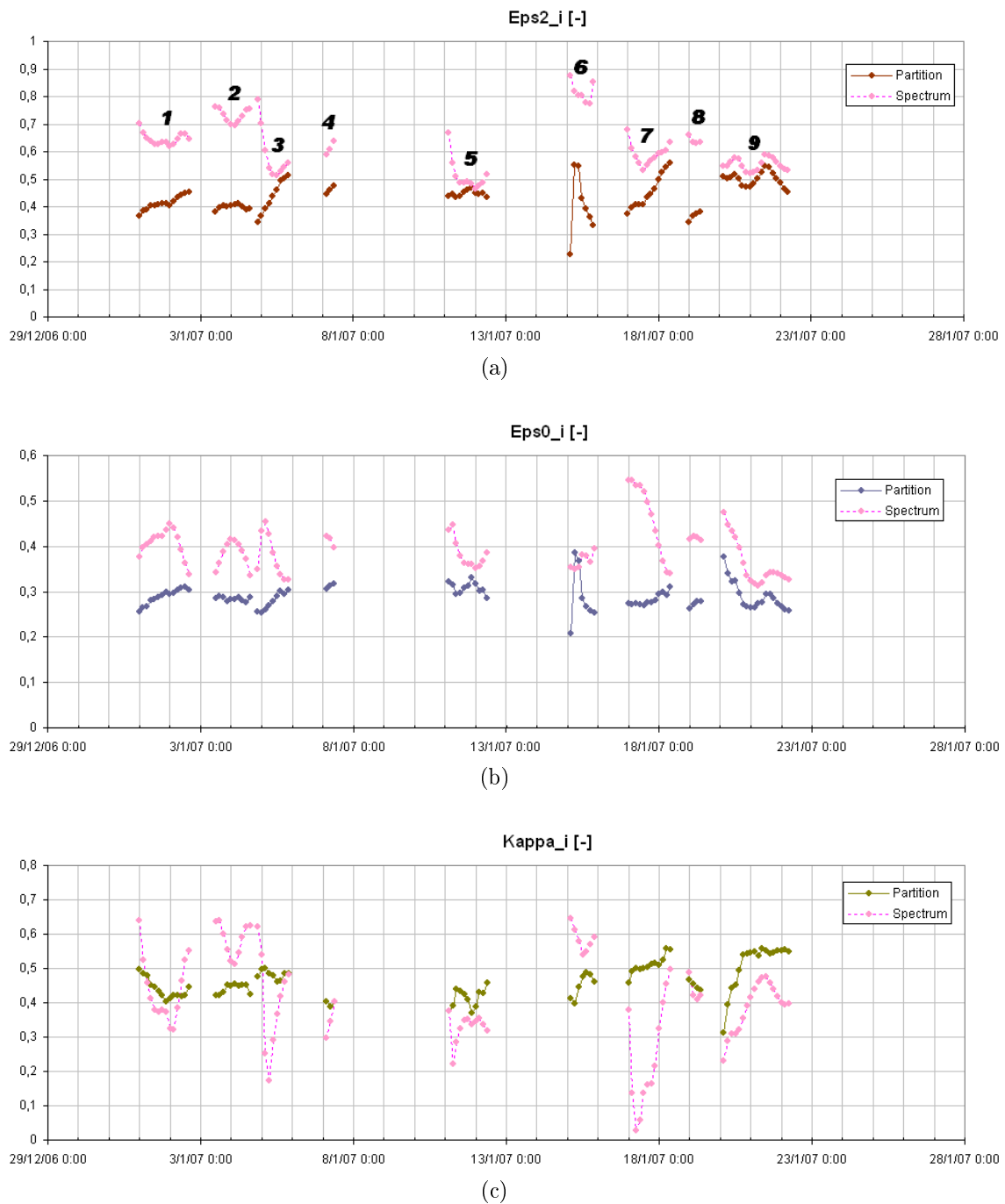


FIG. 8.9: Id. Fig. 8.8 pour les paramètres $\varepsilon_{2,sa}$ et ε_2 (a), $\varepsilon_{0,sa}$ et ε_0 (b), et κ_{sa} et κ (c).

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN

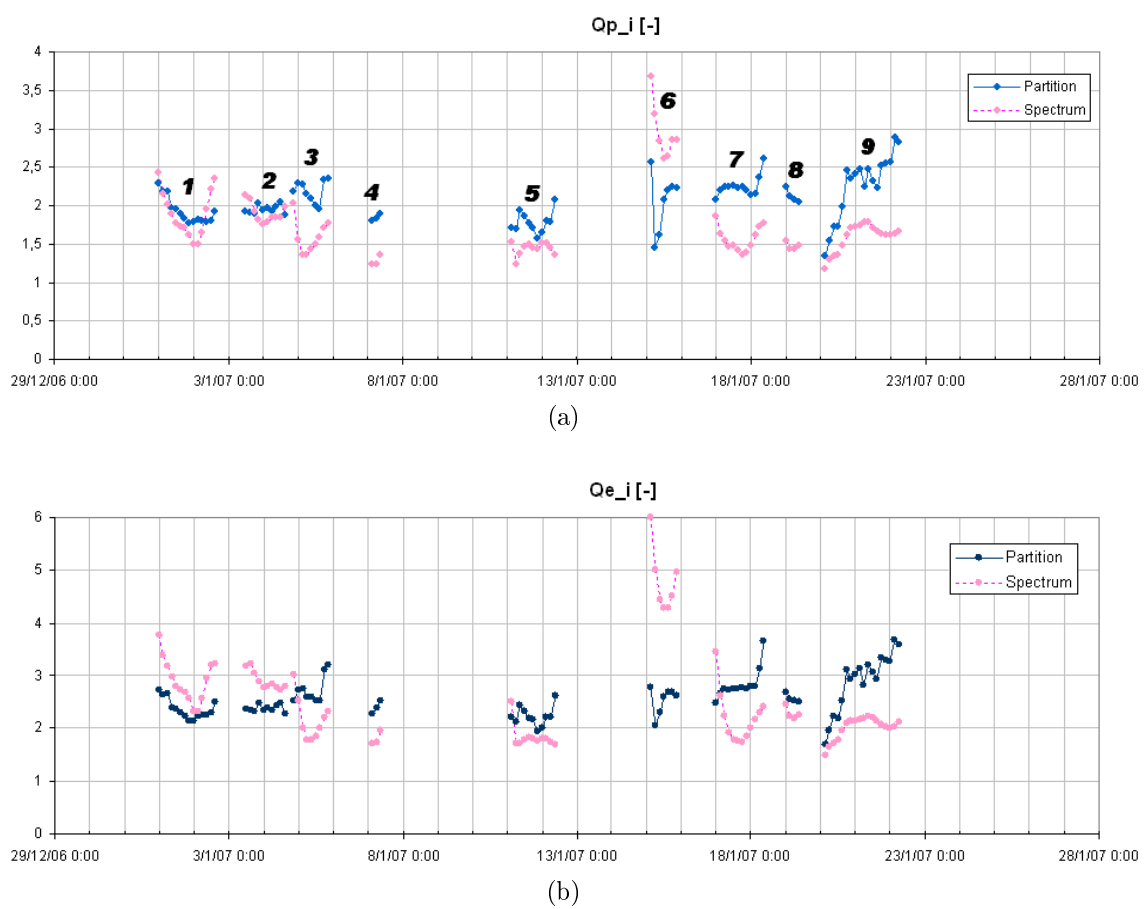
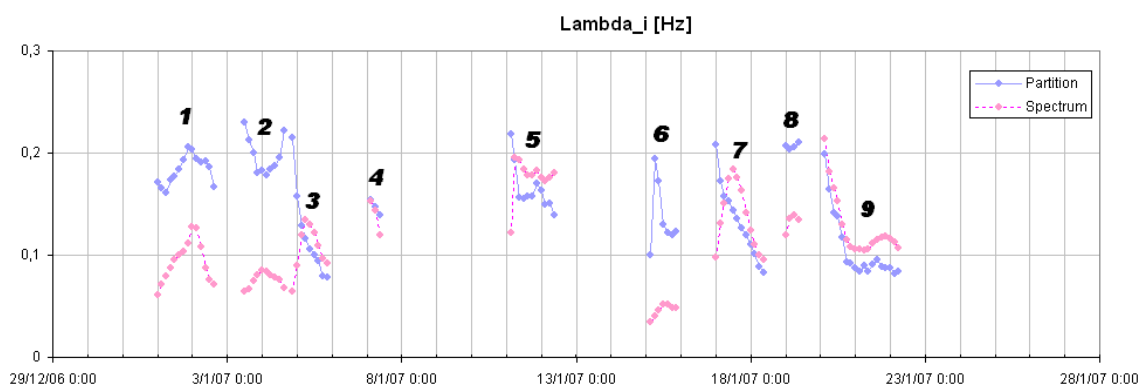
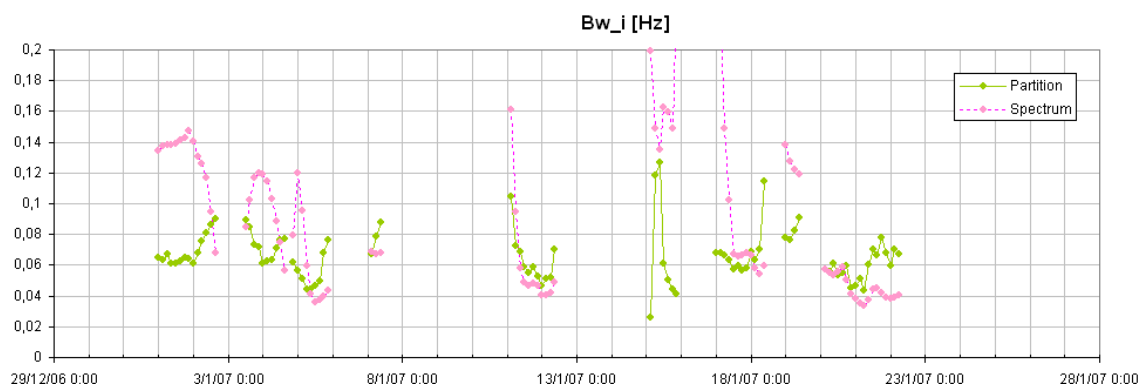


FIG. 8.10: Id. Fig. 8.8 pour les paramètres $Q_{p,sa}$ et Q_p (a), et $Q_{e,sa}$ et Q_e (b).

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN



(a)



(b)

FIG. 8.11: Id. Fig. 8.8 pour les paramètres Λ_{sa} et Λ (a), et $B_{w,sa}$ et B_w (b).

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN

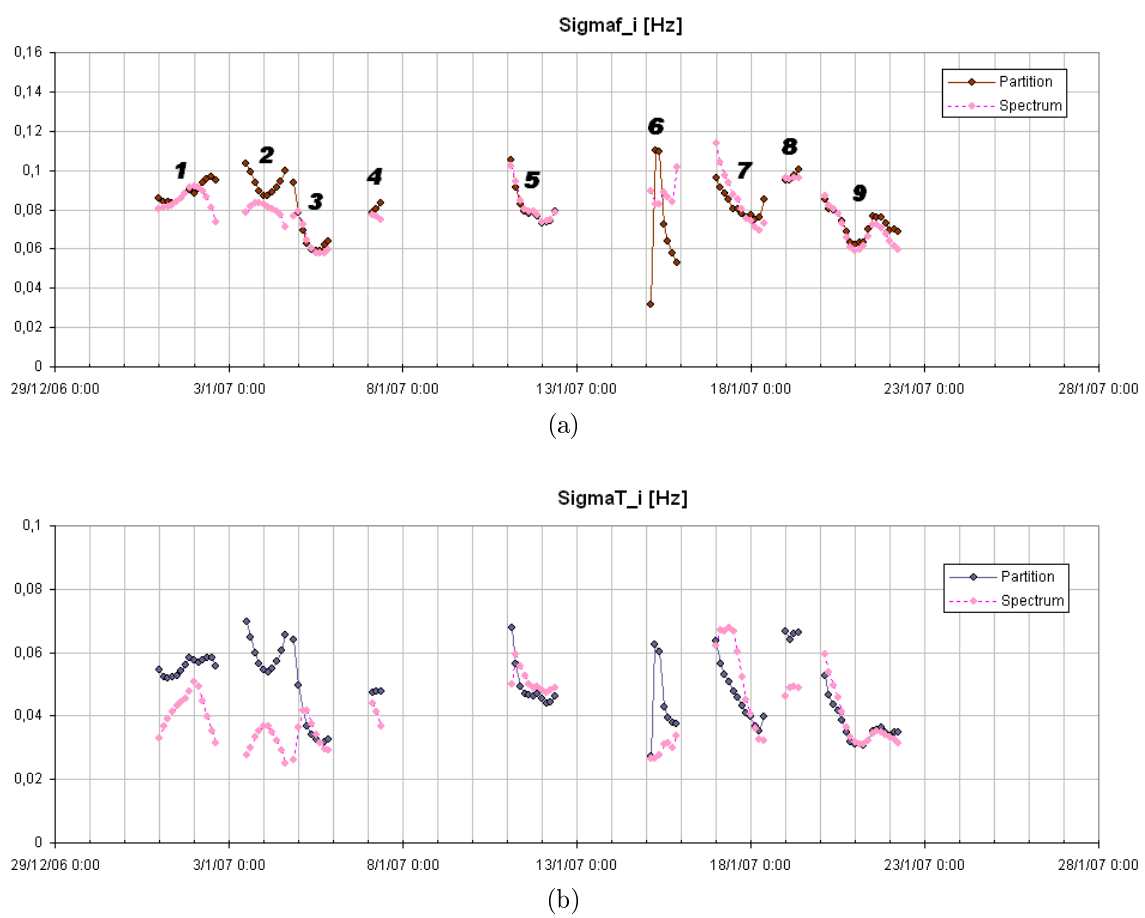


FIG. 8.12: Id. Fig. 8.8 pour les paramètres $\sigma_{f,sa}$ et σ_f (a), et $\sigma_{T,sa}$ et σ_T (b).

tuels ont une influence certaine sur la valeur de ces paramètres. On le voit notamment sur les paramètres dimensionnels tels que Λ_{sa} (singulièrement corrélé à $f_{p,sa}$) dans la séquence n° 5. Les valeurs obtenues de 9h à 18h semblent sous-estimées au vu de l'évolution globale de ce paramètre. De même, une importante discontinuité visible sur tous les graphiques est à noter au début de la séquence n° 6 : il semble que de 3h à 6h l'on passe d'un système à bande étroite à un système très large. Ceci s'explique par le fait que, le système observé étant originellement une houle finissante, celle-ci a pu être associée à une mer de vent proche après les étapes d'extraction et de regroupement (les discontinuités observées pour la hauteur significative et la puissance corroborent cette hypothèse). Au vu de l'évolution de paramètres tels que Λ_{sa} , $\sigma_{f,sa}$ ou $\sigma_{T,sa}$, il est manifeste que, de façon générale, la largeur de bande spectrale d'une mer de vent décroît au cours de son évolution (voir §5.2.1) contrairement à une houle vieillissante, dont la largeur spectrale augmente au cours du temps (voir notamment Gjevik *et al.*, 1988). Or, l'événement n° 6, identifié comme une fin de houle au regard du suivi temporel de $f_{p,sa}$ (Fig. 8.8(a)) montre une décroissance de largeur spectrale importante, typique d'une mer de vent. Il s'agit donc très probablement d'une fusion d'une houle vieillissante (fréquence de pic élevée) avec une mer de vent de fréquence de pic proche. Ces remarques sont également valables pour la séquence n° 9.

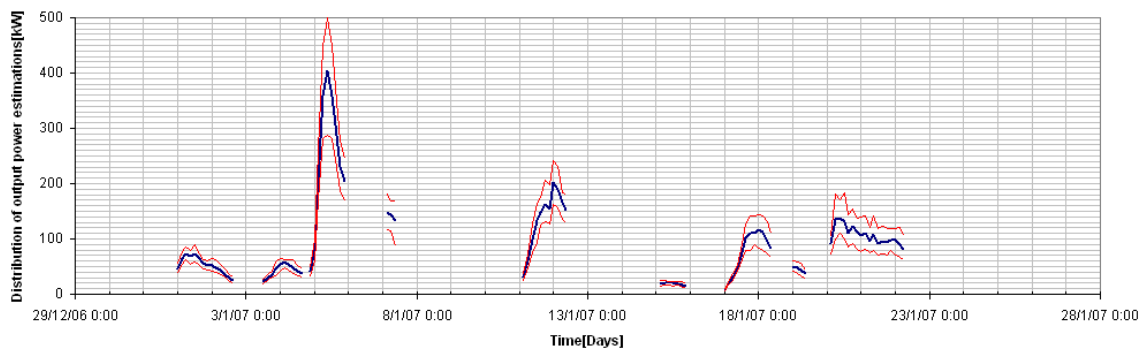
De façon générale, on remarque que le système actif est très souvent le système secondaire. En effet, le pic du spectre apparaît souvent en basses fréquences de sorte que les états de mer sont, dans les séquences considérées, bimodaux la plupart du temps (houle + mer de vent). La séquence n° 5 fait exception, où les états de mer deviennent unimodaux (mer de vent dominante, cf. Fig. 8.8(a&b)). Au vu des données climatologiques des neuf séquences relevées ici, on choisit de fixer le cap de la structure flottante du SEAREV selon la direction 305° pour les simulations. L'amarrage est ainsi fixé une fois pour toutes.

8.4 Résultats des simulations

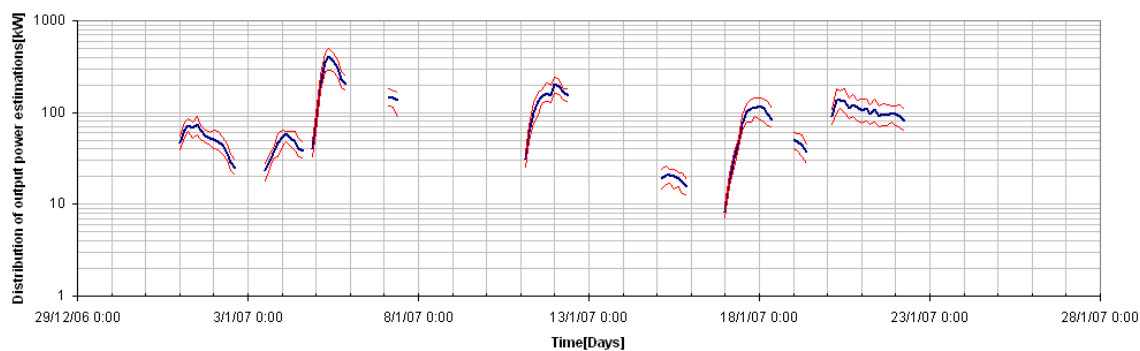
Pour chaque spectre de chacune des neuf séquences climatiques envisagées, le code de simulation est utilisé pour estimer la performance moyenne du dispositif. Pour chaque spectre en effet, on estime la puissance moyenne extraite probable de l'état de mer (notée $\overline{P_{PTO}}$, on le rappelle, par commodité) en prenant la moyenne des valeurs déterministes (estimateurs \hat{P}_{PTO}) sur un nombre de simulations variable allant de 17 à 40 (20–24 en moyenne). Les 10^e et 90^e centiles sont également représentés afin de mieux visualiser la dispersion des valeurs obtenues.

Les figures 8.13(a&b) donnent la puissance moyenne estimée obtenue (en échelles logarithmique et linéaire respectivement), ainsi que l'intervalle de confiance associé, sachant que 80% des valeurs se situent dans cet intervalle. On donne également à la figure 8.13(c) l'évolution conjointe des largeurs de capture $\chi_{P,sa}$ (Eq. (8.1)) et χ_P (Eq. (3.28)) en m .

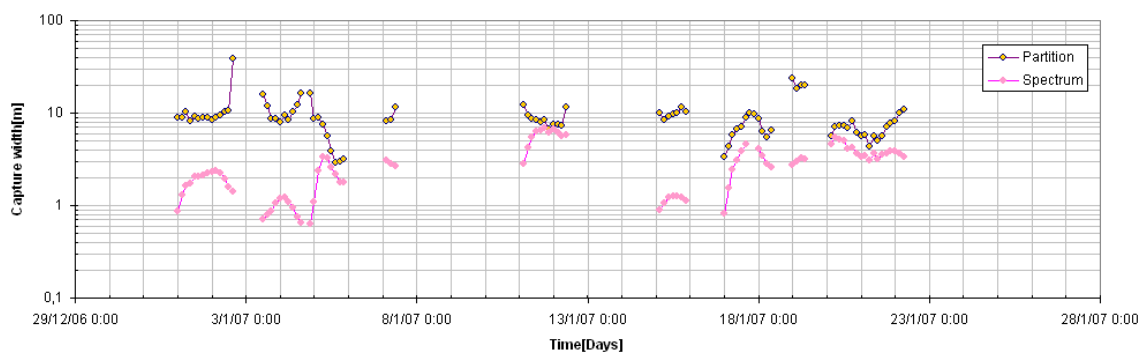
CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN



(a)



(b)



(c)

FIG. 8.13: Puissance moyenne extraite par le SEAREV estimée sur les neuf séquences du mois de janvier 2007 au point NDBC 46063 en échelle linéaire (a) et logarithmique (b) ; largeurs de capture associées au spectre global (χ_P , Eq. (3.28)) et à la partition active ($\chi_{P,sa}$, Eq. (8.1)) en échelle logarithmique (c).

8.4.1 Analyse des résultats vis-à-vis du spectre global

On s'attache ici à observer et analyser les résultats de simulation obtenus par rapport aux paramètres globaux des spectres. Contrairement à l'étude menée au §3.3, on ne séparera pas l'étude en tranches de périodes ou fréquences particulières – il faudrait pour cela un nombre d'états de mer beaucoup plus important –, mais on considérera les résultats ($\overline{P_{PTO}}$ et χ_P) des neuf séquences comme issus d'un seul et même échantillon indivisible. En revanche, sur les graphiques comparatifs présentés ci-après, les neuf séquences seront clairement identifiées avec des marqueurs différents afin de repérer plus facilement les résultats correspondants.

Corrélation de $\overline{P_{PTO}}$ avec P_w

Au vu des résultats des figures 8.13(a) et 8.8(c) entre la puissance extraite estimée et la puissance omnidirectionnelle globale P_w , une certaine corrélation apparaît, de façon assez prévisible. Cependant, en examinant de plus près cette corrélation (Fig. 8.14(a&b)), on observe qu'elle n'est pas si évidente, et que ce paramètre n'est pas suffisant pour caractériser la puissance moyenne extraite par le SEAREV. En suivant les séquences climatiques isolément, on note bien une certaine continuité, mais la corrélation obtenue change d'une séquence à une autre de sorte que la corrélation générale est piètre.

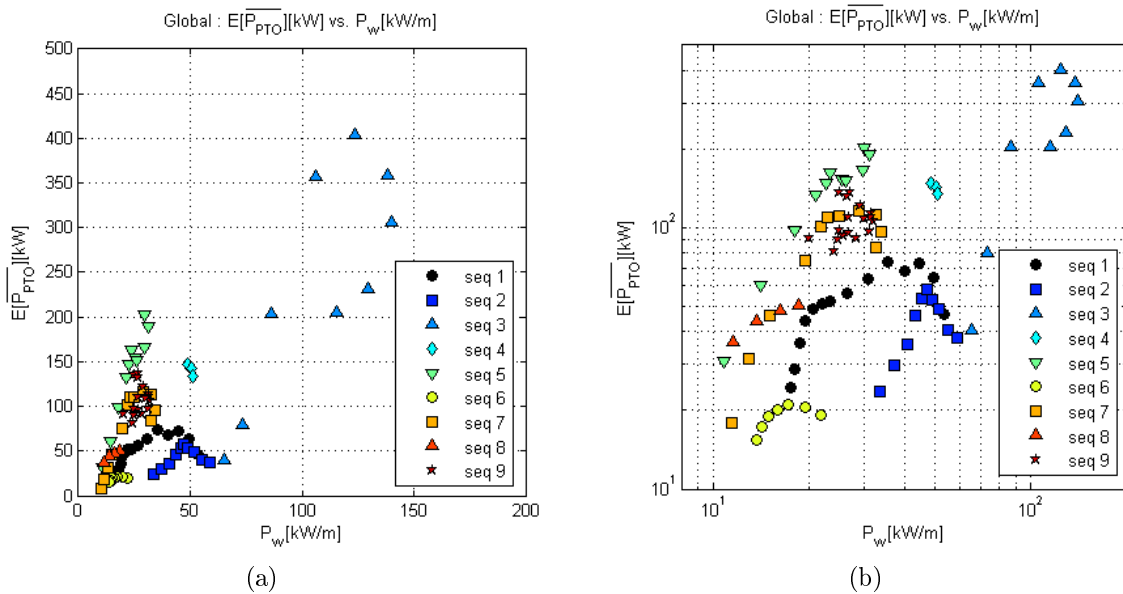


FIG. 8.14: Puissance extraite moyenne estimée (kW) en fonction de la puissance omnidirectionnelle P_w (kW/m) globale de l'état de mer (en échelle linéaire (a) et logarithmique (b)) sur les séquences de partitions actives au cours du mois de janvier 2007 au point NDBC 46063.

Corrélation de χ_P avec les paramètres de largeur spectrale et de groupement

Observons maintenant la sensibilité de la largeur de capture χ_P aux paramètres de largeur de bande et groupement globaux précités. Les figures 8.15, 8.16, 8.17 et 8.18 comparent χ_P aux paramètres Λ et B_w , Q_p et Q_e , ε_2 et ε_0 , et σ_f , σ_T et κ respectivement. Ces figures, pour la plupart, mettent en évidence une nette cohérence globale, notamment vis-à-vis des paramètres Λ , Q_p - Q_e , ε_2 , σ_T et κ – le cas le plus spectaculaire étant celui de Q_p et Q_e (décroissance uniforme en $1/x$ très distincte pour toutes les séquences observées). Dans tous les cas, la corrélation est surtout marquée pour les états de mer à bande spectrale étroite – les cas de κ , Λ et σ_T en sont une bonne illustration. La dispersion accrue observée pour les largeurs de bande plus élevées correspond aux séquences n° 5, 7, 8 et 9. L'hypothèse de départ de cette étude étant l'admissibilité de la comparaison d'états de mer de fréquences de pic variées, la sensibilité du dispositif est nécessairement soumise à l'influence de la localisation spectrale de l'énergie du champ de vagues. Lorsque le système de mer de vent n° 7, suivi dans le temps, évolue de $0.2Hz$ à $0.1Hz$, il est évident que seuls les événements intermédiaires de la séquence correspondront à la gamme de sensibilité du dispositif. Cela est bien observé pour les paramètres κ , Λ et σ_T , où l'on retrouve la continuité de l'évolution temporelle du système. La séquence n° 5 fait exception à cette règle toutefois : bien qu'elle soit incluse dans la gamme de résonance du SEAREV, elle ne semble pas toujours suivre la même cohérence que d'autres séquences similaires. Remarquons toutefois que la séquence n° 5 est probablement la seule de l'échantillon qui fasse partie d'états de mer clairement unimodaux, les autres coexistant presque à chaque fois avec des houles d'énergie significative.

Le paramètre B_w ne semble pas pertinent dans le cadre de cette étude, aucune corrélation claire n'ayant été notée. Il en est de même pour la largeur σ_f sans doute trop sensible aux hautes fréquences, tout comme ε_2 . Ce dernier d'ailleurs – très étonnamment – se montre fort influent sur la largeur de capture, aussi il est difficile d'en tirer des conclusions. La circonspection reste de mise à son sujet, car sa sensibilité aux hautes fréquences (ici, jusqu'à $\sim 0.7Hz$) modifie ici la nature même de ce paramètre : sa valeur diminue maintenant avec la largeur spectrale alors que ce devrait être le contraire, tout comme pour ε_0 . Quant à ε_0 , on rappelle qu'il constitue – à l'instar de ε_2 – un paramètre d'étroitesse relative, dont le produit avec une fréquence particulière donne la largeur de bande correspondante en Hz (cf. Annexe A). Il est donc plus indiqué pour décrire les variations de forme spectrale au sein d'échantillons d'états de mer de périodes moyennes très proches, comme cela a été fait dans les études précédentes.

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN

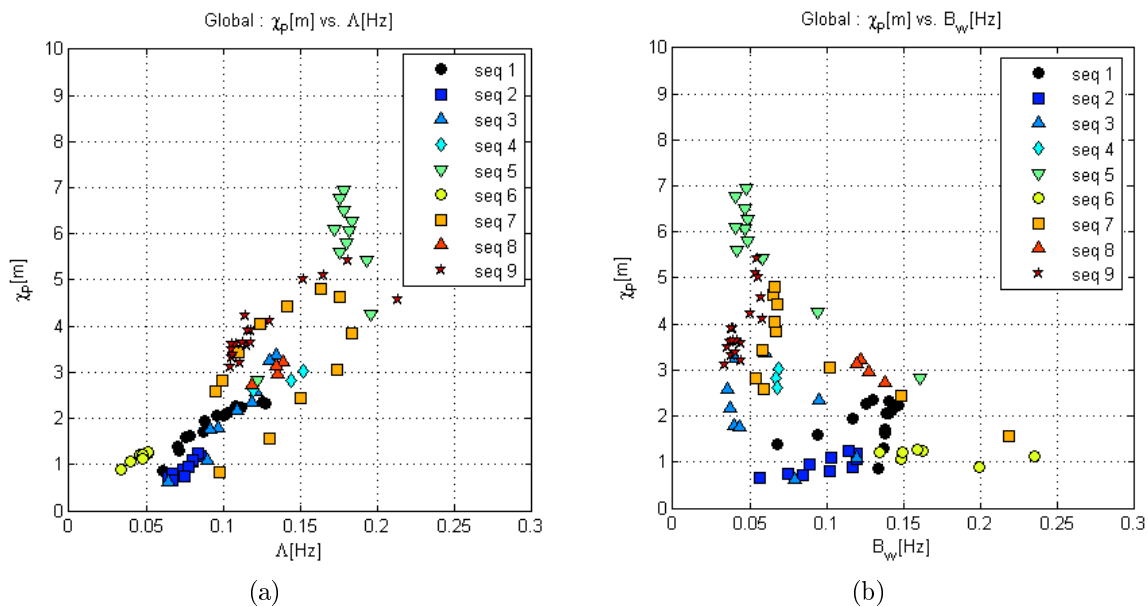


FIG. 8.15: Largeur de capture χ_P en fonction des paramètres Λ (a) et B_w (b).

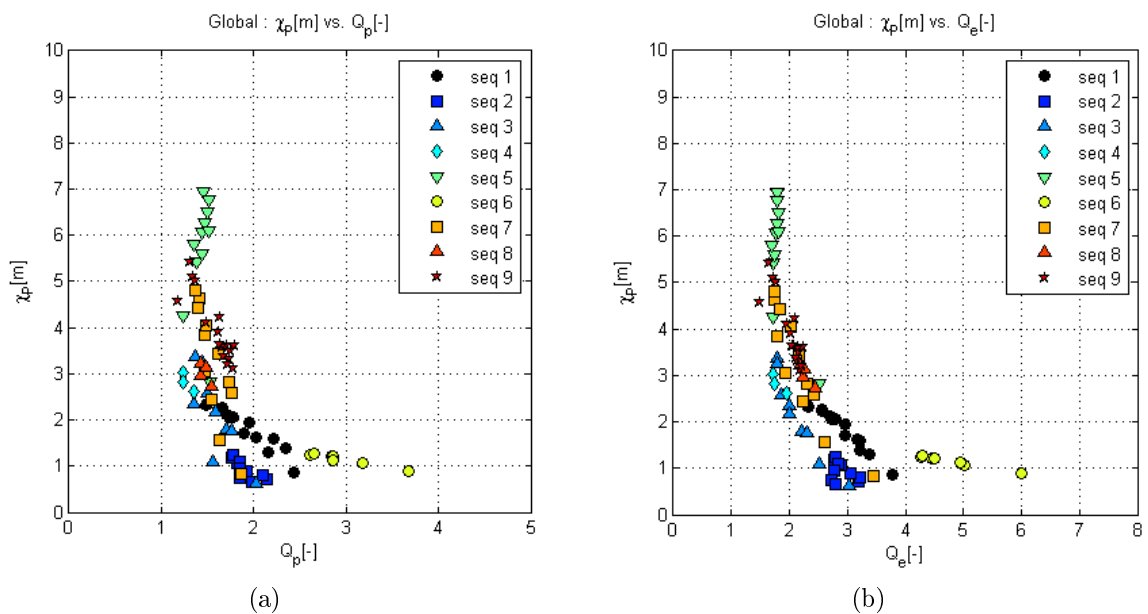


FIG. 8.16: Idem Fig. 8.15 en fonction des paramètres Q_p (a) et Q_e (b).

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN

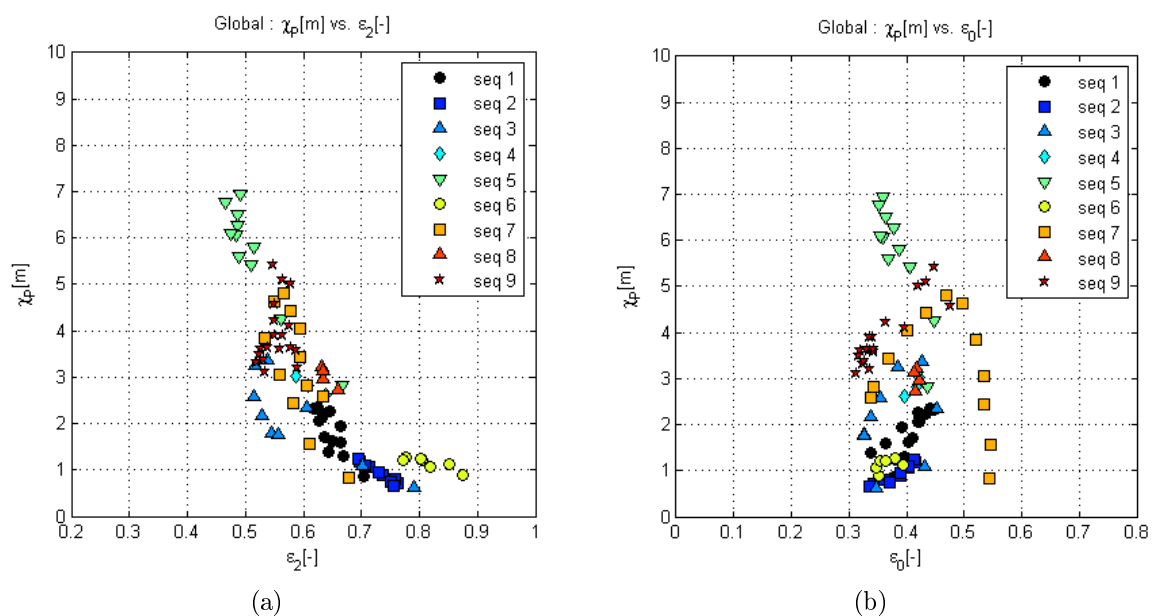


FIG. 8.17: Idem Fig. 8.15 en fonction des paramètres ϵ_2 (a) et ϵ_0 (b).

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN

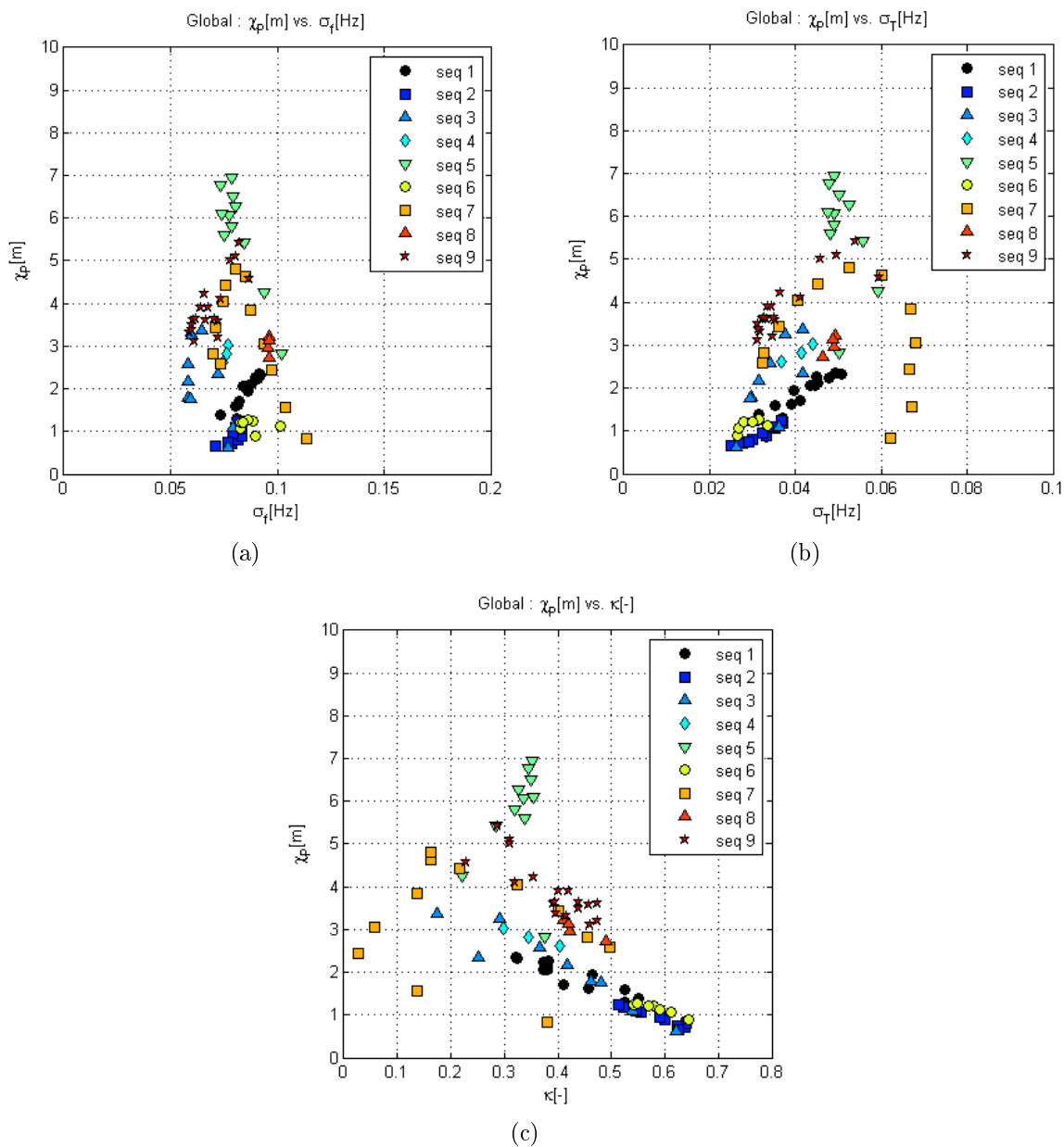


FIG. 8.18: Idem Fig. 8.15 en fonction des paramètres σ_f (a), σ_T (b) et κ (c).

8.4.2 Analyse des résultats vis-à-vis de la partition active

Corrélation de $\chi_{P,sa}$ avec les paramètres de largeur spectrale et de groupement

De la même façon, on examine la sensibilité de $\chi_{P,sa}$ (Eq. (8.1)) aux différents paramètres spectraux, indicés “sa”. Contrairement aux paramètres globaux, ces paramètres ne montrent pas une très grande variabilité, et c’est pourquoi les graphiques – non représentés, par voie de conséquence – n’apportent strictement aucune information sur la corrélation de la production vis-à-vis des partitions actives. Il faut donc en déduire que la largeur spectrale de la partition active n’est pas un paramètre suffisant pour expliquer la variabilité de la largeur de capture $\chi_{P,sa}$. Pour l’exemple toutefois, on donne les résultats obtenus pour les paramètres $Q_{e,sa}$ et Λ_{sa} dans les figures 8.19(a&b).

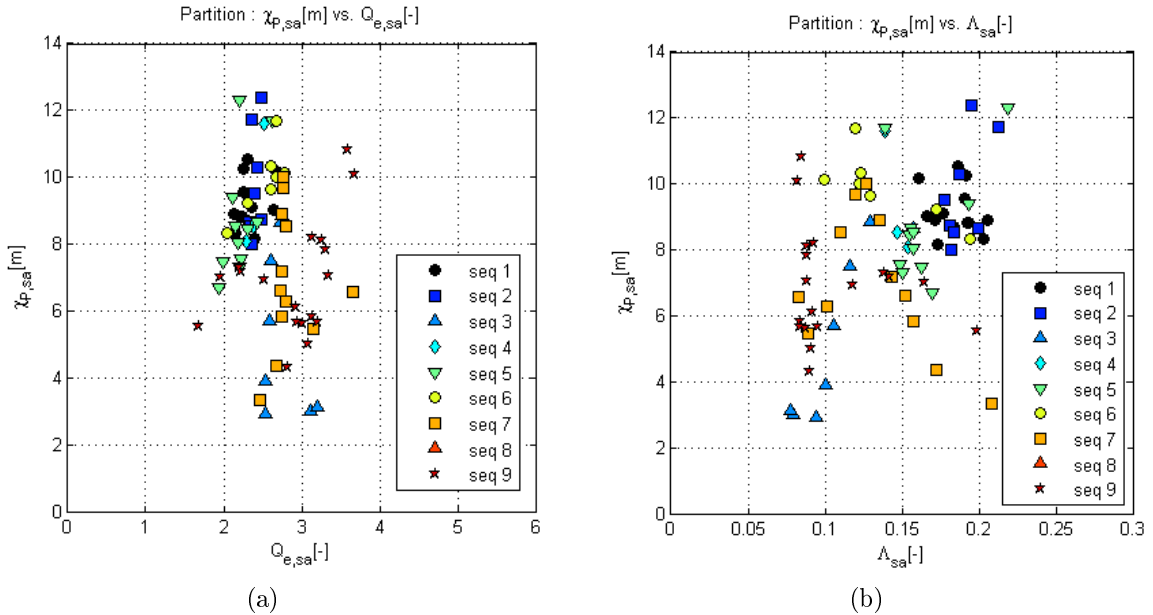


FIG. 8.19: Largeur de capture $\chi_{P,sa}$ en fonction des paramètres $Q_{e,sa}$ (a) et Λ_{sa} (b).

Corrélation de $\overline{P_{PTO}}$ avec $P_{w,sa}$

Grâce à la description multi-système, le système actif est isolé, de sorte que l’énergie que “ressent” réellement le dispositif est celle de la partition associée. Observons le lien unissant l’estimation de puissance extraite $\overline{P_{PTO}}$ avec la puissance de vague omnidirectionnelle du système actif, notée $P_{w,sa}$, dans les figures 8.20(a&b). Au vu de ces résultats, il semble que l’assertion précédente soit juste : en effet, la corrélation des deux paramètres est quasi-linéaire. La représentation en échelle logarithmique permet en outre de déterminer quelles séquences ne suivent pas complètement cette évolution : il s’agit essentiellement des n° 3, 7 et 8. Deux de ces séquences sont des mers de vent dont la fréquence de pic passe brutalement de $0.2Hz$ à environ $0.1Hz$. Il n’est donc pas

aberrant d'avoir affaire à des partitions hors gamme de résonance du dispositif, comme déjà décrit plus haut. La séquence n° 8, quant à elle, est même de fréquence de pic supérieure à $0.2Hz$. La distribution observée apparaît donc tout à fait logique au vu de la physique du système récupérateur. La description multi-système possède donc de ce point de vue un avantage majeur, en ce qu'elle permet de focaliser sur l'énergie des vagues exactement disponible au SREV.

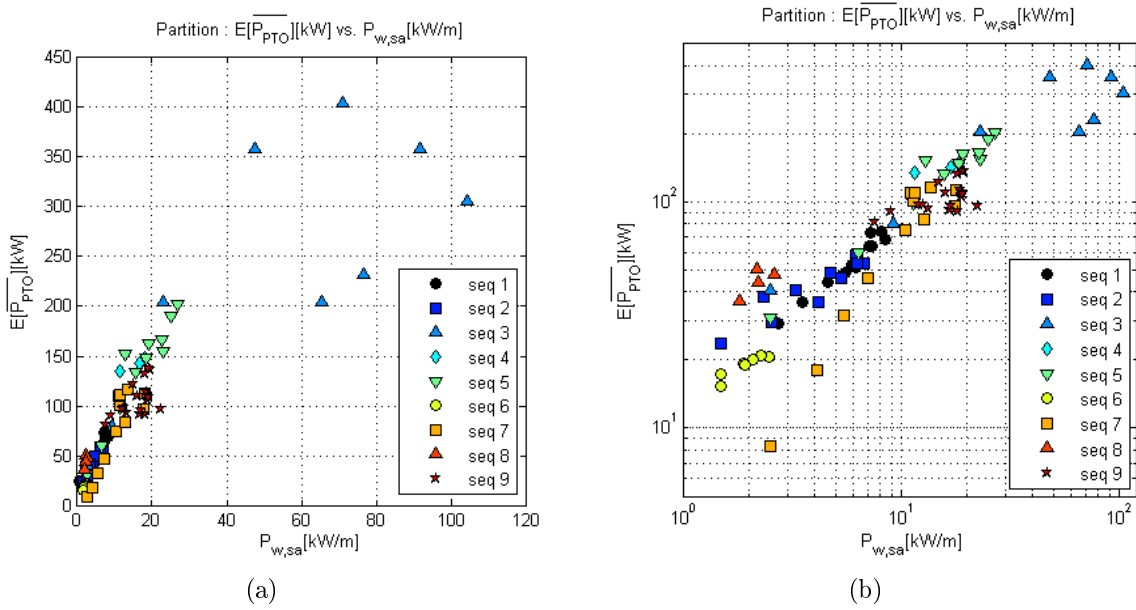


FIG. 8.20: Puissance extraite moyenne estimée (kW) en fonction de la puissance omnidirectionnelle $P_{w,sa}$ (kW/m) de la partition active de l'état de mer vis-à-vis du SEAREV (en échelle linéaire (a) et logarithmique (b)).

8.4.3 Dispersion des estimations numériques

Pour clore ce dernier chapitre, on s'intéresse de nouveau à la précision de l'estimation du paramètre de puissance moyenne extraite par le SEAREV et aux caractéristiques des simulations effectuées. Pour chacun des états de mer simulés (avec la *méthode b*, rappelons-le), on a calculé l'écart-type des distributions obtenues dans les échantillons d'estimateurs \hat{P}_{PTO} . Si l'on trace maintenant cet écart-type $\sigma[\hat{P}_{PTO}]$ en fonction de la puissance estimée $E[\hat{P}_{PTO}]$ (ou plus simplement \overline{P}_{PTO}), on obtient la courbe présentée en figure 8.21. Les deux paramètres semblent manifestement liés linéairement, et la régression linéaire effectuée aboutit à un coefficient R^2 très élevé (~ 0.95). Bien qu'il ne s'agisse pas de résultats issus de simulations avec la *méthode a* pour le champ de vagues incident, il est alors tentant de rapprocher cette tendance de l'équation plus générale (3.48), qui, à partir de la pente de la régression d'une part, et de la durée de simulation fixée à $T = 400s$ en régime permanent d'autre part, permet de déduire une

largeur de bande spectrale de réponse du SEAREV d'un système linéaire équivalent $\Lambda_{\dot{\alpha}}$ (le DOF lié à la conversion d'énergie étant ici le tangage du pendule), – ici pour la méthode *b* –, égale à

$$\Lambda_{\dot{\alpha}} = \frac{1}{T} \cdot \left(\frac{E[\hat{P}_{PTO}]}{\sigma[\hat{P}_{PTO}]} \right)^2 \approx 0.074 \text{ Hz} \quad (8.3)$$

à rapprocher des figures 8.4(b,d,f). Cette loi empirique peut alors servir d'indicateur pour de futures simulations du dispositif dans le domaine temporel pour la même durée de simulation.

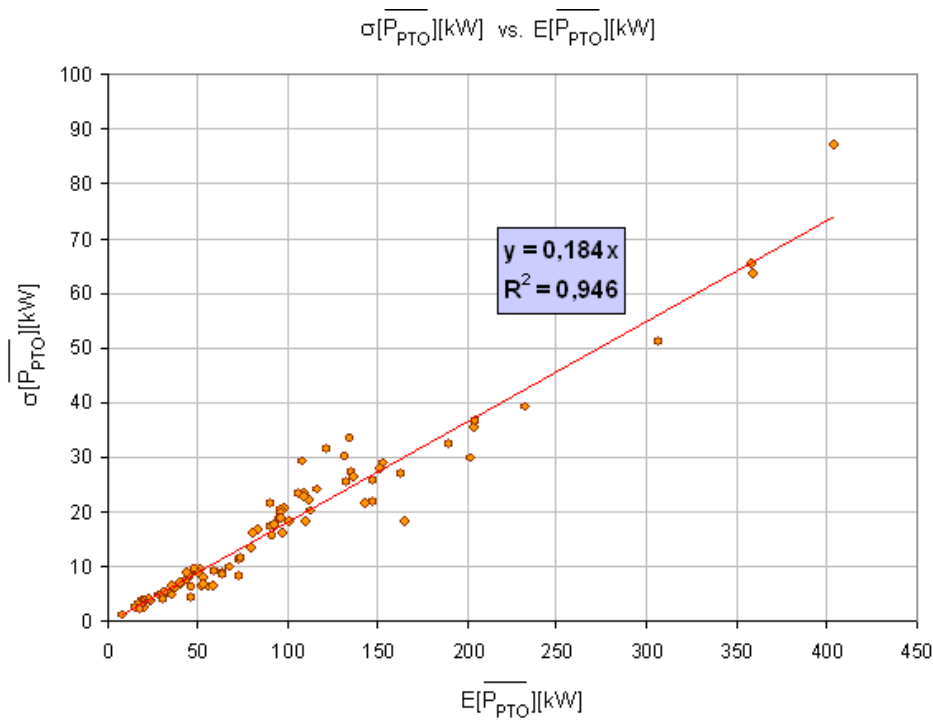


FIG. 8.21: Ecart-type en fonction de la moyenne de l'estimateur de puissance \hat{P}_{PTO} au sein des échantillons de simulations temporelles du SEAREV sur le site californien, et régression linéaire.

8.5 Conclusion sur l'étude de performance du système non-linéaire

Cette étude, prenant en compte les non-linéarités hydrodynamiques du système houlomoteur tridimensionnel SEAREV ainsi que le caractère multimodal des états de mer (décomposition multimodale et isolement d'une partition dite "active"), a montré que,

CHAPITRE 8. ETUDE DE LA PERFORMANCE D'UN SYSTÈME
RÉCUPÉRATEUR DIRECTIONNEL NON-LINÉAIRE SUR UN SITE
CALIFORNIEN

pour ce cas d'étude, la performance du système restait très sensible à la largeur spectrale globale (notamment au-travers des paramètres Q_e , Q_p , Λ et κ), une fois encore, le système étant très peu sensible à la direction des vagues (états de mer relativement monodirectionnels), et ce pour des états de mer aux caractéristiques très diverses (partitions actives de mers de vent ou de fins de houles). Il ne l'était cependant pas vis-à-vis de la largeur spectrale de la partition active. En revanche, la puissance moyenne convertie estimée s'est montrée très corrélée à la puissance omnidirectionnelle de la partition active (relation quasi linéaire), d'où l'intérêt de l'approche multi-système pour ce type d'étude. Accessoirement, une relation linéaire a été observée entre l'écart-type de l'estimateur de puissance moyenne convertie et son espérance (simulation de l'état de mer selon la *méthode b*, avec modules déterministes et phases aléatoires uniformément distribuées), ce qui constitue une information précieuse pour des simulations futures du même dispositif dans le domaine temporel.

Chapitre 9

Conclusions

Ces travaux explorent les raffinements possibles de la description des états de mer pour le développement de systèmes récupérateurs de l'énergie des vagues offshore. Outre la donnée de la hauteur significative H_{m0} , de la période de pic T_p (ou moyenne d'énergie T_e) et de la direction moyenne des vagues $\bar{\theta}$, il s'agit de proposer une nouvelle caractérisation des conditions de mer observées qui soit adaptée à l'étude de la sensibilité de ces systèmes, que ce soit par l'introduction de nouveaux paramètres spectraux de vagues globaux – tels que la largeur spectrale et le groupement de vagues –, ou par une description océano-météorologique précise des états de mer, par séparation et suivi des systèmes de vagues le composant (*approche multi-système*).

Dans une première partie, on a considéré que le jeu de paramètres de vagues descriptifs précités pouvait être complété par un paramètre de largeur de bande spectrale, auquel le phénomène de groupement de vagues se trouve lié de façon univoque. Les méthodes spectrales descriptives de ce phénomène ont donc été revues, ainsi que quelques méthodes déterministes dont les facteurs de groupement se trouvent être corrélés aux paramètres spectraux sur des signaux d'élévation mesurés. Ces méthodes s'appuient en grande partie sur une modélisation linéaire classique du processus d'élévation de la surface libre de l'eau (selon une série de Fourier de composantes harmoniques indépendantes), gaussien, centré, stationnaire, homogène et ergodique, qui permet de reproduire de façon satisfaisante le groupement naturel observé en mer. Cette bibliographie a permis de dégager un certain nombre de paramètres spectraux calculables à partir des densités spectrales d'énergie de la surface $E(f)$, tels que ε_2 , ε_1 , ε_0 , Q_p , Q_e , κ , Λ , B_w , ainsi que des facteurs de groupement obtenus sur des signaux d'énergie instantanée du signal de vagues, tels que GF_{SIWEH} , entre autres (Chapitre 2).

Une fois ces paramètres identifiés, on s'est intéressé à la sensibilité des modèles de SREVs à la largeur spectrale de l'état de mer global (Chapitre 3). On a tout d'abord mis en équation la sensibilité de systèmes récupérateurs linéaires dans le domaine fréquentiel à la largeur spectrale de l'état de mer incident, et notamment démontré que la fonction de transfert (ou *impédance* mécanique) du système liant l'entrée (vagues) à la sortie (degré de liberté lié à au convertisseur électrique) conditionne l'influence de cette caractéristique sur la production moyenne. Ainsi, sitôt qu'un SREV est *résonant* vis-à-

vis de la gamme de fréquences des vagues incidentes, son comportement sera fortement corrélé à la largeur du spectre associé. Des paramètres tels que ε_0 conviennent parfaitement pour illustrer cette dépendance, notamment au sein d'échantillons de spectres de périodes d'énergie proches.

Par la suite, on a appliqué l'une des théories revues sur le groupement de vagues (méthode dite d'enveloppe de Hilbert) aux mouvements et vitesses de sortie d'un système linéaire pilonnant : des statistiques sur les groupes de pics de puissance extraite instantanée ont pu être formulées puis vérifiées de façon très satisfaisante sur de longues simulations numériques. Cette formulation constitue ainsi une base théorique intéressante pour le dimensionnement de convertisseurs d'énergie mécanique en énergie électrique.

Lorsqu'en l'absence de modèle linéaire, les simulations numériques de SREV doivent s'effectuer dans le domaine temporel pour un état de mer cible donné, il est nécessaire de ramener des estimations de puissance moyenne extraite déterministes à une valeur probabiliste, comparable à celle du modèle fréquentiel. Or, la largeur spectrale de l'état de mer joue encore un rôle capital de ce point de vue : la précision de l'estimation de paramètres de vagues est en effet directement influencée par le paramètre de largeur $\Lambda(Hz)$ et la durée de simulations T : plus Λ et T augmentent, plus la simulation est représentative du processus simulé. Il en est de même pour l'estimation de puissance moyenne, dont la précision est liée à la largeur de bande de la réponse du système, qui elle-même dépend de celle de l'état de mer pourvu qu'il y soit sensible. On distingue alors deux méthodes de simulations du champ de vagues : une première (*méthode a*), qui sélectionne des amplitudes et phases aléatoires dans la série de Fourier de l'élévation et une seconde (*méthode b*), qui ne sélectionne que des phases aléatoires – cette méthode étant couramment pratiquée en génie océanique, bien que ne reproduisant pas tout à fait un processus gaussien. La *méthode a* permet de retrouver des résultats d'estimation cohérents avec les caractéristiques de dispersion théoriques, tandis que la *méthode b* réduit la dispersion tout en n'entraînant *a priori* aucun biais sur les estimations de puissance moyenne. Ceci a été vérifié pour les modèles de SREVs aussi bien linéaires que non-linéaires, sur des états de mer théoriques et réels (estimés par bouées accélérométriques). Bien qu'irrégulier du point de vue de la théorie, l'emploi de la *méthode b* semble donc justifié pour la détermination rapide de paramètres de performance tels que la puissance moyenne convertie.

Enfin, on a simulé deux types de convertisseurs d'énergie capacitifs dans le domaine temporel : un volant d'inertie filtrant les pics de puissance instantanée, et un réservoir de stockage d'énergie à court-terme avec puissance de sortie nominale. L'inertie engendrée par le convertisseur modifie en effet la corrélation de la puissance de sortie aux groupes de vagues rencontrés, ce que l'on a pu nettement observer dans le cas du volant d'inertie avec des signaux d'énergie instantanés tels que le SIWEH (entre autres) – qui semblent donc adéquats pour observer le groupement sur des simulations temporelles ou des enregistrements de vagues de durée finie. Le modèle avec réservoir d'énergie à puissance de sortie nominale donne lieu – par construction – à une puissance de sortie binaire et intermittente, qui permet de définir un facteur de qualité, comme le ratio du temps de production sur la durée totale de simulation. Ce paramètre – influencé par les

groupes de vagues – est sensible à la méthode de simulation des vagues en entrée, mais ne s’avère absolument pas corrélé aux paramètres de groupement déterministes tels que GF_{SIWEH} dans le cas de la *méthode b* : ceux-ci, dès lors, n’apparaissent plus comme des paramètres de groupement pertinents pour ce type d’étude.

Dans une deuxième partie, on s’est penché sur le caractère uni- et multimodal des états de mer, et du raffinement possible constitué par une description multi-système de ces mêmes états de mer. On s’est d’abord interrogé sur la pertinence d’un modèle unimodal, couramment utilisé dans les études de design offshore et d’architecture navale, en comparant la production à long-terme d’un SREV directionnel obtenue avec les densités spectrales directionnelles exactes des états de mer $E(f, \theta)$ et leur représentation unimodale – c’est-à-dire un seul système de vagues et un seul pic spectral – $S(f, \theta)$. Cette étude – entre autres – a montré que le degré d’approximation était trop significatif pour pouvoir se contenter d’une telle modélisation dans le domaine de l’énergie des vagues. Aussi, une représentation multimodale est le plus souvent encouragée (Chapitre 4).

Les méthodes d’extraction de systèmes des spectres directionnels et omnidirectionnels ont été brièvement présentées, ainsi que celles liées au suivi temporel et à la paramétrisation efficace des systèmes de vagues identifiés. On a notamment illustré ces procédures par l’utilisation d’une application Matlab (SPOP), développée par l’IFREMER, permettant de les réaliser de façon séquentielle et automatique à partir d’un historique d’états de mer sous forme de spectres directionnels $E(f, \theta)$, jusqu’à la production de statistiques sur l’évolution des systèmes de houles et de mers de vent (Chapitre 5).

A cause des éventuelles pertes d’informations inhérentes à une étude de suivi temporel ponctuelle, on s’est interrogé sur la possibilité d’étendre l’étude de la cohérence temporelle des systèmes de vagues à celle de leur cohérence spatio-temporelle. Pour cela, on s’est inspiré de méthodes géostatistiques courantes (co-variogrammes) afin de déterminer une stratégie de regroupement et de suivi temporel des structures de houles et mers de vent homogènes. Ainsi, un algorithme a été proposé pour la mise en oeuvre numérique du suivi spatio-temporel à partir de l’extraction effectuée au préalable par SPOP, et dont les résultats sont illustrés pour deux études de cas (Golfe de Gascogne et Ile d’Yeu, Chapitre 6).

Dans une troisième et dernière partie, on a cherché à introduire cette description raffinée dans l’étude de production à plus ou moins long-terme pour des dispositifs particuliers. Entre autres, on observe la prévision de production moyenne annuelle d’un SREV décliné sous quatre configurations d’impédance, à partir de tableaux d’occurrences à trois entrées (hauteur/période/largeur spectrale) convolués aux tableaux de puissance associés, bâtis à partir de formes spectrales unimodales à largeur spectrale modulable (spectres “ Q_p ”, proposés par l’auteur, cf. Annexe C). Les résultats montrent que pour les sites étudiés tels que la côte Atlantique européenne et la Mer du Nord, les estimations sont considérablement améliorées, notamment grâce à des paramètres comme ε_0 ou ε_1 (Chapitre 7).

Enfin, on a simulé le comportement du SEAREV de l'École Centrale de Nantes sur neuf séquences climatiques (systèmes de vagues auxquels le système est sensible) sur un mois de données en un site californien, grâce à un code numérique non-linéaire dans le domaine temporel. Les estimations obtenues sur la puissance moyenne convertie – sous forme de largeur de capture – ont été comparées aux paramètres de largeur spectrale à la fois globale et liée au système principal pour la conversion, ce qui a permis de conclure que : d'une part, la largeur de capture du SEAREV était de façon générale très corrélée à des paramètres de largeur de bande spectrale tels que Q_e et Q_p , Λ , κ , entre autres, et d'autant plus que les systèmes coïncident avec la gamme de résonance du dispositif. De ce point de vue, la décomposition de l'état de mer en systèmes de vagues ne paraît pas indispensable. D'autre part, la corrélation de la largeur de capture vis-à-vis des paramètres du système principal semble piètre lorsque les états de mer ne sont plus unimodaux ; en revanche, on a trouvé une excellente adéquation de la puissance moyenne convertie par le SEAREV à la puissance de vagues du système principal – ce qui rend l'analyse multi-système extrêmement précieuse de ce point de vue (Chapitre 8).

En conclusion, il semble évident que la caractérisation de la forme spectrale (ou du groupement) d'un état de mer soit un paramètre capital. La sensibilité de la production des SREVs à ce paramètre a été largement démontrée. En l'absence de données plus fines, et pourvu que le dispositif ne soit pas trop sensible à la directionalité des vagues (systèmes axi-symétriques par exemple), la donnée de l'énergie (hauteur significative), sa localisation spectrale (période moyenne d'énergie), son degré de groupement (largeur de bande spectrale) et, éventuellement, sa direction principale, suffisent à caractériser de façon raisonnable la production moyenne des SREVs.

Néanmoins, force est de constater que, l'évolution des états de mer suivant une certaine cohérence dans le temps et l'espace, celle-ci induira également une cohérence spatio-temporelle des paramètres de performance de ces dispositifs, dépendante de processus sous-jacents régis par les interactions des houles et des mers de vent locales. La description multi-système s'avère donc de plus en plus nécessaire à l'établissement d'études de ressource complètes, non seulement par rapport à la prévision de production de parcs houlomoteurs, mais aussi à la prévision de la survie des SREVs, qui restent malgré tout et à chaque instant la proie des flots impétueux.

A l'issue de cette thèse, plusieurs pistes de travaux ultérieurs peuvent être envisagées, notamment :

- l'application de l'approche multi-système dans les études de design de SREVs très sensibles à la direction des vagues, et en particulier de parcs houlomoteurs, dont l'optimisation de la configuration et de l'orientation spatiale présente un défi d'ingénierie offshore et côtière certain ;
- l'application de la méthode d'analyse de cohérence spatio-temporelle des systèmes de vagues proposée à des jeux de données réelles (réseaux de bouées *in situ*), et l'observation des variations spatiales des caractéristiques des structures homogènes

- identifiées ;
- l'amélioration, à partir des connaissances climatologiques acquises, de la prévision de performance de SREVs à court-terme via une meilleure prévision statistique des états de mer locaux à partir des données spatiales environnantes disponibles (fonction de transfert large/côte, etc.).

Quatrième partie

Annexes

Annexe A

Paramètres spectraux de largeur de bande

Cette annexe présente brièvement des paramètres spectraux liés à la largeur de bande spectrale recensés dans la littérature. L'introduction historique de chacun de ces paramètres accompagne leur formulation mathématique ainsi que leur(s) limite(s) théorique(s) liée(s) aussi bien à la pertinence de leur utilisation qu'à leur calcul numérique.

A.1 Les paramètres spectraux de la littérature

Paramètre de largeur ε_4 (Cartwright et Longuet-Higgins)

Ce paramètre, introduit par Cartwright et Longuet-Higgins (Cartwright et Longuet-Higgins, 1956), est l'un des premiers à avoir été adoptés en ingénierie offshore. Mieux connu sous la notation " ε ", il est défini par

$$\varepsilon_4 = \varepsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{N_v}{N_{max}}\right)^2} \quad (\text{A.1})$$

où N_v représente le nombre de vagues par passage à zéro "en montant" (*zero up-crossing*) et N_{max} le nombre de maxima locaux sur un enregistrement de l'élévation de surface libre $\eta(t)$. Dans le cas d'un signal à bande très étroite (quasi monochromatique), ces deux valeurs tendent à être égales et ε_4 tend vers zéro. Dans le cas d'un signal à bande très large (bruit blanc), le nombre de maxima locaux est très grand devant le nombre de vagues et ε_4 tend alors vers 1. En supposant que $\eta(t)$ est gaussien, on peut démontrer (Ochi, 1988) qu'à partir de la densité de probabilité conjointe de ses dérivées première et seconde, ce paramètre est approché par

$$\varepsilon_4 = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}} \quad (\text{A.2})$$

L'inconvénient d'un tel paramètre, on le voit, est de faire appel à des moments spectraux d'ordre relativement élevé (deux et quatre) qui le rendent extrêmement sensible au contenu hautes-fréquences du spectre. Pour cette raison, ce paramètre est désormais peu utilisé en pratique.

Paramètre d'étroitesse ε_2 ou ν (Longuet-Higgins)

Ce paramètre, introduit par Longuet-Higgins (Longuet-Higgins, 1984), est utilisé pour calculer des statistiques de groupement de vagues dans des états de mer à bande étroite. Très proche du paramètre ε_4 dans sa formulation, il ne met en jeu que des moments spectraux d'ordre deux au plus, soit

$$\varepsilon_2 = \nu = \sqrt{\frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1} \quad (\text{A.3})$$

Longuet-Higgins recommande de filtrer le spectre sur $[0.5f_p; 1.5f_p]$ lors de son calcul en vue d'obtenir des statistiques de groupes relatives à l'intervalle de fréquences le plus énergétique de l'état de mer, et non perturbées par les très hautes et très basses fréquences. Notons qu'il est possible de lui donner une interprétation spectrale très simple, car il s'assimile en effet à l'écart-type de la densité spectrale, vue comme une distribution, et calculé comme suit. La fréquence moyenne de la densité spectrale vaut

$$\begin{aligned} \bar{f} &= f_{01} = T_{01}^{-1} = \text{E}[f] \\ &= \frac{1}{m_0} \int_0^\infty f E(f) df \\ &= \frac{m_1}{m_0} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

La variance de la densité s'écrit donc

$$\begin{aligned} \sigma_f^2 &= \text{E}[(f - \bar{f})^2] = \text{E}[f^2] - \bar{f}^2 \\ &= \frac{m_2}{m_0} - \left(\frac{m_1}{m_0}\right)^2 \\ &= \left(\frac{m_1}{m_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1\right) \\ &= \bar{f}^2 \varepsilon_2^2 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

soit

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_f}{\bar{f}} \quad (\text{A.6})$$

Paramètre ε_0 (Mollison)

De la même façon, il est possible de calculer l'écart-type relatif de la densité spectrale en période $E(T)$, avec $T = 1/f$, obtenue par l'égalité

$$E(T) = E(f) \cdot \left| \frac{df}{dT} \right| = \frac{E(f = 1/T)}{T^2} \quad (\text{A.7})$$

En effet, l'avantage de représenter un spectre selon la période est d'éviter le problème de la haute fréquence de coupure, reléguée à la borne inférieure de l'intervalle de définition du spectre. De plus, l'allure globale de la densité spectrale en période est en général plus symétrique qu'en fréquence, ce qui rend plus pertinent le calcul de son écart-type. Le problème des hautes fréquences peut alors se retrouver dans les basses fréquences (hautes périodes); cependant, le spectre $E(T)$ tend en général plus rapidement vers zéro à mesure que T augmente, que le spectre $E(f)$ à mesure que f augmente, comme le montrent les figures A.1(a&b) dans le cas d'un état de mer de type Bretschneider. Ce paramètre s'exprime par

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\frac{m_0 m_{-2}}{m_{-1}^2} - 1} \quad (\text{A.8})$$

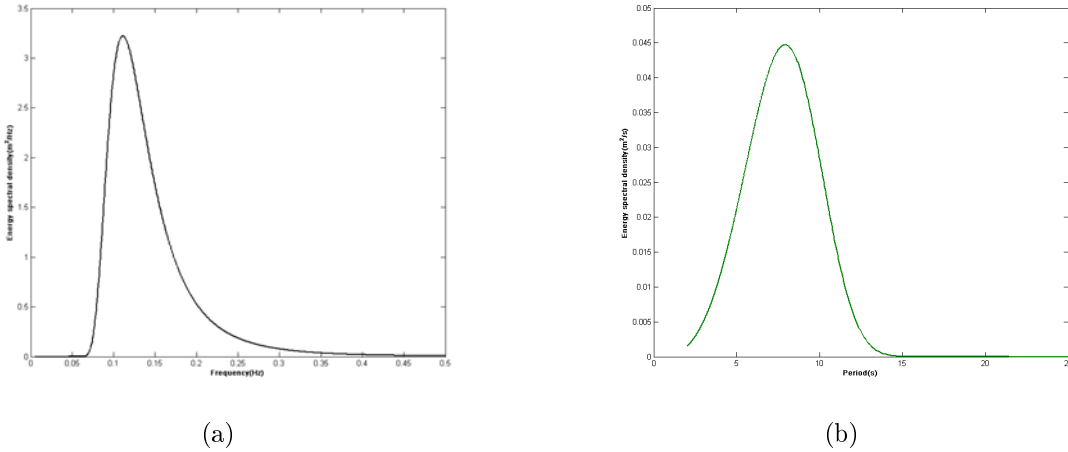


FIG. A.1: Densité spectrale d'énergie (Bretschneider) en fréquence (a) et en période (b).

La période moyenne du spectre est

$$\bar{T} = \frac{m_{-1}}{m_0} = T_{-10} = T_e \quad (\text{A.9})$$

La variance de la densité vaut donc

$$\begin{aligned} \sigma_T^2 &= \left(\frac{m_{-1}}{m_0} \right)^2 \cdot \left(\frac{m_0 m_{-2}}{m_{-1}^2} - 1 \right) \\ &= T_e^2 \varepsilon_0^2 \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

soit encore

$$\begin{aligned}\varepsilon_0 &= \frac{\sigma_T}{\bar{T}} \\ &= \frac{\sigma_T}{T_e}\end{aligned}\tag{A.11}$$

Beaucoup plus stable que ε_2 , ce paramètre a été proposé par Mollison (1985) afin de décrire la largeur spectrale à des fins climatologiques pour l'étude de la ressource en énergie des vagues. Cet auteur a également proposé la période T_e ($= T_{-10}$) comme période de référence pour ce type d'étude, qui est actuellement très couramment utilisée. Pour ramener l'écart-type σ_T à une mesure de la largeur spectrale du spectre en fréquence, on propose la formulation suivante

$$\sigma_T [Hz] = \frac{\sigma_T [s]}{T_e^2} = \frac{\varepsilon_0 T_e}{T_e^2} = \frac{\varepsilon_0}{T_e}\tag{A.12}$$

Partant, il est immédiat que tout paramètre de type $\sqrt{\frac{m_{n1}m_{n2}}{m_{n1+n2/2}^2} - 1}$ ou $\sqrt{1 - \frac{m_{n1+n2/2}^2}{m_{n1}m_{n2}}}$ constitue un paramètre de largeur spectrale potentiellement intéressant, du moins pour les ordres de moments spectraux positifs et négatifs peu élevés ($|n| \leq 2$). On trouve par exemple chez Smith *et al.* (2006) un paramètre intermédiaire, noté ici ε_1

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{m_1 m_{-1}}{m_0^2} - 1}\tag{A.13}$$

Facteur d'acuité Q_p (Goda)

Ce facteur a été proposé par Goda (1970) pour caractériser le caractère effilé du pic principal (l'acuité) d'un spectre, et donc d'une certaine façon la largeur spectrale et le groupement de vagues. Les groupes de vagues sont en effet d'autant plus prononcés que l'acuité du spectre est importante. Son expression mathématique est

$$Q_p = \frac{2}{m_0} \int_0^\infty f E^2(f) df\tag{A.14}$$

Un tel paramètre ne doit être calculé que sur des spectres unimodaux (i.e. à un pic), sans quoi il perd toute signification. Ewing (1973) et Goda (1976) ont montré, à partir de simulations numériques et de données mesurées en mer, que ce paramètre était directement proportionnel à la longueur moyenne des groupes de hauteurs de vagues successives. Un spectre de mer du vent développée (Pierson-Moskowitz/Bretschneider) a un Q_p aux alentours de 2. Les spectres de houles montrent typiquement des valeurs de Q_p supérieures à 2.

Facteur d'acuité Q_e (Medina et Hudspeth)

Ce facteur d'acuité, très semblable à Q_p , a été utilisé par Medina et Hudspeth (Medina et Hudspeth, 1987) afin de contrôler la variabilité de la variance de processus simulés numériquement. Son expression mathématique est

$$Q_e = \frac{2m_1}{m_0^3} \int_0^\infty E^2(f) df \quad (\text{A.15})$$

Largeur spectrale équivalente Λ (Blackman et Tukey)

Medina et Hudspeth (1987) indiquent que leur facteur Q_e (Eq. (A.15)) est lié à l'inverse de la largeur spectrale équivalente (Hz) proposée par Blackman et Tukey (1959) notée ici Λ

$$\Lambda = \frac{m_0^2}{\int_0^\infty E^2(f) df} = \frac{2m_1}{m_0} \cdot \frac{1}{Q_e} = \frac{2\bar{f}}{Q_e} = \frac{2(\varepsilon_1^2 + 1)}{T_{-10}Q_e} \quad (\text{A.16})$$

Plus l'acuité du spectre augmente, plus Q_e augmente et plus la largeur spectrale équivalente diminue.

Paramètre de corrélation κ (Battjes et Van Vledder)

Afin de pouvoir calculer le coefficient de corrélation de hauteurs de vague successives d'un signal sans avoir à passer par une analyse vague par vague dans le domaine temporel – notamment pour étudier le groupement de vagues par la méthode de Kimura (Kimura, 1980) – Battjes et Van Vledder (Battjes et van Vledder, 1984), à partir des travaux d'Arhan et Ezraty (Arhan et Ezraty, 1978) entre autres, ont proposé un paramètre spectral fonction d'une période moyenne de vagues successives τ prise égale à la période *zuc* $T_{02} = \sqrt{m_0/m_2}$, dont l'expression mathématique est

$$\kappa = \kappa(\tau) = \frac{1}{m_0} \left| \int_0^\infty E(f) e^{2i\pi f\tau} df \right| \quad (\text{A.17})$$

Ce paramètre de corrélation est d'autant plus proche de sa valeur expérimentale (mesurée sur des signaux) que le spectre du processus observé est à bande étroite, c'est-à-dire que les vagues successives sont plus corrélées.

Paramètre de largeur spectrale B_w (Prevosto)

Dans son étude sur le groupement de vagues et d'excitations de structures en basses-féquences, Prevosto (Prevosto, 1988) introduit un paramètre de largeur spectrale, noté B_w (Hz), calculé numériquement par l'expression

$$\begin{aligned}
 B_w &= \frac{4}{m_0^2} \int_0^\infty E^2(f) (f - \bar{f})^2 \, df \\
 &= \frac{4}{m_0^2} \int_0^\infty E^2(f) \left(f - \frac{m_1}{m_0} \right)^2 \, df
 \end{aligned} \tag{A.18}$$

qu'il relie à la forme spectrale du spectre d'enveloppe du signal d'élévation. La différence notable de ce paramètre avec les autres – outre le fait qu'il ait, à l'instar de Λ , une dimension (H_z) – est son indépendance vis-à-vis de la localisation fréquentielle du pic spectral. Ce paramètre reste donc inchangé par translation du spectre le long de l'axe des fréquences.

A.2 Influence du lissage du spectre discrétisé sur la valeur numériques des paramètres spectraux

La densité spectrale d'énergie suppose un calcul de transformée de Fourier, que ce soit du signal $\eta(t)$ lui-même ou de sa fonction d'auto-corrélation $R(\tau)$. Le spectre estimé est donc discrétisé sur les fréquences $(f_i)_{1 \leq i \leq N_f}$ à valeurs $(E_i)_{1 \leq i \leq N_f}$, où N_f est le nombre total de fréquences (et dont la fréquence la plus haute est inférieure à la fréquence de Nyquist). Généralement, l'estimation brute obtenue est extrêmement bruitée et il est nécessaire de lisser le spectre. Plusieurs méthodes existent, dont les plus simples sont l'analyse spectrale par blocs du signal (méthode dite du "périodogramme"), et le lissage par moyenne mobile de l'estimation du signal entier (voir Tucker *et al.*, 1984). Cette dernière lisse le spectre à partir de valeurs voisines des estimations, de sorte que la densité spectrale lissée qui en résulte peut s'éloigner sensiblement du spectre du processus observé. L'analyse spectrale par blocs, plus coûteuse numériquement, consiste à diviser le signal d'origine en K blocs $\eta_i(t)$ ($1 \leq i \leq K$) dont le nombre de point d'échantillonnage est égal à une puissance de deux, et d'estimer le spectre sur chacun de ces blocs au moyen de transformées de Fourier rapides (FFT, *Fast Fourier Transform*). Le spectre lissé issu de cette méthode n'est autre que le spectre moyen de ces K estimations. L'une et l'autre méthodes reposent évidemment sur l'hypothèse de stationarité (temporelle) du processus d'élévation $\eta(t)$. A leur issue, chaque estimation E_i à la fréquence f_i constitue une moyenne d'estimations. Si l'on effectue une estimation lissée par moyenne mobile sur m points, ou si l'on réalise une analyse spectrale sur K blocs, le nombre de degrés de liberté de la densité spectrale résultante sera de $\nu = 2m = 2K$. On parle en effet ici de *degrés de liberté* puisque selon la théorie, un processus d'élévation gaussien induit des coefficients de série de Fourier $(a_i)_{1 \leq i \leq N_f}$ et $(b_i)_{1 \leq i \leq N_f}$ distribués selon une loi normale. L'estimation spectrale brute E_i étant proportionnelle à la somme $a_i^2 + b_i^2$, elle suit une loi de χ^2 à deux degrés de liberté. La densité spectrale lissée suivra donc une loi de χ^2 dont le nombre de degrés de liberté est égal à deux fois le nombre d'estimations utilisées pour le lissage. Plus le nombre de degrés de liberté est élevé, plus l'estimation du spectre sera précise. Notons que dans le cas d'un lissage par moyenne mobile, ce raisonnement

est juste si l'on suppose que le pas en fréquence est suffisamment faible, c'est-à-dire si le signal est suffisamment long, et si m n'est pas trop grand. De même, une analyse spectrale par blocs avec K très grand mènerait à une estimation imprécise du spectre car chaque bloc ne contiendrait qu'un extrait trop court du signal, et *de facto* non suffisamment représentatif du processus. Ou alors, le signal entier est trop long ce qui met à mal l'hypothèse de stationarité du processus d'élevation.

On peut montrer que, selon le nombre de degrés de liberté de la densité spectrale de variance du signal, l'estimation de paramètres spectraux moyens est parfois biaisée (Elgar *et al.*, 1985). Si l'on décompose le signal gaussien $\eta(t)$ en série de Fourier

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^{N_f} a_i \cos(2\pi f_i t) + b_i \sin(2\pi f_i t) \quad (\text{A.19})$$

les amplitudes a_i et b_i constituent deux variables aléatoires indépendantes, de moyenne nulle et de même variance $S_i \Delta f_i$, où S_i est la valeur exacte du spectre observé en f_i et Δf_i le pas en fréquence associé. A partir d'un signal mesuré sur une durée finie, seule une estimation $E(f)$ de $S(f)$ peut être obtenue, c'est-à-dire les estimations $(\tilde{a}_i)_{1 \leq i \leq N_f}$ et $(\tilde{b}_i)_{1 \leq i \leq N_f}$ des composantes $(a_i)_{1 \leq i \leq N_f}$ et $(b_i)_{1 \leq i \leq N_f}$. Il vient alors que la variable aléatoire définie par

$$\tilde{Z}_i^2 = \frac{\tilde{a}_i^2 + \tilde{b}_i^2}{S_i \Delta f_i} \quad (\text{A.20})$$

suit une loi de χ^2 à deux degrés de liberté, de densité de probabilité telle que $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$,

$$f_{\chi^2}(x) = \frac{1}{2^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)} \cdot x^{\nu/2-1} e^{-x/2} \quad (\text{A.21})$$

où $\nu = 2$, et dont la moyenne vaut ν . Puisque la valeur du spectre estimé est (théorème de Parseval)

$$E_i = \frac{\tilde{a}_i^2 + \tilde{b}_i^2}{2\Delta f_i} \quad (\text{A.22})$$

on montre facilement que l'espérance de l'estimateur \tilde{m}_n du moment spectral à l'ordre n m_n vaut

$$\begin{aligned}
 E[\tilde{m}_n] &= E\left[\sum_{i=1}^{N_f} f_i^n \cdot \frac{\tilde{a}_i^2 + \tilde{b}_i^2}{2\Delta f_i} \cdot \Delta f_i\right] = E\left[\sum_{i=1}^{N_f} f_i^n \cdot \frac{\tilde{Z}_i^2 S_i \Delta f_i}{2\Delta f_i} \cdot \Delta f_i\right] \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{N_f} f_i^n \cdot E[\tilde{Z}_i^2] \cdot S_i \Delta f_i \\
 &= \frac{\nu}{2} \cdot \sum_{i=1}^{N_f} f_i^n \cdot S_i \Delta f_i \equiv \frac{\nu}{2} \cdot \int_0^\infty f^n S(f) df \\
 &= \frac{\nu}{2} \cdot m_n = m_n
 \end{aligned} \tag{A.23}$$

La moyenne de l'estimateur des moments spectraux \tilde{m}_n sur des estimations $E(f)$ (à deux degrés de liberté) d'un spectre cible $S(f)$ n'est donc pas biaisée. Ceci reste vrai pour des spectres lissés, pour lesquels le nombre de degrés de liberté vaut $\nu = 2k$, avec $k > 1$. En effet, on écrit

$$E_i = \frac{1}{k} \cdot \sum_{j=1}^k \frac{\tilde{a}_{ij}^2 + \tilde{b}_{ij}^2}{2\Delta f_i} \tag{A.24}$$

Ainsi, la variable aléatoire

$$\tilde{Z}_i^2 = \sum_{j=1}^k \frac{\tilde{a}_{ij}^2 + \tilde{b}_{ij}^2}{S_i \Delta f_i} \tag{A.25}$$

suit logiquement une loi de χ^2 à $\nu = 2k$ degrés de liberté, de moyenne $2k$. On a alors

$$\begin{aligned}
 E[\tilde{m}_n] &= E\left[\sum_{i=1}^{N_f} f_i^n \cdot \frac{1}{k} \cdot \sum_{j=1}^k \frac{\tilde{a}_{ij}^2 + \tilde{b}_{ij}^2}{2\Delta f_i} \cdot \Delta f_i\right] = E\left[\sum_{i=1}^{N_f} f_i^n \cdot \frac{\tilde{Z}_i^2 S_i \Delta f_i}{2k\Delta f_i} \cdot \Delta f_i\right] \\
 &= \frac{1}{2k} \cdot \sum_{i=1}^{N_f} f_i^n \cdot E[\tilde{Z}_i^2] \cdot S_i \Delta f_i \\
 &= \frac{\nu}{2k} \cdot \sum_{i=1}^{N_f} f_i^n \cdot S_i \Delta f_i \equiv \frac{\nu}{2k} \cdot \int_0^\infty f^n S(f) df \\
 &= \frac{\nu}{2k} \cdot m_n = m_n
 \end{aligned} \tag{A.26}$$

Il s'ensuit que tous les paramètres spectraux calculés à partir d'estimateurs ne seront pas biaisés lorsqu'ils seront calculés sur des estimations lissées du spectre cible sous-jacent. Il en est ainsi de H_{m0} , T_{02} , T_{-10} , T_{01} , ε_0 , ε_1 , ε_2 , ε_4 , etc.

Observons maintenant le cas d'autres paramètres spectraux, mettant notamment en jeu l'intégrale du carré du spectre, comme Q_p par exemple. On remarque tout d'abord

que la moyenne du carré d'une variable aléatoire distribuée selon une loi de χ^2 à ν degrés de liberté vaut $\nu^2 + 2\nu$ (cf. Elgar *et al.*, 1985). Si l'on considère un spectre estimé de $\nu = 2k$ degrés de liberté, l'espérance de l'estimateur \tilde{Q}_p vaut

$$\begin{aligned}
 E[\tilde{Q}_p] &= E\left[\frac{2}{m_0^2} \cdot \sum_{i=1}^{N_f} f_i \cdot \left(\frac{1}{k} \cdot \sum_{j=1}^k \frac{\tilde{a}_{ij}^2 + \tilde{b}_{ij}^2}{2\Delta f_i}\right)^2 \cdot \Delta f_i\right] \\
 &= E\left[\frac{2}{m_0^2} \cdot \sum_{i=1}^{N_f} f_i \cdot \frac{S_i^2}{4k^2} \cdot \left(\frac{\tilde{a}_{ij}^2 + \tilde{b}_{ij}^2}{S_i \Delta f_i}\right)^2 \cdot \Delta f_i\right] \\
 &= \frac{2}{m_0^2} \cdot \sum_{i=1}^{N_f} f_i \cdot \frac{S_i}{4k^2} \cdot ((2k)^2 + 4k) \cdot \Delta f_i \equiv \frac{4k^2 + 4k}{4k^2} \cdot Q_p \\
 &= \left(1 + \frac{1}{k}\right) \cdot Q_p = \left(1 + \frac{2}{\nu}\right) \cdot Q_p
 \end{aligned} \tag{A.27}$$

Si aucun lissage n'est effectué sur l'estimation brute du spectre (i.e. $\nu = 2$), la valeur moyenne de \tilde{Q}_p vaudra deux fois la valeur exacte du Q_p du processus observé. Autrement dit, lorsque l'on estime le paramètre Q_p , l'estimation effectuée est systématiquement biaisée (par surestimation). Si le lissage du spectre est suffisant (typiquement, $\nu > 20$ pour assurer moins de 10% de surestimation), l'estimateur tendra vers la valeur réelle du processus. Il en est de même pour les paramètres Q_e , Λ^{-1} et B_w . En ce qui concerne le paramètre de corrélation κ , son estimation n'est pas biaisée *a priori* puisque les intégrales ne font pas intervenir le carré du spectre.

A.3 Influence de la haute-fréquence de coupure sur la valeur des paramètres

Lorsque l'on compare plusieurs paramètres spectraux entre eux, leur stabilité vis-à-vis de la fréquence de coupure peut être un critère décisif sur le choix de l'emploi ou non de ces paramètres. Certains d'entre eux peuvent être particulièrement sensibles au contenu spectral en haute-fréquence, notamment ceux qui sont calculés à partir des moments spectraux d'ordre élevé. En basse-fréquence, la fréquence de coupure pose moins de problèmes car les densités spectrales tendent très rapidement vers zéro lorsque la fréquence tend vers zéro. Rye (1977) a effectué une étude de stabilité pour certains paramètres de vague, tels H_{m0} , T_{02} , T_{10} , ε_4 , et ε_2 , calculés sur des formes spectrales de type JONSWAP pour trois facteurs d'acuité γ différents (1, 3.3, et 7). L'expression analytique de ce spectre est (d'après Hasselmann *et al.*, 1973)

$$S(f) = \frac{\alpha_P g^2}{(2\pi)^4 f^5} \cdot e^{-\frac{5}{4}\left(\frac{f}{f_p}\right)^{-4}} \cdot \gamma^e \frac{(f-f_p)^2}{2\sigma^2 f_p^2} \tag{A.28}$$

où α_P est le paramètre de Phillips, f_p la fréquence de pic du spectre, γ le facteur d'acuité du pic (de 1 à 7), et σ un paramètre de largeur spectrale, noté σ_a pour $f < f_p$ et σ_b pour $f > f_p$. Lorsque γ vaut 1, le spectre JONSWAP est équivalent à un spectre Pierson-Moskowitz (Pierson et Moskowitz, 1964) décrivant un état de mer (mer du vent) développé. Les valeurs 3.3 et 7 correspondent respectivement aux valeurs moyenne et maximale observées en mer du Nord pour différents niveaux de développement de mers de vent. Les trois formes spectrales utilisées par Rye sont représentées sur la figure A.2 en fonction de la fréquence de coupure adimensionalisée par la fréquence de pic $f^* = f/f_p$

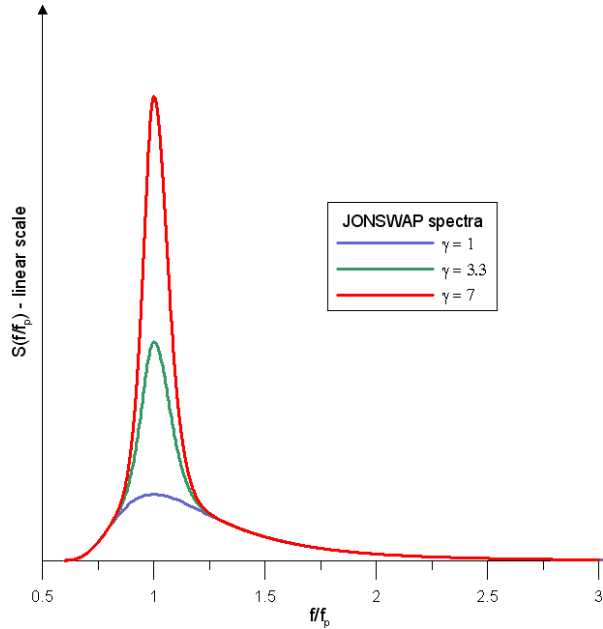


FIG. A.2: Spectres JONSWAP utilisés par Rye (1977).

La même démarche est reprise ici avec des spectres identiques pour étudier la sensibilité à la fréquence de coupure (haute) des paramètres de largeur spectrale mentionnés plus haut. Les paramètres pour le dimensionnement des spectres sont donnés dans le tableau A.1 ci-dessous.

TAB. A.1: Paramètres des spectres JONSWAP de la figure A.2.

Paramètre	Valeur
α_P	0.0081
f_p	0.10 Hz
γ	1, 3.3 et 7
σ_a	0.07
σ_b	0.09

Les résultats de stabilité obtenus sont illustrés sur les figures A.3(a-e) pour les paramètres ε_4 , ε_2 , ε_1 , ε_0 et κ respectivement d'une part, et sur les figures A.4(a-d) pour les

paramètres Q_p , Q_e , B_w et Λ respectivement d'autre part.

Des paramètres de type “ ε ”, il est clair que ε_0 en est le plus stable, ainsi que le plus à même de distinguer les trois formes spectrales. A l'inverse, ε_4 converge difficilement vers une valeur asymptotique et semble incapable de retranscrire les nuances de largeur spectrale des trois spectres. Les paramètres ε_2 et ε_1 , en bons intermédiaires, se situent entre les deux. On note que le paramètre de corrélation κ est extrêmement stable : il montre en effet une convergence quasi instantanée pour le spectre le plus étroit ($\gamma = 7$, courbe rouge). Les quatre derniers paramètres Q_p , Q_e , B_w et Λ sont relativement stables (valeur asymptotique atteinte pour $f_c/f_p < 3 - 4$). Remarquons néanmoins la particularité de B_w dont la courbe de stabilité n'est pas absolument monotone et présente un maximum léger avant de converger vers sa valeur asymptotique. Enfin, il est intéressant de souligner que la décroissance des courbes de Q_p et Q_e semble peu dépendante de la forme spectrale, contrairement à tous les autres paramètres étudiés.

ANNEXE A. PARAMÈTRES SPECTRAUX DE LARGEUR DE BANDE

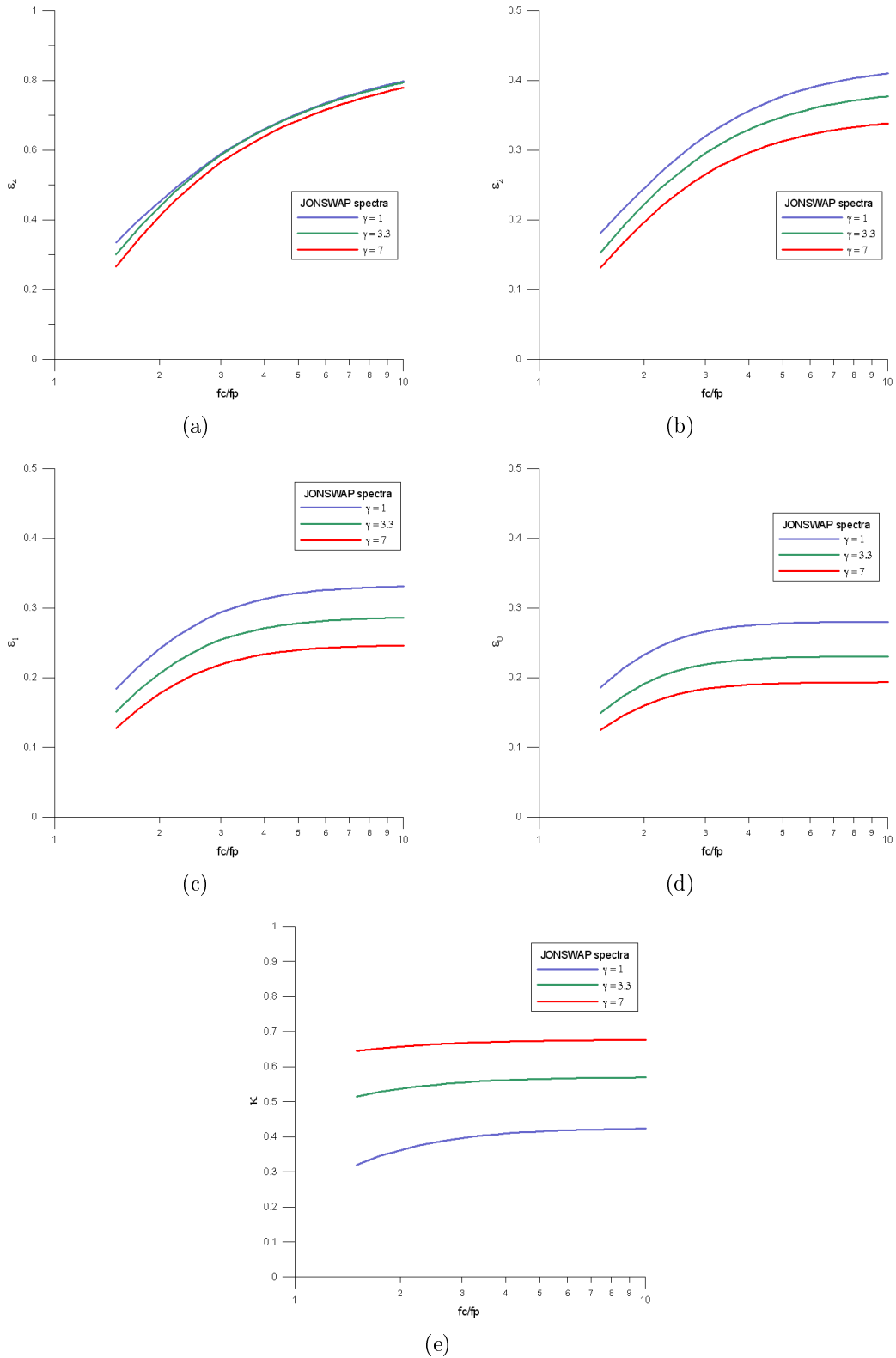


FIG. A.3: Stabilité des paramètres ε_4 (a), ε_2 (b), ε_1 (c), ε_0 (d) et κ (e) à la fréquence de coupure haute (adimensionalisée par la fréquence de pic, échelle logarithmique), calculés sur les spectres JONSWAP de la figure A.2.

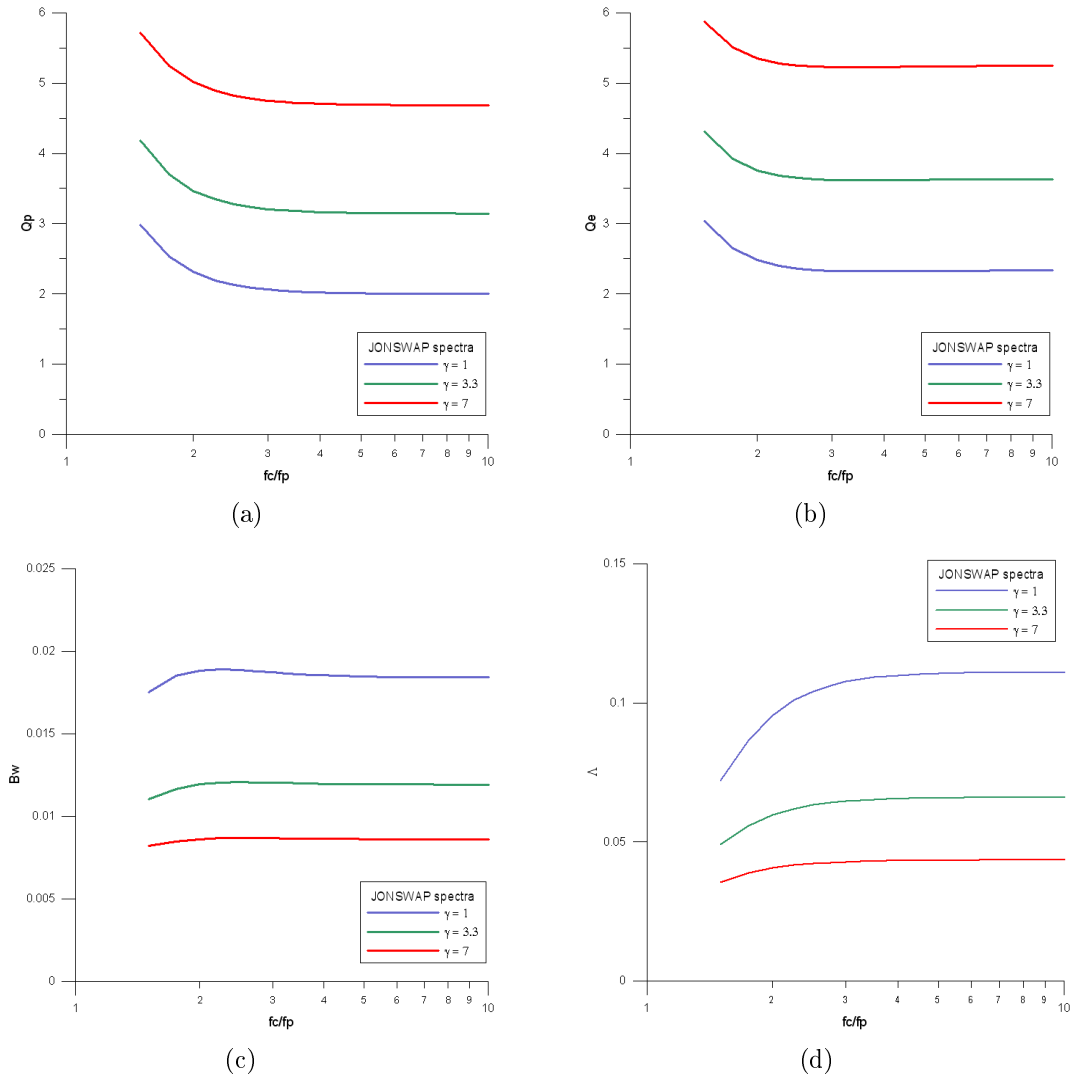


FIG. A.4: Stabilité des paramètres Q_p (a), Q_e (b), B_w (c, en Hz) et Λ (d, en Hz) à la fréquence de coupure haute (adimensionnée par la fréquence de pic, échelle logarithmique), calculés sur les spectres JONSWAP de la figure A.2.

Annexe B

Note sur la modélisation du signal d'élévation en série de Fourier

B.1 Série de Fourier d'un signal d'élévation

Soit $\eta(t)$ un signal réel centré défini et intégrable sur $[0; T]$. On suppose que sa transformée de Fourier existe : on la note (cf. Eq. (2.2))

$$\begin{aligned}\mathcal{F}\{\eta(t)\}(\omega) &= \int_0^T \eta(t)e^{-i\omega t} dt \\ &= \int_0^T \eta(t) [\cos(\omega t) + i\sin(\omega t)] dt\end{aligned}$$

Ce signal peut se décomposer en série de Fourier, telle que

$$\eta(t) = A_0 + \sum_{p=1}^{\infty} A_p \cos(\omega_p t) + B_p \sin(\omega_p t) \quad (\text{B.1})$$

où A_p et B_p sont les coefficients de Fourier réels correspondants aux harmoniques de pulsation $\omega_p = p * \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, et s'obtiennent par

$$A_p = \frac{2}{T} \int_0^T \eta(t) \cos(\omega_p t) dt \quad , \forall p \in \mathbb{N}_+ \quad (\text{B.2})$$

$$B_p = \frac{2}{T} \int_0^T \eta(t) \sin(\omega_p t) dt \quad , \forall p \in \mathbb{N}_+^* \quad (\text{B.3})$$

Le signal étant centré, il vient $A_0 = 0$. Ce signal peut également être décomposé en utilisant des coefficients complexes

$$\eta(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_p e^{i\omega_p t} \quad (\text{B.4})$$

où les coefficients $C_p \in \mathbb{C}$ sont obtenus par

$$C_p = \frac{1}{T} \int_0^T \eta(t) e^{-i\omega_p t} dt \quad (\text{B.5})$$

avec $C_0 = A_0/2 = 0$, et où les pulsations négatives sont telles que $\omega_{-p} = -\omega_p$, d'où $C_{-p} = C_p^*$, complexe conjugué de C_p , le signal étant réel. En reformulant l'expression (B.4), il vient

$$\begin{aligned} \eta(t) &= C_0 + \sum_{p=1}^{\infty} C_p e^{i\omega_p t} + C_{-p} e^{-i\omega_p t} \\ &= 0 + \sum_{p=1}^{\infty} 2 \operatorname{Re} [C_p e^{i\omega_p t}] \\ &= \sum_{p=1}^{\infty} 2 |C_p| \cos(\omega_p t + \arg(C_p)) \end{aligned}$$

En remarquant que $C_p = \frac{1}{2} (A_p - iB_p)$ et en notant $\eta_p = 2 |C_p| = 2\sqrt{A_p^2 + B_p^2}$ et $\varphi_p = \arg(C_p) = -\operatorname{atan2}(A_p, B_p)$ (commande Fortran90), on obtient la formulation simplifiée du signal bien connue

$$\eta(t) = \sum_{p=1}^{\infty} \eta_p \cos(\omega_p t + \varphi_p) \quad (\text{B.6})$$

Si on les exprime en fonction de la transformée de Fourier, ces coefficients s'écrivent

$$A_p = \frac{1}{T} \cdot [\mathcal{F}\{\eta(t)\}(\omega_p) + \mathcal{F}^*\{\eta(t)\}(\omega_p)] \quad (\text{B.7})$$

$$B_p = -\frac{i}{T} \cdot [\mathcal{F}\{\eta(t)\}(\omega_p) - \mathcal{F}^*\{\eta(t)\}(\omega_p)] \quad (\text{B.8})$$

$$C_p = \frac{1}{T} \cdot \mathcal{F}\{\eta(t)\}(\omega_p) \quad (\text{B.9})$$

$$\eta_p = |A_p - iB_p| = 2 |C_p| = \frac{2}{T} \cdot |\mathcal{F}\{\eta(t)\}(\omega_p)| \quad (\text{B.10})$$

Le théorème de Parseval pour le signal $\eta(t)$ sur $[0; T]$ s'écrit

$$\int_0^\infty \eta^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty |\mathcal{F}\{\eta(t)\}(\omega)|^2 d\omega \quad (\text{B.11})$$

soit, sous forme discrétisée

$$\int_0^\infty \eta^2(t) dt \equiv \frac{1}{2\pi} \sum_{p=-\infty}^\infty |\mathcal{F}\{\eta(t)\}(\omega_p)|^2 \Delta\omega_p \quad (\text{B.12})$$

où $\omega_p = 2\pi\Delta f = 2\pi/T$. Comme $|\mathcal{F}\{\eta(t)\}(\omega_p)| = T|C_p|$, $|C_{-p}| = |C_p^*| = |C_p|$, et $C_0 = 0$, cette égalité après quelques manipulations aboutit à

$$\int_0^\infty \eta^2(t) dt \equiv T \sum_{p=1}^\infty \frac{\eta_p^2}{2}$$

c'est-à-dire

$$\frac{1}{T} \int_0^\infty \eta^2(t) dt = \overline{\eta^2(t)} = \text{var}[\eta(t)] \equiv \sum_{p=1}^\infty \frac{\eta_p^2}{2} \quad (\text{B.13})$$

$$\equiv \sum_{p=1}^\infty S(\omega_p) \Delta\omega_p \quad (\text{B.14})$$

où la densité spectrale $S(\omega_p)$ de l'harmonique p est définie telle que

$$S(\omega_p) \Delta\omega_p = \frac{\eta_p^2}{2} \quad (\text{B.15})$$

soit

$$S(\omega_p) = \frac{2}{T} |\mathcal{F}\{\eta(t)\}(\omega_p)|^2 \quad (\text{B.16})$$

B.2 Simulation de signaux gaussiens à partir de données spectrales

A partir d'un spectre discrétisé $S(f)$ (ou $E(f)$ si le spectre est estimé), on peut reproduire un signal aléatoire gaussien correspondant $\eta(t)$ défini par ce processus. Il suffit de calculer les amplitudes A_p et B_p (Eq. (B.1)) ou les modules η_p (Eq. (B.6)) et les phases φ_p pour chaque composante ω_p (ou $f_p = 2\pi\omega_p$).

En théorie, puisque le signal simulé doit être gaussien, les amplitudes (et *a fortiori* les modules) et phases doivent être sélectionnées aléatoirement suivant certaines distributions. Ce point est notamment rappelé par Tucker *et al.* (1984). Les amplitudes suivent une distribution gaussienne centrée de variance égale à $S(\omega_p)\Delta\omega_p$. On montre que les modules suivent pour leur part une loi de Rayleigh de variance égale à $S(\omega_p)\Delta\omega_p$ également, tandis que les phases sont uniformément distribuées sur l'intervalle $[0; 2\pi]$. En ingénierie offshore, il est cependant très courant de simplifier la génération des signaux en prenant directement la valeur moyenne des modules

$$\eta_p = \sqrt{2S(\omega_p)\Delta\omega_p} = \sqrt{2S(f_p)\Delta f_p} \quad (\text{B.17})$$

– qui est correcte asymptotiquement lorsque la durée T du signal tend vers l'infini – tout en gardant la sélection aléatoire uniforme des phases. Or Tucker *et al.* (1984) rappellent qu'une telle simplification est loin d'être anodine, notamment sur les statistiques résultant de ces simulations : en effet, le champ des possibles est nécessairement réduit, de sorte que tous les signaux simulés de cette manière ont, par exemple, la même variance (cf. théorème de Parseval, Eq. (B.14)). Ceci vient quelque peu contredire, ou du moins limiter, la nature gaussienne du processus considéré. Ainsi, Tucker *et al.* constatent que les distributions des hauteurs de groupes de vagues obtenues sur des simulations numériques sont particulièrement sensibles à cette simplification, et qu'il ne serait donc pas surprenant que de nombreuses études numériques ou en bassin sur le groupement de vagues fussent erronées, précisément pour cette raison. A ce sujet, on renvoie au §3.5 où les deux méthodes – notées respectivement *a* (amplitudes/modules et phases aléatoires) et *b* (phases aléatoires uniquement) – sont comparées lors de l'estimation de puissance extraite moyenne de systèmes de récupération de l'énergie des vagues. Pour des études de ce genre (voir également Olagnon *et al.*, 1990), la *méthode b* ne semble pas biaiser les estimations, de sorte qu'elle peut être employée dans certains cas : la dispersion des estimateurs étant en effet réduite, la convergence vers une valeur d'ensemble précise est plus rapide.

En pratique, la somme des équations (B.6) et (B.1) s'arrête à la fréquence de Nyquist $f_{Nyq} = 1/(2\Delta t)$, correspondant à un nombre de termes égal à la moitié du nombre de points de discrétisation (si ce nombre est pair). La synthèse de signaux peut s'effectuer très rapidement au moyen de transformée de Fourier rapide inverse (*IFFT*), lorsque le nombre de composantes fréquentielles de définition (égal au nombre de points de discrétisation temporelle) est une puissance de 2. Il est possible de calculer simplement la somme de l'équation (B.6) de façon numérique jusqu'à une certaine fréquence au-delà de laquelle on considère que l'énergie du signal est nulle (typiquement entre 0.6 et 1 Hz pour des signaux d'élévation). Cependant, l'implémentation numérique de cette méthode est plus coûteuse en temps de calcul – d'autant plus que le signal simulé est long – et peut, du fait de la troncature, légèrement fausser l'égalité de Parseval.

Annexe C

Note sur les spectres Q_p

Les spectres “ Q_p ” constituent une généralisation du spectre de Bretschneider (Bretschneider, 1959), lequel modélise un système de mer de vent parfaitement développée, similaire au spectre de Pierson et Moskowitz (la différence entre les deux appellations réside dans la paramétrisation employée, la première utilisant la hauteur significative et la période de pic, l’autre les données de vent local, voir Pierson et Moskowitz, 1964). Tout comme les spectres *JONSWAP* (Hasselmann *et al.*, 1973), les spectres Q_p sont dimensionnés par trois paramètres caractérisant : 1/ l’énergie de l’état de mer (hauteur significative spectrale H_{m0}), 2/ la *localisation fréquentielle* (période de pic T_p), et 3/ l’*étroitesse de pic*, liée à l’étalement du spectre le long de l’axe des fréquences (facteur d’acuité du pic Q_p , voir Goda, 1970). La forme Bretschneider initiale ne possède pas ce troisième degré de liberté sur la forme spectrale et c’est pourquoi nous proposons cette formulation, comme alternative au spectre JONSWAP (dont l’acuité est régulée par le facteur γ), lequel caractérise essentiellement des mers de vent en cours de développement.

Dans cette annexe, on présente la formulation mathématique de ce spectre ainsi que des paramètres spectraux de vague les plus usités. Par la suite, on propose une extension aux états de mer multimodaux (ou multisystèmes) par la superposition de spectres unimodaux représentant des houles ou des mers de vent. On illustre notamment le cas particulier d’un état de mer bimodal, dont la formulation constitue une alternative à d’autres modèles existants (Ochi et Hubble, 1976; Torsethaugen et Haver, 2004, entre autres).

C.1 Le spectre Q_p unimodal

A partir d’une hauteur significative spectrale H_{m0} (en m), une période de pic T_p (en s) et un facteur d’acuité Q_p donnés, on construit le spectre Q_p correspondant par l’expression

$$S_{Q_p}(f) = \frac{H_{m0}^2}{16} T_p (1 + 2Q_p) \frac{e^{-\alpha(fT_p)^{-2Q_p}}}{(fT_p)^{1+2Q_p}} \quad (\text{C.1})$$

où $\alpha = 1 + 1/(2Q_p) = 1 + \delta/2$ et f représente la fréquence de vague (en Hz). Le cas particulier $Q_p = 2$ correspond au spectre Bretschneider classique, c'est-à-dire à une mer de vent développée. Une houle sera plutôt caractérisée par une forme spectrale de Q_p supérieur à 2^1 . Définissons maintenant la fonction Gamma

$$\Gamma : \mathbb{R}_+^* \longrightarrow \mathbb{R} \quad (C.2)$$

$$x \longmapsto \int_0^\infty u^{x-1} e^{-u} du \quad (C.3)$$

aux propriétés suivantes :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \Gamma(n) = (n-1)! \quad (C.4)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \Gamma(x+1) = x\Gamma(x) \quad (C.5)$$

$$\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi} \quad (C.6)$$

Grâce à cette fonction, on obtient facilement l'expression analytique des moments spectraux

$$m_n = \int_0^\infty f^n S_{Q_p}(f) df \quad (C.7)$$

$$= \frac{H_{m0}^2}{16} T_p^{-n} \alpha^{\frac{n\delta}{2}} \Gamma\left(1 - \frac{n\delta}{2}\right) \quad (C.8)$$

$$= m_0 T_p^{-n} \alpha^{\frac{n\delta}{2}} \Gamma\left(1 - \frac{n\delta}{2}\right), Q_p > \frac{n}{2} \quad (C.9)$$

puisque par définition, $H_{m0} = 4\sqrt{m_0}$. Les périodes moyennes de vagues s'expriment donc par

$$T_{01} = \frac{m_0}{m_1} = \frac{T_p}{\alpha^{\alpha-1} \Gamma(1-\delta/2)}, Q_p > \frac{1}{2} \quad (C.10)$$

$$T_{02} = \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} = \frac{T_p}{\sqrt{\alpha^\delta \Gamma(1-\delta)}}, Q_p > 1 \quad (C.11)$$

$$T_{-10} = \frac{m_{-1}}{m_0} = T_p \frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha^{\alpha-1}} \quad (C.12)$$

¹Notons que, contrairement à d'autres spectres proposés dans la littérature, celui-ci ne possède pas une queue hautes-fréquences en f^{-4} ou f^{-5} comme il l'est communément admis par les océanographes, mais en f^{-1-2Q_p} . Selon les applications, un tel modèle n'est pas toujours pertinent du point de vue de l'océanographie physique.

Pour le cas particulier $Q_p = 2$ (Bretschneider), il vient

$$T_{01} = 0.7718 \cdot T_p \quad (\text{C.13})$$

$$T_{02} = 0.7104 \cdot T_p \quad (\text{C.14})$$

$$T_{-10} = 0.8572 \cdot T_p \quad (\text{C.15})$$

On retrouve naturellement le facteur d'acuité Q_p en calculant (voir Eq. (2.18))

$$Q_p = \frac{2}{m_0^2} \int_0^\infty f S_{Q_p}^2(f) df \quad (\text{C.16})$$

ainsi que les paramètres de largeur spectrale (voir Eq. (A.3),(A.8)&(A.13))

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\frac{m_0 m_{-2}}{m_{-1}^2} - 1} = \sqrt{\frac{\Gamma(1 + \delta)}{\Gamma^2(\alpha)} - 1} \quad (\text{C.17})$$

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{m_{-1} m_1}{m_0^2} - 1} = \sqrt{\Gamma(\alpha) \Gamma\left(1 - \frac{\delta}{2}\right) - 1}, Q_p > \frac{1}{2} \quad (\text{C.18})$$

$$\varepsilon_2 = \sqrt{\frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1} = \sqrt{\frac{\Gamma(1 - \delta)}{\Gamma^2(1 - \delta/2)} - 1}, Q_p > 1 \quad (\text{C.19})$$

Les moments "carrés" à l'ordre n sont obtenus par l'expression

$$m_{2,n} = \int_0^\infty f^n S_{Q_p}^2(f) df = \frac{m_0^2 Q_p}{2 T_p^{n-1}} \cdot \frac{\Gamma\left(2 + \frac{(1-n)\delta}{2}\right)}{(2\alpha)^{(1-n)\frac{\delta}{2}}} \quad (\text{C.20})$$

En particulier, on obtient

$$m_{2,0} = \frac{m_0^2 Q_p T_p}{2} \cdot \frac{\Gamma\left(2 + \frac{\delta}{2}\right)}{(2\alpha)^{\frac{\delta}{2}}} \quad (\text{C.21})$$

d'où, de façon immédiate, le paramètre de largeur spectrale de Blackman et Tukey (Blackman et Tukey, 1959, Eq. (A.16))

$$\Lambda = \frac{m_0^2}{m_{2,0}} = \frac{2}{Q_p T_p} \cdot \frac{(2\alpha)^{\frac{\delta}{2}}}{\Gamma\left(2 + \frac{\delta}{2}\right)} \quad (\text{C.22})$$

ainsi que le paramètre de Prevosto (Prevosto, 1988, Eq. (A.18))

$$\begin{aligned}
 B_w &= \frac{4}{m_0^2} \int_0^\infty \left(f - \frac{m_1}{m_0} \right)^2 S_{Q_p}^2(f) df \\
 &= \frac{Q_p}{T_p} \left\{ \frac{2\Gamma(2 - \frac{\delta}{2})}{(2\alpha)^{-\frac{\delta}{2}}} - 4\frac{T_p}{T_{01}} + 2 \left(\frac{T_p}{T_{01}} \right)^2 \cdot \frac{\Gamma(2 + \frac{\delta}{2})}{(2\alpha)^{\frac{\delta}{2}}} \right\}, Q_p > \frac{1}{4}
 \end{aligned} \tag{C.23}$$

lequel, tout comme Λ , représente une mesure (en Hz) de la largeur de bande spectrale, et ne dépend pas de la localisation fréquentielle du spectre.

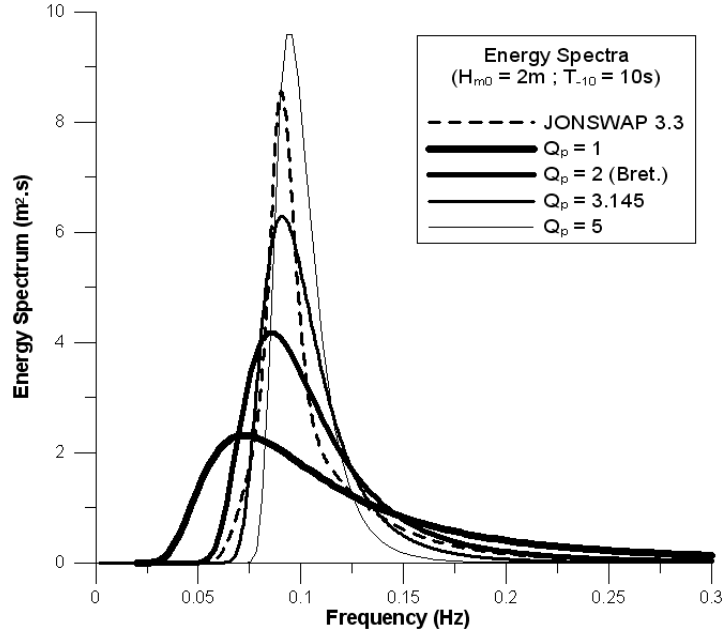


FIG. C.1: Exemples de spectres Q_p ($Q_p = 1, 2, 3.145, 5$) et spectres JONSWAP ($\gamma = 3.3$), pour lesquels $H_{m0} = 2m$ et $T_{-10} = 10s$.

Sur la figure C.1, on illustre quelques exemples de spectres Q_p calculés pour diverses valeurs de facteur d'acuité ($Q_p = 1, 2, 3.145$ et 5) ainsi qu'un spectre JONSWAP de facteur de forme $\gamma = 3.3$ (voir Eq. (A.28)). Pour chacun de ces spectres, $H_{m0} = 2m$ et $T_{-10} = 10s$. Le facteur Q_p correspondant au spectre JONSWAP vaut 3.145 et c'est pourquoi le spectre Q_p de même acuité de pic est superposé, à titre de comparaison.

C.2 Généralisation à n systèmes : formulation multimodale

Un état de mer multimodal à n systèmes s'obtient de façon très simple par combinaison linéaire de spectres Q_p ($S_{Q_{pi}}(f)$) $_{1 \leq i \leq n}$. Pour chaque système i , on définit son

énergie relative η_{m0i} , telle que $\eta_{m0i} = m_{0i}/m_0$ (où m_0 , l'énergie totale de l'état de mer, vaut $H_{m0}^2/16$), sa période de pic T_{pi} , et son facteur d'acuité de pic Q_{pi} (donnant α_i et δ_i). Le spectre résultant s'écrit donc

$$S(f) = \sum_{i=1}^n S_{Q_{pi}}(f) = \frac{H_{m0}^2}{16} \cdot \sum_{i=1}^n \eta_{m0i} T_{pi} (1 + 2Q_{pi}) \frac{e^{-\alpha_i (fT_{pi})^{-2Q_{pi}}}}{(fT_{pi})^{1+2Q_{pi}}} \quad (\text{C.24})$$

Par linéarité, les moment spectraux correspondants s'écrivent

$$\begin{aligned} m_n &= \int_0^\infty f^n S(f) df = \int_0^\infty f^n \left[\sum_{i=1}^n S_{Q_{pi}}(f) \right] df = \sum_{i=1}^n \int_0^\infty f^n S_{Q_{pi}}(f) df \\ &= \sum_{i=1}^n m_{ni} \\ &= \frac{H_{m0}^2}{16} \cdot \sum_{i=1}^n \eta_{m0i} T_{pi}^{-n} \alpha_i^{\frac{n\delta_i}{2}} \Gamma\left(1 - \frac{n\delta_i}{2}\right) \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

On donne un exemple de spectre multimodal à la figure C.2 : l'état de mer se compose de quatre systèmes indépendants, bien que la densité spectrale globale ne montre que deux pics nettement marqués. Celle-ci ne permet pas de retrouver les systèmes initiaux, sauf si le spectre directionnel est connu (Fig. C.3). En effet, il est très peu probable de trouver en mer deux systèmes très proches en fréquence et direction qui ne soient dépendants l'un de l'autre (interactions de systèmes).

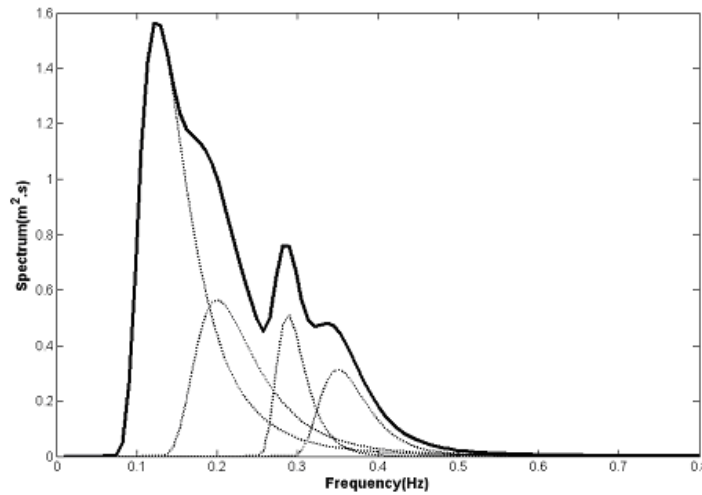


FIG. C.2: Exemple de spectre multimodal résultant de la superposition de quatre spectres Q_p ($H_{m0} = 2m$ et $T_p \approx 8s$).

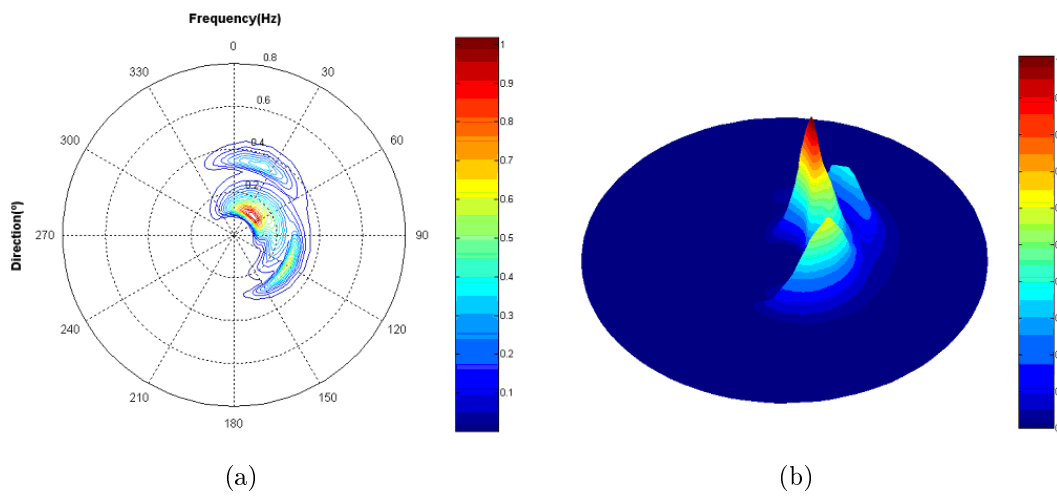


FIG. C.3: Spectre directionnel (a&b) d'origine de la densité spectrale de la figure C.2.

C.3 Formulation bimodale

On se propose d'appliquer les expressions précédentes au cas particulier d'un état de mer bimodal ($n = 2$). On numérote les deux systèmes 1 et 2 tels que $f_{p1} < f_{p2}$, et on note η l'énergie relative du premier système, i.e. $\eta_{m01} = \eta$ et $\eta_{m02} = 1 - \eta$. On forme également les ratios

$$\varphi = \frac{f_{p1}}{f_{p2}} \quad (\text{C.26})$$

et

$$\tau = \frac{1}{f_{p1} T_{-10}} \quad (\text{C.27})$$

où T_{-10} est la période d'énergie de l'état de mer bimodal. L'expression (C.24) devient

$$S(f) = \frac{H_{m0}^2}{16} T_{-10} \cdot \left\{ \eta \tau (1 + 2Q_{p1}) \frac{e^{-\alpha_1 (f T_{-10} \tau)^{-2Q_{p1}}}}{(f T_{-10} \tau)^{1+2Q_{p1}}} + (1 - \eta) \varphi \tau (1 + 2Q_{p2}) \frac{e^{-\alpha_2 (f T_{-10} \tau \varphi)^{-2Q_{p2}}}}{(f T_{-10} \tau \varphi)^{1+2Q_{p2}}} \right\} \quad (\text{C.28})$$

Il vient donc

$$T_{-10} = \frac{m_{-1}}{m_0} = T_{-10} \cdot \left\{ \eta \tau \alpha_1^{-\frac{\delta_1}{2}} \Gamma(\alpha_1) + (1 - \eta) \varphi \tau \alpha_2^{-\frac{\delta_2}{2}} \Gamma(\alpha_2) \right\} \quad (\text{C.29})$$

d'où l'égalité à satisfaire

$$\eta \tau \alpha_1^{-\frac{\delta_1}{2}} \Gamma(\alpha_1) + (1 - \eta) \varphi \tau \alpha_2^{-\frac{\delta_2}{2}} \Gamma(\alpha_2) = 1 \quad (\text{C.30})$$

c'est-à-dire

$$\varphi = \frac{1 - \left(\eta \tau \alpha_1^{-\frac{\delta_1}{2}} \Gamma(\alpha_1) \right)}{(1 - \eta) \tau \alpha_2^{-\frac{\delta_2}{2}} \Gamma(\alpha_2)} \quad (\text{C.31})$$

ou bien

$$\tau = \left(\eta \alpha_1^{-\frac{\delta_1}{2}} \Gamma(\alpha_1) + (1 - \eta) \varphi \alpha_2^{-\frac{\delta_2}{2}} \Gamma(\alpha_2) \right)^{-1} \quad (\text{C.32})$$

Ainsi, en fixant au choix φ ou τ , le spectre bimodal est parfaitement défini à partir de l'ensemble des paramètres : $\{H_{m0}, T_{-10}, \eta, Q_{p1}, Q_{p2}, \varphi \text{ ou } \tau\}$. On donne un exemple de ces formulations bimodales alternatives dans les figures C.4(a&b), où $H_{m0} = 2m$, $T_{-10} = 10s$, $\eta = 0.6$, $Q_{p1} = 1, 1.5, \dots, 4$, $Q_{p2} = 2$ (mer de vent développée), l'ensemble des spectres de la figure C.4(a) étant construit sur la définition de $\tau = 1.5$, tandis que sur la figure C.4(b) on fixe $\varphi = 0.4$. Le seul paramètre qui varie ici est donc le facteur

d'acuité du pic du premier système (houle).

Cette formulation peut être utilisée à l'instar de schémas plus connus tels que Ochi et Hubble (Ochi et Hubble, 1976) ou encore Torsethaugen et Haver (Torsethaugen et Haver, 2004). Les configurations les plus typiques sont : $\eta = 1$ (houle ou mer de vent seule), $\eta = 0.8$ (état de mer dominé par une houle), $\eta = 0.5$ (mer mixte) et $\eta = 0.3$ (état de mer dominé par une mer de vent).

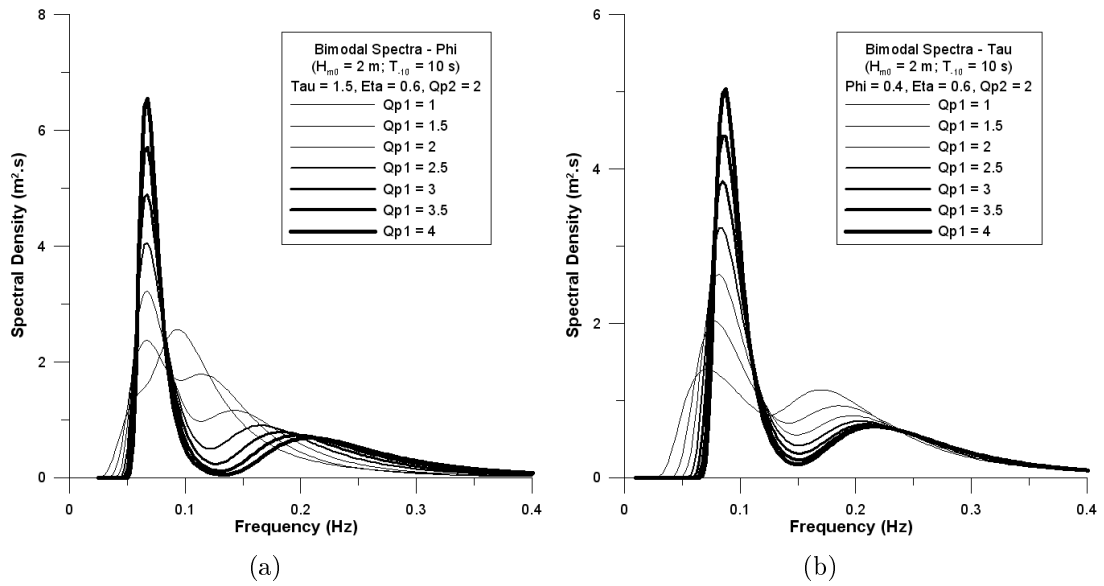


FIG. C.4: Exemples de spectres bimodaux résultant de la superposition de deux spectres tels que $H_{m0} = 2m$, $T_{-10} = 10s$, $\eta = 0.6$, $Q_{p1} = 1, 1.5, \dots, 4$, $Q_{p2} = 2$ et $\tau = 1.5$ (a) et $\varphi = 0.4$ (b).

Annexe D

Modélisation fréquentielle d'un récupérateur linéaire pilonnant à un degré de liberté

Cette annexe présente la modélisation fréquentielle (*stochastique*) simple d'un dispositif récupérateur d'énergie des vagues linéaire (mécanique et amortissement linéaires) à un degré de liberté en pilonnement. Ce système est semblable à celui décrit au §3.2 (Fig. 3.1) où les mêmes équations s'appliquent pour modéliser l'hydrodynamique du corps axisymétrique représenté sur la figure D.1.

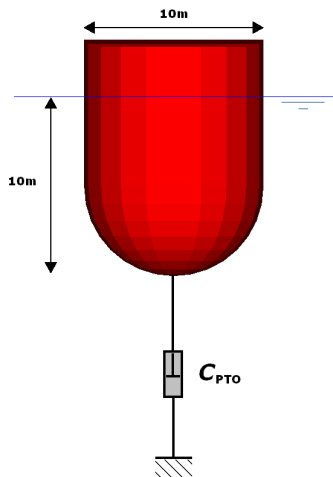


FIG. D.1: Bouée pilonnante simulée.

La bouée a un rayon de 5m, un tirant d'eau de 10m et sa partie inférieure est de forme hémisphérique afin de s'affranchir au maximum des effets de vorticité et tourbillonnement du fluide le long de la carène. La section transversale S de la bouée au niveau de la surface libre ne varie pas quel que soit le niveau relatif de la bouée et de la surface libre environnante (en dedans de certaines limites d'amplitudes de mouvement, bien entendu). Ces caractéristiques permettent de r ecrire l'équation du mouvement

ANNEXE D. MODÉLISATION FRÉQUENTIELLE D'UN RÉCUPÉRATEUR
LINÉAIRE PILONNANT À UN DEGRÉ DE LIBERTÉ

de la bouée selon son axe de symétrie (Oz) dans le domaine fréquentiel, à partir de l'équation (3.1), c'est-à-dire

$$(m + A_{33}(\omega)) \ddot{z}(\omega) + (B_{33}(\omega) + C_{PTO}) \dot{z}(\omega) + (\rho g S + K_{33add}) z(\omega) = \underline{\Phi}_{33}(\omega) \underline{\eta}(\omega) \quad (D.1)$$

où la raideur K_{33add} est une raideur additionnelle pouvant servir à modéliser un ancrage ou modifier le comportement du convertisseur électro-mécanique. Ici, les coefficients hydrodynamiques de radiation (masse ajoutée $A_{33}(\omega)$ et amortissement $B_{33}(\omega)$) et les efforts d'excitation (réponse impulsionnelle, $\underline{\Phi}_{33}(\omega)$) sont calculés dans le domaine temporel grâce aux codes ABHIL3D et DFHIL3D respectivement, tous deux développés à l'E.C.N.. La raideur additionnelle est prise nulle (pas d'effort de rappel d'ancrage vertical ni de modification du comportement du convertisseur).

Le modèle étant linéaire par construction, et l'excitation $\eta(t)$ gaussienne et centrée, les signaux de sortie du système le sont aussi. On peut ainsi calculer la réponse temporelle de la bouée – vitesse de pilonnement $\dot{z}(t) = dz/dt$ – telle que

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \Re\left\{ \sum_{p=1}^{\infty} \dot{z}(\omega_p) e^{i\omega_p t} \right\} \\ &= \sum_{p=1}^{\infty} |H_{\dot{z}\eta}(\omega_p)| \eta_p \cos(\omega_p t + \varphi_p + \Psi_p) \end{aligned} \quad (D.2)$$

où les amplitudes η_p et phases φ_p du signal d'élévation sont définies en Annexe B (Eq. (B.6)), et où le déphasage Ψ_p désigne le retard induit par le système linéaire pour l'harmonique p , égal à l'argument de l'impédance complexe $H_{\dot{z}\eta}(\omega)$ définie à l'équation (3.6).

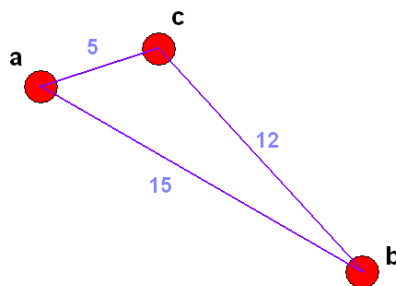
Ainsi, à partir de la modélisation fréquentielle du système, on reproduit les signaux temporels de ses mouvements (ici, la vitesse de pilonnement essentiellement) sans avoir à passer par la résolution de l'équation du mouvement dans le domaine temporel (équation de Cummins, 1962). On peut ensuite relier la sortie d'un tel système à un dispositif de conversion d'énergie tel que ceux décrits au §3.6 afin de modéliser l'inertie de stockage d'énergie à court-terme d'un récupérateur réel (volant à inertie modulable, réservoir à gaz relié à un moteur hydraulique). Il suffit alors de résoudre une équation différentielle dans le domaine temporel, telle que (3.50).

Annexe E

Détermination matricielle d'associations indirectes

Cette annexe expose brièvement comment il est possible de mettre à jour numériquement les associations indirectes d'éléments d'un même ensemble, lorsque ceux-ci ne sont pas associés directement au regard de certains critères, l'objectif étant de classer ces éléments en un nombre fini de partitions parfaitement disjointes.

A titre d'exemple, on se propose de comparer deux-à-deux trois éléments a , b , et c par rapport à leur distance respective, comme définis sur la figure ci-dessous.



Premier cas : on associe deux éléments (1) si et seulement si leur distance relative (adimensionnelle) est inférieure à $l^* = 10$; dans le cas contraire, ils ne sont pas associés (0). D'après cette figure, a est associé directement à c tandis que b n'est associé ni à a ni à c . La matrice d'associations sur la base (a, b, c) (binaire) correspondant à ce cas s'écrit donc

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.1})$$

Les associations résultantes $\{a, c\}$ et $\{b\}$ sont parfaitement disjointes.

Second cas : la distance du critère devient $l^* = 13$. Cette fois-ci, b se retrouve associé directement à c puisque leur distance relative vaut $12 < l^*$. En revanche, b n'est toujours pas associé à a . La matrice d'association correspondante vaut donc

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Dans ce cas précis, les associations ne sont pas disjointes. En effet, de façon indirecte, b doit être associé à a puisque c l'est lui-même. La matrice d'association finale est donc la matrice unité

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{E.2}$$

ce qui correspond au sous-ensemble de départ $\{a, b, c\}$.

Lorsque l'on considère ce genre de configurations à trois éléments, le raisonnement paraît enfantin. Lorsque l'on manipule quelques dizaines – voire des centaines, des milliers, ... – d'éléments que l'on compare deux-à-deux, l'opération s'avère plus complexe, l'objectif étant toujours d'aboutir à un partitionnement de l'ensemble de départ en sous-ensembles disjointes. Il s'agit alors de travailler directement sur la matrice d'associations initiale et de la transformer de façon à obtenir une matrice stable correspondant à un partitionnement disjoint, tout comme les matrices (E.1)&(E.2) (matrices diagonalisables par blocs). On propose un algorithme itératif très simple pour effectuer cette opération, faute de mieux.

1. **Etat initial :** on s'assure que la matrice d'associations directes initiale M est bien carrée et symétrique ; on définit la matrice courante M_{ref} comme la matrice de même dimensions et de termes nuls ;
2. [*boucle*] Tant que $M_{ref} \neq M$:
 - $M \leftarrow M_{ref}$
 - sur chaque ligne i de M , calcul de la somme des termes : si ≤ 1 , on passe à la ligne suivante ; sinon, on cherche l'ensemble \mathcal{J} des indices (j) de colonnes pour lesquels $M_{ij} = 1$, et l'on effectue le changement $M_{kl} = 1, \forall (l, k) \in \mathcal{J}^2, l \neq k$.
3. **Etat final :** la matrice M a convergé vers une matrice qui par construction définit des sous-ensembles d'associations disjointes. En d'autres termes, si l'on effectue une permutation des éléments de la base initiale telle que ceux-ci sont regroupés par partition, la matrice d'associations obtenue est diagonale par blocs.

Bibliographie

- AARNES, J. E. et KROGSTAD, J. E. (2001). Partitioning sequences for the dissection of directional ocean wave spectra : a review. Rapport technique, E.U. EnviWave (EVG-2001-00017) Wp4 Res. Prog.
- ARDHUIN, F., COLLARD, F., CHAPRON, B., QUEFFEULOU, P., FILIPOT, J.-F. et HAMON, M. (2008). Spectral wave dissipation based on observations : a global validation. *In Proc. Chinese-German joint Symposium, Darmstad, Allemagne.*
- ARHAN, M. et EZRATY, R. (1978). Statistical relations between successive wave heights. *Oceanologica Acta*, 1(2):151–158.
- BABARIT, A. (2005). *Optimisation hydrodynamique et contrôle optimal d'un récupérateur d'énergie des vagues.* Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, France.
- BAILLARGEON, S. (2005). *Le krigeage : revue de la théorie et application à l'interpolation spatiale de données de précipitations.* Thèse de doctorat, Faculté des sciences et de génie, Université de Laval, Québec, Canada.
- BATTJES, J. A. et van VLEDDER, G. P. (1984). Verification of Kimura's theory for wave group statistics. *In Proc. I.C.C.E. '84, Houston, Texas, E.U.A.*, volume 1, pages 642–648.
- BENDAT, J. S. et PIERSOL, A. G. (1986). *Random data. Analysis and measurements procedures*, pages 484–516. 2^e ed. J. Wiley & Sons Inc., New-York, E.U.A.
- BENOIT, M., FRIGAARD, P. et SCHÄFFER, A. (1997). Analysing multidirectional wave spectra : a tentative classification of available methods. *In Proc. I.A.H.R. '97, Seminar on Multidirectional Waves and their Interaction with Structures, San Francisco, E.U.A.*, pages 131–158.
- BLACKMAN, R. B. et TUKEY, J. M. (1959). *The measurement of power spectra*, pages 19–20. Dover Publications Inc., New-York, E.U.A.
- BRETSCHNEIDER, C. L. (1959). Wave variability and wave spectra for wind-generated gravity waves. Rapport technique 118, Beach Erosion Board, U.S. Army Corps of Engineers, Washington D.C., E.U.A.
- CARTWRIGHT, D. E. et LONGUET-HIGGINS, M. S. (1956). Statistical distribution of the maxima of a random function. *Phil. Trans. R. Soc. Lond., A*, 237:212–232.

BIBLIOGRAPHIE

- CARTWRIGHT, D. E. et SMITH, N. D. (1964). Buoy techniques for obtaining directional wave spectra. *In Proc. Buoy Technology Symposium, Mar. Tech. Soc.*, pages 173–182.
- CLÉMENT, A. (1997). Hydrodynamique instationnaire linéarisée : mise en œuvre d’une méthode de singularités utilisant un modèle différentiel de la fonction de Green. Rapp. Tech. LHN-9703, Laboratoire de Mécanique des Fluides, Ecole Centrale de Nantes.
- CRESSIE, N. A. C. (1993). *Statistics for spatial data*. Wiley Series in Probability and mathematical Statistics. Revised ed. J. Wiley & Sons Inc., New-York, E.U.A.
- CUMMINS, W. E. (1962). The impulse response function and ship motions. *Schiffstechnik*, 9(1661):101–109.
- ELGAR, S., GUZA, R. T. et SEYMOUR, R. J. (1984). Groups of waves in shallow water. *Jour. of Geophys. Research*, 89(C3):3623–3634.
- ELGAR, S., GUZA, R. T. et SEYMOUR, R. J. (1985). Wave group statistics from numerical simulations of a random sea. *Applied Ocean Research*, 7(2):93–96.
- EVANS, D. V. (1976). A theory for wave-power absorption by oscillating bodies. *Jour. of Fluid Mechanics*, 77:1–25.
- EWING, J. A. (1973). Mean length of runs of high waves. *Jour. of Geophys. Research*, 78(12):1933–1936.
- FALCÃO, A. F. O. (2002). Control of an oscillating-water-column wave power plant for maximum energy production. *Applied Ocean Research*, 24:73–82.
- FALCÃO, A. F. O. (2005). Modelling and control of oscillating-body wave energy converters with hydraulic power take-off and gas accumulator. *In Proc. E.W.T.E.C. '05, Glasgow, R.U.*
- FALCÃO, A. F. O. (2007). Modelling and control of oscillating-body wave energy converters with hydraulic power take-off and gas accumulator. *Ocean Engineering*, 34(14-15):2021–2032.
- FALNES, J. (2002). *Ocean waves and oscillating systems*. Cambridge University Press, Cambridge, R.U.
- FUNKE, E. R. et MANSARD, E. P. D. (1980). On the synthesis of realistic sea states. *In Proc. I.C.C.E. '80*, pages 2974–2991.
- GERLING, T. W. (1992). Partitioning sequences and arrays of directional ocean wave spectra into component wave systems. *Jour. of Atmospheric and Oceanic Technology*, 9:444–458.
- GJEVIK, B., KROGSTAD, H. E., LYGRE, A. et RYGG, O. (1988). Long period swell wave events on the Norwegian shelf. *Jour. of Phys. Oceanogr.*, 18:724–737.

BIBLIOGRAPHIE

- GODA, Y. (1970). Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation. *Rep. Port Harbour Res. Inst.*, 9:3–75.
- GODA, Y. (1976). On wave groups. *In Proc. Behaviour of Offshore Structures Conf. '76*. The Norwegian Institute of Technology.
- GUEDES-SOARES, C. (1984). Representation of double-peaked sea wave spectra. *Ocean Engineering*, 11(2):185–207.
- HANSON, J. L. et PHILLIPS, O. M. (2001). Automated analysis of ocean surface directional wave spectra. *Jour. of Atmospheric and Oceanic Technology*, 18:277–293.
- HASSELMANN, K., BARNETT, T. P., BOUWS, E., CARLSON, H., CARTWRIGHT, D. E., ENKE, K., EWING, J. A., GIENAPP, H., HASSELMANN, D. E., KRUSEMAN, P., MEERBURG, A., MÜLLER, P., OLBERS, D. J., RICHTER, K., SELL, W. et WALDEN, H. (1973). Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). *Deutsche Hydr. Zeit. (8°)*, A12:1–95.
- HASSELMANN, S., BRÜNING, C., HASSELMANN, K. et HEIMBACH, P. (1996). An improved algorithm for retrieval of ocean wave spectra from synthetic aperture radar image spectra. *Jour. of Geophys. Research*, 101:16615–16629.
- HENDERSON, R. (2006). Design, simulation, and testing of a novel hydraulic power take-off system for the pelamis wave energy converter. *Renewable Energy*, 31:271–283.
- HOGBEN, N. et LUMB, F. E. (1967). *Ocean waves - Statistics*. H.M.S.O., Londres, R.U.
- HUANG, N. E., LONG, S. R., TUNG, C.-C., YUEN, Y. et BLIVEN, L. F. (1981). A unified two-parameter wave spectral model for a general sea-state. *Jour. of Fluid Mechanics*, 112:203–224.
- HUANG, N. E., SHEN, Z., LONG, S. R., WU, M. C., SHIH, H. H., ZHENG, Q., YEN, N.-C., TUNG, C. C. et LIU, H. H. (1998). The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proc. R. Soc. Lond.*, 454:903–995.
- HUDSPETH, R. T. et MEDINA, J. R. (1988). Wave group analysis by the Hilbert transform. *In Proc. I.C.C.E. '88 CERC/ASCE, chap. 66*, pages 884–898.
- JOSSET, C., BABARIT, A. et CLÉMENT, A. H. (2007). A wave-to-wire model of the SEAREV wave energy converter. *In Inst. of Mech. Engineers, Part M : Jour. of Engineering for the Maritime Environment*, volume 221, pages 91–93.
- KAHMA, K., HAUSER, D., KROGSTAD, H. E., LEHNER, S., MONBALIU, J. A. J. et WYATT, L. R. (2005). Measuring and analysing the directional spectra of ocean waves. E.U. C.O.S.T. Action 714, EUR 21367, ISBN 92-898-0003-8.

BIBLIOGRAPHIE

- KERBIRIOU, M.-A. (2007). Energie des vagues : méthodologie d'estimation du potentiel d'énergie récupérable par un dispositif d'extraction d'énergie des vagues au regard du potentiel naturel du site. Rapp. final post-doc, réf. : Ifremer/ERT/HO : R05 HO 07, conv. ADEME n° 05 05 C0156, IFREMER/ADEME.
- KERBIRIOU, M.-A., MAISONDIEU, C., PREVOSTO, M., BABARIT, A. et CLÉMENT, A. H. (2007). Influence of an improved sea-state description on a wave energy converter production. *In Proc. Int. Conf. on O.M.A.E. '07, San Diego, E.U.A.*
- KIMURA, A. (1980). Statistical properties of random wave groups. *In Proc. I.C.C.E. '80, Sydney, Australie*, pages 2955–2973.
- KOFOED, J.-P. (2002). *Wave overtopping of marine structures – utilization of wave energy*. Thèse de doctorat, Université d'Aalborg, Danemark.
- KOMEN, G. J., CAVALERI, L., DONELAN, M., HASSELMANN, K., HASSELMANN, S. et JANSSEN, P. A. E. M. (1994). *Dynamics and modelling of ocean waves*. Cambridge University Press, Cambridge, R.U.
- KROGSTAD, H. E., BARSTOW, S. F., HAUG, O. et PETERS, D. J. H. (1997). Directional distributions in wave spectra. *In Proc. 3^e Conf. Ocean Wave Measurement and Analysis, Virginia Beach, Virginie, E.U.A.*, volume 2, pages 883–895.
- LIST, J. H. (1991). Wave groupiness in the nearshore. *Coastal Engineering*, 5:475–496.
- LIU, P. C. (2000). Wave grouping characteristics in nearshore Great Lakes. *Ocean Engineering*, 15:1221–1230.
- LIU, Z., ELGAR, S. et GUZA, R. T. (1993). Groups of ocean waves : linear theory, approximations to linear theory, and observations. *Jour. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 119(2):144–159.
- LONG, R. B. (1980). The statistical evaluation of directional spectrum estimates derived from pitch/roll buoy data. *Jour. of Phys. Oceanogr.*, 10(6):944–952.
- LONGUET-HIGGINS, M. S. (1957). The statistical analysis of a random moving surface. *Phil. Trans. R. Soc. Lond., A*, 249:321–387.
- LONGUET-HIGGINS, M. S. (1984). Statistical properties of wave groups in a random sea state. *Phil. Trans. R. Soc. Lond., A*, 312:219–250.
- MASSON, D. et CHANDLER, P. (1993). Wave groups : a closer look at spectral methods. *Coastal Engineering*, 20:249–275.
- MAX, J. (2004). *Méthodes et techniques de traitement du signal*. Dunod, coll. Sciences Sup, 5^e édition.
- MEDINA, J. R. et HUDSPETH, R. T. (1987). Sea states defined by wave height/period functions. *In Proc. 22^e Congrès I.A.H.R. : Seminar on wave analysis and generation in laboratory basins, Lausanne, Suisse*, pages 249–259.

BIBLIOGRAPHIE

- MEDINA, J. R. et HUDSPETH, R. T. (1990). A review of the analyses of ocean wave groups. *Coastal Engineering*, 14:515–542.
- MIDDLETON, D. (1960). *Statistical communication theory*. McGraw-Hill, New-York, E.U.A.
- MITSUYASU, H., TASAI, F., SUHARA, T., MIZUNO, S., OHKUSO, M., HONDA, T. et RIKISHI, K. (1975). Observations of the directional spectrum of ocean waves using a cloverleaf buoy. *Jour. of Phys. Oceanogr.*, 5(2):750–760.
- MOLLISON, D. (1985). Wave climate and the wave power resource. In EVANS, D. et FALCÃO, A. F. O., éditeurs : *Proc. IUTAM Symposium, Hydrodynamics of Ocean-Wave Energy Utilization, Lisbonne, Portugal*, pages 133–156.
- NOLTE, K. G. et HSU, F. H. (1972). Statistics of ocean wave groups. In *Proc. 4^e Offshore Tech. Conf., Dallas, E.U.A.*, numéro 1688, pages 139–146.
- OCHI, M. K. (1988). *Ocean waves - The stochastic approach*. Cambridge Ocean Technology Series 6. Cambridge University Press, R.U.
- OCHI, M. K. et HUBBLE, E. N. (1976). On six-parameters wave spectra. In *Proc. 15^e Coastal Engineering Conf.*, volume 1, pages 301–328.
- OLAGNON, M., ROBIN, A., LEGRAS, J. I. et CHALOIN, B. (1990). Numerical simulation of actual irregular wave properties. In *Proc. Int. Conf. on O.M.A.E. '90, Houston, E.U.A.*, volume 1A, pages 9–16.
- OLIVEIRA-PIRES, H., AGUIAR, R. et PONTES, M. T. (1999). Directional statistics and the characterisation of the wave energy resource. In *Proc. Int. Conf. on O.M.A.E. '99, St John's, Newfoundland, Canada*.
- PAPOULIS, A. (1991). *Probability, random variables and stochastic processes*. Series in Electrical Engineering. Ed. McGraw-Hill.
- PIERSON, W. J. et MOSKOWITZ, L. (1964). A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii. *Jour. of Geophys. Research*, 69:5181–5190.
- POLINDER, H., MECROW, B. C., JACK, A. G., DICKINSON, P. G. et MUELLER, M. A. (2005). Conventional and TFPM linear generators for direct-drive wave energy conversion. *I.E.E.E. Transactions on Energy Conversion*, 20(2):260–267.
- PONTES, M. T. (1998). Assessing the european wave energy resource. *Jour. of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 120:226–231.
- PONTES, M. T., BARSTOW, S., BERTOTTI, L., CAVALERI, L. et OLIVEIRA-PIRES, H. (1997). Use of numerical wind-wave models for assessment of the offshore wave energy resource. *Jour. of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 119:184–190.

BIBLIOGRAPHIE

- PORTILLA, J., OCAMPO-TORRES, F. J. et MONBALIU, J. (2009). Spectral partitioning and identification of wind sea and swell. *Jour. of Atmospheric and Oceanic Technology*, 26(1):107–122.
- PREVOSTO, M. (1988). Groupage de vagues et excitation basse fréquence - Etude ARAE. Rapport technique, IFREMER, Plouzané, France.
- PRICE, W. G. et BISHOP, R. E. D. (1974). *Probabilistic theory of ship dynamics*. Chapman et Hall, Londres, R.U.
- RICCI, P., SAULNIER, J.-B., FALCÃO, A. F. O. et PONTES, T. (2008). Time-domain models and wave energy converters performance assessment. *In Proc. Int. Conf. on O.M.A.E. '08, Estoril, Portugal*.
- RICE, S. O. (1944). The mathematical analysis of random noise. *Bell Syst. Tech. Jour.*, 23:282–332.
- RICE, S. O. (1945). The mathematical analysis of random noise. *Bell Syst. Tech. Jour.*, 24:46–156.
- RODRÍGUEZ, G. et GUEDES-SOARES, C. (1999). A criterion for the automatic identification of multimodal sea wave spectra. *Applied Ocean Research*, 21:329–333.
- RYE, H. (1974). Wave groups formation among storm waves. *In Proc. I.C.C.E. '74*, pages 164–183.
- RYE, H. (1977). The stability of some currently used wave parameters. *Coastal Engineering*, 1:17–30.
- SALTER, S. (1980). Recent progress on ducks. *I.E.E.*, 127(5):308–319.
- SAULNIER, J.-B. et PONTES, M. T. (2006). Wavetrain deliverable n° 5 : Representative sea states. Rapport technique, E.C. WAVETRAIN R.T.N., Contrat MRTN-CT-2004-505167.
- SAULNIER, J.-B., RICCI, P., CLÉMENT, A. H. et FALCÃO, A. F. O. (2009). Mean power estimation of WECs in simulated sea. *In Proc. E.W.T.E.C. '09, Uppsala, Suède*.
- SAULNIER, J.-B., RICCI, P., FALCÃO, A. F. O. et PONTES, M. T. (2007a). Sensitivity of an axisymmetrical wave energy converter to spectral bandwidth. *In Proc. I.S.O.P.E. '07, Lisbonne, Portugal*.
- SAULNIER, J.-B., RICCI, P., FALCÃO, A. F. O. et PONTES, M. T. (2007b). Spectral bandwidth and WEC performance assessment. *In Proc. E.W.T.E.C. '07, Porto, Portugal*.
- SAWNHEY, M. D. (1963). A study of ocean wave amplitudes in terms of the theory of runs and a markov chain process. Rapport technique, Dept. Meteorology and Oceanography, New-York University.

BIBLIOGRAPHIE

- SCHLURMANN, T., SCHIMMELS, S. et DOSE, T. (2002). Spectral analysis of freak waves using wavelet spectra (Morlet) and Hilbert spectra (EMD). *Jour. of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 124(1):22–27.
- SMITH, G. H., VENUGOPAL, V. et FASHAM, J. (2006). Wave spectral bandwidth as a measure of available wave power. *In Proc. Int. Conf. on O.M.A.E.'06, Hambourg, Allemagne.*
- STANSELL, P., WOLFRAM, J. et LINFOOT, B. (2004). Improved joint probability distribution for ocean wave heights and periods. *Jour. of Fluid Mechanics*, 503:273–297.
- TAYFUN, A. et LO, J.-M. (1989). Wave envelope and related spectra. *Jour. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 115(4):515–533.
- THE WAMDI GROUP (1988). The WAM model - A third generation ocean wave prediction model. *Jour. of Phys. Oceanogr.*, 18:1775–1810.
- THOMPSON, E. F. et SEELIG, W. N. (1984). High wave grouping in shallow water. *Jour. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 110(2):139–157.
- TOLMAN, H. L. (2002). User manual and system documentation of WAVEWATCH-III version 2.22. Rapport technique 222, NOAA/NWS/NCEP/MMAB.
- TORSETHAUGEN, K. et HAVER, S. (2004). Simplified double peak spectral model for ocean waves. *In Proc. I.S.O.P.E.'04, Toulon, France*, volume 3, pages 76–84.
- TUCKER, M. J., CHALLENGOR, P. G. et CARTER, D. J. T. (1984). Numerical simulation of a random sea : a common error and its effect upon wave group statistics. *Applied Ocean Research*, 6(2):118–122.
- UHLENBECK, G. E. (1943). Theory of random process. Rapport technique 454, MIT Radiation Lab., E.U.A.
- VELTCHEVA, A. D. (2002). Wave and group transformation by a Hilbert spectrum. *Coastal Engineering*, 44(4):283–300.
- VOORRIPS, A. C., MAKIN, V. K. et HASSELMANN, S. (1997). Assimilation of wave spectra from pitch-and-roll buoys in a North Sea wave model. *Jour. of Geophys. Research*, 102:5829–5849.
- WANG, D. W. et HWANG, P. A. (2001). An operational method for separating wind sea and swell from ocean wave spectra. *Jour. of Atmospheric and Oceanic Technology*, 18(12):2052–2062.